

Análisis en el Dominio Tiempo-Frecuencia de Señales No
Lineales y No Estacionarias utilizando la Transformada
Hilbert-Huang y su Aplicación en Mediciones del Fenómeno
de Resonancia Subsíncrona

TESIS

Que para obtener el Grado de
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Presenta
MAYRA VELÁZQUEZ LÓPEZ

DR. J. JESÚS RICO MELGOZA

Director de Tesis

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE POSGRADO
UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

Junio 2009

A mis padres

Salvador Velázquez Pérez y Bertha López Garduño

A mis hermanos

Eréndira y Salvador

Agradecimientos

Agradezco al Dr. J. Jesús Rico Melgoza, quien fungió como asesor de la presente Tesis, por su ayuda, apoyo y observaciones durante el desarrollo de la investigación.

Agradezco al Jurado de Examen de Grado conformado por los profesores Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel, Dr. J. Jesús Rico Melgoza, Dr. J. Antonio Camarena Ibarrola, Dr. Edmundo Barrera Cardiel y Dr. Rafael González Campos, ya que sus consejos, observaciones y sugerencias enriquecieron el contenido de la Tesis.

Agradezco a todos mis compañeros del posgrado, sin duda, hicieron más placentero el transcurso de la maestría. Una mención especial a M.C. Violeta Medina Ríos por la valiosa amistad que cultivamos; por el alivio, sinceridad y nobleza que encontré en sus acertadas palabras en los momentos difíciles. También agradezco a M.C. Rafael Cisneros Magaña por las pláticas largas e interesantes que sostuvimos; por sus consejos oportunos dentro y fuera de la maestría. Aprecio sobremanera la ayuda desinteresada que ambos me ofrecieron en variadas ocasiones.

Mi más sincera gratitud a M.I. José Luis Silva Farías, Dr. Jorge Guillermo Calderón Guízar, M.C. Gustavo Bravo Villanueva, Ing. Antonio Escamilla Paz, investigadores del Instituto de Investigaciones Eléctricas (IIE), quienes me alentaron a realizar esta maestría hace tres años y me brindaron desinteresadamente su ayuda durante la misma. Su influencia fue determinante en la continuación de mis estudios al concluir la licenciatura.

Agradezco a los profesores de la División de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (U.M.S.N.H.).

A la Sra. Yolanda Pacheco, secretaria del posgrado, quien siempre mostró eficiencia y disponibilidad para apoyarme con los trámites administrativos durante toda la maestría.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada durante la realización de la maestría.

Resumen

En la presente tesis se investiga la Transformada Hilbert-Huang (HHT) y su aplicación en Sistemas Eléctricos de Potencia. La principal aplicación de la HHT en este trabajo es la identificación modal en fenómenos oscilatorios, en particular, el fenómeno analizado es la Resonancia Subsíncrona (SSR); la identificación de los modos torsionales se realizó a través de la HHT.

La Transformada Hilbert-Huang es una herramienta de procesamiento de señales novedosa, enfocada al análisis de datos no estacionarios y no lineales en el dominio del tiempo-frecuencia. Este método se divide en dos etapas: la primera etapa consiste en descomponer la señal original en un conjunto de componentes conocidos como funciones modales intrínsecas (IMF's), además de un residuo o tendencia en el dominio del tiempo de esta señal. Este proceso recibe el nombre de descomposición modal empírica (EMD) y constituye la parte esencial de la HHT. En la segunda etapa se aplica la Transformada de Hilbert a cada uno de los IMF's, con el propósito de calcular los atributos instantáneos de la señal: magnitud, fase y frecuencia instantáneas. Una vez que se ha obtenido la frecuencia instantánea de cada IMF, es posible construir el espectro de Hilbert y el espectro marginal de Hilbert. El espectro de Hilbert es una representación en el dominio del tiempo-frecuencia de la señal analizada; el espectro marginal representa la probabilidad de que una frecuencia esté presente en un rango de frecuencias.

Se analizaron las ecuaciones de Lorenz, Rössler y Duffing mediante la HHT y también con la Transformada de Fourier y los *Wavelets*, los cuales son los métodos convencionales de análisis en el dominio tiempo-frecuencia. En todos los casos, los resultados mostraron la superioridad de la HHT respecto a los demás métodos.

Los datos para el estudio de SSR se generaron de manera sintética mediante simulaciones del *First Benchmark Model* (FBM) del IEEE en PSCAD. De las simulaciones se extrajeron las variaciones del par en el eje del turbogenerador y después se analizaron con la HHT. La validación de los resultados se hizo a través del análisis de Fourier y de Prony, demostrando que la HHT es un método de identificación modal efectivo.

Abstract

In this thesis theoretical fundamentals of Hilbert Huang Transform (HHT) and its application in Electrical Power Systems are studied. The major application in this work is in modal identification of oscillatory phenomena. Subsynchronous Resonance (SSR) problem is analyzed through HHT for extracting torsional modes.

Hilbert Huang-Transform is a novel signal processing method addressed to analyze nonlinear and non-stationary signals in time-frequency domain. This method is applied in two steps: first, through the empirical mode decomposition (EMD), the signal to be analyzed is decomposed into a set of intrinsic mode functions (IMF) and a residue which is the trend in time-domain of the original signal; EMD constitutes the backbone of HHT. In the second step the Hilbert Transform is applied in order to obtain the instantaneous attributes of each IMF, these are magnitude, phase and frequency instantaneous. Then is possible construct the Hilbert spectrum and the Hilbert marginal spectrum. Hilbert spectrum is basically a time-frequency domain distribution; marginal spectrum represents the likelihood that a frequency exists in a frequency range.

In order to demonstrate the powerful of HHT, other available methods like Fourier Transform and Wavelet Transform, which are traditional tools for performing time-frequency domain analysis, are compared with HHT through the analysis of classic Lorenz, Rössler and Duffing nonlinear equations.

Simulation of IEEE First Benchmark Model for SSR studies was carried out in PSCAD in order to extract shaft torsional responses. These extracted signals were analyzed with HHT and by means of Fourier and Prony Analysis validation of results was performed. The results indicate HHT is a feasible tool for identifying oscillatory modes in time-frequency domain.

Lista de Símbolos y Abreviaturas

δ	Impulso
Δ	Periodo de muestreo
π	Pi
τ	Posición de la ventana
ω	Velocidad angular
$\theta(t)$	Fase instantánea
$\psi(t)$	<i>Wavelet</i> madre
$\psi_{a, b}(t)$	Familia de <i>wavelets</i> (<i>wavelets</i> hijas)
$a(t)$	Amplitud instantánea
AE	Emisión acústica
AP	Análisis de Prony
C	Capacitancia/Coeficiente <i>wavelet</i>
CWT	Transformada Wavelet Continua
e_{max}	Envolvente superior
EMD	Descomposición modal empírica
e_{min}	Envolvente inferior
f	Frecuencia
f_0	Frecuencia síncrona
Fa	Pseudofrecuencia
FBM	<i>First Benchmark Model</i>
Fc	Frecuencia central
f_n	Frecuencia subsíncrona natural
$h(\omega)$	Espectro marginal de Hilbert
$H(\omega, t)$	Espectro de Hilbert
HHT	Transformada Hilbert-Huang
IEEE	<i>Institute of Electric and Electronics Engineers</i>
IMF	Función modal intrínseca
L	Inductancia
m	Promedio de la envolvente inferior y la envolvente superior
ms	milisegundos
P	Valor principal de Cauchy
PD	Descargas parciales
PMSM	Máquina síncrona de imán permanente
PSCAD	<i>Power System Computer Aided Design</i>
r	Residuo
$s(t), s_1(t), s_2(t), s_3(t)$	Señales
SD	Desviación estándar
SSR	Resonancia subsíncrona
STFT	Transformada Corta de Fourier
t	Tiempo
T	Ventana de tiempo

T_E	Par eléctrico
$X(t)$	Señal o función real
X_0	Reactancia de secuencia cero
X_1	Reactancia de secuencia positiva
X_C	Reactancia inductiva
X_F	Reactancia de falla
X_L	Reactancia capacitiva
$x_w(t)$	Señal ventaneada
$Y(t)$	Transformada de Hilbert
$Z(t)$	Señal analítica

Lista de Figuras

Figura 2.1	Proceso del análisis con la Transformada Corta de Fourier	8
Figura 2.2	Representación en el tiempo de la señal $s_1(t)$	9
Figura 2.3	Espectro de Fourier de la señal $s_1(t)$	9
Figura 2.4	Transformada Corta de Fourier o Espectrograma de la señal $s_1(t)$	10
Figura 2.5	Análisis de la señal $s_2(t)$ con la Transformada de Fourier	10
Figura 2.6	Espectrograma de la señal $s_2(t)$ con una ventana de tiempo $T = 2.5 \text{ ms}$	11
Figura 2.7	Espectrograma de la señal $s_2(t)$ a 500 Hz y 1000 Hz	11
Figura 2.8	Espectrograma de la señal $x(t)$ utilizando una ventana de $T = 8 \text{ ms}$	12
Figura 2.9	Procedimiento del análisis de señales mediante <i>wavelets</i>	12
Figura 2.10	Diferencia entre una onda y un <i>wavelet</i>	13
Figura 2.11	Propiedad de escalamiento de los <i>wavelets</i>	14
Figura 2.12	Proceso para obtener la Transformada <i>Wavelet</i> de una señal	14
Figura 2.13	Análisis de la señal $s_3(t) = \cos(2\pi ft) + \delta(t = 0.125)$ con la Transformada de Fourier	16
Figura 2.14	Escalograma de la señal $s_3(t)$	16
Figura 2.15	Representación en tiempo-frecuencia de la señal $s_3(t)$	17
Figura 3.1	Interpretación física de la frecuencia instantánea	21
Figura 3.2	Ilustración del proceso de <i>sifting</i>	24
Figura 3.3	Diferencia entre los datos originales y la media local	24
Figura 3.4	Ejemplo de una función modal empírica (IMF)	25
Figura 3.5	Diagrama de flujo del proceso de descomposición modal empírica (EMD)	26
Figura 3.6	a) Señal $s(t)$ en el dominio del tiempo; b) Señal $s(t)$ en el dominio de la frecuencia	29
Figura 3.7	Descomposición modal empírica de la señal $s(t)$	29
Figura 3.8	Espectro de Hilbert de la señal $s(t)$	30
Figura 3.9	Espectrograma o STFT de la señal $s(t)$ con una ventana de $N/16$	31
Figura 3.10	Escalograma del wavelet Morlet de la señal $s(t)$	31
Figura 3.11	Espectrograma o STFT de la señal $s(t)$ con una ventana de $N/256$	32
Figura 4.1	Onda de Duffing con modulación <i>intra-wave</i>	35
Figura 4.2	Espectro de la Ecuación de Duffing basado en la Ecuación (4.3) utilizando el <i>wavelet</i> Morlet	36
Figura 4.3	Representación tridimensional de la solución numérica de la Ecuación de Lorenz	37
Figura 4.4	Solución numérica de la ecuación de Lorenz	38
Figura 4.5	Espectro de la Ecuación de Lorenz utilizando el <i>wavelet</i> Morlet	38
Figura 4.6	IMF's de la solución de la Ecuación de Lorenz	39
Figura 4.7	Espectro de Hilbert de la solución de la Ecuación de Lorenz	39
Figura 4.8	Solución numérica de la Ecuación de Rössler	40
Figura 4.9	Series de tiempo de la solución numérica de la Ecuación de Rössler	41
Figura 4.10	IMF's de la componente x de la Ecuación de Rössler	42
Figura 4.11	Espectro de Hilbert de la componente x de la Ecuación de Rössler	42
Figura 4.12	Espectro de la Ecuación de Rössler utilizando el <i>wavelet</i> de Morlet	43
Figura 4.13	Comparación entre el espectro marginal y el espectro de Fourier de la Ecuación de Rössler	43
Figura 5.1	Primer modelo de prueba del IEEE para estudios de resonancia subsíncrona	47
Figura 5.2	Sistema mecánico del eje del FBM del IEEE	47
Figura 5.3	Variaciones del eje ante la aplicación de la falla en el FBM	48

Figura 5.4	Espectro de Fourier del par GEN-EXC	49
Figura 5.5	Descomposición modal empírica del par GEN-EXC	50
Figura 5.6	Atributos instantáneos del par GEN-EXC	50
Figura 5.7	Frecuencia instantánea del par GEN-EXC	51
Figura 5.8	Espectro marginal de Hilbert del par GEN-EXC	51
Figura 5.9	Espectro de Fourier del par HP-IP	52
Figura 5.10	Funciones modales intrínsecas del par HP-IP	53
Figura 5.11	Espectro de Hilbert del par HP-IP	54
Figura 5.12	Espectro marginal de Hilbert del par HP-IP	54

Lista de Tablas

Tabla 1.1	Campos de Aplicación de la Transformada Hilbert-Huang	3
Tabla 5.1	Resultados del Análisis de Prony de la señal GEN-EXC	48
Tabla 5.2	Resultados del Análisis de Prony del par HP-IP	52

Contenido

Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Resumen	v
Abstract	vi
Lista de Símbolos y Abreviaturas	vii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tablas	xi
 Capítulo 1. Introducción	 1
1.1 Planteamiento del Problema	1
1.2 Antecedentes	2
1.3 Objetivos de la Tesis	4
1.3.1 Objetivo General	4
1.3.2 Objetivos Particulares	5
1.4 Descripción de Capítulos	5
 Capítulo 2. Métodos de Análisis de Señales en el Dominio del Tiempo-Frecuencia	 7
2.1 Introducción	7
2.2 Transformada Corta de Fourier (STFT)	7
2.3 Análisis de Señales con <i>Wavelets</i>	12
2.4 Conclusiones	17
 Capítulo 3. Descomposición Modal Empírica y el Espectro de Hilbert	 18
3.1 Introducción	18
3.2 La Transformada de Hilbert y la Señal Analítica	18
3.3 Frecuencia Instantánea	19
3.4 La Transformada Hilbert-Huang (HHT)	21
3.4.1 La Descomposición Modal Empírica	22
3.4.1.1 Funciones Modales Intrínsecas	22
3.4.1.2 El Proceso de <i>Sifting</i>	22
3.4.2 El Espectro de Hilbert	27
3.5 Validación y Comparación de la Transformada Hilbert-Huang con Otros Métodos	28
3.5.1 Señal Analizada	28
3.5.2 Análisis de la Descomposición Modal Empírica	28
3.5.3 Comparación con Otros Métodos	30
3.6 Conclusiones	32
 Capítulo 4. Análisis de Ecuaciones no Lineales Clásicas con la Transformada Hilbert-Huang	 34
4.1 Introducción	34
4.2 Ejemplos numéricos	34
4.2.1 Ecuación de Duffing	34

4.2.2 Ecuación de Lorenz	36
4.2.3 Ecuación de Rössler	40
4.3 Conclusiones	44
Capítulo 5. Aplicación de la Transformada Hilbert-Huang en el Estudio de la Resonancia Subsíncrona	45
5.1 Introducción	45
5.1.1 Características de los Sistemas de Transmisión Compensados en Serie	45
5.1.2 Resonancia Subsíncrona como Resultado de la Interacción Torsional	46
5.2 Estudio del Sistema	46
5.2.1 Análisis del Par GEN-EXC	47
5.2.2 Análisis del Par HP-IP	52
5.3 Conclusiones	55
Capítulo 6. Conclusiones	56
6.1 Conclusiones Generales	56
6.2 Trabajos Futuros	57
Referencias	59

Capítulo 1

Introducción

1.1 Planteamiento del Problema

La respuesta transitoria de los sistemas de potencia tiene características no estacionarias. La tarea de extraer e identificar el comportamiento modal temporal de las oscilaciones observadas es compleja debido a la naturaleza de las acciones de conmutación y control que ocurren durante el periodo de observación. Las herramientas especializadas para el estudio de fenómenos oscilatorios en sistemas de potencia pueden clasificarse en dos grupos básicos:

- Análisis Modal
- Identificación modal

El análisis modal consiste en determinar los modos característicos del modelo linealizado del sistema alrededor de un punto de operación específico. La identificación modal consiste en determinar los modos característicos del comportamiento dinámico obtenido mediante mediciones del sistema o simulaciones de algún modelo no lineal.

El análisis modal es una de las técnicas más efectivas de extracción modal de los modelos de sistemas de potencia. Sin embargo, los procesos oscilatorios pueden exhibir comportamiento no lineal, de manera que los modelos lineales son insuficientes para identificar características variantes en el tiempo, las cuales se asocian a esas acciones de conmutación y control.

En el análisis convencional de la dinámica del sistema de potencia se han utilizado técnicas basadas en la representación en el espacio de estados. También se han empleado herramientas basadas en el análisis de Fourier para efectuar estudios de la dinámica del sistema de potencia. El inconveniente de estas técnicas es que suponen linealidad y que los datos son puramente periódicos y estacionarios en el tiempo, por lo que su aplicación en problemas reales es limitada. Además, las componentes armónicas en el espectro de Fourier son uniformes globalmente, así, para simular datos no estacionarios es indispensable utilizar muchas armónicas adicionales.

Hace poco más de una década [1] la Transformada Hilbert-Huang (HHT) hizo su aparición dentro de las técnicas de análisis de datos provenientes de procesos no lineales y no estacionarios; la HHT no tiene los inconvenientes de las técnicas basadas en el análisis de Fourier. La parte esencial de la Transformada Hilbert-Huang es la descomposición modal empírica (EMD), que separa una señal en una serie de componentes moduladas en amplitud y frecuencia mejor conocidas como funciones modales intrínsecas (IMF's). Entonces puede construirse una representación en el dominio del tiempo-

frecuencia conocido como espectro de Hilbert. Mediante el espectro de Hilbert es posible identificar las componentes de frecuencia presentes en una señal y visualizar su variación en el tiempo.

Es importante comprender el origen y las consecuencias del comportamiento no lineal en sistemas de potencia para diseñar la manera de controlarlo y mitigar sus efectos, de manera que la HHT es una alternativa dentro de los métodos de identificación modal. Para demostrar el potencial de la HHT en el análisis del comportamiento no lineal se seleccionó el fenómeno de Resonancia Subsíncrona (SSR). El fenómeno de RSS es un problema de interés en Sistemas Eléctricos de Potencia porque ocasiona oscilaciones torsionales severas en el eje del turbogenerador. El fenómeno de SSR ocurre cuando una frecuencia natural de un sistema de transmisión compensado en serie coincide con el complemento de uno de los modos torsionales del eje. Ante tales circunstancias, el eje oscila a una frecuencia correspondiente a la frecuencia del modo torsional y a menos que se tome alguna acción correctiva, las oscilaciones torsionales pueden ir en aumento ocasionando daños en el eje en pocos segundos.

El método convencional de identificación modal en la SSR es el análisis de Prony (AP). El análisis de Prony es un método de procesamiento de señales basado en el análisis de Fourier; con esta técnica es posible determinar la magnitud, amortiguamiento, frecuencia y fase de una señal. La descripción del AP queda fuera del alcance de la presente tesis, sólo se utiliza para validar los resultados de la HHT en el estudio del modelo de prueba del IEEE para estudios de SSR.

1.2 Antecedentes

En el estudio de la dinámica del sistema de potencia, dentro de las técnicas basadas en el análisis de Fourier, la herramienta más utilizada ha sido el análisis con wavelets; sus principales aplicaciones se encuentran en calidad de la energía, transitorios electromagnéticos, localización de fallas, protección con relevadores, entre otros.

En contraste, las aplicaciones de la Transformada Hilbert-Huang son múltiples; en la Tabla 1.1 se clasifican los distintos campos de aplicación de acuerdo a la referencia [2].

En la referencia [3] se efectúan los primeros análisis para caracterizar los fenómenos dinámicos que se presentan cuando un sistema de potencia está sujeto a una perturbación. Los autores utilizan el análisis espectral de Hilbert para visualizar y caracterizar oscilaciones no lineales, las cuales se obtuvieron a través de mediciones sincronizadas de área amplia. En el artículo, el ejemplo analizado es un evento real que ocurrió al norte del Sistema Eléctrico de México.

Los autores suponen que las mediciones registradas no son lineales ni estacionarias. En un principio, los estudios convencionales se enfocan en identificar las causas de inestabilidad y en analizar los cambios espaciales y temporales de los datos medidos, considerando mediciones fasoriales

sincronizadas seleccionadas. Las herramientas de análisis no lineal basadas en el análisis de Hilbert se utilizan para identificar características no lineales del comportamiento dinámico del sistema, necesarios en la detección y caracterización de oscilaciones resultantes de disturbios del sistema. Este método facilita el análisis del fenómeno dinámico en cualquier intervalo de tiempo y permite la caracterización de propiedades locales como la frecuencia instantánea y el amortiguamiento. Los autores de la referencia [3] concluyeron que la Transformada Hilbert-Huang es efectiva para detectar transitorios oscilatorios y repentinos.

Tabla 1.1 Campos de Aplicación de la Transformada Hilbert-Huang

Medicina	Acústica, ruido y vibraciones	Medio ambiente	Industria	Ingeniería civil	Mecánica de fluidos	Finanzas
◦ Sensores ◦ Dispositivos/instrumentos ◦ Imágenes ◦ Análisis de tejidos ◦ Enfermedades del corazón, epilepsia, etc.	◦ Ruido en carreteras ◦ Diseño de submarinos ◦ Análisis de vibraciones en máquinas ◦ Análisis y reconocimiento de voz	◦ Oceanografía ◦ Electromagnetismo submarino ◦ Ingeniería de terremotos ◦ Geofísica ◦ Topografía ◦ Cambio climático	◦ Monitoreo de máquinas y predicción de fallas ◦ Análisis de circuitos eléctricos ◦ Transferencia de calor ◦ Pruebas no destructivas	◦ Monitoreo y detección de daños en estructuras y edificios ◦ Ingeniería de puentes y carreteras ◦ Análisis y simulación de colapsos	◦ Simulación numérica de flujos de fluidos ◦ Análisis de flujo turbulento ◦ Análisis de flujos no estacionarios, emisión de vórtices, y estelas	◦ Análisis de datos económicos ◦ Análisis de datos y tendencias del mercado ◦ Análisis de series de tiempo financieras no estacionarias

En las referencias [4], [5] los autores proponen el uso de la transformada Hilbert-Huang para resolver el problema de las descargas parciales.

En los transformadores de potencia en operación, las descargas parciales (PD) son un problema común y es un factor que podría dañarlos. La herramienta matemática convencional para el estudio de PD es la Transformada de Fourier. Ésta es aplicable a señales infinitas y periódicas, ya que se basa en la suposición de que cualquier señal puede descomponerse en una serie de senos y cosenos. Sin embargo, cuando la Transformada de Fourier se aplica en señales irregulares, tal como una señal perteneciente a una descarga parcial, existe una limitación seria: los espectros de energía son invariantes respecto al paso del tiempo. En consecuencia, los espectros de energía son insuficientes para detectar el instante en que ocurre el fenómeno transitorio.

Por ejemplo, en la referencia [5] se utiliza la Transformada Hilbert-Huang para detectar descargas parciales en los motores. Los métodos convencionales de detección son la capacitancia acoplada y el método eléctrico. Para poder distinguir entre la señal perteneciente a la descarga parcial y el ruido, la frecuencia de muestreo de estos métodos debe ser más alta que la respuesta en frecuencia de la salida del sensor. Lo cual implica que el hardware requerido es muy caro para utilizarlo en motores de bajo voltaje. Hasta hace poco apareció un método de emisión acústica (AE) para la detección de

descargas parciales a bajo costo en transformadores. En esta referencia los métodos utilizados para recolectar los datos de descarga parcial fueron la emisión acústica y el eléctrico.

Varios sistemas han empleado redes neuronales con el fin de reconocer señales distintas de descargas parciales. Los autores de la referencia [5] se enfocaron en las variaciones de frecuencia y amplitud respecto al tiempo de las descargas parciales, por lo tanto, para efectuar este análisis aplicaron la Transformada de Fourier y la Transformada Hilbert-Huang. La Transformada de Fourier comúnmente se utiliza en el análisis de descargas parciales proporcionando información detallada de la respuesta en frecuencia. Sin embargo, cuando se aplica en señales irregulares, como las descargas parciales, los espectros de energía son invariantes respecto al paso del tiempo. De esta manera, Fourier es insuficiente para detectar el instante en que sucede una descarga parcial; por este motivo los autores propusieron analizar las descargas parciales en motores de bajo voltaje con la Transformada Hilbert-Huang.

La referencia [6] presenta el estudio de un motor síncrono de imán permanente trabajando bajo desmagnetización. La simulación se efectúa a través de análisis bidimensional del elemento finito. La falla de desmagnetización se analiza descomponiendo las corrientes del estator obtenidas a velocidades distintas. La herramienta de procesamiento es la Transformada Hilbert-Huang.

Las máquinas síncronas de imán permanente (PMSM) son atractivas en una amplia variedad de aplicaciones debido a su alta densidad de potencia, un rango amplio de velocidad a potencia constante y gran eficiencia. La Transformada de Fourier ha sido aplicada en la corriente del estator para detectar fallas de desmagnetización analizando armónicas específicas. Sin embargo, no puede aplicarse a señales no estacionarias. Además, el análisis de Fourier es incapaz de distinguir armónicas ocasionadas por desmagnetización de otras ocasionadas por excentricidad.

De aquí se observa que la aplicación de la Transformada Hilbert-Huang en el análisis de fenómenos no lineales y no estacionarios en sistemas de potencia tiene potencial; en cuanto a los demás métodos de análisis tiempo-frecuencia utilizados para la extracción de características en señales no estacionarias, su efectividad depende del conocimiento de sus respectivas limitaciones.

1.3 Objetivos de la Tesis

1.3.1 Objetivo General

El objetivo general del presente trabajo de tesis es explorar los fundamentos teóricos y prácticos de la Transformada Hilbert-Huang e implementarla en series de tiempo no lineales y no estacionarias, además aplicarla en Sistemas de Potencia para la identificación de los modos torsionales en el primer modelo de prueba (*First Benchmark Model, FBM*) del IEEE, para el estudio de la resonancia subsíncrona (SSR).

1.3.2 Objetivos Particulares

Los objetivos particulares son los siguientes:

- Obtener la Transformada Hilbert-Huang en dos etapas: la primera consiste en programar el método de descomposición modal empírica (EMD) en Matlab[®] 7.0 para poder generar funciones modales intrínsecas (IMF's); la segunda etapa es elaborar un programa que calcule el espectro de Hilbert y el espectro marginal de Hilbert.
- Generar series de tiempo a través de la simulación de sistemas no lineales y no estacionarios (Ecuación de Rössler, Ecuación de Lorenz y Ecuación de Duffing). Simular en PSCAD (*Power System Computer Aided Design*) el primer modelo de prueba del IEEE para el estudio de la resonancia subsíncrona, y obtener las series de tiempo relativas a las variaciones en el par del eje del turbogenerador.
- Comparar los métodos convencionales de análisis de señales no lineales y no estacionarias (Transformada de Fourier, Transformada Corta de Fourier y *Wavelets*) con la Transformada Hilbert-Huang, aplicándolos en las series de tiempo obtenidas en el segundo objetivo 2.

1.4 Descripción de Capítulos

En el Capítulo 2 se hace una revisión de los métodos de análisis convencionales para series de tiempo no lineales y no estacionarias. Se comienza por describir las características de la Transformada de Fourier, después se abordan las características de la Transformada Corta de Fourier; en seguida se estudia la superioridad del análisis con Wavelets, en comparación con los métodos anteriores. Al final se demuestra a través de ejemplos que todos estos métodos fallan cuando es necesario efectuar el análisis en el dominio del tiempo-frecuencia; entonces se presentan los requerimientos para que este análisis tenga sentido.

En el Capítulo 3 se presenta el concepto de frecuencia instantánea; para lograr que esta frecuencia tenga sentido es necesario obtener una clase de funciones conocidas como funciones modales intrínsecas (IMF's) utilizando el proceso de *sifting*. Todo este procedimiento constituye el método de descomposición modal empírica (EMD); el resultado final es un conjunto finito de IMF's y un residuo o tendencia. Después de efectuar la descomposición, se aplica la Transformada de Hilbert a cada IMF y con esto se construye la distribución de frecuencia-tiempo conocida como espectro de Hilbert. Finalmente se describe el concepto de espectro marginal de Hilbert.

En el Capítulo 4 se muestran algunas aplicaciones de la Transformada Hilbert-Huang en series de tiempo provenientes de soluciones numéricas de ecuaciones no lineales clásicas; éstas son la Ecuación de Duffing, Ecuación de Lorenz y la Ecuación de Rössler. En todos los casos, la

descomposición modal empírica (EMD) y el análisis espectral de Hilbert proporcionan un enfoque físico nuevo respecto al análisis de Fourier y al análisis con *wavelets*.

En el Capítulo 5 se muestra una aplicación de la Transformada Hilbert-Huang en la identificación de los modos torsionales de oscilación del primer modelo de prueba del IEEE, destinado al estudio de la resonancia subsíncrona. Se presentan los resultados del análisis con la HHT efectuado en las series de tiempo relativas al par del turbogenerador; los resultados se validan con el análisis de Prony. El análisis de Prony es el método convencional para el estudio de la resonancia subsíncrona.

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones y los trabajos futuros.

Capítulo 2

Métodos de Análisis de Señales en el Dominio del Tiempo-Frecuencia

2.1 Introducción

Una señal transitoria en el dominio del tiempo y su espectro de Fourier no proporciona información suficiente en aplicaciones donde es necesario entender el cambio de frecuencia de una señal en función del tiempo. El análisis con la Transformada de Fourier se limita a señales estacionarias, es decir, señales que tienen el mismo contenido de frecuencia en cualquier instante. En cambio, las señales no estacionarias requieren métodos de procesamiento de señales que puedan mostrar de manera cuantitativa cambios en el contenido de frecuencia en función del tiempo.

El análisis de señales en el dominio tiempo-frecuencia proporciona herramientas para analizar señales no estacionarias provenientes de muchos campos de la ingeniería: telecomunicaciones, análisis de vibraciones, biomedicina, etc. Existen varios métodos de análisis en tiempo-frecuencia; el método básico consiste en dividir la señal en el tiempo por partes y después analizar el contenido de frecuencia de cada una de esas partes, este método es la Transformada Corta de Fourier o Espectrograma. Otros métodos de análisis en tiempo-frecuencia incluyen el análisis con *Wavelets* y la Transformada Hilbert-Huang. En este capítulo se describen brevemente los métodos mencionados, a excepción de la Transformada Hilbert-Huang que, debido a lo extenso de sus fundamentos teóricos, se describirá en el siguiente capítulo.

2.2 Transformada Corta de Fourier (STFT)

La descripción de las propiedades de una señal se complica cuando su contenido espectral cambia en el tiempo, ya que el análisis en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia es insuficiente. El primer método desarrollado para eliminar este inconveniente fue la Transformada Corta de Fourier; consiste en efectuar un análisis en el dominio tiempo-frecuencia mediante una función “ventana”. Esta transformada analiza el contenido de frecuencias de una señal dentro de una ventana de tamaño fijo que se mueve con el tiempo, hasta cubrir por completo esa señal, como se ilustra en la Figura 2.1. Primero se divide la señal en varios segmentos y después se hace el análisis de Fourier; en cada segmento la señal se considera estacionaria. Las diferentes posiciones de la ventana cubren todo el dominio de tiempo. Así, la señal ventaneada $x_w(t)$ tiene implícitamente la posición de la ventana τ y el tiempo t . Una vez que se aplica la Transformada de Fourier a la señal ventaneada, se obtiene una representación en función del tiempo y la frecuencia $F(t, f)$. Sin embargo, con este procedimiento hay

problemas de resolución de frecuencia y tiempo: una ventana de corta duración equivale a una buena resolución de tiempo, pero provoca una resolución de frecuencia pobre y viceversa.

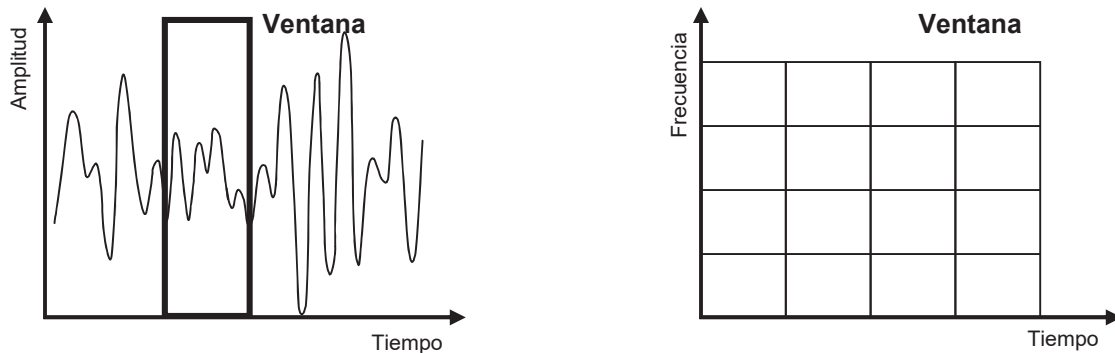


Figura 2.1 Proceso del análisis con la Transformada Corta de Fourier

Una solución para introducir la dependencia de tiempo en la Transformada de Fourier consiste en ventanear la señal x alrededor de un tiempo particular t , calcular su Transformada de Fourier y repetir el proceso para cada instante de tiempo t . La transformada resultante es la Transformada Corta de Fourier y su definición está dada por la Ecuación 2.1 [1], [7]:

$$F(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(u)h(u-t)e^{-j2\pi fu} du \quad (2.1)$$

Donde $h(t)$ es una ventana centrada en el tiempo $t = 0$. La Transformada de Fourier de esta señal ventaneada proporciona un espectro local de la señal x alrededor de t . La magnitud de la Transformada Corta de Fourier se denomina **espectrograma** [8]; el espectrograma puede construirse en una gráfica bidimensional donde el eje horizontal es el tiempo, la frecuencia corresponde al eje vertical y la amplitud se representa en escala de colores.

En el siguiente ejemplo se analiza una señal $s_1(t)$ a través de la Transformada de Fourier; la señal $s_1(t)$ es una senoide que en la primera mitad del intervalo de tiempo tiene una frecuencia $f_1 = 15$ Hz y en la segunda mitad cambia a $f_2 = 4$ Hz. El análisis de Fourier proporciona información de todo el espectro de la señal. El espectro de frecuencia de la señal se utiliza para determinar que están presentes dos frecuencias, pero no puede identificar si esas dos frecuencias se traslapan en el tiempo o no. La Transformada de Fourier representa la señal en el dominio de la frecuencia pero no tiene ninguna relación con el dominio del tiempo (ver Figura 2.3).

A partir del espectrograma de la Figura 2.4 puede determinarse que la señal tiene dos armónicas, también que cada una de estas componentes tienen un tiempo finito de duración; además se observa un traslape en el tiempo entre las componentes. La presencia de este traslape se debe al tamaño de

la ventana $h(t)$. Un ejemplo sencillo podría demostrar la influencia del tamaño de la ventana sobre la resolución tiempo-frecuencia de la Transformada Corta de Fourier.

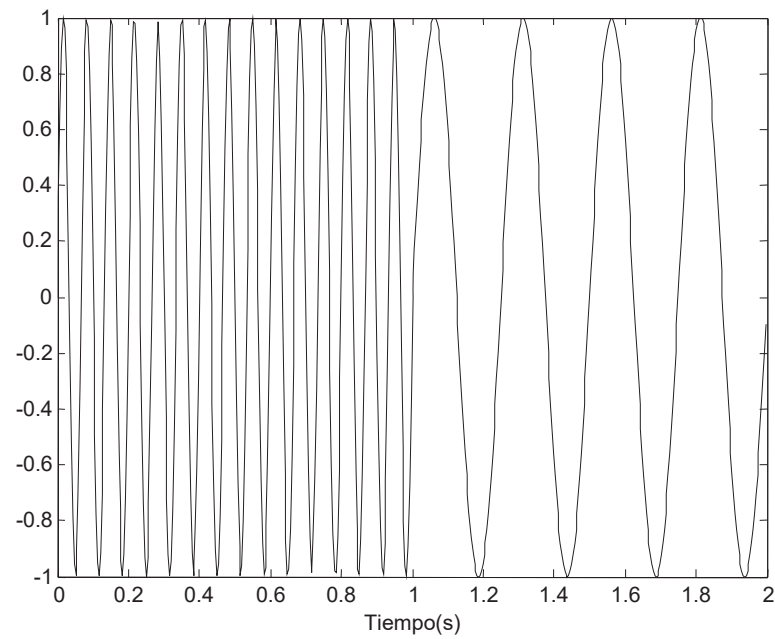


Figura 2.2 Representación en el tiempo de la señal $s_1(t)$

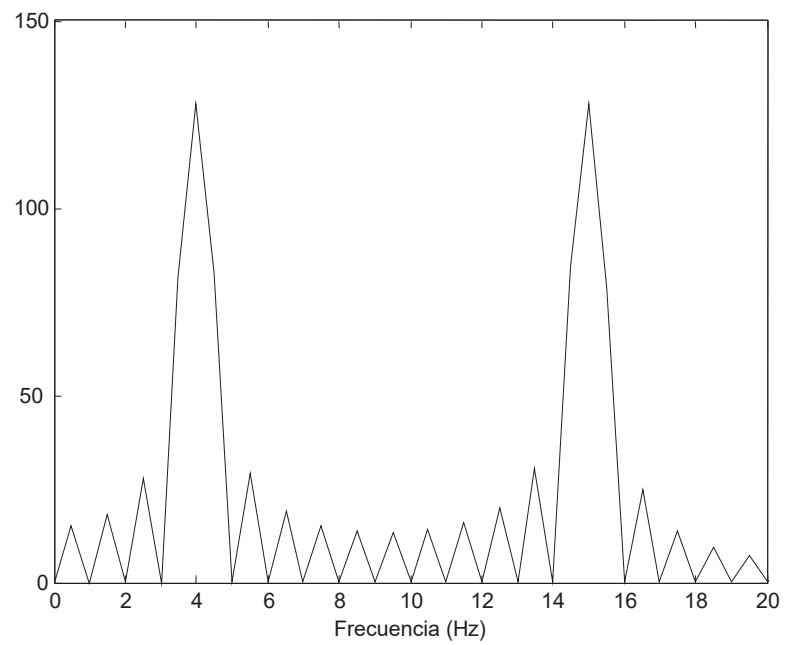


Figura 2.3 Espectro de Fourier de la señal $s_1(t)$

Consideremos la señal $s_2(t)$ de la Figura 2.5 a) formada por la suma de dos senoides con frecuencias $f_1 = 500$ Hz y $f_2 = 1500$ Hz y dos impulsos en $t_1 = 125$ ms y $t_2 = 130$ ms, utilizando un ancho de ventana de $T = 2.5$ ms ($1/T = 400$ Hz). El espectro de Fourier correspondiente a esta señal se observa en la Figura 2.5 b).

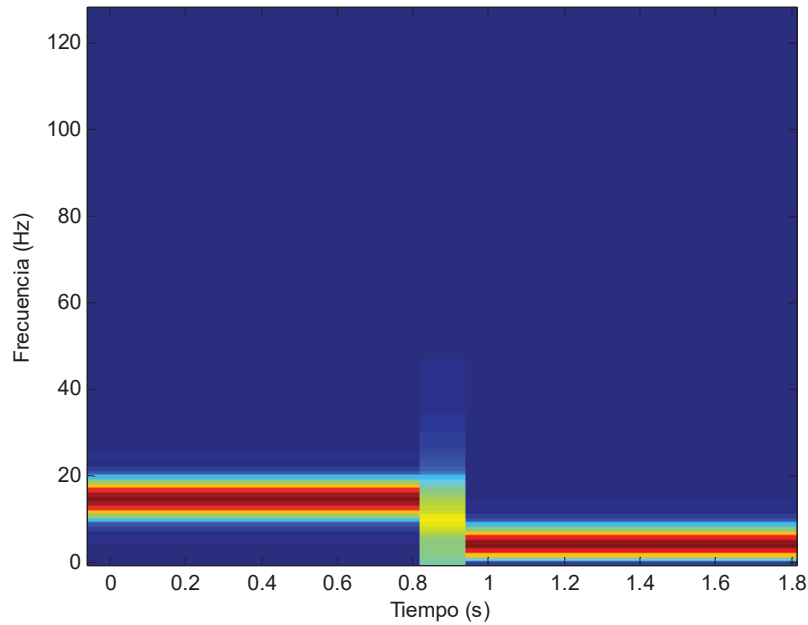
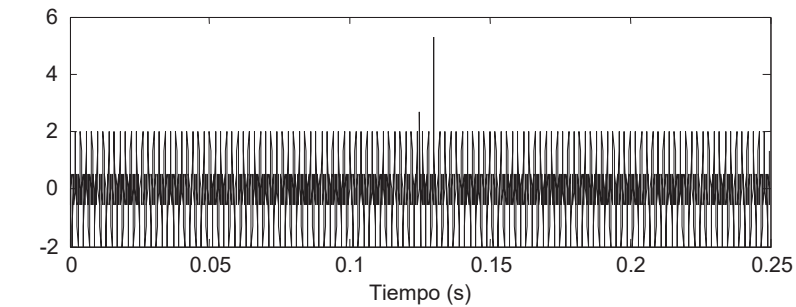
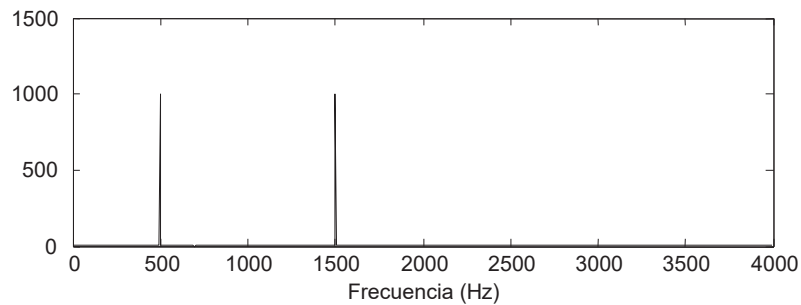


Figura 2.4 Transformada Corta de Fourier o Espectrograma de la señal $s_1(t)$



a)



b)

Figura 2.5 Análisis de la señal $s_2(t)$ con la Transformada de Fourier. a) Señal en el dominio del tiempo; b) Espectro de Fourier de la señal $s_2(t)$

La resolución en frecuencia es de 400 Hz y la resolución de tiempo es de $T = 2.5$ ms. Tal como lo muestra la Figura 2.6, con este ancho de ventana es posible identificar las frecuencias de las senoides y el par de impulsos. Cambiando las frecuencias de las senoides, a valores más próximos, es decir, en $f_1 = 500$ Hz y $f_2 = 1000$ Hz, en el espectrograma de la Figura 2.7 no pueden distinguirse las frecuencias, pero los impulsos aún son visibles. Si el tamaño de ventana se modifica a $T = 8$ ms, podemos identificar las frecuencias pero los impulsos no se distinguen (ver Figura 2.8).

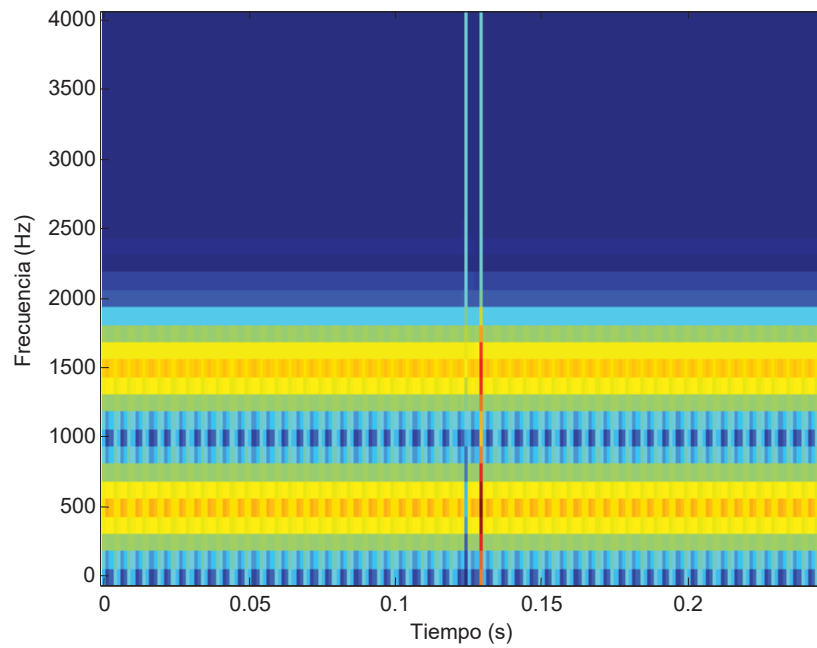


Figura 2.6 Espectrograma de la señal $s_2(t)$ con una ventana de tiempo $T = 2.5$ ms

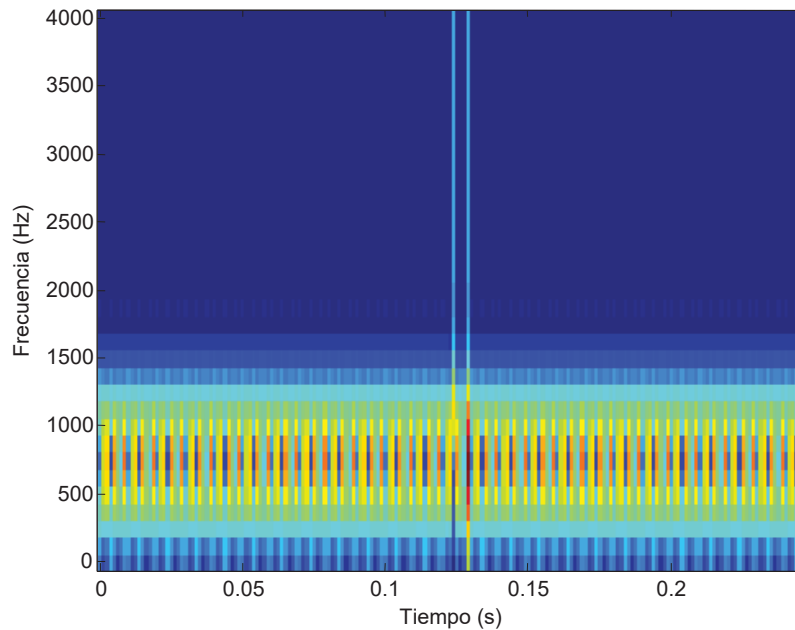


Figura 2.7 Espectrograma de la señal $s_2(t)$ a 500 Hz y 1000 Hz

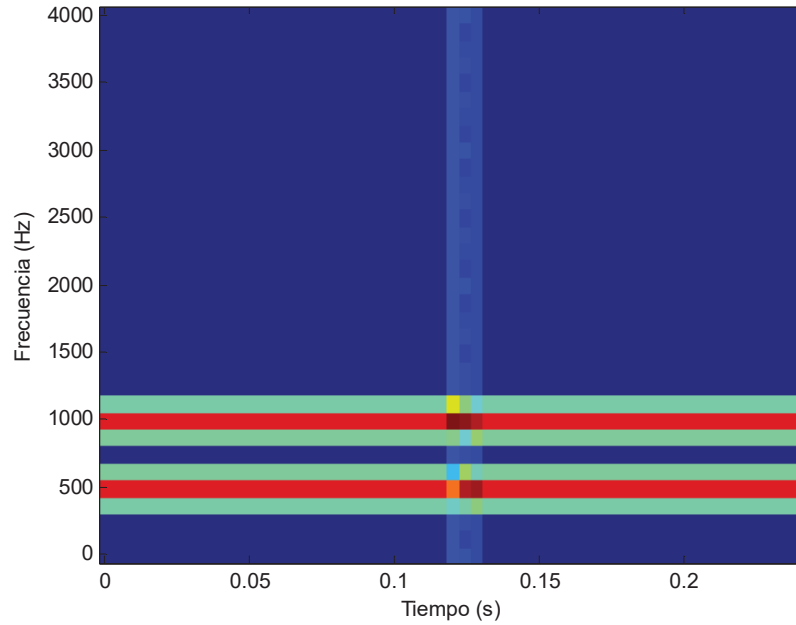


Figura 2.8 Espectrograma de la señal $s_2(t)$ utilizando una ventana de $T = 8 \text{ ms}$

2.3 Análisis de Señales con *Wavelets*

El análisis con *wavelets* es un método que utiliza una ventana con regiones de tamaño variable. La descomposición en *wavelets* introduce el concepto de escala en vez de frecuencia y analiza una señal en un plano de tiempo-escala como se muestra en la Figura 2.9. Esto es equivalente al plano tiempo-frecuencia utilizado por la Transformada Corta de Fourier. Cada escala en el plano tiempo-escala corresponde a un rango de frecuencias en el plano tiempo-frecuencia.

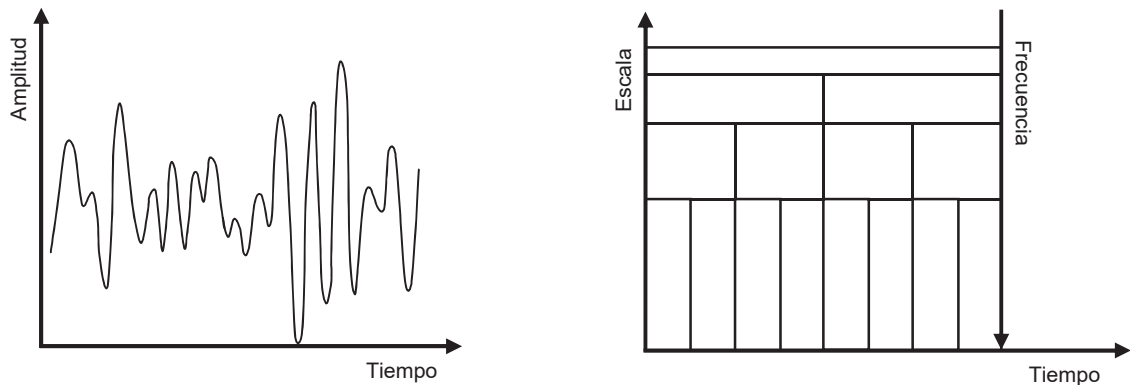


Figura 2.9 Procedimiento del análisis de señales mediante *wavelets*

El término *wavelet* significa onda pequeña [7]. Un *wavelet* es una onda de duración limitada. Los *wavelets* son ondas localizadas que se extienden en un intervalo de tiempo finito, en comparación a una onda seno que se extiende de menos infinito a más infinito, como se muestra en la Figura 2.10.

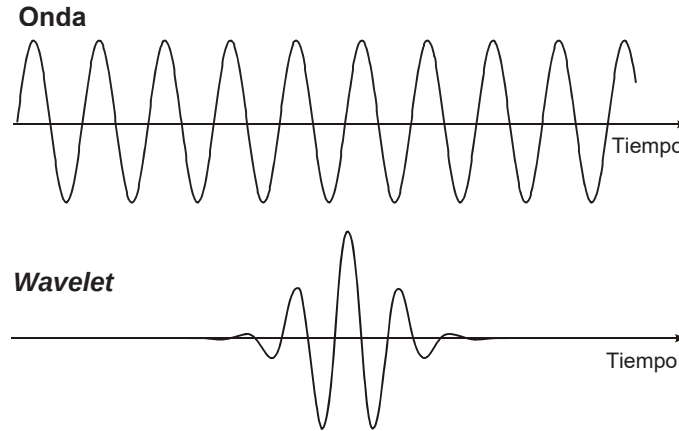


Figura 2.10 Diferencia entre una onda y un *wavelet*

Las diferencias al utilizar el análisis de Fourier ahora son claras. El análisis con *wavelets* es la descomposición de una señal en versiones escaladas y desplazadas del *wavelet* original, mientras que el análisis de Fourier es la descomposición de una señal en ondas seno de distintas frecuencias.

Matemáticamente, la transformada *wavelet* continua de una función $f(t)$ es la integral de $f(t)$ con una familia de funciones *wavelet* $\psi_{a,b}(t)$ [1], [7]:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.2)$$

O de manera similar, la Transformada *Wavelet* Continua (CWT) es la suma de la señal multiplicada por las versiones escaladas y desplazadas de la función *wavelet* ψ :

$$CWT(\text{escala}, \text{posición}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) * \psi(\text{escala}, \text{posición}, t) dt \quad (2.3)$$

En donde la función $\psi(t)$ es el *wavelet* madre y la familia de funciones $\psi_{a,b}(t)$ son las *wavelets* hijas. Las *wavelets* hijas se obtienen escalando y desplazando a la *wavelet* madre, tal como se observa en la Figura 2.11. El factor de escala a representa el escalamiento de la función $\psi(t)$, y el factor de desplazamiento b representa la traslación temporal de la función. Si $|a| < 1$, el *wavelet* es la versión comprimida (soporte menor en el dominio del tiempo) del *wavelet* madre y corresponde a frecuencias más altas. Cuando $|a| > 1$, $\psi_{a,b}(t)$ tiene un ancho de tiempo más grande que ψ y corresponde a frecuencias más bajas.

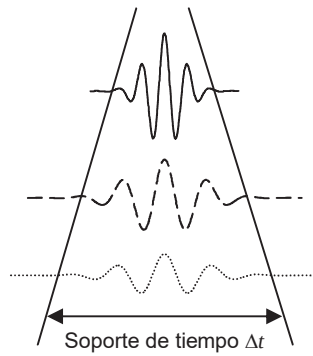


Figura 2.11 Propiedad de escalamiento de los *wavelets*

La constante de normalización se elige de tal manera que la norma de cada función $\psi_{a,b}(t)$ es constante. Los resultados de la CWT son muchos coeficientes *wavelets* C , los cuales están en función de la escala y la posición. A continuación se resume el proceso para crear la transformada *wavelet* continua de una señal:

1. El primer paso consiste en elegir un *wavelet* y compararlo con la sección inicial de la señal original.
2. Calcular el coeficiente C , el cual representa la correlación del *wavelet* con esa sección de la señal.
Entre más grande sea el valor de C la similitud es mayor.
3. Desplazar el *wavelet* a la derecha y repetir los pasos 1 y 2 hasta cubrir la señal por completo.
4. Escalar (estirar) el *wavelet* y repetir los pasos 1 a 3.
5. Repita los pasos 1 a 4 para todas las escalas.

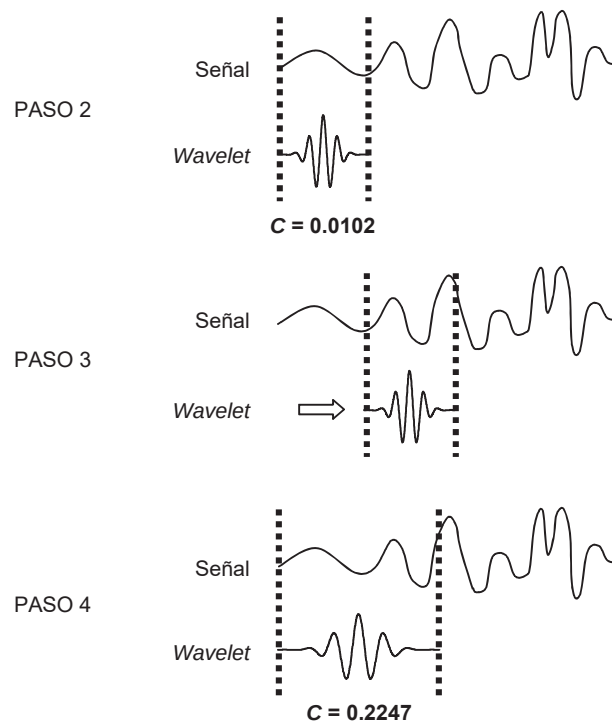


Figura 2.12 Proceso para obtener la Transformada *Wavelet* de una señal

Cuando todo el proceso haya concluido, se tendrán muchos coeficientes a diferentes escalas en diferentes secciones de la señal. Para que estos coeficientes tengan sentido es necesario elaborar una gráfica, donde el eje x representa la posición a lo largo de la señal (tiempo), el eje y representa la escala y el color en cada par x,y representa la magnitud del coeficiente C . El resultado es una representación en tiempo-escala o **escalograma** [8], en contraste con la Transformada Corta de Fourier, en donde se obtiene una representación en tiempo-frecuencia. Sin embargo, cada escala en el plano tiempo-escala corresponde a un rango de frecuencias en el plano tiempo-frecuencia.

Para obtener la representación en tiempo-frecuencia en lugar de la representación tiempo-escala, se necesita calcular la frecuencia central F_c del *wavelet* y después utilizar la expresión

$$F_a = \frac{F_c}{a\Delta} \quad (2.4)$$

Donde a es la escala, F_a es la pseudofrecuencia y Δ es el periodo de muestreo. El propósito es capturar la oscilación principal del *wavelet* y asociar una señal periódica de frecuencia F_c . Esta frecuencia corresponde al valor máximo de la transformada rápida de Fourier del *wavelet*, es decir, la frecuencia dominante. Por lo que si F_c es la frecuencia del *wavelet*, cuando el *wavelet* se escala en un factor a , esta frecuencia central es igual a F_c/a . Si Δ es el periodo de muestreo se obtiene la relación entre la escala y la frecuencia de la Ecuación 2.4. Los valores altos de las escalas corresponden a frecuencias bajas y valores bajos de escalas corresponden a frecuencias altas.

En el siguiente ejemplo se analiza la señal $s_3(t)$ con *wavelets* que consiste en un coseno a una frecuencia de 500 Hz, en el tiempo $t = 0.125$ s aparece un impulso; la respuesta en el tiempo se grafica en la Figura 2.13 a); el espectro de Fourier de la señal $s_3(t)$ se observa en la Figura 2.13 b). El espectro de Fourier sólo identifica la frecuencia de la señal, pero no proporciona ninguna información en el dominio del tiempo y tampoco detecta la presencia del impulso.

Para obtener una mejor interpretación del contenido de frecuencias de la señal, en la Figura 2.14 se muestra el escalograma; es evidente la presencia del impulso y su efecto en las frecuencias altas, pero si sólo se observan las escalas altas resulta complicado determinar el momento en que ocurre el impulso. Por lo cual, cuando ocurre algún evento de baja frecuencia, es necesario buscar sus efectos en las escalas correspondientes a frecuencias altas y viceversa. Al obtener la relación escala-frecuencia se logra el análisis con *wavelets* de la Figura 2.15; se observa la presencia de la frecuencia de 500 Hz en todo el intervalo de tiempo, pero en el eje de frecuencia es poco clara, ya que se encuentra en un rango amplio alrededor de ese valor. Sin embargo, el instante en que ocurre el impulso queda identificado de manera exacta.

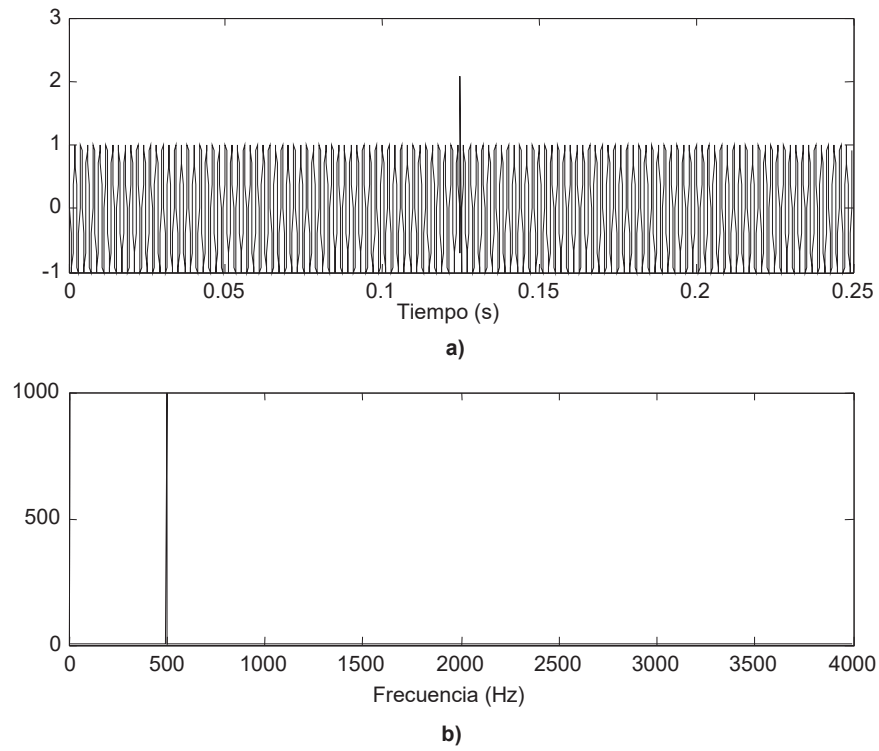


Figura 2.13 Análisis de la señal $s_3(t) = \cos(2\pi ft) + \delta(t = 0.125)$ con la Transformada de Fourier. a) Señal en el dominio del tiempo; b) Espectro de Fourier de la señal $s_3(t)$

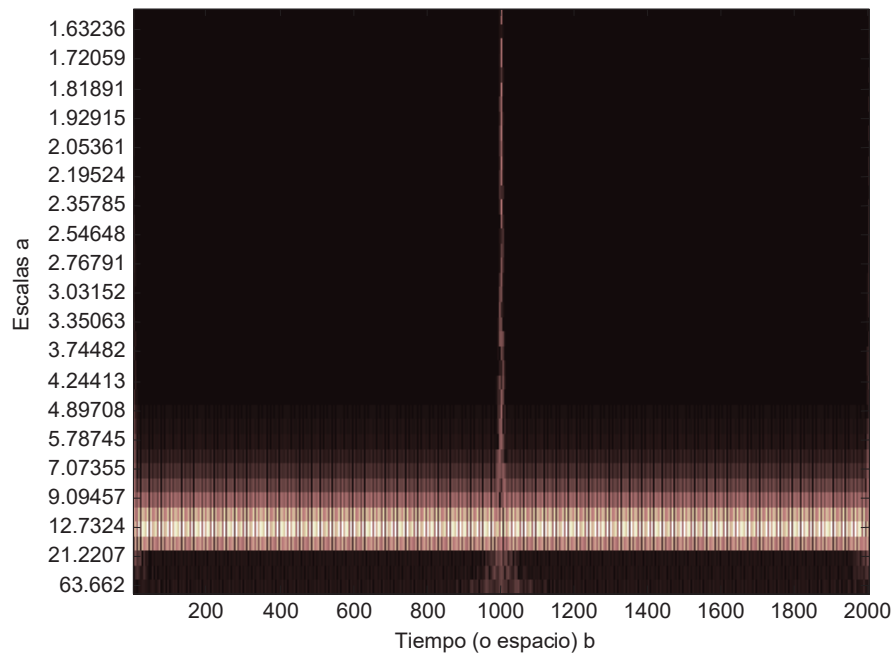


Figura 2.14 Escalograma de la señal $s_3(t)$

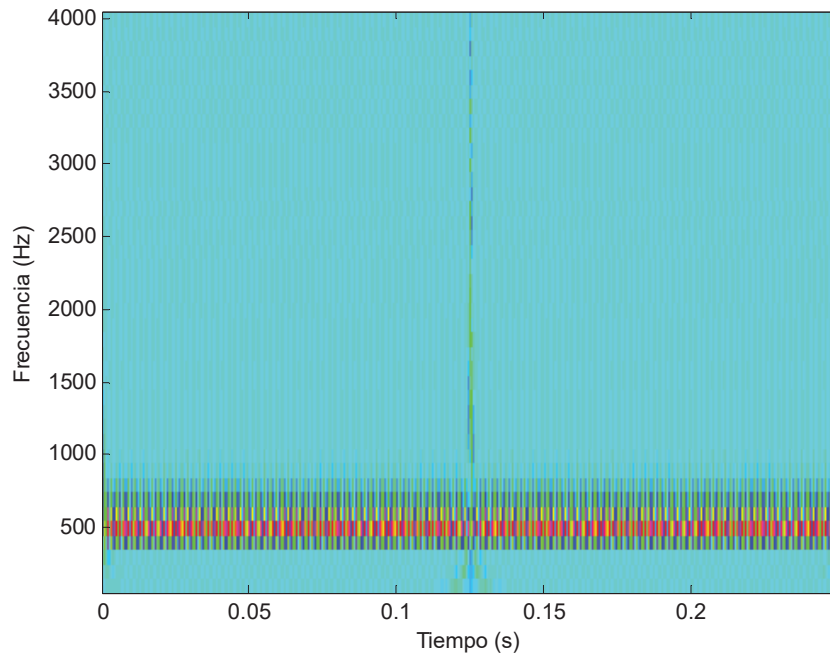


Figura 2.15 Representación en tiempo-frecuencia de la señal $s_3(t)$

2.4 Conclusiones

En este Capítulo se hizo una revisión de los métodos más comunes para efectuar el análisis en tiempo-frecuencia de series de tiempo no lineales y no estacionarias. La descripción de cada método se hizo por medio de ejemplos físicos en vez de utilizar ejemplos matemáticos, con la finalidad de mostrar sus diferencias de manera más clara. La Transformada Corta de Fourier tiene algunas limitaciones para describir exactamente series de tiempo no estacionarias y no lineales. Aunque es fácil de implementar, su resolución deficiente en tiempo-frecuencia, su dependencia con la Transformada de Fourier y la suposición de que es estacionaria en intervalos, hacen difícil su uso. Actualmente, el análisis con wavelets es el método más utilizado para estudiar señales no lineales y no estacionarias en el dominio tiempo-frecuencia. Su éxito radica en que las funciones base pueden escalarse y desplazarse, sin embargo, el principal inconveniente del análisis con wavelets es su naturaleza no adaptiva: una vez que se ha seleccionado el wavelet madre, éste se utiliza para analizar todos los datos y ya no puede cambiarse. Para eliminar todos estos inconvenientes, Huang [1] introdujo un método adaptivo nuevo para analizar datos no estacionarios y no lineales, el cual se describe a detalle en el siguiente Capítulo.

Capítulo 3

Descomposición Modal Empírica y el Espectro de Hilbert

3.1 Introducción

En este Capítulo se describe un método para analizar datos no estacionarios y no lineales. La parte modular del método es la descomposición modal empírica (EMD), con la cual es posible descomponer cualquier conjunto de datos en un número pequeño y finito de funciones modales intrínsecas (IMF's) que admiten Transformadas de Hilbert. Este método de descomposición es adaptivo y, por lo tanto, es muy eficiente. Debido a que la descomposición se basa en la escala de tiempo característica local de los datos, también es aplicable a procesos no lineales y no estacionarios. A través de la Transformada de Hilbert, las funciones modales intrínsecas producen frecuencias instantáneas en función del tiempo. La representación final de los resultados es una distribución de energía-frecuencia-tiempo, conocido como espectro de Hilbert. En este método, las principales innovaciones conceptuales son la introducción de funciones modales intrínsecas basadas en las propiedades locales de la señal, con lo cual la frecuencia instantánea se vuelve valiosa; y la introducción de las frecuencias instantáneas en conjuntos de datos complejos, las cuales eliminan la necesidad de utilizar armónicas espurias para representar señales no lineales y no estacionarias.

3.2 La Transformada de Hilbert y la Señal Analítica

La Transformada de Hilbert $H[X(t)]$ de una función real $X(t)$ que va de $-\infty$ a $+\infty$ es una función real definida por

$$H[X(t)] = Y(t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(u)}{\pi(t-u)} du + \int_{0-\epsilon}^{\infty} \frac{X(u)}{\pi(t-u)} du \right] \quad (3.1)$$

debido a que $\int_{-\infty}^{\infty} [X(t)]^2 dt < \infty$, la Ecuación (3.1) puede reescribirse de la siguiente manera

$$H[X(t)] = Y(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(u)}{t-u} du \quad (3.2)$$

Donde P indica el valor principal de Cauchy [1]. La Ecuación (3.2) define la Transformada de Hilbert como la convolución de $X(t)$ con $1/t$; por consiguiente, se centra en las propiedades locales de $X(t)$. Físicamente, la Transformada de Hilbert puede considerarse un defasador, que consiste en pasar $X(t)$

a través de un filtro que deja la magnitud igual, pero cambia la fase de todas las componentes de frecuencia por un factor de $\pi/2$ [7]. Con esta definición, $Y(t)$ forma el conjugado complejo de $X(t)$ y la señal analítica $Z(t)$ se define por la Ecuación (3.3):

$$Z(t) = X(t) + iY(t) \quad (3.3)$$

La ventaja de esta representación es la posibilidad de poder determinar variables variantes en el tiempo. Estos parámetros son la amplitud instantánea y la fase instantánea, expresados por las Ecuaciones (3.4) y (3.5), respectivamente.

$$a(t) = \sqrt{X^2(t) + Y^2(t)} \quad (3.4)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \frac{Y(t)}{X(t)} \quad (3.5)$$

De esta manera, la Ecuación (3.3) también se escribe como

$$Z(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (3.6)$$

Esta ecuación es la forma polar de la Ecuación (3.3) y representa el ajuste local de una función trigonométrica $X(t)$ que varía en amplitud y fase. Hay varias maneras de definir la parte imaginaria, pero la Transformada de Hilbert proporciona una manera única de definir la parte imaginaria por lo que el resultado es una función analítica. En el dominio de la frecuencia, la señal analítica tiene una interpretación sencilla; debido a que la Transformada de Fourier de la señal analítica es una Transformada de Fourier de banda lateral, los valores negativos de frecuencia se eliminan, los valores positivos se duplican y la componente de CD no cambia:

$$\begin{aligned} \nu < 0 &\rightarrow Z(\nu) = 0 \\ \nu = 0 &\rightarrow Z(\nu) = X(0) \\ \nu > 0 &\rightarrow Z(\nu) = 2X(\nu) \end{aligned} \quad (3.7)$$

En donde $X(\nu)$ es la Transformada de Fourier de $X(t)$ y $Z(\nu)$ es la Transformada de Fourier de $Z(t)$. La señal analítica se obtiene de la señal real forzando a cero su espectro cuando las frecuencias son negativas, lo cual no altera la información contenida en la señal, ya que $X(-\nu) = X^*(\nu)$.

3.3 Frecuencia Instantánea

La frecuencia instantánea representa la rapidez de cambio de la fase. De acuerdo a la Ecuación (3.7), la frecuencia se define en cada punto, de manera que su valor cambia de punto a punto. Cualquier variación de frecuencia se designa como modulación de frecuencia; hay dos tipos de modulaciones de frecuencia: las modulaciones *interwave* y las modulaciones *inrawave*. En el primer tipo la frecuencia

de la oscilación cambia gradualmente con las ondas. El segundo tipo es un fenómeno común: si la frecuencia cambia de vez en cuando dentro de una onda, su perfil ya no corresponde a una función seno o coseno. Por lo tanto, cualquier deformación en el perfil de la onda de una forma senoidal implica modulación de frecuencia *intrawave*.

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \text{ y } f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3.7)$$

La noción de frecuencia instantánea supone que, en cada instante de tiempo, existe una sola componente de frecuencia. Si esta suposición no se cumple, como sucede en el caso de señales constituidas por múltiples frecuencias, la frecuencia instantánea no tendrá significado. Para que una frecuencia instantánea tenga sentido, tienen que establecerse restricciones en los datos: la frecuencia de la señal tiene que ser positiva. En el siguiente ejemplo se ilustran estas restricciones:

$$x(t) = \sin t \quad (3.8)$$

Su transformada de Hilbert es $\cos t$. La gráfica de fase de x - y es un círculo de radio unitario como el de la Figura 3.1 a). La fase es una línea recta como se muestra en la Figura 3.1 b) y la frecuencia instantánea es una constante (Figura 3.1 c)). Si el centro del círculo se desplaza por un factor α

$$x(t) = \alpha + \sin t \quad (3.9)$$

La gráfica de fase de x - y es un círculo independientemente del valor que tenga α , pero este valor desplazará el centro del círculo como se ilustra en la Figura 3.1a. Si $\alpha < 1$, el centro permanece dentro del círculo. Bajo esta condición, la función ha violado una restricción porque su espectro de Fourier tiene un término de CD; sin embargo, la frecuencia media de cruce por cero es la misma que para $\alpha = 0$, pero la función de fase y la frecuencia instantánea serán muy diferentes como lo muestran las Figuras 3.1 b) y 3.1 c). Si $\alpha > 1$, el centro cae afuera del círculo, así la función ya no satisface las condiciones necesarias. En las Figuras 3.1 b) y 3.1 c), se muestra que la fase y la frecuencia instantánea tienen valores negativos carentes de sentido. Estos ejemplos ilustran que para una señal sencilla, como una función seno, la frecuencia instantánea sólo puede definirse si la función es simétrica respecto a cero.

Para datos generales, las ondas con máximos debajo de cero y mínimos arriba de cero (*riding waves*) corresponden al caso de $\alpha > 1$; y cualquier onda asimétrica corresponderá al caso de $\alpha < 1$, pero ninguna de ellas corresponderá al caso de $\alpha = 0$. Este ejemplo sugiere establecer cierto tipo de funciones cuya frecuencia instantánea pueda definirse en cualquier parte. Huang (1998) propuso un método para descomponer cualquier señal en un conjunto de componentes; este método elimina *riding waves* y asimetrías y se conoce como Descomposición Modal Empírica (EMD).

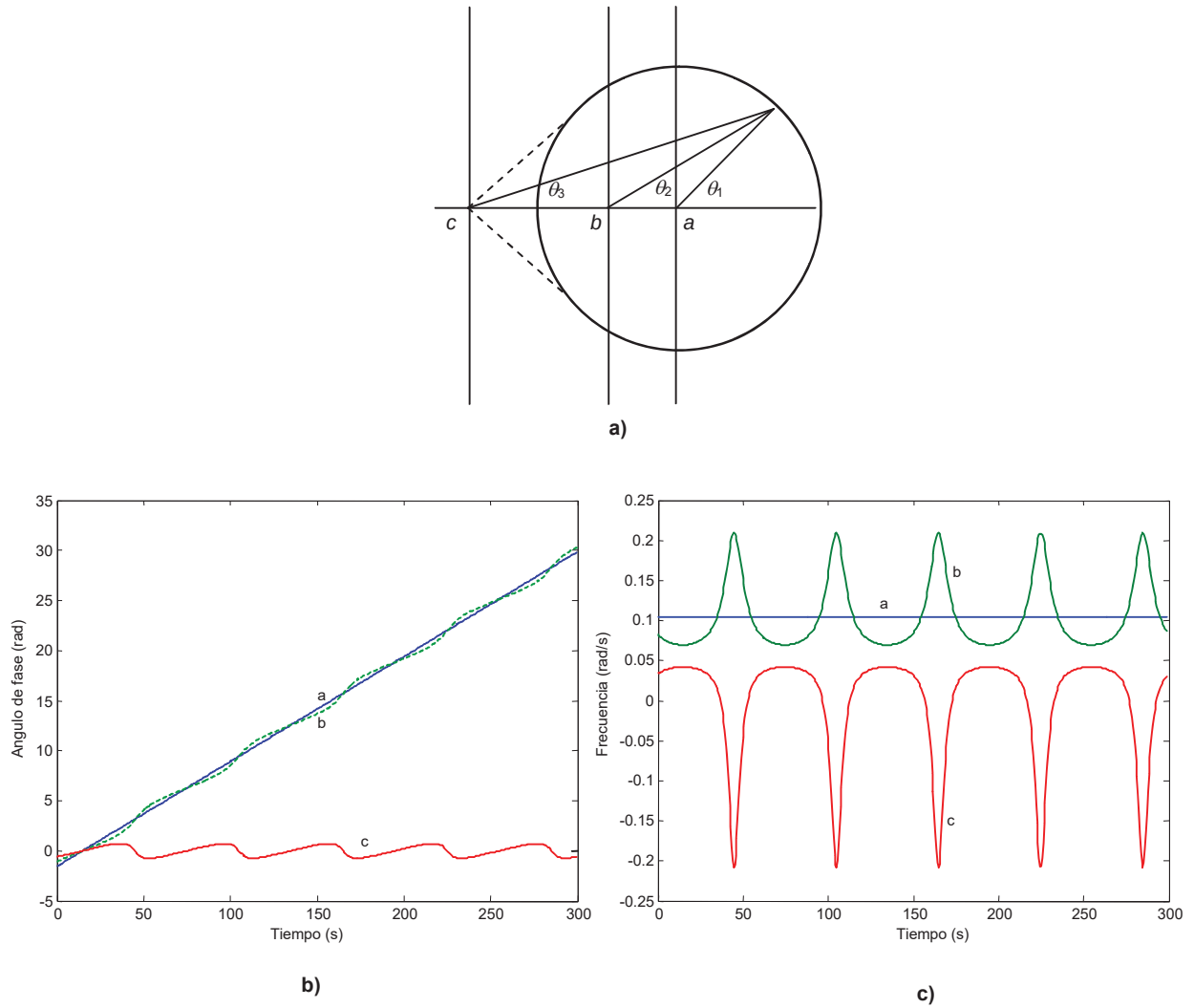


Figura 3.1 Interpretación física de la frecuencia instantánea. a) Plano de fase de $x(t) = \alpha + \sin t$ con a) $\alpha = 0$, b) $\alpha < 1$ y c) $\alpha > 1$; b) Ángulo de fase de $x(t)$ para varios valores de α ; c) Frecuencia instantánea obtenida de acuerdo a la Ecuación (3.7)

3.4 La Transformada Hilbert-Huang (HHT)

La Transformada Hilbert-Huang se divide en dos partes. En la primera parte, los datos se descomponen en un conjunto de funciones modales intrínsecas (IMF's). Esta descomposición es una expansión de los datos en términos de los IMF's, es decir, estos IMF's se consideran la base de esa expansión que puede ser lineal o no lineal dependiendo de los datos. Posteriormente se obtiene la Transformada de Hilbert de cada IMF para calcular las frecuencias instantáneas correspondientes. La segunda parte consiste en localizar cualquier evento en el plano tiempo-frecuencia. La frecuencia instantánea derivada de los IMF's produce una distribución de frecuencia-tiempo conocida como Espectro de Hilbert.

3.4.1 Descomposición Modal Empírica (EMD)

De acuerdo con las observaciones de la sección anterior, para que una frecuencia instantánea tenga sentido se propone un tipo de función denominada función modal intrínseca (IMF).

3.4.1.1 Funciones Modales Intrínsecas (IMF)

Un IMF es una función que satisface dos condiciones:

- 1) En todo el conjunto de datos, el número de extremos y el número de cruces por cero tiene que ser iguales o diferir al menos por uno.
- 2) En cualquier punto, el valor promedio de la envolvente superior definida por los máximos y la envolvente inferior definida por los mínimos es cero.

La primera condición garantiza que los máximos de una serie de datos siempre son positivos y los mínimos negativos. La segunda condición es necesaria para que la frecuencia instantánea no tenga fluctuaciones indeseables ocasionadas por formas de onda asimétricas. El requerimiento ideal es que el promedio local de los datos debe ser cero. Para el cálculo del promedio de datos no estacionarios, el promedio local involucra una escala de tiempo local. Para obtener una simetría local se utiliza el promedio local de las envolventes definidas por los máximos y los mínimos locales. Los IMF's representan modos oscilatorios incorporados dentro de los datos y cada IMF involucra un solo modo de oscilación sin la presencia de *riding waves*. Los IMF's siempre tienen frecuencias positivas, ya que las oscilaciones en los IMF's son simétricas respecto al promedio local.

3.4.1.2 El Proceso de *Sifting*

Los IMF's aceptan perfectamente la transformada de Hilbert, pero muchos de los datos no son IMF's. En cualquier tiempo, los datos podrían involucrar más de un modo oscilatorio; por este motivo la transformada de Hilbert no proporciona una descripción completa del contenido de frecuencia y es obligatorio descomponer los datos en IMF's.

El proceso de *sifting* para obtener los IMF's de una señal consta de varios pasos. A continuación se describen estos pasos utilizando una señal arbitraria $X(t)$.

- 1) Localizar las posiciones y amplitudes de todos los máximos y mínimos locales de la señal original.
- 2) Formar la envolvente superior $e_{max}(t)$ con los máximos y la envolvente inferior $e_{min}(t)$ con los mínimos utilizando interpolación cúbica. En la Figura 3.2 se muestran en líneas verdes estas envolventes.
- 3) Calcular el promedio para cada instante de tiempo de la envolvente superior y la envolvente inferior.

$$m_1 = \frac{e_{\max}(t) + e_{\min}(t)}{2} \quad (3.10)$$

Esta señal es el promedio de las envolventes y corresponde a la línea roja de la Figura 3.2.

- 4) Restar a la señal original el promedio de las envolventes. Esta diferencia es el primer componente.

$$h_1 = X(t) - m_1 \quad (3.11)$$

El procedimiento se ilustra en las Figuras 3.2 y 3.3 (la Figura 3.2 muestra los datos originales en color azul, las líneas verdes son las envolventes superior e inferior y el promedio de las envolventes es la línea roja. La Figura 3.3 muestra la diferencia entre los datos y la media local en color azul, tal como lo expresa la Ecuación (3.11)).

Esta apenas es una iteración del proceso de *sifting*. El siguiente paso es revisar si la señal $h_1(t)$ es un IMF. En el trabajo original de Huang, el proceso de *sifting* finaliza cuando la diferencia entre dos *siftings* consecutivos es menor que un valor preestablecido SD (un valor típico de la desviación estándar es 0.2-0.3), definido por la Ecuación (3.12)

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[\frac{|h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (3.12)$$

- 5) Si $h_1(t)$ no es un IMF, hay que repetir el proceso desde el paso (1) utilizando la señal obtenida en el paso 4. En el segundo *sifting*, en lugar de los datos, ahora se toma $h_1(t)$

$$h_{11} = h_1 - m_{11} \quad (3.13)$$

Podemos repetir el proceso de *sifting* k veces hasta que h_{1k} se convierta en un IMF

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (3.14)$$

Cuando el criterio de paro se cumple el IMF se define como

$$c_1 = h_{1k} \quad (3.15)$$

Después de que se obtiene el IMF c_1 (en la Figura 3.4 se muestra el primer IMF de los datos originales después de varios *siftings*), se define el residuo r_1 : es el resultado de restar este IMF de la señal original.

$$r_1 = X(t) - c_1 \quad (3.16)$$

- 6) El siguiente IMF se obtiene repitiendo el procedimiento desde el paso (1). El residuo r_1 debe tratarse como una nueva serie de datos y someterse al mismo proceso de *sifting* porque aún contiene componentes de periodo más largo.

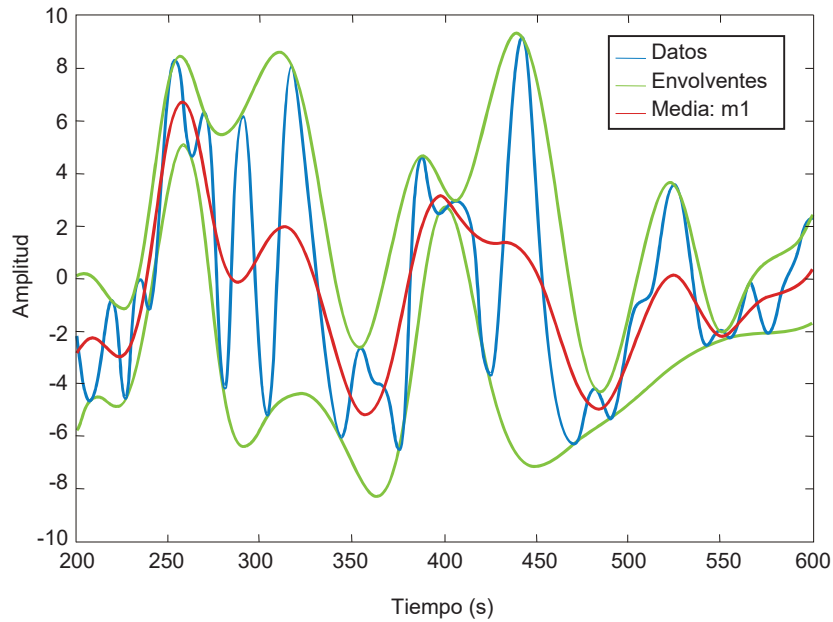


Figura 3.2 Ilustración del proceso de *sifting*

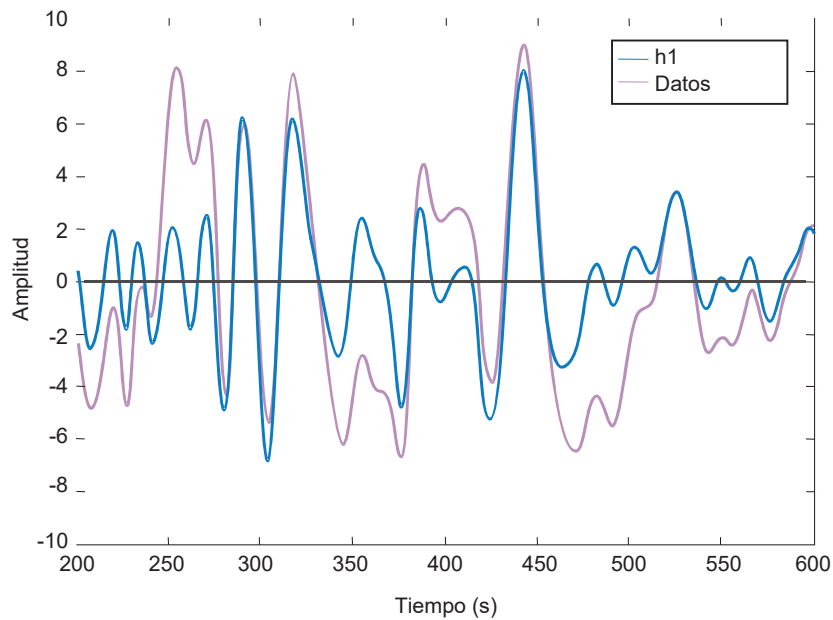


Figura 3.3 Diferencia entre los datos originales y la media local

El proceso se repite en todos los residuos originados y el resultado es:

$$r_1 - c_2 = r_2, \dots, r_{n-1} - c_n = r_n \quad (3.17)$$

El residuo final r_n es la tendencia de los datos. Al sumar las Ecuaciones (3.16) y (3.17) obtenemos la Ecuación (3.18), la cual representa la suma de todos los IMF's y el último residuo.

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (3.18)$$

La EMD está completa cuando el residuo no contiene extremos. En otras palabras, hasta que es una función constante. Los IMF's extraídos son simétricos, tienen una frecuencia local única y ninguno de los IMF's exhiben la misma frecuencia al mismo tiempo.

El diagrama de flujo de la Figura 3.5 resume el proceso de descomposición EMD. Otra manera de interpretar el funcionamiento de la EMD es que sirve para seleccionar la oscilación de frecuencia más alta contenida en la señal.

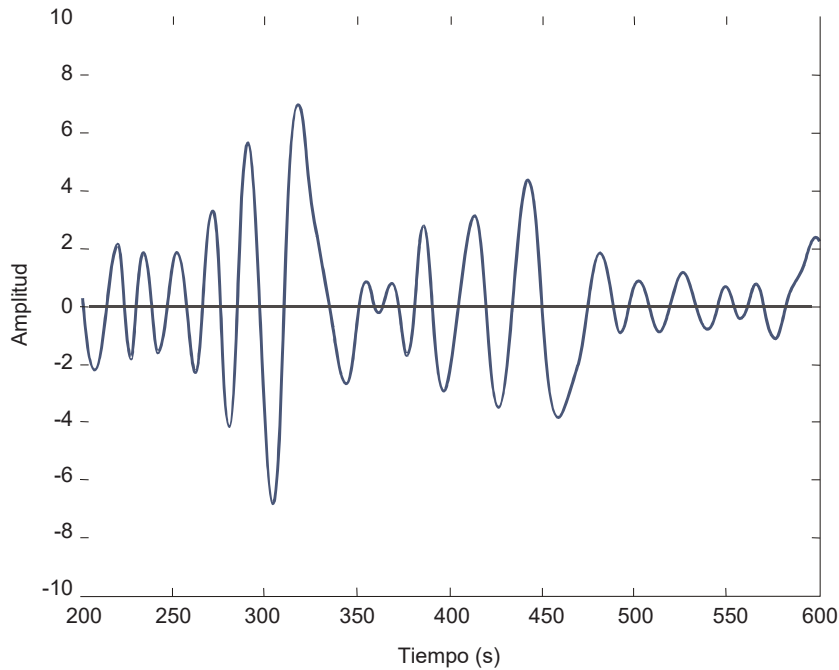


Figura 3.4 Ejemplo de una función modal empírica (IMF)

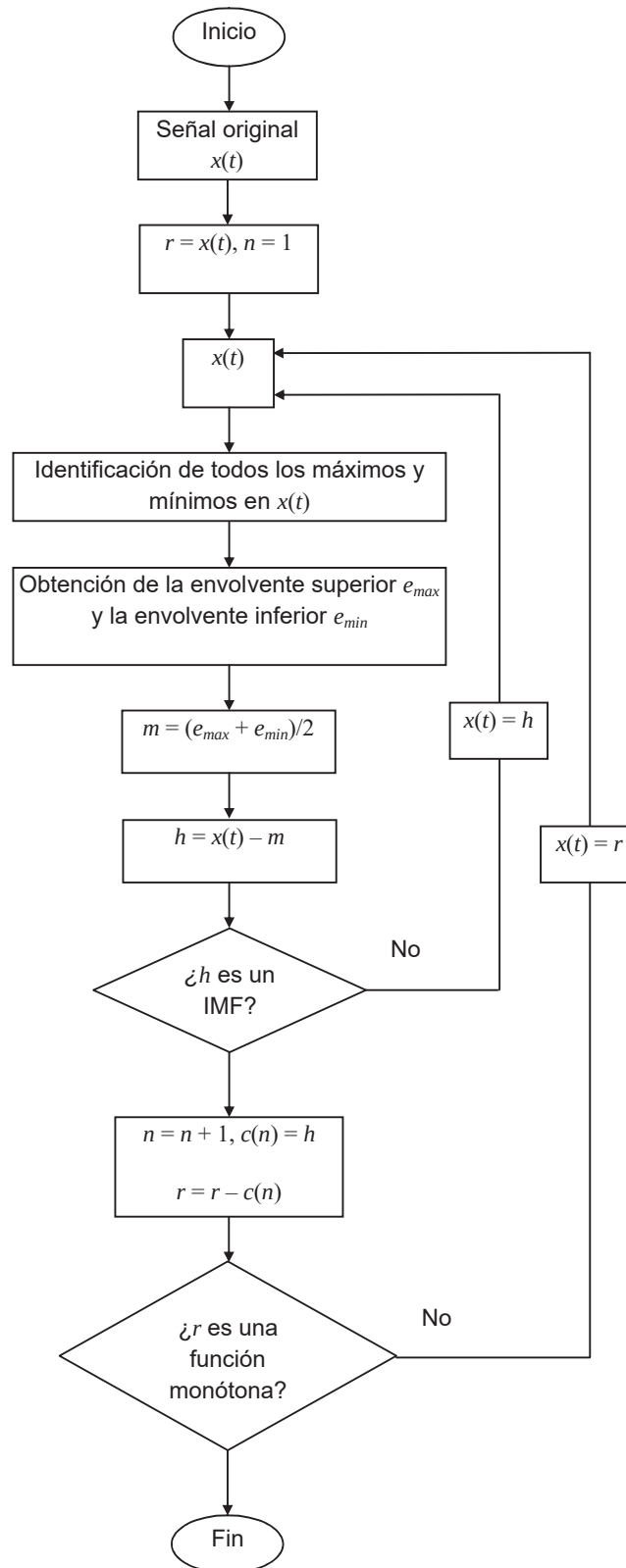


Figura 3.5 Diagrama de flujo del proceso de descomposición modal empírica (EMD)

3.4.2 El Espectro de Hilbert

Una vez que se obtienen los IMF's, se aplica la Transformada de Hilbert a cada uno de ellos y después se calcula la frecuencia instantánea de acuerdo a la Ecuación (3.7). Después de aplicar la transformación de Hilbert a cada IMF, los datos se pueden expresar con la siguiente fórmula:

$$X(t) = \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp\left(i \int \omega_j(t) dt\right) \quad (3.20)$$

El residuo r_n no se considera en la Ecuación (3.20). La Ecuación (3.20) expresa la amplitud y la frecuencia de cada componente como funciones del tiempo; si se expande mediante series de Fourier se obtiene la siguiente representación:

$$X(t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j e^{i\omega_j t} \quad (3.21)$$

donde a_j y ω_j son constantes. Las Ecuaciones (3.20) y (3.21) demuestran que el IMF representa una expansión de Fourier generalizada. La amplitud variable y la frecuencia instantánea permiten datos no estacionarios. Con la expansión de las IMF's, las modulaciones de amplitud y frecuencia se separan de manera clara. Así, se han superado las restricciones de la expansión clásica de Fourier, en donde sólo se permitía que la amplitud fuera constante y la frecuencia fija.

La Ecuación (3.20) permite representar la amplitud y la frecuencia instantánea en función del tiempo en una gráfica tridimensional. Esta distribución de tiempo-frecuencia es el espectro de Hilbert $H(\omega, t)$. Una vez definido el espectro de Hilbert también se puede definir el espectro marginal $h(\omega)$:

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (3.22)$$

El espectro marginal es una medida de la contribución total de la amplitud de cada valor de frecuencia. Representa la amplitud acumulada en todo un periodo de tiempo en un sentido probabilístico. La frecuencia en $H(\omega, t)$ ó en $h(\omega)$ tiene un significado muy distinto respecto al análisis espectral de Fourier. En el análisis de Fourier, la presencia de energía a una frecuencia ω significa la existencia de un componente seno o coseno a través del periodo de tiempo de los datos. En cambio, en el espectro marginal de Hilbert, la existencia de energía a una frecuencia ω , significa que en todo el periodo de los datos, hay una probabilidad alta de que esa onda haya estado presente de manera local. Es decir, la frecuencia en el espectro marginal únicamente indica la probabilidad de que exista una oscilación con determinada frecuencia. El espectro de Hilbert completo muestra el tiempo exacto en que ocurre una oscilación.

3.5 Validación y Comparación de la Transformada Hilbert-Huang

En esta parte se estudiará un ejemplo para demostrar la efectividad de la descomposición modal empírica y el espectro de Hilbert. El ejemplo estudiado se comparará con los métodos de análisis en tiempo-frecuencia descritos en el Capítulo anterior.

3.5.1 Señal Analizada

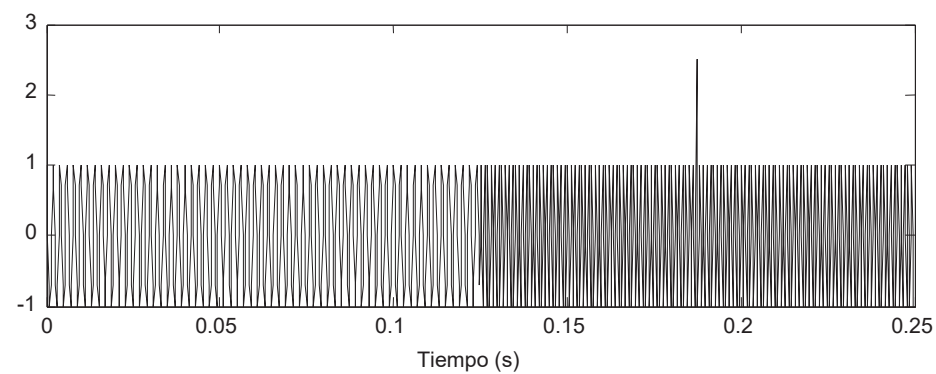
La señal consiste en una senoide cuya frecuencia inicial de 500 Hz cambia repentinamente a 1000 Hz y en un impulso que ocurre en cierto tiempo. La señal $s(t)$ está definida por la siguiente ecuación:

$$\begin{cases} s(t) = \cos(2\pi f_1 t) & 0 < t \leq 0.125s \\ s(t) = \cos(2\pi f_2 t) + \delta(t - 0.1875s) & 0.125s < t \leq 0.25s \end{cases} \quad (3.23)$$

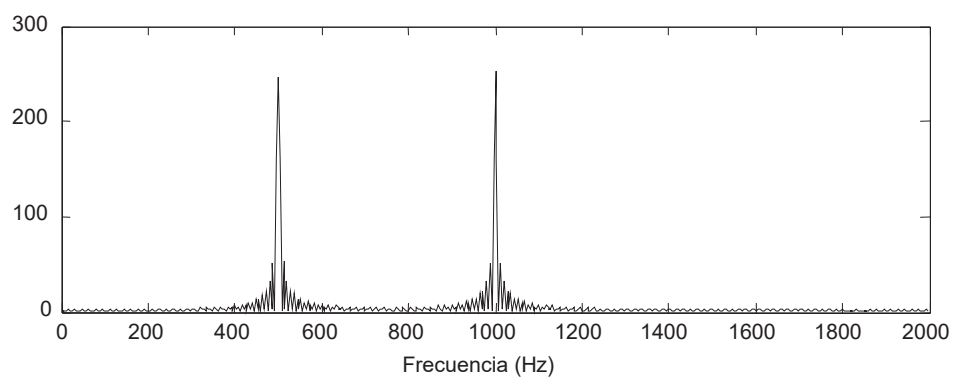
Se eligió esta señal en particular para demostrar la habilidad de la EMD en la separación de distintas frecuencias y en la identificación de irregularidades en una señal. En la Figura 3.6 se observa la señal $s(t)$ en el dominio del tiempo y también su espectro de Fourier. La Transformada de Fourier sólo es capaz de identificar las dos frecuencias presentes en $s(t)$, pero no proporciona ninguna información sobre el impulso en la señal.

3.5.2 Análisis de la Descomposición Modal Empírica

Una vez que se aplica la descomposición modal empírica a la señal, los IMF's resultantes se muestran en la Figura 3.7. Se observa que el primer IMF está constituido por las frecuencias $f_1 = 500$ Hz y $f_2 = 1000$ Hz de la señal original. Únicamente el IMF 2 y el IMF 3 reflejan la presencia del impulso. Con este ejemplo queda demostrada la efectividad de la EMD así como su habilidad para identificar irregularidades, como el impulso, de la señal original. Otra observación clara de la EMD es que es capaz de separar la oscilación de más alta frecuencia en cada *sifting*. Cada IMF es simétrico respecto a su media local, lo cual garantiza la obtención de frecuencias positivas. El residuo es una función de un solo componente; de este residuo es imposible extraer más IMF's. La segunda parte de la obtención de la HHT es obtener la transformada de Hilbert de cada IMF para calcular las frecuencias instantáneas. La descomposición modal empírica en combinación con el espectro de Hilbert proporciona una representación en tiempo-frecuencia con muy buena resolución. La Figura 3.8 muestra detalladamente las características de las senoides y también del impulso; es posible determinar con exactitud ambas frecuencias así como su duración. La resolución en el tiempo y la resolución en la frecuencia son altas: el impulso aparece como una discontinuidad en la frecuencia y aparece bien localizado



a)



b)

Figura 3.6 a) Señal $s(t)$ en el dominio del tiempo; b) Señal $s(t)$ en el dominio de la frecuencia

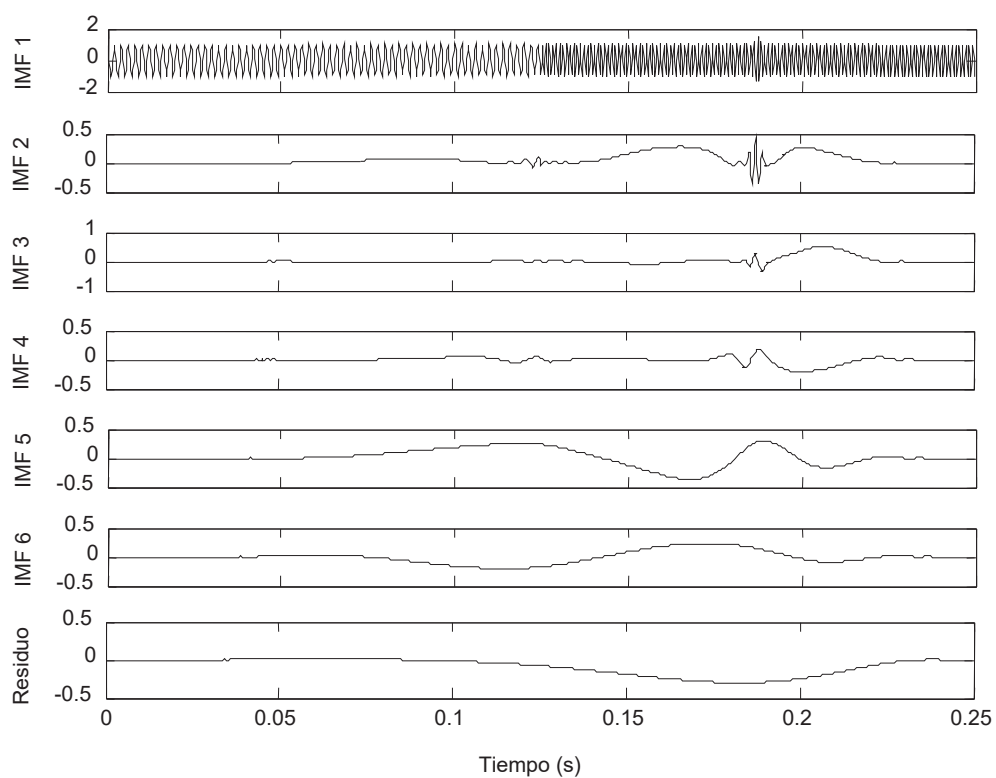


Figura 3.7 Descomposición modal empírica de la señal $s(t)$

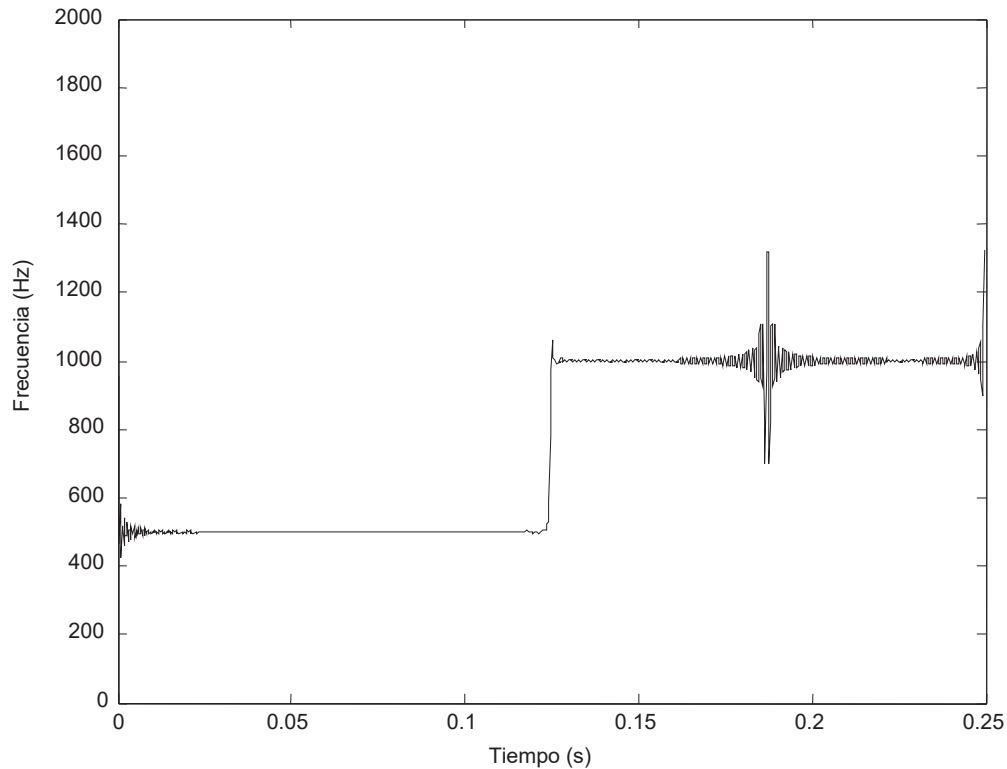


Figura 3.8 Espectro de Hilbert de la señal $s(t)$

3.5.3 Comparación con Otros Métodos

Una vez que se analizó la señal $s(t)$ con la HHT, ahora se procesará utilizando los métodos de análisis en tiempo-frecuencia del Capítulo 2; esta comparación es útil porque mostrará las ventajas y los puntos débiles de cada método. En las Figuras 3.9 y 3.10 se ilustra el espectrograma y el escalograma correspondiente al wavelet, respectivamente, de la señal $s(t)$. El tamaño de la ventana para obtener el espectrograma se seleccionó de manera arbitraria y es igual a 1/16 de la longitud de la señal; con una ventana de tiempo grande se obtiene una resolución de frecuencia buena pero una resolución de tiempo pobre.

Se observa que las dos componentes de frecuencia se traslapan en el tiempo cuando la señal cambia de frecuencia, detalle que podría interpretarse de manera equivocada pues se pensaría que durante un corto tiempo están presentes ambas frecuencias en la señal. Otra observación importante es que con este tamaño de ventana el espectrograma es incapaz de mostrar el impulso. Sin embargo, si se utiliza una ventana más pequeña, el impulso se identifica perfectamente en el tiempo aunque la resolución de frecuencia es pobre (ver Figura 3.11); la energía de las dos frecuencias de la señal $s(t)$ se localiza en un rango de frecuencias muy amplio del espectrograma. Este ejemplo prueba que la STFT tiene varias limitaciones en comparación con la HHT en el análisis de datos no estacionarios.

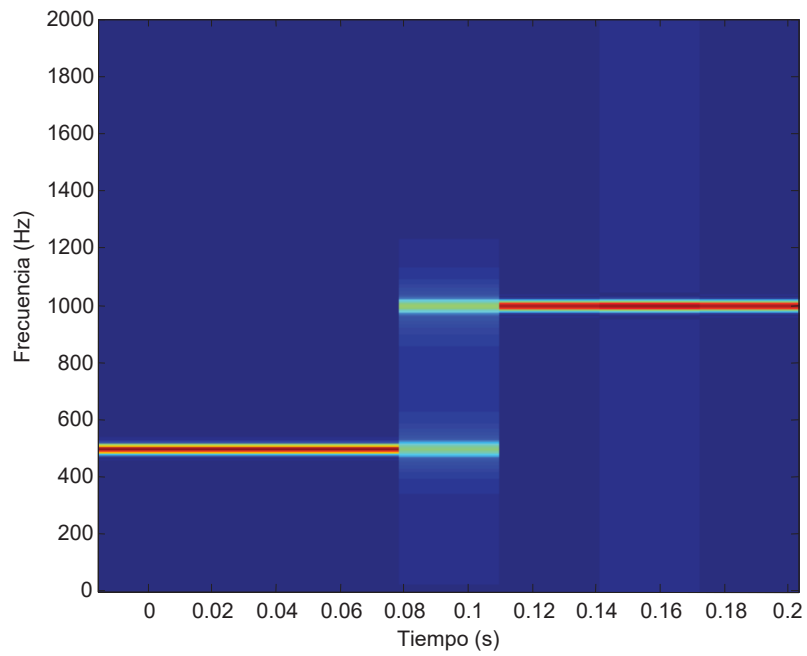


Figura 3.9 Espectrograma o STFT de la señal $s(t)$ con una ventana de $N/16$

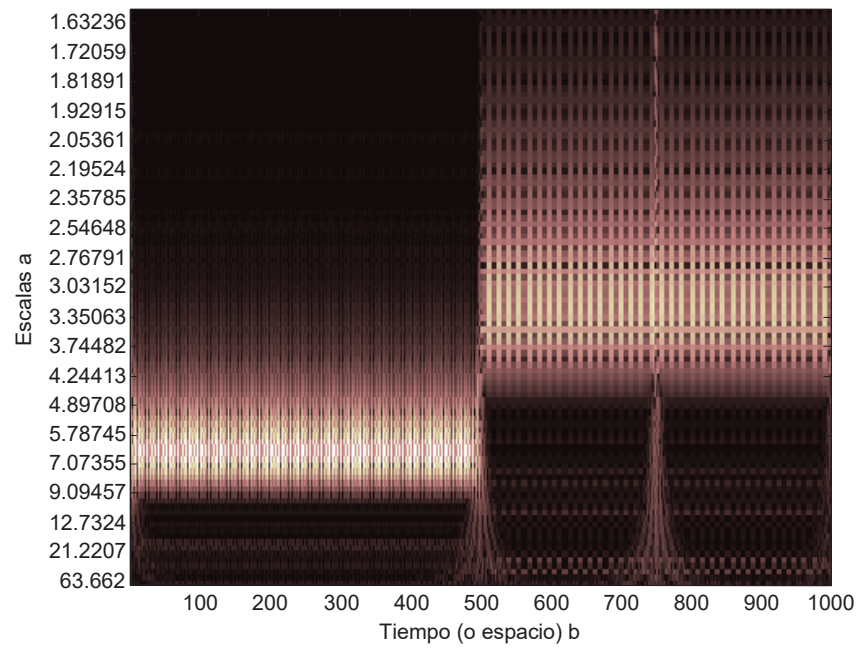


Figura 3.10 Escalograma del wavelet Morlet de la señal $s(t)$

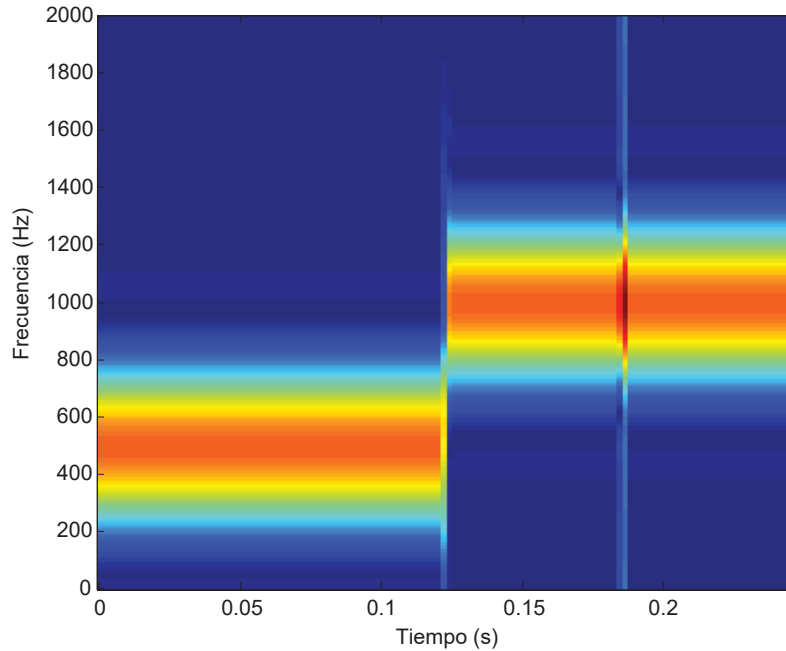


Figura 3.11 Espectrograma o STFT de la señal $s(t)$ con una ventana de $N/256$

El análisis con *wavelets* es la mejor herramienta disponible para analizar datos no estacionarios, logrando competir con la HHT. En el ejemplo, el análisis con el *wavelet* Morlet es capaz de identificar la frecuencia local antes y después del cambio de frecuencia así como el momento en que éste ocurre (ver Figura 3.10). Al mismo tiempo, el *wavelet* muestra la fuga de energía en las escalas vecinas; en el espectro de Hilbert, se observa que la definición de frecuencia y la localización en el tiempo del cambio de frecuencia son más finas que las del escalograma. El rango de variación de la frecuencia es insignificante en comparación con la fuga de energía en el análisis con *wavelets*.

Otro punto interesante es que el escalograma refleja los efectos de la localización precisa en el tiempo del cambio de frecuencia en el rango de frecuencias más bajas. Si sólo se observa el rango de frecuencias bajas, no es posible determinar el tiempo exacto del impulso, mientras que en el rango de frecuencias altas se encuentra bien localizado. Es decir, para buscar un evento de baja frecuencia, tiene que observarse el rango de frecuencias altas del wavelet. En cambio, la energía del impulso está bien localizada en el dominio tiempo-frecuencia del espectro de Hilbert. Esto ilustra la propiedad única del espectro de Hilbert de eliminar armónicas espurias para representar datos no estacionarios.

3.6 Conclusiones

Hasta aquí se ha hecho una descripción detallada de la Transformada Hilbert-Huang. Primero se mostró la necesidad de hacer un preprocesamiento de cualquier señal mediante el algoritmo EMD; el resultado es la obtención de un conjunto de IMF's cuya característica principal es que presentan un

buen comportamiento cuando se les aplica la transformación de Hilbert. La expansión en términos de los IMF's tiene la forma del análisis de Fourier pero con amplitudes y frecuencias variables. La aplicación de la Transformada de Hilbert al conjunto de IMF's permite construir el espectro de Hilbert, el cual es una representación en el dominio tiempo-frecuencia.

En el siguiente capítulo se demostrará que la descomposición EMD y el análisis espectral de Hilbert constituyen una herramienta poderosa en el análisis de datos no lineales.

Capítulo 4

Análisis de Ecuaciones no Lineales Clásicas con la Transformada Hilbert-Huang

4.1 Introducción

En este Capítulo se demostrará la efectividad de la descomposición modal empírica y del Espectro de Hilbert. Ambas partes se programaron en Matlab 7.0, al igual que el Espectro Marginal de Hilbert.

Se estudiarán tres ejemplos de resultados numéricos de sistemas de ecuaciones no lineales: Ecuación de Duffing, Ecuación de Lorenz y la Ecuación de Rössler [9]; los resultados obtenidos se compararán con los métodos descritos en el Capítulo 2. Los datos provenientes de los sistemas no lineales clásicos son interesantes porque ilustran los efectos no lineales y no estacionarios en la distribución de energía-frecuencia-tiempo. En todos los casos, la descomposición modal empírica (EMD) y el análisis espectral de Hilbert proporcionan una perspectiva diferente.

4.2 Ejemplos Numéricos

En esta sección se mostrarán algunas aplicaciones a través de soluciones numéricas de ecuaciones no lineales clásicas. La ventaja de estudiar estos sistemas ampliamente conocidos y analizados es su simplicidad, además poseen todos los efectos no lineales posibles.

4.2.1 Ecuación de Duffing

La Ecuación de Duffing es una de las ecuaciones no lineales más simples con la forma

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + x + \varepsilon x^3 = \gamma \cos \omega t \quad (4.1)$$

donde ε es un parámetro pequeño, γ es la amplitud de la fuerza impulsora oscilatoria con una frecuencia ω . La Ecuación (4.1) puede reescribirse de la siguiente manera

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + x(1 + \varepsilon x^2) = \gamma \cos \omega t \quad (4.2)$$

La Ecuación (4.2) representa un sistema de masa-resorte con una función forzante. La constante del resorte varía con la posición de la masa. Esta ecuación también puede representar un péndulo con una función forzante. Sin embargo, la longitud del péndulo no es constante y varía con el ángulo de

oscilación. Cualquiera de estas representaciones indica que la frecuencia de la oscilación no es constante dentro de un periodo. La variación de la constante del resorte (o la longitud del péndulo) implica un cambio local en la frecuencia instantánea, o lo que es igual, una modulación *intrawave*.

La solución analítica de la Ecuación (4.2) es la Ecuación (4.3), este modelo matemático es útil para demostrar que el IMF de frecuencia más alta posee modulación *intrawave*.

$$X(t) = \cos(\omega t + \varepsilon) \sin 2\omega t \quad (4.3)$$

De acuerdo a la teoría clásica de ondas, esta expresión es un caso que corresponde al tipo de modulación *intrawave* similar al de las ondas de Stokes. La expansión de la Ecuación (4.3) se reduce a la Ecuación (4.4).

$$X(t) \approx \left(1 - \frac{1}{2}\varepsilon\right) \cos \omega t + \frac{1}{2}\varepsilon \cos 3\omega t + \dots \quad (4.4)$$

La Ecuación (4.4) es la aproximación de segundo orden de la solución de la Ecuación de Duffing. Para $\varepsilon = 0.3$ y $\omega = 1/64$ Hz, la Figura 4.1 muestra el perfil de la onda representado por la Ecuación (4.3).

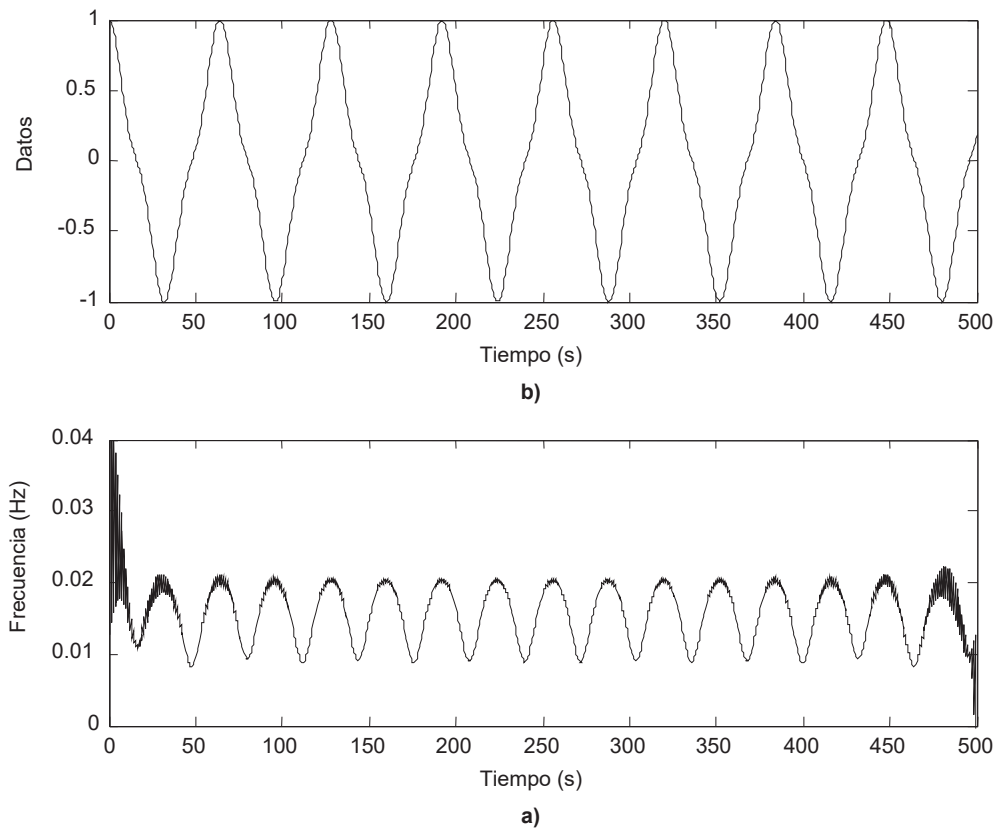


Figura 4.1 Onda de Duffing con modulación *intrawave*: a) Perfil de onda del modelo basado en la Ecuación (4.3); b) Frecuencia instantánea

En las Figuras 4.1 b) y 4.2 se muestran los resultados del análisis de la Ecuación (4.3) con el espectro de Hilbert y con *wavelets*. El espectro de Hilbert muestra la modulación *inrawave*, mientras que el *wavelet* resultante está lleno de armónicas. Este sencillo ejemplo ilustra que la frecuencia instantánea, cuya modulación *inrawave*, definida por la descomposición modal empírica EMD y el espectro de Hilbert, tiene sentido físico. Esta manera de representar la frecuencia instantánea proporciona más detalles del sistema: muestra la variación de frecuencia dentro de un periodo. El *wavelet* resultante propaga energía en un rango de frecuencia mucho más amplio, pero no muestra a detalle ninguna variación de frecuencia.

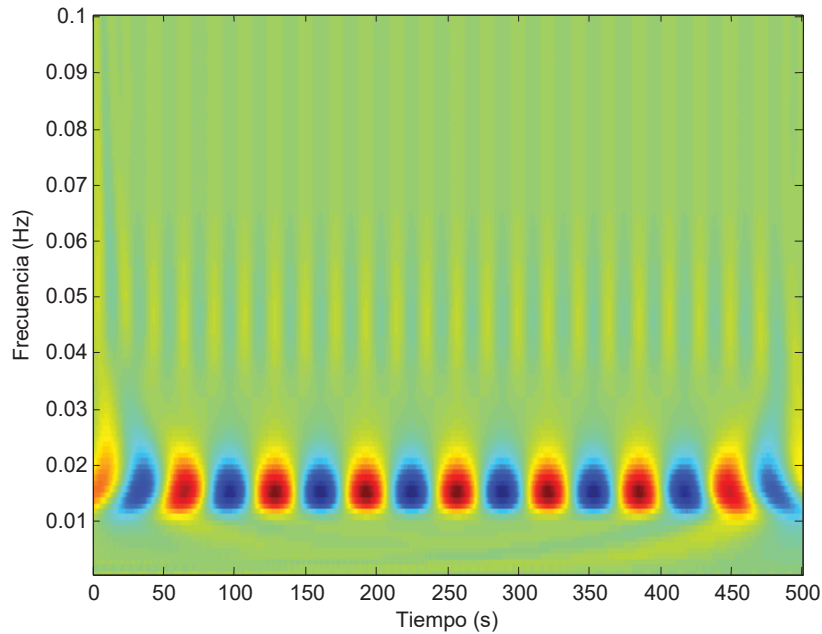


Figura 4.2 Espectro de la Ecuación de Duffing basado en la Ecuación (4.3) utilizando el *wavelet* Morlet

4.2.2 Ecuación de Lorenz

La Ecuación de Lorenz (Lorenz, 1963) fue propuesta para estudiar el flujo determinístico no periódico. Se considera el punto de inicio de la investigación moderna del caos. La forma estándar de la Ecuación de Lorenz es

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y & \dot{y} &= rx - y - xz & \dot{z} &= -bz + xy\end{aligned}\tag{4.5}$$

Donde σ , r y b son constantes positivas. La divergencia de la velocidad está dada por la Ecuación 4.6, por lo tanto, el volumen del fluido tenderá a cero, lo cual implica que el sistema tiene un atractor o atractores.

$$\frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z} = -(\sigma + b + 1) < 0 \quad (4.6)$$

Este sistema tiene tres puntos estacionarios: $(0, 0, 0)$, $(\sqrt{57}, \sqrt{57}, 19)$ y $(-\sqrt{57}, -\sqrt{57}, 19)$ cuando $\sigma = 10$, $b = 3$ y $r = 20$. Desde la posición inicial $(10, 0, 0)$, la solución es una trayectoria que se mueve en espiral y converge en uno de los atractores, $(-\sqrt{57}, -\sqrt{57}, 19)$ como se observa en la Figura 4.3. En la Figura 4.4 se muestra la componente x junto con su espectro de Fourier, el cual muestra un pico a 1.4 Hz y sus armónicas a 2.8 Hz. Además, hay grandes distribuciones de energía para simular la propiedad transitoria de la señal. El análisis con el *wavelet* Morlet en la Figura 4.5 revela la propiedad transitoria de la señal, las componentes armónicas y los efectos en los extremos. El espectro de Fourier no tiene ningún sentido físico debido a que los datos son transitorios.

Como puede observarse en la Figura 4.6, al aplicar la descomposición modal empírica se producen dos IMF's aunque la solución es simétrica en apariencia; los dos IMF's son transitorios, pero con frecuencia y amortiguamiento diferentes. En la Figura 4.7 se muestra el espectro de Hilbert, en el cual se observa una oscilación con una frecuencia alrededor de 1.4 Hz y un relajamiento de baja frecuencia. La naturaleza transitoria de ambas componentes es clara. La componente principal también tiene modulación *intra-wave*, una clara indicación del efecto no lineal de la oscilación.

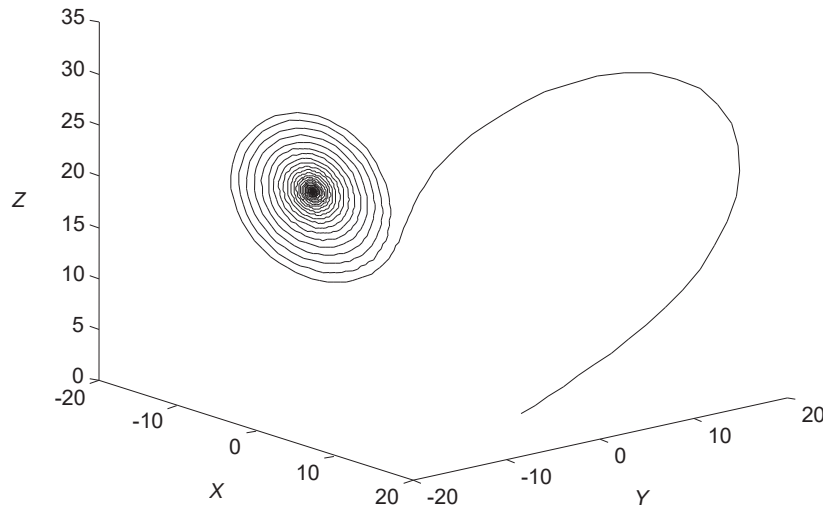
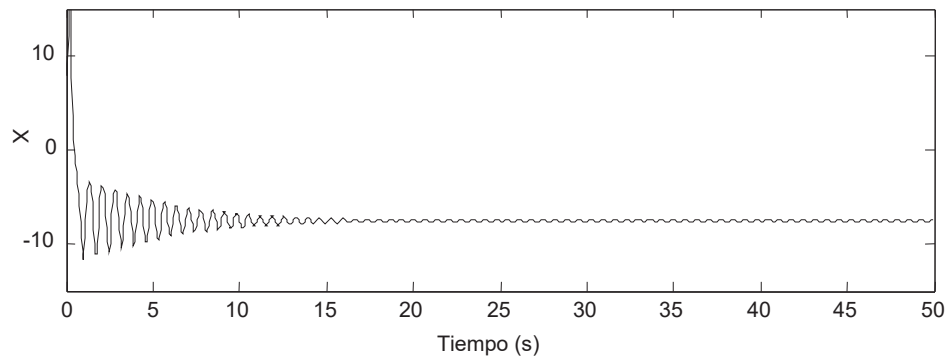
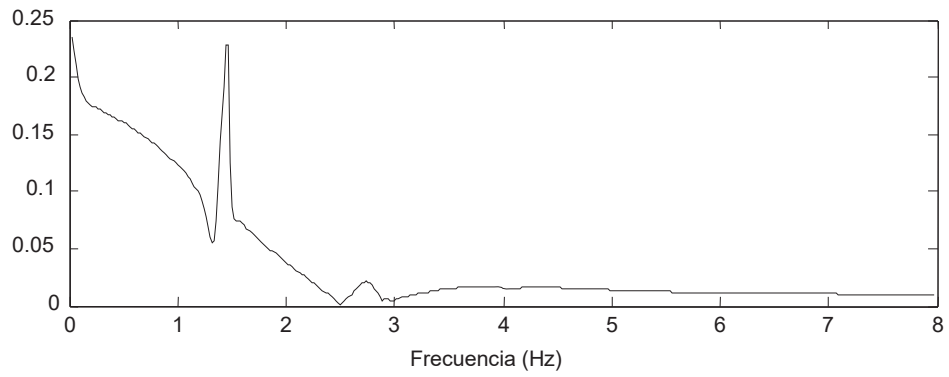


Figura 4.3 Representación tridimensional de la solución numérica de la Ecuación de Lorenz



a)



b)

Figura 4.4 Solución numérica de la ecuación de Lorenz. a) Solución de la componente x ; b) Espectro de Fourier de la componente x

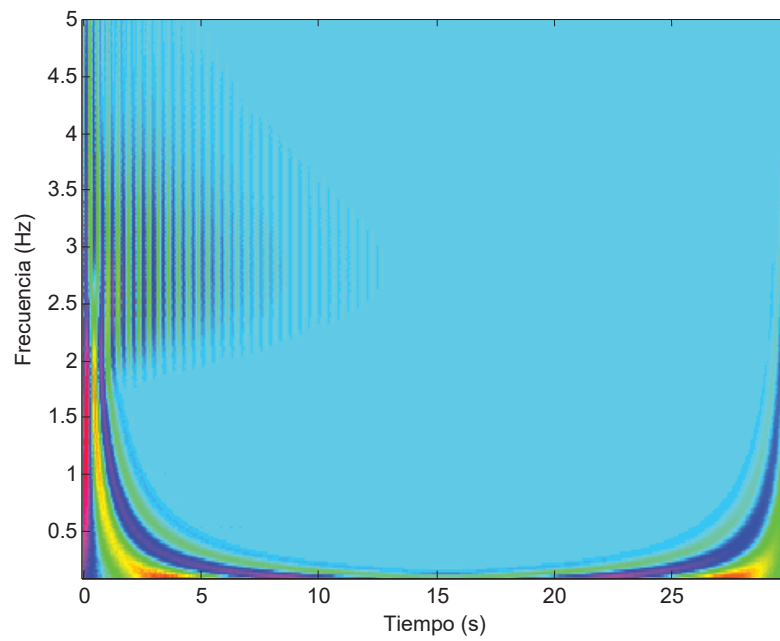


Figura 4.5 Espectro de la Ecuación de Lorenz utilizando el *wavelet* Morlet

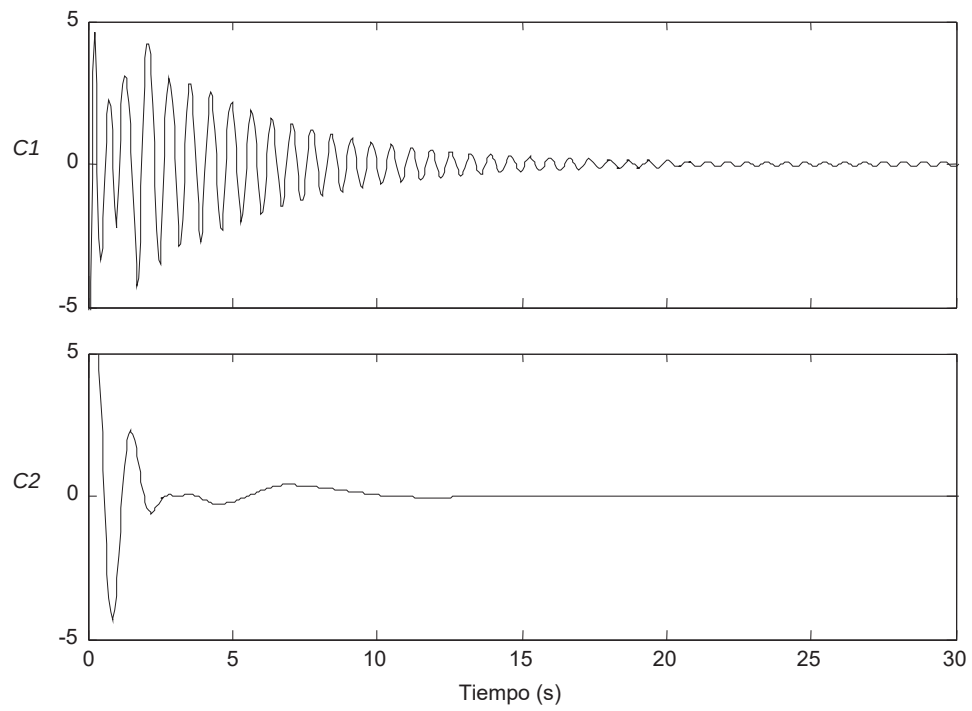


Figura 4.6 IMF's de la solución de la Ecuación de Lorenz

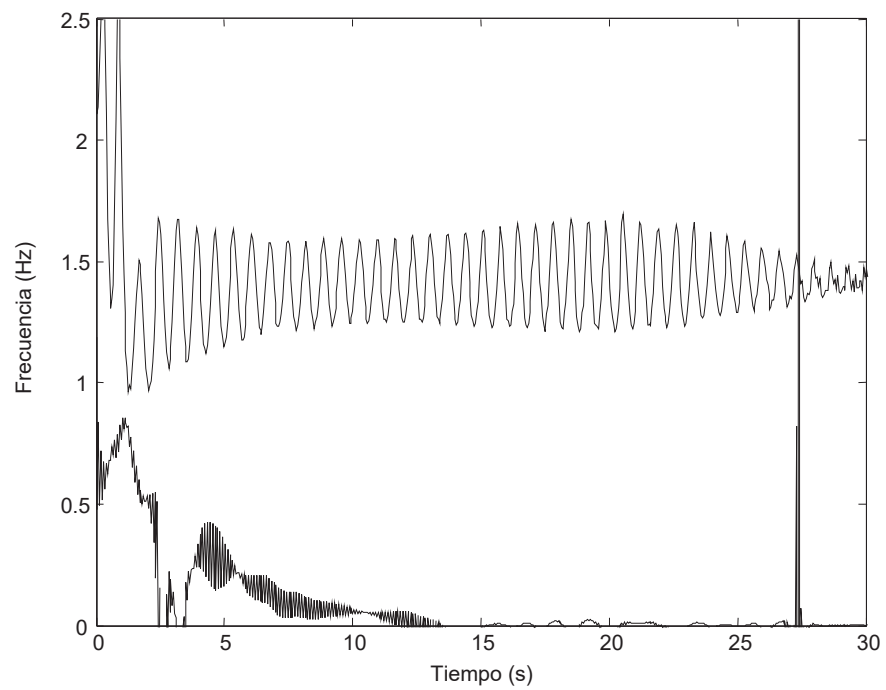


Figura 4.7 Espectro de Hilbert de la solución de la Ecuación de Lorenz

4.2.3 Ecuación de Rössler

La ecuación de Rössler está dada por el sistema

$$\dot{x} = -(y + z) \quad \dot{y} = x + \frac{1}{5}y \quad \dot{z} = \frac{1}{5} + z(x - \mu) \quad (4.7)$$

en donde μ es un parámetro constante. El caso de estudio será con $\mu = 3.5$ para representar el conocido evento de doble periodo. La Figura 4.8 representa el diagrama de fase; la Figura 4.9 muestra la serie de tiempo de los componentes. La forma de onda de la componente x es regular con un periodo exacto de dos veces la oscilación de alta frecuencia. El espectro de Fourier de x contiene muchas armónicas, las cuales son una característica particular del sistema de Rössler. Al aplicar el método de EMD se obtienen los tres IMF's mostrados en la Figura 4.10: se trata de una componente de frecuencia alta, una componente de frecuencia intermedia y una componente de frecuencia de baja intensidad con promedio diferente de cero. La componente c_1 no es uniforme pero es la que posee más energía; la componente c_2 es uniforme y la energía contenida en la última componente es despreciable. Los otros dos periodos son una vez y dos veces el periodo de la fundamental.

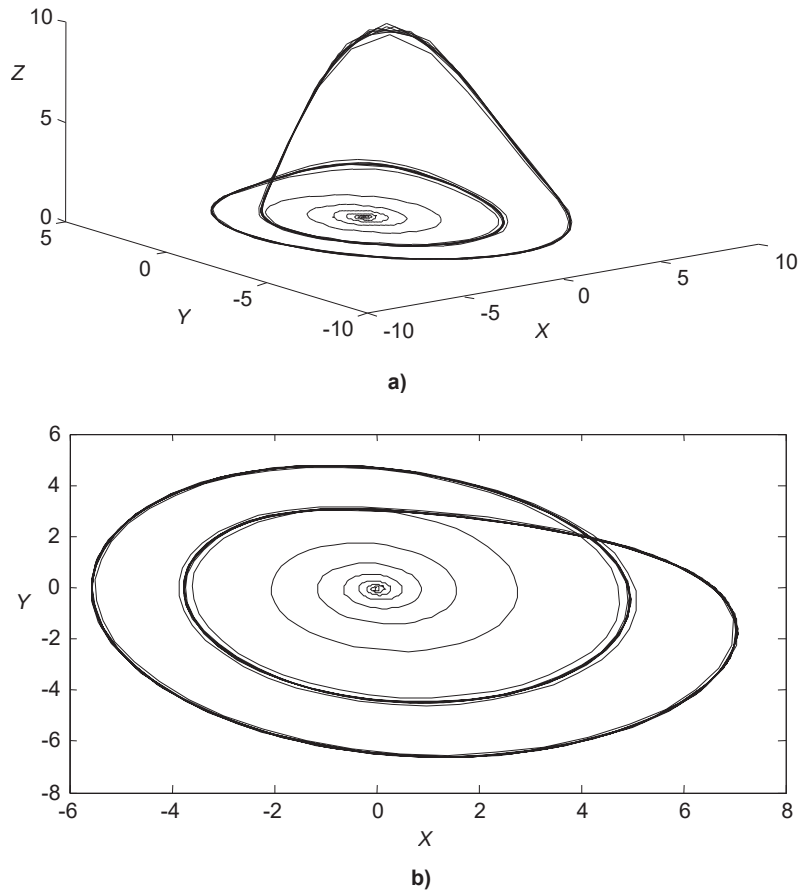


Figura 4.8 Solución numérica de la Ecuación de Rössler. a) Representación tridimensional; b) representación bidimensional.

El espectro de Hilbert de la Figura 4.11 contiene únicamente dos componentes: la componente de frecuencia alta que fluctúa entre 0.15 y 0.26 Hz y la banda estacionaria de frecuencia baja a 0.1 Hz. Como se observa en la Figura 4.11, la componente fluctuante de alta frecuencia es periódica con dos periodos de la onda base. Analizando los periodos de onda, la frecuencia tiene modulación *inrawave* en la onda larga oscilante y también en las ondas entrelazadas con las más pequeñas y con las más pronunciadas. De esta manera, el cambio de frecuencia se distingue desde el primer IMF.

Las variaciones de frecuencia tienen una correspondencia de uno a uno con las series de tiempo de los datos o con los IMF's. En este caso están presentes tanto la modulación *inrawave* como la modulación *interwave*; la componente con más energía muestra modulaciones *inrawave* e *interwave* regulares. Para representar un caso así con el análisis de Fourier o con *wavelets* sería necesario añadir muchas armónicas como se muestra en la Figura 4.12. Todos los detalles relevantes respecto al dobleteo de frecuencia se identifican en el espectro de Hilbert, mientras que los *wavelets* únicamente despliegan armónicas con un significado físico deficiente. No se observa ninguna modulación *inrawave* sólo *interwave*. Así, ningún método logra igualar la resolución obtenida utilizando la HHT.

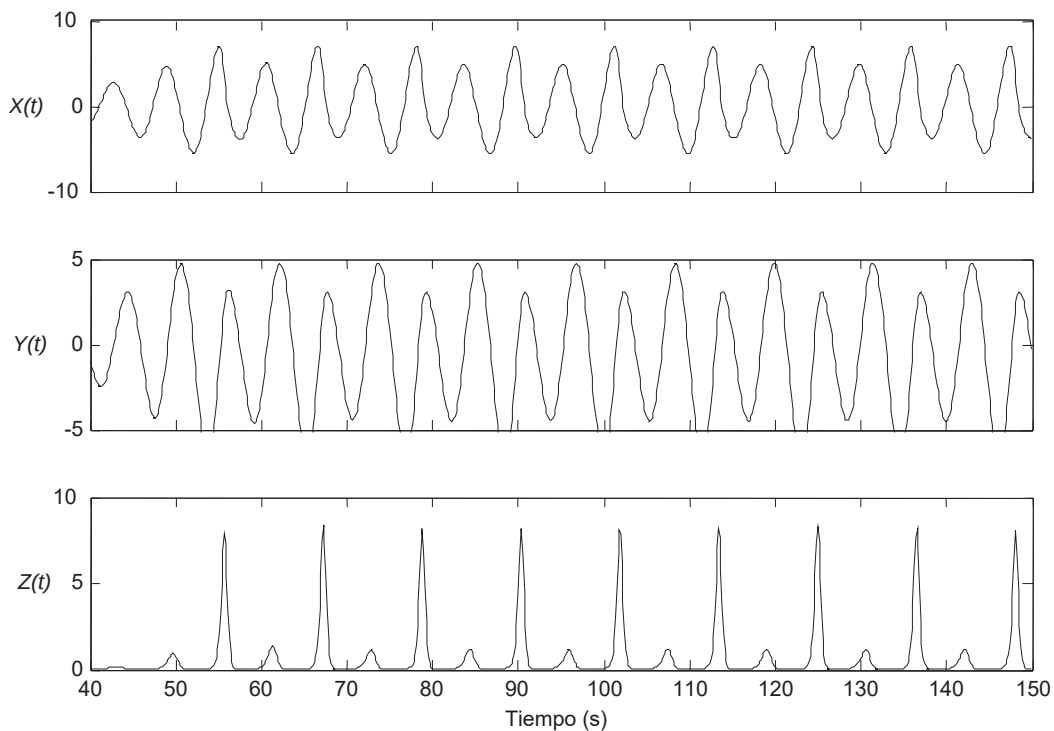


Figura 4.9 Series de tiempo de la solución numérica de la Ecuación de Rössler

El espectro marginal y el espectro de Fourier, mostrados en las Figuras 4.13a y 4.13b respectivamente, ofrecen una comparación interesante de sus contenidos de frecuencia. En el

espectro marginal es posible observar un pico de baja frecuencia alrededor de 0.1 Hz y una distribución compuesta por dos modos cercana a la frecuencia pico principal, lo cual exhibe la existencia de una onda periódica variable; ninguno de los picos mostrados por el espectro marginal coincide con el pico principal de 0.18 Hz del espectro de Fourier, ni tampoco coincide con sus armónicas. La oscilación de 0.18 Hz en el espectro de Fourier no es la oscilación observada y tampoco es la frecuencia física; es el promedio de las ondas largas y cortas entrelazadas. El pico principal del análisis de Fourier en este ejemplo carece de sentido físico.

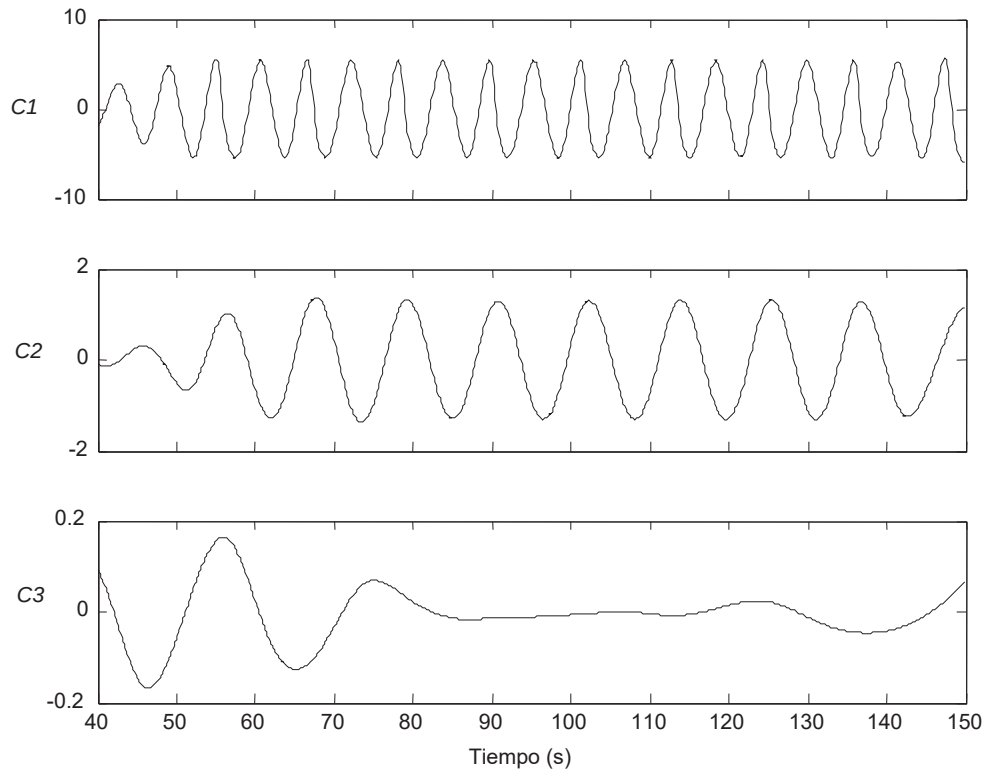


Figura 4.10 IMF's de la componente x de la Ecuación de Rössler

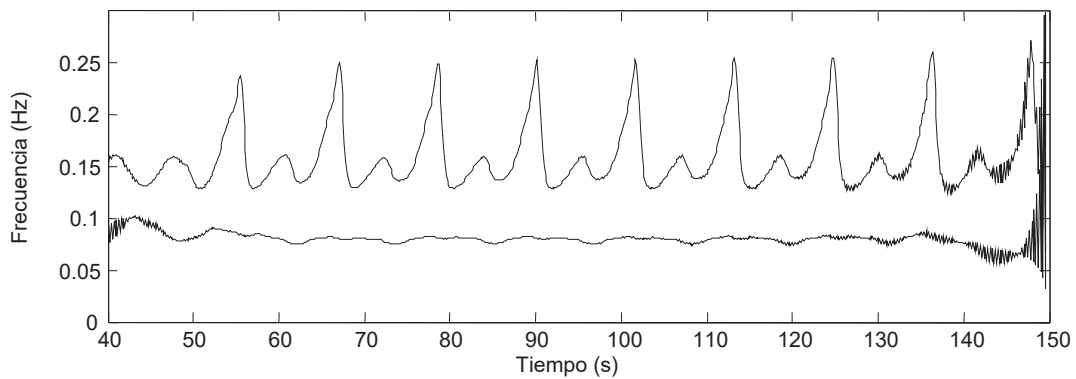


Figura 4.11 Espectro de Hilbert de la componente x de la Ecuación de Rössler

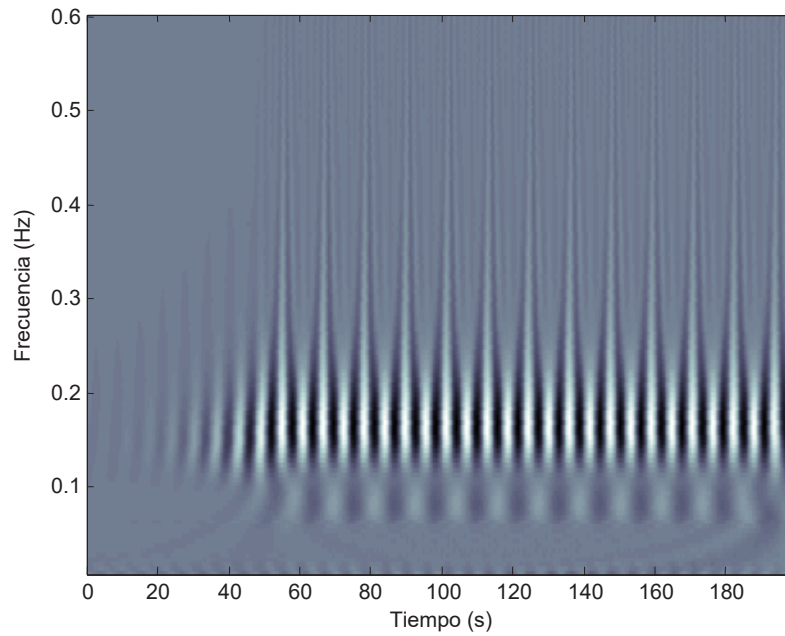


Figura 4.12 Espectro de la Ecuación de Rössler utilizando el *wavelet* de Morlet

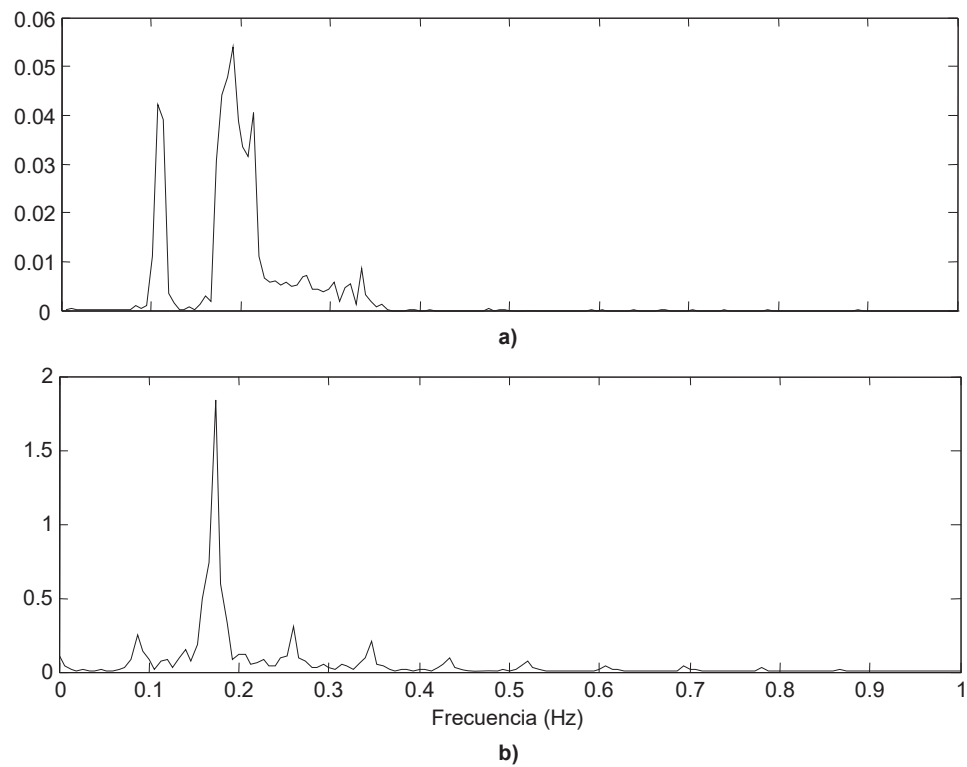


Figura 4.13 Comparación entre el espectro marginal y el espectro de Fourier de la Ecuación de Rössler. a) Espectro marginal;
b) Espectro de Fourier

4.3 Conclusiones

Del análisis efectuado en la sección anterior se concluye que el análisis de Fourier tiene limitaciones en comparación con los *wavelets* y la HHT, cuando se analizan señales no lineales y no estacionarias. Los *wavelets* fueron la mejor herramienta disponible para analizar datos no estacionarios antes de la aparición de la HHT; sin embargo, el análisis de los tres sistemas de ecuaciones no lineales demostró que la HHT ofrece una resolución de tiempo y frecuencia superior a los *wavelets*; también facilita la interpretación física del contenido de las señales, ya que puede determinarse el tipo de modulación presente en una señal. Así, la HHT es un método novedoso en el análisis de datos no lineales y no estacionarios.

Capítulo 5

Estudio de la Resonancia Subsíncrona utilizando la Transformada Hilbert-Huang

5.1 Introducción

En este capítulo se aplicará la HHT al estudio de la Resonancia Subsíncrona (SSR). El sistema utilizado es el *First Benchmark Model (FBM)* del IEEE para estudios de Resonancia Subsíncrona. El análisis se efectúa con datos generados por simulaciones en el programa PSCAD.

El fenómeno de *resonancia subsíncrona* (SSR) se presenta en sistemas de transmisión compensados en serie. El primer problema de SSR se experimentó en 1970, cuando ocurrió una falla en la flecha de un turbogenerador instalado en la planta de Mohave al sur de California. Pero en 1971 ocurrió una segunda falla, entonces se supo que la causa real era el fenómeno de resonancia subsíncrona [10].

Primero será necesario analizar las características de un sistema compensado en serie y la probabilidad de que se presenten en él oscilaciones subsíncronas inestables.

5.1.1 Características de los Sistemas de Transmisión Compensados en Serie

En un sistema de transmisión no compensado, las fallas y otros disturbios generan componentes de desplazamiento de DC en los devanados del estator. Debido a la distribución espacial de los devanados del estator, estas corrientes producen un par en el entrehierro a una frecuencia de 60 Hz. En el caso de fallas desbalanceadas, las componentes de secuencia negativa de las corrientes del estator producen un par en el entrehierro de 120 Hz (frecuencia de deslizamiento). En consecuencia, es necesario evitar cualquier frecuencia cercana a 60 Hz ó 120 Hz.

En sistemas de transmisión compensados en serie surge un problema. En este caso, en vez de la componente de DC de la corriente de falla, la corriente transitoria de desplazamiento también es una corriente alterna con una frecuencia igual a la frecuencia natural (ω_n) de la inductancia y capacitancia del circuito.

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{(\omega_0 L)(\omega_0 C)}} = \omega_0 \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \text{ rad/s} \quad (5.1)$$

$$f_n = f_0 \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \text{ Hz} \quad (5.2)$$

Donde f_0 es la frecuencia síncrona en Hz, y $\omega_0 = 2\pi f_0$ rad/s.

Las componentes de la corriente en el estator cuya frecuencia es f_n inducen corrientes al rotor (de aquí, un par) a una frecuencia de deslizamiento $(60 - f_n)$ Hz.

La frecuencia subsíncrona natural (f_n) de la red y la frecuencia de las corrientes inducidas asociadas al rotor (y el par) serán complementarias siempre y cuando la suma de ambas sea igual a la frecuencia síncrona. Una red de transmisión compensada en serie provoca oscilaciones subsíncronas sostenidas o amortiguadas negativamente por medio de dos mecanismos: (a) autoexcitación debido a la inducción del generador y (b) interacciones con las oscilaciones torsionales. En el presente trabajo, el mecanismo será la interacción con las oscilaciones torsionales.

En general, los sistemas de transmisión compensados en derivación tienen frecuencias naturales en el rango supersíncrono; de esta manera, las oscilaciones subsíncronas no representan ningún problema excepto cuando existen altos grados de compensación en derivación y sistemas de transmisión demasiado largos.

5.1.2 Resonancia Subsíncrona como Resultado de la Interacción Torsional

Si el complemento de la frecuencia natural (es decir, la diferencia entre la frecuencia síncrona y la frecuencia natural) de la red se acerca a una de las frecuencias torsionales del eje del turbogenerador, se pueden excitar oscilaciones torsionales. Esta condición se conoce como *resonancia subsíncrona*. Ante esas condiciones, si las oscilaciones del rotor inducen un voltaje pequeño pueden ocasionar corrientes subsíncronas grandes; esta corriente producirá un componente oscilatorio del par en el rotor cuya fase es tal que aumenta la oscilación en el rotor. Cuando este par es más grande que el producido por el amortiguamiento mecánico, el sistema electromecánico acoplado experimentará oscilaciones crecientes.

La resonancia subsíncrona es la condición en la que el complemento subsíncrono de la frecuencia natural de un circuito de armadura compensado en serie de un turbogenerador, se acerca a sus frecuencias naturales torsionales, resultando en un acoplamiento fuerte entre sistemas eléctricos y mecánicos. Las consecuencias de la resonancia subsíncrona pueden ser peligrosas. Si las oscilaciones torsionales aumentan, el eje del turbogenerador se fracturará con consecuencias catastróficas. Aunque las oscilaciones sean estables, los disturbios en el sistema producirán pares muy grandes, que ocasionen pérdida de vida a la fatiga del eje.

5.2 Estudio del sistema

La Figura 5.1 muestra el diagrama en línea del sistema bajo estudio. Este sistema representa un turbogenerador de 892.4 MVA que alimenta un nodo infinito a través de una red de 500 kV compensada en serie. Los parámetros del sistema se obtuvieron de las referencias [11] y [12]. Para

propósitos de simulación, se hizo la representación trifásica del sistema de potencia a detalle; se colocaron dos circuitos de rotor en cada eje de la máquina síncrona, también se utilizó un grado de compensación de 70% en el sistema de transmisión.

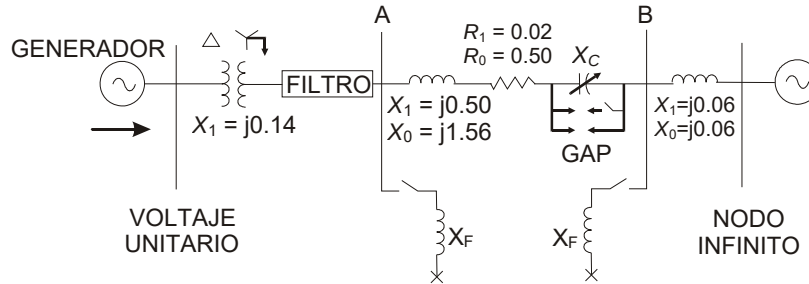


Figura 5.1 Primer modelo de prueba del IEEE para estudios de resonancia subsíncrona

El modelo mecánico del eje de este sistema se muestra en la Figura 5.2 y está constituido por seis masas giratorias: una turbina de alta presión (HP), una turbina de media presión (IP), dos turbinas de baja presión (LPA y LPB), un generador síncrono (GEN) y un excitador giratorio (EXC). Los parámetros del generador también se obtuvieron de la referencia [3].

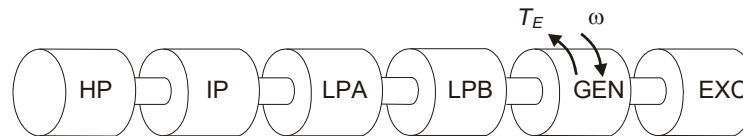


Figura 5.2 Sistema mecánico del eje del FBM del IEEE

El disturbio considerado en este análisis es la aplicación de una falla trifásica en la línea de transmisión, con una duración de 3 ms. La Figura 5.3 muestra las variaciones de los pares en el eje ante la falla. El análisis de estas variaciones sugiere la existencia de modos inestables que ocasionan oscilaciones sostenidas o no amortiguadas. Las señales a las que se aplicará la HHT son el par GEN-EXC que es una señal de un solo componente y el par HP-IP que es una señal con múltiples componentes.

5.2.1 Análisis del Par GEN-EXC

En esta parte se utiliza la Transformada Hilbert-Huang para obtener las características instantáneas de las señales seleccionadas a partir de las simulaciones efectuadas en PSCAD. Para fines de comparación, se llevó a cabo el análisis del FBM con la Transformada de Fourier y el análisis de Prony [13] mediante el software PTbox [14], los cuales son métodos lineales convencionales. En la Tabla 5.1 se muestran los resultados obtenidos al analizar el par GEN-EXC con el análisis de Prony.

Tabla 5.1 Resultados del Análisis de Prony de la señal GEN-EXC

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento
1	20	0.36
2	16	-0.33
3	25	-6.8
4	0	-55
5	33	-6.7

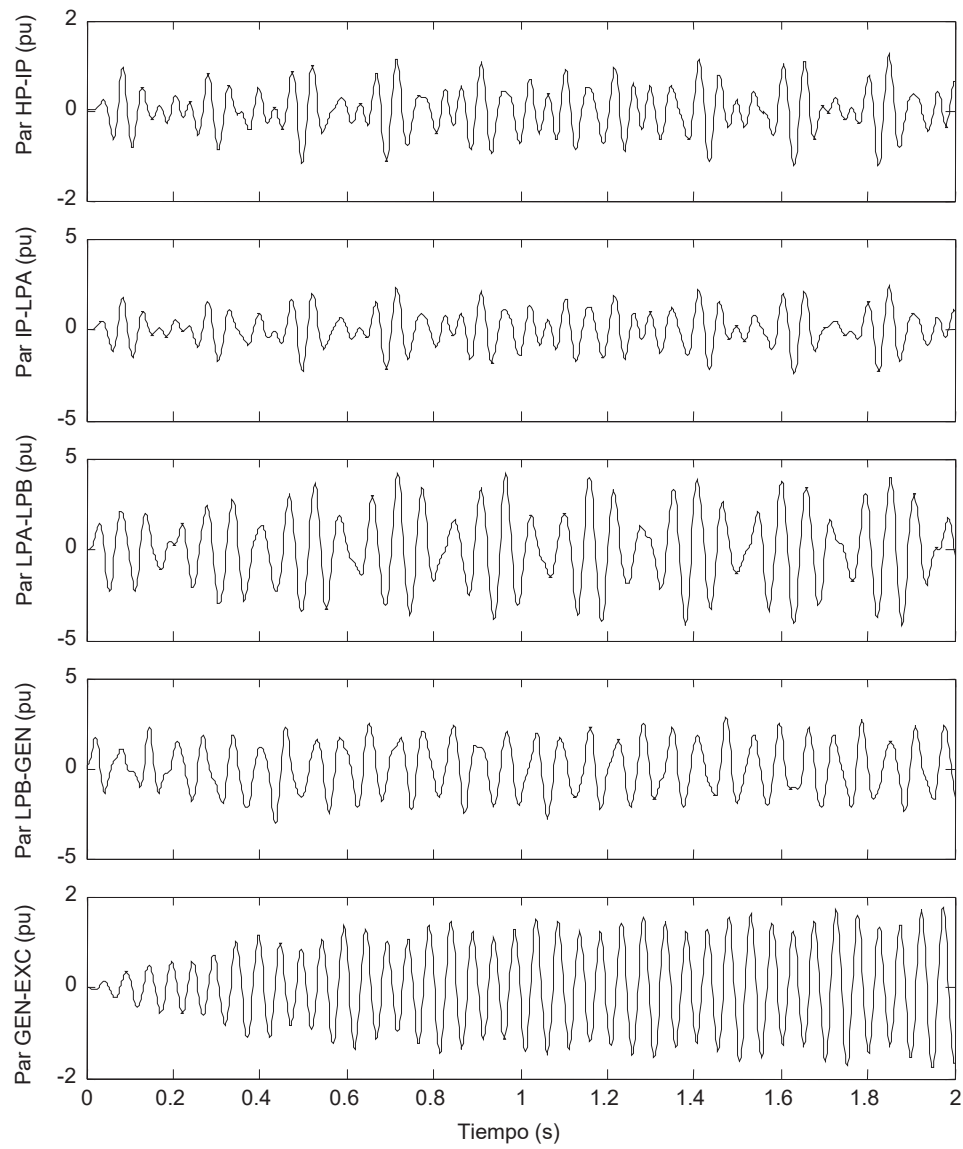


Figura 5.3 Variaciones del eje ante la aplicación de la falla en el FBM

El espectro de Fourier del par GEN-EXC en la Figura 5.4 muestra una frecuencia dominante a 20.1 Hz, lo cual sugiere la naturaleza de un solo componente de la señal. El análisis de Prony de la misma señal indica la presencia de un modo inestable en 20 Hz.

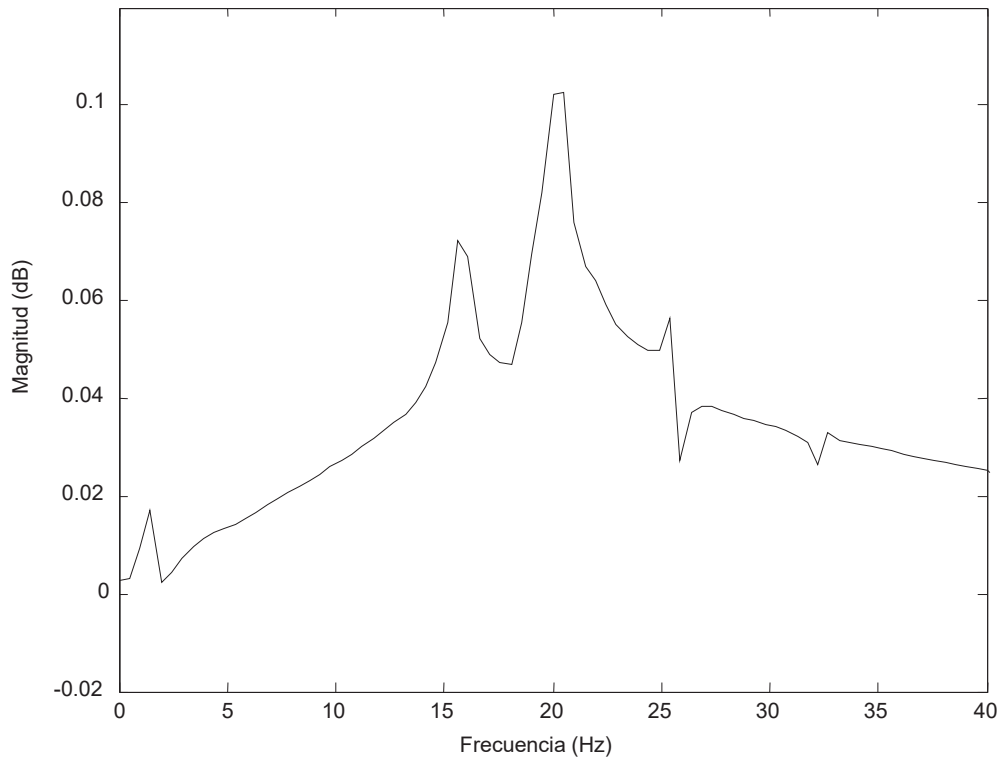


Figura 5.4 Espectro de Fourier del par GEN-EXC

Ahora, con la finalidad de analizar los atributos instantáneos del par GEN-EXC, se descompuso la señal del par GEN-EXC a través del método EMD. La descomposición arrojó un IMF dominante según se observa en la Figura 5.5. La amplitud instantánea y la fase instantánea se observan en la Figura 5.6; ambos atributos corresponden al IMF1 y exhiben amplitudes crecientes, lo cual indica inestabilidad en este modo torsional. Resulta interesante el análisis de la frecuencia instantánea, ya que en la Figura 5.7 es evidente que la señal tiene una frecuencia de 20 Hz, valor que coincide con las técnicas convencionales de análisis lineal. Sin embargo, la HHT es capaz de determinar el tiempo preciso de evolución de los parámetros importantes del sistema, de esta manera, el comportamiento del sistema tendrá una mejor caracterización.

Otro aspecto interesante es el espectro marginal de Hilbert del par GEN-EXC mostrado en la Figura 5.8. Muestra el modo dominante en 20 Hz, al compararlo con el espectro de Fourier de la Figura 5.4 las diferencias son claras. Éste último logra identificar el modo torsional de 20 Hz, pero con una resolución inferior al espectro marginal de Hilbert.

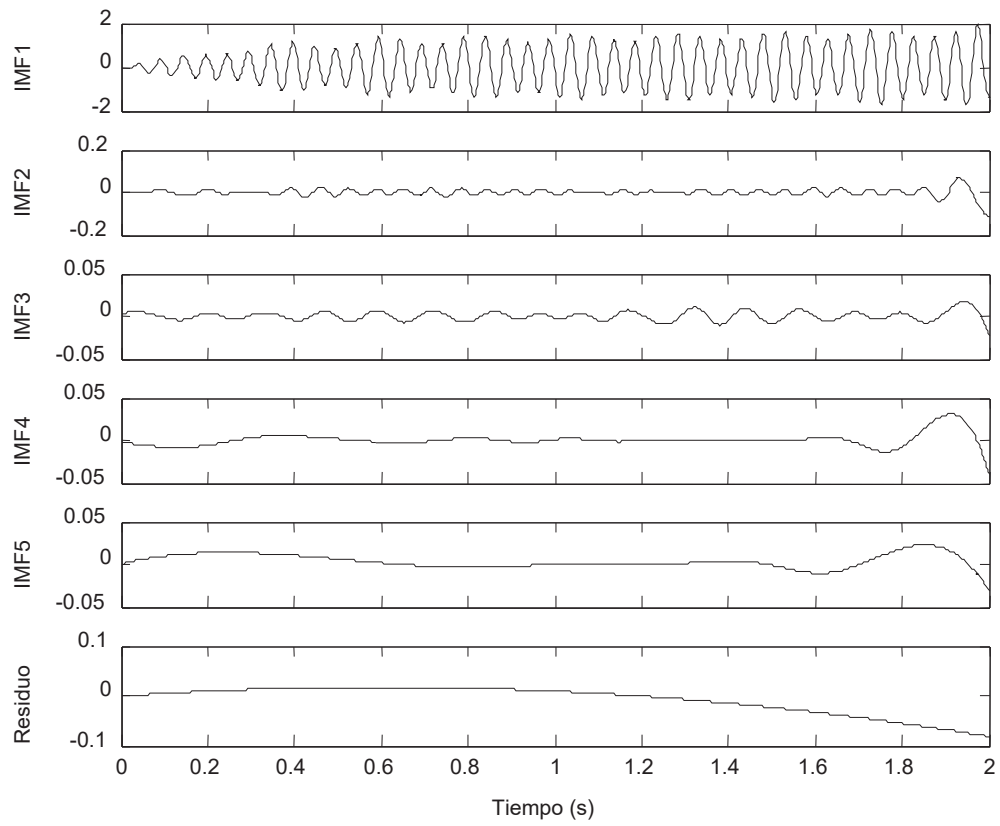


Figura 5.5 Descomposición modal empírica del par GEN-EXC

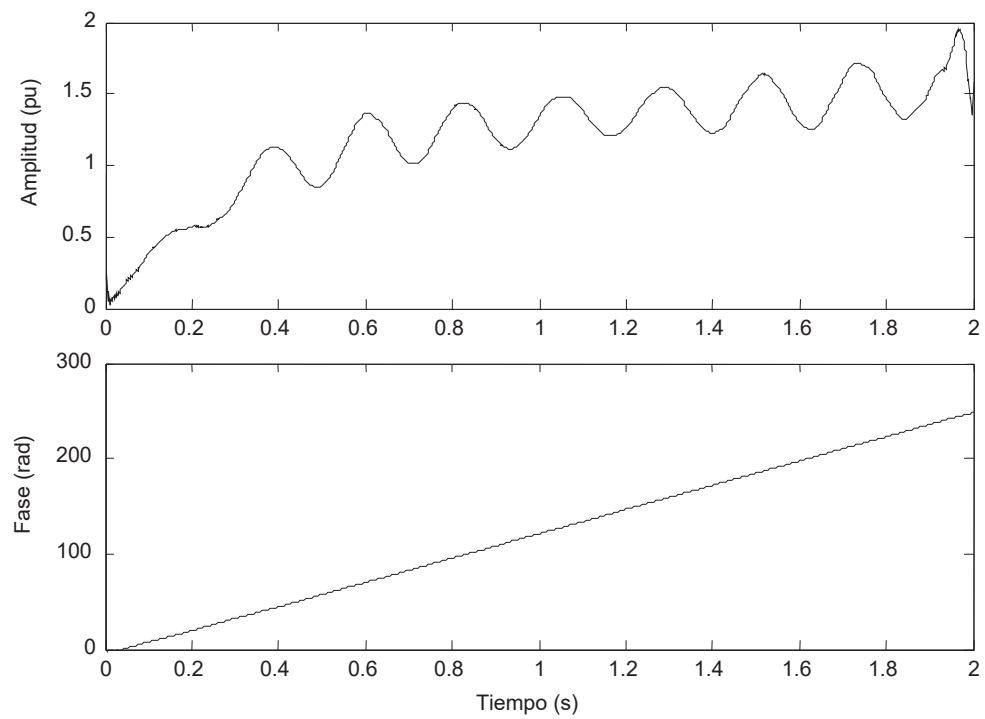


Figura 5.6 Atributos instantáneos del par GEN-EXC

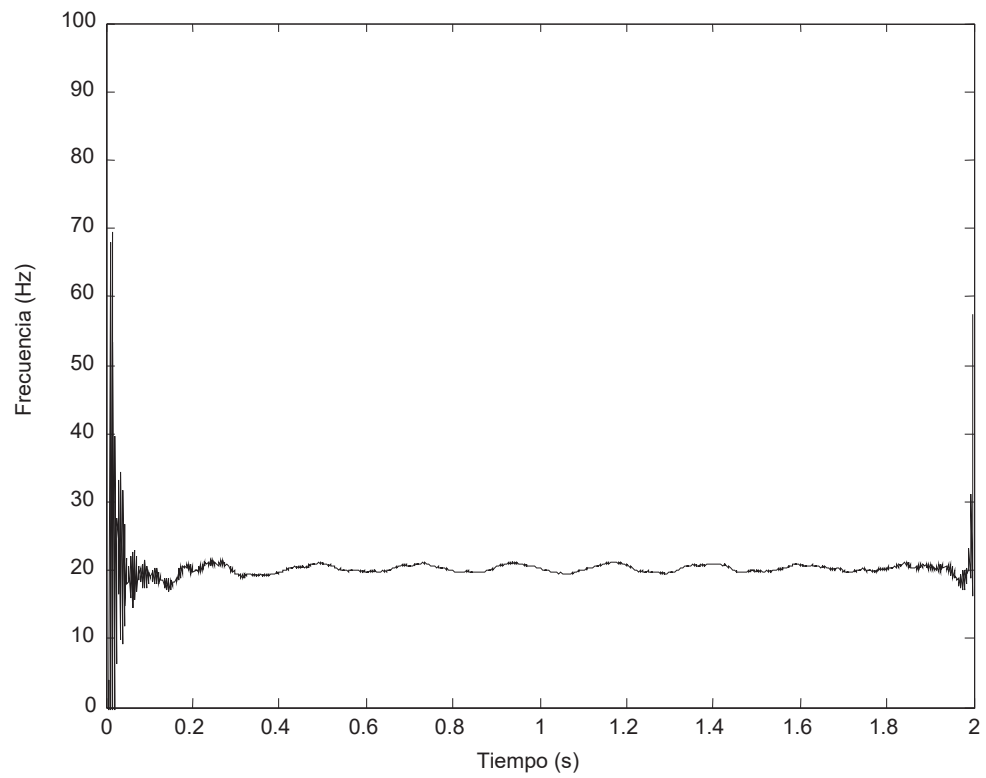


Figura 5.7 Frecuencia instantánea del par GEN-EXC

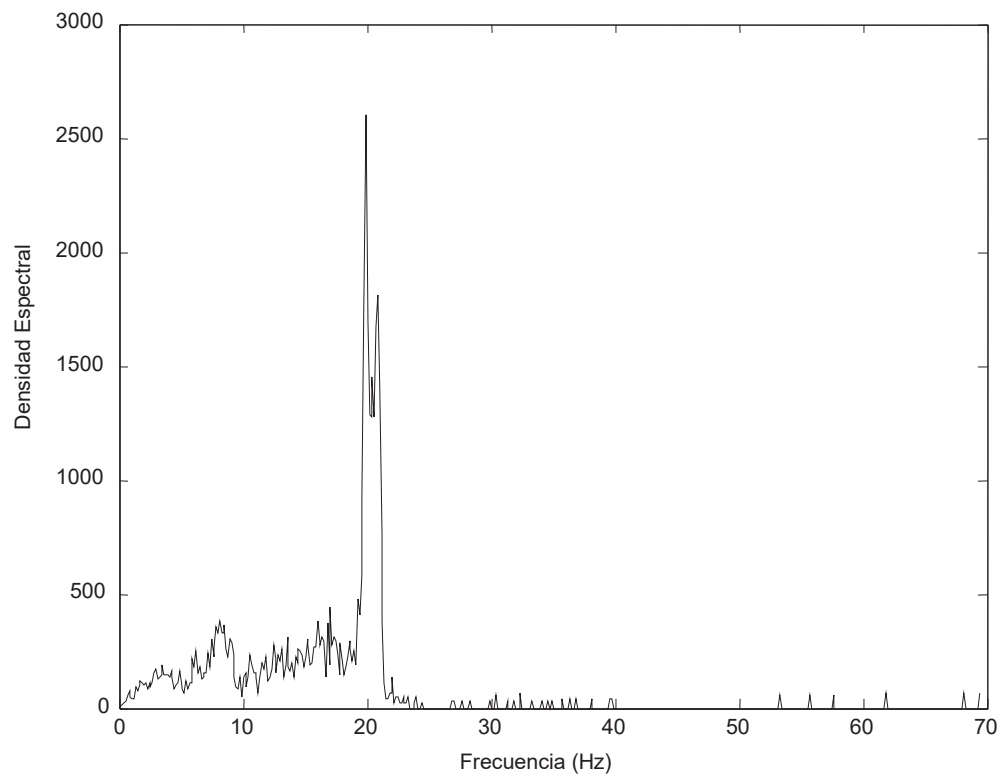


Figura 5.8 Espectro marginal de Hilbert del par GEN-EXC

5.2.2 Análisis del Par HP-IP

El par HP-IP exhibe varios componentes. El análisis del espectro de Fourier muestra tres modos dominantes en 16 Hz, 20 Hz y 25 Hz en la Figura 5.9; por otro lado, en la Tabla 5.2, el análisis de Prony identifica tres modos inestables en 20 Hz, 26 Hz y 16 Hz. La descomposición de la señal mediante la EMD se muestra en la Figura 5.10 y se obtuvieron cinco modos no estacionarios más el residuo. El IMF1 corresponde a las frecuencias más altas o también a la variación de tiempo más rápida de los datos; la frecuencia disminuye conforme aumenta el número de IMF's.

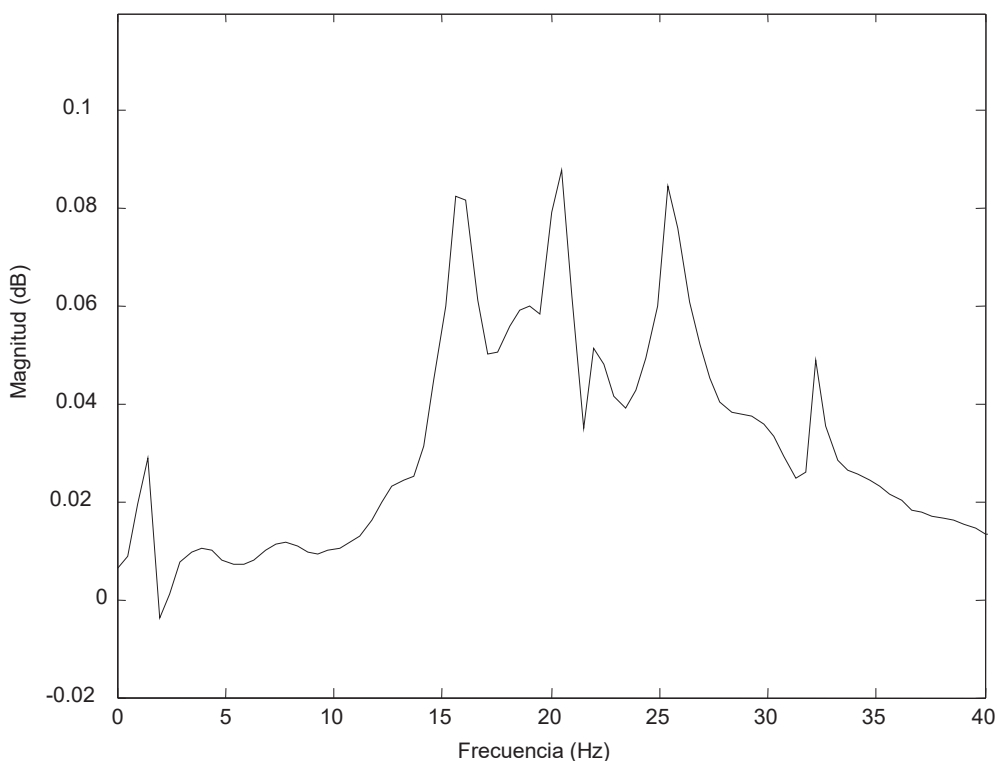


Figura 5.9 Espectro de Fourier del par HP-IP

Tabla 5.2 Resultados del Análisis de Prony del par HP-IP

Modo	Frecuencia (Hz)	Amortiguamiento
1	20	0.063
2	26	0.064
3	16	0.15
4	32	-0.67
5	0	-3.2

Al analizar cada IMF, se observa que los dos primeros IMF's capturan una parte importante de la energía contenida en el par HP-IP y exhiben un comportamiento no lineal cuando se obtiene su espectro de Hilbert (ver Figura 5.11), en contraste con el espectro de Fourier, que sugiere un comportamiento lineal. El espectro de Hilbert muestra de manera clara la no estacionalidad del par HP-IP.

Las magnitudes del IMF4 y IMF5 son despreciables en comparación con los tres primeros, es decir, las frecuencias a las que oscilan son bajas; este ejemplo sugiere la presencia de un problema indeseable que presenta el método EMD reportado en la literatura [15], [16]: la generación de información ficticia o modos ficticios en los rangos de baja frecuencia. Sin embargo, la eliminación de estos modos ficticios se dejará para trabajos futuros en posteriores investigaciones.

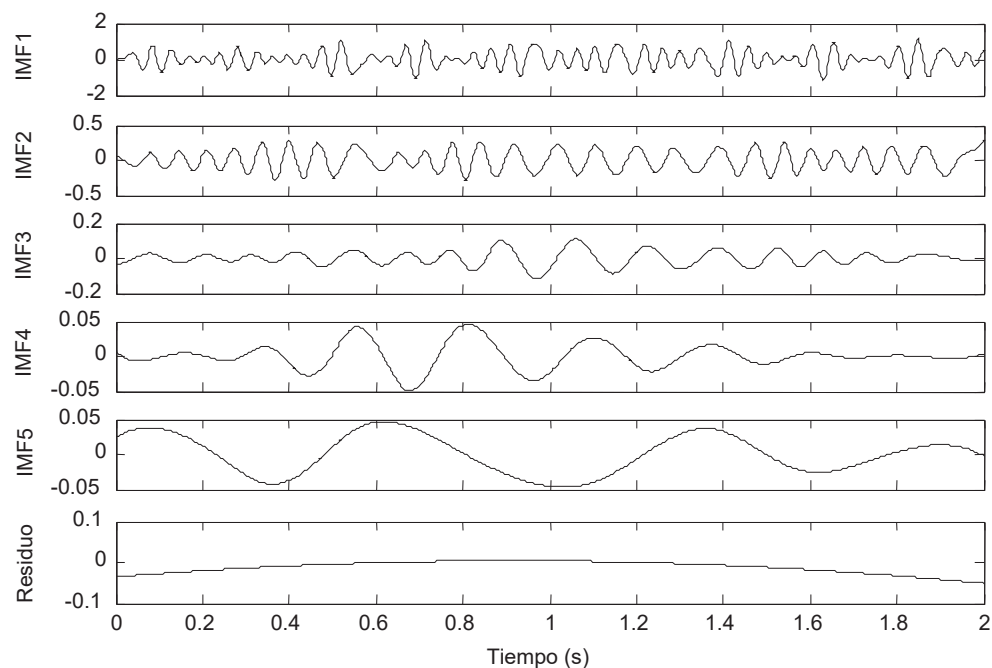


Figura 5.10 Funciones modales intrínsecas del par HP-IP

En contraste con el caso anterior, de una señal con un solo componente de frecuencia, el análisis del espectro de Hilbert para la señal HP-IP revela un comportamiento más complejo, que indica la presencia de no linealidad y no estacionalidad. En particular, para el IMF1, el análisis del espectro de Hilbert de la Figura 5.11 (línea en color azul) muestra un comportamiento oscilatorio alrededor de 20 Hz con amplitud y frecuencia variantes, lo cual sugiere la interacción de dos o más modos oscilatorios; al parecer se trata de los modos correspondientes a 16 Hz, 20 Hz y 26 Hz. El modo correspondiente al IMF2 oscila alrededor de 16 Hz. Algo inesperado es que aparece un modo oscilando alrededor de 10 Hz, el espectro marginal del par HP-IP (ver Figura 5.12) también revela este detalle; debe mencionarse que ni el espectro de Fourier ni el análisis de Prony identifican esta frecuencia.

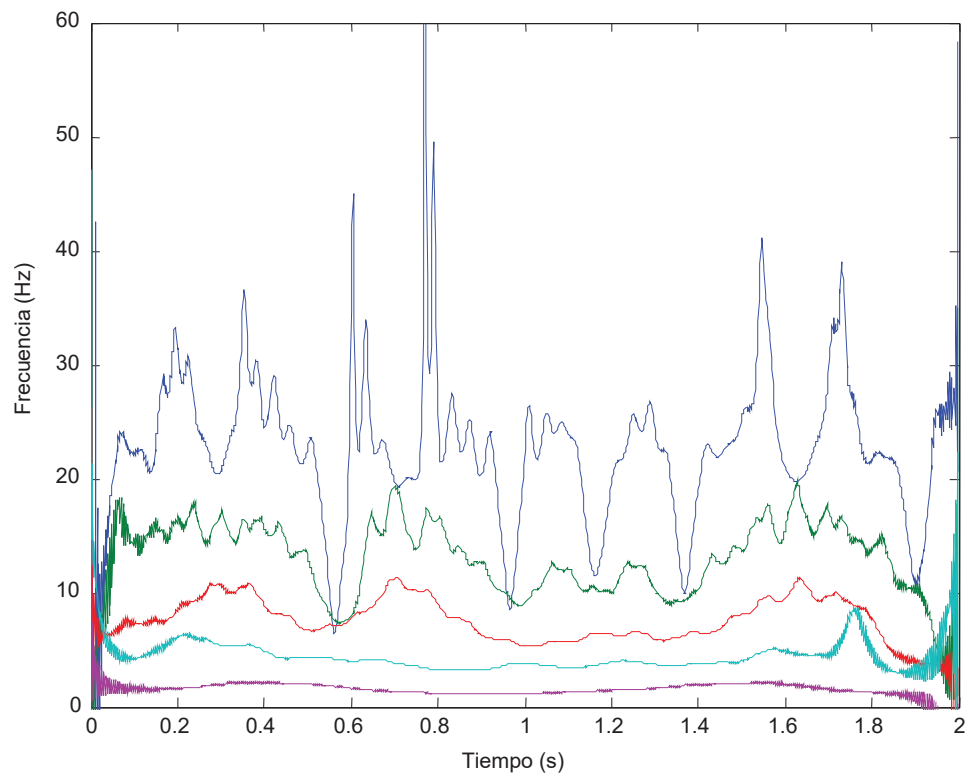


Figura 5.11 Espectro de Hilbert del par HP-IP

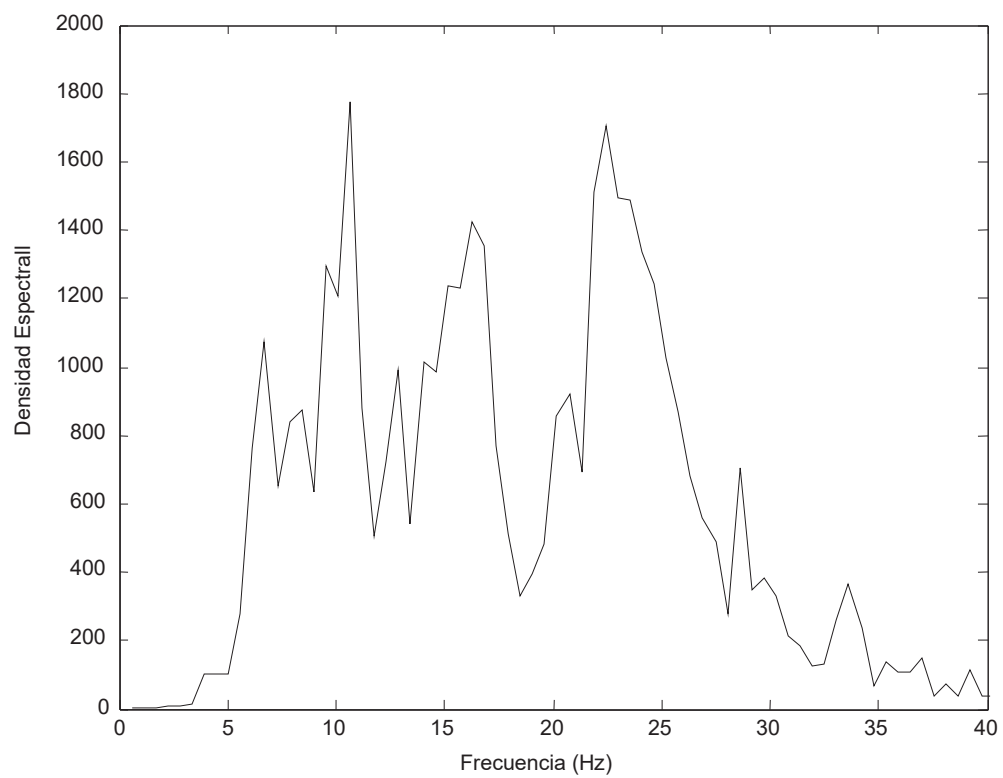


Figura 5.12 Espectro marginal de Hilbert del par HP-IP

Hasta aquí, otro problema relacionado con la EMD en el análisis del par HP-IP es que no logra separar las frecuencias de 16 Hz, 20 Hz y 26 Hz, sino que estos valores parecen encontrarse mezclados en los dos primeros IMF's. Este inconveniente también ha sido reportado en la literatura y se conoce como mezclado de modos [15] y [16].

5.3 Conclusiones

En este Capítulo se aplicó la HHT para determinar los atributos instantáneos (amplitud, fase y frecuencia instantánea) de la respuesta torsional del eje ante una perturbación. Los resultados del estudio muestran que el método propuesto es factible y puede determinar la evolución en el tiempo de la amplitud y frecuencia de las señales del sistema.

La Transformada Hilbert-Huang debe tener la capacidad de poder identificar y aislar los modos del sistema, de manera que la interpretación física del comportamiento de los componentes de frecuencia sea más confiable. Por lo cual, los trabajos futuros se enfocarán en mejorar el método de descomposición modal, poniendo énfasis en eliminar los problemas de generación de modos ficticios y el mezclado de modos.

Capítulo 6

Conclusiones

6.1 Conclusiones Generales

En este Capítulo se presenta un resumen de los resultados y conclusiones que se desprenden de la presente tesis. Se investigó un método nuevo de procesamiento de señales para analizar fenómenos oscilatorios. La investigación se enfocó en el estudio de la Transformada Hilbert-Huang y su aplicación en Sistemas Eléctricos de Potencia; en este caso, la HHT se utilizó para detectar los modos torsionales de oscilación relativos al fenómeno de la Resonancia Subsíncrona (SSR). De esta manera, este método representa una alternativa respecto a los métodos convencionales de estudio de la SSR, los cuales son el Análisis de Prony y el Análisis Modal. Además, se probó la efectividad de esta nueva herramienta de procesamiento de señales en series de tiempo no lineales y no estacionarias provenientes de los sistemas de ecuaciones de Rössler, Duffing y Lorenz. En seguida se presentan las principales contribuciones del presente trabajo de tesis:

1. La Transformada Hilbert-Huang se programó en Matlab 7.0. Este método se desarrolló en dos etapas para poder analizar series de tiempo. La primer etapa es la descomposición modal empírica (EMD), la cual separa cualquier señal en un conjunto de funciones conocidas como funciones modales intrínsecas (IMF's). Los IMF's se obtienen mediante el proceso de *sifting*. La segunda etapa de la HHT fue la obtención de las amplitudes y frecuencias instantáneas de cada IMF, calculando la Transformada de Hilbert de cada IMF. El resultado final fue una representación tiempo-frecuencia o espectro de Hilbert.
2. La Transformada Hilbert-Huang se comparó con la Transformada de Fourier, la Transformada Corta de Fourier o Espectrograma y con los *Wavelets*, los cuales constituyen los métodos convencionales de análisis en señales no lineales y no estacionarias. El Espectrograma es el método más elemental; debido a que se basa en el análisis de Fourier tradicional, la principal restricción es que los datos sean estacionarios en intervalos, pero en datos no estacionarios esta condición no se cumple. Por otro lado, existen dificultades en su aplicación: hay problemas de resolución de frecuencia y tiempo; una ventana de corta duración equivale a una buena resolución de tiempo, pero provoca una resolución de frecuencia pobre y viceversa. Todos estos inconvenientes convierten el análisis STFT en un método poco útil. Por otro lado, el análisis con *Wavelets* es útil para analizar datos con cambios graduales de frecuencia; tiene una resolución uniforme para todas las escalas, pero esta resolución es pobre. Se mencionó que su principal desventaja es que tiene una interpretación complicada. La mayoría de los métodos están

diseñados para modificar la representación global del análisis de Fourier, pero todos tienen algún inconveniente.

3. Con la finalidad de probar las ventajas de la HHT, se simuló tres sistemas de ecuaciones no lineales: ecuaciones de Lorenz, Duffing y Rössler. El análisis espectral de las ecuaciones se efectuó con la Transformada de Fourier y con Wavelets. En esta parte, se obtuvo el espectro de Hilbert y el espectro marginal de Hilbert; éste último es una representación de la probabilidad de que exista una determinada frecuencia, es el equivalente al espectro de Fourier. En el espectro marginal de Hilbert se identificaron claramente todas las frecuencias de oscilación de los tres sistemas de ecuaciones, en cambio el espectro de Fourier fue incapaz de identificarlas. De manera similar, el espectro de Hilbert muestra una buena resolución de las frecuencias en función del tiempo; en contraste, el espectro obtenido con los Wavelets muestra dispersión de energía, lo que dificulta la visualización del comportamiento de las frecuencias en el tiempo.
4. Se presentó la HHT como un método alternativo para estudiar la SSR. Se modeló el primer modelo de prueba del IEEE en PSCAD, y de la simulación se extrajeron las variaciones del par en cada sección del eje del turbogenerador, bajo la aplicación una falla trifásica. Después, se utilizó la PT Toolbox para efectuar el análisis de Prony en los datos de las variaciones, así quedaron identificados los modos torsionales verdaderos. El análisis de las variaciones con la HHT arrojó resultados similares a los del análisis de Prony. La ventaja de la HHT es que no sólo identifica los modos torsionales, sino que mediante el espectro de Hilbert se observa el comportamiento en el tiempo de cada modo.
5. La HHT es una buena opción para identificar modos oscilatorios en sistemas de potencia, aunque necesita algunas mejoras: en el estudio de la SSR, el análisis con la HHT arrojó resultados aproximados a los valores reales. Esto se debe a las desventajas que se describen en la sección de Trabajos Futuros: generación de frecuencias ficticias y mezclado de modos.

6.2 Trabajos Futuros

La transformada Hilbert-Huang (HHT) es un método nuevo de procesamiento de señales destinado al análisis de señales no lineales y no estacionarias, pero tiene algunas desventajas como lo han reportado algunos autores [15], [16]. En el siguiente párrafo se describen estos inconvenientes, los cuales podrían ocasionar una interpretación errónea de los fenómenos oscilatorios en sistemas de potencia.

La parte fundamental de la Transformada Hilbert-Huang es la descomposición modal empírica (EMD), que separa una señal en una serie de componentes moduladas en amplitud y frecuencia. Sin embargo, la extracción de estas componentes de un conjunto de datos es un proceso que involucra dos complicaciones principales: mezclado de modos y generación de información ficticia en varios tipos de señales. El primero se presenta cuando las oscilaciones exhiben modos (frecuencias) cercanos, esto es, cuando el valor de las frecuencias tienen valores muy próximos entre sí; el segundo

problema se refiere a la generación de IMF's ficticios en el rango de baja frecuencia del espectro de Hilbert. Otro problema detectado es el efecto (oscilaciones significativas) en los extremos ocasionados por el cálculo de la Transformada de Hilbert y por el tipo de interpolación utilizada en el cálculo de las envolventes. Las investigaciones que se llevan a cabo en la actualidad están enfocadas a eliminar estos inconvenientes. De acuerdo a las observaciones anteriores, quedan pendientes los siguientes trabajos:

- Desarrollar mejoras a la HHT para eliminar los efectos de mezclado de modos y generación de frecuencias ficticias, basándose en las ideas propuestas en las referencias [15] y [16]. (Probar las alternativas propuestas en las referencias [15] y [16]).
- Utilizar interpolación de orden más alto que la interpolación cúbica (En el presente trabajo se utilizó interpolación cúbica) para mitigar el efecto en los extremos.
- Explorar la Transformada de Fourier Continua Modificada [17]; el autor de esta modificación a la Transformada de Fourier, ha realizado pruebas en diversas series de tiempo, quedando demostrada su efectividad para identificar las frecuencias genuinas de cualquier señal. El principal problema radica en obtener una representación en el dominio del tiempo-frecuencia basada en esta novedosa transformada, con la cual tal vez sea posible obtener una alternativa que resuelva el problema de las frecuencias ficticias y el mezclado de modos.

Otros trabajos futuros que pueden realizarse son:

- Efectuar un estudio más detallado del Espectro Marginal de Hilbert, ya que existen dudas acerca de la normalización de su amplitud.
- Implementar la HHT en otras áreas aplicables de Sistemas Eléctricos de Potencia (áreas donde pueda sustituirse el análisis con wavelets por el uso de la HHT).
- Probar la efectividad de la HHT en el análisis de oscilaciones de potencia utilizando mediciones reales provenientes de Unidades de Medición Fasorial (PMU's), de eventos ocurridos en el Sistema Interconectado Mexicano.
- Incursionar en otras áreas con la HHT, por ejemplo, Medicina, Acústica, Geografía, Ingeniería Civil, Procesamiento de Imágenes, etc.

Referencias

- [1] Huang, Norden E., *et al*, "The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-stationary Time Series Analysis", *The Royal Society*, 1998.
- [2] Hilbert-Huang Transform Technology. <http://techtransfer.gsfc.nasa.gov/hht/index.html>
- [3] A. R. Messina, Vijay Vittal, Daniel Ruiz-Vega, G. Enriquez-Harper, "Interpretation and Visualization of Wide-Area PMU Measurements using Hilbert Analysis". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 21, No. 4, Noviembre de 2006.
- [4] Xiaodong Wang, Baoqing Li, Zhiwei Liu, Harry T. Roman, Onofrio L. Russo, Ken K. Chin, Kenneth R. Farmer, "Analysis of Partial Discharge Signal Using the Hilbert-Huang Transform". *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 21, No. 3, July 2006. Pp. 1063-1067.
- [5] Ya-Wen Tang, Cheng-Chi Tai, Ching-Chau Su, "Data Analysis Using Hilbert-Huang Transform for Partial Discharge in Low Voltage Motors". *International Conference on Intelligent Systems Applications to Power Systems*, 2007. *ISAP 2007*, 5-8 November 2007, Pp. 1-4.
- [6] J. Rosero, A. Garcia, J. Cusido, L. Romeral, J. A. Ortega, "Fault Detection by means of Hilbert-Huang Transform of the Stator Current in a PMSM with Demagnetization". *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2008. *ISIE 2008*. June 30 – July 2 2008, Pp. 172-177.
- [7] Zemmour, Arnaud I, "The Hilbert-Huang Transform for Damage Detection in Plate Structures", *Thesis for the Degree of Master of Science*, Universidad de Maryland, 2006.
- [8] Phillips, W. J., *Signal Processing Tutorial*, 2003.
- [9] Thompson, J. M. T. and H. B. Stewart, "Nonlinear Dynamics and Chaos". John Wiley & Sons. 1993, EUA.
- [10] Kundur, Prabha, "Power System Stability and Control". *EPRI*, 1994, EUA.
- [11] Andrade, Manuel A., A. R. Messina, Carlos A. Rivera y Daniel Olguin, "Identification of Instantaneous Attributes of Torsional Shaft Signals Using the Hilbert Transform". *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 19, NO. 3, Agosto de 2004. Pp. 1422-1429.
- [12] IEEE Subsynchronous Resonance Task Force of the Dynamic System Performance Working Group Power System Engineering Committee, "First Benchmark Model for Computer

Simulation of Subsynchronous Resonance". *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-96, no. 5, Septiembre-Octubre 1977, Pp. 1565-1572.

- [13] Tan, Ek Wee, "Power System Dynamic Security Assignment via Prony Analysis". *Thesis*, the University of Queensland, Octubre, 2003.
- [14] Singh, Satman y Jerry C. Hamann, Prony Toolbox (PTbox) versión 1.1.2, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Computación de la Universidad de Wyoming.
- [15] Yi-bing Liu, Qi Wu, Zhi-yong Ma, Ke-guo Yan, "An Improved Hilbert-Huang Transform and its Application in Fault Signal Analysis". *Proceedings of the 2006 IEEE, International Conference on Mechatronics and Automation*, Junio 25-28, 2006, Luoyang, China.
- [16] Qi Wu, Yi-bing Liu, Ke-guo Yan, "A New Approach to Improved Hilbert-Huang Transform". *Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Junio 21-23, 2006, Dalian, China.
- [17] Campos, Rafael, UMSNH.