



UNIVERSIDAD MICHOCANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DETERMINACIÓN DE SENSIBILIDADES E
INTERACCIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA EN
SISTEMAS ELÉCTRICOS

TESIS

Que para obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA
ELÉCTRICA

Presenta:

Ingeniero Electrónico
Pável Zárate Valdez

Director de Tesis:

Doctor en Filosofía en Ingeniería Eléctrica
Claudio Rubén Fuerte Esquivel

Agosto 2013



A mi Madre, Hermanos y a Mary

Agradecimientos

Agradezco antes que nada a Dios que me permitió llegar hasta este momento de mi vida.

Agradezco al Consejo de Ciencia y Tecnología (CONACYT) y a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por su apoyo para la realización de este proyecto de tesis.

Agradezco al Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel por su incondicional apoyo y guía durante el desarrollo y culminación de la presente tesis.

Agradezco al cuerpo docente de esta División de Estudios de posgrado de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por compartir sus conocimientos y ayudar en mi formación.

Agradezco a mis compañeros, Celso, Sanzon, Lalo, Rafa, Victor, Ranyart, Gerson, Erik, Sotelo, Boris, Miguel y Hector por su gran apoyo e inigualable amistad.

ABSTRACT

Power flow analysis is an indispensable tool in planning and designing a power electric system, as well as determining the optimal operating conditions of existing systems. This research introduces a method to solve the power flow problem, which is called power flows based on power injections to determine the operating point of the SEP and thus obtain the initial conditions of magnitude and phase angle nodal voltages for the sensitivity analysis. Sensitivity analysis is formulated by a function that represents the active power flow, this function in turn depends on the state variables and the electrical parameters of SEP, the derivation of this function with respect to the electrical parameters of the transmission elements involves use of multivariable calculus. Energetic interaction analysis is accomplished using the sensitivity matrix, where each row of the matrix is represented as a vector and the angle between the vectors representing the correlation energy system maintaining active power flows in the SEP. Sensitivity analysis parameters regarding loss involves introducing and pre multiplying a unit vector sensitivity matrix such that each column of the sensitivity matrix may be added, and thus can be represented total system losses due small increments in the parameters.

RESUMEN

El estudio de flujos de potencia es una herramienta imprescindible en la planeación y diseño de los sistemas eléctricos de potencia, así como también en la determinación de las mejores condiciones de operación de los sistemas existentes. En esta investigación es presentado un método para resolver el problema de flujos de potencia, el cual es llamado flujos de potencia en base a inyecciones de potencia con la finalidad de determinar el punto de operación del SEP y con ello las condiciones iniciales de magnitud y ángulo de fase de los voltajes nodales para llevar a cabo un estudio de sensibilidad. El análisis de sensibilidad está formulado mediante una función que representa los flujos de potencia activa, donde ésta función depende a su vez de las variables de estado y parámetros eléctricos de los elementos de transmisión, la derivación de ésta función respecto a los parámetros eléctricos de los elementos de transmisión implica hacer uso del cálculo multivariable. Se presenta un método para determinar la interacción energética entre los flujos de potencia activa la cual es lograda a partir de una matriz de sensibilidad, donde cada fila de dicha matriz es representada como un vector y el ángulo entre los vectores del sistema representa la correlación energética que mantienen los flujos de potencia activa en el SEP. Finalmente es presentado un método para ubicar dispositivos controladores flexibles de transmisión en corriente alterna mediante el método de sensibilidades de pérdidas respecto a los parámetros eléctricos de los elementos de transmisión.

Índice general

Agradecimientos	v
Abstract	vii
Resumen	ix
Lista de Figuras	xv
Lista de Tablas	xvii
Lista de Simbolos y Abreviaturas	xix
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Revisión al Estado del Arte	2
1.3. Objetivo	6
1.4. Justificación	6
1.5. Metodología	7
1.6. Contribuciones	8
1.7. Estructura de la Tesis	8
2. Flujos de Potencia en Base a Inyecciones de Potencia	11
2.1. Introducción	11
2.2. Ecuaciones de balance de Potencia	12
2.3. Tipos de Variables y de Nodos	17
2.4. Solución de las Ecuaciones de balance de Potencia	18
2.5. El algoritmo Newton-Raphson	19
2.6. Solución de las Ecuaciones de Balance de Potencia Mediante el Método Newton - Raphson	21
2.7. Inicialización de Variables de Estado	25
2.8. Límites de Potencia Reactiva en Nodos PV	25
2.9. Resumen	26

3. Teoría de Sensibilidades para la Determinación de Interacciones Energéticas	27
3.1. Introducción	27
3.2. Conceptos Básicos de la Teoría de Sensibilidades	28
3.3. Función de Sensibilidad	30
3.3.1. Linealización de la Función de Sensibilidad	31
3.3.2. Sensibilidad del Flujo de Potencia Activa Respecto a Parámetros del Sistema	32
3.4. Análisis de Sensibilidad del SEP en Estado Estacionario	34
3.4.1. Descripción de Funciones y Variables del Sistema Eléctrico de Potencia	34
3.4.2. Sensibilidades de las Ecuaciones de Balance de Potencia Respecto a Variables de Estado	36
3.4.3. Sensibilidad de las Ecuaciones de Balance de Potencia Respecto a Parámetros del Sistema	38
3.4.4. Sensibilidad del Flujo de Potencia en Terminales de Elementos de Transmisión Respecto de las Variables de Estado	39
3.4.5. Sensibilidad del Flujo de Potencia en Terminales de Elementos de Transmisión Respecto de los Parámetros del Sistema	41
3.5. Aplicación de Sensibilidad al Sistema Eléctrico de Potencia	43
3.5.1. Aplicación de Sensibilidad en un Sistema de Dos Nodos	43
3.5.2. Aplicación de Sensibilidad en un Sistema Multinodal	46
3.6. Interdependencia entre los flujos de potencia en el SEP	50
3.7. Conclusiones	52
4. Emplazamiento de Dispositivos Controladores Sifletca Mediante el Método de Sensibilidades	53
4.1. Introducción	53
4.2. Modelo del Flujo de Potencia del Capacitor Serie Controlado por Tiristores	54
4.3. Pérdidas del Sistema Eléctrico de Potencia	58
4.4. Pérdidas Respecto a Parámetros del SEP	58
4.5. Conclusiones	63
5. Casos de Estudio	65
5.1. Sistema de 4 nodos	65
5.1.1. Sensibilidad	66
5.1.2. Comparación entre resultados de flujos de potencia y sensibilidades	71
5.1.3. Interdependencia entre Flujos de Potencia Activa	72
5.1.4. Controladores SIFLETCA	75
5.2. Sistema de 14 Nodos	78
5.2.1. Sensibilidad	79
5.2.2. Interdependencia entre Flujos de Potencia Activa	80
5.2.3. Controladores SIFLETCA	82

5.3. Sistema de 118 Nodos	86
5.3.1. Sensibilidad	87
5.3.2. Interdependencia entre Flujos de Potencia Activa	90
5.4. Conclusiones	93
6. Conclusiones Generales y Trabajos Futuros	95
6.1. Conclusiones Generales	95
6.2. Trabajos Futuros	96
A. Datos de los Sistemas de Prueba	97
A.1. Sistema de 4 nodos	97
A.2. Sistema IEEE-14 Nodos	98
A.3. Sistema IEEE-118 Nodos	99
B. Flujo de potencia activa entre dos nodos	105
Bibliografía	109

Índice de figuras

2.1. Modelo π de la línea de transmisión	13
2.2. Balance en el nodo k , potencia activa (a) y potencia reactiva (b) [Acha et al., 2004].	17
3.1. Linealización de la función del flujo de potencia activa (f_ℓ) respecto del parametro eléctrico de la línea de transmisión	32
3.2. Sistema eléctrico de dos nodos	43
3.3. Flujo de línea completamente desacoplado (a) y flujo de línea acoplado (b).	51
4.1. Módulo CSCT.	54
4.2. Módulo CSA.	55
4.3. Impedancia fundamental del CSCT	56
5.1. Sistema eléctrico de cuatro nodos	66
5.2. Sensibilidad del sistema eléctrico de cuatro nodos.	67
5.3. Interacción entre flujos del sistema de cuatro nodos: (a) no-interacción y (b) interacción	74
5.4. Sistema eléctrico de cuatro nodos	74
5.5. Sistema eléctrico de 14 nodos	78
5.6. Sistema eléctrico de 14 nodos.	80
5.7. Interacción entre flujos del sistema eléctrico de 14 nodos.	81
5.8. Interacción entre flujos del sistema de 14 nodos.	82
5.9. Sistema eléctrico de 118 nodos.	86
5.10. Sistema eléctrico de 118 nodos.	90
5.11. Sistema eléctrico de 118 nodos.	92
B.1. Circuito π entre dos nodos	105

Índice de tablas

5.1. Resultados de voltajes para el sistema de 4 nodos.	66
5.2. Sensibilidad en el parámetro 1	68
5.3. Sensibilidad en el parámetro 2	68
5.4. Sensibilidad en el parámetro 3	68
5.5. Sensibilidad en el parámetro 4	68
5.6. Sensibilidad en el parámetro 5	68
5.7. Sensibilidad negativa $\partial P_k / \partial X_k < 0$	69
5.8. Sensibilidad positiva $\partial P_k / \partial X_k > 0$	69
5.9. Sensibilidad negativa $\partial P_i / \partial X_k < 0$	70
5.10. Sensibilidad positiva $\partial P_i / \partial X_k > 0$	70
5.11. Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{12}	71
5.12. Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{13}	71
5.13. Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{23}	72
5.14. Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{24}	72
5.15. Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{34}	72
5.16. Sensibilidad en flujos de potencia activa del sistema eléctrico de 4 nodos con SIFLETCA.	76
5.17. Interacción de flujos en las líneas del sistema eléctrico de 4 nodos incluyendo Dispositivos SIFLETCA.	76
5.18. Sensibilidad de Pérdidas respecto a una variación del 10 % en los parámetros en el sistema eléctrico de 4 nodos.	77
5.19. Resultados de voltajes para el sistema de 14 nodos.	78
5.20. Control de flujos en las líneas (1,2) y (12,13) del sistema eléctrico de 14 nodos, con SIFLETCA.	83
5.21. Control de flujos en las líneas (13,14) y (12,13) del sistema eléctrico de 14 nodos, con SIFLETCA.	84
5.22. Sensibilidad de Perdidas respecto a una variación del 10 % en los parámetros en el sistema eléctrico de 14 nodos.	85
5.23. Resultados de voltajes para el sistema de 118 nodos.	87
5.24. Máxima sensibilidad del sistema eléctrico de 118 nodos.	88
5.25. Mínima sensibilidad del sistema eléctrico de 118 nodos.	89
5.26. Interacción del flujo de potencia conectado entre los nodos 19 y 20 del sistema eléctrico de 118 nodos.	91

5.27. Interacción del flujo de potencia conectado entre los nodos 35 y 36 del sistema eléctrico de 118 nodos.	93
A.1. Número de nodos y componentes del sistema eléctrico de 4 nodos. .	97
A.2. Datos del nodo slack del sistema eléctrico de 4 nodos.	97
A.3. Datos de líneas de transmisión del sistema eléctrico de 4 nodos. . .	97
A.4. Datos de compensadores en derivación del sistema eléctrico de 4 nodos.	98
A.5. Datos de generadores del sistema eléctrico de 4 nodos.	98
A.6. Datos de cargas del sistema eléctrico de 4 nodos.	98
A.7. Número de nodos y componentes del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.	98
A.8. Datos del nodo slack del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.	98
A.9. Datos de líneas de transmisión del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.	99
A.10. Datos de compensadores fijos en derivación del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.	99
A.11. Datos de transformadores del sistema eléctrico IEEE-14 nodos. . . .	99
A.12. Datos de generadores del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.	99
A.13. Datos de cargas del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.	100
A.14. Número de nodos y componentes del sistema eléctrico.	100
A.15. Datos del nodo slack	100
A.16. Datos de transformadores.	100
A.17. Datos de líneas de transmisión.	101
A.18. Datos de generadores.	102
A.19. Datos de cargas.	103

Lista de Simbolos y Abreviaturas

Simbolos

\bar{V}_k	Voltaje complejo en el nodo k
V_k	Magnitud de voltaje del nodo k
V_{slack}	Magnitud de voltaje del nodo $slack$
θ_k	Ángulo de fase del voltaje del nodo k .
θ_{slack}	Ángulo de fase del voltaje del nodo $slack$.
X	Magnitud y ángulo de fase en el nodo k .
ΔP_k	Desbalance de potencia activa en el nodo k .
ΔQ_k	Desbalance de potencia reactiva en el nodo k .
P_{gen_k}	Potencia activa inyectada por el generador conectado al nodo k .
Q_{gen_k}	Potencia reactiva inyectada por el generador conectado al nodo k .
$Q_{gen_{min}}$	Límite mínimo de generación de potencia reactiva del generador conectado al nodo k .
$Q_{gen_{max}}$	Límite máximo de generación de potencia reactiva del generador conectado al nodo k .
P_{dem_k}	Potencia activa de carga conectada al nodo k .
Q_{dem_k}	Potencia reactiva de carga conectada al nodo k .
P_k^{cal}	Potencia activa neta inyectada al nodo k .
Q_k^{cal}	Potencia reactiva neta inyectada al nodo k .
P_k^{esp}	Potencia activa especificada en el nodo k .
Q_k^{esp}	Potencia reactiva especificada en el nodo k .
j	Número complejo $\sqrt{-1}$
\bar{I}_k	Corriente compleja inyectada al nodo k .
\bar{I}_{km}	Corriente compleja que fluye del nodo k al nodo m .

\bar{I}_{k0}	Corriente compleja que fluye a través del elemento <i>shunt</i> conectado al nodo k .
\bar{Z}_{km}	Impedancia compleja serie conectada entre los nodos k y m .
\bar{y}_{km}	Admitancia compleja serie conectada entre los nodos k y m .
\bar{y}_{k0}	Admitancia compleja <i>shunt</i> conectada al nodo k .
\bar{Y}_{km}	Elemento complejo de la matriz de admitancia nodal conectado entre los nodos k y m .
G_{km}	Conductancia del elemento \bar{Y}_{km} .
B_{km}	Susceptancia del elemento \bar{Y}_{km} .
\bar{S}_k^{cal}	Potencia compleja neta inyectada al nodo k .
$\bar{\mathbf{I}}$	Vector de corrientes nodales complejas.
$\bar{\mathbf{Y}}_{bus}$	Matriz de Admitancia nodal.
$\bar{\mathbf{V}}$	Vector de voltajes nodales complejos.
ΔV_k	Término correctivo asociado a la magnitud de voltaje del nodo k .
$\Delta \theta_k$	Término correctivo asociado al ángulo de fase del voltaje del nodo k .
∂	Operador de derivación parcial.
N	Número de nodos del sistema eléctrico.
N_D	Número de cargas del sistema eléctrico.
N_g	Número de generadores del sistema eléctrico.
ntl	Número de líneas de transmisión del sistema eléctrico.
\mathbf{S}	Matriz de sensibilidad.
$\Delta \mathbf{X}$	Vector de correcciones de las variables de estado del sistema eléctrico.
\mathbf{X}	Vector de variables de estado del sistema eléctrico.
\mathbf{F}	Vector de ecuaciones algebraicas no-lineales.
P_{km}	Potencia activa fluyendo del nodo k al nodo m .
$P_{\beta k \rightarrow}$	Potencia activa fluyendo a través del nodo k al nodo m asociada a la reactancia serie k -ésima.
$P_{\beta k \leftarrow}$	Potencia activa fluyendo a través del nodo m al nodo k asociada a la reactancia serie k -ésima.
\mathbf{f}_ℓ	Vector de los flujos de potencias activas tanto de envío como de recepción.
β	Reactancias serie de las líneas de transmisión.
x	Variable de estado del compensador serie controlado por tiristores (reactancia).
Δx	Vector de cambios incrementales en las reactancias series de los compensadores serie controlados por tiristores.

α	Ángulo de disparo del compensador serie controlado por tiristores.
x_{CSCT}	Reactancia del compensador serie controlado por tiristores.
x_L	Reactancia inductiva del compensador serie controlado por tiristores.
x_C	Reactancia capacitiva del compensador serie controlado por tiristores.
x_{LC}	Reactancia equivalente del paralelo de x_L y x_C del compensador serie controlado por tiristores.
ΔP_{km}^x	Desbalance de potencia activa en el controlador compensador serie variable desde el nodo k hasta el nodo m .
$\Delta \mathbf{P}_{km}^x$	Vector de desbalance de potencia activa de los compensadores serie variables.
ω	Dos veces pi por la frecuencia.
\forall	Para toda.
\sum	Sumatoria.
$*$	Complejo cojugado.
\bullet	Producto punto entre dos vectores.

Abreviaciones

SEP	Sistema Eléctrico de Potencia
p.u.	Por unidad
p. ej.	por ejemplo
CSCT	Compensador serie controlado por tiristores.
t.a.o	Términos de alto orden.
CSA	Compensacion serie avanzada.
CSV	Compensador serie variable.

Introducción

1.1. Introducción

Un sistema eléctrico de potencia (SEP) es en esencia un conjunto de centrales eléctricas, líneas de transmisión y nodos o subestaciones interconectados con el fin de abastecer de energía eléctrica a los consumidores. La energía eléctrica debe generarse y transmitirse en el momento que es consumida, haciendolo de manera segura y confiable. La energía eléctrica no puede ser transmitida de una manera específica, sino que fluye de acuerdo a unas leyes concretas de la física; las leyes de Kirchhoff. Dichas leyes imponen además una estrecha interdependencia entre los distintos elementos de transmisión de forma que cualquier cambio en un parámetro eléctrico de una línea, o elemento de transmisión, provoca efectos colaterales significativos e inmediatos en los demás elementos de transmisión alternos. Debido a que la energía demandada está cambiando continuamente es necesario calcular en todo momento el balance de potencia en todos los nodos del sistema mediante un estudio de flujos de potencia con la finalidad de obtener los nuevos estados operativos.

El estudio de flujos de potencia es un estudio básico realizado en el análisis de SEPs; y a partir de este estudio surgen nuevas investigaciones, como es el análisis de sensibilidades. En base a lo anterior, en esta tesis se reporta un análisis de sensibilidad para determinar la interacción existente entre los flujos de potencia asociados con un punto de operación de la red eléctrica en estado estacionario. La sensibilidad de forma general se define como la razón de cambio $\Delta x/\Delta y$, que relaciona pequeños cambios de alguna variable dependiente (Δx) con pequeños cambios de alguna variable independiente o de control (Δy) [Peschon et al., 1968].

La variable dependiente es la inyección de flujo de potencia activa que viaja a través de la línea de transmisión y su variable independiente o de control es un parámetro (reactancia) eléctrico de la línea de transmisión. Por otro lado, la determinación de la interacción de flujos de potencia se basa principalmente en una matriz de índices que nos permite identificar que flujos de potencia activa interactúan en el SEP. Finalmente se controlan los flujos de potencia activa mediante el dispositivo controlador serie denominado compensador serie controlado por tiristores (CSCT), con el fin de examinar el comportamiento de los flujos de potencia activa del sistema.

1.2. Revisión al Estado del Arte

A través del tiempo ha sido necesario estudiar, analizar y modelar ciertos fenómenos físicos con la finalidad de conocer su comportamiento. Sin embargo, en algunas ocasiones el avance tecnológico no se encuentra desarrollado para cumplir con las necesidades para realizar el estudio de dicho fenómeno; como es el caso del problema de flujos de potencia, el cual surge de la necesidad de poder conocer las condiciones de operación de la red eléctrica. Los primeros métodos de solución al problema de flujos de potencia se presentan en [Ward y Hale, 1956], [Brown y Tinney, 1957] y [Glimn y Stagg, 1957] y se basan en la implementación del método de Gauss y la admitancia nodal Ybus. A pesar que la aplicación de estos métodos permitían obtener el estado estacionario de un sistema eléctrico, su convergencia hacia la solución era lenta por lo que requerían de un gran número de iteraciones y algunas veces no se lograba la convergencia a la solución buscada. Alrededor de los años 60's se demostró que el método Newton-Raphson podía ser aplicado al problema de flujos de potencia en [VanNess, 1959] y [VanNess y Griffin, 1961]. Sin embargo, los límites computacionales seguían siendo un inconveniente para análisis a redes de gran escala. Este problema motivo las grandes aportaciones por Tinney en el análisis de redes eléctricas de gran escala mediante la aplicación de técnicas de ordenamiento y dispersidad. En [Tinney y Hart, 1967] se presenta un trabajo en el cual se mejora la velocidad de cálculo y requerimientos de memoria para el análisis de flujos de potencia mediante el método Newton-Raphson; el cual es en nuestros días el método de solución más usado para estudios de flujos de potencia y adoptado en la mayoría de los programas computacionales utilizados por la industria eléctrica.

Como se menciono anteriormente, el concepto de sensibilidad está relacionado a la variación de alguna variable respecto de otra, por lo que este tipo de estudio es

muy importante en la operación de la red eléctrica, ya que permite determinar que tanto es posible controlar el sistema eléctrico. En este contexto, los antecedentes fueron revisados desde una perspectiva general, mencionando el impacto que tienen las sensibilidades dentro de los sistemas de potencia.

En [Peschon et al., 1968], la sensibilidad es definida como la relación $\Delta x / \Delta y$ relacionando pequeños cambios Δx de alguna variable dependiente respecto de pequeños cambios Δy de alguna variable y independiente o controlable. En este trabajo se definieron dos tipos de sensibilidad 1) sensibilidad de una variable eléctrica (V_j) respecto a otra variable eléctrica (Q_i), y 2) sensibilidad de los costos de operación de un SEP respecto a variaciones en las restricciones de igualdad y desigualdad que definen los límites físicos y operativos del SEP. El cálculo del primer tipo de sensibilidad requiere invertir la matriz Jacobiana asociada con las ecuaciones de flujos de potencia. Las relaciones de sensibilidad del segundo tipo son dadas en parte por las variables duales del Teorema de Kuhn - Tucker [Kuhn y Tucker, 1962], aplicado a la formulación del problema clásico de despacho óptimo de flujos, y en parte por la expansión de términos de segundo orden de la función Lagrangeana.

En [Wollenberg y Wood, 1996] se ha determinado un método de sensibilidades para el análisis de contingencias desde el punto de vista de seguridad. En este método el objetivo es obtener resultados rápidamente frente a posibles contingencias, para que se tenga oportunidad de aplicar acciones correctivas. Los resultados son logrados mediante el uso de factores de sensibilidad. Estos factores muestran el cambio aproximado de flujos en elementos de transmisión debidos a cambios de generación; la derivación de estos factores es basada en el método de flujos de C.D. (Corriente Directa), el cual es un modelo lineal del problema de flujos de potencia de C.A. (Corriente Alterna). Los factores referidos pueden obtenerse en una variedad de formas y, básicamente, son de dos tipos; 1) Factores de participación de generadores y 2) Factores de distribución por salida de elemento de transmisión. El factor del primer tipo representa la sensibilidad del flujo en la línea o transformador l -ésima ante un cambio de potencia activa en el nodo i -ésimo, debido a la desconexión del generador conectado en el nodo i . Los factores de tipo dos simulan la salida de un elemento de transmisión, a fin de observar sobrecargas en elementos que permanecen conectados al sistema. Una vez precalculados tales factores, los cambios de flujo de potencia activa en todos los elementos de transmisión se calculan directamente mediante una simple ecuación lineal.

En [Chureemart y Churueang, 2008] se presenta un estudio de áreas críticas mediante el uso de sensibilidades y factores de participación en diferentes puntos de operación del sistema de potencia. La identificación de las áreas críticas es vital en la operación y monitoreo de los sistemas de potencia; esto permite a los operadores tomar acciones de control más apropiadas para garantizar una operación segura del sistema, evitando situaciones de emergencia y/o colapso de voltaje. Estas acciones de control están relacionadas con el redespacho de potencia activa o reactiva, la compensación de potencia reactiva y el tiro de carga en situaciones peligrosas. El análisis de sensibilidad se basa en considerar los elementos diagonales de la matriz Jacobiana, la cual puede ser usada para determinar estas áreas críticas.

En [Jiekang et al., 2009] se presenta un nuevo método basado en el análisis de sensibilidad y la aplicación de redes neuronales para resolver la regulación de potencia a través de líneas de enlace en el sistema eléctrico interconectado. Los coeficientes de sensibilidad para las plantas de energía relacionados con líneas de enlace pueden ser calculados y simulados por una red neuronal de propagación hacia atrás.

La metodología descrita por [Ruíz et al., 2012] propone un despacho óptimo que considera de manera simultánea la topología de la red y fuentes de generación, es posible evitar costos de congestión significativos. En este caso, el control topológico de la red de transmisión se realiza mediante la aplicación de sensibilidades para determinar el posible cambio del estado operativo de las líneas de transmisión, conectado o desconectado, pero manteniendo la conectividad del sistema eléctrico. De tal manera, esta optimización conjunta reduce los costos de producción evitando problemas de congestión en el.

En un contexto de control del SEP, los dispositivos controladores SIFLETCA (sistemas flexibles de transmisión en corriente alterna) son capaces de proveer la flexibilidad requerida para operar el sistema de transmisión, y son usados debido a su capacidad de control de flujo de potencia e incremento de transferencia de potencia [Acha et al., 2004]. Con la finalidad de obtener el mayor impacto de un dispositivo controlador de esta naturaleza, se debe determinar cuál es su mejor ubicación en la red. La selección de esta ubicación dependerá en gran medida del objetivo a cumplir por el dispositivo. A continuación se presentan diferentes metodologías para ubicar dispositivos SIFLETCA desde un enfoque general.

La metodología propuesta por [Singh y David, 2000] determina la ubicación de dispositivos SIFLETCA con la finalidad de reducir la congestión del sistema. En

este método se presenta un modelo simple y eficiente para optimizar la localización de los dispositivos SIFLETCA usados para manejo de congestión basado en el método de sensibilidades. Se definen índices de sensibilidad como las derivadas parciales del índice de desempeño de potencia activa respecto a las variables de estado del CSCT y del transformador defasador. En base a estos índices, se proponen dos criterios para seleccionar los elementos de transmisión a ser compensados por los controladores. El primer criterio sitúa el CSCT en el elemento de transmisión con índice de sensibilidad más negativo. El segundo criterio ubica al transformador defasador en el elemento de transmisión con el índice de sensibilidad con mayor valor absoluto.

En el trabajo de [Baghaee et al., 2008] se presenta un algoritmo genético (GA) para la ubicación de dispositivos controladores SIFLETCA considerando la función de costo de los dispositivos controladores y las pérdidas del sistema eléctrico. Se plantea a manera de resumen, desde un contexto operativo, las condiciones generales en que la aplicación de los métodos convencionales de planificación y operación pueden proveer una solución en donde el sistema eléctrico está expuesto a una inestabilidad de voltaje. En este contexto, la propuesta encuentra la ubicación óptima de dispositivos SIFLETCA para controlar el flujo de potencia a través de la línea de transmisión a la cual compensa y así mejorar los márgenes de estabilidad de voltaje.

[Ghahremani y Kamwa, 2013] presentan una interfaz de usuario gráfica (GUI) basada en un algoritmo genético (AG) para determinar las localizaciones óptimas, y el valor de los parámetros, de los dispositivos SIFLETCA para maximizar la cargabilidad estática en sistemas de potencia de gran escala.

Siguiendo ésta misma línea de investigación, en este trabajo se desarrolla un análisis de sensibilidad en estado estacionario para determinar la interacción de los flujos de potencia activa del sistema, y para encontrar la ubicación de dispositivos controladores SIFLETCA que permita reducir las pérdidas eléctricas en el sistema. La aplicación del método de sensibilidades para lograr los objetivos anteriores es realizada de manera similar a la propuesta en [Rogers, 2009], donde se analiza la variación de los flujos de potencia activa que fluyen a través de los elementos de transmisión con respecto a cambios en los valores de los parámetros eléctricos de dichos elementos, y cómo interactúan los flujos de potencia activa de un elemento de transmisión con el resto de los flujos de potencia activa del sistema. Además, se presenta un método mediante el cual se ubican los dispositivos controladores SIFLECTA mediante las sensibilidades en base a las pérdidas totales respecto de

los parámetros eléctricos (reactancias serie) de los elementos de transmisión del sistema. De manera diferente que en [Rogers, 2009], en este trabajo se reporta de manera detalla la manera en que debe realizarse el desarrollo matemático para la obtención de las ecuaciones de sensibilidades previamente propuestas, interacción y ubicación de los dispositivos SIFLETCA, dando una explicación del significado de estas y de la interacción existente entre los flujos de potencia a través del sistema.

1.3. Objetivo

El objetivo general de este trabajo es la determinación de la interacción existente entre los flujos de potencia a través de las líneas de transmisión que conforman un sistema eléctrico empleando un método de sensibilidades. Para lograr lo anterior, se plantean las siguientes metas particulares.

- Análisis de la derivación matemática y evaluación de sensibilidad de flujos de potencia activa respecto de los parámetros eléctricos (reactancias serie) de los elementos de transmisión del SEP.
- Análisis de la derivación matemática y evaluación de la interdependencia de los flujos de potencia activa en el SEP.
- Análisis de la derivación matemática y evaluación sensibilidades de pérdidas respecto a los parámetros eléctricos (reactancias serie) de los elementos de transmisión del SEP.
- Introducción del dispositivo controlador CSCT.
- Implementación de un programa digital para el análisis del problema de flujos de potencia, aunados la sensibilidad e interacción de la red eléctrica.

1.4. Justificación

La sensibilidad del flujo de potencia activa respecto de los parámetros del sistema son de gran importancia en la seguridad y determinación de mejores condiciones de operación del SEP.

Uno de los primeros incentivos para la realización de ésta investigación, es que mediante un estudio de sensibilidad se puede determinar directamente que líneas de transmisión se ven mayormente afectadas por la variación de un parámetro eléctrico en específico.

También cabe mencionar que el estudio de sensibilidades permite determinar los flujos de potencia activa debido a un cambio de reactancia serie, sin la necesidad de un nuevo estudio de flujos de potencia.

1.5. Metodología

La metodología empleada para formular el método de sensibilidades de flujos de potencia activa a través de líneas de transmisión con respecto de las reactancias serie (parámetros) del SEP consiste en representar la función de sensibilidad de estos flujos como una función que depende de varias variables, en éste caso depende de las variables de estado y de los parámetros de las líneas de transmisión. La potencia activa que viaja a través de la línea es una función no lineal, la cual se linealiza mediante la serie de Taylor alrededor de un punto de operación en donde el SEP es seguro y confiable. Por medio del cálculo multivariable se encuentra la expresión que representa la sensibilidad del sistema cuando existen cambios en los parámetros de las líneas de transmisión.

El método usado para determinar la interacción existente entre flujos de potencia consiste en reconocer cada flujo de potencia activa del sistema como un vector, donde el vector tendrá tantas coordenadas como parámetros eléctricos tenga el sistema. De tal manera, el problema puede ser representado por gráficas de vectores en el espacio paramétrico multidimensional, donde cada vector de sensibilidad de flujo de potencia activa respecto de los parámetros está relacionado con cada fila de la matriz de sensibilidad descrita en el párrafo anterior. Estos vectores mantienen cierto ángulo entre ellos, el cual contiene información de correlación. La validación de resultados de la sensibilidad e interacción entre flujos de potencia del sistema se logra mediante estudios de flujos de potencia convencionales.

La metodología para determinar la sensibilidad de pérdidas totales respecto de los parámetros consiste en calcular la suma de potencias activas en un elemento de transmisión, con ello se puede observar que al sumar estas potencias se calculan las pérdidas parciales, y la suma de éstas generan las pérdidas totales del SEP. La validación de resultados es lograda mediante estudios de flujos de potencia. Por

último, se reporta un análisis comparativo de la obtención directa de un nuevo punto de operación, asociado a cambios en las reactancias series de las líneas de transmisión, por medio de sensibilidades respecto al obtenido mediante un estudio de flujos de potencia.

1.6. Contribuciones

La contribución de esta tesis es el empleo de las sensibilidades paramétricas para determinar la interdependencia de los flujos de potencia activa circulando a través de los elementos de transmisión que conforman el sistema, explicando de manera detallada el significado físico de éstas sensibilidades. Además de lo anterior se describe de manera detallada la derivación matemática del método de sensibilidades, la cual no se encuentra reportada con detalle en la literatura.

1.7. Estructura de la Tesis

A continuación se describe de manera general el contenido de los capítulos que conforman esta tesis.

En el Capítulo 1 se presenta la introducción a la sensibilidad de los flujos de potencia activa respecto de los parámetros de los elementos de transmisión, se presenta el objetivo, justificación, metodología, contribución y estructura de la tesis.

En el Capítulo 2 se presenta el modelo matemático del problema de flujos de potencia mediante inyecciones de potencia. Se presenta de manera detallada como se soluciona un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales mediante el método Newton-Raphson.

En el Capítulo 3 es presentada la formulación matemática de la sensibilidad de flujos de potencia activa respecto a los parámetros de los elementos de transmisión, tomando en cuenta nodos slack y nodos PV, además se muestra la determinación de interdependencia de flujos de potencia activa en el SEP.

En el Capítulo 4 se presenta el modelo del compensador serie controlado por tiristores para incluirlo en el análisis de sensibilidades e interacción, además se presenta un método de ubicación de los dispositivos controladores SIFLETCA para la reducción de pérdidas en estado estacionario.

En el Capítulo 5 se presentan los casos de estudio, iniciando con flujos de potencia convencionales con el fin de obtener las condiciones iniciales para el análisis de sensibilidades e interacción entre flujos de potencia. Se presentan matrices de sensibilidad e interacción además de sus respectivas graficas. Con el objetivo de comprobar la presente investigación, se muestran tablas de resultados para la sensibilidad e interacción.

En el Capítulo 6 se tienen las conclusiones generales y las recomendaciones para trabajos futuros respecto a la sensibilidad y determinación de interacción energética en el SEP.

Flujos de Potencia en Base a Inyecciones de Potencia

2.1. Introducción

La transmisión de energía eléctrica debe realizarse de una manera segura y confiable, tal que los consumidores siempre reciban la energía requerida dentro de los rangos de operación de los dispositivos eléctricos que la demandan. En este contexto, la seguridad del sistema está dada por el balance de flujos de potencia existente durante la transmisión de energía eléctrica; es decir, la potencia eléctrica que se genera debe ser igual a la potencia eléctrica que circula a través de la red de transmisión más la potencia eléctrica demandada por los consumidores. Debido a que la energía demandada está cambiando continuamente, es necesario calcular el punto de operación donde se logra este balance de energía, habiendo especificado valores de generación y demanda de energía eléctrica en diferentes puntos del sistema eléctrico, mediante un análisis de flujos de potencia.

El análisis de flujos de potencia se obtiene para un instante de tiempo en generación, demanda y transmisión de energía eléctrica, entregando como solución los valores de magnitud y ángulo de fase de los voltajes nodales tal que se satisfaga el balance de potencias activa y reactiva en cada uno de los nodos del sistema.

Las ecuaciones matemáticas usadas para resolver este problema son conocidas como ecuaciones de flujos de potencia, las cuales son derivadas al considerar un sistema balanceado. Debido a que estas ecuaciones son no lineales, éstas se resuelven aplicando un método iterativo. Una vez determinados los voltajes complejos

se pueden determinar las potencias inyectadas en las terminales de cada uno los elementos de transmisión.

2.2. Ecuaciones de balance de Potencia

Considerando que las potencias de generación, potencia de carga o de demanda y potencia inyectada a través de los elementos de transmisión deben sumar cero en cada uno de los nodos del sistema, tanto para potencia activa como potencia reactiva, las ecuaciones de balance de potencia se expresan de la siguiente manera, [Acha et al., 2004]

$$\Delta P_k = P_{gen_k} - P_{dem_k} - P_k^{cal} = P_k^{esp} - P_k^{cal} = 0 \quad (2.1)$$

$$\Delta Q_k = Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal} = Q_k^{esp} - Q_k^{cal} = 0 \quad (2.2)$$

Las variables P_{gen_k} y Q_{gen_k} representan las potencias activa y reactiva, respectivamente, que son inyectadas al nodo k por un generador. Se considera que estas variables pueden ser manipuladas por el operador de la planta si el voltaje en terminales no es controlado, por lo tanto son variables conocidas. Las variables P_{dem_k} y Q_{dem_k} representan las potencias activa y reactiva, respectivamente, extraídas por la carga conectada al nodo k . En el problema de flujos de potencia, la generación menos la demanda se estipula como la potencia especificada activa y reactiva, P_k^{esp} y Q_k^{esp} , respectivamente

$$P_k^{esp} = P_{gen_k} - P_{dem_k} \quad (2.3)$$

$$Q_k^{esp} = Q_{gen_k} - Q_{dem_k}. \quad (2.4)$$

Las potencias activa y reactiva, P_k^{cal} y Q_k^{cal} , respectivamente, inyectadas en terminales de cada elemento de transmisión se encuentran en función de las variables de estado del sistema; es decir, en función de la magnitud y ángulo de fase de los voltajes nodales, es por esto que deben ser calculadas por medio de las ecuaciones de flujos de potencia.

Las ecuaciones de flujos de potencia son deducidas a partir de relacionar corrientes y voltajes nodales en terminales de un elemento de transmisión. La Figura 2.1 representa una línea de transmisión conectada entre los nodos k y m .

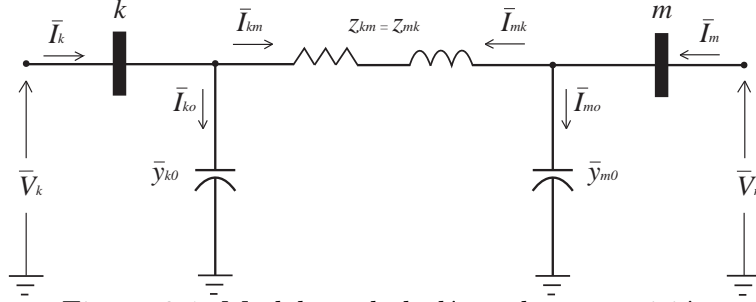


Figura 2.1: Modelo π de la línea de transmisión

Se inicia el análisis en el nodo k , mediante la corriente compleja inyectada a este nodo \bar{I}_k , y que es igual a las corrientes que fluyen en los elementos serie y derivación que constituyen la línea de transmisión,

$$\bar{I}_k = \bar{I}_{km} + \bar{I}_{k0}. \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) puede ser expresada en función de los voltajes nodales complejos \bar{V}_k y \bar{V}_m como,

$$\bar{I}_k = \left(\frac{\bar{V}_k - \bar{V}_m}{\bar{Z}_{km}} \right) + \bar{y}_{k0} \bar{V}_k \quad (2.6)$$

$$\bar{I}_k = \bar{y}_{km} (\bar{V}_k - \bar{V}_m) + \bar{y}_{k0} \bar{V}_k \quad (2.7)$$

$$\bar{I}_k = \bar{V}_k (\bar{y}_{km} + \bar{y}_{k0}) - \bar{V}_m \bar{y}_{km}. \quad (2.8)$$

De manera similar para el nodo m

$$\bar{I}_m = \bar{V}_m (\bar{y}_{mk} + \bar{y}_{m0}) - \bar{V}_k \bar{y}_{mk} \quad (2.9)$$

Las ecuaciones (2.8) y (2.9) se pueden escribir en forma matricial como,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{km} + \bar{y}_{k0} & -\bar{y}_{km} \\ -\bar{y}_{mk} & \bar{y}_{mk} + \bar{y}_{m0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

o simplemente,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{kk} & \bar{Y}_{km} \\ \bar{Y}_{mk} & \bar{Y}_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

donde los elementos de la matriz de admitancia nodal y los voltajes nodales pueden ser expresados de manera general en coordenadas rectangulares y polares, respectivamente,

$$\bar{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (2.12)$$

$$\bar{V}_i = V_i e^{j\theta_i} = V_i (\cos\theta_i + j\sin\theta_i) \quad (2.13)$$

donde $i = k, m$ y $j = k, m$.

Las ecuaciones de flujos de potencia que se inyectan en terminales de una línea de transmisión se derivan a partir del concepto de la potencia compleja; particularmente, la potencia compleja inyectada en el nodo k , se expresa en función del voltaje nodal y de la corriente inyectada al nodo, de la siguiente manera

$$\bar{S}_k^{cal} = P_k^{cal} + jQ_k^{cal} = \bar{V}_k \bar{I}_k^* \quad (2.14)$$

$$\bar{S}_k^{cal} = \bar{V}_k (\bar{Y}_{kk} \bar{V}_k + \bar{Y}_{km} \bar{V}_m)^* \quad (2.15)$$

donde \bar{I}_k^* es la corriente compleja conjugada inyectada en el nodo k .

Al sustituir (2.12) y (2.13) en (2.15) y separando parte real e imaginaria en la ecuación resultante, se obtienen las expresiones que aparecen en las ecuaciones (2.16) y (2.17) para los términos P_k^{cal} y Q_k^{cal} respectivamente,

$$P_k^{cal} = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (2.16)$$

$$Q_k^{cal} = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)]. \quad (2.17)$$

De manera similar para el nodo m ,

$$P_m^{cal} = V_m^2 G_{mm} + V_m V_k [G_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) + B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k)] \quad (2.18)$$

$$Q_m^{cal} = -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k [G_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) - B_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k)]. \quad (2.19)$$

Las ecuaciones (2.16) a (2.19) son llamadas ecuaciones de flujos de potencia, y con ellas es posible calcular las potencias inyectadas en los nodos k y m .

De forma genérica, un sistema eléctrico de potencia se constituye con más de dos nodos. Para un sistema de N nodos, la relación entre voltajes y corrientes nodales está dada por

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \cdots & \bar{Y}_{1N} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \cdots & \bar{Y}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Y}_{N1} & \bar{Y}_{N2} & \cdots & \bar{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_N \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

o simplemente,

$$\bar{\mathbf{I}} = \bar{\mathbf{Y}}_{\text{bus}} \bar{\mathbf{V}} \quad (2.21)$$

donde $\bar{\mathbf{I}}$ es un vector de $N \times 1$ elementos complejos, el cual representa las inyecciones de corriente nodal, $\bar{\mathbf{V}}$ es un vector de $N \times 1$ elementos complejos que representa los voltajes nodales, y $\bar{\mathbf{Y}}_{\text{bus}}$ es la matriz de admitancia nodal de $N \times N$ elementos complejos \bar{Y}_{ij} . En este caso, la corriente total inyectada al nodo k es,

$$\bar{I}_k = \bar{Y}_{k1}\bar{V}_1 + \bar{Y}_{k2}\bar{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{kN}\bar{V}_N = \sum_{j=1}^N \bar{Y}_{kj}\bar{V}_j \quad (2.22)$$

donde la potencia compleja inyectada al nodo k de manera genérica es,

$$\bar{S}_k^{cal} = \bar{V}_k \sum_{j=1}^N \bar{V}_j^* \bar{Y}_{kj}^* \quad (2.23)$$

de tal manera,

$$\bar{S}_k^{cal} = \sum_{j=1}^N V_k V_j e^{j(\theta_k - \theta_j)} (G_{kj} - jB_{kj}) \quad (2.24)$$

donde,

$$\bar{S}_k^{cal} = \sum_{j=1}^N V_k V_j (\cos(\theta_k - \theta_j) + j\sin(\theta_k - \theta_j)) (G_{kj} - jB_{kj}). \quad (2.25)$$

Separando parte real e imaginaria se tienen las ecuaciones de potencia activa y reactiva netas calculadas en el nodo k , P_k^{cal} y Q_k^{cal} , respectivamente

$$P_k^{cal} = V_k \sum_{j=1}^N V_j [G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)] \quad (2.26)$$

$$Q_k^{cal} = V_k \sum_{j=1}^N V_j [G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)]. \quad (2.27)$$

La complejidad del problema de flujos de potencia es patente de las ecuaciones (2.26) y (2.27), que muestran que la potencia inyectada en un nodo cualquiera es función de la magnitud y ángulo de voltaje existente en todos los nodos del sistema. De igual manera, y opuesto al caso de dos nodos, estas ecuaciones representan la inyección de potencia neta, es decir, la suma de las potencias que fluyen por cada uno de los elementos de transmisión conectados al nodo k , tal como se muestra en la Figura 2.2,

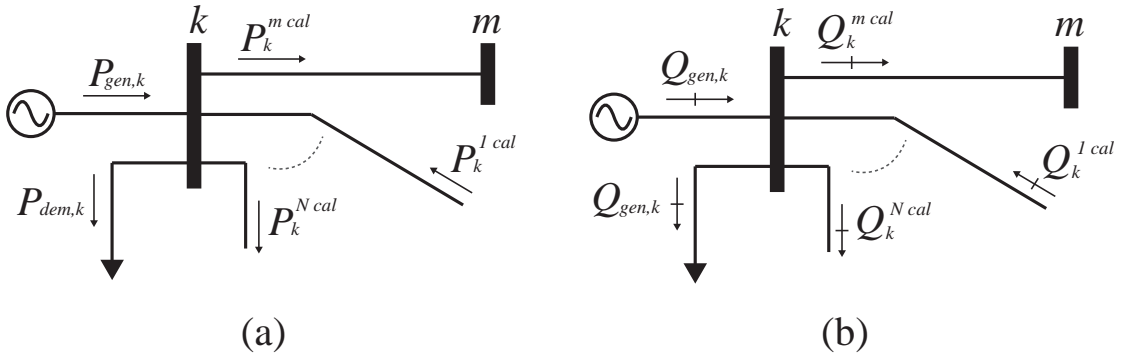


Figura 2.2: Balance en el nodo k , potencia activa (a) y potencia reactiva (b) [Acha et al., 2004].

Una vez obtenidas las ecuaciones de flujos de potencia, es posible escribir las ecuaciones de balance de potencia para cada nodo del sistema. Finalmente las ecuaciones generales de balance de potencia en el nodo k son,

$$\Delta P_k = P_{gen_k} - P_{dem_k} - \left\{ V_k \sum_{j=1}^N V_j [G_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j)] \right\} \quad (2.28)$$

$$\Delta Q_k = Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - \left\{ V_k \sum_{j=1}^N V_j [G_{kj} \sin(\theta_k - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k - \theta_j)] \right\} \quad (2.29)$$

2.3. Tipos de Variables y de Nodos

En la teoría de flujos de potencia cada nodo es descrito por cuatro variables; potencia activa de generación, potencia reactiva de generación, magnitud y ángulo de fase de los voltajes nodales. De la sección anterior se sabe que sólo se cuenta con dos ecuaciones por nodo, por lo tanto, dos de las cuatro variables deben de ser especificadas para tener un sistema de ecuaciones linealmente independiente. Desde el punto de vista matemático, podrían especificarse cualquiera de las cuatro variables; sin embargo, en términos ingenieriles, la decisión se toma en base a cuáles variables pueden ser controladas físicamente en cada nodo. De manera general, se consideran magnitud y ángulo de fase del voltaje nodal como variables de estado, y las potencias de generación activa y reactiva como variables de control [Acha et al., 2004].

En base a lo anterior, los nodos se clasifican de acuerdo a las dos de las cuatro variables que son especificadas:

Nodo PQ de carga: En este tipo de nodo no hay generador conectado, por lo tanto, las variables de control P_{gen} y Q_{gen} son cero. Además, las potencias activa y reactiva, P_{dem} y Q_{dem} , extraídas por la carga son conocidas de mediciones disponibles. En este tipo de nodos, las potencias activa y reactiva son especificadas, y las variables V y θ deben ser calculadas.

Nodo PV generador: En este caso, hay generador conectado al nodo, el cual mantiene la magnitud de voltaje nodal en un valor constante V_{spec} mediante el ajuste de la corriente de campo del generador; es decir, el generador inyecta o absorbe potencia reactiva según se requiera. Además, la potencia activa generada P_{gen} se fija en un valor específico, tal que las variables a calcular son, θ y Q_{gen} . La operación a voltaje constante es posible siempre y cuando los límites de potencia reactiva del generador no sean violados, es decir, $Q_{gen_{min}} < Q_{gen} < Q_{gen_{max}}$

Nodo slack (compensador): Uno de los nodos generadores del sistema se elige para ser el nodo *slack*, en el cual se especifica la magnitud del voltaje nodal, V_{slack} , y su ángulo de fase, θ_{slack} . La función del generador conectado al nodo *slack* es proporcionar la potencia suficiente para satisfacer la demanda de potencia del sistema, así como las pérdidas existentes en el sistema de transmisión que son desconocidas durante el proceso de solución de flujos de potencia. Debido a esto, generalmente se escoge como nodo *slack* al generador de mayor capacidad nominal conectado al sistema. El ángulo de fase del voltaje del nodo *slack*, θ_{slack} , se escoge como referencia con respecto a la cual serán medidos los demás ángulos de fase de voltaje nodal.

2.4. Solución de las Ecuaciones de balance de Potencia

Desde el punto de vista del modelado matemático, la solución del problema de flujos de potencia consiste en resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas no-lineales que describen el sistema de potencia en condiciones de estado estable. A través de los años se han presentado varias propuestas para la solución de las ecuaciones de flujos de potencia. Las primeras propuestas de solución se basan en métodos numéricos de solución del tipo Gauss y Gauss-Seidel con

factores de aceleración. El atractivo del empleo de estos métodos es su mínimo requerimiento de almacenamiento en memoria, y el hecho de ser fáciles de comprender y codificar en forma de programa en una computadora. El inconveniente es que estos algoritmos presentan características de convergencia pobres cuando se aplican a la solución de redes de tamaño real [Elgerd, 1982]. Para eliminar dichas limitaciones, se aplicó el método Newton-Raphson a principios de los 70's, y desde entonces se ha establecido firmemente en la industria eléctrica [Tinney y Hart, 1967, Ptererson y Meyer, 1974, Stott, 1974, Stott y Alsac, 1978].

2.5. El algoritmo Newton-Raphson

En estudios de flujos de potencia en redes de transmisión de gran tamaño, el método Newton-Raphson ha probado ser el más exitoso, debido a su característica de convergencia cuadrática. Este algoritmo utiliza un proceso iterativo para resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas no-lineales de la forma [Hornbeck, 1975, Acha et al., 2004],

$$\left. \begin{array}{c} f_1(x_1, x_2, \dots, x_M) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_M) \\ \vdots \\ f_M(x_1, x_2, \dots, x_M) \end{array} \right\}, \text{ o } \mathbf{F}(\mathbf{X}) = 0 \quad (2.30)$$

donde \mathbf{F} representa un conjunto de M ecuaciones algebraicas no-lineales, y \mathbf{X} es el vector de M variables de estado desconocidas. La esencia del método Newton-Raphson consiste en determinar el vector de variables de estado \mathbf{X} por medio de la expansión de la serie de Taylor de $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ alrededor de una condición inicial $\mathbf{X}^{(0)}$,

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)}) + \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(0)})(\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(0)}) + t.a.o \quad (2.31)$$

donde $\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(0)})$ es la matriz de derivadas parciales de primer orden de $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ con respecto de \mathbf{X} evaluada en $\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(0)}$, esta matriz se conoce como Jacobiano.

Esta expansión se adecúa a una formulación apropiada para el cálculo del vector de variables de estado \mathbf{X} asumiendo que $\mathbf{X}^{(1)}$ es el valor calculado por el algoritmo en la iteración 1, y que este valor está lo suficientemente cerca de la

condición inicial $\mathbf{X}^{(0)}$. Basado en esta premisa, todos los términos de alto orden asociados a derivadas en la ecuación (2.31) deben ser despreciados. Por lo tanto,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} f_1(X^{(1)}) \\ f_2(X^{(1)}) \\ \vdots \\ f_M(X^{(1)}) \end{bmatrix}}_{F(X^{(1)})} \approx \underbrace{\begin{bmatrix} f_1(X^{(0)}) \\ f_2(X^{(0)}) \\ \vdots \\ f_M(X^{(0)}) \end{bmatrix}}_{F(X^{(0)})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_M} \\ \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(X)}{\partial x_M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_M(X)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_M(X)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_M(X)}{\partial x_M} \end{bmatrix}}_{\substack{X=X^{(0)} \\ J(X^{(0)})}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1^{(1)} - x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} - x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_M^{(1)} - x_M^{(0)} \end{bmatrix}}_{X^{(1)} - X^{(0)}} \quad (2.32)$$

En forma compacta y generalizando la expresión anterior para la i -ésima iteración se tiene,

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(i)}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(i-1)}) + \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(i-1)})(\mathbf{X}^{(i)} - \mathbf{X}^{(i-1)}) \quad (2.33)$$

donde $i = 1, 2, \dots$. Además, se asume que $\mathbf{X}^{(i)}$ está suficientemente cerca de la solución $\mathbf{X}^{(*)}$, por lo tanto $\mathbf{F}(\mathbf{X})^{(i)} \approx \mathbf{F}(\mathbf{X})^{(*)} = 0$. De manera que la ecuación (2.30) se puede escribir como,

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(i-1)}) + \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(i-1)})(\mathbf{X}^{(i)} - \mathbf{X}^{(i-1)}) = \mathbf{0} \quad (2.34)$$

la cual es resuelta para $\mathbf{X}^{(i)}$

$$\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{X}^{(i-1)} - \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(i-1)})^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(i-1)}). \quad (2.35)$$

La solución iterativa puede ser expresada en términos del vector de correcciones $\Delta \mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{X}^{(i)} - \mathbf{X}^{(i-1)}$,

$$\Delta \mathbf{X}^{(i)} = -\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(i-1)})^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(i-1)}) \quad (2.36)$$

de esta manera, las condiciones iniciales son actualizadas usando la siguiente relación:

$$\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{X}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{X}^{(i)}. \quad (2.37)$$

Los cálculos se repiten tantas veces como sea necesario, usando los valores actualizados de \mathbf{X} de la ecuación (2.36) para la iteración en curso. El proceso termina cuando los desajustes de las variables de estado ΔX son más pequeños que una tolerancia especificada. En este trabajo se especifica una tolerancia de balance de potencia de 10^{-12} p.u., que corresponde a 10^{-4} VA considerando una potencia base de 100 MVA.

2.6. Solución de las Ecuaciones de Balance de Potencia Mediante el Método Newton - Raphson

Para aplicar el método Newton-Raphson al problema de flujos de potencia las ecuaciones relevantes deben ser expresadas en la forma de la ecuación (2.36), donde \mathbf{X} representa el conjunto de magnitudes y ángulos de voltaje nodales desconocidos. Las ecuaciones de balance de potencia ΔP y ΔQ se expanden alrededor de un punto base $(\theta^{(0)}, V^{(0)})$ tal que el conjunto de ecuaciones de potencia linealizado queda expresado por la siguiente relación [Acha et al., 2004],

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \\ \hline \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial \theta_N} & \left| \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_1} V_1} & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_2} V_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_1}{\partial V_N} V_N} \right. \\ \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_N} & \left| \frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_1} V_1} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_2} V_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_N} V_N} \right. \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \theta_N} & \left| \frac{\partial \Delta P_N}{\partial V_1} V_1} & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial V_2} V_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial V_N} V_N} \right. \\ \hline \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial \theta_N} & \left| \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_1} V_1} & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_2} V_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_1}{\partial V_N} V_N} \right. \\ \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_N} & \left| \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial V_1} V_1} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial V_2} V_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial V_N} V_N} \right. \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \theta_N} & \left| \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial V_1} V_1} & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial V_2} V_2} & \cdots & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial V_N} V_N} \right. \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_N \\ \hline \frac{\Delta V_1}{V_1} \\ \frac{\Delta V_2}{V_2} \\ \vdots \\ \frac{\Delta V_N}{V_N} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Expresando (2.38) de forma matricial, tenemos,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(i-1)})}^{(i)} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \mathbf{V} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \mathbf{V} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(i-1)})}^{(i)} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \frac{\Delta \mathbf{V}}{\mathbf{V}} \end{bmatrix}}_{\Delta \mathbf{X}^{(i)}}^{(i)}. \quad (2.39)$$

Las cuatro submatrices del Jacobiano pueden consistir de hasta $(N-1) \times (N-1)$ elementos de la forma,

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m}, \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m, \\ & \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m}, \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m, \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

donde $k = 1, \dots, N$ y $m = 1, \dots, N$ omitiendo la entrada del nodo *slack*. Las filas y columnas correspondientes a potencia reactiva y magnitud de voltajes para nodos *PV* también pueden omitirse. Además, cuando los nodos k y m no están conectados directamente por un elemento de transmisión, el elemento $k - m$ del jacobiano es nulo. Debido al bajo grado de conectividad que prevalece en los sistemas de potencias reales, los Jacobianos de flujos de potencia son altamente dispersos. Una característica adicional es que las matrices Jacobianas son simétricas en estructura pero no en valor. Debe notarse que los términos correctivos ΔV_m están divididos por V_m esto para compensar el hecho de que los términos del Jacobiano $(\partial \Delta P_k / \partial V_m) V_m$ y $(\partial \Delta Q_k / \partial V_m) V_m$ están multiplicados por V_m . Este artificio matemático resulta en simplificaciones útiles en el cálculo de los elementos de la matriz Jacobiana, ya que permite establecer las siguientes relaciones,

$$\frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m} = \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m = \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m}. \quad (2.42)$$

En las siguientes expresiones, el signo negativo que precede a las derivadas parciales es el que multiplica al Jacobiano en la ecuación (2.39). Así, los elementos del Jacobiano están dados por, [Acha et al., 2004] para $k \neq m$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m} &= -\frac{\partial}{\partial \theta_m} (P_{gen_k} - P_{dem_k} - P_k^{cal}) = \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \theta_m} \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m} &= V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m} &= Q_k^{cal} + V_k^2 B_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m &= -\frac{\partial}{\partial V_m} (P_{gen_k} - P_{dem_k} - P_k^{cal}) V_m = \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_m} V_m \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m &= V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m &= P_k^{cal} - V_k^2 G_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m} &= -\frac{\partial}{\partial \theta_m}(Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal}) = \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \theta_m} \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m} &= V_k V_m [-G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m} &= -P_k^{cal} + V_k^2 G_{kk} = -\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_m} V_m \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m &= -\frac{\partial}{\partial V_m}(Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal}) V_m = \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_m} V_m \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m &= V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m &= Q_k^{cal} + V_k^2 B_{kk} = \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \theta_m} \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

para $k = m$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_k} &= -\frac{\partial}{\partial \theta_k}(P_{gen_k} - P_{dem_k} - P_k^{cal}) = \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \theta_k} \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_k} &= V_k V_m [-G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_k} &= -Q_k^{cal} - V_k^2 B_{kk} = -\frac{\partial P_k^{cal}}{\partial \theta_m} \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_k} V_k &= -\frac{\partial}{\partial V_k}(P_{gen_k} - P_{dem_k} - P_k^{cal}) V_k = \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_k} V_k \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_k} V_k &= 2V_k^2 G_{kk} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_k} V_k &= P_k^{cal} + V_k^2 G_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_k} &= -\frac{\partial}{\partial \theta_k}(Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal}) = \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial \theta_k} \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_k} &= V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_k} &= P_k^{cal} - V_k^2 G_{kk} = \frac{\partial P_k^{cal}}{\partial V_m} V_m \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_k} V_k &= -\frac{\partial}{\partial V_k} (Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal}) V_k = \frac{\partial Q_k^{cal}}{\partial V_k} V_k \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_k} V_k &= -2V_k^2 B_{kk} + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_k} V_k &= Q_k^{cal} - V_k^2 B_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Un punto importante que se debe tener presente es que las ecuaciones de balance de potencia ΔP y ΔQ correspondientes al nodo *slack* no son incluidas en la ecuación (2.39), esto debido a que las variables asociadas a este nodo V_{slack} y θ_{slack} , son datos especificados. Además, las variables desconocidas P_{slack} y Q_{slack} son calculadas una vez que se han determinado los flujos y las pérdidas de potencia en la red de transmisión del sistema eléctrico. También, la potencia reactiva generada en nodos *PV*, Q_{gen} , es calculada en cada iteración, esto para verificar si los generadores se encuentran dentro de límites de generación de potencia reactiva. Sin embargo, las ecuaciones de balance de potencia reactiva correspondiente a los nodos *PV* no son incluidas en la ecuación (2.39) ya que en este tipo de nodos se especifica la magnitud de voltaje [Acha et al., 2004]. Una de las principales fortalezas del método Newton-Raphson es la confiabilidad en relación con la convergencia. Para la mayoría de los casos prácticos, y dada las condiciones iniciales $X^{(0)}$ adecuadas, el método exhibe una característica de convergencia cuadrática, [Acha et al., 2004],

$$\begin{aligned} f(x^{(1)}) &= 1 \times 10^{-1}, \\ f(x^{(2)}) &= 1 \times 10^{-2}, \\ f(x^{(3)}) &= 1 \times 10^{-4}, \\ f(x^{(4)}) &= 1 \times 10^{-8}. \end{aligned}$$

para el valor del máximo ajuste ΔX . Contrario a lo que sucede en técnicas de solución diferentes a Newton-Raphson, esta característica de convergencia es independiente del tamaño de la red a resolver, así como de la clase y número de equipos de control presentes en el sistema de potencia. Algunos de los aspectos que podrían mermar esta característica de convergencia son las violaciones de límites de potencia reactiva en los generadores de nodos *PV* y condiciones extremas de carga [Acha et al., 2004].

2.7. Inicialización de Variables de Estado

La efectividad del método Newton-Raphson para lograr una solución factible, depende de la selección adecuada de los valores iniciales asociados con las variables de estado involucradas en el problema. En la solución de flujos de potencia, las magnitudes de voltaje generalmente se inicializan en 1 p.u. (por unidad) en nodos de tipo PQ, esto debido a que se espera que en estado estable los valores de magnitud de voltaje estén muy cercanos a 1 p.u., y por lo tanto esta sea una condición inicial en la cuál el método Newton-Raphson tenga un buen desempeño. Para el nodo *slack* y nodos *PV* los valores de magnitud de voltaje son datos especificados, los cuales permanecen constantes durante el proceso iterativo si no hay violación de límites de potencia reactiva en los generadores. Los valores para los ángulos de fase de los voltajes nodales son inicializados en 0° para todos los nodos.

2.8. Límites de Potencia Reactiva en Nodos PV

Aún cuando la ecuación de balance de potencia reactiva ΔQ_k del nodo k del tipo *PV* no es requerida en la ecuación (2.39), dado que $Q_{gen_k} = Q_{dem_k} + Q_k^{cal}$, la solución de la ecuación (2.27) para nodos *PV* se realiza en cada iteración para evaluar si la potencia reactiva aportada por el generador conectado al nodo k se encuentra dentro de límites operativos, es decir

$$Q_{gen_{kmin}} < Q_{gen_k} < Q_{gen_{kmax}} \quad (2.51)$$

si durante el proceso iterativo ocurre alguna de las siguientes condiciones:

$$\left. \begin{array}{l} Q_{gen_k} \geq Q_{gen_{kmax}} \\ Q_{gen_k} \leq Q_{gen_{kmin}} \end{array} \right\} \quad (2.52)$$

el nodo k se convierte en nodo *PQ generador*, y en la ecuación (2.39) se incorpora una de las siguientes ecuaciones de balance de potencia reactiva,

$$\left. \begin{array}{l} \Delta Q_k = Q_{gen_{kmax}} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal} \\ \Delta Q_k = Q_{gen_{kmin}} - Q_{dem_k} - Q_k^{cal} \end{array} \right\} \quad (2.53)$$

dependiendo del límite violado, junto con los correspondientes elementos del Jacobiano. En este caso, se libera la magnitud de voltaje del nodo k , es decir, ya no permanecerá constante durante el resto del proceso iterativo, de manera que V_k se convierte en una variable de estado. Se debe notar que el nodo k puede retornar a nodo generador PV si durante el proceso iterativo se obtiene una mejor estimación de Q_k^{cal} , calculada con valores de voltaje nodal más precisos, y que este valor indique que el generador conectado al nodo k puede aportar la potencia reactiva requerida por dicho nodo. Por lo tanto, la verificación de violación de límites de potencia reactiva en los generadores se realiza en cada iteración. La verificación de límites debe comenzar después de la segunda o tercera iteración, esto debido a que los valores calculados al inicio del proceso iterativo pueden distar mucho de los correctos, conllevando con ello a falsos requerimientos de potencia reactiva. El cambio de nodo PV a nodo PQ y viceversa suponen esfuerzo numérico adicional en la solución iterativa y retarda la convergencia [Acha et al., 2004].

2.9. Resumen

En este capítulo se explica el problema de flujos de potencia que consiste en la determinación de la magnitud y ángulo del voltaje en cada nodo de un SEP bajo condiciones de operación especificadas. Se describe el procedimiento iterativo Newton-Raphson para resolver los problemas de flujos de potencia.

En el siguiente capítulo se determinará la sensibilidad de los flujos de potencia activa respecto de las reactancias serie y la interdependencia de los flujos de potencia en el SEP.

Teoría de Sensibilidades para la Determinación de Interacciones Energéticas

3.1. Introducción

Con base a un estudio de flujos de potencia, en donde se determina un punto de operación del SEP, las relaciones de sensibilidad determinan cómo ciertos cambios en variables independientes (controlables) influirán en el cambio de los valores de las variables dependientes o de estado (controladas) [Gibescu y Chirstie, 1997]. La teoría de control define la sensibilidad como una medida de impacto en cambios de parámetros sobre cantidades que caracterizan el comportamiento del sistema [Frank, 1978]. En la presente tesis, la variable dependiente es la inyección de flujo de potencia activa a través de elementos de transmisión y su variable independiente o de control corresponde a su parámetro eléctrico, específicamente la reactancia serie, por lo que al mencionar parámetro nos referiremos a la reactancia del elemento de transmisión.

En éste capítulo se presenta el planteamiento matemático de sensibilidades en flujos de potencia activa en estado estacionario para identificar qué elementos de transmisión tienen un mayor impacto en el control del flujo eléctrico en el sistema. Además, se realiza un estudio de interdependencia de los flujos de potencia activa entre los elementos de transmisión del SEP, con el propósito de especificar áreas de interacción.

Las áreas de interacción se pueden dividir en dependientes e independientes. Las áreas dependientes son aquellas que mantienen una relación directa con el control de flujo de potencia activa en ciertas líneas de un área específica, afectando magnitud y dirección de flujo de potencia en otras líneas en la misma área o algún área distinta a la que se realizó directamente el control, manteniéndose un alto índice de interacción. Por otro lado, las áreas independientes no mantienen ninguna relación con otras, en términos de control de flujos de potencia. Sin embargo, el modificar un flujo de potencia activa o un parámetro eléctrico de la red de transmisión de ésta área, implica situarse en un nuevo punto de operación del SEP, conllevando a una redistribución total en los flujos de potencia activa del sistema, donde el área podrá estar representando una dependencia con un bajo índice de interacción.

3.2. Conceptos Básicos de la Teoría de Sensibilidades

La sensibilidad paramétrica se define como la dependencia de las variables de estado del sistema con respecto a ciertos parámetros de interés y su cálculo es función de la ecuación de sensibilidad. Si esta ecuación es conocida, es fácil calcular el comportamiento del sistema dada una variación en los parámetros.

La idea básica de la teoría de sensibilidades se puede representar mediante el modelo dinámico de un sistema continuo dado por su ecuación de estado

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \beta, t) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (3.2)$$

donde \mathbf{x} representa el vector de las variables de estado con una condición inicial dada por (3.2) y β representa el vector de parámetros. Sin embargo, no es recomendable definir la sensibilidad en términos de la ecuación (3.1), primero porque el resultado directo de (3.1) puede tener varias soluciones, y segundo porque para pequeñas variaciones de los parámetros alrededor de un punto $|\Delta\beta| \ll |\Delta\beta_0|$, el resultado podría ser muy impreciso, si se usan métodos numéricos para resolver esta ecuación. Entonces, es práctica común en la teoría de sensibilidades definir la función de sensibilidad S , la cual bajo ciertas condiciones de continuidad,

relaciona a los elementos del conjunto de las desviaciones en los parámetros $\Delta\beta$ con el conjunto de cambios en el vector de estado $\Delta\mathbf{x}$ inducidos por los parámetros del sistema. En el caso de sistemas multivariantes, S es una matriz de funciones conocida como matriz de trayectorias de sensibilidad [Frank, 1978].

La función S puede ser aproximada para variaciones pequeñas en los parámetros por la ecuación lineal (3.3),

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{S}(\beta_0)\Delta\beta \quad (3.3)$$

que es una aproximación de primer orden de $\Delta\mathbf{x}$ usando la expansión de series de Taylor y la ecuación (3.1). Como S depende del vector de parámetros de entrada inicial β_0 , puede ser calculado de estas condiciones iniciales. Con esta aproximación, el análisis de sensibilidades se reduce en la práctica a la determinación (por cálculo o medición) de la función de sensibilidad $\mathbf{S}(\beta_0)$. Es evidente que por el uso de la ecuación linealizada (3.3), la teoría de sensibilidades está restringida solamente a pequeñas variaciones. Si las variaciones son infinitesimalmente pequeñas, entonces la ecuación (3.3) es exacta y se transforma en,

$$d\mathbf{x} = \mathbf{S}(\beta_0)d\beta \quad (3.4)$$

En esta tesis se asume que el comportamiento del sistema está definido por los siguientes vectores,

$$[\mathbf{f}_\ell] = \begin{bmatrix} P_{i,j} \\ P_{j,i} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$[\mathbf{X}] = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_N] \quad (3.6)$$

$$[\beta] = [\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_{ntl},] \quad (3.7)$$

donde

- $P_{i,j}$ es el flujo de potencia activa desde el nodo de envío i hasta el nodo de recepción j de un elemento de transmisión,
- $P_{j,i}$ es el flujo de potencia activa desde el nodo de recepción j hasta el nodo de envío i de un elemento de transmisión,
- X_i son variables de estado del i -ésimo nodo y
- β_i es el i -ésimo parámetro (reactancia serie) del elemento de transmisión.

La ecuación (3.4), puede ser representada por incrementos mediante la definición general de sensibilidad como [Frank, 1978],

$$\mathbf{S}_{\beta}^{\mathbf{f}_{\ell}} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_{\ell}}{\partial \beta} \right|_{\beta_0} \quad (3.8)$$

donde el flujo de potencia activa \mathbf{f}_{ℓ} inyectado en una terminal de un elemento de transmisión está definido por (3.5).

Finalmente la ecuación (3.3) puede ser representada en términos de (3.5), (3.6) y (3.7), donde los incrementos de los flujos de potencia activa dependen del vector de incrementos de los parámetros,

$$\Delta \mathbf{f}_{\ell} = \mathbf{S}_{\beta}^{\mathbf{f}_{\ell}}(\beta_0) \Delta \beta \quad (3.9)$$

3.3. Función de Sensibilidad

La función de sensibilidad de los flujos de potencia activa respecto de los parámetros está compuesta de varias funciones y variables, dependiendo de los elementos de transmisión que se encuentran en la red eléctrica. En el SEP se tienen tantos flujos de potencia activa como elementos de transmisión, por lo que para estipular una función matemática que represente las potencias activas del sistema es necesario recurrir al cálculo multivariable. La ecuación del flujo de potencia activa que fluye a través del elemento de transmisión es función de las variables de estado y parámetros eléctricos de la línea, tal que la función de sensibilidad se representa en (3.10), como una función que depende explícitamente de las variables antes mencionadas

$$f_\ell(x(\beta), \beta) \quad (3.10)$$

en donde

f_ℓ es el flujo de potencia activa a través del elemento de transmisión,
 $x(\beta)$ son variables de estado en función del parámetro y
 β es el parámetro del sistema

La función que representa la sensibilidad del flujo activo respecto del parámetro es una función no-lineal, que para poder ser estudiada en estado estacionario debe ser linealizada alrededor del punto de operación del sistema eléctrico de potencia.

3.3.1. Linealización de la Función de Sensibilidad

La serie de Taylor es la representación de una función por medio de una suma infinita de términos que son calculados a partir de los valores de las derivadas de la función evaluada en un punto seleccionado [Hornbeck, 1975]. La expansión en serie de Taylor de la función del flujo de potencia activa respecto al parámetro es la siguiente,

$$f_\ell(\beta^0 + \Delta\beta, x^0) = f_\ell(\beta^0, x^0) + \left. \frac{\partial f_\ell(\beta^0, x^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} (\Delta\beta) + t.a.o. \quad (3.11)$$

Para representar la linealización del flujo de potencia activa respecto al parámetro se desprecian los términos de alto orden superior (t.a.o) de la serie de Taylor. La ecuación linealizada resultante se expresa como,

$$f_\ell(\beta^0 + \Delta\beta, x^0) \cong f_\ell(\beta^0, x^0) + \left. \frac{\partial f_\ell(\beta^0, x^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} (\Delta\beta). \quad (3.12)$$

La representación gráfica de la ecuación (3.12) se especifica en la Figura 3.1, donde se observa la linealización del flujo de potencia activa del elemento de transmisión alrededor de un punto β^0 . Desde el punto de vista físico, un incremento

(decremento) del parámetro (reactancia serie) significa alargar (acortar) eléctricamente la línea de transmisión; en otras palabras se aplica una compensación serie a la línea de transmisión.

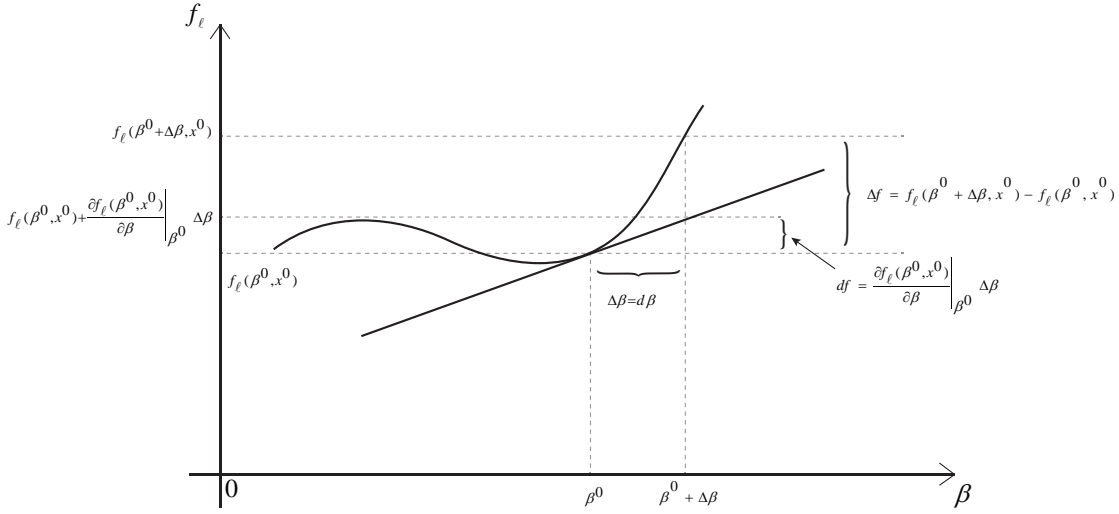


Figura 3.1: Linealización de la función del flujo de potencia activa (f_ℓ) respecto del parametro eléctrico de la línea de transmisión

Dado que la expresión $\left[\frac{\partial f_\ell(\beta^0, x^0)}{\partial \beta} \right]_{(\beta^0)}$ representa la sensibilidad del flujo de potencia activa en relación al parámetro, no es posible calcular su cambio o variación haciendo uso del cálculo en una variable, debido que la función que representa el flujo en función del parámetro es multivariable.

3.3.2. Sensibilidad del Flujo de Potencia Activa Respecto a Parámetros del Sistema

Como se revisó en la sección anterior, la función (3.10) depende explícitamente de las variables de estado $x(\beta)$ y del parámetro en cuestión β . Una vez linealizada la función es necesario determinar el cambio de los flujos de potencia activa con respecto a un parámetro del sistema, para ello se recurre a la regla de la cadena, la cual permite determinar la razón de cambio total de la función [Finney, 1999]. Cabe mencionar que un análisis parecido fue desarrollado en [Rubio, 2004].

Una vez determinada la función de sensibilidad (3.10), puede ser aplicada la regla de la cadena para determinar la variación total de las inyecciones de potencia activa a través de los elementos de transmisión con respecto de todos los parámetros del sistema, tal como se expresa en la ecuación (3.13)

$$\mathbf{f}_\ell(\mathbf{X}(\beta), \beta) \xrightarrow{\text{regla de la cadena}} \frac{d}{d\beta}(\mathbf{f}_\ell(\mathbf{X}(\beta), \beta)) = \mathbf{S}_\beta^{f_\ell}$$

$$\frac{d}{d\beta}(\mathbf{f}_\ell(\mathbf{X}(\beta), \beta)) = \mathbf{S}_\beta^{f_\ell} = \frac{\partial \mathbf{f}_\ell}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \beta} + \frac{\partial \mathbf{f}_\ell}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \beta}. \quad (3.13)$$

El término $\left[\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \beta} \right]$ en la ecuación (3.13) no puede ser calculado directamente debido a que las variables de estado no dependen explícitamente de los parámetros eléctricos. Sin embargo, éste término puede ser calculado al obtener la función de sensibilidad de las ecuaciones de balance de potencia nodal con respecto a los parámetros del sistema.

La ecuación de balance de potencia nodal es expresada por,

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}(\beta), \beta) = 0. \quad (3.14)$$

Aplicando la regla de la cadena a (3.14) para obtener la variación total de la función del balance de potencia nodal respecto de los parámetros del sistema, se encuentra el término $\left[\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \beta} \right]$ de la ecuación (3.13),

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}(\beta), \beta) \xrightarrow{\text{regla de la cadena}} \frac{d}{d\beta}(\mathbf{F}(\mathbf{X}(\beta), \beta))$$

$$\frac{d}{d\beta}(\mathbf{F}(\mathbf{X}(\beta), \beta)) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \beta} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \beta} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \beta} = - \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \beta} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{S}_\beta^X = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \beta} = - \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right]^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \beta}. \quad (3.17)$$

Finalmente sustituyendo (3.17) en (3.13), se obtiene la expresión que representa la sensibilidad de los flujos activos a través de las líneas de transmisión con respecto de los parámetros del sistema,

$$\frac{d}{d\beta}(\mathbf{f}_\ell(\mathbf{X}(\beta), \beta)) = \mathbf{S}_\beta^{f_\ell} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}_\ell}{\partial \mathbf{X}} \right] \left[- \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \beta} \right] \right] + \left[\frac{\partial \mathbf{f}_\ell}{\partial \beta} \right]. \quad (3.18)$$

Cabe mencionar que los términos asociados a (3.18) son matrices, las cuales se describen de manera específica en la siguientes secciones.

3.4. Análisis de Sensibilidad del SEP en Estado Estacionario

El análisis en estado estable o estacionario asume que el SEP se encuentra operando en un estado normal, desde el punto de vista de seguridad, lo que implica tener una solución al problema de flujos de potencia y por ende conocer las variables de estado del SEP. El análisis de sensibilidad se lleva a cabo una vez que el sistema se encuentra en un punto de operación específico, y a partir de éste se realiza una variación de los parámetros del sistema con el fin de conocer el comportamiento de los flujos de potencia activa del sistema.

A continuación se describe matemáticamente cada elemento que conforman la expresión de la sensibilidad de los flujos de potencia activa en un elemento de transmisión respecto de los parámetros del sistema.

3.4.1. Descripción de Funciones y Variables del Sistema Eléctrico de Potencia

Las ecuaciones de balance de flujos de potencia en un nodo k -ésimo, está definida como,

$$\Delta P_k = \sum_{j=1}^{N_g} P_{gen_j}^k - \sum_{j=1}^{N_D} P_{dem_j}^k - \sum_{m \in k} P_{km}(V, \theta, \beta) = 0 \quad (3.19)$$

$$\Delta Q_k = \sum_{j=1}^{N_g} Q_{gen_j}^k - \sum_{j=1}^{N_D} Q_{dem_j}^k - \sum_{m \in k} Q_{km}(V, \theta, \beta) = 0 \quad (3.20)$$

donde N_g y N_D representan el número de generadores y número de demandas, respectivamente.

Las potencias $P_{gen_j}^k, Q_{gen_j}^k \forall j = 1, 2, \dots, N_g$, corresponden a la potencia total inyectada, activa y reactiva en el k -ésimo nodo, por todos los generadores conectados a ese nodo.

Las potencias $P_{dem_j}^k, Q_{dem_j}^k \forall j = 1, 2, \dots, N_D$, corresponden a la potencia total activa y reactiva, respectivamente demandada, por todas las cargas conectadas al k -ésimo nodo.

Finalmente $P_{km}(V, \theta, \beta), Q_{km}(V, \theta, \beta)$ corresponden a la potencia activa y reactiva, respectivamente, fluyendo del nodo k al nodo m , las cuales están en función de la magnitud y ángulo de voltaje (V, θ) , así como de los parámetros del sistema (β) . La sumatoria $\sum_{m \in k}$ se refiere a todos los flujos de potencia, fluyendo del nodo k al nodo m , a través de todos los elementos de transmisión conectados a éste nodo y el m -ésimo nodo $\forall m = 1, 2, \dots, N$, siempre y cuando $m \neq k$, siendo N el número de nodos del sistema.

Asumiendo vectores de funciones, se tiene

$$X = [\theta \ V]^T \quad (3.21)$$

asi como,

$$P_G^k = \sum_{j=1}^{N_g} P_{gen_j}^k \quad (3.22)$$

$$Q_G^k = \sum_{j=1}^{N_g} Q_{gen_j}^k \quad (3.23)$$

$$P_D^k = \sum_{j=1}^{N_D} P_{dem_j}^k \quad (3.24)$$

$$Q_D^k = \sum_{j=1}^{N_D} Q_{dem_j}^k \quad (3.25)$$

$$P_k^{cal} = \sum_{m \in k} P_{km}(V, \theta, \beta) \quad (3.26)$$

$$Q_k^{cal} = \sum_{m \in k} Q_{km}(V, \theta, \beta). \quad (3.27)$$

Además, la ecuación de balance de flujos de potencias puede ser reescrita como,

$$\Delta P_k = P_G^k - P_D^k - P_k^{cal}(X, \beta) = 0 \quad (3.28)$$

$$\Delta Q_k = Q_G^k - Q_D^k - Q_k^{cal}(X, \beta) = 0. \quad (3.29)$$

También las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en cada uno de los nodos del sistema pueden expresarse en forma vectorial como,

$$F_P = [\Delta P_1 \ \Delta P_2 \ \dots \ \Delta P_k \ \dots \ \Delta P_N] \quad (3.30)$$

$$F_Q = [\Delta Q_1 \ \Delta Q_2 \ \dots \ \Delta Q_k \ \dots \ \Delta Q_N]. \quad (3.31)$$

Finalmente, las ecuaciones de balance de potencia (3.30) y (3.31) se pueden agrupar en una función vector

$$F = \begin{bmatrix} F_P \\ F_Q \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

En la siguiente sección se describen los elementos que forman parte de la matriz de sensibilidad $S_\beta^{f\ell}$ representada por la ecuación (3.18).

3.4.2. Sensibilidades de las Ecuaciones de Balance de Potencia Respecto a Variables de Estado

Estas sensibilidades corresponden al desarrollo matemático clásico de un problema de flujos de potencia, y son obtenidas mediante la expansión de la serie de Taylor de la ecuación(3.32) alrededor del punto de operación (X^0, β) , despreciando los términos de alto orden (t.a.o),

$$F((X_1^0 + \Delta X_1, \dots, X_N^0 + \Delta X_N), \beta) = F(\underbrace{(X_1^0, \dots, X_N^0)}_{(\cdot)}, \beta) + \left. \frac{\partial F((\cdot), \beta)}{\partial X} \right|_{(X^0)} (\Delta X) \quad (3.33)$$

$$\Delta F = F((X_1^0 + \Delta X_1, \dots, X_N^0 + \Delta X_N), \beta) - F((\cdot), \beta) \quad (3.34)$$

$$\Delta X = \left[\frac{\partial F((\cdot), \beta)}{\partial X} \Big|_{(X^0)} \right]^{-1} (\Delta F). \quad (3.35)$$

Debe notarse que la ecuación (3.34) corresponde al cambio que existe en las ecuaciones de flujo de balance de potencia al cambiar el vector de variables de estado a un nuevo estado $X + \Delta X$.

En términos de sensibilidad y la relación que existe con el incremento de variables de estado y el cambio en las ecuaciones de balance, la ecuación (3.35) puede ser escrita como,

$$\Delta X = \left[S_X^{F((\cdot), \beta)} \Big|_{(X^0)} \right]^{-1} (\Delta F). \quad (3.36)$$

La ecuación (3.35) describe el cambio que presentan las variables de estado con respecto al cambio en las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva; debe notarse que

$$\left[\frac{\partial F((\cdot), \beta)}{\partial X} \Big|_{(X^0)} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial X} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial X} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial X} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial X} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial P^{cal}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q^{cal}}{\partial V} \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

Sustituyendo (3.21), (3.32) y (3.37) en (3.35), se tiene,

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial P^{cal}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q^{cal}}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta F_P \\ \Delta F_Q \end{bmatrix}. \quad (3.38)$$

Similarmente la ecuación (3.35) puede expresarse como

$$\begin{bmatrix} \Delta F_P \\ \Delta F_Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial P^{cal}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q^{cal}}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

3.4.3. Sensibilidad de las Ecuaciones de Balance de Potencia Respecto a Parámetros del Sistema

La sensibilidad de las ecuaciones de balance del flujo de potencia respecto a parámetros del sistema surge de la expansión de la serie de Taylor, despreciando los t.a.o.

$$F((\beta_1^0 + \Delta\beta_1, \dots, \beta_N^0 + \Delta\beta_N), X^0) = F(\underbrace{(\beta_1^0, \dots, \beta_N^0)}_{(\cdot)}, X^0) + \left. \frac{\partial F(\cdot, X^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} (\Delta\beta). \quad (3.40)$$

$$\Delta F = F((\beta_1^0 + \Delta\beta_1, \dots, \beta_N^0 + \Delta\beta_N), X^0) - F((\cdot), X^0) \quad (3.41)$$

$$\Delta F = \left[\left. \frac{\partial F(\cdot, x^0)}{\partial \beta} \right|_{(X^0)} \right] (\Delta\beta). \quad (3.42)$$

De igual manera que en el análisis anterior, la ecuación (3.42) puede ser representada mediante los incrementos de las ecuaciones de balance de potencia y los parámetros del sistema mediante la ecuación (3.43). Cabe mencionar que en ella se describe el cambio que existe en las ecuaciones de balance de potencia al modificar los parámetros del sistema,

$$\Delta F = \left[S_{\beta}^{F(\cdot), X^0} \right]_{(\beta^0)} (\Delta\beta). \quad (3.43)$$

En este caso la matriz Jacobiana también puede ser escrita como,

$$\left[\left. \frac{\partial F(\cdot, x^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} \right] = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \beta} \end{bmatrix}}_{\gamma} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \beta} \end{bmatrix}. \quad (3.44)$$

Sustituyendo la ecuación (3.44) en (3.42), se tiene lo siguiente

$$\Delta F = \begin{bmatrix} \Delta F_P \\ \Delta F_Q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \beta} \end{bmatrix} \Delta \beta = \gamma \Delta \beta \quad (3.45)$$

De la ecuación (3.45) se concluye que la matriz γ describe la forma del cambio de las ecuaciones de balance de potencia debido a perturbaciones en los parámetros del sistema. Entonces de la ecuación (3.35) y (3.45) se tiene $\Delta X = [J]^{-1} [\Delta F]$ y $\Delta F = [\gamma] [\Delta \beta]$.

Sustituyendo (3.45) en (3.35) se tiene,

$$\Delta X = [J]^{-1} [\gamma] [\Delta \beta] = \Phi [\Delta \beta] \quad (3.46)$$

donde la matriz Φ , dada por el producto matricial $\Phi = [J]^{-1} [\gamma]$, describe el comportamiento de las variables de estado debido a una perturbación en los parámetros del sistema.

La ecuación (3.46) puede ser escrita de manera expandida como,

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \beta} \end{bmatrix} \Delta \beta \quad (3.47)$$

o

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial P^{cal}}{\partial V} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \theta} & \frac{\partial Q^{cal}}{\partial V} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial P^{cal}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial Q^{cal}}{\partial \beta} \end{bmatrix} \Delta \beta \quad (3.48)$$

3.4.4. Sensibilidad del Flujo de Potencia en Terminales de Elementos de Transmisión Respecto de las Variables de Estado

Las ecuaciones del flujo de potencia en terminales del elemento de transmisión conectados entre los nodos k y m , son sensibles a un cambio en las variables de

estado. Estas variaciones se obtienen mediante la expansión de la serie de Taylor; es decir,

$$P_{km}((X_1^0 + \Delta X_1, \dots, X_N^0 + \Delta X_N), \beta) = P_{km}(\underbrace{(X_1^0, \dots, X_N^0)}_{(\cdot)}, \beta) + \left. \frac{\partial P_{km}((\cdot), \beta)}{\partial X} \right|_{(X^0)} \Delta X \quad (3.49)$$

$$\Delta P_{km} = P_{km}((X_1^0 + \Delta X_1, \dots, X_N^0 + \Delta X_N), \beta) - P_{km}((\cdot), \beta) \quad (3.50)$$

$$\Delta P_{km} = \left[\left. \frac{\partial P_{km}((\cdot), \beta)}{\partial X} \right|_{(X^0)} \right] \Delta X \quad (3.51)$$

La ecuación (3.51) puede ser representada como,

$$\Delta P_{km} = \sum \Delta X \quad (3.52)$$

donde cada fila de la matriz \sum describe el cambio del flujo de potencia inyectado en cada elemento de transmisión que se encuentra conectado entre dos nodos debido a cambios de las variables de estado.

En términos de sensibilidad y la relación que existe con los incrementos la ecuación (3.51) puede ser escrita como,

$$\Delta P_{km} = \left[S_X^{P_{km}((\cdot), \beta)} \right]_{(X^0)} (\Delta X) \quad (3.53)$$

donde el flujo de potencia inyectada en terminales de un elemento de transmisión es dado por, [Exposito et al., 2002]

$$P_{km} = -V_k^2 G_{km} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (3.54)$$

$$Q_{km} = V_k^2(B_{km} - b_{ko}) + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] . \quad (3.55)$$

La derivación de las ecuaciones anteriores se puede revisar con detalle en el apéndice B.

De tal forma, la ecuación (3.51) puede ser escrita como sigue,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{km} \\ \Delta P_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V} \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \theta} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} . \quad (3.56)$$

Cabe mencionar que las variables de estado que afectarán este cambio son las variables asociadas a los nodos conectados por el elemento de transmisión.

3.4.5. Sensibilidad del Flujo de Potencia en Terminales de Elementos de Transmisión Respecto de los Parámetros del Sistema

Las sensibilidad del flujo de potencia en terminales del elemento de transmisión conectados entre los nodos k y m respecto de los parámetros del sistema se obtienen mediante la expansión de la serie de Taylor,

$$P_{km}((\beta_1^0 + \Delta\beta_1, \dots, \beta_N^0 + \Delta\beta_N), X^0) = P_{km}(\underbrace{(\beta_1^0, \dots, \beta_N^0)}_{(\cdot)}, X^0) + \left. \frac{\partial P_{km}((\cdot), X^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} \Delta\beta \quad (3.57)$$

$$\Delta P_{km} = P_{km}((\beta_1^0 + \Delta\beta_1, \dots, \beta_N^0 + \Delta\beta_N), X^0) - P_{km}((\cdot), X^0) \quad (3.58)$$

$$\Delta P_{km} = \left[\left. \frac{\partial P_{km}((\cdot), X^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} \right] \Delta\beta \quad (3.59)$$

La ecuación (3.59) puede ser representada como,

$$\Delta P_{km} = \Gamma \Delta \beta . \quad (3.60)$$

donde cada fila de la matriz Γ contiene un elemento diferente de cero y que describe el cambio del flujo de potencia inyectado en cada elemento de transmisión que se encuentra conectado entre dos nodos debido a cambios de los parámetros.

En términos de sensibilidad y la relación que existe con el incremento del flujo de potencia activa en terminales de los elementos de transmisión y los parámetros del sistema, la ecuación (3.59) puede ser escrita como,

$$\Delta P_{km} = \left[S_{\beta}^{P_{km}(\cdot, X^0)} \Big|_{(\beta^0)} \right] (\Delta \beta) \quad (3.61)$$

donde el flujo de potencia activa inyectada en terminales de un elemento de transmisión es,

$$P_{km} = -V_k^2 G_{km} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] . \quad (3.62)$$

La potencia descrita anteriormente es función de las variables de estado y del parámetro eléctrico de los elementos de transmisión, por lo que sus derivadas estarán en función de la matriz de admitancia nodal, cuyos elementos no diagonales corresponden a,

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (3.63)$$

$$G_{km} = \frac{-r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.64)$$

$$B_{km} = \frac{x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (3.65)$$

donde $k \neq m$.

La matriz de sensibilidad Γ se determina a partir de los elementos no diagonales de la matriz Y_{BUS} , donde

$$\frac{\partial G_{km}}{\partial x_{km}} = \frac{2r_{km}x_{km}}{(r_{km}^2 + x_{km}^2)^2} \quad (3.66)$$

$$\frac{\partial B_{km}}{\partial x_{km}} = \frac{2x_{km}^2}{(r_{km}^2 + x_{km}^2)^2} + \frac{1}{r_{km}^2 + x_{km}^2} . \quad (3.67)$$

Por último, con base a la ecuación(3.59), las variaciones del flujo de potencia en ambas terminales del elemento de transmisión pueden ser representadas como,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{km} \\ \Delta P_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{km}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \end{bmatrix}^T . \quad (3.68)$$

donde cada fila contiene un elemento distinto de cero, ya que se tendrá cambio sólo en el flujo de potencia activa correspondiente al propio parámetro de la línea.

3.5. Aplicación de Sensibilidad al Sistema Eléctrico de Potencia

En la presente sección se realiza el análisis de sensibilidad a un sistema de dos nodos y a un sistema multinodal.

3.5.1. Aplicación de Sensibilidad en un Sistema de Dos Nodos

Asumiendo el sistema de dos nodos k y m conectados por medio de una línea de transmisión, tal como se muestra en la Figura 3.2, se obtendrá la función de sensibilidad $\left[\mathbf{S}_{\beta}^{f_{\ell}} \right]$ en base a las ecuaciones de sensibilidad anteriormente descritas.

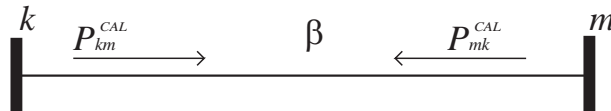


Figura 3.2: Sistema eléctrico de dos nodos

La sensibilidad para este sistema se determina expresando los términos de forma matricial. Para el término $\left[\frac{\partial f_{\ell}}{\partial X} \right]$ de la ecuación (3.18), que describe la variación

del flujo de potencia activa entre los nodos k y m a través de la línea de transmisión respecto a cambios en las variables de estado (magnitud y ángulo de fase de los voltajes nodales), se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial f_\ell}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_k} & \frac{\partial P_{mk}}{\partial V_m} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

donde

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = -V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \quad (3.70)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} = -2V_k G_{km} + V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \quad (3.73)$$

El término $\left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]$ de la ecuación (3.18) describe el cambio del balance de potencia activa y reactiva cuando se presenta un pequeño cambio en las variables de estado, éste término es comunmente llamado el Jacobiano en un estudio de flujos de potencia y es dado por

$$\left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \Delta P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial \Delta P_k}{\partial V_m} V_m \\ \frac{\partial \Delta P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \Delta P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial \Delta P_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial \Delta P_m}{\partial V_m} V_m \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial V_m} V_m \\ \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial V_m} V_m \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.74)$$

donde los elementos del Jacobiano están dados por las ecuaciones reportadas en el Capítulo 2.

El término $\left[\frac{\partial F}{\partial \beta}\right]$ de la ecuación (3.18), que describe el cambio del balance de potencia activa y reactiva cuando se presenta un pequeño cambio en un parámetro del sistema, se representa de una manera matricial como,

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial x_{km}} \\ \frac{\partial \Delta P_m}{\partial x_{km}} \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial x_{km}} \\ \frac{\partial \Delta Q_m}{\partial x_{km}} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

donde las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva para el caso del sistema de dos nodos, está dado por,

$$\Delta P_k = P_{gen_k} - P_{dem_k} - \{V_k^2(-G_{km}) + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)]\} \quad (3.76)$$

$$\Delta Q_k = Q_{gen_k} - Q_{dem_k} - \{V_k^2(B_{km} - b_{ko}) + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)]\}. \quad (3.77)$$

De aqui se tiene que el cambio del balance de potencia nodal respecto del parámetro es,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_k}{\partial x_{km}} &= \left[V_k^2 \left(-\frac{\partial G_{km}}{\partial x_{km}} \right) + V_k V_m \left[\frac{\partial G_{km}}{\partial x_{km}} \cos(\theta_k - \theta_m) + \frac{\partial B_{km}}{\partial x_{km}} \sin(\theta_k - \theta_m) \right] \right] \\ \frac{\partial \Delta Q_k}{\partial x_{km}} &= \left[V_k^2 \left(\frac{\partial B_{km}}{\partial x_{km}} \right) + V_k V_m \left[\frac{\partial G_{km}}{\partial x_{km}} \sin(\theta_k - \theta_m) - \frac{\partial B_{km}}{\partial x_{km}} \cos(\theta_k - \theta_m) \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.78)$$

De igual forma para el nodo m solo basta con intercambiar los subíndices k por m y viceversa.

Por último, la ecuación de sensibilidad $\left[\frac{\partial f_\ell}{\partial \beta} \right]$ describe el cambio directo del flujo de potencia activa de un elemento de transmisión respecto del parámetro asociado a dicho elemento de transmisión.

$$\frac{\partial f_\ell}{\partial \beta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{km}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial P_{mk}}{\partial \beta} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

donde

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \beta} = V_k^2 \left(-\frac{\partial G_{km}}{\partial x_{km}} \right) + V_k V_m \left[\frac{\partial G_{km}}{\partial x_{km}} \cos(\theta_k - \theta_m) + \frac{\partial B_{km}}{\partial x_{km}} \sin(\theta_k - \theta_m) \right] \quad (3.80)$$

Para la ecuación $\frac{\partial P_{mk}}{\partial \beta}$ basta con intercambiar los subíndices k por m y viceversa de la ecuación (3.80)

3.5.2. Aplicación de Sensibilidad en un Sistema Multinodal

Asumiendo un sistema multinodal, se expresan los términos de la sensibilidad del flujo a través de los elementos de transmisión respecto a sus parámetros. En este contexto, el resultado de un estudio de flujos de potencia es utilizado para el análisis de sensibilidad considerando las magnitudes de voltajes y ángulos de fase nodales, lo cual implica mantener la condición para el nodo *slack*. Por lo tanto, la magnitud de voltaje y ángulo de fase para el nodo compensador son constantes.

Para el caso del nodo generador (*PV*) no se considera la condición que existe en un estudio de flujos; es decir, mantener el voltaje constante, ya que este nodo en el proceso de solución puede cambiar de ser un nodo generador a un nodo de carga, por tal motivo se considera el voltaje variable para el análisis de sensibilidad.

La matriz $\left[\frac{\partial f_\ell}{\partial X} \right]$ consiste de $(2ntl \times 2N - 2)$ elementos, en ella se omite la entrada de magnitud y ángulo para el nodo *slack*, por tal motivo manifiesta dos columnas de ceros asociadas a este nodo. Por lo anterior, y asumiendo que el nodo *slack* corresponde al nodo 1, la matriz queda de la siguiente forma,

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc}
 0 & \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial V_N} \\
 0 & \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial V_N} \\
 \hline
 0 & \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial V_N} \\
 0 & \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial V_N} \\
 \hline
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \hline
 0 & \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial V_N} \\
 0 & \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial V_N}
 \end{array} \right] \quad (3.81)$$

donde

$P_{\beta i \rightarrow}$ es el flujo de potencia activa del nodo k al nodo m

$P_{\beta i \leftarrow}$ es el flujo de potencia activa del nodo m al nodo k

$\forall i = 1, 2, 3, \dots, ntl$

ntl es el número de elementos de transmisión

El término $\left[\frac{\partial F}{\partial X} \right]$ es la matriz Jacobiana del problema de flujos de potencia descrita en el Capítulo 2, que representa el cambio del balance de potencia nodal al existir un cambio en las variables de estado del sistema.

Sin embargo, en el análisis de sensibilidades, esta matriz presenta una variante para los nodos PV . Las entradas del nodo slack son omitidas y para nodos PV son calculadas, quedando una matriz de $(2N - 2 \times 2N - 2)$ elementos. Los elementos unitarios sobre la diagonal representan que las variables de estado asociadas a las ecuaciones del nodo slack son conocidas.

Asumiendo que el nodo *slack* y nodo PV se encuentra en el nodo 1 y 2, respectivamente; la matriz Jacobiana a calcular tiene la siguiente forma,

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_2} V_2 & \dots & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_N} V_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial V_2} V_2 & \dots & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial V_N} V_N \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial V_2} V_2 & \dots & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial V_N} V_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \theta_N} & 0 & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial V_2} V_2 & \dots & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial V_N} V_N \end{array} \right]^{-1} \quad (3.82)$$

donde N es el número de nodos del SEP.

El término $\left[\frac{\partial F}{\partial \beta} \right]$ es la matriz que representa el cambio del balance de potencia nodal respecto de los parámetros de las líneas. Las ecuaciones de balance de potencia nodal asociados al nodo *slack* son omitidas por las condiciones descritas al inicio de la sección.

$$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \beta_{ntl}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta P_N}{\partial \beta_{ntl}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_2}{\partial \beta_{ntl}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \Delta Q_N}{\partial \beta_{ntl}} \end{array} \right] \quad (3.83)$$

donde N es el número de nodos del sistema y ntl es el número de elementos de transmisión.

Finalmente la sensibilidad directa del flujo de potencia activa respecto del parámetro de la propia línea es representada por el término $\frac{\partial f_\ell}{\partial \beta}$ mediante la ecuación (3.84),

$$\begin{bmatrix}
 \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 1 \rightarrow}}{\partial \beta_{ntl}} \\
 \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 1 \leftarrow}}{\partial \beta_{ntl}} \\
 \hline
 \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 2 \rightarrow}}{\partial \beta_{ntl}} \\
 \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta 2 \leftarrow}}{\partial \beta_{ntl}} \\
 \hline
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \hline
 \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta ntl \rightarrow}}{\partial \beta_{ntl}} \\
 \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial P_{\beta ntl \leftarrow}}{\partial \beta_{ntl}}
 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

donde

- $P_{\beta i \rightarrow}$ es el flujo de potencia activa del nodo k al nodo m
- $P_{\beta i \leftarrow}$ es el flujo de potencia activa del nodo m al nodo k
- $\forall i = 1, 2, 3, \dots, ntl$
- ntl es el número de elementos de transmisión

El tamaño de la matriz (3.84) es de $(2ntl \times ntl)$, donde cada fila de la matriz tiene un elemento distinto de cero que indica el cambio de potencia activa en terminales de un elemento de transmisión debido a un cambio en el parámetro de dicho elemento.

Las operaciones de suma y multiplicación de matrices de la ecuación (3.18) dan lugar a la matriz de sensibilidad, de dimensión $((2 \times ntl) \times ntl)$, donde las filas representan el flujo de potencia activa de envío y recepción de cada una de las líneas y las columnas representan los parámetros con respecto a los cuales se obtienen las sensibilidades.

3.6. Interdependencia entre los flujos de potencia en el SEP

En ésta sección se formula la interacción entre los flujos de potencia activa del sistema para el cual es suficiente el análisis de sensibilidad del nodo de envío al nodo de recepción para cada elemento de transmisión; por tal razón la matriz tendrá dimensiones $(ntl \times ntl)$.

La determinación de la interacción entre los flujos de potencia activa que viajan a través de la red de transmisión permite determinar áreas de controlabilidad en la red eléctrica.

El análisis de sensibilidad paramétrica descrita en las secciones anteriores brinda un panorama general del cambio en los flujos de potencia activa que fluyen a través de los elementos de transmisión con respecto a variaciones en la reactancia serie de éstos elementos . Sin embargo, el impacto que tiene el cambio de un flujo de potencia activa en un elemento de transmisión sobre el resto de los flujos de potencia activa del sistema no es determinado.

Debido a la dificultad de relacionar las interacciones entre los flujos de potencia activa con los valores de la matriz de sensibilidades, ha propuesto [Rogers, 2009] la determinación de interdependencia que existe en cada uno de los flujos de potencia activa respecto de los demás flujos del sistema mediante el concepto de ángulo entre vectores. En este caso, cada fila de la matriz de sensibilidades de flujo de potencia con respecto a la impedancia de la línea puede ser representada por medio de un vector cuyas coordenadas en el espacio vectorial están dadas por cada uno de los elementos de la fila analizada.

Una vez obtenidos los vectores asociados a cada una de las sensibilidades paramétricas del flujo de potencia en los elementos de transmisión, es posible obtener el impacto del cambio de flujo en un elemento específico sobre la variación del flujo de potencia en el resto de los elementos de transmisión mediante la determinación del ángulo existente entre los vectores que lo representan.

A manera de ejemplo, las siguientes matrices muestran los casos de interdependencia, donde cada fila de la matriz representa el vector y cada elemento de la matriz asociado a dicha fila representa una coordenada de dicho vector. La matriz (3.85) muestra un sistema desacoplado; es decir, en el que puede ser controlado el flujo de potencia activa independientemente. Por otro lado, la matriz (3.86)

representa un sistema altamente acoplado, en el que se logra un control colectivo modificando un solo flujo de potencia activa del sistema.

$$\begin{matrix} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \frac{\partial f_1}{\partial \beta} & \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \\ \frac{\partial f_2}{\partial \beta} & \\ \frac{\partial f_3}{\partial \beta} & \end{matrix} \quad (3.85)$$

$$\begin{matrix} & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \frac{\partial f_1}{\partial \beta} & \left[\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \\ \frac{\partial f_2}{\partial \beta} & \\ \frac{\partial f_3}{\partial \beta} & \end{matrix} \quad (3.86)$$

Las filas de las matrices en (3.85) y (3.86) se representan en la Figura 3.3. El acoplamiento de los vectores en ambos casos es visto desde el punto de vista de los ángulos entre ellos.

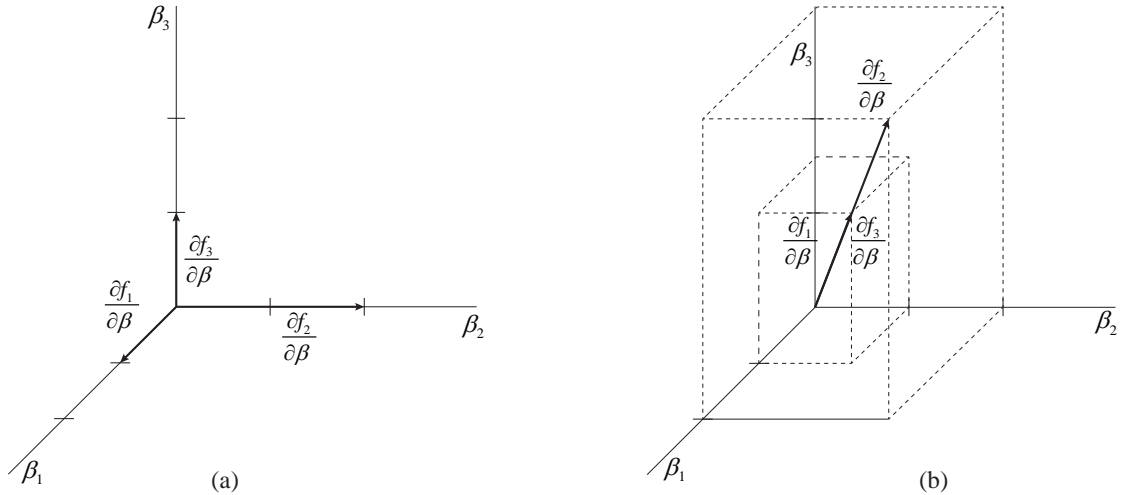


Figura 3.3: Flujo de línea completamente desacoplado (a) y flujo de línea acoplado (b).

Cabe mencionar que en la Figura 3.3 (a), los vectores presentados son ortogonales, siendo el ángulo entre ellos de 90 grados, por lo que pueden emplear dispositivos para controlar el flujo de potencia a través de las líneas 1, 2 y 3 independientemente. Por otro lado, en la Figura 3.3 (b) los vectores están perfectamente alineados y el ángulo entre ellos es exactamente cero grados, por lo que sólo es necesario controlar el flujo de potencia en una línea para modificar el flujo en las otras líneas.

En este contexto, puede ser determinada la matriz de índices de acoplamiento, donde cada elemento es calculado por (3.87), que está definiendo el ángulo entre los vectores [Murray, 1985],

$$\cos\theta_{\frac{\partial f_i}{\partial \beta}, \frac{\partial f_j}{\partial \beta}} = \frac{\frac{\partial f_i}{\partial \beta} \bullet \frac{\partial f_j}{\partial \beta}}{\left\| \frac{\partial f_i}{\partial \beta} \right\| \left\| \frac{\partial f_j}{\partial \beta} \right\|} \quad \forall i, j = 1, 2, 3, \dots, ntl. \quad (3.87)$$

Cada vector está representado por la fila $\frac{\partial f_i}{\partial \beta}$, $\forall i = 1, 2, 3, \dots, ntl$ de la matriz de sensibilidad $\left[S_{\beta}^{fe} \right]$. El rango en valor absoluto de cada elemento estará dado entre 0 y 1, estableciendo un bajo y alto índice de acoplamiento, respectivamente.

La matriz de índice de acoplamiento de las sensibilidades de flujos de potencia activa, es una matriz simétrica, donde los elementos diagonales son valores unitarios, lo cual implica que para valores de $\|1\|$ existe una alta correlación y representa un acoplamiento total, por lo que no se tendrá un control independiente del flujo ya que el ángulo entre los vectores es de 0° o 180° . Los elementos matriciales con valores cercanos a 0, representan un desacoplamiento total, en el cual se puede manejar el control independiente del elemento y los ángulos entre los vectores será de 90° o 270° .

Los índices de la matriz de acoplamiento de los flujos de potencia activa proporcionan una mejor visión para el control del sistema, evitando así tener controles redundantes.

3.7. Conclusiones

En este Capítulo se realizó un análisis de sensibilidad en estado estacionario con la finalidad de conocer los cambios de los flujos de potencia en los elementos de transmisión debido a cambios en la reactancia serie de dichos elementos. También se reportó una metodología para determinar la interdependencia de los flujos de potencia en el SEP.

Emplazamiento de Dispositivos Controladores Sifletca Mediante el Método de Sensibilidades

4.1. Introducción

Con el fin de evitar la instalación de nuevas líneas de transmisión y mitigar la congestión en líneas sobrecargadas, además de brindar un mayor control desde el punto de vista de operación, algunos investigadores han propuesto la instalación de dispositivos controladores SIFLETCA (Sistemas Flexibles de Transmisión en Corriente Alterna) [[Rubio, 2004](#)].

En éste Capítulo, se presenta el modelo matemático del compensador serie controlado por tiristores (CSCT) con la finalidad de cuantificar su efecto en el control de flujo de potencia activa en estado estacionario.

Además, se presenta un método de ubicación de controladores SIFLECTCA, mediante el método de sensibilidades con respecto a pérdidas en el sistema de transmisión. En este contexto, la derivación matemática para el análisis de sensibilidades presentado en el capítulo anterior permite cuantificar el efecto de la variación de parámetros sobre las pérdidas totales del SEP en estado estacionario.

4.2. Modelo del Flujo de Potencia del Capacitor Serie Controlado por Tiristores

El modelo más simple del capacitor serie controlado por tiristores (CSCT) explota el concepto de una *reactancia serie variable*. La reactancia serie es ajustada automáticamente, dentro de sus límites operativos, para lograr que una cantidad especificada de potencia activa fluya a través de ella. La Figura 4.1 muestra la configuración general de un modulo CSCT.

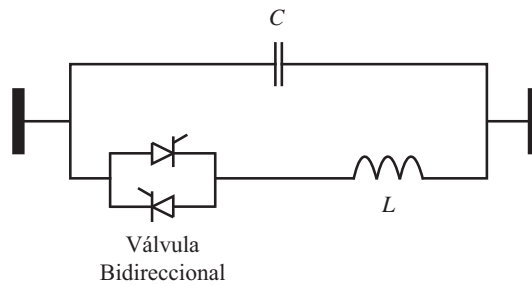


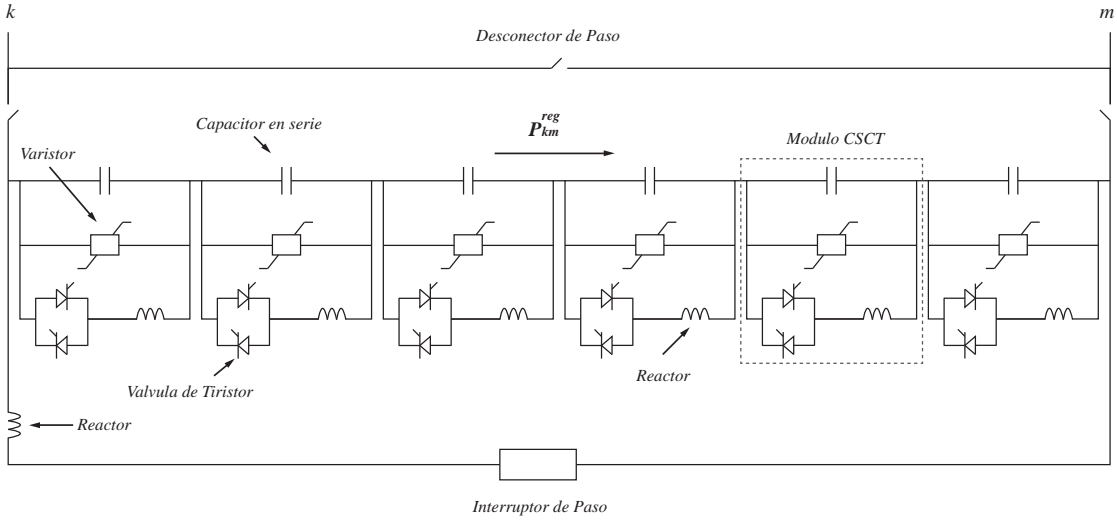
Figura 4.1: Módulo CSCT.

La configuración general de un módulo CSCT consiste de un banco de capacitores en paralelo con un reactor controlado por tiristores. El elemento de control es el tiristor, el cual es mostrado como un dispositivo bidireccional. En la práctica muchos tiristores son conectados en serie para manejar los niveles de voltaje de bloqueo requeridos.

El compensador serie avanzado (CSA) se conforma de más de dos módulos CSCT conectados en serie, su estructura esquemática es mostrada en la Figura 4.2 (a). El CSA puede ser operado en una región inductiva o una región capacitiva, tal como se muestra en las Figuras 4.2 (b) y 4.2 (c) respectivamente, dependiendo del valor de reactancia x_{CSCT} correspondiente a la reactancia total equivalente de todos los modulos CSCT conectados en serie, independientemente de sus modos de operación y características eléctricas.

La compensación reactiva serie controlada por tiristores puede incrementar la longitud eléctrica de la línea, suministrando una reactancia positiva, es decir, reduce la habilidad de transferencia de potencia de la línea. La inserción de una compensación capacitiva serie controlada por tiristores producirá el efecto contrario [Fuerte, 1997].

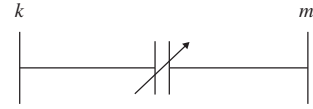
La reactancia equivalente del CSCT a frecuencia fundamental puede ser expresada en función del ángulo de disparo como [Fuerte, 1997],



(a) Estructura física del compensador avanzado serie



(b) Circuito equivalente del CAS operando en la región inductiva.



(c) Circuito equivalente del CAS operando en la región capacitiva.

Figura 4.2: Módulo CSA.

$$x_{CSCT(1)} = -x_C + (x_C + x_{LC}) \left(\frac{2(\pi - \alpha) + \sin(2(\pi - \alpha))}{\pi} \right) - \frac{4X_{LC}^2 \cos^2(\pi - \alpha)}{x_L} \left(\frac{k \tan(k(\pi - \alpha)) - \tan(\pi - \alpha)}{\pi} \right) \quad (4.1)$$

donde la ecuación (4.1) tiene polos en

$$\alpha = \pi - \frac{(2n - 1)\pi\omega}{2\sqrt{LC}} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.2)$$

Los valores apropiados de reactancias inductivas y capacitivas del CSCT aseguran un solo punto de resonancia en un rango de 90° a 180° en la frecuencia fundamental. Una típica variación de la impedancia del controlador CSCT a la frecuencia fundamental es mostrada en la Figura 4.3 [Fuerte, 1997]. En este caso, el ángulo de disparo α está definido como el ángulo en grados eléctricos entre el cruce por cero a positivo del voltaje a través del inductor y el cruce por cero a positivo de la corriente a través de él, y x_{LC} es la reactancia equivalente en paralelo de x_L y x_C .

Este modelo de flujos de potencia del compensador serie avanzado está basado en el concepto del compensador serie variable (CSV), cuyos ajustes de reactancia

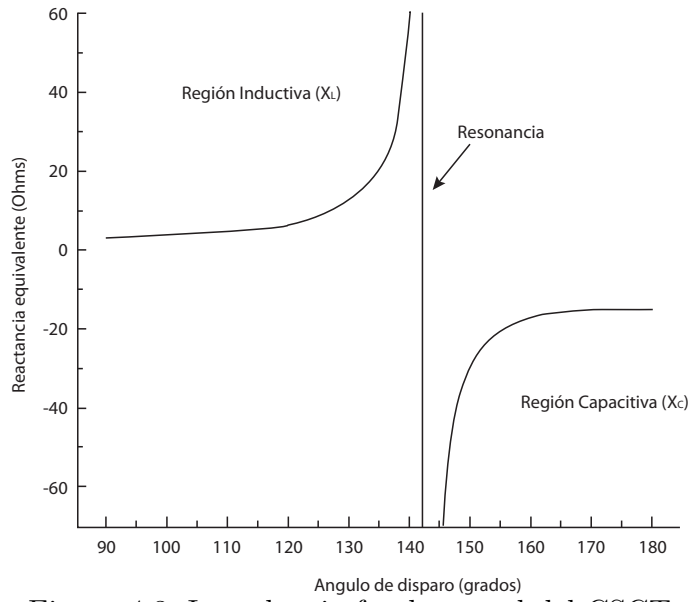


Figura 4.3: Impedancia fundamental del CSCT

permiten establecer el flujo de potencia a través de su rama en un valor específico. La cantidad de reactancia es determinada con el método de Newton. Las ecuaciones de potencia a través del controlador CSV son,

$$P_{km} = V_k V_m B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (4.3)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 B_{kk} - V_k V_m B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.4)$$

Las ecuaciones del CSV con respecto a la reactancia serie son,

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial x} x = -V_k V_m B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial x} x = V_k^2 B_{kk} + V_k V_m B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.6)$$

Para la ecuación en el nodo m se intercambian los subíndices k y m en las ecuaciones (4.3)-(4.5).

En el contexto de un análisis de red, las ecuaciones linealizadas de inyección de potencia total en terminales del controlador y del flujo de potencia a través del controlador son expresadas de manera matricial como,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{km}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_k}{\partial x} x \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_m}{\partial x} x \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_k}{\partial x} x \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_m}{\partial x} x \\ \frac{\partial P_{km}^x}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}^x}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}^x}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_{km}^x}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{km}^x}{\partial x} x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_k/V_k \\ \Delta V_m/V_m \\ \Delta x/x \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Las variables $(\Delta P_k, \Delta P_m)$ y $(\Delta Q_k, \Delta Q_m)$ de la ecuación (4.7), representan los balances de potencia activa y reactiva nodales inyectados en terminales del controlador, respectivamente.

La variable ΔP_{km}^x de la ecuación (4.7), representa el desbalance de potencia que fluye a través del controlador, el cual es función de la potencia especificada menos la potencia calculada en la rama.

En general las ecuaciones linealizadas de flujo de potencia asociadas al CSV están dadas en (4.8), donde la reactancia variable x es variable de estado.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta P_{km}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial P}{\partial \theta} \right] & \left[\frac{\partial P}{\partial V} V \right] & \left[\frac{\partial P}{\partial x} x \right] \\ \left[\frac{\partial Q}{\partial \theta} \right] & \left[\frac{\partial Q}{\partial V} V \right] & \left[\frac{\partial Q}{\partial x} x \right] \\ \left[\frac{\partial P_{km}^x}{\partial \theta} \right] & \left[\frac{\partial P_{km}^x}{\partial V} V \right] & \left[\frac{\partial P_{km}^x}{\partial x} x \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \\ \Delta x/x \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Debe notarse que $\left\{ \frac{\partial P_{km}^x}{\partial x} x \right\}$ es una matriz diagonal cuyo orden es igual al número de CSVs en la red, $\Delta \mathbf{P}_{\mathbf{km}}^x = P_{km}^{x,reg} - P_{km}^{x,cal}$ es el vector de desbalances de potencia activa para el CSV y $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}^{i+1} + \mathbf{x}^i$ es el vector de cambios incrementales en la reactancia serie [Fuerte, 1997].

4.3. Pérdidas del Sistema Eléctrico de Potencia

Las pérdidas en cada línea de la red son una función cuadrática del flujo de potencia por esa línea. Dependiendo del subsistema eléctrico (transmisión o distribución) y de la topología del mismo, las pérdidas de potencia activa en las líneas varían entre un 3 % y un 10 % de la carga total [Exposito et al., 2002]

El método más simple para calcular las pérdidas de potencia activa totales de un sistema eléctrico consiste en sumar las potencias netas inyectadas en los nodos, es decir,

$$P_l = \sum_{i=1}^N P_i = e^T P_i \quad (4.9)$$

donde P es el vector $(N \times 1)$ de inyecciones nodales, y e es un vector unitario de dimensión $(N \times 1)$. El inconveniente de ésta sencilla expresión es que no proporciona información sobre la contribución de cada rama en el total de las pérdidas [Exposito et al., 2002].

Alternativamente, las pérdidas totales también pueden ser calculadas a partir de la suma de inyección del flujo de potencia activa en terminales de la línea de transmisión, es decir,

$$P_{loss} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{i,j} \quad (4.10)$$

$$\forall i \neq j.$$

donde N es el número de nodos del sistema y que se conectan por medio de elementos de transmisión.

4.4. Pérdidas Respecto a Parámetros del SEP

En esta sección se presenta una metodología para la ubicación de dispositivos controladores serie mediante sensibilidades de pérdidas respecto a los parámetros de las líneas de transmisión con el objetivo de reducir las pérdidas totales del

sistema. La ubicación del controlador se establece en la línea de transmisión que determine el mayor índice de pérdidas debido a un cambio en los parámetros.

La serie de Taylor permite determinar la expresión de la sensibilidad de las pérdidas totales del sistema debido a cambios en los parámetros despreciando los t.a.o., la expresión se representa como sigue,

$$P_{loss}((\beta_1^0 + \Delta\beta_1, \dots, \beta_N^0 + \Delta\beta_N), X^0) = P_{loss}(\underbrace{(\beta_1^0, \dots, \beta_N^0)}_{(\cdot)}, X^0) + \left. \frac{\partial P_{loss}((\cdot), X^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} \Delta\beta \quad (4.11)$$

además, el incremento de pérdidas puede ser escrito como,

$$\Delta P_{loss} = P_{loss}((\beta_1^0 + \Delta\beta_1, \dots, \beta_N^0 + \Delta\beta_N), X^0) - P_{loss}((\cdot), X^0). \quad (4.12)$$

La ecuación (4.13) puede ser formada relacionando la ecuación (4.11) y (4.12).

$$\Delta P_{loss} = \left[\left. \frac{\partial P_{loss}((\cdot), X^0)}{\partial \beta} \right|_{(\beta^0)} \right] \Delta\beta \quad (4.13)$$

En términos de sensibilidad y la relación que existe con las pérdidas del flujo de potencia activa en las líneas de transmisión y los parámetros del sistema, la ecuación (4.13) puede ser escrita como,

$$\Delta P_{loss} = \left[S_{\beta}^{P_{loss}((\cdot), X^0)} \right]_{(\beta^0)} (\Delta\beta) = \mathbf{K} \Delta\beta \quad (4.14)$$

donde el vector \mathbf{K} de la ecuación (4.14) representa la sensibilidad de pérdidas totales del sistema respecto cambios en los parámetros de los elementos de transmisión.

Sin embargo, no es posible representar las pérdidas totales mediante la ecuación (4.10), ya que al derivar cada función respecto de los parámetros, se obtendría la sensibilidad parcial, es decir la sensibilidad de la línea respecto a su propio parámetro. Por lo que se recurre a la sensibilidad descrita en el capítulo anterior, ya que

ésta se encuentra en función de todos los flujos de potencia activa y de los parámetros del sistema.

Recapitulando se tiene que la sensibilidad de los flujos de potencia activa a través de los elementos de transmisión respecto de los parámetros del sistema están dados por,

$$\frac{d}{d\beta}(\mathbf{f}_\ell(\mathbf{X}(\beta), \beta)) = \mathbf{S}_\beta^{f_\ell} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}_\ell}{\partial \mathbf{X}} \right] \left[- \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \beta} \right] \right] + \left[\frac{\partial \mathbf{f}_\ell}{\partial \beta} \right]. \quad (4.15)$$

y cada uno de los términos en forma incremental pueden ser representados como,

$$\Delta P_{km} = \left[\frac{\partial P_{km}((\cdot), \beta)}{\partial X} \right]_{(x^0)} \Delta X = \left[S_X^{P_{km}((\cdot), \beta)} \right]_{(X^0)} \Delta X \quad (4.16)$$

$$\Delta X = \left[\frac{\partial F((\cdot), \beta)}{\partial X} \right]_{(X^0)}^{-1} \Delta F = \left[S_X^{F((\cdot), \beta)} \right]_{(X^0)}^{-1} \Delta F \quad (4.17)$$

$$\Delta F = \left[\frac{\partial F((\cdot), X^0)}{\partial \beta} \right]_{(X^0)} \Delta \beta = \left[S_\beta^{F((\cdot), X^0)} \right]_{(\beta^0)} \Delta \beta \quad (4.18)$$

$$\Delta P_{km} = \left[\frac{\partial P_{km}((\cdot), X^0)}{\partial \beta} \right]_{(\beta^0)} \Delta \beta = \left[S_\beta^{P_{km}((\cdot), X^0)} \right]_{(\beta^0)} \Delta \beta \quad (4.19)$$

donde $k \neq m$.

Sustituyendo desde (4.16) hasta (4.19) en la ecuación (4.15), se tiene,

$$\mathbf{S}_\beta^{f_\ell} = \left[S_x^{P_{km}((\cdot), \beta)} \right]_{(x^0)} \left[- \left[S_x^{F((\cdot), \beta)} \right]_{(x^0)}^{-1} \right] \left[S_\beta^{F((\cdot), x^0)} \right]_{(\beta^0)} + \left[S_\beta^{P_{km}((\cdot), x^0)} \right]_{(\beta^0)} \quad (4.20)$$

De tal manera, que (4.20) puede ser representada por incrementos como,

$$\frac{\Delta f_\ell}{\Delta \beta} = \left[\frac{\Delta P_{km}}{\Delta X} \right] \left[\frac{\Delta X}{\Delta F} \right] \left[\frac{\Delta F}{\Delta \beta} \right] + \left[\frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta} \right] \quad (4.21)$$

La ecuación (4.21), está constituida por una matriz, donde cada elemento representa la sensibilidad del flujo de potencia activa que se inyecta en terminales de cada uno de los elementos de transmisión debido a una variación de parámetros. De acuerdo con la ecuación (4.10), la suma por columna de la matriz (4.21) representará las pérdidas totales del sistema en función de variación de los parámetros.

Debido a ello, se introduce un vector fila unitario T , el cual estará relacionando las pérdidas totales del sistema debido a una variación de inyección de los flujos de potencia activa en terminales de los elementos de transmisión, el cual puede ser representado como,

$$\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{km}} = \mathbf{T} \quad (4.22)$$

donde el tamaño del vector fila \mathbf{T} es $(1 \times (2 \times ntl))$ y ntl = número de elementos de transmisión. Además, cada elemento unitario del vector, representa la relación que existe entre las pérdidas totales del sistema y los flujos de potencia activa en cada elemento de transmisión.

La ecuación (4.23), representa las pérdidas totales del sistema debido a una variación en los parámetros y es obtenida premultiplicando el vector fila unitario \mathbf{T} en ambos miembros de la ecuación (4.21), con el propósito de efectuar una suma por columna en el segundo miembro de la ecuación y con ello poder determinar las pérdidas totales del sistema debido a una variación en los parámetros,

$$\mathbf{T} \cdot \frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta} = \mathbf{T} \cdot \left[\frac{\Delta P_{km}}{\Delta X} \cdot \left\{ \frac{\Delta X}{\Delta F} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta \beta} \right\} + \frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta} \right] \quad (4.23)$$

$$\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{km}} \cdot \frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta} = \left[\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{km}} \right] \cdot \left[\underbrace{\frac{\Delta P_{km}}{\Delta X} \cdot \left\{ \frac{\Delta X}{\Delta F} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta \beta} \right\}}_{S. \text{ indirecta}} + \underbrace{\frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta}}_{S. \text{ directa}} \right] \quad (4.24)$$

Aplicando una reducción algebraica de la ecuación (4.24), se obtiene el vector fila \mathbf{K} , que representa la sensibilidad de pérdidas totales respecto de los parámetros en el sistema eléctrico de potencia. Cabe mencionar que la matriz de sensibilidad $\mathbf{S}_{\beta}^{\mathbf{f}_{\ell}}$ se constituye de una matriz de sensibilidad directa y una matriz de sensibilidad indirecta.

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{km}} \right] \left[\underbrace{\frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta}}_{S. \text{ indirecta}} + \underbrace{\frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta}}_{S. \text{ indirecta}} \right] \quad (4.25)$$

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta P_{km}} \right] \left[\underbrace{\frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta}}_{S. \text{ total}} \right] \quad (4.26)$$

$$\mathbf{K} = \left[\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta \beta} \right] \quad (4.27)$$

El vector \mathbf{K} , se forma a partir de una suma de productos,

$$\frac{\Delta P_{loss}}{\Delta \beta} = \mathbf{T} \left[\frac{\Delta P_{km}}{\Delta X} \cdot \left\{ \frac{\Delta X}{\Delta F} \cdot \frac{\Delta F}{\Delta \beta} \right\} + \frac{\Delta P_{km}}{\Delta \beta} \right]$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{T} \left[\sum \cdot \Phi + \Gamma \right] \quad (4.28)$$

donde el producto de $\mathbf{k}_{\text{directa}} = \mathbf{T} [\Gamma]$, representa la sensibilidad directa de la pérdida de potencia activa entre dos nodos, debido a una variación en ese parámetro de la línea de transmisión que conecta dichos nodos.

Así mismo, el término $\mathbf{k}_{\text{indirecta}} = \mathbf{T} [\sum \cdot \Phi]$, representa la sensibilidad indirecta de pérdidas en todos los nodos del sistema, excluyendo el nodo k , ya que todo el sistema se ve afectado al mover cierto parámetro.

La sensibilidad de pérdidas total se puede escribir como la suma de pérdidas directas e indirectas,

$$\mathbf{k}_{\text{total}} = \mathbf{k}_{\text{directa}} + \mathbf{k}_{\text{indirecta}} \quad (4.29)$$

El protocolo para determinar la ubicación del dispositivo controlador SIFLET-CA con el propósito de lograr una reducción de pérdidas totales en el sistema se menciona a continuación. Una vez que es determinado el vector \mathbf{K} de la ecuación (4.29), se procede a elegir el elemento de transmisión al cual está asociado el mayor índice de sensibilidad, ya elegido el elemento de transmisión y ubicado el controlador, se tomará en cuenta si el flujo de potencia activa a controlar será incrementado o decrementado.

4.5. Conclusiones

En este Capítulo se presenta una metodología para la ubicación del dispositivo controlador SIFLETCA CSCT, mediante el uso de sensibilidades, con la finalidad de reducir las pérdidas totales del sistema.

El siguiente Capítulo presenta los resultados de los casos de estudio referente a las metodologías presentadas en esta tesis.

Capítulo 5

Casos de Estudio

En este capítulo se aplica la metodología descrita en los capítulos anteriores a tres sistemas eléctricos de prueba de 4, 14 y 118 nodos. Los datos de los sistemas analizados en esta sección se encuentran en el apéndice A.

Los análisis de sensibilidades e interacción de flujos de potencia se realizaron mediante la aplicación de un programa desarrollado en el lenguaje de programación Matlab 7.9 (R2009). El modelo de la computadora donde se realizaron las simulaciones corresponde a una maquina HP Z200 SFF con las siguientes características: sistema operativo Windows 7 con un procesador Intel Xeon a 3.07 GHz y una memoria RAM instalada de 16 GB.

5.1. Sistema de 4 nodos

El sistema eléctrico de cuatro nodos mostrado en la Figura 5.1, es analizado a partir de un estudio de flujos de potencia, cuya solución permite obtener el punto de operación del SEP. A partir de estos resultados se realiza el estudio de sensibilidad para este sistema.

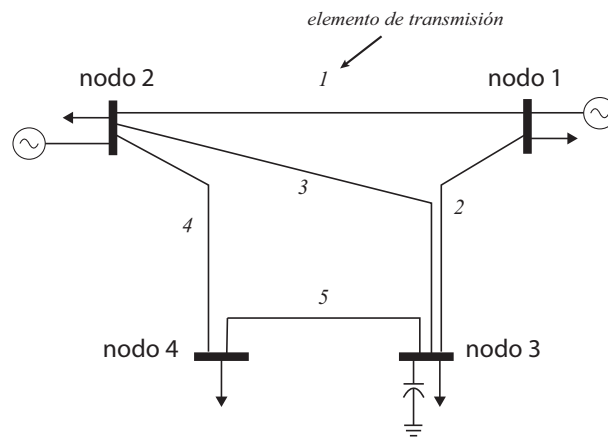


Figura 5.1: Sistema eléctrico de cuatro nodos

La Tabla 5.1 muestra la solución del problema de flujos de potencia, obtenidos mediante la formulación inyecciones de potencia por el método de Newton-Raphson. Los flujos de potencia a través de los elementos de transmisión son mostrados en la Sección 5.1.1.

Tabla 5.1: Resultados de voltajes para el sistema de 4 nodos.

Nodo	Voltaje Nodal	
	V(p.u.)	$\theta(^{\circ})$
1	1	0
2	1	3.88266
3	0.979502	-1.73839
4	0.974931	-1.32465

5.1.1. Sensibilidad

La sensibilidad para este sistema de cuatro nodos es mostrada en la matriz (5.1), donde cada uno de los elementos es calculado mediante la ecuación (3.18), observándose que las mayores variaciones de los flujos de potencia activa en la red se deben a cambios en la reactancia del elemento de transmisión conectado entre los nodos 2 y 4, columna 4 de (5.1). Por el contrario, variaciones en la reactancia del elemento conectado entre los nodos 3 y 4 provoca el menor cambio en los flujos de potencia a través de los elementos de transmisión que conforman la red eléctrica, columna 5 de (5.1). La matriz de sensibilidad (5.1) es representada gráficamente en la Figura (5.2).

$$\begin{matrix}
 & X_{1,2} & X_{1,3} & X_{2,3} & X_{2,4} & X_{3,4} \\
 \begin{matrix} P_{1,2} \\ P_{1,3} \\ P_{2,3} \\ P_{2,4} \\ P_{3,4} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1.2296 & 1.3781 & -1.2972 & -1.8660 & -0.1544 \\ -1.2144 & -1.3554 & 1.2642 & 1.9154 & 0.1599 \\ 0.6368 & 0.7046 & -3.8015 & 3.6748 & 0.2783 \\ 0.6250 & 0.7051 & 2.4694 & -5.5908 & -0.4382 \\ -0.5989 & -0.6732 & -2.3726 & 5.3846 & 0.4230 \end{bmatrix}
 \end{matrix} \quad (5.1)$$

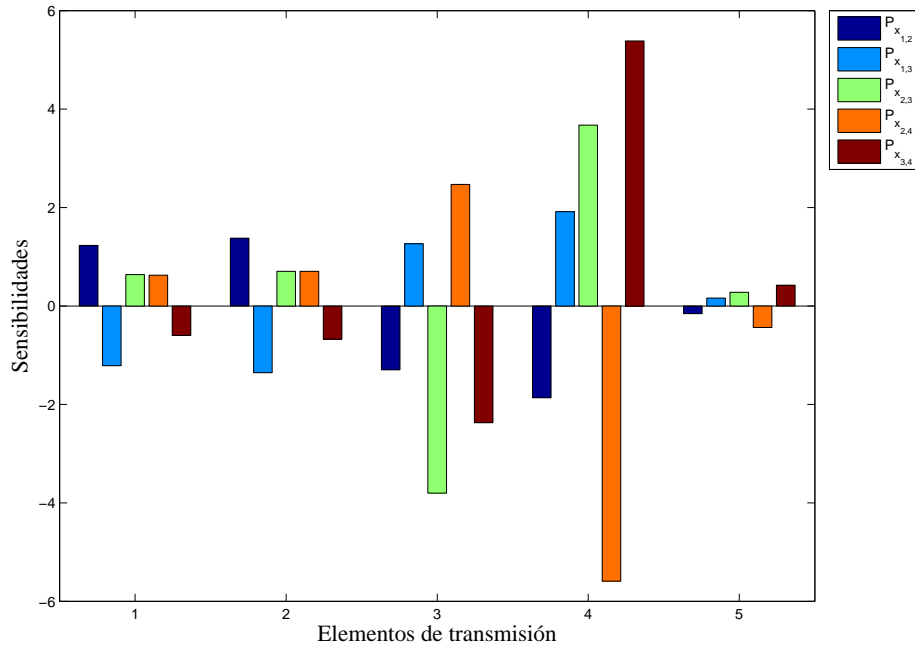


Figura 5.2: Sensibilidad del sistema eléctrico de cuatro nodos.

En un contexto operativo es importante dar un significado físico al signo de las sensibilidades dadas en (5.1) o Figura (5.2). Este significado es analizado a partir de simulaciones de flujos de potencia en función de variaciones de las reactancias de cada línea de transmisión en un 25 % de sus valores nominales, tal que

$$X_k^{nueva} = X_k^{nominal} \pm 0.25X_k^{nominal} \quad (5.2)$$

La ecuación anterior implica que la línea de transmisión se acorta y alarga eléctricamente. Los resultados de flujos de potencia para variaciones en las reactancias X_{12} , X_{13} , X_{23} , X_{24} y X_{34} se muestran en las Tablas 5.2, 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6, respectivamente.

Tabla 5.2: Sensibilidad en el parámetro 1

Flujos de Potencia Activa	Parámetro 1 (X_{12})					sensibilidad $\frac{\partial P}{\partial X_{12}}$
	Caso Base	Decremento		Incremento		
	$X_{12} = 0.16$	$X_{12} = 0.12$	ΔP	$X_{12} = 0.20$	ΔP	
P_{12}	-0.4062	-0.4620	$\Delta -$	-0.3616	$\Delta +$	(+)
P_{13}	0.4062	0.4620	$\Delta +$	0.3620	$\Delta -$	(-)
P_{23}	0.8019	0.7730	$\Delta -$	0.8249	$\Delta +$	(+)
P_{24}	1.1344	1.1058	$\Delta -$	1.1571	$\Delta +$	(+)
P_{34}	-0.1141	-0.0866	$\Delta +$	-0.1360	$\Delta -$	(-)

Tabla 5.3: Sensibilidad en el parámetro 2

Flujos de Potencia Activa	Parámetro 2 (X_{13})					sensibilidad $\frac{\partial P}{\partial X_{13}}$
	Caso Base	Decremento		Incremento		
	$X_{13} = 0.08$	$X_{13} = 0.06$	ΔP	$X_{13} = 0.10$	ΔP	
P_{12}	-0.4062	-0.4366	$\Delta -$	-0.3798	$\Delta +$	(+)
P_{13}	0.4062	0.4365	$\Delta +$	0.3800	$\Delta -$	(-)
P_{23}	0.8019	0.7865	$\Delta -$	0.8153	$\Delta +$	(+)
P_{24}	1.1344	1.1187	$\Delta -$	1.1480	$\Delta +$	(+)
P_{34}	-0.1141	-0.0990	$\Delta +$	-0.1272	$\Delta -$	(-)

Tabla 5.4: Sensibilidad en el parámetro 3

Flujos de Potencia Activa	Parámetro 3 (X_{23})					sensibilidad $\frac{\partial P}{\partial X_{23}}$
	Caso Base	Decremento		Incremento		
	$X_{23} = 0.12$	$X_{23} = 0.09$	ΔP	$X_{23} = 0.15$	ΔP	
P_{12}	-0.4062	-0.3616	$\Delta +$	-0.4401	$\Delta -$	(-)
P_{13}	0.4062	0.3640	$\Delta -$	0.4395	$\Delta +$	(+)
P_{23}	0.8019	0.9328	$\Delta +$	0.7014	$\Delta -$	(-)
P_{24}	1.1344	1.0491	$\Delta -$	1.2001	$\Delta +$	(+)
P_{34}	-0.1141	-0.0319	$\Delta +$	-0.1772	$\Delta -$	(-)

Tabla 5.5: Sensibilidad en el parámetro 4

Flujos de Potencia Activa	Parámetro 4 (X_{24})					sensibilidad
	Caso Base	Decremento		Incremento		
	$X_{24} = 0.08$	$X_{24} = 0.06$	ΔP	$X_{24} = 0.10$	ΔP	$\frac{\partial P}{\partial X_{24}}$
P_{12}	-0.4062	-0.3653	$\Delta+$	-0.4400	$\Delta-$	(-)
P_{13}	0.4062	0.3652	$\Delta-$	0.4413	$\Delta+$	(+)
P_{23}	0.8019	0.7211	$\Delta-$	0.8694	$\Delta+$	(+)
P_{24}	1.1344	1.2571	$\Delta+$	1.0322	$\Delta-$	(-)
P_{34}	-0.1141	-0.2318	$\Delta-$	-0.0155	$\Delta+$	(+)

Tabla 5.6: Sensibilidad en el parámetro 5

Flujos de Potencia Activa	Parámetro 5 (X_{34})					sensibilidad $\frac{\partial P}{\partial X_{34}}$
	Caso Base	Decremento		Incremento		
	$X_{34} = 0.04$	$X_{34} = 0.03$	ΔP	$X_{34} = 0.05$	ΔP	
P_{12}	-0.4062	-0.4048	$\Delta+$	-0.4076	$\Delta-$	(-)
P_{13}	0.4062	0.4048	$\Delta-$	0.4076	$\Delta+$	(+)
P_{23}	0.8019	0.7990	$\Delta-$	0.8047	$\Delta+$	(+)
P_{24}	1.1344	1.1388	$\Delta+$	1.1302	$\Delta-$	(-)
P_{34}	-0.1141	-0.1184	$\Delta-$	-0.1101	$\Delta+$	(+)

Las columnas 2, 3 y 5 muestran los valores de flujos de potencia para los casos base, decremento e incremento del valor de reactancia, respectivamente. Asimismo, la columna 7 reporta el signo de la sensibilidad de cada flujo de potencia por variaciones en la reactancia, tal como se reporta en la ecuación (5.1). Por último, en las columnas 4 y 6 se reporta como es el incremento de potencia, negativo o positivo, en función de la dirección de flujo de potencia a través del correspondiente elemento de transmisión. En base a estos resultados se obtienen las siguientes conclusiones.

- La variación del flujo en la k -ésima línea es contrario al cambio en su reactancia X_k ; es decir, un incremento (decremento) en X_k provoca un decremento (incremento) en P_k . El cumplimiento de lo anterior puede ser asociado con el valor de la sensibilidad y la dirección del flujo de potencia tal como se muestra en las Tablas 5.7 y 5.8, donde el signo positivo de dirección implica que el sentido de flujo de potencia es igual al sentido de flujo adoptado en la convención para derivar las ecuaciones de flujos de potencia. Un signo negativo implica lo contrario.

Tabla 5.7: Sensibilidad negativa $\partial P_k / \partial X_k < 0$

Variación de X_L	Sentido de flujo de Potencia	Tipo de Incremento
Se incrementa	+	$\Delta P -$
	-	$\Delta P +$
Se decrementa	+	$\Delta P +$
	-	$\Delta P -$

Tabla 5.8: Sensibilidad positiva $\partial P_k / \partial X_k > 0$

Variación de X_L	Sentido de flujo de Potencia	Tipo de Incremento
Se incrementa	+	$\Delta P -$
	-	$\Delta P +$
Se decrementa	+	$\Delta P +$
	-	$\Delta P -$

Al comparar los resultados reportados en las Tablas 5.7 y 5.8 se observa que el signo de la sensibilidad no afecta en las sensibilidades propias, $\frac{\partial P_k}{\partial X_k}$, de los flujos de potencia.

- Un análisis similar es realizado para determinar la variación del flujo de potencia en la i -ésima línea debido al cambio en la reactancia X_k de la k -ésima línea de transmisión. En este contexto, la variación de flujo de potencia activa en la k -ésima línea es compensado por el incremento o decremento de flujo en la i -ésima línea de transmisión de acuerdo a la sensibilidad. Esta relación es mostrada en las Tablas 5.9 y 5.10 respectivamente.

De la Tabla 5.9 se observa que cuando la sensibilidad mutua $\partial P_i / \partial X_k$ es negativa y la reactancia X_k se incrementa, la potencia a través de los elementos de transmisión cuya dirección de flujo concuerda (es contraria) a la convención de dirección de flujo de potencia adoptada en la derivación de las ecuaciones de balance de potencia se decrementa (incrementa). En base a la convención de dirección de flujo adoptada en esta tesis, cuando la dirección de flujo de potencia sale (entra) al nodo del elemento de transmisión la potencia se decrementa (incrementa). Lo contrario ocurre cuando el valor de reactancia se decrementa.

Tabla 5.9: Sensibilidad negativa $\partial P_i / \partial X_k < 0$

Variación de X_L	Sentido de flujo de Potencia	Tipo de Incremento
Se incrementa	+	$\Delta P -$
	-	$\Delta P -$
Se decrementa	+	$\Delta P +$
	-	$\Delta P +$

Tabla 5.10: Sensibilidad positiva $\partial P_i / \partial X_k > 0$

Variación de X_L	Sentido de flujo de Potencia	Tipo de Incremento
Se incrementa	+	$\Delta P +$
	-	$\Delta P +$
Se decrementa	+	$\Delta P -$
	-	$\Delta P -$

El análisis de resultados de la Tabla 5.10 muestra un comportamiento contrario a lo expuesto para los resultados reportados en la Tabla 5.9. De tal manera, en base a la convención de dirección de flujo adoptada en esta tesis, a un valor de sensibilidad mutua $\partial P_i / \partial X_k$ y a un incremento del valor de reactancia X_k se tiene que cuando la dirección de flujo de potencia sale (entra) al nodo del elemento de transmisión la potencia se incrementa (decrementa). Lo contrario ocurre cuando el valor de X_k se decrementa.

5.1.2. Comparación entre resultados de flujos de potencia y sensibilidades

Una de las ventajas de conocer las sensibilidades $\frac{\partial f_\ell}{\partial \beta}$ es que pueden ser utilizadas para determinar directamente el cambio aproximado de los flujos de potencia f_ℓ ante variaciones del parámetro β , en vez de realizar un nuevo estudio de flujos de potencia para cada variación del parámetro β . En este caso, los cambios de flujo a través de las líneas de transmisión son calculadas mediante la ecuación (3.9), tal que el nuevo flujo de potencia es dado por,

$$F_\ell^{nuevo} = f_\ell^{base} + \mathbf{S}_\beta^\ell(\beta_0)\Delta\beta \quad (5.3)$$

Con la finalidad de cuantificar la precisión de la aplicación de (5.3), y por ende de las sensibilidades, a continuación se comparan los resultados dados por (5.3) con respecto a los obtenidos por un nuevo análisis de flujos de potencia. Las Tablas 5.11, 5.12, 5.13, 5.14 y 5.15 presentan estas comparaciones para variaciones de reactancias de línea en un 25 % de su valor nominal, además del error relativo expresado en porcentaje de la diferencia de los métodos. De éstos resultados se observa que al varia la reactancia de la k -ésima línea, el error de los resultados obtenidos por el método de sensibilidades es mayor en la i -ésima línea con el menor flujo de potencia activa.

Tabla 5.11: Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{12}

Flujo de Potencia	Parámetro 1 (X_{12})					
	Decremento			Incremento		
	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)
P_{12}	-0.4620	-0.4554	1.4332	-0.3616	-0.3571	1.2523
P_{13}	0.4620	0.4548	1.5522	0.3620	0.3577	1.1999
P_{23}	0.7730	0.7764	0.4454	0.8249	0.8274	0.2976
P_{24}	1.1058	1.1094	0.3265	1.1571	1.1594	0.1921
P_{34}	-0.0866	-0.0902	4.1343	-0.1360	-0.1381	1.5220

Tabla 5.12: Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{13}

Flujo de Potencia	Parámetro 2 (X_{13})					
	Decremento			Incremento		
	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)
P_{12}	-0.4366	-0.4338	0.6321	-0.3798	-0.3787	0.3039
P_{13}	0.4365	0.4334	0.7303	0.3800	0.3791	0.2229
P_{23}	0.7865	0.7878	0.1700	0.8153	0.8160	0.0820
P_{24}	1.1187	1.1203	0.1433	1.1480	1.1485	0.0399
P_{34}	-0.0990	-0.1007	1.6679	-0.1272	-0.1276	0.2773

Tabla 5.13: Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{23}

Flujo de Potencia	Parámetro 3 (X_{23})					
	Decremento			Incremento		
	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)
P_{12}	-0.3616	-0.3673	1.5691	-0.4401	-0.4452	1.1563
P_{13}	0.3640	0.3683	1.1949	0.4395	0.4442	1.0532
P_{23}	0.9328	0.9160	1.8096	0.7014	0.6879	1.9355
P_{24}	1.0491	1.0603	1.0648	1.2001	1.2084	0.6955
P_{34}	-0.0319	-0.0430	34.5642	-0.1772	-0.1853	4.5742

Tabla 5.14: Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{24}

Flujo de Potencia	Parámetro 4 (X_{24})					
	Decremento			Incremento		
	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)
P_{12}	-0.3653	-0.3689	0.9815	-0.4400	-0.4436	0.8105
P_{13}	0.3652	0.3679	0.7508	0.4413	0.4446	0.7437
P_{23}	0.7211	0.7284	1.0149	0.8694	0.8754	0.6897
P_{24}	1.2571	1.2462	0.8675	1.0322	1.0225	0.9353
P_{34}	-0.2318	-0.2218	4.3126	-0.0155	-0.0064	58.3445

Tabla 5.15: Comparación de flujos y sensibilidades para cambios en X_{34}

Flujo de Potencia	Parámetro 5 (X_{34})					
	Decremento			Incremento		
	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)	Estudio de flujos	Sensibilidades	Error (%)
P_{12}	-0.4048	-0.4047	0.0204	-0.4076	-0.4078	0.0399
P_{13}	0.4048	0.4046	0.0387	0.4076	0.4078	0.0547
P_{23}	0.7990	0.7991	0.0155	0.8047	0.8047	0.0034
P_{24}	1.1388	1.1387	0.0022	1.1302	1.1300	0.0185
P_{34}	-0.1184	-0.1184	0.0012	-0.1101	-0.1099	0.1957

5.1.3. Interdependencia entre Flujos de Potencia Activa

La interdependencia entre flujos de potencia activa ante variaciones de las reactancias serie es obtenida mediante la ecuación (3.87), dando como resultado la matriz simétrica (5.4).

$$\begin{matrix} & P_{1,2} & P_{1,3} & P_{2,3} & P_{2,4} & P_{3,4} \\ \begin{matrix} P_{1,2} \\ P_{1,3} \\ P_{2,3} \\ P_{2,4} \\ P_{3,4} \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccc} 1.0000 & -0.9997 & -0.0136 & 0.4971 & -0.4971 \\ -0.9997 & 1.0000 & 0.0348 & -0.5153 & 0.5154 \\ -0.0136 & 0.0348 & 1.0000 & -0.8744 & 0.8744 \\ 0.4971 & -0.5153 & -0.8744 & 1.0000 & -1.0000 \\ -0.4971 & 0.5154 & 0.8744 & -1.0000 & 1.0000 \end{array} \right] \end{matrix} \quad (5.4)$$

A manera de ejemplo, el elemento (1,3) presenta la interacción energética existente entre los flujos de potencia a través de las líneas 1 y 3; es decir P_{12} y P_{23} , respectivamente. Asimismo, su cálculo es como se describe en el conjunto de ecuaciones (5.5) a (5.7).

$$\cos\theta_{\frac{\partial P_{12}}{\partial \beta}, \frac{\partial P_{23}}{\partial \beta}} = \frac{\frac{\partial P_{12}}{\partial \beta} \bullet \frac{\partial P_{23}}{\partial \beta}}{\left\| \frac{\partial P_{12}}{\partial \beta} \right\| \left\| \frac{\partial P_{23}}{\partial \beta} \right\|} \quad (5.5)$$

$$\cos\theta_{\frac{\partial P_{12}}{\partial \beta}, \frac{\partial P_{23}}{\partial \beta}} = \frac{\begin{bmatrix} 1.2296 \\ 1.3781 \\ -1.2972 \\ -1.8660 \\ -0.1544 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 0.6368 \\ 0.7046 \\ -3.8015 \\ 3.6748 \\ 0.2783 \end{bmatrix}}{\sqrt{(1.2296)^2 + (1.3781)^2 + \dots + (-0.1544)^2} \sqrt{(0.6368)^2 + (0.7046)^2 \dots + (0.2783)^2}} \quad (5.6)$$

$$\cos\theta_{\frac{\partial P_{12}}{\partial \beta}, \frac{\partial P_{23}}{\partial \beta}} = -0.0136 \quad (5.7)$$

La matriz de interacción energética o índice de acoplamiento puede también ser expresada en función del ángulo existente entre los vectores de sensibilidades de potencia $\theta_{\frac{\partial P_i}{\partial \beta}, \frac{\partial P_j}{\partial \beta}}$.

$$\begin{matrix} & P_{12} & P_{13} & P_{23} & P_{24} & P_{34} \\ \begin{matrix} P_{12} \\ P_{13} \\ P_{23} \\ P_{24} \\ P_{34} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.00 & 178.72 & 90.78 & 60.19 & 119.81 \\ 178.72 & 0.00 & 88.01 & 121.02 & 58.98 \\ 90.78 & 88.01 & 0.00 & 150.97 & 29.03 \\ 60.19 & 121.02 & 150.97 & 0.00 & 179.92 \\ 119.81 & 58.98 & 29.03 & 179.92 & 0.00 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5.8)$$

Esta matriz es dada por el conjunto de ecuaciones de (5.5) a (5.7), donde se puede discernir el grado de acoplamiento en función del valor de ángulo entre vectores, tal que el mayor (menor) grado de acoplamiento ocurre cuando los vectores son colineales (ortogonales).

En la Figura 5.3 (a) se observa que cada punto está representando un flujo de potencia activa, específicamente el flujo en el elemento de transmisión 3 no está interactuando con los flujos de potencia activa en los elementos 1 y 2. Por otro lado la Figura 5.3 (b) muestra que el flujo de potencia activa del elemento de

transmisión 1 interactúa con el flujo del elemento de transmisión 2 y de la misma manera para el otro par de puntos. Las interdependencias entre los flujos de la Figura 5.3 (b) se presentan debido a que los ángulos entre las sensibilidades de dichos flujos se encuentran en un valor cercano a 180° .

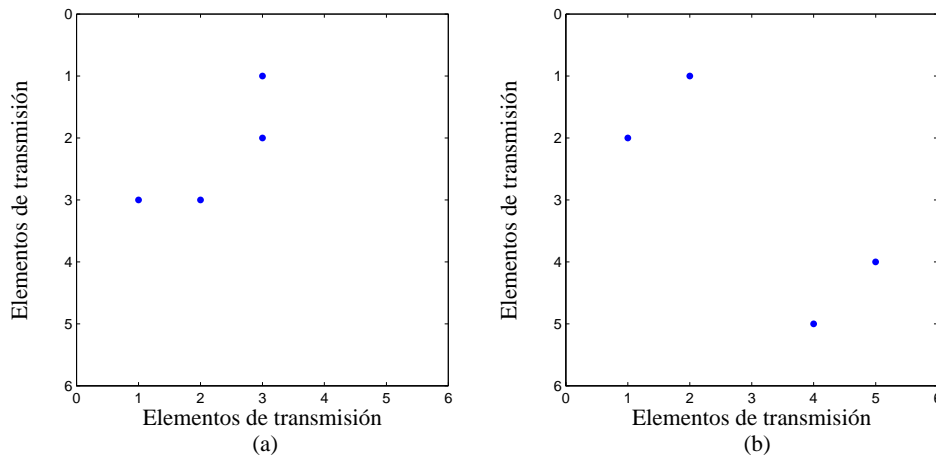


Figura 5.3: Interacción entre flujos del sistema de cuatro nodos: (a) no-interacción y (b) interacción

La Figura 5.4 muestra la interdependencia energética entre los flujos de potencia activa, los ovalos mostrados tocan los elementos de transmisión, donde los flujos de potencia activa de dichos elementos mantienen este comportamiento.

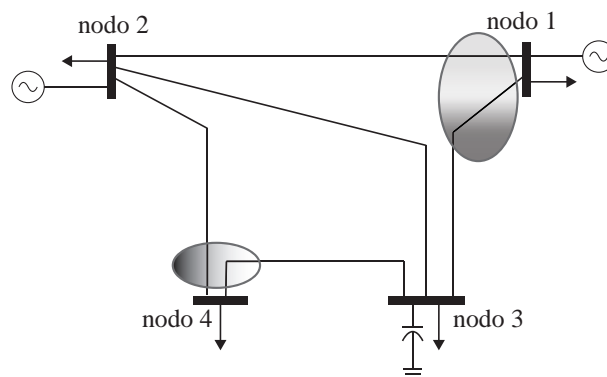


Figura 5.4: Sistema eléctrico de cuatro nodos

5.1.4. Controladores SIFLETCA

Los sistemas flexibles de transmisión en corriente alterna **SIFLETCA** brindan un control adicional desde el punto de vista de la operación del sistema, ya que pueden controlar cierta cantidad de flujo de potencia como se desee.

En esta sección el dispositivo controlador será ubicado en los elementos de transmisión que tengan impacto en la sensibilidad e interacción de flujos de potencia del sistema, con el propósito de observar el comportamiento de flujos de potencia activa del sistema de cuatro nodos; además, se presenta el vector de sensibilidad de pérdidas totales del sistema respecto de los parámetros, con la finalidad de ubicar el controlador SIFLETCA para disminuir las pérdidas del sistema, y con ello mantener el SEP en estado normal. Las potencias especificadas en el controlador se establecen alrededor de las potencias de un estudio base de flujos de potencia.

El estudio que a continuación se presenta es realizado con el dispositivo controlador CSCT. El flujo de potencia activa a controlar será en la línea cuya variación de su reactancia provoca un mayor cambio en los flujos de potencia restantes de los elementos de transmisión, para ello se establece un flujo de potencia activa de 120 MW en el elemento de transmisión conetado entre los nodos 2 y 4. Los nuevos flujos de potencia activa son comparados con el caso base de flujos de potencia, dando lugar a incrementos de flujos de potencia activa, que pueden ser observados en la cuarta columna de la Tabla 5.16. Por otro lado, para el caso del elemento cuya variación de su reactancia provoca un menor cambio de flujo de potencia activa en las líneas que integran el sistema eléctrico, el dispositivo controlador es ubicado en el elemento de transmisión conetado entre los nodos 3 y 4, controlando un flujo de potencia activa de 15 MW en dicho elemento, logrando un incremento de flujos menores al caso anterior tal como se muestra en la columna 6, comprobando así la sensibilidad que mantienen los flujos de potencia activa del sistema aún con la inclusión de dispositivos controladores.

5.1.4.1. Interdependencia entre Flujos con SIFLETCA

La interacción de flujos de potencia incluyendo dispositivos controladores tiene como objetivo controlar el SEP de una mejor manera. Se establecen dos casos de estudio para el sistema de cuatro nodos. El flujo de potencia activa especificado, para el caso de interacción de los flujos cuando los vectores de las sensibilidades

Tabla 5.16: Sensibilidad en flujos de potencia activa del sistema eléctrico de 4 nodos con SIFLETCA.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW				
	Caso Base	Mayor Sensibilidad		Menor Sensibilidad	
		(2,4)	Δ Flujo	(3,4)	Δ Flujo
de 1 a 2	-0.40624	-0.38441	-0.022	-0.39336	0.013
de 1 a 3	0.40624	0.38415	0.022	0.39475	-0.011
de 2 a 3	0.80191	0.75864	0.043	0.77702	-0.025
de 2 a 4	1.13436	1.20000	-0.066	1.17245	0.038
de 3 a 4	-0.11414	-0.17720	0.063	-0.15000	-0.036

de los flujos mantienen un ángulo cercano a 180° , es de 45 MW en el elemento que se encuentra conectado entre los nodos 1 y 2. Los resultados son mostrados en la cuarta columna de la Tabla 5.17, observando la dependencia que mantiene el flujo de potencia activa que fluye en el elemento conectado entre los nodos 1 y 3, la magnitud de los incrementos de los flujos de potencia en ambos elementos es prácticamente igual pero en sentidos opuestos, es decir, uno aumenta y el otro disminuye.

Tabla 5.17: Interacción de flujos en las líneas del sistema eléctrico de 4 nodos incluyendo Dispositivos SIFLETCA.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW				
	Caso Base	Interacción		No-Interacción	
		(1,2) y (1,3)	Δ Flujo	(2,3) y (1,2)	Δ Flujo
de 1 a 2	-0.40624	-0.45000	-0.044	-0.33852	0.068
de 1 a 3	0.40624	0.44991	0.044	0.34280	-0.063
de 2 a 3	0.80191	0.77925	-0.023	1.00000	0.198
de 2 a 4	1.13436	1.11194	-0.022	1.00558	-0.129
de 3 a 4	-0.11414	-0.09257	0.022	0.01024	0.124

La no-interacción es presentada en las dos últimas columnas, donde el flujo de potencia activa controlado es en el elemento conectado entre los nodos 2 y 3, con una magnitud de 100 MW. Los flujos de potencia que menos interacción mantienen con el flujo controlado, son los que fluyen por los elementos de transmisión conectados entre los nodos (1,2) y (1,3).

5.1.4.2. Ubicación de Controladores SIFLETCA en base a Pérdidas

El vector de sensibilidad de pérdidas totales respecto a variaciones en los parámetros (K) para el sistema eléctrico de cuatro nodos se muestra en (5.9).

$$K \begin{bmatrix} X_{1,2} & X_{1,3} & X_{2,3} & X_{2,4} & X_{3,4} \\ 0.0152 & 0.0227 & -0.0330 & 0.0494 & 0.0055 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

El elemento de transmisión conectado entre los nodos 2 y 4 presenta la mayor magnitud del vector (K), por tal motivo el emplazamiento del controlador SIFLETCA será en dicho elemento, sin embargo, es necesario saber si el flujo de potencia a controlar debe incrementarse o decrementarse, ya que de operarse en forma errónea este aumentaría las pérdidas al sistema.

Las pérdidas totales del sistema eléctrico de 4 nodos se presentan en la Tabla 5.18, donde un decremento en el parámetro del elemento de transmisión conectado entre los nodos 2 y 4 permite obtener mínimas pérdidas y generación, satisfaciendo la demanda requerida.

Tabla 5.18: Sensibilidad de Pérdidas respecto a una variación del 10 % en los parámetros en el sistema eléctrico de 4 nodos.

Parámetros	Generación Total		Pérdidas Totales		Carga Total	
	MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
Caso Base	534.7708	137.3965	4.7708	-32.6035	530	170
Incremento 10 %						
de 1 a 2	534.7851	137.6569	4.7851	-32.3431	530	170
de 1 a 3	534.7755	137.6140	4.7755	-32.3860	530	170
de 2 a 3	534.7351	138.1214	4.7351	-31.8786	530	170
de 2 a 4	534.8117	138.4829	4.8117	-31.5171	530	170
de 3 a 4	534.7704	137.3885	4.7704	-32.6115	530	170
decremento 10 %						
de 1 a 2	534.7619	137.1112	4.7619	-32.8888	530	170
de 1 a 3	534.7680	137.1655	4.7680	-32.8345	530	170
de 2 a 3	534.8339	136.6007	4.8339	-33.3993	530	170
de 2 a 4	534.7475	136.2356	4.7475	-33.7644	530	170
de 3 a 4	534.7714	137.4051	4.7714	-32.5949	530	170

5.2. Sistema de 14 Nodos

El sistema eléctrico de catorce nodos es presentado en la Figura 5.5, el cual es analizado partiendo de un estudio de flujos de potencia con la intención de obtener el punto de operación del SEP. A partir de estos se realiza el estudio de sensibilidades para este sistema.

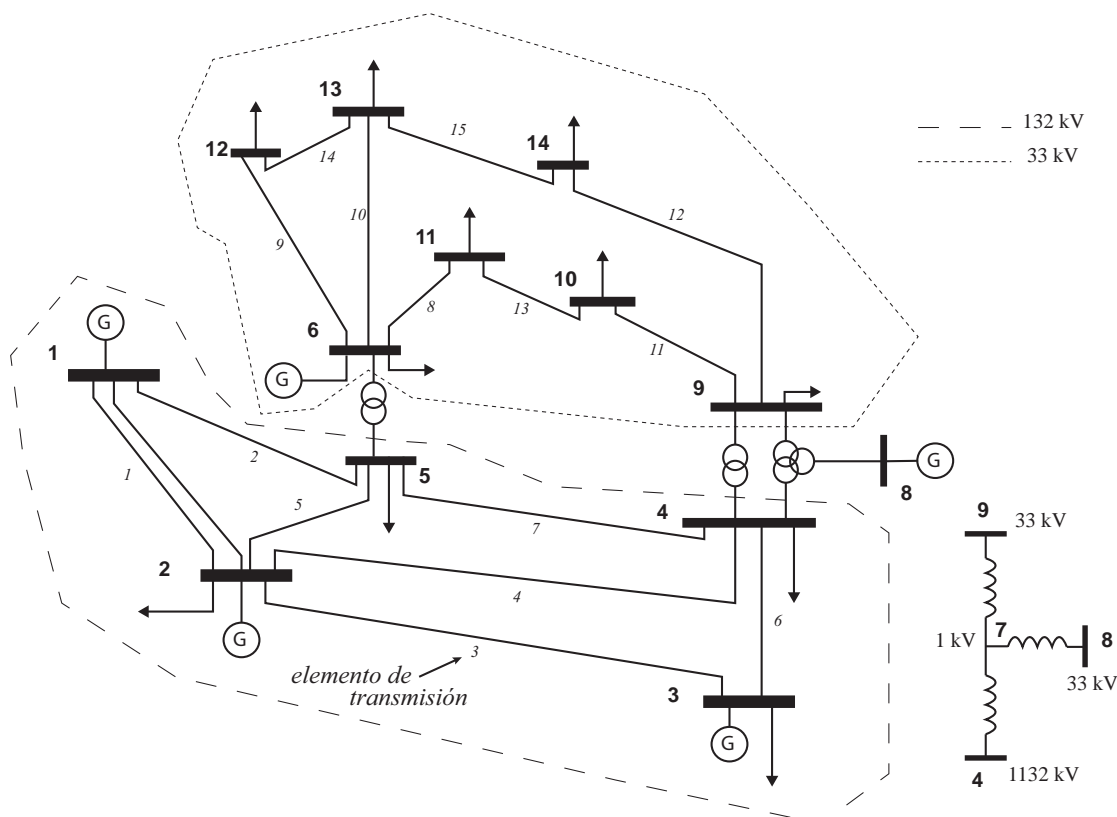


Figura 5.5: Sistema eléctrico de 14 nodos

La Tabla 5.19 muestra la solución del problema de flujos de potencia, obtenidos mediante la formulación inyecciones de potencia por el método de Newton-Raphson.

Tabla 5.19: Resultados de voltajes para el sistema de 14 nodos.

Nodo	Voltaje Nodal		Nodo	Voltaje Nodal	
	V(p.u.)	$\theta(^{\circ})$		V(p.u.)	$\theta(^{\circ})$
1	1.06	0	8	1.09	-13.3682
2	1.045	-4.981	9	1.0564	-14.9466
3	1.01	-12.718	10	1.0513	-15.1043
4	1.0186	-10.3242	11	1.0571	-14.7953
5	1.0203	-8.78258	12	1.0552	-15.0774
6	1.07	-14.2227	13	1.0504	-15.1589
7	1.062	-13.3682	14	1.0358	-16.0389

5.2.1. Sensibilidad

La sensibilidad para este sistema de catorce nodos es mostrada en la matriz (5.10) y (5.11) donde cada uno de los elementos es calculado mediante la ecuación (3.18), se observa por las magnitudes que las mayores variaciones de los flujos de potencia activa respecto a cambios en los parámetros están localizadas en el elemento de transmisión que se encuentra entre los nodos 1 y 2. Por otro lado, las variaciones mínimas se presentan en el elemento de transmisión que se encuentra conectado entre los nodos 12 y 13.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 P_{1,2} \\
 P_{1,5} \\
 P_{2,3} \\
 P_{2,4} \\
 P_{2,5} \\
 P_{3,4} \\
 P_{4,5} \\
 P_{6,11} \\
 P_{6,12} \\
 P_{6,13} \\
 P_{9,10} \\
 P_{9,14} \\
 P_{10,11} \\
 P_{12,13} \\
 P_{13,14}
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 X_{1,2} & X_{1,5} & X_{2,3} & X_{2,4} & X_{2,5} & X_{3,4} & X_{4,5} & X_{6,11} \\
 -3.85042 & 2.01497 & -0.30023 & -0.53976 & -0.54023 & 0.09780 & 0.80480 & 0.00352 \\
 3.73341 & -1.96893 & 0.34263 & 0.50914 & 0.51931 & -0.11094 & -0.80589 & -0.00348 \\
 -0.60796 & 0.32360 & -1.51563 & 0.50645 & 0.28658 & 0.47597 & 0.61560 & 0.00309 \\
 -1.28345 & 0.67548 & 0.70982 & -1.80249 & 0.59916 & -0.22108 & 1.31459 & 0.00605 \\
 -1.73354 & 0.90692 & 0.52439 & 0.78726 & -1.39570 & -0.16227 & -1.16917 & -0.00577 \\
 -0.56234 & 0.30209 & -1.42406 & 0.47453 & 0.26851 & 0.44662 & 0.57764 & 0.00286 \\
 -1.66944 & 0.88715 & -0.75503 & -1.13016 & 0.78850 & 0.23828 & 2.46864 & -0.04917 \\
 0.06917 & -0.03634 & 0.03054 & 0.04624 & -0.03221 & -0.00983 & 0.39611 & -0.09696 \\
 0.00786 & -0.00445 & 0.00400 & 0.00564 & -0.00399 & -0.00114 & 0.04620 & 0.00765 \\
 0.03458 & -0.01850 & 0.01592 & 0.02367 & -0.01650 & -0.00497 & 0.20132 & 0.03068 \\
 -0.06856 & 0.03591 & -0.03004 & -0.04563 & 0.03179 & 0.00972 & -0.39132 & 0.09549 \\
 -0.04322 & 0.02293 & -0.01923 & -0.02881 & 0.02025 & 0.00608 & -0.24383 & -0.03771 \\
 -0.06840 & 0.03581 & -0.02996 & -0.04554 & 0.03171 & 0.00970 & -0.39065 & 0.09518 \\
 0.00797 & -0.00444 & 0.00389 & 0.00555 & -0.00395 & -0.00113 & 0.04558 & 0.00754 \\
 0.04257 & -0.02273 & 0.01930 & 0.02875 & -0.02015 & -0.00604 & 0.24328 & 0.03757
 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \tag{5.10}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 P_{1,2} \\
 P_{1,5} \\
 P_{2,3} \\
 P_{2,4} \\
 P_{2,5} \\
 P_{3,4} \\
 P_{4,5} \\
 P_{6,11} \\
 P_{6,12} \\
 P_{6,13} \\
 P_{9,10} \\
 P_{9,14} \\
 P_{10,11} \\
 P_{12,13} \\
 P_{13,14}
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 X_{6,12} & X_{6,13} & X_{9,10} & X_{9,14} & X_{10,11} & X_{12,13} & X_{13,14} \\
 0.00052 & 0.00572 & -0.00206 & -0.00230 & 0.00179 & 6.7e-05 & 0.00175 \\
 -0.00076 & -0.00489 & 0.00229 & 0.00280 & -0.00177 & -0.00014 & -0.00183 \\
 0.00050 & 0.00440 & -0.00211 & -0.00233 & 0.00158 & 8.7e-05 & 0.00154 \\
 0.00090 & 0.00814 & -0.00421 & -0.00490 & 0.00313 & 0.00017 & 0.00304 \\
 -0.00087 & -0.00696 & 0.00438 & 0.00509 & -0.00300 & -0.00019 & -0.00291 \\
 0.00045 & 0.00401 & -0.00198 & -0.00220 & 0.00147 & 8.0e-05 & 0.00143 \\
 -0.00702 & -0.06169 & 0.03676 & 0.04152 & -0.02543 & -0.00149 & -0.02441 \\
 0.00697 & 0.07082 & 0.07667 & -0.04764 & -0.04968 & 0.00167 & 0.02717 \\
 -0.11217 & 0.23160 & -0.00686 & 0.01968 & 0.00384 & -0.02547 & -0.01120 \\
 0.09649 & -0.37634 & -0.02629 & 0.07749 & 0.01552 & 0.02197 & -0.04524 \\
 -0.00689 & -0.06984 & -0.07535 & 0.04698 & 0.04894 & -0.00165 & -0.02681 \\
 0.01521 & 0.14322 & 0.03260 & -0.09539 & -0.01906 & 0.00339 & 0.05554 \\
 -0.00688 & -0.06967 & -0.07507 & 0.04687 & 0.04878 & -0.00165 & -0.02675 \\
 -0.11050 & 0.22799 & -0.00675 & 0.01936 & 0.00379 & -0.02506 & -0.01103 \\
 -0.01514 & -0.14251 & -0.03245 & 0.09509 & 0.01899 & -0.00337 & -0.05531
 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \tag{5.11}$$

La matriz de sensibilidad del sistema eléctrico de catorce nodos es representada gráficamente en la Figura 5.6, donde los parámetros de los elementos de transmisión son mostrados en la Figura (5.5),

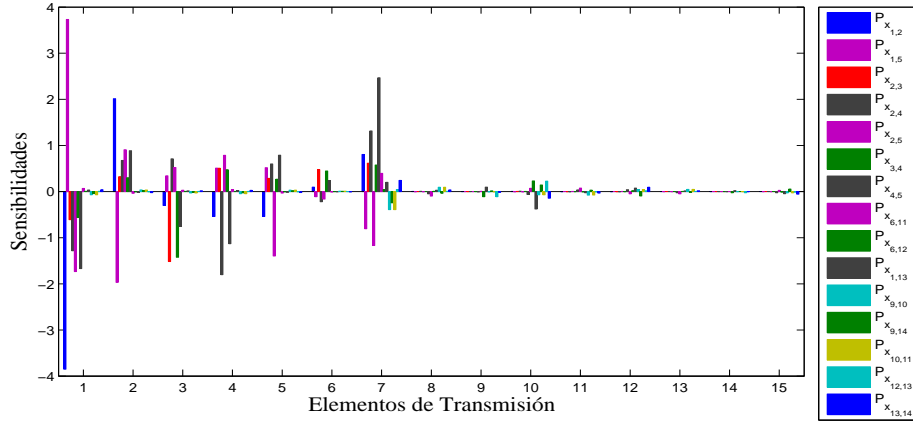


Figura 5.6: Sistema eléctrico de 14 nodos.

5.2.2. Interdependencia entre Flujos de Potencia Activa

La interdependencia entre flujos de potencia activa ante variaciones de las reactancias serie es obtenida mediante la ecuación (3.87), dando como resultado la matriz simétrica (5.12) y (5.13).

	$P_{1,2}$	$P_{1,5}$	$P_{2,3}$	$P_{2,4}$	$P_{2,5}$	$P_{3,4}$	$P_{4,5}$	$P_{6,11}$	
$P_{1,2}$	1.0000	-0.9999	0.4110	0.6117	0.6044	0.4072	0.6771	-0.0195	(5.12)
$P_{1,5}$	-0.9999	1.0000	-0.4233	-0.6083	-0.5993	-0.4196	-0.6820	0.0151	
$P_{2,3}$	0.4110	-0.4233	1.0000	-0.0209	-0.0449	1.0000	0.5543	0.1809	
$P_{2,4}$	0.6117	-0.6083	-0.0209	1.0000	-0.0681	-0.0233	0.8006	0.2644	
$P_{2,5}$	0.6044	-0.5993	-0.0449	-0.0681	1.0000	-0.0481	-0.1624	-0.4142	
$P_{3,4}$	0.4072	-0.4196	1.0000	-0.0233	-0.0481	1.0000	0.5527	0.1817	
$P_{4,5}$	0.6771	-0.6820	0.5543	0.8006	-0.1624	0.5527	1.0000	0.4749	
$P_{6,11}$	-0.0195	0.0151	0.1809	0.2644	-0.4142	0.1817	0.4749	1.0000	
$P_{6,12}$	-0.0025	0.0018	0.0359	0.0535	-0.0811	0.0360	0.0770	0.2792	
$P_{6,13}$	-0.0097	0.0074	0.0872	0.1286	-0.2013	0.0876	0.2493	0.2433	
$P_{9,10}$	0.0199	-0.0155	-0.1810	-0.2643	0.4148	-0.1818	-0.4749	-1.0000	
$P_{9,14}$	0.0199	-0.0161	-0.1522	-0.2235	0.3549	-0.1529	-0.4140	-0.5752	
$P_{10,11}$	0.0198	-0.0154	-0.1811	-0.2644	0.4149	-0.1820	-0.4751	-1.0000	
$P_{12,13}$	-0.0033	0.0026	0.0358	0.0531	-0.0819	0.0359	0.0768	0.2796	
$P_{13,14}$	-0.0183	0.0145	0.1527	0.2248	-0.3541	0.1535	0.4153	0.5758	

$$\begin{array}{c}
 P_{1,2} \\
 P_{1,5} \\
 P_{2,3} \\
 P_{2,4} \\
 P_{2,5} \\
 P_{3,4} \\
 P_{4,5} \\
 P_{6,11} \\
 P_{6,12} \\
 P_{6,13} \\
 P_{9,10} \\
 P_{9,14} \\
 P_{10,11} \\
 P_{12,13} \\
 P_{13,14}
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 P_{6,12} & P_{6,13} & P_{9,10} & P_{9,14} & P_{10,11} & P_{12,13} & P_{13,14} \\
 -0.0025 & -0.0097 & 0.0199 & 0.0199 & 0.0198 & -0.0033 & -0.0183 \\
 0.0018 & 0.0074 & -0.0155 & -0.0161 & -0.0154 & 0.0026 & 0.0145 \\
 0.0359 & 0.0872 & -0.1810 & -0.1522 & -0.1811 & 0.0358 & 0.1527 \\
 0.0535 & 0.1286 & -0.2643 & -0.2235 & -0.2644 & 0.0531 & 0.2248 \\
 -0.0811 & -0.2013 & 0.4148 & 0.3549 & 0.4149 & -0.0819 & -0.3541 \\
 0.0360 & 0.0876 & -0.1818 & -0.1529 & -0.1820 & 0.0359 & 0.1535 \\
 0.0770 & 0.2493 & -0.4749 & -0.4140 & -0.4751 & 0.0768 & 0.4153 \\
 0.2792 & 0.2433 & -1.0000 & -0.5752 & -1.0000 & 0.2796 & 0.5758 \\
 1.0000 & -0.7208 & -0.2791 & 0.1953 & -0.2791 & 1.0000 & -0.1946 \\
 -0.7208 & 1.0000 & -0.2438 & -0.8206 & -0.2440 & -0.7205 & 0.8202 \\
 -0.2791 & -0.2438 & 1.0000 & 0.5758 & 1.0000 & -0.2796 & -0.5765 \\
 0.1953 & -0.8206 & 0.5758 & 1.0000 & 0.5761 & 0.1949 & -1.0000 \\
 -0.2791 & -0.2440 & 1.0000 & 0.5761 & 1.0000 & -0.2795 & -0.5767 \\
 1.0000 & -0.7205 & -0.2796 & 0.1949 & -0.2795 & 1.0000 & -0.1941 \\
 -0.1946 & 0.8202 & -0.5765 & -1.0000 & -0.5767 & -0.1941 & 1.0000
 \end{bmatrix}
 \quad (5.13)$$

La Figura 5.7 (a) representa la interdependencia de cada flujo de potencia activa en cada elemento de transmisión al variar la reactancia serie asociada a dicho elemento. La Figura 5.7 (b) muestra esquemáticamente los flujos de potencia activa que mantienen una interacción formando entre ellos un ángulo aproximado de 0° .

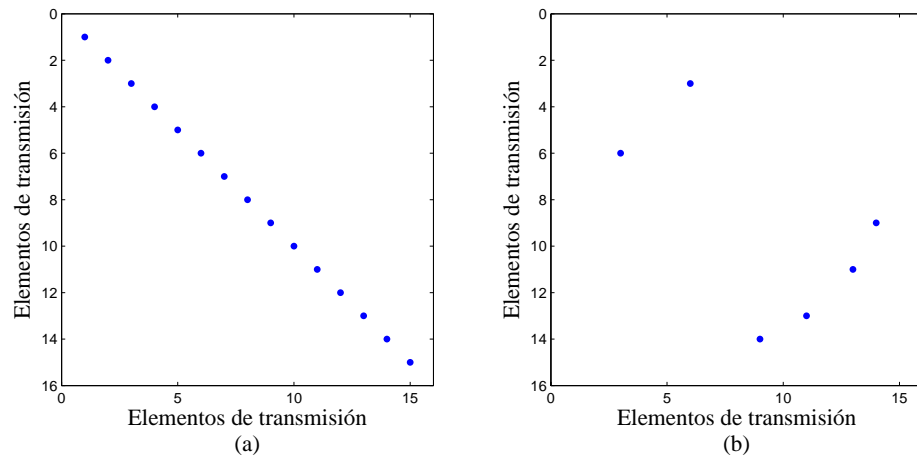


Figura 5.7: Interacción entre flujos del sistema eléctrico de 14 nodos.

La Figura 5.8 (c) muestra el conjunto de flujos de potencia activa que no están interactuando, manteniendo entre ellos un ángulo cercano o igual a 90° . La Figura

5.8 (d) representa una interacción donde los flujos de potencia activa mantienen sus ángulos entre un valor cercano a 180° .

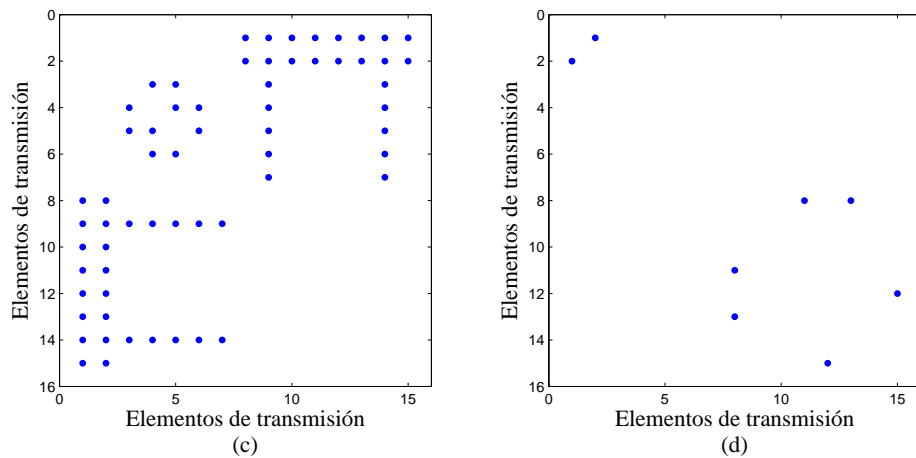


Figura 5.8: Interacción entre flujos del sistema de 14 nodos.

5.2.3. Controladores SIFLETCA

5.2.3.1. Sensibilidad con SIFLETCA

En esta sección el dispositivo controlador será ubicado en los elementos de transmisión que tengan impacto en la sensibilidad e interacción de flujos de potencia del sistema, con el propósito de observar el comportamiento de flujos de potencia activa del sistema de catorce nodos; además, se presenta el vector de sensibilidad de pérdidas totales del sistema respecto de los parámetros, con la finalidad de ubicar el controlador SIFLETCA para disminuir las pérdidas del sistema y con ello mantener el SEP en estado normal. Las potencias especificadas en el controlador se establecen alrededor de las potencias de un estudio base de flujos de potencia.

El flujo de potencia activa a controlar será en la línea cuya variación de su reactancia provoca un mayor cambio en los flujos de potencia restantes de los elementos de transmisión, para ello se establece un flujo de potencia activa de 170

MW en el elemento de transmisión conetado entre los nodos 1 y 2. Los nuevos flujos de potencia activa son comparados con el caso base de flujos de potencia dando lugar a incrementos de flujos de potencia activa, que pueden ser observados en la cuarta columna de la Tabla 5.20. Por otro lado, para el caso del elemento cuya variación de su reactancia provoca un menor cambio de flujo de potencia activa en las líneas que integran el sistema eléctrico, el dispositivo controlador es ubicado en el elemento de transmisión conectado entre los nodos 12 y 13, controlando un flujo de potencia activa de 0.9 MW en dicho elemento, logrando un incremento de flujos menores al caso anterior tal como se muestra en la columna 6, comprobando así la sensibilidad que mantienen los flujo de potencia activa del sistema aún con la inclusión de dispositivos controladores.

Tabla 5.20: Control de flujos en las líneas (1,2) y (12,13) del sistema eléctrico de 14 nodos, con SIFLETCA.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW				
	Caso Base	Mayor Sensibilidad		Menor Sensibilidad	
		(1,2)	Δ Flujo	(12,13)	Δ Flujo
de 1 a 2	1.56833	1.70000	0.13167	1.56837	4E-05
de 1 a 5	0.75552	0.63121	-0.12431	0.75549	-3E-05
de 2 a 3	0.73188	0.75396	0.02208	0.73191	3E-05
de 2 a 4	0.56138	0.60349	0.04211	0.56143	5E-05
de 2 a 5	0.41512	0.47279	0.05767	0.41507	-5E-05
de 3 a 4	-0.23332	-0.21280	0.02052	-0.23329	3E-05
de 4 a 5	-0.61219	-0.55485	0.05734	-0.61260	-0.00041
de 6 a 11	0.07341	0.07151	-0.00190	0.07389	0.00048
de 6 a 12	0.07782	0.07765	-0.00017	0.07060	-0.00722
de 6 a 13	0.17740	0.17647	-0.00093	0.18364	0.00624
de 9 a 10	0.05239	0.05428	0.00189	0.05192	-0.00047
de 9 a 14	0.09438	0.09547	-0.00017	0.09534	0.00096
de 10 a 11	-0.03774	-0.03585	-0.00109	-0.03821	0.07595
de 12 a 13	0.01610	0.01593	0.00008	0.00900	-0.00710
de 13 a 14	0.05632	0.05523	0.00039	0.05537	-0.00095

Las columnas 4 y 6 de la Tabla anterior presentan los incrementos de los flujos de potencia activa para el estudio de máxima y mínima sensibilidad, respectivamente. Comparando las dos columnas es evidente que la columna 4 presenta un mayor cambio en los flujos de potencia activa que la columna 6.

5.2.3.2. Interdependencia entre Flujos con SIFLETCA

La interacción de flujos de potencia incluyendo dispositivos controladores tiene como objetivo controlar el SEP de una manera optima, en éste estudio se establecen dos casos para el sistema de catorce nodos, interacción de los flujos cuando los vectores de las sensibilidades de los flujos mantienen un ángulo cercano a 180° y no-interacción. El flujo de potencia activa especificado para el primer caso es de

6 MW en el elemento de transmisión que se encuentra conectado entre los nodos 13 y 14. Los resultados son mostrados en la cuarta columna de la Tabla 5.21, observando la dependencia que mantiene el flujo de potencia activa que fluye en el elemento conectado entre los nodos 9 y 14.

Tabla 5.21: Control de flujos en las líneas (13,14) y (12,13) del sistema eléctrico de 14 nodos, con SIFLETCA.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW				
	Caso Base	Interacción		No-Interacción	
		(13,14) y (9,14)	Δ Flujo	(12,13) y (1,5)	Δ Flujo
de 1 a 2	1.56833	1.56821	-0.00012	1.56833	0.00000
de 1 a 5	0.75552	0.75566	0.00014	0.75555	3E-05
de 2 a 3	0.73188	0.73177	-0.00011	0.73187	-1E-05
de 2 a 4	0.56138	0.56118	-0.0002	0.56136	-2E-05
de 2 a 5	0.41512	0.41532	0.0002	0.41516	4E-05
de 3 a 4	-0.23332	-0.23342	-1E-04	-0.23333	-1E-05
de 4 a 5	-0.61219	-0.61055	0.00164	-0.61195	0.00024
de 6 a 11	0.07341	0.07165	-0.00176	0.07316	-0.00025
de 6 a 12	0.07782	0.07856	0.00074	0.08178	0.00396
de 6 a 13	0.17740	0.18041	0.00301	0.17399	-0.00341
de 9 a 10	0.05239	0.05413	0.00174	0.05264	0.00025
de 9 a 14	0.09438	0.09069	-0.00369	0.09385	-0.00053
de 10 a 11	-0.03774	-0.03600	0.00174	-0.03749	0.00025
de 12 a 13	0.01610	0.01683	0.00073	0.02000	0.0039
de 13 a 14	0.05632	0.06000	0.00368	0.056852	0.00053

La no-interacción es presentada en las dos últimas columnas, donde el flujo de potencia activa controlado es en el elemento de transmisión conectado entre los nodos 12 y 13, con una magnitud de 2 MW. Los flujos de potencia que menos interacción mantienen con el flujo de potencia controlado, son los que fluyen por los elementos de transmisión conectados entre los nodos (1 y 2), (1 y 5), (2 y 3), (2 y 4), (2 y 5), (3 y 4) y (4 y 5).

5.2.3.3. Ubicación de Controladores SIFLETCA en base a Pérdidas

El vector de sensibilidad de pérdidas totales respecto a variaciones en los parámetros (K) para el sistema eléctrico de catorce nodos es mostrado en (5.14) y (5.15).

$$K \begin{bmatrix} X_{1,2} & X_{1,5} & X_{2,3} & X_{2,4} & X_{2,5} & X_{3,4} & X_{4,5} & X_{6,11} \\ -0.1170 & 0.0460 & 0.0424 & -0.0306 & -0.0209 & -0.0131 & -0.0011 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$K \begin{bmatrix} X_{6,12} & X_{6,13} & X_{9,10} & X_{9,14} & X_{10,11} & X_{12,13} & X_{13,14} \\ -0.0002 & 0.0008 & 0.0002 & 0.0005 & 0.0000 & -0.0001 & -0.0001 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

El elemento de transmisión conectado entre los nodos 1 y 2 presenta la mayor magnitud del vector (K), por tal motivo el emplazamiento del controlador SIFLETCA será en dicho elemento.

Las pérdidas totales del sistema eléctrico de catorce nodos se presentan en la Tabla 5.22, donde un incremento en el parámetro del elemento de transmisión conectado entre los nodos 1 y 2 permite obtener una reducción de pérdidas comparadas con el caso base.

Tabla 5.22: Sensibilidad de Perdidas respecto a una variación del 10% en los parámetros en el sistema eléctrico de 14 nodos.

Parámetros	Generación Total		Pérdidas Totales		Carga Total	
	MW	MVAR	MW	MVAR	MW	MVAR
Caso Base	272.3859	78.4981	13.3859	4.9981	259	73.5
Incremento 10 %						
de 1 a 2	272.3285	79.7405	13.3285	6.2405	259	73.5
de 1 a 5	272.4976	79.6104	13.4976	6.1104	259	73.5
de 2 a 3	272.4746	79.4868	13.4746	5.9868	259	73.5
de 2 a 4	272.3437	78.9782	13.3437	5.4782	259	73.5
de 2 a 5	272.3557	78.7599	13.3557	5.2599	259	73.5
de 3 a 4	272.3654	78.5866	13.3654	5.0866	259	73.5
de 4 a 5	272.3864	78.6504	13.3864	5.1504	259	73.5
de 6 a 11	272.3859	78.5150	13.3859	5.0150	259	73.5
de 6 a 12	272.3855	78.5132	13.3855	5.0132	259	73.5
de 6 a 13	272.3869	78.5448	13.3869	5.0448	259	73.5
de 9 a 10	272.3858	78.4996	13.3858	4.9996	259	73.5
de 9 a 14	272.3870	78.5224	13.3870	5.0224	259	73.5
de 10 a 11	272.3858	78.5037	13.3858	5.0037	259	73.5
de 12 a 13	272.3858	78.4986	13.3858	4.9986	259	73.5
de 13 a 14	272.3858	78.5105	13.3858	5.0105	259	73.5

5.3. Sistema de 118 Nodos

El sistema eléctrico de 118 nodos es presentado en la Figura 5.9, el cual es analizado partiendo de un estudio de flujos de potencia con la intención de obtener el punto de operación del SEP. A partir de estos se realiza el estudio de sensibilidades para este sistema.

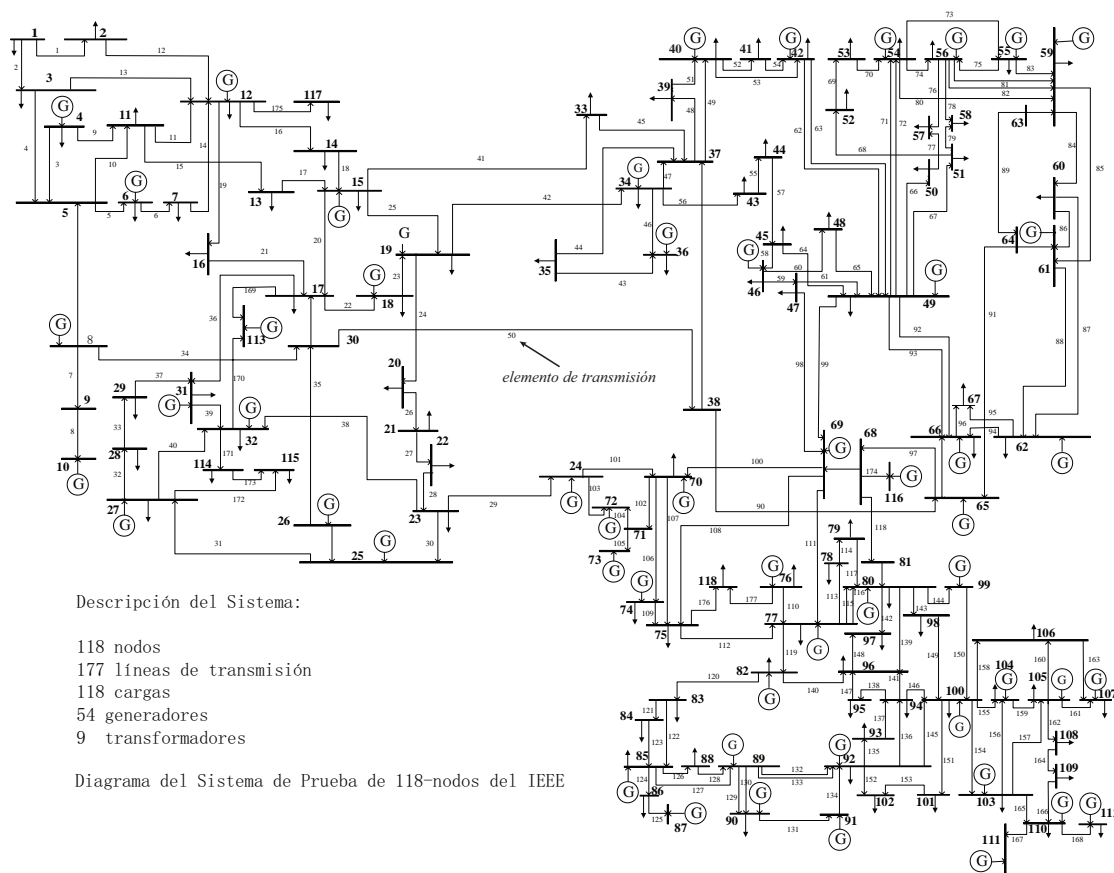


Figura 5.9: Sistema eléctrico de 118 nodos.

La Tabla 5.23 muestra la solución del problema de flujos de potencia, obtenidos mediante la formulación inyecciones de potencia por el método de Newton-Raphson.

Tabla 5.23: Resultados de voltajes para el sistema de 118 nodos.

Nodo	Voltaje Nodal		Nodo	Voltaje Nodal		Nodo	Voltaje Nodal	
	V(p.u.)	$\theta(^{\circ})$		V(p.u.)	$\theta(^{\circ})$		V(p.u.)	$\theta(^{\circ})$
1	0.955	10.9822	40	0.9700	7.5233	79	1.0092	26.7521
2	0.971	11.5222	41	0.9668	7.0773	80	1.0400	28.9976
3	0.968	11.8655	42	0.9850	8.6728	81	0.9968	28.1494
4	0.998	15.5830	43	0.9785	11.4598	82	0.9887	27.2772
5	1.002	16.0280	44	0.9850	13.9455	83	0.9845	28.4673
6	0.990	13.3012	45	0.9867	15.7762	84	0.9798	31.0008
7	0.989	12.8568	46	1.0050	18.5821	85	0.9850	32.5548
8	1.015	21.0486	47	1.0171	20.8046	86	0.9867	31.1854
9	1.043	28.3027	48	1.0206	20.0248	87	1.0150	31.4446
10	1.050	35.8836	49	1.0250	21.0278	88	0.9875	35.6858
11	0.985	13.0154	50	1.0011	18.9888	89	1.0050	39.7413
12	0.990	12.4987	51	0.9669	16.3697	90	0.9850	33.3365
13	0.968	11.6405	52	0.9568	15.4163	91	0.9800	33.3554
14	0.984	11.7825	53	0.9460	14.4413	92	0.9923	33.8544
15	0.970	11.4888	54	0.9550	15.3530	93	0.9869	30.8434
16	0.984	12.1971	55	0.9520	15.0631	94	0.9906	28.6894
17	0.995	14.0050	56	0.9540	15.2498	95	0.9809	27.7176
18	0.973	11.7913	57	0.9706	16.4546	96	0.9927	27.5504
19	0.963	11.3067	58	0.9590	15.5978	97	1.0114	27.9235
20	0.958	12.1866	59	0.9850	19.4524	98	1.0235	27.4461
21	0.959	13.7745	60	0.9932	23.2337	99	1.0100	27.0843
22	0.970	16.3290	61	0.9950	24.1250	100	1.0170	28.0804
23	1.000	21.2497	62	0.9980	23.5084	101	0.9924	29.6532
24	0.992	21.1174	63	0.9687	22.8309	102	0.9910	32.3510
25	1.050	28.1838	64	0.9837	24.5966	103	1.0007	24.4854
26	1.015	29.9643	65	1.0050	27.7217	104	0.9710	21.7404
27	0.968	15.6120	66	1.0500	27.5628	105	0.9660	20.6183
28	0.962	13.8874	67	1.0197	24.9228	106	0.9618	20.3705
29	0.963	12.8950	68	1.0032	27.6006	107	0.9520	17.5804
30	0.986	19.0395	69	1.0350	30.0000	108	0.9668	19.4274
31	0.967	13.0119	70	0.9840	22.6197	109	0.9675	18.9782
32	0.964	15.0594	71	0.9868	22.2089	110	0.9730	18.1393
33	0.972	10.8638	72	0.9800	21.1113	111	0.9800	19.7844
34	0.986	11.5059	73	0.9910	21.9974	112	0.9750	15.0401
35	0.981	11.0787	74	0.9578	21.6739	113	0.9930	14.0030
36	0.980	11.0831	75	0.9672	22.9341	114	0.9604	14.7291
37	0.992	11.9696	76	0.9430	21.8027	115	0.9603	14.7215
38	0.962	17.1066	77	1.0060	26.7568	116	1.0050	27.1656
39	0.970	8.5972	78	1.0034	26.4530	117	0.9738	10.9577
						118	0.9494	21.9457

5.3.1. Sensibilidad

El estudio de sensibilidad del sistema eléctrico de 118 nodos determina las mayores variaciones de flujos de potencia mediante la variación del parámetro eléctrico asociado al elemento de transmisión conectado entre los nodos 64 y 65 en la Tabla 5.24. Los parámetros para la máxima y mínima sensibilidad que fueron utilizados se decrementaron un 15 % de su valor nominal.

En la Tabla 5.24 se presentan los incrementos del sistema al modificar su elemento de transmisión más sensible.

Tabla 5.24: Máxima sensibilidad del sistema eléctrico de 118 nodos.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW										
	C. Base	Máx. Sen.		Líneas	C. Base	Máx. Sen.		Líneas	C. Base	Máx. Sen.	
		(64,65)	Δ Flujo			(64,65)	Δ Flujo			(64,65)	Δ Flujo
1 2	-0.1236	-0.1236	0.0000	46 48	-0.1476	-0.1485	-0.0009	77 82	-0.0309	-0.0307	-0.0002
1 3	-0.3864	-0.3864	0.0000	47 49	-0.0955	-0.0997	-0.0041	82 83	-0.4711	-0.4711	0.0000
4 5	-1.0321	-1.0321	0.0000	42 49	-0.6480	-0.6498	-0.0017	83 84	-0.2473	-0.2473	0.0000
3 5	-0.6810	-0.6810	0.0000	42 49	-0.6480	-0.6498	-0.0017	83 85	-0.4271	-0.4271	0.0000
5 6	0.8846	0.8845	0.0000	45 49	-0.4969	-0.4983	-0.0014	84 85	-0.3629	-0.3629	0.0000
6 7	0.3553	0.3552	0.0000	48 49	-0.3490	-0.3498	-0.0009	85 86	0.1717	0.1717	0.0000
8 9	-4.4064	-4.4064	0.0000	49 50	0.5367	0.5306	-0.0060	86 87	-0.0395	-0.0395	0.0000
9 10	-4.4525	-4.4525	0.0000	49 51	0.6664	0.6590	-0.0073	85 88	-0.5033	-0.5033	0.0000
4 11	0.6421	0.6421	0.0000	51 52	0.2856	0.2834	-0.0022	85 89	-0.7118	-0.7117	0.0000
5 11	0.7721	0.7720	0.0000	52 53	0.1037	0.1015	-0.0022	88 89	-0.9887	-0.9887	0.0000
11 12	0.3428	0.3428	0.0000	53 54	-0.1268	-0.1290	-0.0022	89 90	0.5817	0.5817	0.0000
2 12	-0.3245	-0.3245	0.0000	49 54	0.3777	0.3712	-0.0065	89 90	1.1074	1.1074	0.0000
3 12	-0.0979	-0.0979	0.0000	49 54	0.3775	0.3712	-0.0063	90 91	0.0129	0.0129	0.0000
7 12	0.1647	0.1646	0.0000	54 55	0.0708	0.0689	-0.0018	89 92	2.0179	2.0179	0.0000
11 13	0.3506	0.3506	-0.0001	54 56	0.1853	0.1795	-0.0058	89 92	0.6360	0.6360	0.0000
12 14	0.1829	0.1828	-0.0001	55 56	-0.2143	-0.2096	0.0047	91 92	-0.0872	-0.0872	0.0000
13 15	0.0074	0.0074	-0.0001	56 57	-0.2299	-0.2243	0.0056	92 93	0.5771	0.5772	0.0000
14 15	0.0421	0.0420	-0.0001	50 57	0.3588	0.3529	-0.0059	92 94	0.5226	0.5226	0.0000
12 16	0.0750	0.0750	0.0000	56 58	-0.0667	-0.0621	0.0046	93 94	0.4482	0.4482	0.0000
15 17	-1.0372	-1.0368	0.0004	51 58	0.1879	0.1833	-0.0046	94 95	0.4098	0.4098	0.0000
16 17	-0.1751	-0.1752	0.0000	54 59	-0.3038	-0.3105	-0.0067	80 96	0.1893	0.1892	-0.0001
17 18	0.8027	0.8025	-0.0002	56 59	-0.2796	-0.2851	-0.0055	82 96	-0.1012	-0.1010	0.0002
18 19	0.1939	0.1937	-0.0002	56 59	-0.2931	-0.2989	-0.0058	94 96	0.1991	0.1991	0.0000
19 20	-0.1065	-0.1063	0.0001	55 59	-0.3451	-0.3516	-0.0065	80 97	0.2638	0.2638	-0.0001
15 19	0.1141	0.1140	-0.0001	59 60	-0.4331	-0.4339	-0.0008	80 98	0.2886	0.2886	0.0000
20 21	-0.2869	-0.2868	0.0001	59 61	-0.5171	-0.5190	-0.0018	80 99	0.1948	0.1948	0.0000
21 22	-0.4286	-0.4285	0.0001	60 61	-1.1206	-1.1330	-0.0124	92 100	0.3145	0.3145	0.0000
22 23	-0.5328	-0.5327	0.0001	60 62	-0.0987	-0.0872	0.0116	94 100	0.0424	0.0425	0.0000
23 24	0.0830	0.0835	0.0005	61 62	0.2549	0.2767	0.0218	95 96	-0.0126	-0.0126	0.0000
23 25	-1.6261	-1.6263	-0.0002	63 64	-1.5175	-1.5405	-0.0230	96 97	-0.1106	-0.1105	0.0001
25 27	1.4349	1.4348	0.0000	38 65	-1.8141	-1.8092	0.0049	98 100	-0.0534	-0.0534	0.0000
27 28	0.3286	0.3285	0.0000	64 65	-1.8276	-1.8868	-0.0593	99 100	-0.2273	-0.2274	0.0000
28 29	0.1564	0.1563	0.0000	49 66	-1.3218	-1.3162	0.0056	100 101	-0.1673	-0.1674	0.0000
8 30	0.7422	0.7423	0.0001	49 66	-1.3218	-1.3162	0.0056	92 102	0.4462	0.4462	0.0000
26 30	2.2370	2.2369	-0.0001	62 66	-0.3717	-0.3550	0.0167	101 102	-0.3896	-0.3896	0.0000
17 31	0.1477	0.1478	0.0001	62 67	-0.2431	-0.2265	0.0166	100 103	1.2108	1.2108	0.0000
29 31	-0.0843	-0.0844	0.0000	66 67	0.5316	0.5145	-0.0171	100 104	0.5642	0.5642	0.0000
23 32	0.9299	0.9298	-0.0002	65 68	0.1417	0.1329	-0.0088	103 104	0.3231	0.3231	0.0000
31 32	-0.2987	-0.2986	0.0001	47 69	-0.5591	-0.5546	0.0045	103 105	0.4295	0.4295	0.0000
27 32	0.1250	0.1250	0.0000	49 69	-0.4651	-0.4605	0.0046	100 106	0.6057	0.6057	0.0000
15 33	0.0723	0.0719	-0.0004	69 70	1.0835	1.0834	-0.0001	104 105	0.4873	0.4873	0.0000
19 34	-0.0366	-0.0370	-0.0004	24 70	-0.0621	-0.0618	0.0003	105 106	0.0868	0.0868	0.0000
35 36	0.0067	0.0066	-0.0001	70 71	0.1665	0.1662	-0.0002	105 107	0.2673	0.2673	0.0000
35 37	-0.3367	-0.3366	0.0001	24 72	0.0147	0.0150	0.0002	105 108	0.2399	0.2399	0.0000
33 37	-0.1580	-0.1583	-0.0004	71 72	0.1060	0.1057	-0.0002	106 107	0.2400	0.2400	0.0000
34 36	0.3043	0.3044	0.0001	71 73	0.0601	0.0601	0.0000	108 109	0.2180	0.2180	0.0000
34 37	-0.9458	-0.9446	0.0012	70 74	0.1620	0.1622	0.0002	103 110	0.6056	0.6056	0.0000
37 39	0.5496	0.5478	-0.0018	70 75	-0.0014	-0.0012	0.0002	109 110	0.1374	0.1374	0.0000
37 40	0.4410	0.4392	-0.0018	69 75	1.0997	1.0999	0.0002	110 111	-0.3570	-0.3570	0.0000
30 38	0.6253	0.6257	0.0004	74 75	-0.5199	-0.5197	0.0002	110 112	0.6946	0.6946	0.0000
39 40	0.2697	0.2679	-0.0018	76 77	-0.6117	-0.6115	0.0003	17 113	0.0206	0.0207	0.0001
40 41	0.1551	0.1534	-0.0017	69 77	0.6211	0.6221	0.0010	32 113	0.0411	0.0410	-0.0001
40 42	-0.1177	-0.1194	-0.0017	75 77	-0.3463	-0.3460	0.0003	32 114	0.0936	0.0936	0.0000
41 42	-0.2152	-0.2169	-0.0017	77 78	0.4537	0.4541	0.0004	27 115	0.2073	0.2073	0.0000
43 44	-0.1657	-0.1675	-0.0018	78 79	-0.2571	-0.2567	0.0004	114 115	0.0135	0.0135	0.0000
34 43	0.0144	0.0126	-0.0018	77 80	-0.9662	-0.9654	0.0007	68 116	1.8413	1.8413	0.0000
44 45	-0.3275	-0.3293	-0.0018	77 80	-0.4439	-0.4435	0.0004	12 117	0.2015	0.2015	0.0000
45 46	-0.3632	-0.3637	-0.0005	79 80	-0.6476	-0.6472	0.0004	75 118	0.4019	0.4022	0.0003
46 47	-0.3110	-0.3107	0.0003	68 81	-0.4430	-0.4447	-0.0017	76 118	-0.0683	-0.0685	-0.0003

La mínima sensibilidad es detectada en el elemento de transmisión conectado entre los nodos 71 y 73, donde se modifica su reactancia serie para determinar los incrementos de flujos de potencia activa. La Tabla 5.25 presenta los resultados para una mínima variación de flujos de potencia activa en el sistema de 118 nodos.

En la Tabla 5.25 se puede observar que los incrementos no reflejan un gran impacto sobre los incrementos de los flujos del sistema, corroborando así que la variación de dicho parámetro tiene un bajo efecto sobre los flujos del sistema.

Tabla 5.25: Mínima sensibilidad del sistema eléctrico de 118 nodos.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW											
	C. Base	Mín. Sen.		Líneas	C. Base	Mín. Sen.		Líneas	C. Base	Mín. Sen.		
		(71,73)	Δ Flujo			(71,73)	Δ Flujo			(71,73)	Δ Flujo	
1 2	-0.1236	-0.1236	0.0000	46 48	-0.1476	-0.1476	0.0000	77 82	-0.0309	-0.0309	0.0000	
1 3	-0.3864	-0.3864	0.0000	47 49	-0.0955	-0.0955	0.0000	82 83	-0.4711	-0.4711	0.0000	
4 5	-1.0321	-1.0321	0.0000	42 49	-0.6480	-0.6480	0.0000	83 84	-0.2473	-0.2473	0.0000	
3 5	-0.6810	-0.6810	0.0000	42 49	-0.6480	-0.6480	0.0000	83 85	-0.4271	-0.4271	0.0000	
5 6	0.8846	0.8846	0.0000	45 49	-0.4969	-0.4969	0.0000	84 85	-0.3629	-0.3629	0.0000	
6 7	0.3553	0.3553	0.0000	48 49	-0.3490	-0.3490	0.0000	85 86	0.1717	0.1717	0.0000	
8 9	-4.4064	-4.4064	0.0000	49 50	0.5367	0.5367	0.0000	86 87	-0.0395	-0.0395	0.0000	
9 10	-4.4525	-4.4525	0.0000	49 51	0.6664	0.6664	0.0000	85 88	-0.5033	-0.5033	0.0000	
4 11	0.6421	0.6421	0.0000	51 52	0.2856	0.2856	0.0000	85 89	-0.7118	-0.7118	0.0000	
5 11	0.7721	0.7721	0.0000	52 53	0.1037	0.1037	0.0000	88 89	-0.9887	-0.9887	0.0000	
11 12	0.3428	0.3428	0.0000	53 54	-0.1268	-0.1268	0.0000	89 90	0.5817	0.5817	0.0000	
2 12	-0.3245	-0.3245	0.0000	49 54	0.3777	0.3777	0.0000	89 90	1.1074	1.1074	0.0000	
3 12	-0.0979	-0.0979	0.0000	49 54	0.3775	0.3775	0.0000	90 91	0.0129	0.0129	0.0000	
7 12	0.1647	0.1647	0.0000	54 55	0.0708	0.0708	0.0000	89 92	2.0179	2.0179	0.0000	
11 13	0.3506	0.3506	0.0000	54 56	0.1853	0.1853	0.0000	89 92	0.6360	0.6360	0.0000	
12 14	0.1829	0.1829	0.0000	55 56	-0.2143	-0.2143	0.0000	91 92	-0.0872	-0.0872	0.0000	
13 15	0.0074	0.0074	0.0000	56 57	-0.2299	-0.2299	0.0000	92 93	0.5771	0.5771	0.0000	
14 15	0.0421	0.0421	0.0000	50 57	0.3588	0.3588	0.0000	92 94	0.5226	0.5226	0.0000	
12 16	0.0750	0.0750	0.0000	56 58	-0.0667	-0.0667	0.0000	93 94	0.4482	0.4482	0.0000	
15 17	-1.0372	-1.0372	0.0000	51 58	0.1879	0.1879	0.0000	94 95	0.4098	0.4098	0.0000	
16 17	-0.1751	-0.1751	0.0000	54 59	-0.3038	-0.3038	0.0000	80 96	0.1893	0.1893	0.0000	
17 18	0.8027	0.8027	0.0000	56 59	-0.2796	-0.2796	0.0000	82 96	-0.1012	-0.1012	0.0000	
18 19	0.1939	0.1939	0.0000	56 59	-0.2931	-0.2931	0.0000	94 96	0.1991	0.1991	0.0000	
19 20	-0.1065	-0.1065	0.0000	55 59	-0.3451	-0.3451	0.0000	80 97	0.2638	0.2638	0.0000	
15 19	0.1141	0.1141	0.0000	59 60	-0.4331	-0.4331	0.0000	80 98	0.2886	0.2886	0.0000	
20 21	-0.2869	-0.2869	0.0000	59 61	-0.5171	-0.5171	0.0000	80 99	0.1948	0.1948	0.0000	
21 22	-0.4286	-0.4286	0.0000	60 61	-1.1206	-1.1206	0.0000	92 100	0.3145	0.3145	0.0000	
22 23	-0.5328	-0.5328	0.0000	60 62	-0.0987	-0.0987	0.0000	94 100	0.0424	0.0424	0.0000	
23 24	0.0830	0.0830	0.0000	61 62	0.2549	0.2549	0.0000	95 96	-0.0126	-0.0126	0.0000	
23 25	-1.6261	-1.6261	0.0000	63 64	-1.5175	-1.5175	0.0000	96 97	-0.1106	-0.1106	0.0000	
25 27	1.4349	1.4349	0.0000	38 65	-1.8141	-1.8141	0.0000	98 100	-0.0534	-0.0534	0.0000	
27 28	0.3286	0.3286	0.0000	64 65	-1.8276	-1.8276	0.0000	99 100	-0.2273	-0.2273	0.0000	
28 29	0.1564	0.1564	0.0000	49 66	-1.3218	-1.3218	0.0000	100 101	-0.1673	-0.1673	0.0000	
8 30	0.7422	0.7422	0.0000	49 66	-1.3218	-1.3218	0.0000	92 102	0.4462	0.4462	0.0000	
26 30	2.2370	2.2370	0.0000	62 66	-0.3717	-0.3717	0.0000	101 102	-0.3896	-0.3896	0.0000	
17 31	0.1477	0.1477	0.0000	62 67	-0.2431	-0.2431	0.0000	100 103	1.2108	1.2108	0.0000	
29 31	-0.0843	-0.0843	0.0000	66 67	0.5316	0.5316	0.0000	100 104	0.5642	0.5642	0.0000	
23 32	0.9299	0.9299	0.0000	65 68	0.1417	0.1417	0.0000	103 104	0.3231	0.3231	0.0000	
31 32	-0.2987	-0.2987	0.0000	47 69	-0.5591	-0.5591	0.0000	103 105	0.4295	0.4295	0.0000	
27 32	0.1250	0.1250	0.0000	49 69	-0.4651	-0.4651	0.0000	100 106	0.6057	0.6057	0.0000	
15 33	0.0723	0.0723	0.0000	69 70	1.0835	1.0835	0.0000	104 105	0.4873	0.4873	0.0000	
19 34	-0.0366	-0.0366	0.0000	24 70	-0.0621	-0.0621	0.0000	105 106	0.0868	0.0868	0.0000	
35 36	0.0067	0.0067	0.0000	70 71	0.1665	0.1665	0.0000	105 107	0.2673	0.2673	0.0000	
35 37	-0.3367	-0.3367	0.0000	24 72	0.0147	0.0147	0.0000	105 108	0.2399	0.2399	0.0000	
33 37	-0.1580	-0.1580	0.0000	71 72	0.1060	0.1060	0.0000	106 107	0.2400	0.2400	0.0000	
34 36	0.3043	0.3043	0.0000	71 73	0.0601	0.0601	0.0000	108 109	0.2180	0.2180	0.0000	
34 37	-0.9458	-0.9458	0.0000	70 74	0.1620	0.1620	0.0000	103 110	0.6056	0.6056	0.0000	
37 39	0.5496	0.5496	0.0000	70 75	-0.0014	-0.0014	0.0000	109 110	0.1374	0.1374	0.0000	
37 40	0.4410	0.4410	0.0000	69 75	1.0997	1.0997	0.0000	110 111	-0.3570	-0.3570	0.0000	
30 38	0.6253	0.6253	0.0000	74 75	-0.5199	-0.5199	0.0000	110 112	0.6946	0.6946	0.0000	
39 40	0.2697	0.2697	0.0000	76 77	-0.6117	-0.6117	0.0000	17 113	0.0206	0.0206	0.0000	
40 41	0.1551	0.1551	0.0000	69 77	0.6211	0.6211	0.0000	32 113	0.0411	0.0411	0.0000	
40 42	-0.1177	-0.1177	0.0000	75 77	-0.3463	-0.3463	0.0000	32 114	0.0936	0.0936	0.0000	
41 42	-0.2152	-0.2152	0.0000	77 78	0.4537	0.4537	0.0000	27 115	0.2073	0.2073	0.0000	
43 44	-0.1657	-0.1657	0.0000	78 79	-0.2571	-0.2571	0.0000	114 115	0.0135	0.0135	0.0000	
34 43	0.0144	0.0144	0.0000	77 80	-0.9662	-0.9662	0.0000	68 116	1.8413	1.8413	0.0000	
44 45	-0.3275	-0.3275	0.0000	77 80	-0.4439	-0.4439	0.0000	12 117	0.2015	0.2015	0.0000	
45 46	-0.3632	-0.3632	0.0000	79 80	-0.6476	-0.6476	0.0000	75 118	0.4019	0.4019	0.0000	
46 47	-0.3110	-0.3110	0.0000	68 81	-0.4430	-0.4430	0.0000	76 118	-0.0683	-0.0683	0.0000	

5.3.2. Interdependencia entre Flujos de Potencia Activa

El sistema eléctrico de 118 nodos mantiene los diferentes tipos de interdependencia entre los flujos revisadas en este trabajo, la Figura 5.10 está representando las interdependencias entre los flujos cuando los vectores de las sensibilidades de los flujos mantienen un ángulo cercano a 0° por medio de óvalos los cuales tocan ciertos elementos de transmisión, donde se presenta este comportamiento.

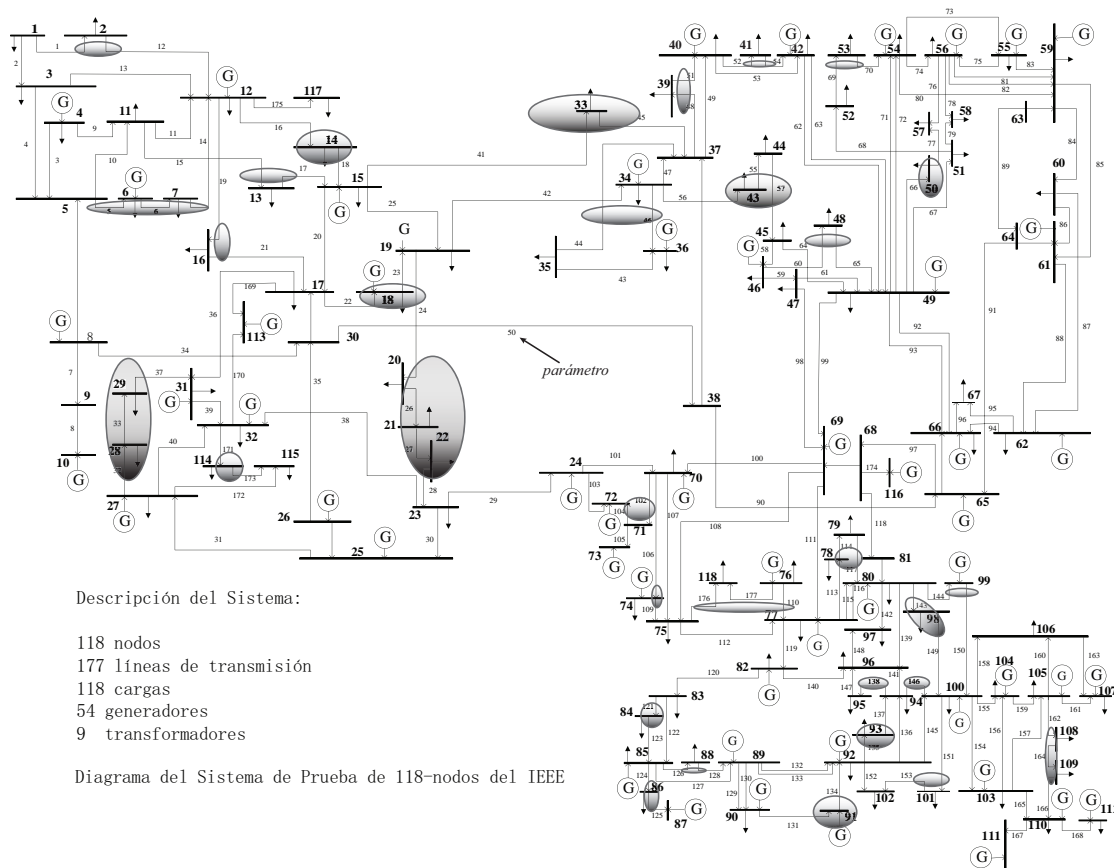


Figura 5.10: Sistema eléctrico de 118 nodos.

Los valores de reactancia serie para los casos de interdependencia de los flujos de potencia son decrementados un 15 % sobre su valor nominal, tomando en cuenta que el decremento en reactancia significa acortar eléctricamente la línea de transmisión y por ende un incremento en potencia.. Los resultados para este estudio es presentado en las Tabla 5.26, donde se modifica la reactancia serie asociada al elemento de transmisión conectado entre los nodos 19 y 20, con la finalidad de incrementar su flujo de potencia activa.

El impacto en este estudio se refleja en los flujos de potencia asociados a los elementos de transmisión 26, 27 y 28 donde los elementos de transmisión mencionados

se encuentran conectados entre los nodos (20,21), (21,22), y (22,23), respectivamente.

Los incrementos de flujos de potencia de los elementos de transmisión 26, 27 y 28, representados columna 4 específicamente las filas sombreadas de la Tabla 5.26, son aproximadamente igual que el incremento del flujo en el elemento de transmisión modificado.

Tabla 5.26: Interacción del flujo de potencia conectado entre los nodos 19 y 20 del sistema eléctrico de 118 nodos.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW											
	C. Base	Interacción		Líneas	C. Base	Interacción		Líneas	C. Base	Interacción		
		(19,20)	Δ Flujo			(19,20)	Δ Flujo			(19,20)	Δ Flujo	
1 2	-0.1236	-0.1236	0.0000	46 48	-0.1476	-0.1476	0.0000	77 82	-0.0309	-0.0309	0.0000	
1 3	-0.3864	-0.3864	0.0000	47 49	-0.0955	-0.0956	0.0000	82 83	-0.4711	-0.4711	0.0000	
4 5	-1.0321	-1.0320	0.0001	42 49	-0.6480	-0.6480	0.0001	83 84	-0.2473	-0.2473	0.0000	
3 5	-0.6810	-0.6810	0.0000	42 49	-0.6480	-0.6480	0.0001	83 85	-0.4271	-0.4271	0.0000	
5 6	0.8846	0.8845	-0.0001	45 49	-0.4969	-0.4968	0.0000	84 85	-0.3629	-0.3629	0.0000	
6 7	0.3553	0.3552	-0.0001	48 49	-0.3490	-0.3490	0.0000	85 86	0.1717	0.1717	0.0000	
8 9	-4.4064	-4.4064	0.0000	49 50	0.5367	0.5367	0.0000	86 87	-0.0395	-0.0395	0.0000	
9 10	-4.4525	-4.4525	0.0000	49 51	0.6664	0.6664	0.0000	85 88	-0.5033	-0.5033	0.0000	
4 11	0.6421	0.6420	-0.0001	51 52	0.2856	0.2856	0.0000	85 89	-0.7118	-0.7118	0.0000	
5 11	0.7721	0.7720	-0.0001	52 53	0.1037	0.1037	0.0000	88 89	-0.9887	-0.9887	0.0000	
11 12	0.3428	0.3428	-0.0001	53 54	-0.1268	-0.1268	0.0000	89 90	0.5817	0.5817	0.0000	
2 12	-0.3245	-0.3246	0.0000	49 54	0.3777	0.3777	0.0000	89 90	1.1074	1.1074	0.0000	
3 12	-0.0979	-0.0979	0.0000	49 54	0.3775	0.3775	0.0000	90 91	0.0129	0.0129	0.0000	
7 12	0.1647	0.1646	-0.0001	54 55	0.0708	0.0708	0.0000	89 92	2.0179	2.0179	0.0000	
11 13	0.3506	0.3505	-0.0001	54 56	0.1853	0.1853	0.0000	89 92	0.6360	0.6360	0.0000	
12 14	0.1829	0.1827	-0.0002	55 56	-0.2143	-0.2143	0.0000	91 92	-0.0872	-0.0872	0.0000	
13 15	0.0074	0.0073	-0.0001	56 57	-0.2299	-0.2299	0.0000	92 93	0.5771	0.5771	0.0000	
14 15	0.0421	0.0419	-0.0002	50 57	0.3588	0.3588	0.0000	92 94	0.5226	0.5226	0.0000	
12 16	0.0750	0.0750	0.0000	56 58	-0.0667	-0.0667	0.0000	93 94	0.4482	0.4482	0.0000	
15 17	-1.0372	-1.0362	0.0009	51 58	0.1879	0.1879	0.0000	94 95	0.4098	0.4098	0.0000	
16 17	-0.1751	-0.1752	0.0000	54 59	-0.3038	-0.3037	0.0000	80 96	0.1893	0.1893	0.0000	
17 18	0.8027	0.8016	-0.0011	56 59	-0.2796	-0.2796	0.0000	82 96	-0.1012	-0.1012	0.0000	
18 19	0.1939	0.1928	-0.0011	56 59	-0.2931	-0.2931	0.0000	94 96	0.1991	0.1991	0.0000	
19 20	-0.1065	-0.1094	-0.0029	55 59	-0.3451	-0.3451	0.0000	80 97	0.2638	0.2638	0.0000	
15 19	0.1141	0.1127	-0.0014	59 60	-0.4331	-0.4331	0.0000	80 98	0.2886	0.2886	0.0000	
20 21	-0.2869	-0.2899	-0.0029	59 61	-0.5171	-0.5171	0.0000	80 99	0.1948	0.1948	0.0000	
21 22	-0.4286	-0.4316	-0.0030	60 61	-1.1206	-1.1206	0.0000	92 100	0.3145	0.3145	0.0000	
22 23	-0.5328	-0.5358	-0.0030	60 62	-0.0987	-0.0987	0.0000	94 100	0.0424	0.0424	0.0000	
23 24	0.0830	0.0824	-0.0006	61 62	0.2549	0.2549	0.0000	95 96	-0.0126	-0.0126	0.0000	
23 25	-1.6261	-1.6276	-0.0014	63 64	-1.5175	-1.5175	0.0000	96 97	-0.1106	-0.1106	0.0000	
25 27	1.4349	1.4346	-0.0002	38 65	-1.8141	-1.8138	0.0003	98 100	-0.0534	-0.0534	0.0000	
27 28	0.3286	0.3284	-0.0002	64 65	-1.8276	-1.8275	0.0000	99 100	-0.2273	-0.2273	0.0000	
28 29	0.1564	0.1562	-0.0002	49 66	-1.3218	-1.3218	0.0000	100 101	-0.1673	-0.1673	0.0000	
8 30	0.7422	0.7425	0.0003	49 66	-1.3218	-1.3218	0.0000	92 102	0.4462	0.4462	0.0000	
26 30	2.2370	2.2357	-0.0013	62 66	-0.3717	-0.3717	0.0000	101 102	-0.3896	-0.3896	0.0000	
17 31	0.1477	0.1483	0.0006	62 67	-0.2431	-0.2431	0.0000	100 103	1.2108	1.2108	0.0000	
29 31	-0.0843	-0.0845	-0.0002	66 67	0.5316	0.5316	0.0000	100 104	0.5642	0.5642	0.0000	
23 32	0.9299	0.9289	-0.0011	65 68	0.1417	0.1421	0.0004	103 104	0.3231	0.3231	0.0000	
31 32	-0.2987	-0.2983	0.0004	47 69	-0.5591	-0.5590	0.0001	103 105	0.4295	0.4295	0.0000	
27 32	0.1250	0.1250	0.0000	49 69	-0.4651	-0.4650	0.0001	100 106	0.6057	0.6057	0.0000	
15 33	0.0723	0.0725	0.0002	69 70	1.0835	1.0839	0.0004	104 105	0.4873	0.4873	0.0000	
19 34	-0.0366	-0.0362	0.0004	24 70	-0.0621	-0.0624	-0.0003	105 106	0.0868	0.0868	0.0000	
35 36	0.0067	0.0067	0.0000	70 71	0.1665	0.1668	0.0003	105 107	0.2673	0.2673	0.0000	
35 37	-0.3367	-0.3367	0.0000	24 72	0.0147	0.0144	-0.0003	105 108	0.2399	0.2399	0.0000	
33 37	-0.1580	-0.1578	0.0002	71 72	0.1060	0.1063	0.0003	106 107	0.2400	0.2400	0.0000	
34 36	0.3043	0.3043	0.0000	71 73	0.0601	0.0601	0.0000	108 109	0.2180	0.2180	0.0000	
34 37	-0.9458	-0.9455	0.0003	70 74	0.1620	0.1619	-0.0001	103 110	0.6056	0.6056	0.0000	
37 39	0.5496	0.5497	0.0001	70 75	-0.0014	-0.0016	-0.0002	109 110	0.1374	0.1374	0.0000	
37 40	0.4410	0.4410	0.0001	69 75	1.0997	1.0999	0.0002	110 111	-0.3570	-0.3570	0.0000	
30 38	0.6253	0.6252	-0.0001	74 75	-0.5199	-0.5201	-0.0001	110 112	0.6946	0.6946	0.0000	
39 40	0.2697	0.2697	0.0001	76 77	-0.6117	-0.6118	-0.0001	17 113	0.0206	0.0212	0.0006	
40 41	0.1551	0.1552	0.0001	69 77	0.6211	0.6211	0.0000	32 113	0.0411	0.0405	-0.0006	
40 42	-0.1177	-0.1176	0.0001	75 77	-0.3463	-0.3464	-0.0001	32 114	0.0936	0.0936	0.0000	
41 42	-0.2152	-0.2152	0.0001	77 78	0.4537	0.4537	0.0000	27 115	0.2073	0.2073	0.0000	
43 44	-0.1657	-0.1656	0.0001	78 79	-0.2571	-0.2571	0.0000	114 115	0.0135	0.0135	0.0000	
34 43	0.0144	0.0145	0.0001	77 80	-0.9662	-0.9662	-0.0001	68 116	1.8413	1.8413	0.0000	
44 45	-0.3275	-0.3274	0.0001	77 80	-0.4439	-0.4439	0.0000	12 117	0.2015	0.2015	0.0000	
45 46	-0.3632	-0.3631	0.0000	79 80	-0.6476	-0.6476	0.0000	75 118	0.4019	0.4018	-0.0001	
46 47	-0.3110	-0.3110	0.0000	68 81	-0.4430	-0.4429	0.0001	76 118	-0.0683	-0.0682	0.0001	

La Figura 5.11 muestra la interdependencia entre flujos cuando los vectores de sensibilidad de flujos mantienen un ángulo cercano a 180° , este comportamiento se observa en los elementos de transmisión los cuales son tocados por óvalos.

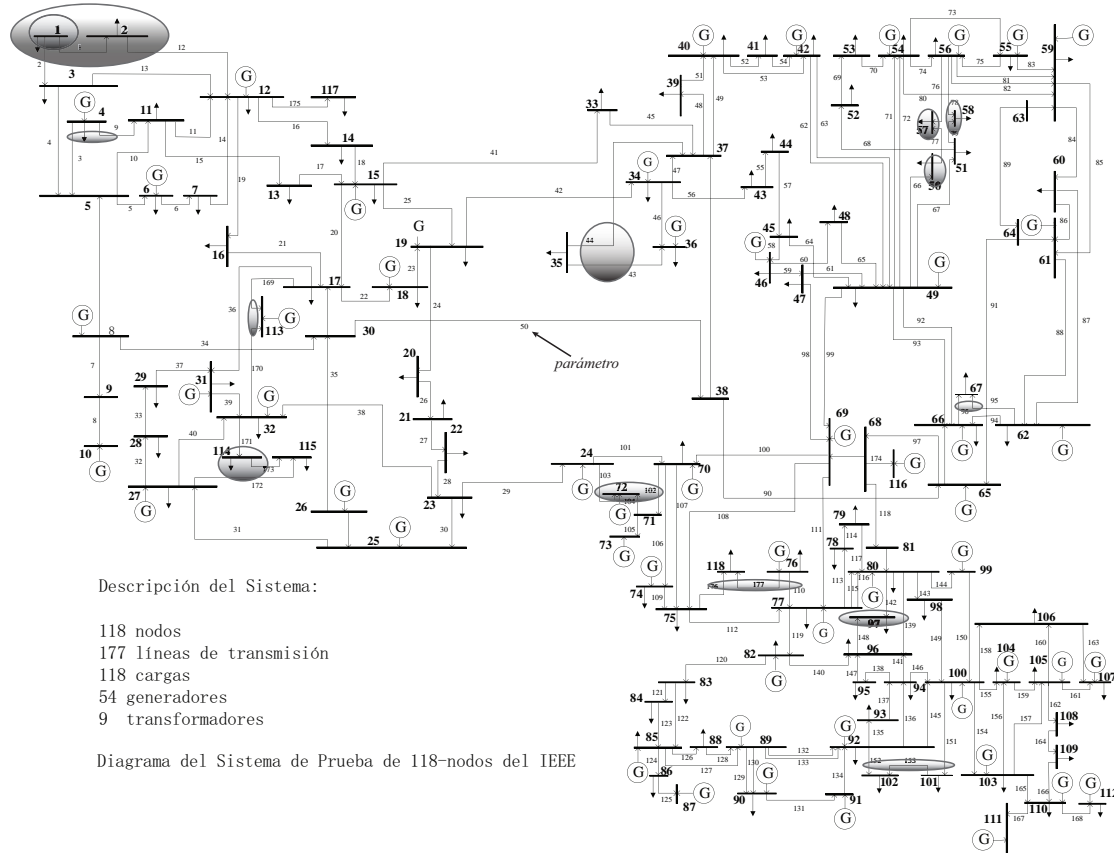


Figura 5.11: Sistema eléctrico de 118 nodos.

El estudio de interdependencia entre flujos descrita en el párrafo anterior se presentan en la Tabla 5.27, donde la reactancia serie modificada es la asociada al elemento de transmisión conectado entre los nodos 35 y 36, los flujos que mantienen una interdependencia se identifican en los elementos de transmisión 44 y 46, asociados a los elementos de transmisión conectados entre los nodos (35,37) y (34,36), respectivamente.

Tabla 5.27: Interacción del flujo de potencia conectado entre los nodos 35 y 36 del sistema eléctrico de 118 nodos.

Líneas	Flujos de Potencia Activa x 100MW											
	C. Base	Interacción		Líneas	C. Base	Interacción		Líneas	C. Base	Interacción		Líneas
		(35,36)	Δ Flujo			(35,36)	Δ Flujo			(35,36)	Δ Flujo	
1 2	-0.1236	-0.1236	0.0000	46 48	-0.1476	-0.147598192	0.0000	77 82	-0.0309	-0.030870504	0.0000	
1 3	-0.3864	-0.3864	0.0000	47 49	-0.0955	-0.095544817	0.0000	82 83	-0.4711	-0.47108877	0.0000	
4 5	-1.0321	-1.0321	0.0000	42 49	-0.6480	-0.648051933	0.0000	83 84	-0.2473	-0.247339318	0.0000	
3 5	-0.6810	-0.6810	0.0000	42 49	-0.6480	-0.648051933	0.0000	83 85	-0.4271	-0.427088026	0.0000	
5 6	0.8846	0.8846	0.0000	45 49	-0.4969	-0.496882679	0.0000	84 85	-0.3629	-0.362930971	0.0000	
6 7	0.3553	0.3553	0.0000	48 49	-0.3490	-0.34896521	0.0000	85 86	0.1717	0.171724812	0.0000	
8 9	-4.4064	-4.4064	0.0000	49 50	0.5367	0.536663867	0.0000	86 87	-0.0395	-0.039469498	0.0000	
9 10	-4.4525	-4.4525	0.0000	49 51	0.6664	0.666351296	0.0000	85 88	-0.5033	-0.503344579	0.0000	
4 11	0.6421	0.6421	0.0000	51 52	0.2856	0.285611778	0.0000	85 89	-0.7118	-0.71176653	0.0000	
5 11	0.7721	0.7721	0.0000	52 53	0.1037	0.103737109	0.0000	88 89	-0.9887	-0.988731238	0.0000	
11 12	0.3428	0.3428	0.0000	53 54	-0.1268	-0.126804564	0.0000	89 90	0.5817	0.581737562	0.0000	
2 12	-0.3245	-0.3245	0.0000	49 54	0.3777	-0.377727435	0.0000	89 90	1.1074	1.107425272	0.0000	
3 12	-0.0979	-0.0979	0.0000	49 54	0.3775	0.37750938	0.0000	90 91	0.0129	0.01288677	0.0000	
7 12	0.1647	0.1647	0.0000	54 55	0.0708	0.070754007	0.0000	89 92	2.0179	2.017883204	0.0000	
11 13	0.3506	0.3506	0.0000	54 56	0.1853	0.185341662	0.0000	89 92	0.6360	0.636016012	0.0000	
12 14	0.1829	0.1829	0.0000	55 56	-0.2143	-0.214262493	0.0000	91 92	-0.0872	-0.087196761	0.0000	
13 15	0.0074	0.0074	0.0000	56 57	-0.2299	-0.229941552	0.0000	92 93	0.5771	0.577149963	0.0000	
14 15	0.0421	0.0421	0.0000	50 57	0.3588	0.358816875	0.0000	92 94	0.5226	0.522560978	0.0000	
12 16	0.0750	0.0750	0.0000	56 58	-0.0667	-0.066712541	0.0000	93 94	0.4482	0.44817612	0.0000	
15 17	-1.0372	-1.0372	0.0000	51 58	0.1879	0.1879122	0.0000	94 95	0.4098	0.409769253	0.0000	
16 17	-0.1751	-0.1751	0.0000	54 59	-0.3038	-0.303752343	0.0000	80 96	0.1893	0.189281243	0.0000	
17 18	0.8027	0.8027	0.0000	56 59	-0.2796	-0.279570953	0.0000	82 96	-0.1012	-0.101168327	0.0000	
18 19	0.1939	0.1939	0.0000	56 59	-0.2931	-0.293070364	0.0000	94 96	0.1991	0.199148332	0.0000	
19 20	-0.1065	-0.1065	0.0000	55 59	-0.3451	-0.345086738	0.0000	80 97	0.2638	0.263835608	0.0000	
15 19	0.1141	0.1141	0.0000	59 60	-0.4331	-0.433127619	0.0000	80 98	0.2886	0.288637259	0.0000	
20 21	-0.2869	-0.2869	0.0000	59 61	-0.5171	-0.517143211	0.0000	80 99	0.1948	0.194791599	0.0000	
21 22	-0.4286	-0.4286	0.0000	60 61	-1.1206	-1.120609944	0.0000	92 100	0.3145	0.314525307	0.0000	
22 23	-0.5328	-0.5328	0.0000	60 62	-0.0987	-0.098742256	0.0000	94 100	0.0424	0.042426621	0.0000	
23 24	0.0830	0.0830	0.0000	61 62	0.2549	0.254874992	0.0000	95 96	-0.0126	-0.012620902	0.0000	
23 25	-1.6261	-1.6261	0.0000	63 64	-1.5175	-1.517526428	0.0000	96 97	-0.1106	-0.110598314	0.0000	
25 27	1.4349	1.4349	0.0000	38 65	-1.8141	-1.814074374	0.0000	98 100	-0.0534	-0.053410775	0.0000	
27 28	0.3286	0.3286	0.0000	64 65	-1.8276	-1.827564707	0.0000	99 100	-0.2273	-0.227321705	0.0000	
28 29	0.1564	0.1564	0.0000	49 66	-1.3218	-1.321833602	0.0000	100 101	-0.1673	-0.16734071	0.0000	
8 30	0.7422	0.7422	0.0000	49 66	-1.3218	-1.321833602	0.0000	92 102	0.4462	0.446234239	0.0000	
26 30	2.2370	2.2370	0.0000	62 66	-0.3717	-0.371661563	0.0000	101 102	-0.3896	-0.389603822	0.0000	
17 31	0.1477	0.1477	0.0000	62 67	-0.2431	-0.243067685	0.0000	100 103	1.2108	1.210843542	0.0000	
29 31	-0.0843	-0.0843	0.0000	66 67	0.5316	0.531644607	0.0000	100 104	0.5642	0.564214564	0.0000	
23 32	0.9299	0.9299	0.0000	65 68	0.1417	0.141682452	0.0000	103 104	0.3231	0.323103172	0.0000	
31 32	-0.2987	-0.2987	0.0000	47 69	-0.5591	-0.559092902	0.0000	103 105	0.4295	0.429493303	0.0000	
27 32	0.1250	0.1250	0.0000	49 69	-0.4651	-0.465098018	0.0000	100 106	0.6057	0.6057327	0.0000	
15 33	0.0723	0.0723	0.0000	69 70	1.0835	1.083516074	0.0000	104 105	0.4873	0.487331185	0.0000	
19 34	-0.0366	-0.0366	0.0000	24 70	-0.0621	-0.062082906	0.0000	105 106	0.0868	0.086814587	0.0000	
35 36	0.0067	0.0070	0.0003	70 71	0.1665	0.166462884	0.0000	105 107	0.2673	0.267334661	0.0000	
35 37	-0.3367	-0.3370	-0.0003	24 72	0.0147	0.014736928	0.0000	105 108	0.2399	0.239921656	0.0000	
33 37	-0.1580	-0.1579	0.0000	71 72	0.1060	0.105956364	0.0000	106 107	0.2400	0.240034847	0.0000	
34 36	0.3043	0.3039	-0.0003	71 73	0.0601	0.060124023	0.0000	108 109	0.2180	0.218045873	0.0000	
34 37	-0.9458	-0.9455	0.0003	70 74	0.1620	0.162045046	0.0000	103 110	0.6056	0.605562871	0.0000	
37 39	0.5496	0.5496	0.0000	70 75	-0.0014	-0.001394682	0.0000	109 110	0.1374	0.137398662	0.0000	
37 40	0.4410	0.4410	0.0000	69 75	1.0997	1.099699445	0.0000	110 111	-0.3570	-0.357029449	0.0000	
30 38	0.6253	0.6253	0.0000	74 75	-0.5199	-0.519933096	0.0000	110 112	0.6946	0.694585882	0.0000	
39 40	0.2697	0.2697	0.0000	76 77	-0.6117	-0.611730144	0.0000	17 113	0.0206	0.020594005	0.0000	
40 41	0.1551	0.1551	0.0000	69 77	0.6211	0.621059812	0.0000	32 113	0.0411	0.041074916	0.0000	
40 42	-0.1177	-0.1177	0.0000	75 77	-0.3463	-0.346337297	0.0000	32 114	0.0936	0.093605448	0.0000	
41 42	-0.2152	-0.2153	0.0000	77 78	0.4537	0.453727363	0.0000	27 115	0.2073	0.207342086	0.0000	
43 44	-0.1657	-0.1657	0.0000	78 79	-0.2571	-0.25705706	0.0000	114 115	0.0135	0.013465625	0.0000	
34 43	0.0144	0.0144	0.0000	77 80	-0.9662	-0.966164873	0.0000	68 116	1.8413	1.841259277	0.0000	
44 45	-0.3275	-0.3275	0.0000	77 80	-0.4439	-0.44387318	0.0000	12 117	0.2015	0.201525499	0.0000	
45 46	-0.3632	-0.3632	0.0000	79 80	-0.6476	-0.647591863	0.0000	75 118	0.4019	0.401907399	0.0000	
46 47	-0.3110	-0.3110	0.0000	68 81	-0.4430	-0.44302448	0.0000	76 118	-0.0683	-0.068269856	0.0000	

5.4. Conclusiones

En este Capítulo se analizaron numéricamente las diversas metodologías presentadas a lo largo de la tesis. En lo que respecta a la sensibilidad, se puede concluir que la matriz de sensibilidad obtenida es de gran ayuda para encontrar los flujos de potencia activa debido a una variación de reactancia serie, ya que no es necesario realizar nuevos estudios de flujos de potencia. Para las interdependencias entre los flujos se puede mencionar que son de gran apoyo para el control de flujos

de potencia activa del sistema, ya que pueden controlar indirectamente el flujo en otros elementos de transmisión. Finalmente la ubicación de los controladores en base a pérdidas es un método que puede ser usado siempre y cuando no exista un cambio grande de reactancia.

Conclusiones Generales y Trabajos Futuros

6.1. Conclusiones Generales

En esta tesis se reporta de manera detallada la aplicación de la teoría de sensibilidades para determinar como se afecta la variación de flujos de potencia activa en líneas de transmisión respecto a cambios en la impedancia serie de éstos elementos, y para determinar la interacción entre los flujos de potencia con la finalidad de conocer que elementos de transmisión pueden ser controlados de manera independiente. Además, se presenta una metodología para la ubicación del controlador serie controlado por tiristores con la finalidad de reducir las pérdidas totales del sistema.

- En base a la teoría reportada se comprobó que el análisis de sensibilidad de flujos de potencia activa respecto de las reactancias serie de los elementos de transmisión permite determinar de manera directa los nuevos flujos de potencia activa ante cambios en las reactancias, tal que no es necesario realizar un nuevo estudio de flujos de potencia. La precisión del cálculo directo de flujos de potencia fue obtenida mediante un análisis comparativo de los resultados obtenidos mediante sensibilidades y flujos de potencia. De esta comparación se observó que para los sistemas analizados el error, en general, es del orden del 2%. Cabe mencionar, que el método de sensibilidades se determina mediante una linealización alrededor de un punto de operación en función de la reactancia serie de las líneas de transmisión, debido a ello,

el método tendrá más precisión respecto a un estudio de flujos conforme la variación de reactancia sea menor.

- Por otro lado, el análisis de interacción entre flujos de potencia activa permite determinar los flujos de potencia que mantienen una interdependencia, en este tema se puede concluir que la interdependencia entre flujos podrá tener un efecto importante en la operación del sistema eléctrico cuando sea necesario controlar los flujos de potencia activa en elementos de transmisión conectados a un mismo nodo generador (incluyendo el nodo *slack*).
- Finalmente, en lo que respecta al método de ubicación de controladores en base a pérdidas, se puede concluir que debido a la linealización en el método de sensibilidades, este puede ser válido para pequeñas variaciones de reactancia, ya que las pérdidas en el SEP presentan un comportamiento no lineal.

6.2. Trabajos Futuros

A continuación se mencionan algunas propuestas que podrían dar lugar a nuevas investigaciones,

- Incluir análisis de potencias reactivas al método de sensibilidades.
- Comparar los resultados obtenidos por el método de sensibilidades de corriente alterna con respecto a los obtenidos mediante sensibilidades de corriente directa; es decir, con los factores de participación y distribución.
- Aplicar el método de sensibilidades de corriente alterna al estudio de contingencias, donde elementos de transmisión y/o generadores son desconectados del sistema.
- Obtener sensibilidades de corriente alterna de mayor orden con la finalidad de incrementar el rango de valores dentro de los cuales puede cambiar la reactancia serie, sin perder precisión en el resultado obtenido.

Apéndice A

Datos de los Sistemas de Prueba

A.1. Sistema de 4 nodos

La potencia base para este sistema en los estudios realizados es de 100 MVA.

Tabla A.1: Número de nodos y componentes del sistema eléctrico de 4 nodos.

Nodos	Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas	Compensadores fijos en derivación
4	5	0	1	4	1

Tabla A.2: Datos del nodo slack del sistema eléctrico de 4 nodos.

Nodo slack	Magnitud (p.u.)	Ángulo (°)
1	1.0	0

Tabla A.3: Datos de líneas de transmisión del sistema eléctrico de 4 nodos.

Nodo de envío	Nodo de recepción	R (p.u.)	XL (p.u.)	G_{shunt} total (p.u.)	$B_{shunt}total$ (p.u.)
1	2	0.030	0.16	0	0
1	3	0.015	0.08	0	0
2	3	0.030	0.12	0	0
2	4	0.015	0.08	0	0
3	4	0.015	0.04	0	0

Tabla A.4: Datos de compensadores en derivación del sistema eléctrico de 4 nodos.

Nodo	G (p.u.)	B (p.u.)
3	0	0.5766

Tabla A.5: Datos de generadores del sistema eléctrico de 4 nodos.

Nodo	Potencia generada		Límites de generación de potencia reactiva		Voltaje de control p.u.
	MWs	MVARs	Mínimo (MVARs)	Máximo (MVARs)	
2	434.77	0	-99999.0	99999.0	1.0

Tabla A.6: Datos de cargas del sistema eléctrico de 4 nodos.

Nodo	Potencia demandada	
	MWs	MVARs
1	100	0
2	200	100
3	130	50
4	100	20

A.2. Sistema IEEE-14 Nodos

La potencia base para este sistema en los estudios realizados es de 100 MVA.

Tabla A.7: Número de nodos y componentes del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodos	Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas	Compensadores fijos en derivación
14	15	5	4	11	1

Tabla A.8: Datos del nodo slack del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodo slack	Magnitud (p.u.)	Ángulo (°)
1	1.06	0

Tabla A.9: Datos de líneas de transmisión del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodo de envío	Nodo de recepción	R (p.u.)	XL (p.u.)	G_{shunt} total (p.u.)	B_{shunt} total (p.u.)
1	2	0.01938	0.05917	0	0.0528
1	5	0.05403	0.22304	0	0.0492
2	3	0.04699	0.19797	0	0.0438
2	4	0.05811	0.17632	0	0.0374
2	5	0.05695	0.17388	0	0.0340
3	4	0.06701	0.17103	0	0.0346
4	5	0.01335	0.04211	0	0.0128
6	11	0.09498	0.1989	0	0
6	12	0.12291	0.25581	0	0
6	13	0.06615	0.13027	0	0
9	10	0.03181	0.0845	0	0
9	14	0.12711	0.27038	0	0
10	11	0.08205	0.19207	0	0
12	13	0.22092	0.19988	0	0
13	14	0.17093	0.34802	0	0

Tabla A.10: Datos de compensadores fijos en derivación del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodo	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
9	0	0.19

Tabla A.11: Datos de transformadores del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodo de envío	Nodo de recepción	Primario				Secundario				Rama de magnetización	
		R_1 (p.u.)	X_{L1} (p.u.)	V_{1tap} (p.u.)	θ_{1tap} (p.u.)	R_2 (p.u.)	X_{L2} (p.u.)	V_{2tap} (p.u.)	θ_{2tap} (p.u.)	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
4	7	0	0	0.978	0	0	0.20912	1	0	0	0
4	9	0	0	0.969	0	0	0.55618	1	0	0	0
5	6	0	0	0.932	0	0	0.25202	1	0	0	0
7	8	0	0	1	0	0	0.17615	1	0	0	0
7	9	0	0	1	0	0	0.11001	1	0	0	0

Tabla A.12: Datos de generadores del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodo	Potencia generada		Límites de generación de potencia reactiva		Voltaje de control p.u.
	MWs	MVARs	Mínimo (MVARs)	Máximo (MVARs)	
2	40	0	-40	50	1.045
3	0	0	0	40	1.01
6	0	0	-6	24	1.07
8	0	0	-6	24	1.09

A.3. Sistema IEEE-118 Nodos

Tabla A.13: Datos de cargas del sistema eléctrico IEEE-14 nodos.

Nodo	Potencia demandada	
	MWs	MVARs
2	21.7	12.7
3	94.2	19
4	47.8	-3.9
5	7.6	1.6
6	11.2	7.5
9	29.5	16.6
10	9	5.8
11	3.5	1.8
12	6.1	1.6
13	13.5	5.8
14	14.9	5

Tabla A.14: Número de nodos y componentes del sistema eléctrico.

Nodos	Líneas de Transmisión	Transformadores	Generadores	Cargas	Compensadores fijos en derivación
118	177	9	53	118	14

Tabla A.15: Datos del nodo slack

Nodo slack	Magnitud (p.u.)	Ángulo (°)
69	1.035	30

Tabla A.16: Datos de transformadores.

Nodo de envío	Nodo de recepción	Primario				Secundario				Rama de magnetización	
		R_1 (p.u.)	X_{L1} (p.u.)	V_{1tap} (p.u.)	θ_{1tap} (p.u.)	R_2 (p.u.)	X_{L2} (p.u.)	V_{2tap} (p.u.)	θ_{2tap} (p.u.)	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
8	5	0	0	0.985	0	0	0.0267	1	0	0	0
26	25	0	0	0.96	0	0	0.0382	1	0	0	0
30	17	0	0	0.96	0	0	0.0388	1	0	0	0
38	37	0	0	0.935	0	0	0.0375	1	0	0	0
63	59	0	0	0.96	0	0	0.0386	1	0	0	0
64	61	0	0	0.985	0	0	0.0268	1	0	0	0
65	66	0	0	0.935	0	0	0.037	1	0	0	0
68	69	0	0	0.935	0	0	0.037	1	0	0	0
81	80	0	0	0.935	0	0	0.037	1	0	0	0

Tabla A.17: Datos de líneas de transmisión.

Nodo envío	Nodo recepción	R (p.u.)	XL (p.u.)	B_{shunt}^{total} (p.u.)	Nodo envío	Nodo recepción	R (p.u.)	XL (p.u.)	B_{shunt}^{total} (p.u.)
1	2	0.0303	0.0999	0.0254	38	65	0.00901	0.0986	1.046
1	3	0.0129	0.0424	0.01082	64	65	0.00269	0.0302	0.38
4	5	0.00176	0.00798	0.0021	49	66	0.018	0.0919	0.0248
3	5	0.0241	0.108	0.0284	49	66	0.018	0.0919	0.0248
5	6	0.0119	0.054	0.01426	62	66	0.0482	0.218	0.0578
6	7	0.00459	0.0208	0.0055	62	67	0.0258	0.117	0.031
8	9	0.00244	0.0305	1.162	66	67	0.0224	0.1015	0.02682
9	10	0.00258	0.0322	1.23	65	68	0.00138	0.016	0.638
4	11	0.0209	0.0688	0.01748	47	69	0.0844	0.2778	0.07092
5	11	0.0203	0.0682	0.01738	49	69	0.0985	0.324	0.0828
11	12	0.00595	0.0196	0.00502	69	70	0.03	0.127	0.122
2	12	0.0187	0.0616	0.01572	24	70	0.00221	0.4115	0.10198
3	12	0.0484	0.16	0.0406	70	71	0.00882	0.0355	0.00878
7	12	0.00862	0.034	0.00874	24	72	0.0488	0.196	0.0488
11	13	0.02225	0.0731	0.01876	71	72	0.0446	0.18	0.04444
12	14	0.0215	0.0707	0.01816	71	73	0.00866	0.0454	0.01178
13	15	0.0744	0.2444	0.06268	70	74	0.0401	0.1323	0.03368
14	15	0.0595	0.195	0.0502	70	75	0.0428	0.141	0.036
12	16	0.0212	0.0834	0.0214	69	75	0.0405	0.122	0.124
15	17	0.0132	0.0437	0.0444	74	75	0.0123	0.0406	0.01034
16	17	0.0454	0.1801	0.0466	76	77	0.0444	0.148	0.0368
17	18	0.0123	0.0505	0.01298	69	77	0.0309	0.101	0.1038
18	19	0.01119	0.0493	0.01142	75	77	0.0601	0.1999	0.04978
19	20	0.0252	0.117	0.0298	77	78	0.00376	0.0124	0.01264
15	19	0.012	0.0394	0.0101	78	79	0.00546	0.0244	0.00648
20	21	0.0183	0.0849	0.0216	77	80	0.017	0.0485	0.0472
21	22	0.0209	0.097	0.0246	77	80	0.0294	0.105	0.0228
22	23	0.0342	0.159	0.0404	79	80	0.0156	0.0704	0.0187
23	24	0.0135	0.0492	0.0498	68	81	0.00175	0.0202	0.808
23	25	0.0156	0.08	0.0864	77	82	0.0298	0.0853	0.08174
25	27	0.0318	0.163	0.1764	82	83	0.0112	0.03665	0.03796
27	28	0.01913	0.0855	0.0216	83	84	0.0625	0.132	0.0258
28	29	0.0237	0.0943	0.0238	83	85	0.043	0.148	0.0348
8	30	0.00431	0.0504	0.514	84	85	0.0302	0.0641	0.01234
26	30	0.00799	0.086	0.908	85	86	0.035	0.123	0.0276
17	31	0.0474	0.1563	0.0399	86	87	0.02828	0.2074	0.0445
29	31	0.0108	0.0331	0.0083	85	88	0.02	0.102	0.0276
23	32	0.0317	0.1153	0.1173	85	89	0.0239	0.173	0.047
31	32	0.0298	0.0985	0.0251	88	89	0.0139	0.0712	0.01934
27	32	0.0229	0.0755	0.01926	89	90	0.0518	0.188	0.0528
15	33	0.038	0.1244	0.03194	89	90	0.0238	0.0997	0.106
19	34	0.0752	0.247	0.0632	90	91	0.0254	0.0836	0.0214
35	36	0.00224	0.0102	0.00268	89	92	0.0099	0.0505	0.0548
35	37	0.011	0.0497	0.01318	89	92	0.0393	0.1581	0.0414
33	37	0.0415	0.142	0.0366	91	92	0.0387	0.1272	0.03268
34	36	0.00871	0.0268	0.00568	92	93	0.0258	0.0848	0.0218
34	37	0.00256	0.0094	0.00984	92	94	0.0481	0.158	0.0406
37	39	0.0321	0.106	0.027	93	94	0.0223	0.0732	0.01876
37	40	0.0593	0.168	0.042	94	95	0.0132	0.0434	0.0111
30	38	0.00464	0.054	0.422	80	96	0.0356	0.182	0.0494
39	40	0.0184	0.0605	0.01552	82	96	0.0162	0.053	0.0544
40	41	0.0145	0.0487	0.01222	94	96	0.0269	0.0869	0.023
40	42	0.0555	0.183	0.0466	80	97	0.0183	0.0934	0.0254
41	42	0.041	0.135	0.0344	80	98	0.0238	0.108	0.0286
43	44	0.0608	0.2454	0.06068	80	99	0.0454	0.206	0.0546
34	43	0.0413	0.1681	0.04226	92	100	0.0648	0.295	0.0472
44	45	0.0224	0.0901	0.0224	94	100	0.0178	0.058	0.0604
45	46	0.04	0.1356	0.0332	95	96	0.0171	0.0547	0.01474
46	47	0.038	0.127	0.0316	96	97	0.0173	0.0885	0.024
46	48	0.0601	0.189	0.0472	98	100	0.0397	0.179	0.0476
47	49	0.0191	0.0625	0.01604	99	100	0.018	0.0813	0.0216
42	49	0.0715	0.323	0.086	100	101	0.0277	0.1262	0.0328
42	49	0.0715	0.323	0.086	92	102	0.0123	0.0559	0.01464
45	49	0.0684	0.186	0.0444	101	102	0.0246	0.112	0.0294
48	49	0.0179	0.0505	0.01258	100	103	0.016	0.0525	0.0536
49	50	0.0267	0.0752	0.01874	100	104	0.0451	0.204	0.0541
49	51	0.0486	0.137	0.0342	103	104	0.0466	0.1584	0.0407
51	52	0.0203	0.0588	0.01396	103	105	0.0535	0.1625	0.0408
52	53	0.0405	0.1635	0.04058	100	106	0.0605	0.229	0.062
53	54	0.0263	0.122	0.031	104	105	0.00994	0.0378	0.00986
49	54	0.073	0.289	0.0738	105	106	0.014	0.0547	0.01434
49	54	0.0869	0.291	0.073	105	107	0.053	0.183	0.0472
54	55	0.0169	0.0707	0.0202	105	108	0.0261	0.0703	0.01844
54	56	0.00275	0.00955	0.00732	106	107	0.053	0.183	0.0472
55	56	0.00488	0.0151	0.00374	108	109	0.0105	0.0288	0.0076
56	57	0.0343	0.0966	0.0242	103	110	0.03906	0.1813	0.0461
50	57	0.0474	0.134	0.0332	109	110	0.0278	0.0762	0.0202
56	58	0.0343	0.0966	0.0242	110	111	0.022	0.0755	0.02
51	58	0.0255	0.0719	0.01788	110	112	0.0247	0.064	0.062
54	59	0.0503	0.2293	0.0598	17	113	0.00913	0.0301	0.00768
56	59	0.0825	0.251	0.0569	32	113	0.0615	0.203	0.0518
56	59	0.0803	0.239	0.0536	32	114	0.0135	0.0612	0.01628
55	59	0.04739	0.2158	0.05646	27	115	0.0164	0.0741	0.01972
59	60	0.0317	0.145	0.0376	114	115	0.0023	0.0104	0.00276
59	61	0.0328	0.15	0.0388	68	116	0.00034	0.00405	0.164
60	61	0.00264	0.0135	0.01456	12	117	0.0329	0.14	0.0358
60	62	0.0123	0.0561	0.01468	75	118	0.0145	0.0481	0.01198
61	62	0.00824	0.0376	0.0098	76	118	0.0164	0.0544	0.01356
63	64	0.00172	0.02	0.216					

Tabla A.18: Datos de generadores.

Nodo	Potencia generada		Límites de generación de potencia reactiva		Voltaje de control p.u.
	MWs	MVARs	Mínimo (MVARs)	Máximo (MVARs)	
1	0	0	-5	15	0.955
4	-9	0	-300	300	0.998
6	0	0	-13	50	0.99
8	-28	0	-300	300	1.015
10	450	0	-147	200	1.05
12	85	0	-35	120	0.99
15	0	0	-10	30	0.97
18	0	0	-16	50	0.973
19	0	0	-8	24	0.962
24	-13	0	-300	300	0.992
25	220	0	-47	140	1.05
26	314	0	-1000	1000	1.015
27	-9	0	-300	300	0.968
31	7	0	-300	300	0.967
32	0	0	-14	42	0.963
34	0	0	-8	24	0.984
36	0	0	-8	24	0.98
40	-46	0	-300	300	0.97
42	-59	0	-300	300	0.985
46	19	0	-100	100	1.005
49	204	0	-85	210	1.025
54	48	0	-300	300	0.955
55	0	0	-8	23	0.952
56	0	0	-8	15	0.954
59	155	0	-60	180	0.985
61	160	0	-100	300	0.995
62	0	0	-20	20	0.998
65	391	0	-67	200	1.005
66	392	0	-67	200	1.05
70	0	0	-10	32	0.984
72	-12	0	-100	100	0.98
73	-6	0	-100	100	0.991
74	0	0	-6	9	0.958
76	0	0	-8	23	0.943
77	0	0	-20	70	1.006
80	477	0	-165	280	1.04
85	0	0	-8	23	0.985
87	4	0	-100	1000	1.015
89	607	0	-210	300	1.005
90	-85	0	-300	300	0.985
91	-10	0	-100	100	0.98
92	0	0	-3	9	0.99
99	-42	0	-100	100	1.01
100	252	0	-50	155	1.017
103	40	0	-15	40	1.01
104	0	0	-8	23	0.971
105	0	0	-8	23	0.965
107	-22	0	-200	200	0.952
110	0	0	-8	23	0.973
111	36	0	-100	1000	0.98
112	-43	0	-100	1000	0.975
113	-6	0	-100	200	0.993
116	-184	0	-1000	1000	1.005

Tabla A.19: Datos de cargas.

Nodo	Potencia demandada		Nodo	Potencia demandada	
	MWs	MVARs		MWs	MVARs
1	51	27	60	78	3
2	20	9	61	0	0
3	39	10	62	77	14
4	30	12	63	0	0
5	0	0	64	0	0
6	52	22	65	0	0
7	19	2	66	39	18
8	0	0	67	28	7
9	0	0	68	0	0
10	0	0	69	0	0
11	70	23	70	66	20
12	47	10	71	0	0
13	34	16	72	0	0
14	14	1	73	0	0
15	90	30	74	68	27
16	25	10	75	47	11
17	11	3	76	68	36
18	60	34	77	61	28
19	45	25	78	71	26
20	18	3	79	39	32
21	14	8	80	130	26
22	10	5	81	0	0
23	7	3	82	54	27
24	0	0	83	20	10
25	0	0	84	11	7
26	0	0	85	24	15
27	62	13	86	21	10
28	17	7	87	0	0
29	24	4	88	48	10
30	0	0	89	0	0
31	43	27	90	78	42
32	59	23	91	0	0
33	23	9	92	65	10
34	59	26	93	12	7
35	33	9	94	30	16
36	31	17	95	42	31
37	0	0	96	38	15
38	0	0	97	15	9
39	27	11	98	34	8
40	20	23	99	0	0
41	37	10	100	37	18
42	37	23	101	22	15
43	18	7	102	5	3
44	16	8	103	23	16
45	53	22	104	38	25
46	28	10	105	31	26
47	34	0	106	43	16
48	20	11	107	28	12
49	87	30	108	2	1
50	17	4	109	8	3
51	17	8	110	39	30
52	18	5	111	0	0
53	23	11	112	25	13
54	113	32	113	0	0
55	63	22	114	8	3
56	84	18	115	22	7
57	12	3	116	0	0
58	12	3	117	20	8
59	277	113	118	33	15

Apéndice B

Flujo de potencia activa entre dos nodos

La figura B.1 muestra una línea de transmisión que se encuentra conectada entre dos nodos k y m . Las ecuaciones que se deducen se representan mediante impedancias primitivas e impedancias nodales.

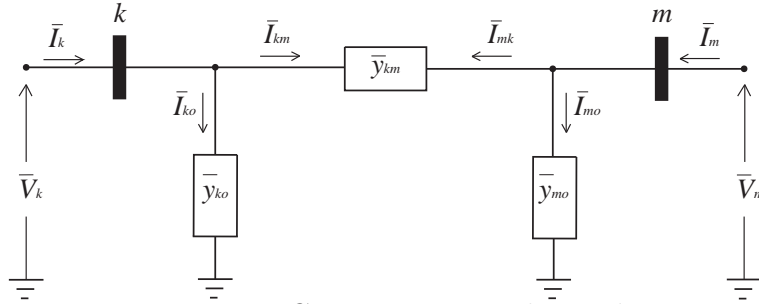


Figura B.1: Circuito π entre dos nodos

$$\bar{I}_k = \bar{I}_{ko} + \bar{I}_{km} \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{I}_{ko} = \bar{V}_k \bar{y}_{ko} \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{I}_{km} = \bar{y}_{km} (\bar{V}_k - \bar{V}_m) \quad (\text{B.3})$$

El flujo de potencia del nodo k al nodo m es,

$$\bar{S}_{km} = \bar{P}_{km} + j\bar{Q}_{km} = \bar{V}_k \bar{I}_k^* \quad (\text{B.4})$$

$$\bar{S}_{km} = \bar{V}_k (\bar{I}_{ko}^* + \bar{I}_{km}^*) \quad (\text{B.5})$$

$$\bar{S}_{km} = \bar{V}_k (\bar{y}_{ko}^* \bar{V}_k^* + \bar{y}_{km}^* (\bar{V}_k^* - \bar{V}_m^*)) \quad (\text{B.6})$$

$$\bar{S}_{km} = \bar{V}_k (\bar{V}_k^* (\bar{y}_{ko}^* + \bar{y}_{km}^*) - \bar{V}_m^* \bar{y}_{km}^*) \quad (\text{B.7})$$

Como \bar{V}_k es un número complejo, se puede expresar como,

$$\bar{V}_k = V_k e^{j\theta_k} = V_k (\cos\theta_k + j\sin\theta_k) \quad (\text{B.8})$$

$$\bar{S}_{km} = V_k e^{j\theta_k} [V_k e^{-j\theta_k} (y_{ko} e^{-j\alpha_{ko}} + y_{km} e^{-j\alpha_{km}}) - V_m e^{-j\theta_m} y_{km} e^{-j\alpha_m}] \quad (\text{B.9})$$

$$\bar{S}_{km} = V_k^2 (y_{ko} e^{-j\alpha_{ko}} + y_{km} e^{-j\alpha_{km}}) - V_k V_m e^{j\theta_k - j\theta_m} y_{km} e^{-j\alpha_m} \quad (\text{B.10})$$

$$(\text{B.11})$$

expresando el término de las impedancia primitiva en forma rectangular se tiene,

$$y_{km} e^{-j\alpha_{km}} = y_{km} [\cos\alpha_{km} - j\sin\alpha_{km}] = g_{km} - jb_{km} \quad (\text{B.12})$$

también se expresa de forma de Euler a forma trigonométrica la siguiente expresión,

$$V_k V_m e^{j\theta_k - j\theta_m} = V_k V_m [\cos(\theta_k - \theta_m) + j\sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.13})$$

por lo anterior la ecuación de la potencia compleja que fluye a través de la línea de transmisión entre los nodos k y m es la siguiente,

$$\begin{aligned} \bar{S}_{km} = & V_k^2 (g_{ko} - jb_{ko} + g_{km} - jb_{km}) - \\ & V_k V_m [\cos(\theta_k - \theta_m) + j\sin(\theta_k - \theta_m)] (g_{km} - jb_{km}) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Separando parte real e imaginaria de la potencia compleja y expresandolas en términos de admitancias primitivas,

$$P_{km} = V_k^2(g_{ko} + g_{km}) - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.15})$$

$$Q_{km} = -V_k^2(b_{ko} + b_{km}) - V_k V_m [g_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - b_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.16})$$

Igualando los términos de de admitancia primitiva y nodales, se tiene lo siguiente,

$$\bar{y}_{km} = \text{admitancia primitiva} \quad (\text{B.17})$$

$$\bar{Y}_{km} = \text{admitancia nodal} \quad (\text{B.18})$$

$$(\text{B.19})$$

$$\bar{y}_{km} = g_{km} - jb_{km} \quad (\text{B.20})$$

$$\bar{Y}_{km} = -\bar{y}_{km} \quad (\text{B.21})$$

$$\bar{Y}_{km} = -g_{km} + jb_{km} \quad (\text{B.22})$$

$$G_{km} = -g_{km} \quad (\text{B.23})$$

$$B_{km} = -b_{km} \quad (\text{B.24})$$

$$G_{kk} = g_{ko} + g_{km} \quad (\text{B.25})$$

$$B_{kk} = b_{ko} + b_{km} \quad (\text{B.26})$$

La potencia activa y reactiva en términos de admitancias nodales se expresa como sigue,

$$P_{km} = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.27})$$

$$Q_{km} = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.28})$$

Asumiendo que la ecuación (B.15) y (B.16) carecen de susceptancia en derivación reescribiendo las ecuaciones en términos de admitancias primitivas se tiene,

$$P_{km} = V_k^2 (g_{km}) - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.29})$$

$$Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{ko}) - V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) - b_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.30})$$

Finalmente expresandolas en términos de admitancias nodales,

$$P_{km} = -V_k^2 G_{km} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.31})$$

$$Q_{km} = V_k^2 (B_{km} - b_{ko}) + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{B.32})$$

Bibliografía

- [Acha et al., 2004] Acha E., Fuerte Esquivel C.R., Ambriz Pérez H., y Angeles Camacho C. (2004). *FACTS Modelling and Simulation in Power Networks*. John Wiley & Sons Ltd, UK. ISBN 0-470-85271-2.
- [Baghaee et al., 2008] Baghaee H., Jannati M., y Vahidi B. (2008). Improvement of voltage stability and reduce power system losses by optimal ga-based allocation of multi-type facts devices. *OPTIM*, páginas 209–214.
- [Brown y Tinney, 1957] Brown R.J. y Tinney W.F. (1957). Digital solutions for large power networks. *AIEE Trans. (Power App. Syst.)*, 76:347–355.
- [Chureemart y Churueang, 2008] Chureemart J. y Churueang P. (2008). Sensitivity analysis and its applications in power system improvements. *ECTI-CON*, 2:945–948.
- [Elgerd, 1982] Elgerd O. (1982). *Electric Energy System Theory: An Introduction*. McGRAW-HILL.
- [Exposito et al., 2002] Exposito A., Abur A., L. Alvarado F., Alvarez Bel C., Cañizares C., Cidrás Pidre J., Conejo Navarro A.J., Fernández Otero A., Galiana García F., García Mayordomo J., Martínez Ramos J.L., Martínez Velasco J.A., Miñambres Argüelles J.F., Pérez Arriaga J.I., H. Quintana V., Rivier Abbad M., Rouco Rodríguez L., y Usaola García J. (2002). *Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica*. McGraw-Hill, España. ISBN 94-481-3592-X.
- [Finney, 1999] Finney T.G.B. (1999). *Cálculo, Varias Variables*. Adisson Wesley Longman.

- [Frank, 1978] Frank P.M. (1978). *Introduction to System Sensitivity Theory*. Academic Press.
- [Fuerte, 1997] Fuerte C.R. (1997). *Steady State Modelling and Analysis of Flexible AC Transmission Systems*. Department of Electronics and Electrical Engineering, University of Glasgow, Glasgow Scotland.
- [Ghahremani y Kamwa, 2013] Ghahremani E. y Kamwa I. (2013). Optimal placement of multiple-type facts devices to maximize power system loadability using a generic graphical user interface. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 28(2):764–778.
- [Gibescu y Chirstie, 1997] Gibescu M. y Chirstie R.D. (1997). Quadratic sensitivities for power system steady-state control. *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, 144(3):317–322.
- [Glimn y Stagg, 1957] Glimn A.F. y Stagg G.W. (1957). Automatic calculation of load flows. *AIEE Trans. (Power App. Syst.)*, 76:817–828.
- [Grainger y Stevenson, 1996] Grainger J.J. y Stevenson W.D. (1996). *Análisis de Sistemas de Potencia*. McGraw-Hill. ISBN 0-07-061293-5.
- [Hornbeck, 1975] Hornbeck P.D.R.W. (1975). *Numerical Methods*. QUANTUM PUBLISHERS, 275 Park Avenue South, New York, N. Y. 10010 USA.
- [Jiekang et al., 2009] Jiekang W., Junfeng H., y Cheng J. (2009). Research on tie-line power adjustment of interconnected power system based on sensitivity analysis and neural network. *ICIS*, 2:40–44.
- [Kuhn y Tucker, 1962] Kuhn H.W. y Tucker A.W. (1962). Nonlinear programming. *Proc. 2nd Berkeley Symp. Math. Stat. and Prob.*
- [Murray, 1985] Murray S. (1985). *Análisis Vectorial y una Introducción al Análisis Tensorial*. McGraw-Hill, Calle 13 No. 944 Col. Urbana Delegacion Iztapalapa 09310 México, D.F. ISBN 968-451-068-3.
- [Peschon et al., 1968] Peschon J., Piercy D.S., Tinney W.F., y Tveit O.J. (1968). Sensitivity in power systems. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, PAS-87(8):1687–1696.
- [Ptererson y Meyer, 1974] Ptererson N.M. y Meyer W.S. (1974). Automatic adjustment of transformer and phase shifter taps in the newton power flow. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, PAS-90(1):103–108.

- [Rogers, 2009] Rogers K.M. (2009). *Power System Control with Distributed Flexible AC Transmission System Devices*. Electrical and Computer Engineering in the Graduate College of the University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana Illinois.
- [Rubio, 2004] Rubio G.O. (2004). *Cálculo de Sensibilidades en Sistemas Eléctricos con Dispositivos Sifletca*. Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Instituto Tecnológico de Morelia, Michoacán Mexico.
- [Ruíz et al., 2012] Ruíz P.A., Foster J.M., Rudkevich A., y Caramanis M.C. (2012). Tractable transmission topology control using sensitivity analysis. *IEEE TRANSACTION ON POWER SYSTEMS*, 27:1550–1559.
- [Singh y David, 2000] Singh S.N. y David A.K. (2000). Congestion management by optimising facts device location. *Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies*, páginas 23–28.
- [Stott, 1974] Stott B. (1974). Review of load-flow calculation methods. *IEEE Proceedings*, 62:916–929.
- [Stott y Alsac, 1978] Stott B. y Alsac O. (1978). Fast decoupled load flow. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, PAS-93:859–862.
- [Tinney y Hart, 1967] Tinney W.F. y Hart C.E. (1967). Power flow solution by newton’s method. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, PAS-86(11):1449–1460.
- [VanNess, 1959] VanNess J.E. (1959). Iteration methods for digital load flow studies. *AIEE Trans. (Power App. Syst.)*, 78:538–588.
- [VanNess y Griffin, 1961] VanNess J.E. y Griffin J.H. (1961). Elimination methods for loadflow studies. *AIEE Trans. (Power App. Syst.)*, 80.
- [Ward y Hale, 1956] Ward J.B. y Hale H.W. (1956). Digital computer solution of power flow problems. *AIEE Trans. (Power App. Syst.)*, 75:398–404.
- [Wollenberg y Wood, 1996] Wollenberg B. y Wood A. (1996). *Power Generation, Operation, and Control*. John Wiley & Sons, USA. ISBN 0-471-58699-4.