



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**“DISEÑO DE OBSERVADORES DIFUSOS
Y CON MODOS DESLIZANTES EN TIEMPO
REAL PARA EL DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN
SISTEMAS NO LINEALES”
TESIS**

Que para obtener el grado de:
MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

Presenta

Juan Martin Orozco Sixtos

Director de Tesis

Dr. Juan Anzures Marin

MORELIA, MICHOACÁN

Agosto de 2015



Agradecimientos

Señor, una vez más tengo la oportunidad de agradecer todo lo que has hecho por mí, por todo lo que me has dado, mi familia: Mi padre Sr. Armando Orozco López, Mi madre Sra. María Concepción Sixtos Ramírez, mis hermanos y hermanas: Adrian, María Lorena, Felipe de Jesús, Armando Elías, José Diego, María Trinidad, Victos Isaac, María Adriana, y Gerónimo†, a quienes llevo presentes en todo momento en mi mente y en mi corazón.

Por aquellas personas que forman parte de mi vida: Adán Fernando, Adriana Corro, José Luis C, Selene V, Salvador Guzmán, José Martin, Héctor M, Lorena P., Salvador Gómez, Luisa, mis amigos de la carrera, Paulina O., América, Mario H., Reynaldo S., David C., Jaime, Fernando, Iván, Jessica, Paulina, Adán, Laura.

Por los profesores y amigos de quienes he tenido la oportunidad de seguir aprendiendo Dr. Juan Anzures Marin, Dr. Roberto Tapia Sánchez, Dr. Fernando Ornelaz Téllez, Dr. Antonio Ramos Paz, Dra. Adriana Téllez Anguiano.

También de una forma particular quiero agradecer a CONACYT por la beca otorgada durante el periodo en el que trabaje en este proyecto, igualmente a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por las facilidades prestadas para el desarrollo del mismo.

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo a todas aquellas personas que siempre han creído en mí, a las personas que me rodean, a quienes me inspiran a seguir adelante, a quienes me motivan a trabajar para ver realizados mis objetivos (Familia y amigos).

También quiero dedicar este trabajo a todos mis sobrinos

Victor Adrian, Guadalupe Stephany , María Concepción, José Leonardo, Paulina Judith, Maura Liliana, Mauricio Alexis, Ruth Estefanía, José Armando, María Regina, Natalia Carolina, Edgar Isaac, Víctor Eduardo, Carol y Laura Elena, para que encuentren la inspiración de luchar por sus sueños para que los puedan llevar a la realidad.

Resumen

El desarrollo presentado en esta tesis, muestra que es necesario ofrecer sistemas de control que garanticen la seguridad del entorno; por esta razón, se plantea una solución al problema del diagnóstico de fallas en sistemas no lineales, para lo cual se hace un estudio de los métodos de generación de residuos o señales de falla, las cuales indican una operación consistente o inconsistente del sistema y que basan su principio de funcionamiento en la comparación de la información de la salida medida del sistema con la información de salida estimada de sistema a través de un observador de estados.

El estudio realizado en el presente trabajo de tesis sobre los observadores, particularmente sobre el observador de Luenberger, de Luenberger con modos deslizantes, y un tipo de observador difuso Takagi-Sugeno. Se presenta la metodología de diseño de dichos observadores. Se propone una solución al problema del Diagnóstico de Fallas basado en el análisis de los residuos mediante la comparación de un umbral propuesto, con lo cual se toma la decisión respecto a una posible falla en el Sistema. Para el diseño de los observadores se realizan estudios de estabilidad basado en Lyapunov y Desigualdades Matriciales Lineales (LMI's de sus siglas en inglés).

Se presentan resultados experimentales en tiempo real así como en simulación sobre un Sistema no lineal de dos tanques interconectados, basados en instrumentación virtual en LabVIEW[®]. Las pruebas realizadas fueron considerando un sistema con fallas, sistema libre de fallas y sistema con perturbaciones. Verificando que las técnicas aplicadas tienen resultados eficientes.

Palabras clave:

Observadores, Control, Diagnóstico, Tiempo-Real.

Abstract

In this thesis we show that it is necessary to provide control systems that guarantee the environment security; thereby, in this work a solution to the fault diagnosis problem is presented by a study of the residuals generation methods also known as fault signals, which indicate a consistent or inconsistent system operation. The operation of these methods is based on comparison of the measured system output with estimated system output through States Observer.

The design methodology of Luenberger Observer, Sliding Mode Observer, and Takagi-Sugeno Fuzzy Observer is presented. In this thesis we propose a solution to the fault diagnosis problem based on the residuals analysis by mean of comparison of a proposed threshold, then the decision regarding a possible fault is taken in the system. The Observers Design is carried out by mean of stability studies based on Lyapunov Analysis and Linear Matrix Inequalities (LMI).

Experimental results are presented in real time as well as simulation of a two tanks interconnected nonlinear system, based on Virtual Instrumentation with LabVIEW[®]. The scenes testing performed are: a system with faults, a system without faults and a system with disturbance. Verifying that the techniques applied have efficient results.

Índice general

Agradecimientos	III
Dedicatoria	V
Resumen	VII
Abstract	IX
Lista de simbolos	XVII
1. Introducción	1
1.1. Diagnóstico de Fallas	2
1.1.1. Conceptos Básicos	2
1.2. Estado del Arte	5
1.3. Planteamiento del problema	6
1.4. Objetivo General	6
1.4.1. Objetivos Particulares	7
1.5. Hipótesis	7
1.6. Justificación	7
1.7. Metodología	8
1.8. Descripción de Capítulos	8
1.9. Publicaciones	9
2. Antecedentes	11

2.1.	Aproximación lineal de modelos de sistemas no lineales	11
2.2.	Controlador con seguidor	14
2.3.	Observador de Luenberger	17
2.4.	Observador de Luenberger con modo deslizantes	19
2.5.	Modelo Difuso Takagi-Sugeno (T-S)	20
2.6.	Controlador Difuso T-S	22
2.7.	Observador Difuso Takagi-Sugeno	27
3.	Descripción del Sistema de Nivel de Líquido	29
3.1.	Modelado del sistema de Nivel de Líquido	31
3.2.	Cálculo de parámetros	33
3.3.	Puntos de operación	35
4.	Diseño de Compensadores para el Diagnóstico	39
4.1.	Observador de Luenberger	39
4.1.1.	Punto de operación x_{o1}	39
4.1.2.	Punto de operación x_{o2}	41
4.2.	Observador de Luenberger con modos deslizante	42
4.3.	Observador Difuso Takagi- Sugeno	43
5.	Diagnóstico de fallas	47
5.1.	Observador Luenberger	47
5.2.	Observador Luenberger con modos deslizantes	51
5.3.	Observador Difuso T-S	56
6.	Conclusiones	65
6.1.	Trabajo Futuro	66
A.	Definiciones	67

Índice de figuras

1.1. Sistema de generación de residuos	4
1.2. Estructura del diagnóstico de fallas basado en el modelo	5
2.1. Sistema de seguimiento tipo 1	15
3.1. Sistema de Nivel de Líquido de dos tanques	30
3.2. Diagrama del sistema de nivel de líquido	31
3.3. Pruebas realizadas con entrada constante de 3.5 volts para la válvula 1.	34
3.4. Pruebas realizadas con entrada constante de 3.8 volts para la válvula 2.	34
3.5. Pruebas realizadas con entrada constante de 7.6 volts para la Válvula 1.	35
3.6. Pruebas realizadas con entrada constante de 9.6 volts para la Válvula 2.	36
3.7. Relación de apertura de la válvula 1 con respecto al voltaje	36
3.8. Relación de apertura de la válvula 2 con respecto al voltaje	37
3.9. Respuesta en lazo abierto del modelo real y aproximado para el Punto de operación 1	38
3.10. Respuesta en lazo abierto del modelo real y aproximado para el Punto de operación 2.	38
4.1. Respuesta del compensador Luenberger	41
4.2. Respuesta del sistema en lazo abierto para el punto de operación(6.8 y 12.5 cm)	42
4.3. Respuesta de la planta y del observador en tiempo real	43
4.4. Respuesta del compensador en tiempo real comparada con la respuesta de simulación	43

4.5. Función de membresía para sistema difuso.	44
5.1. Respuesta del compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1 . .	48
5.2. Respuesta del compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1 (acercamiento)	48
5.3. Error del sistema compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1	48
5.4. Error del sistema compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1 (acercamiento)	49
5.5. Panel frontal de usuario LabVIEW	50
5.6. Respuesta del compensado de Luenberger con perturbación en tanque 2 . . .	50
5.7. Respuesta del compensador de Luenberger con perturbación en tanque 2 (acercamiento)	51
5.8. Error del sistema compensador Luenberger con perturbación en tanque 2 . .	51
5.9. Error del sistema compensador de Luenberger con perturbación en tanque 2 (acercamiento)	52
5.10. Respuesta del compensador de Luenberger con falla simultánea	52
5.11. Respuesta del compensador de Luenberger con falla simultánea (acercamiento)	52
5.12. Error del sistema compensador de Luenberger con falla simultánea	53
5.13. Error del sistema compensador de Luenberger con falla simultánea (acercamiento)	53
5.14. Panel frontal del programa (indican que ocurrieron fallas en los sensores) . .	54
5.15. Gráfica obtenida en LabVIEW [®] para el Observador Luenberger	54
5.16. Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 1	55
5.17. Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 1 (acercamiento)	56
5.18. Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 1	56
5.19. Panel frontal del programa (indicador de falla activado en el tanque 1) . . .	57
5.20. Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2	58

5.21. Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2 (acercamiento)	58
5.22. Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2	59
5.23. Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2 (acercamiento)	59
5.24. Respuesta del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas	59
5.25. Respuesta del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas (acercamiento)	60
5.26. Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas	60
5.27. Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas (acercamiento)	60
5.28. Panel frontal del programa indicando la presencia de fallas en ambos sensores.	61
5.29. Gráfica obtenida en LabVIEW [®] con el Observador Luenberger Deslizante . . .	61
5.30. Respuesta del sistema y su observador difuso T-S en tiempo real	62
5.31. Respuesta de simulación para el compensador T-S con cambio de referencia.	62
5.32. Respuesta de la función de membresía	63
5.33. Función de membresía, para la simulación del sistema.	63
5.34. Respuesta del sistema Difuso T-S para un tanque con cambios de referencia .	64

Lista de simbolos

$y(t)$	Salida del sistema $\in \mathbb{R}^m$
$\hat{y}(t)$	Salida del sistema observado $\in \mathbb{R}^m$
$r(t)$	Residuo $\in \mathbb{R}^m$
LMI	Linear Matrix Inequalities
$x(t)$	Vector de estado de la planta $\in \mathbb{R}^n$
$u(t)$	Señal de control $\in \mathbb{R}^p$
$r_{ref}(t)$	Señal de entrada de referencia constante
A	Matriz de estados de coeficientes constantes de $\in \mathbb{R}^{n \times n}$
B	Matriz de entradas de coeficientes constantes de $\in \mathbb{R}^{n \times p}$
C	Matriz de salidas de coeficientes constantes de $\in \mathbb{R}^{m \times n}$
K	Matriz de ganancias de retroalimentación
k_1	Matriz de ganancias del seguidor
$e(t)$	Error del sistema
O	Matriz de observabilidad
\bar{H}_i	Altura del líquido en el i -ésimo tanque en estado estable.(m)
h_i	Altura del líquido en el i -ésimo tanque . m .
\bar{Q}_i	Caudal de entrada del líquido en estado estable en el Tanque 1
R	Factor de apertura en las válvulas, $\left(\frac{m^{2.5}}{seg}\right)$
q_i	Caudal de entrada en Tanque 1 $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$
q_2	Caudal de entrada en el Tanque 2 $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$
q_o	Caudal de salida del Tanque 2 $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$
C	Área transversal de los tanques (m^2)

\mathbf{K}_e	<i>Ganancia del observador</i>
$G_p(s)$	<i>Función de transferencia</i>
$\varphi(t)$	<i>Vector discontinuo $\in \mathbb{R}^n$</i>
SCEV	<i>Sistemas de Control de Estructura Variable</i>
M_0	<i>Constante positiva</i>
$\mathbf{P}(t)$	<i>Matriz simétrica positiva</i>
$z_i(t)$	<i>Variables premisa medibles</i>
$v(x(t))$	<i>Función cuadrática de Lyapunov</i>
PDC	<i>Compensador Distribuido en Paralelo</i>
T-S	<i>Takagi - Sugeno</i>
SNL	<i>Sistema No Lineal</i>
MIMO	<i>Múltiples entradas, múltiples salidas</i>
R_i	<i>Factor de apertura de la i-ésima válvula.</i>
v_i	<i>Voltaje de entrada a la i-ésima válvula.</i>
T_i	<i>Constante de tiempo en la i-ésima válvula</i>
l_{ei}	<i>Constante de proporcionalidad de la i-ésima válvula.</i>
$Jc1$	<i>Ubicación de los polos para el controlador</i>
$Jo1$	<i>Ubicación de los polos para el observador</i>

Capítulo 1

Introducción

Una de las principales preocupaciones del ser humano ha sido mejorar las condiciones de seguridad de su propio entorno. Inicialmente el único camino para aprender sobre el entorno, había sido mediante los sensores biológicos, los cuales permiten observar los cambios en la forma o color, escuchando los sonidos inusuales en la fuerza o lanzamiento, tocando o sintiendo el calor o vibraciones, etc. Posteriormente, se introdujeron dispositivos de medición, los cuales proporcionan información importante y más precisa de las variables físicas. Sin embargo, estos dispositivos (sensores) son propensos a tener un mal funcionamiento, originando falsas alarmas en el mejor de los casos. El potencial del diagnóstico de fallas en los sensores se vuelve crítico cuando estos son aplicados en control automático de maquinaria, donde los efectos por malfuncionamiento pueden ser más directos y catastróficos [1].

El uso de las computadoras permite la integración de información original desde diversas fuentes abriendo la posibilidad de localizar las fallas de un componente, incluso en un sistema complejo de sensores en tiempo real.

Actualmente los sistemas son cada vez más complejos, por esta razón el buen funcionamiento de éstos toma una mayor importancia, como por ejemplo: los sistemas de manufactura, los cuales se conforman por diferentes máquinas, robots y los sistemas de transportación cumplen sus objetivos satisfactoriamente de forma secuencial para garantizar una eficiencia y una producción de alta calidad bajo ciertos estándares.

1.1. Diagnóstico de Fallas

Los inicios de la detección de fallas basada en el modelo surgen como parte de la aplicación de la teoría de observadores usada en el área de control automático. A medida que se incrementa la complejidad en los sistemas, crece el problema de detectar una falla en los dispositivos de medición, haciendo más vulnerable a la planta, lo que puede desencadenar desastres, que pueden ser desde detener una cadena de producción, hasta las más graves como pérdidas humanas. Aunque la automatización de sistemas reduce la participación del ser humano en procesos repetitivos y ambientes inseguros, no garantiza la ausencia de fallas en los procesos.

De acuerdo a lo anterior, se puede definir a una falla como la desviación del comportamiento normal de un sistema o componente fuera de los estándares y puede ser clasificada de manera general como: aditiva o multiplicativa [2].

1.1.1. Conceptos Básicos

Sistema en Tiempo Real: Es aquel sistema digital que interactúa activamente con un entorno con dinámica conocida en relación con sus entradas, salidas y restricciones temporales.

Tiempo: significa que el correcto funcionamiento de un sistema depende no sólo del resultado lógico que devuelve la computadora, también depende del tiempo en que se produce ese resultado.

Real: Quiere decir que la reacción de un sistema a eventos externos debe ocurrir durante su evolución. Como una consecuencia, el tiempo del sistema (tiempo interno) debe ser medido usando la misma escala con que se mide el tiempo del ambiente controlado (tiempo externo).

Fallas Aditivas: Son entradas desconocidas actuando sobre la planta, normalmente cuando se presentan causan cambios en la salida de la misma, independientemente de las entradas conocidas del sistema.

Fallas Multiplicativas: Son cambios abruptos o graduales que se presentan en algunos parámetros de la planta los cuales provocan cambios en la salida de la misma que dependen también de las entradas conocidas del sistema. Tales fallas son también conocidas como degradación del sistema.

Detección: Es la indicación de que está ocurriendo algo no deseado en el sistema monitoreado.

Aislamiento: Consiste en determinar la localización de la falla, es decir, identificar cuál es el componente que está fallando.

Identificación: Es la determinación de la gravedad de la falla, es decir cuantifica la magnitud de la falla.

Los métodos de diagnóstico de fallas pueden ser clasificados en dos grandes grupos: Métodos libres del modelo y Métodos basados en modelos.

1. *Método libre de modelo.* Los métodos de detección y aislamiento de fallas que no utilizan el modelo matemático de la planta, utilizan la redundancia física a través de sensores especiales que detectan los límites mediante un análisis de la respuesta del sistema.

2. *Métodos basados en modelos.* Utiliza un modelo matemático explícito de la planta. Su descripción matemática está representada por ecuaciones diferenciales; también son conocidos como Métodos de generación residual. Estos métodos se pueden clasificar en: filtro de Kalman, Relación de paridad y estimación paramétrica, basados en observadores [1], siendo este último el caso de estudio para esta tesis.

A partir de las secuencias de entradas y salidas, obtenidas mediante actuadores y sensores, el objetivo de la detección de fallas es verificar la inconsistencia, lo cual es un indicativo de la presencia de una falla en el sistema. Una forma de verificar la consistencia entre las mediciones del sistema es generar una estimación como se ilustra en la Figura 1.1. La consistencia entre el sistema real y el modelo se evalúa a cada instante de tiempo mediante la diferencia

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (1.1)$$

donde

$y(t)$ representa la salida del sistema.

$\hat{y}(t)$ representa la salida estimada del sistema determinada por el modelo.

$r(t)$ es conocida como el residuo.

También la ecuación (1.1) se puede expresar de la siguiente manera:

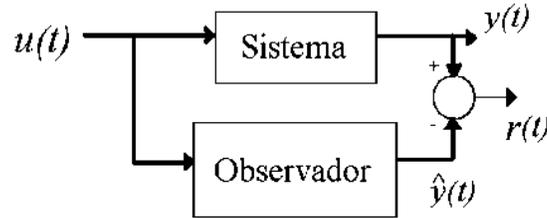


Figura 1.1: Sistema de generación de residuos

$$r(t) = |y(t) - \hat{y}(t)| \quad (1.2)$$

Idealmente en un sistema que está libre de fallas el valor de ecuación (1.2) tenderá a cero, en caso contrario, es decir, en presencia de fallas el valor será diferente de cero, de esta forma es posible determinar si hay alguna inconsistencia entre el modelo y el sistema real.

El funcionamiento de la detección de fallas está caracterizado por los siguientes puntos de referencia:

- *Sensibilidad a la falla*: Que significa detectar fallas en pequeñas proporciones.
- *Velocidad de reacción*: Es detectar las fallas tan rápido como sea posible.
- *Robustez*: Operar en presencia de ruido, perturbaciones y errores de modelado.

Estas tres características surgen de la interacción entre las fallas debidas al ruido, las fallas por perturbaciones y por error del modelo, y son afectadas por el diseño del algoritmo de detección, es por esta razón que es importante establecer un umbral que permita considerar lo anterior, entiéndase como *umbral* a la cantidad mínima de señal que ha de estar presente para ser registrada por un sistema. El diagrama mostrado en la Figura (1.2) presenta la estructura del diagnóstico de fallas a partir de la comparación de una salida real y una estimada con lo que permite la generación del residuo, el cual es evaluado mediante un umbral para la toma de decisión, generando una información de falla que a su vez nos permite realizar el Diagnóstico.

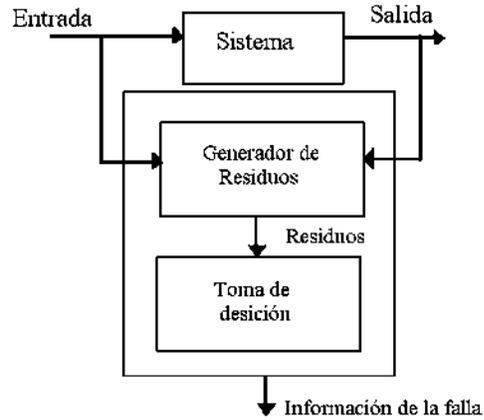


Figura 1.2: Estructura del diagnóstico de fallas basado en el modelo

1.2. Estado del Arte

En la década de los 60's en el área de los sistemas difusos el matemático Zadeh [3], propuso por primera vez el uso de la lógica difusa para resolver problemas de diversas áreas. Por otro lado Barbashin [4], comenzó a tratar el tema acerca del sistema de estructura variable. Estas ideas no florecieron ya que inicialmente no se encontraron aplicaciones prácticas.

En 1976 Itkis escribió el primer libro de modos deslizantes [5], posteriormente en 1977 Utkin publicó el artículo "Variable structure with sliding modes" [6]. En 1975 Clark aplicó el observador de Luenberger para la detección de fallas [7]. En 1978 Himmelblau publicó el primer libro acerca de la detección de fallas, basado en un modelo enfocado a procesos químicos [8].

En la década de los 80's en 1985 Takagi [9] y 1988 Sugeno, comenzaron a tratar sistemas no lineales, como conjuntos de sistemas lineales [10]. En 1981 Utkin [11] y en 1987 Walcott [12] proponen observadores con modos deslizantes. Al mismo tiempo en 1987 Frank publicó un artículo en el cual trató diferentes esquemas de detección de fallas usando observadores lineales y no lineales[13].

En la década de los 90's comenzó el desarrollo de diferentes técnicas para los sistemas de control difusos, Tanaka en el 90-97 [14, 15, 16], Teixeira en el 99 [17], al igual que Fayaz

haciendo usos de las LMI's (Linear Matrix Inequalities) para el diseño de observadores y controladores [18]. En el periodo comprendido entre 1992 a 1999 Utkin y Spurgeon en 1998 desarrollaron métodos para el diseño de sistemas de control y observadores. Entre 1994 y 1998 se mejoraron los algoritmos para la detección de fallas por Chen [19].

En el año 2000, Patton [20] publicó un libro acerca de los problemas que hay para realizar el diagnóstico de fallas. 2001, Tanaka [21] publicó un artículo acerca de cómo realizar el diseño de controladores y observadores difusos usando LMI's. En 2006, Anzurez planteó el uso de observadores dedicados para el diagnóstico de fallas así como el uso de observadores con modos deslizantes [22, 23]. En 2010, Boattour publicó la formulación de la detección de fallas mediante el diseño de observadores robustos [26].

En los últimos años se han incrementado el número de trabajos sobre el diseño de observadores con su aplicación en el control y diagnóstico de fallas, por ejemplo en el año 2012 Hao Jin-Feng publicó su trabajo en el desarrollo de observadores robustos deslizantes para sistemas no lineales con entradas y fallas desconocidas [28]. En 2014 Bregon presenta un trabajo sobre observadores de estado en tiempo real para la detección de fallas en sistemas continuos no lineales [29]. En el año 2015 Ferreira se presenta el diseño de un observador deslizante de grado completo para el diagnóstico de fallas en sensores en una aeronave [27].

1.3. Planteamiento del problema

Debido a la necesidad de alcanzar los requerimientos cada vez más restrictivos de los sistemas de control que aumentan su complejidad al contar con múltiples entradas y salidas, mismas que se relacionan entre sí en una forma complicada, es importante no sólo controlar sino detectar alguna falla en el sistema y así evitar cualquier tipo de desastre.

1.4. Objetivo General

Aplicar en tiempo real el diseño observadores difusos, para el control y diagnóstico de fallas en un sistema de nivel de líquido linealizado.

1.4.1. Objetivos Particulares

Obtener los parámetros del sistema en varios puntos de operación.

Aplicar el diseño de los observadores difusos de estado y el control por retroalimentación de estados estimados al modelo aproximado del Sistema no lineal

Implementar la combinación de un observador con modos deslizantes con un observador difuso, para aumentar el rango de control del sistema.

Implementar la metodología al diagnóstico de fallas en sensores basado en observadores con modos deslizantes.

Utilizar el prototipo de un Sistema de Nivel de Líquido del Laboratorio de Instrumentación y Modelado del Posgrado de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Ofrecer de manera didáctica una variedad de observadores de estados para su análisis y evaluar así sus desempeño en el diagnóstico de fallas.

1.5. Hipótesis

Es posible realizar el diagnóstico de fallas en tiempo real en un Sistema No Lineal, a través de la aplicación de diferentes esquemas de observadores de estados difusos y con modos deslizantes.

1.6. Justificación

Uno de los principales retos en la actualidad es trabajar con sistemas no lineales, con múltiples entradas y/o salidas, variantes o invariantes en el tiempo. Este trabajo se enfoca en el análisis de un sistema de nivel de líquido no lineal llevado a su representación en espacio de estados, obteniendo una aproximación lineal del modelo y usar técnicas de teoría de control enfocados a resolver el problema del diagnóstico de fallas, con lo que se pretende comprobar la robustez de los observadores difusos con modos deslizantes en tiempo real.

Es importante mencionar que la aplicación de un observador difuso permite tratar a un

sistema no lineal como un conjunto de sistemas lineales interconectados; por otra parte las propiedades de los observadores con modos deslizantes ofrecen mayor robustez al sistema.

1.7. Metodología

A continuación se describen el procedimiento realizado para el desarrollo del presente trabajo de tesis:

1. Revisión de la literatura relacionada con el problema sujeto a estudio: en esta etapa se realiza la revisión de los diferentes técnicas desarrolladas, en los últimos años, sobre el Diagnóstico de Fallas basadas en el Modelo, particularmente las que emplean el diseño de observadores.
2. Planteamiento matemático del problema: en esta etapa se establecen el modelo matemático que describe la dinámica del Sistema No Lineal del caso de estudio.
3. Establecer una propuesta para la solución del problema: en esta fase se proponen los observadores que serán utilizados.
4. Desarrollo de la propuesta: se realiza el diseño y las simulaciones de los observadores de estado para el diagnóstico de fallas.
5. La implementación de los observadores: llevar el desarrollo de los diferentes esquemas de observadores a un sistema físico no lineal (Sistema de Nivel de Líquido de Dos Tanques).
6. Discusión de los resultados: se analizan los resultados que se obtuvieron, haciendo una comparación entre los resultados prácticos y los obtenidos en simulación.

1.8. Descripción de Capítulos

En el Capítulo 2, se describen los fundamentos teóricos sobre los que se basa este trabajo de tesis, partiendo con la linealización de modelos matemáticos a través de puntos de operación, posteriormente se describe el tipo de controlador que será implementado, así como los observadores de Luenberger, Luenberger con modos deslizantes, de igual forma el control y observador Difuso Takagi-Sugeno.

En el Capítulo 3 se describe el sistema o caso de estudio, su modelo matemático, así como los estados considerados para diseño. Asimismo se describen los experimentos desarrollados para el cálculo de los parámetros del sistema en dos puntos de operación del mismo.

En el Capítulo 4 se muestran los resultados de los cálculos para los compensadores descritos en el Capítulo 2, en donde se hace una comparación entre las respuestas reales con las respuestas obtenidas en simulación esto para los dos puntos de operación para el caso del observador de Luenberger, de igual forma las ganancias obtenidas para el observador difuso.

En el Capítulo 5 se describen las pruebas realizadas con los observadores presentados, se discuten las respuestas en presencia de fallas en cada uno de los tanques y cuando ocurren fallas de manera simultánea, mostrando los resultados que fueron obtenidos de manera experimental en comparación los resultados en simulación.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo en base a los resultados obtenidos tanto en tiempo real como en simulación.

1.9. Publicaciones

Como parte de los resultados de este trabajo de tesis, se presentan dos artículos:

Publicado:

1.- *Implementación física de un compensador para un sistema de nivel de líquido linealizado"*

RVP-AI/2014 – AI-12 PONENCIA RECOMENDADA POR EL CAPITULO DE APLICACIONES INDUSTRIALES DEL CAPITULO DE POTENCIA DEL IEEE SECCION MEXICO Y PRESENTADA EN LA REUNION INTERNACIONAL DE VERANO, RVP-AI/2014, ACAPULCO GRO., DEL 20 AL 26 DE JULIO DEL 2014.

En revisión:

2.- *On Sensor Fault Diagnosis Problem: Compensator Design to onLinear System in Real Time"*

XVII Reunión de Otoño de Potencia, Electrónica y Computación (ROPEC). 2015.

Capítulo 2

Antecedentes

En esta sección se dan a conocer los fundamentos teóricos de esta investigación, como lo son la técnica de linealización, el diseño del controlador con seguidor tipo 1, así como el diseño de los observadores de Luenberger, de Luenberger con modos deslizantes, y el observador difuso Takagi-Sugeno.

2.1. Aproximación lineal de modelos de sistemas no lineales

El proceso de linealización de sistemas no lineales es importante, en el sentido de que permite aplicar numerosos métodos de análisis lineal que proporcionen información acerca del comportamiento de los sistemas no lineales. El procedimiento de linealización que se presenta en este trabajo se basa en la expansión de la función no lineal en series de Taylor alrededor del punto de operación y la retención sólo del término lineal. Se considera que las variables sólo se desvían ligeramente del punto de operación los términos de orden superior de la expansión en series de Taylor, estos términos no considerados deben ser suficientemente pequeños; es decir, las variables sólo se desvían ligeramente de la condición de operación.

A fin de obtener un modelo matemático lineal para un sistema no lineal, se supone que las variables sólo se desvían ligeramente de alguna condición de operación. Considere un sistema cuya entrada es $x(t)$ y cuya salida es $y(t)$. La relación entre $y(t)$ y $x(t)$ se obtiene

mediante

$$y(t) = f(x(t)) \quad (2.1)$$

Si la condición de operación normal corresponde a $\bar{x}(t)$, $\bar{y}(t)$ la ecuación (2.1) se expande en series de Taylor alrededor de este punto, del modo siguiente

$$y(t) = f(x(t)) \quad (2.2)$$

$$y(t) = f(\bar{x}(t)) + \frac{df}{dx}(x(t) - \bar{x}(t)) + \frac{1}{2!} \frac{d^2f}{dx^2}(x(t) - \bar{x}(t))^2 + \dots$$

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(\bar{x}(t))}{n!} (x(t) - \bar{x}(t))^n \quad (2.3)$$

en donde las derivadas $\frac{df}{dx}, \frac{d^2f}{dx^2}, \dots$ se evalúan en $x(t) = \bar{x}(t)$. Si la variación $x(t) - \bar{x}(t)$ es pequeña, es posible no considerar los términos de orden superior en $x(t) - \bar{x}(t)$. A continuación, la ecuación (2.3) se escribe como

$$y(t) = \bar{y}(t) + \lambda(x(t) - \bar{x}(t)) \quad (2.4)$$

en donde

$$y(t) = f(x(t)) \quad (2.5)$$

$$\lambda = \left. \frac{df}{dx} \right|_{(x=\bar{x})} \quad (2.6)$$

La ecuación (2.4) puede reescribirse como

$$y - \bar{y} = \lambda(x - \bar{x}) \quad (2.7)$$

lo cual indica que $y(t) - \bar{y}(t)$ es proporcional a $x(t) - \bar{x}(t)$. La ecuación (2.7) da un modelo matemático lineal para el sistema no lineal obtenido mediante la ecuación (2.1) cerca del punto de operación $x(t) = \bar{x}(t)$, $y(t) = \bar{y}(t)$.

A continuación, considere un sistema no lineal cuya salida $y(t)$ es una función de dos entradas $x_1(t)$ y $x_2(t)$ de modo que

$$y(t) = f(x_1(t), x_2(t)) \quad (2.8)$$

Para obtener una aproximación lineal de este sistema no lineal, es posible expandir la ecuación (2.8) en series de Taylor alrededor del punto de operación normal \bar{x}_1, \bar{x}_2 , de la siguiente manera

$$\begin{aligned} y(t) = & f(\bar{x}_1(t), \bar{x}_2(t)) + \left[\frac{df}{dx_1} (x_1(t) - \bar{x}_1(t)) + \frac{df}{dx_2} (x_2(t) - \bar{x}_2(t)) \right] + \\ & + \left[\frac{1}{2!} \frac{d^2 f}{dx_1^2} (x_1(t) - \bar{x}_1(t))^2 \right. \\ & \left. + 2 \frac{d^2 f}{dx_1 dx_2} (x_1(t) - \bar{x}_1(t)) (x_2(t) - \bar{x}_2(t)) + \frac{d^2 f}{dx_2^2} (x_2(t) - \bar{x}_2(t))^2 \right] + \dots \end{aligned} \quad (2.9a)$$

La técnica de linealización presentada aquí es válida alrededor del punto de operación. Sin embargo, si las condiciones de operación varían ampliamente, tales ecuaciones linealizadas no son adecuadas y deben manejarse ecuaciones no lineales. Es importante recordar que un modelo matemático determinado, que se use en el análisis y el diseño, puede representar con precisión la dinámica de un sistema real para ciertas condiciones de operación, pero puede no ser preciso para otras. De tal modo sea el sistema invariante en el tiempo lineal

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (2.10)$$

tiene un punto de equilibrio en el origen. El punto equilibrio está aislado si, y sólo si el $\det(A) \neq 0$. Si $\det(A) = 0$ la matriz A tiene un espacio nulo no trivial. Todo punto en el espacio nulo de A es un punto de equilibrio para el sistema (2.10). De tal modo que un sistema lineal no puede tener múltiples puntos de equilibrio aislados.

El siguiente teorema enuncia las condiciones bajo las que se pueden obtener resultados sobre la estabilidad del origen como un punto de equilibrio de un sistema no lineal, conociendo su estabilidad como un punto de equilibrio para un sistema lineal [30].

Teorema 1 *Siendo $x = 0$ un punto de equilibrio de un sistema no lineal*

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (2.11)$$

donde $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es continuamente diferenciable y D es una zona del origen, siendo

$$A = \left. \frac{\partial f(x(t))}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (2.12)$$

entonces

1. El origen es asintóticamente estable si $\text{Re}\lambda_i < 0$ para todos los valores propios de A .
2. El origen es inestable si $\text{Re}\lambda_i > 0$ para uno o más valores propios de A . (Ver demostración en [30])

2.2. Controlador con seguidor

El diseño de un sistema de seguimiento de tipo 1 se desarrolla cuando la planta no tiene integrador, un sistema de estas condiciones es conocido como una planta de tipo 0, el principio básico del diseño de un sistema de seguimiento de tipo 1 es insertar un integrador en la trayectoria directa entre el comparador de error y la planta, como se aprecia en la Figura 2.1 se puede observar en el diagrama de bloques que es una forma básica del sistema de seguimiento de tipo 1 en donde la planta no tiene integrador. A partir del diagrama se obtiene

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2.13)$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t) \quad (2.14)$$

$$u(t) = -\mathbf{K}x(t) + k_1\xi(t) \quad (2.15)$$

$$\dot{\xi}(t) = r_{ref}(t) - y(t) = r_{ref}(t) - \mathbf{C}x(t) \quad (2.16)$$

donde

$x(t)$ = vector de estado de la planta $\in \mathbb{R}^n$.

$u(t)$ = señal de control $\in \mathbb{R}^p$.

$y(t)$ = señal de salida $\in \mathbb{R}^m$.

$\xi(t)$ = salida del integrador $\in \mathbb{R}^m$.

$r_{ref}(t)$ = señal de entrada de referencia constante.

\mathbf{K} = matriz de ganancias de retroalimentación.

k_1 = matriz de ganancias del seguidor.

\mathbf{A} = matriz de estados de coeficientes constantes de $\in \mathbb{R}^{n \times n}$.

\mathbf{B} = matriz de entradas de coeficientes constantes de $\in \mathbb{R}^{n \times p}$.

\mathbf{C} = matriz de salidas de coeficientes constantes de $\in \mathbb{R}^{m \times n}$.

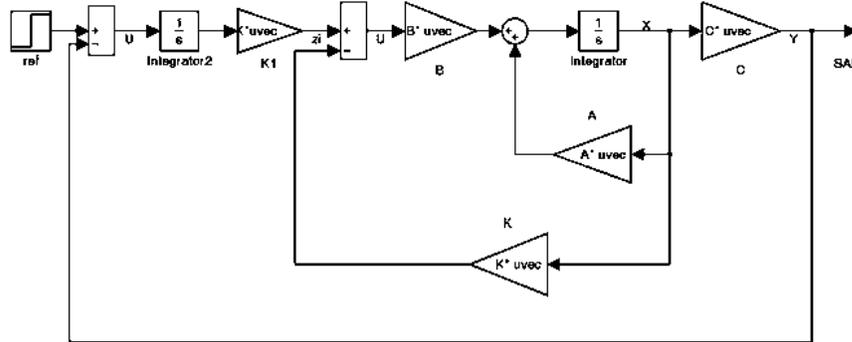


Figura 2.1: Sistema de seguimiento tipo 1

Suponemos que la planta (2.13) -(2.14) es completamente controlable. Aplicando transformada de Laplace a (2.13) y (2.16), la función de transferencia de la planta se obtiene mediante

$$G_p(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (2.17)$$

Para evitar la posibilidad de que el integrador insertado se cancele por un cero de la planta en el origen, suponemos que $G_p(s)$ no tiene un cero en el origen.

Suponga que la entrada de referencia (función escalón) se aplica en $t = 0$. En este caso, para $t > 0$, la dinámica del sistema se describe mediante el siguiente sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (2.18)$$

Se diseñará un sistema asintóticamente estable, tal que $x(\infty)$, $\xi(\infty)$ y $u(t)$ tiendan a valores constantes, respectivamente. Así, en un estado estable $\xi(\infty) = 0$ y se obtendrá $y(\infty) = r$.

Por lo tanto en estado estable, se tendrá que

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \quad (2.19)$$

Considerando que $r(t)$ es una entrada tipo escalón, se tiene que $r(\infty) = r(t)$, (constante para $t > 0$). Restando la ecuación (2.19) de la ecuación (2.18), se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) - \dot{x}(\infty) \\ \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) - x(\infty) \\ \xi(t) - \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [u(t) - u(\infty)] \quad (2.20)$$

definiendo

$$x_e(t) = x(t) - x(\infty) \quad (2.21)$$

$$\xi_e(t) = \xi(t) - \xi(\infty) \quad (2.22)$$

$$u_e(t) = u(t) - u(\infty) \quad (2.23)$$

entonces la ecuación (2.20) se escribe como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{\xi}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_e(t) \quad (2.24)$$

con una ley de control de retroalimentación

$$u_e(t) = -Kx_e(t) + k_1\xi_e(t) \quad (2.25)$$

definiendo un nuevo vector de error $e(t)$

$$e(t) = \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

así, la ecuación(2.24) se vuelve

$$\dot{e}(t) = \bar{A}e(t) + \bar{B}u_e(t) \quad (2.27)$$

en donde

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

y la ecuación(2.25) queda representada de la siguiente manera

$$u_e(t) = -\bar{\mathbf{K}}e(t) \quad (2.29)$$

donde

$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -k_1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

es necesario señalar que para el cálculo de dicho vector de ganancias pueden ser aplicadas técnicas como la asignación de polos, mediante la fórmula de Ackermann o mediante LMI.

2.3. Observador de Luenberger

Si por alguna razón los estados del sistema no son accesibles, es necesario realizar una estimación de dichos estados. A esto se le conoce como estimación de estado. Un observador de estado estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control [34].

Aquí el concepto de observabilidad tiene una función importante debido a que se debe satisfacer esta condición para poder diseñar dicho observador [33].

Teorema 2 *Dado el sistema descrito por la ecuación (2.13) -(2.14) se dice que es observable si y sólo si*

$$\text{rango}(\mathbf{O}) = n \quad (2.31)$$

donde \mathbf{O} es conocida como la matriz de observabilidad y n representa la dimensión u orden del sistema, y está definida por el par (\mathbf{A}, \mathbf{C}) , donde

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}' & \mathbf{A}'\mathbf{C}' & \mathbf{A}'^2\mathbf{C}' & \dots & \mathbf{A}'^{m-1}\mathbf{C}' \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

El observador de Luenberger es representado por la ecuación (2.33)

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_e(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}\tag{2.33}$$

donde $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ son los estados estimados, definiendo

$$\mathbf{e}(t) = (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))\tag{2.34}$$

la dinámica del error se puede describir como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{K}_e(\mathbf{C}\mathbf{x}(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)) \\ \dot{\mathbf{e}}(t) &= \mathbf{A}(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{K}_e\mathbf{C}(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) \\ \dot{\mathbf{e}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) \\ \dot{\mathbf{e}}(t) &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})\mathbf{e}(t)\end{aligned}$$

Por otro lado la estabilidad y las características de respuesta transitoria se determinan mediante los valores característicos de la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})$. Si se elige la matriz \mathbf{K}_e en forma adecuada, la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})$ se convierte en una matriz asintóticamente estable y para todos los $\mathbf{e}(t) \neq 0$ es posible hacer que $\mathbf{e}(t)$ tienda a 0 conforme t tiende a infinito [35].

El diseño del observador a través de la retroalimentación de estados observados se basa en la asignación de polos haciendo uso de la fórmula de Ackerman(2.35) para encontrar la matriz de ganancias \mathbf{K}_e mediante un análisis previo de observabilidad del sistema, recordando que dicha técnica se basa en la dinámica del sistema a través de la ubicación de polos indicado mediante la ecuación (2.36)[33].

$$\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}' & \mathbf{A}'\mathbf{C}' & \mathbf{A}'^2\mathbf{C}' & \dots & \mathbf{A}'^{n-1}\mathbf{C}' \end{bmatrix}^{-1} \Phi(\mathbf{A}')\tag{2.35}$$

donde

$$\Phi(\mathbf{A}') = \alpha_0\mathbf{A}'^n + \alpha_1\mathbf{A}'^{n-1} + \dots + \alpha_n\mathbf{I} \neq 0\tag{2.36}$$

siendo α_i los coeficientes del polinomio característico deseado.

2.4. Observador de Luenberger con modo deslizantes

Los Sistemas de Control de Estructura Variable (SCEV) tienen sus orígenes en Rusia en 1960 [Emel'yanov, Barbashin]; sin embargo, fue hasta mediados de 1970 que aparece fuera de Rusia con el libro de Itkis (1976) y el artículo de Utkin (1977) publicados en inglés. A partir de aquí, los SCEV son utilizados en el diseño de reguladores robustos, esquemas adaptivos, sistemas de seguimiento, observadores de estado y esquemas de detección de fallas [36].

La idea ha sido aplicada satisfactoriamente a problemas diversos como: Control de vuelo automático, control de motores eléctricos, procesos químicos, sistemas espaciales y robots. Los SCEV, como su nombre lo indica, son una clase de sistemas donde la ley de control es cambiada deliberadamente durante el proceso de control de acuerdo a algunas reglas definidas las cuales dependen del estado del sistema.

Para precisar, sea el Observador de Luenberger de la ecuación (2.33) modificado con un término deslizante [23] representado de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}_e(y(t) - \hat{y}(t)) + \varphi(t) \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}\tag{2.37}$$

donde el término $\varphi(t) \in \mathbb{R}^n$ es un vector discontinuo de modo deslizante definido por [25]

$$\varphi(t) = M_0 \text{sign}(e(t)^T P(t))\tag{2.38}$$

de acuerdo a la definición de la función signo

$$\text{sign}(e(t)^T P(t)) = \frac{e(t)^T P(t)}{\|e(t)^T P(t)\|}\tag{2.39}$$

de (2.37) $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ son los estados estimados, definiendo el error como

$$\mathbf{e}(t) = (\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) \quad (2.40)$$

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{K}_e(\mathbf{C}\mathbf{x}(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)) + \varphi(t)$$

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{K}_e\mathbf{C}(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) + \varphi(t)$$

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)) + \varphi(t)$$

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})\mathbf{e}(t) + M_0 \text{sign}(e(t))^T P(t) \quad (2.41)$$

de tal modo para e descrito por (2.41), se cumple que $M_0 > 0$ es una constante positiva y $P > 0$ satisface la Ecuación de Lyapunov [30]. Así para una $Q > 0$ dada se debe encontrar una $P > 0$ simétrica que satisfaga

$$A^T P + P A = -Q \quad (2.42)$$

2.5. Modelo Difuso Takagi-Sugeno (T-S)

El procedimiento de diseño se basa en representar una planta no lineal por un modelo conocido como el modelo difuso propuesto en 1985 por Takagi y Sugeno. El modelo T-S completo del sistema se logra por una “combinación” difusa de los modelos lineales. Se puede observar que muchos sistemas dinámicos no lineales se pueden representar mediante modelos difusos T-S. [14]

Para precisar se considera el sistema no lineal descrito por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (2.43)$$

$$y(t) = h(x(t)) \quad (2.44)$$

donde, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el estado del sistema, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es la señal de entrada, y $y(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector medible de salidas

El modelo difuso T-S está descrito por un conjunto de reglas difusas de la forma SI-ENTONCES (IF-THEN), las cuales representan relaciones lineales entrada-salida de un sistema no lineal. La principal característica de un modelo difuso T-S es la habilidad de expresar

la dinámica local de cada implicación (regla) difusa mediante un subsistema lineal. En otras palabras, suponemos que es posible describir localmente el comportamiento entrada-salida del sistema (2.43-2.44) mediante un modelo dinámico difuso T-S descrito por las siguientes r reglas.

Planta,

$$\begin{array}{l} \text{Regla } i \quad \mathbf{SI} \quad z_1(t) \text{ } M_{1i} \dots \quad \mathbf{Y} \quad z_p(t) \text{ es } M_{ip} \\ \quad \quad \quad \mathbf{ENTONCES} \quad \sum_i : \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \end{array} \quad (2.45)$$

donde $z_1(t), \dots, z_p(t)$ son variables premisa medibles que pueden ser funciones de variables de estado o perturbaciones externas. En este caso se supone que la variable premisa no es una función de las variables de entrada $u(t)$, para evitar un proceso de defuzificación complicado en un controlador difuso ecuación (2.45), es importante tratarlo como un "subsistema" por lo que el sistema no lineal queda descrito por un conjunto de subsistemas lineales.

Nótese que las condiciones de estabilidad pueden ser aplicadas aún cuando las variables premisa [Apéndice A] son funciones de las variables de entrada $u(t)$ y cada ecuación lineal queda representada por $A_i x(t) + B_i u(t)$.

Dado el par $(x(t), u(t))$, el sistema no lineal se describe en términos de subsistemas, con lo que el sistema difuso y la salida pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z_i(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^r w_i(z_i(t))} \quad (2.46)$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z_i(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (2.47)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(z_i(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z_i(t))} \quad (2.48)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z_i(t)) C_i x(t) \quad (2.49)$$

donde h_i es el peso normalizado para cada regla calculado a partir de las funciones de membresía para z_i en M_{ij} , $h_i = h_i[z(t)] \geq 0$ y $\sum_{i=1}^r h_i[z(t)] = 1$. $z(t) = [z_1(t), \dots, z_p(t)]^T$.

$M_{ij}(z_j(t))$ es el grado de membresía de $(z_j(t))$ en M_{ij}

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^P M_{ij}(z_j(t)) \quad (2.50)$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z_i(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z_i(t))} \forall t \quad (2.51)$$

de modo que

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r w_i(z_i(t)) > 0 \\ w_i(z_i(t)) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (2.52)$$

por lo tanto

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z_i(t)) = 1 \\ h_i(z_i(t)) \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, r \end{cases} \quad (2.53)$$

2.6. Controlador Difuso T-S

En la década de los 90's, el problema de estabilidad de los sistemas de control difusos fue investigado extensamente principalmente para estabilidad de sistemas no lineales. Hoy en día, existe un gran número de trabajos sobre el análisis de estabilidad de control difuso [32].

De igual manera se puede ampliar el concepto del modelo difuso T-S para el controlador en lo que se conoce como Compensador Distribución Paralelo (PDC, por sus siglas en inglés), el cual consiste en diseñar un controlador difuso a partir de un modelo difuso Takagi-Sugeno. El diseño del controlador difuso comparte los mismos conjuntos difusos con el modelo difuso en la parte de la premisa.

Para el modelo difuso (2.45) el controlador difuso es el siguiente:

Control,

$$\begin{array}{ll} \text{Regla } i & \mathbf{SI} \quad z_1(t) \text{ es } M_{1i} \dots \quad \mathbf{Y} \quad z_p(t) \text{ es } M_{ip} \\ & \mathbf{ENTONCES} \quad u(t) = -F_i x(t) \quad i = 1, 2, \dots, r \end{array} \quad (2.54)$$

el controlador difuso completo está representado por:

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))F_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))} \quad (2.55)$$

$$u(t) = -\sum_{i=1}^r h_i(z(t))F_i x(t) \quad (2.56)$$

El diseño del controlador difuso consiste en determinar las ganancias locales de retroalimentación F_i bajo la siguiente condición de estabilidad:

Teorema 3 *El punto de equilibrio de un sistema difuso es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz común P definida positiva tal que*

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.57)$$

esto es, P existe para todos los subsistemas y es común (ver demostración en [14]).

Este teorema se reduce al teorema de estabilidad de Lyapunov para sistemas lineales cuando $r = 1$

El teorema entonces presenta una condición suficiente para la estabilidad cuadrática del sistema. Para verificar la estabilidad del sistema difuso se reduce a encontrar $P > 0$ común, el problema puede ser resuelto eficientemente mediante técnicas de optimización para una LMI conocida por su nombre en inglés *Linear Matrix Inequalities* (ver Apéndice A).[30]

Por lo tanto dada una LMI $F(x) > 0$, el problema es encontrar x^{feas} tal que $F(x^{feas}) > 0$ o determinar que la LMI no es factible (problema de factibilidad convexo). Como un ejemplo la condición de estabilidad de Lyapunov simultánea en el Teorema 2 es exactamente un problema LMI: Dado $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 1, \dots, r$ se necesita encontrar P que satisfaga la LMI:

$$P > 0, \quad (2.58)$$

$$A_i^T P + P A_i < 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.59)$$

o por el contrario determinar que no existe P .

Un análisis de estabilidad basado en LMI es desarrollado para checar si las condiciones de estabilidad son satisfechas, en caso contrario el controlador para cada regla deberá ser rediseñado. Para diseñar el controlador asintóticamente estable, se requiere que exista una matriz P común para todos los subsistemas. El problema se puede resolver usando la función cuadrática de Lyapunov, sujeta a [37]:

$$v(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (2.60)$$

Recordando; que el sistema no lineal se puede representar como un sistema difuso tipo T-S

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (2.61)$$

y de acuerdo al enfoque PDC

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) F_i x(t) \quad (2.62)$$

Sustituyendo se tiene que;

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) [A_i - B_i F_j] x(t) \quad (2.63)$$

definiendo

$$G_{ij} = A_i - B_i F_j \quad (2.64)$$

entonces

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) G_{ii} x(t) + \\ & 2 \sum_{i=1}^r \sum_{i < j}^r h_i(z(t)) h_j(z(t)) \left\{ \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right\} x(t) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Usando el teorema de estabilidad de Lyapunov.

Teorema 4 *El equilibrio de un sistema de control difuso continua descrito por (2.65) es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz P común definida positiva tal que [14]:*

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0 \quad (2.66)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0 \quad (2.67)$$

$$i < j \text{ s.t. } h_i \cap h_j \neq 0 \quad (2.68)$$

El problema del control difuso es determinar F_j 's ($j = 1, 2, \dots, r$) las cuales satisfagan la condición del teorema anterior.

Se considera el caso cuando B es común, es decir, $B_1 = B_2 = \dots = B_r$.

Corolario 5 *Se supone que $B_1 = B_2 = \dots = B_r$. El equilibrio del sistema de control difuso es globalmente asintóticamente estable si existe una matriz común P definida positiva que satisfaga el teorema anterior.*

En otras palabras, en el caso de B comunes.

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0 \Rightarrow \quad (2.69)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0 \quad (2.70)$$

Para verificar las condiciones de estabilidad necesitamos encontrar una P que satisfaga las LMI

$$P > 0 \quad (2.71)$$

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} < 0 \quad (2.72)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0 \quad (2.73)$$

$$i < j \text{ s.t. } h_i \cap h_j \neq 0 \quad (2.74)$$

o determinar que P no existe.

De las condiciones del teorema y definiendo una nueva variable $X = P^{-1}$.

$$(A_i - B_i F_i)^T P + P (A_i - B_i F_i) < 0 \quad (2.75)$$

Pre y post multiplicando por P^{-1} .

$$P^{-1} (A_i - B_i F_i)^T P P^{-1} + P^{-1} P (A_i - B_i F_i) P^{-1} < 0 \quad (2.76)$$

$$P^{-1} (A_i^T - F_i^T B_i^T) + (A_i - B_i F_i) P^{-1} < 0 \quad (2.77)$$

$$P^{-1} A_i^T - P^{-1} F_i^T B_i^T + A_i P^{-1} - B_i F_i P^{-1} < 0 \quad (2.78)$$

$$X A_i^T + A_i X - X F_i^T B_i^T - B_i F_i X < 0 \quad (2.79)$$

Sea $M_i = F_i X$ así que para $X > 0$ tenemos $F_i = M_i X^{-1}$.

y considerando la interacción con los otros subsistemas.

$$\left(\begin{array}{c} X A_i^T + A_i X - M_i^T B_i^T - B_i M_i < 0 \\ X A_i^T + A_i X + X A_j^T + A_j X - M_i^T B_j^T - B_j M_i - M_j^T B_i^T - B_i M_j \leq 0 \end{array} \right) \quad (2.80)$$

Usando estas LMI's definimos un problema de diseño del controlador difuso estable.

Ahora la idea es encontrar $X > 0$ y M_i ($i = 1, \dots, r$) satisfaciendo las LMI anteriores, donde;

$$X = P^{-1}, M_i = F_i X \quad (2.81)$$

Las condiciones anteriores (LMI)son LMI con respecto a las variables X y M_i . Podemos encontrar una matriz X definida positiva y M_i satisfaciendo las LMI's o bien determinar que no existen.

Las ganancias de retroalimentación F_i y la matriz común P puede ser obtenida como:

$$P = X^{-1}, F_i = M_i X^{-1} \quad (2.82)$$

de la solución X y M_i .

Las LMI pueden ser resueltas con herramientas matematicas tales como, el método de punto-interior.

2.7. Observador Difuso Takagi-Sugeno

Como en todo diseño de observadores, en el diseño de observadores difusos se requiere que satisfaga

$$(x(t) - \hat{x}(t)) \rightarrow 0|_{t \rightarrow \infty} \quad (2.83)$$

donde $\hat{x}(t)$ es el vector de estado estimado para un observador difuso (esto garantiza que el error de estado entre $x(t)$ y $\hat{x}(t)$ converja a cero).

De igual manera que en el diseño del controlador se puede emplear el concepto de PDC. *Observador,*

regla i : Si $z_1(t)$ es M_{i1} y y $z_p(t)$ es M_{ip}

Entonces

$$\sum_{i=1}^r : \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}_i \hat{x}(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(t) + \mathbf{K} \mathbf{e}_i (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \mathbf{C}_i \hat{x}(t), \quad i = 1, \dots, r \end{cases} \quad (2.84)$$

Conclusión de capítulo

En este Capítulo se vieron los fundamentos teóricos necesarios para realizar el análisis de los observadores de Luenberger, de Luenverger con modos deslizantes y el observador Difuso Takagi- Sugeno, de igual forma se presentó el análisis para un controlador con seguidor tipo 1, así como la descripción de la linealización para un sistema no lineal.

Capítulo 3

Descripción del Sistema de Nivel de Líquido

En algunos procesos industriales los sistemas de nivel de líquido son una parte fundamental, las variables más importantes a controlar en dichos sistemas son el nivel de líquido, temperatura, viscosidad, flujo, entre otras. Los sistemas de nivel de líquido son utilizados en diversos procesos como: embotellado, fermentación, producción de alimentos, refinado de azúcar, generación de energía eléctrica, etc.

Los sistemas de nivel de líquido presentan dinámicas que implican tiempos de retardo y no linealidades que hacen difícil la determinación de sus parámetros. La dificultad para determinar dichos parámetros se debe a que éstos incluyen subsistemas, como motores, dispositivos de electrónica de potencia, control de válvulas y otros dispositivos. A todo esto se agrega el problema de fallas que produce incertidumbres y cambios dinámicos del sistema. Por lo anterior, algunas estrategias de control tradicionales no proporcionan una estabilidad adecuada para el control de flujo o nivel de líquido, tampoco resuelven el problema de diagnóstico de fallas. Por lo que es necesario un buen desarrollo en la instrumentación y obtener un modelo aproximado del sistema, en donde a través del diseño de diversas estrategias de control, se pueda resolver el problema de incertidumbre, cambio de dinámica del sistema o parámetros, así como la estabilidad.

El Sistema No Lineal (SLN), bajo estudio en esta tesis está conformado por dos tanques

para almacenamiento de fluidos de $38.75 \times 38.75 \times 56 \text{ cm}^3$, aproximadamente 84 litros de capacidad; un depósito con una capacidad de 150 litros. El sistema se muestra en la Figura 3.1 donde el tanque 1 se alimenta con un flujo constante a través de una bomba de agua de 127 volts monofásica.



Figura 3.1: Sistema de Nivel de Líquido de dos tanques

Los tanques 1 y 2 están interconectados a través de dos electroválvulas proporcionales industriales de marca Honeywell y para determinar el nivel de líquido, se utilizan sensores ultrasónicos de la marca Banner (Q45U).

El sistema completo es MIMO, de 2 entradas y 2 salidas, las entradas corresponden a voltajes aplicados a las electroválvulas y las salidas corresponden a los niveles del líquido de cada tanque. Las electroválvulas trabajan con entradas de voltaje (señales de 2 volts a 10 volts) o con entradas de corriente (señales de 4mA a 20mA)

3.1. Modelado del sistema de Nivel de Líquido

Como ya se mencionó, el sistema se encuentra conformado por dos tanques interconectados, los cuales pueden ser estudiados de manera individual. En la Figura 3.2 se muestra un diagrama del sistema donde las variables que intervienen en dicho sistema son:

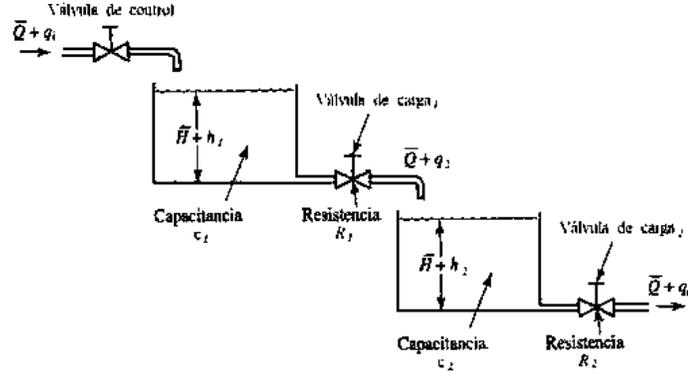


Figura 3.2: Diagrama del sistema de nivel de líquido

en donde

\bar{H}_i = Altura del líquido en el i -ésimo tanque en estado estable.(m) .

h_i = Altura del líquido en el i -ésimo tanque .m.

\bar{Q}_i = Caudal de entrada del líquido en estado estable en el Tanque 1 , $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$.

R = Factor de apertura en las válvulas, $\left(\frac{m^{2.5}}{seg}\right)$

q_1 = Caudal de entrada en Tanque 1 $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$

q_2 = Caudal de entrada en el Tanque 2 $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$.

q_0 = Caudal de salida del Tanque 2 $\left(\frac{m^3}{seg}\right)$.

C = Área transversal de los tanques (m^2) .

cuando se presenta turbulencia en el caudal la relación que existe entre esta con respecto a la altura del nivel se define como: [33]

$$q = R\sqrt{h} \quad (3.1)$$

Para obtener la dinámica del nivel en ambos tanques es necesario hacer un balance entre los caudales entrada y salida esto para el tanque 1, por lo tanto

$$q_i - q_2 = C \frac{dh_1}{dt} \quad (3.2)$$

sustituyendo (3.1) en la expresión(3.2)

$$q_i - R_1 \sqrt{h_1} = C \frac{dh_1}{dt} \quad (3.3)$$

quedando representada la dinámica de la altura en el Tanque 1 a continuación:

$$\dot{h}_1 = \frac{q_i - R_1 \sqrt{h_1}}{C} \quad (3.4)$$

de igual manera se hace un balance entre los caudales de entrada y salida en el tanque 2

$$q_2 - q_o = C \frac{dh_2}{dt} \quad (3.5)$$

sustituyendo la expresión del caudal(3.1) en la ecuación(3.5)

$$R_1 \sqrt{h_1} - R_2 \sqrt{h_2} = C \frac{dh_2}{dt} \quad (3.6)$$

por lo tanto la dinámica de la altura en el Tanque 2 queda representada:

$$\dot{h}_2 = \frac{R_1 \sqrt{h_1} - R_2 \sqrt{h_2}}{At} \quad (3.7)$$

Por otra parte, la respuesta de la electroválvula es aproximada a la respuesta exponencial de un sistema de primer orden[25]

$$\dot{R}_1 = \frac{l_{e1}v_1 - R_1}{T_1} \quad (3.8)$$

$$\dot{R}_2 = \frac{l_{e2}v_2 - R_2}{T_2} \quad (3.9)$$

donde:

R_i = Factor de apertura de la i -ésima válvula.

v_i = Voltaje de entrada ala i -ésima válvula.

T_i = Constante de tiempo.

l_{ei} = Constante de proporcionalidad de la i -ésima válvula.

Tomando la dinámica del sistema completo para linealizarlo utilizando Taylor y obtener su representación en espacios de estados, cuyas matrices se muestran a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{2C\sqrt{h_1}} & -\frac{\sqrt{h_1}}{C} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 \\ \frac{R_1}{2C\sqrt{h_1}} & \frac{\sqrt{h_1}}{C} & -\frac{R_2}{2C\sqrt{h_2}} & -\frac{\sqrt{h_2}}{C} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{l_{e1}}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l_{e2}}{T_2} \end{bmatrix}^T \quad (3.11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

quedando el vector de estados de acuerdo a la ecuación (3.13)

$$x(t) = \begin{bmatrix} h_1 \\ R_1 \\ h_2 \\ R_2 \end{bmatrix} (t) \quad (3.13)$$

3.2. Cálculo de parámetros

Para obtener los parámetros del sistema se realizaron 5 pruebas lo cual nos permitió observar el comportamiento del sistema para una señal de entrada constante. De las pruebas se obtuvo que para la válvula 1 el voltaje es de 3.5 volts y para la válvula 2 el voltaje es de 3.8 volts. Las Figuras 3.3 y 3.4 presentan el comportamiento del sistema para diferentes condiciones. A continuación se calculan las constantes de tiempo, así como las constantes de apertura para las válvulas, con lo cual se obtiene el primer punto de operación.

Por otro lado se realizaron pruebas para observar el comportamiento del sistema para una señal de entrada constante, para válvula 1 el voltaje es de 3.9 volts y para la válvula 2 el voltaje es de 4.9 volts, las Figura 3.5 y 3.6 muestran los resultados de las pruebas, presentando

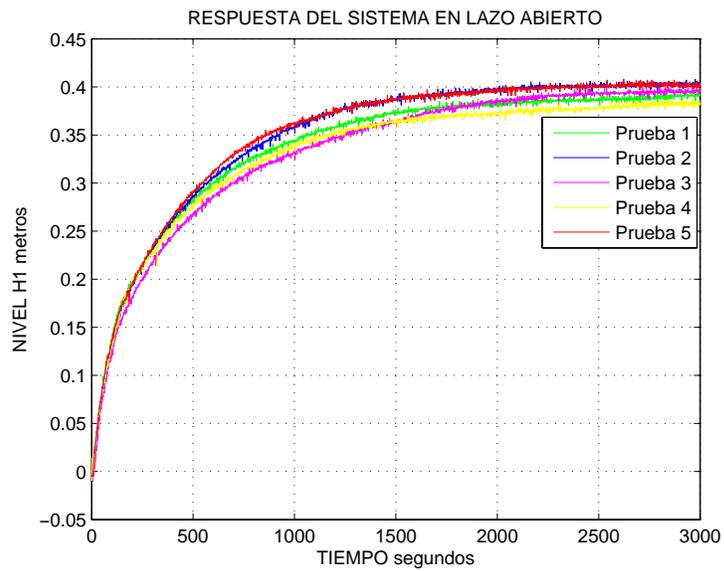


Figura 3.3: Pruebas realizadas con entrada constante de 3.5 volts para la válvula 1.

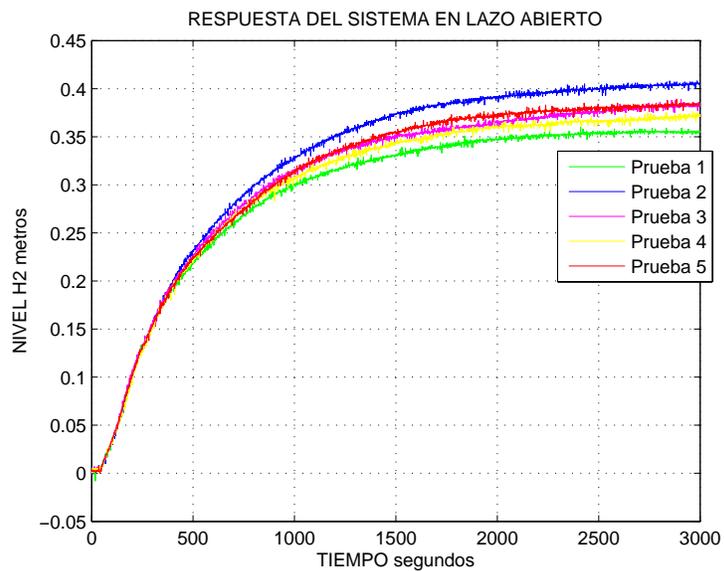


Figura 3.4: Pruebas realizadas con entrada constante de 3.8 volts para la válvula 2.

respuestas similares por lo que sólo fueron necesarias 3 pruebas. El mismo procedimiento fue empleado para calcular las constantes de tiempo, así como las constantes de apertura para las válvulas, obteniendo de esta manera el segundo punto de operación.

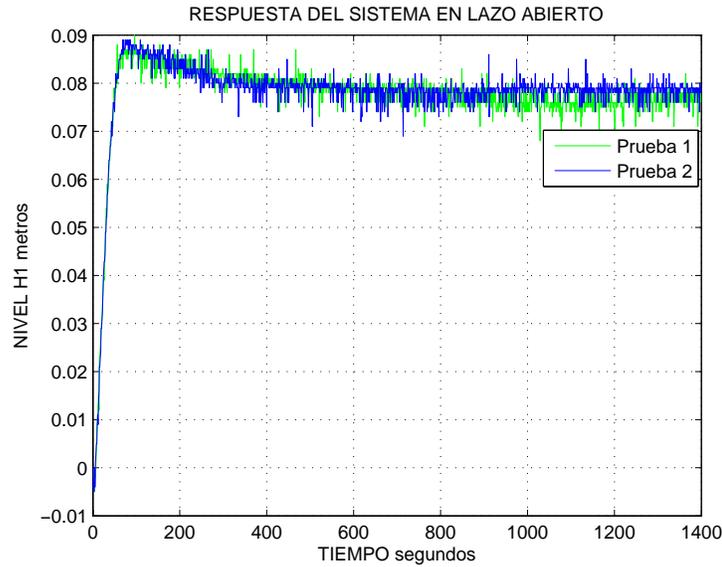


Figura 3.5: Pruebas realizadas con entrada constante de 7.6 volts para la Válvula 1.

Las Figuras 3.7 y 3.8 muestran la relación aproximada del comportamiento de la válvula es decir su apertura respecto al voltaje de aplicación, es importante mencionar que los cambios a partir de 6 volts fueron de 0.2 volts, teniendo un voltaje de control para las válvulas en un rango de 6 a 10 volts

3.3. Puntos de operación

De acuerdo a los resultados de la sección anterior y para un área de sección transversal $C = 0.15015m^2$ los valores de los parámetros son los siguientes:

$$x_{01} = \begin{bmatrix} R_1 = 0.01415 & l_{e1} = -2.0337 \times 10^{-3} & h_1 = 0.395 & T_1 = 7.25 \\ R_2 = 0.01586 & l_{e2} = -2.1 \times 10^{-3} & h_2 = 0.375 & T_2 = 8.68 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

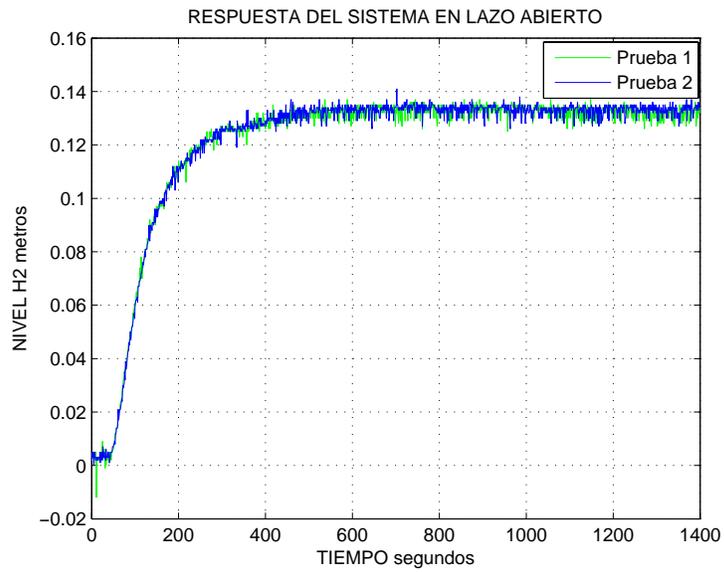


Figura 3.6: Pruebas realizadas con entrada constante de 9.6 volts para la Válvula 2.

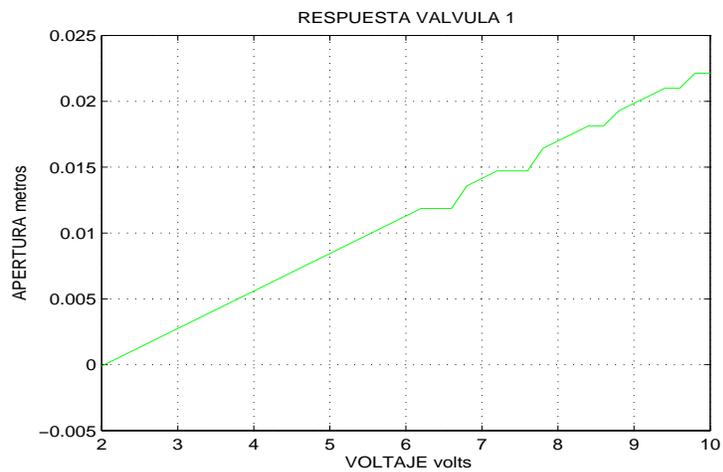


Figura 3.7: Relación de apertura de la válvula 1 con respecto al voltaje

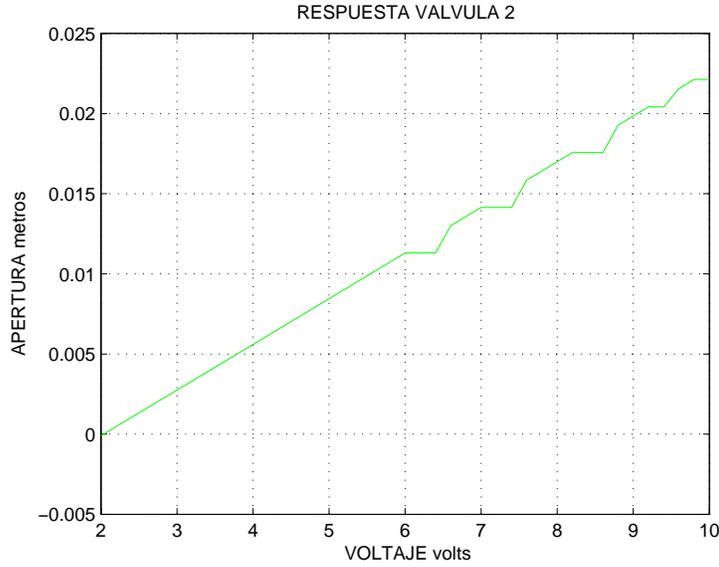


Figura 3.8: Relación de apertura de la válvula 2 con respecto al voltaje

$$x_{02} = \begin{bmatrix} R_1 = 0.01643 & l_{e1} = -2.1207 \times 10^{-3} & h_1 = 0.068 & T_1 = 8.41 \\ R_2 = 0.02213 & l_{e2} = -2.2734 \times 10^{-3} & h_2 = 0.122 & T_2 = 12.2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

En las figuras 3.9 y 3.10 se presenta los resultados del sistema en lazo abierto para los puntos de operación 1 y 2 respectivamente, ante una entrada escalón unitario para el modelo real y aproximado.

Conclusión de Capítulo

En este Capítulo se presentó el sistema en el que se implementaron los observadores en tiempo real, dicho sistema conocido como Sistema de Nivel de Líquido de Dos Tanques por lo que se describen los componentes que lo conforman, las variables que intervienen por lo que se mostró también la metodología para obtener su modelo matemático en su representación en espacio de estados, de igual forma se describen las pruebas realizadas para el cálculo de los parámetros y obtener dos puntos de operación, así como la validación de los modelos obtenidos.

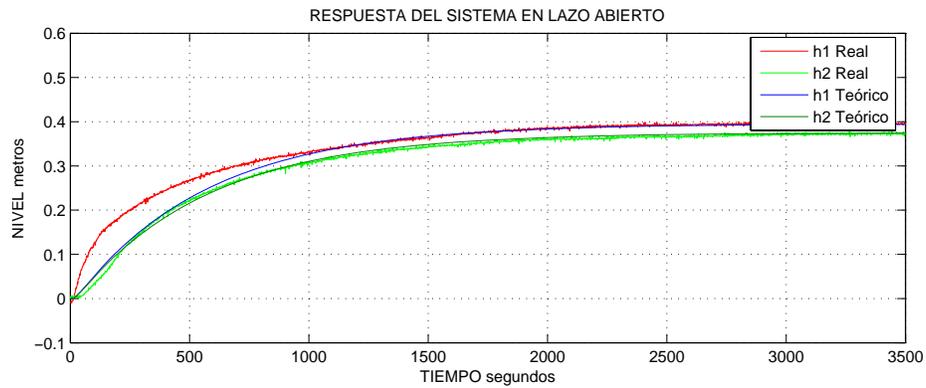


Figura 3.9: Respuesta en lazo abierto del modelo real y aproximado para el Punto de operación 1

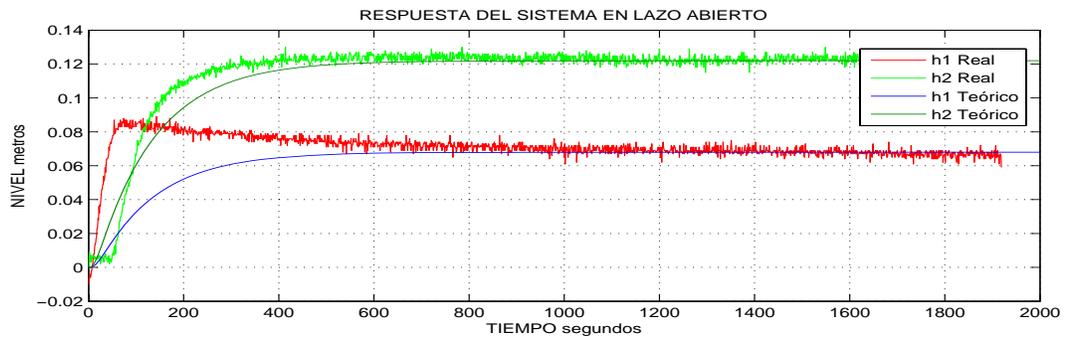


Figura 3.10: Respuesta en lazo abierto del modelo real y aproximado para el Punto de operación 2.

Capítulo 4

Diseño de Compensadores para el Diagnóstico

En esta sección se aplican los fundamentos teóricos mencionados en la Capítulo 2 donde fue realizado el análisis para el diseño de los observadores de Luenberger, de Luenberger con modos deslizantes y el observador Difuso T-S mostrando los resultados con las ganancias de los controladores-observadores, presentando las respuestas de los compensadores en tiempo real haciendo a su vez una comparación con los resultados obtenidos de manera teórica.

4.1. Observador de Luenberger

Como ya se ha dicho si por alguna razón los estados del sistema no son accesibles, se puede realizar una estimación de los estados, por lo que recibe el nombre de observador de estados. Un observador de estado estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control [34]; a continuación se presentan los resultados del compensador de luenberger para los puntos de operación obtenidos en la seccion 3.3.

4.1.1. Punto de operación x_{o1}

Para el punto de operación x_{o1} representado por la ecuación (3.14) usando la metodología en la sección 2.3 (Observador de Luenberger)

$$A = \begin{bmatrix} -0.0750 & -4.1857 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1379 & 0 & 0 \\ 0.0750 & 4.1857 & -0.0862 & -4.0784 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1152 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -0.6943 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.5876 \end{bmatrix}^T \quad (4.2)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Haciendo el cálculo para las ganancias de retroalimentación para una ley de control representada por la ecuación (2.25) en una posición de los polos en

$Jc1 = 7x[-0.0018; -0.0018; -0.1379; -0.1152; -0.0862; -0.0750]$, fue considerada esta ubicación en base a los resultados que se obtuvieron previamente en simulación, por lo que es necesario decir que se buscaron los nuevos polos de acuerdo a las propias condiciones del sistema es decir que se encontrara dentro del tiempo de llenado en los tanques; para el cálculo de las ganancias del observador se hace la siguiente asignación de los polos siendo suficiente para el observador $Jo1 = [-1; -1; -0.015; -0.005]$, teniendo como resultado las ganancias del controlador, del seguidor y del observador, respectivamente

$$K = \begin{bmatrix} 0.1329 & -1.9335 & -0.0249 & 0.1726 \\ 0.1770 & -0.0784 & 0.1466 & -1.9894 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$k1 = \begin{bmatrix} 0.0021 & -0.0004 \\ 0.0022 & 0.0023 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$Ke = \begin{bmatrix} 0.7917 & 0.0275 & 0.1077 & 0.0218 \\ -0.0004 & 0.0001 & 0.8139 & 0.0217 \end{bmatrix}^T \quad (4.6)$$

La Figura 4.1 muestra la respuesta en tiempo real del sistema (color rojo y verde claro) comparada con las respuestas al sistema de manera simulada.

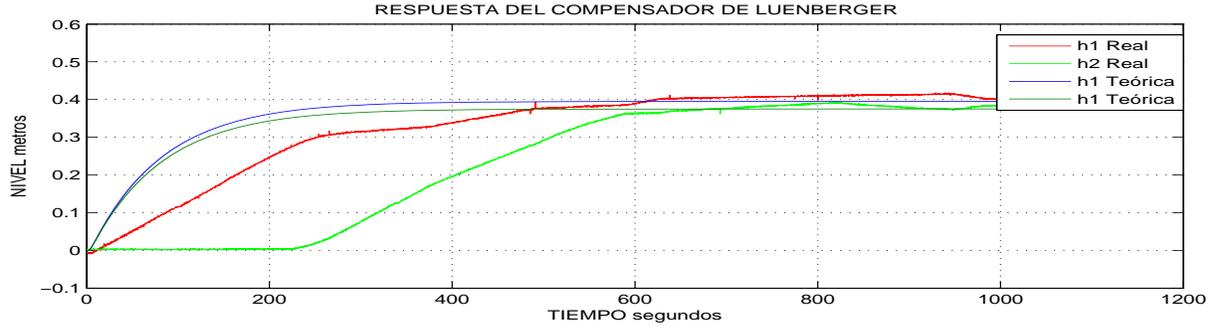


Figura 4.1: Respuesta del compensador Luenberger

4.1.2. Punto de operación x_{o2}

Para el punto de operación x_{o2} representado por la ecuación (3.15) usando la metodología en la Sección (2.6), se obtienen las matrices del sistema en espacio de estados

$$A = \begin{bmatrix} -0.2098 & -1.7367 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1189 & 0 & 0 \\ 0.2098 & 1.7367 & -0.2110 & -2.3262 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0820 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -0.6089 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4322 \end{bmatrix}^T \quad (4.8)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Haciendo el cálculo para las ganancias de retroalimentación para una ley de control representada por la ecuación (2.25) en una posición de los polos en:

$Jc1 = [-0.008; -0.008; -0.2110; -0.2098; -0.1189; -0.0820]$, de igual manera fue considerada esta ubicación en base a los resultados que se obtuvieron previamente en simulación, ya que para buscar la nueva ubicación de los polos de acuerdo a las propias condiciones del sistema es decir que se encontrara dentro del tiempo de llenado en los tanques; de la misma manera fueron calculadas las posiciones de los polos para el observador siendo estas:

$J_{o1} = [-1; -1; -0.026; -0.019]$; dando como resultado las ganancias del controlador, del seguidor y del observador respectivamente

$$K = \begin{bmatrix} 0.0008 & 0.0487 & -0.0001 & -0.0029 \\ -0.0166 & -0.3 & 0.0009 & -0.1057 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$k1 = 1 \times 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.1305 & 0.0015 \\ 0.1384 & 0.2007 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$Ke = \begin{bmatrix} 0.6901 & 0.0508 & 0.2536 & 0.0222 \\ -0.0002 & 0.0001 & 0.7332 & 0.0221 \end{bmatrix}^T \quad (4.12)$$

teniendo como respuesta la Figura (4.2) en lazo abierto

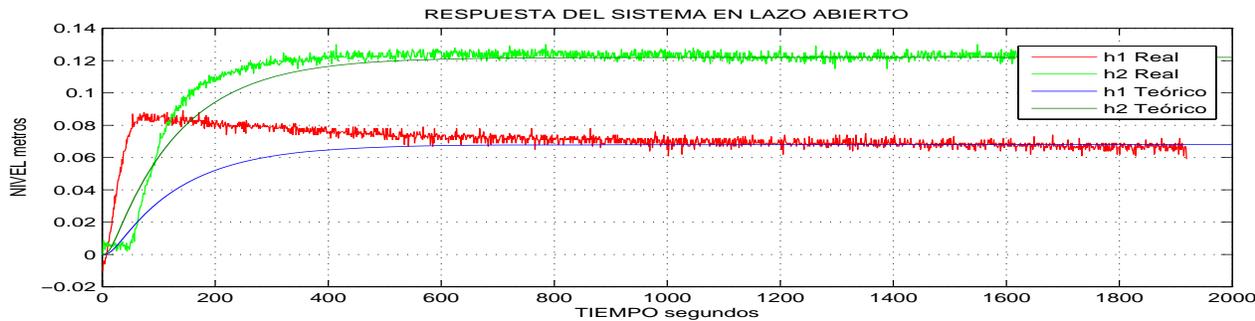


Figura 4.2: Respuesta del sistema en lazo abierto para el punto de operación(6.8 y 12.5 cm)

4.2. Observador de Luenberger con modos deslizante

Tomando el sistema representado por la ecuación (2.37) las respuestas del sistema se muestran a continuación.

La Figura 4.3 muestra los resultados obtenidos para un modelo libres de fallas, con lo que se puede observar que el observador tiene la misma respuesta que el sistema real.

En la Figura 4.4 se comparan los datos obtenidos en tiempo real con los valores esperados en la simulación, por lo que se puede observar como el sistema alcanza la respuesta en estado

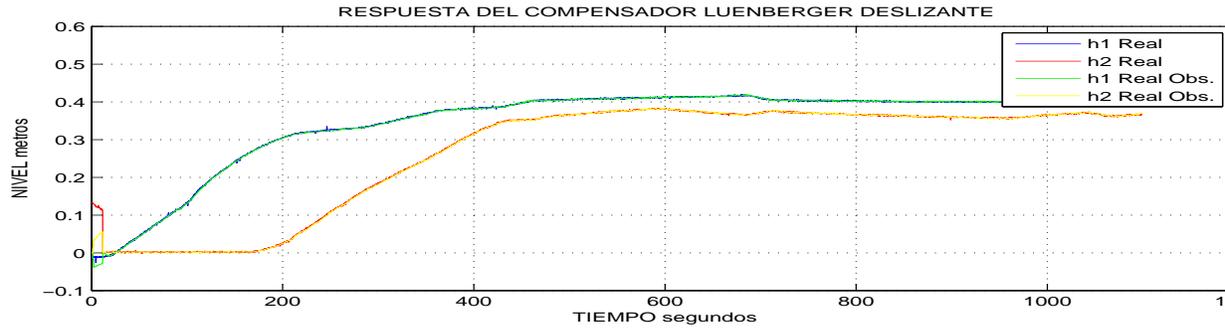


Figura 4.3: Respuesta de la planta y del observador en tiempo real

estable después de los 600 segundos, sin embargo aunque presenta unas oscilaciones en la altura 2, esto se debe a las propias características del sistema.

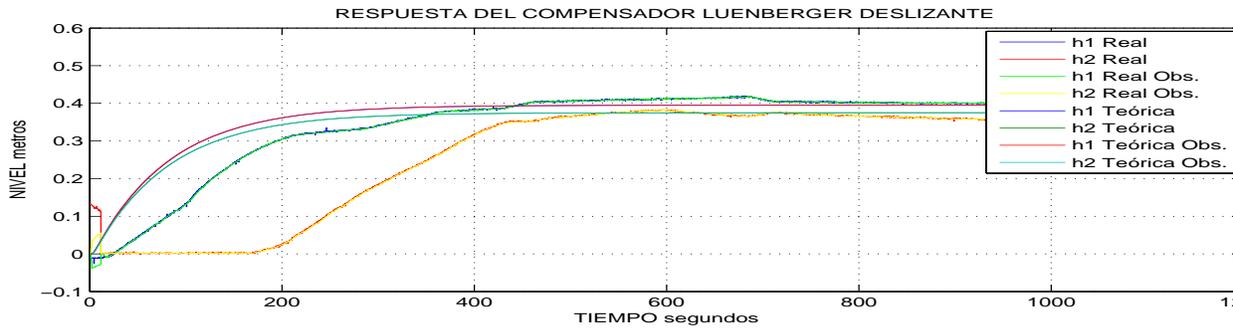


Figura 4.4: Respuesta del compensador en tiempo real comparada con la respuesta de simulación

4.3. Observador Difuso Takagi- Sugeno

Para el compensador difuso se tomarán las siguientes funciones de membresía exponencial [25].

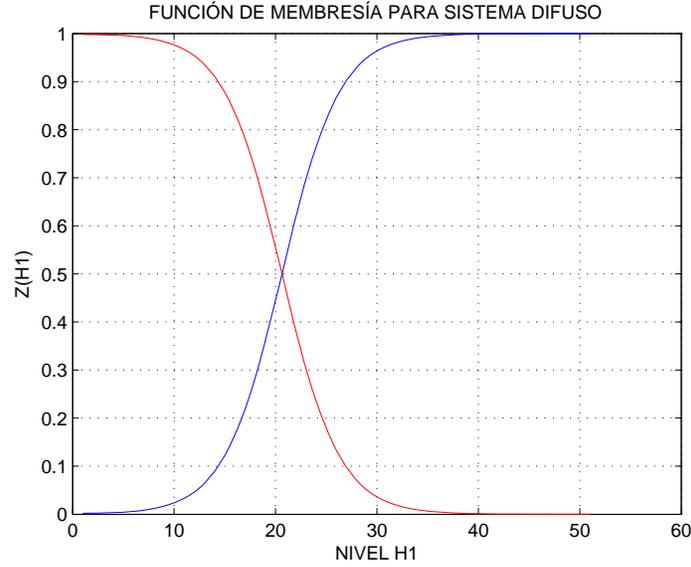


Figura 4.5: Función de membresía para sistema difuso.

$$z_1(h1) = \left(1 - \frac{1}{e^{(-35(t-\pi/16))}}\right) \left(\frac{1}{e^{(-35(t+\pi/16))}}\right). \quad (4.13)$$

$$z_2(h1) = (1 - z_1(h1)) \quad (4.14)$$

presentando la respuesta en la Figura 4.5

Considerando los subsistemas representados por los puntos de operación (3.14) y (3.15) y siguiendo la metodología de análisis presentada en las Secciones (2.6) y (2.7) para el diseño del controlador y observador respectivamente, se tiene:

$$x_{01} = \begin{bmatrix} R_1 = 0.01415 & l_{e1} = -2.0337x10^{-3} & h_1 = 0.395 & T_1 = 7.25 \\ R_2 = 0.01586 & l_{e2} = -2.1x10^{-3} & h_2 = 0.375 & T_2 = 8.68 \end{bmatrix}$$

$$x_{02} = \begin{bmatrix} R_1 = 0.01643 & l_{e1} = -2.1207x10^{-3} & h_1 = 0.068 & T_1 = 8.41 \\ R_{x2} = 0.02213 & l_{e2} = -2.2734x10^{-3} & h_2 = 0.122 & T_2 = 12.2 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.046 & -0.003 & -0.0046 & -0.0033 \\ -0.003 & 0.044 & 0.0001 & -3.4038e^{-5} \\ -0.0046 & 0.0002 & 0.0457 & -0.003 \\ -0.0033 & -3.4038e^{-5} & -0.003 & 0.0444 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Resolviendo las LMI para obtener las ganancias del controlador con seguidor de trayectoria

$$F_1 = \begin{bmatrix} 4.6512 & -1.1605 & -6.8873 & 9.002 \\ 5.8433 & -13.0751 & 10.039 & -2.63 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 11.4337 & -2.1635 & -12.4713 & 12.0210 \\ 6.9415 & -14.9750 & 12.4328 & -3.1471 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$k_1 = \begin{bmatrix} 0.0127 & -0.0437 \\ 0.1284 & 0.0514 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$k_2 = \begin{bmatrix} 0.0761 & -0.0876 \\ 0.1521 & 0.0645 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

mientras que las ganancias del observador se presentan a continuación:

$$Ke_1 = \begin{bmatrix} 0.2453 & -1.5496 & 0.4358 & -0.2904 \\ -0.2196 & 1.5406 & 0.3301 & -2.3107 \end{bmatrix}^T \quad (4.20)$$

$$Ke_2 = \begin{bmatrix} 0.5534 & -3.6941 & 0.1743 & -0.4656 \\ -0.1047 & 3.6785 & 0.5669 & -4.0558 \end{bmatrix}^T \quad (4.21)$$

Conclusión del Capítulo

En este Capítulo se mostraron los resultados que fueron obtenidos haciendo el cálculo de las ganancias de los compensadores ya mencionados, posteriormente se compararon sus respuestas de manera experimental con sus respectivas respuestas obtenidas en simulación.

Capítulo 5

Diagnóstico de fallas

En esta sección se presentan los resultados obtenidos mediante el diagnóstico de fallas usando el Observador de Luenberger, el Observador de Luenberger con modos deslizantes, y el Observador Difuso de T-S, este último para un sólo tanque, considerando que ocurre una falla cuando se presenta un error de $3cm$, este umbral es seleccionado en base a las mediciones que se obtuvieron de manera experimental, ya que por las condiciones de los sensores puede presentar un ruido de $\pm 2cm$.

5.1. Observador Luenberger

Se llevaron a cabo 3 pruebas que se detallan a continuación

1.- Se agregó una perturbación en el tanque 1, por lo que fue agregada una cantidad de agua (10 litros aproximadamente que representan en un 16% a la altura del nivel) abruptamente al tanque. La Figura 5.1 muestra el resultado de la prueba, y cómo es que se comporta el observador ante esta perturbación, en la Figura 5.2 se puede apreciar en un acercamiento el comportamiento del observador cuando es agregada la perturbación en el segundo 1000.

La Figura 5.3 presenta la dinámica del error con lo que se permite hacer el diagnóstico de la falla, mostrándose en el panel frontal del programa (ver Figura 5.5). En la Figura 5.4 se hace un acercamiento a la gráfica del error en el segundo 1000 donde se puede apreciar como el residuo que se genera sobrepasa el umbral permitido.

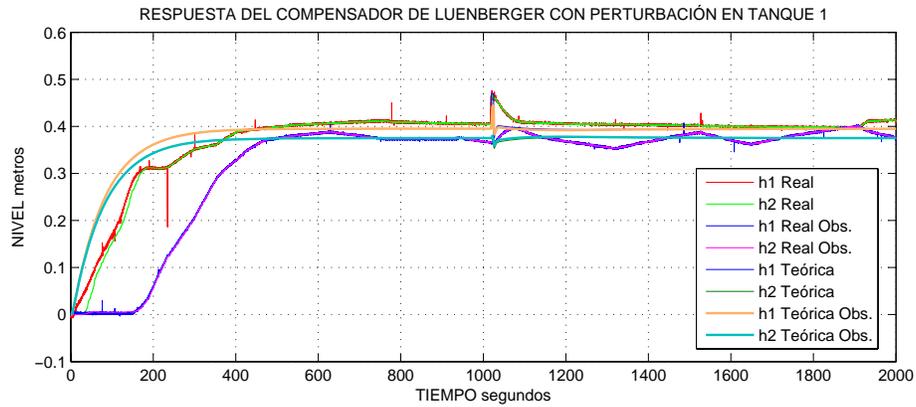


Figura 5.1: Respuesta del compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1

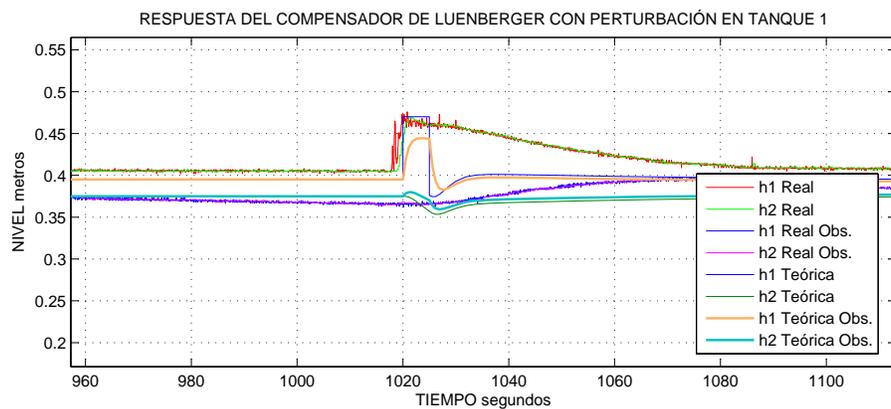


Figura 5.2: Respuesta del compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1 (acercamiento)

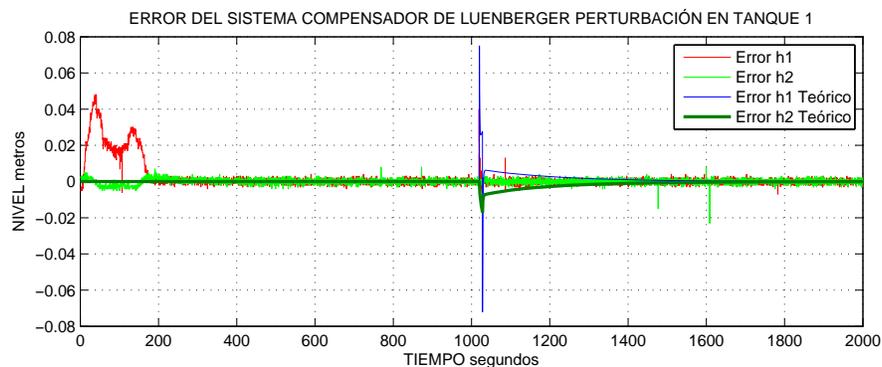


Figura 5.3: Error del sistema compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1

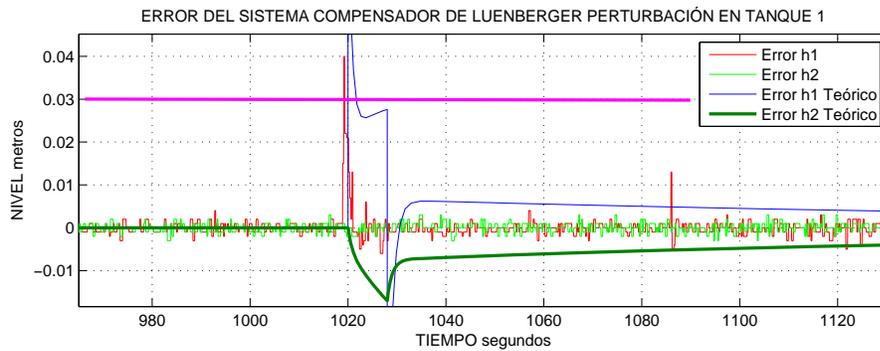


Figura 5.4: Error del sistema compensador de Luenberger con perturbación en tanque 1 (acercamiento)

2.- La segunda prueba consiste en agregar una perturbación en el tanque 2, de igual forma que en la prueba 1, se vertió una cantidad de agua (10 litros aproximadamente que representa en un 15% al nivel de agua en el tanque) abruptamente al tanque todo esto alrededor del segundo 800.

La Figura 5.6 muestra el resultado de la prueba, y como es que se comporta el observador ante esta perturbación, en la Figura 5.7 se hace un acercamiento para mostrar detalle en el momento de la perturbación.

La Figura 5.8 presenta la respuesta del error al ocurrir la perturbación en el tanque 2, con un umbral de 3 centímetros el indicador de una falla es activado.

En la Figura 5.9 se hace un acercamiento a la gráfica del error donde se puede apreciar el residuo que sobre pasa el umbral alrededor de los 800 segundos, indicando la existencia de una falla.

3.- Finalmente la prueba tres, consiste en provocar dos fallas de manera simultánea es decir se obstruyó la medición de los sensores aparentando fallas en las lecturas de los mismos todo esto alrededor de los 1530 segundos como será apreciado en las siguientes Figuras. La Figura 5.10 muestra la respuesta de las alturas cuando son agregadas las fallas.

En la Figura 5.11 se hace un acercamiento para mostrar el comportamiento de las salidas del sistema cuando ocurre una falla de manera simultánea.

En las Figuras 5.12 y 5.13 se presenta la dinámica del error, en esta última se presenta

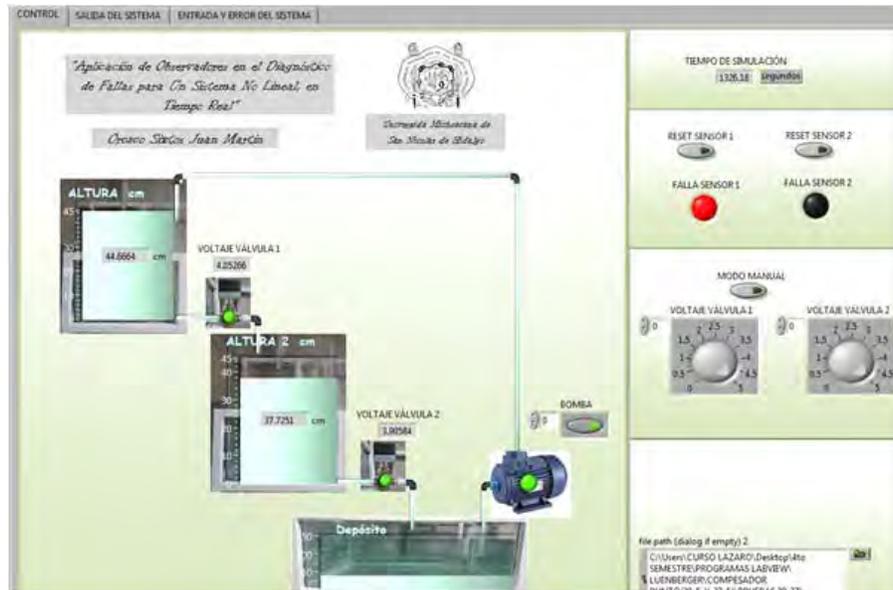


Figura 5.5: Panel frontal de usuario LabVIEW

la comparación de los residuos con el umbral permitido.

La Figura 5.14 muestra nuevamente el panel frontal con los indicadores de que ocurrieron fallas en el sistema.

La Figura 5.15 por último de muestra los datos que se obtuvieron en tiempo real de la prueba completa, y que fueron presentados en las pruebas anteriores donde las perturbaciones ocurren en el segundo 700 para el tanque 2, en el segundo cercano a los 950 segundos, y las fallas simultáneas en los tanques después de ocurridos los 1400 segundos.

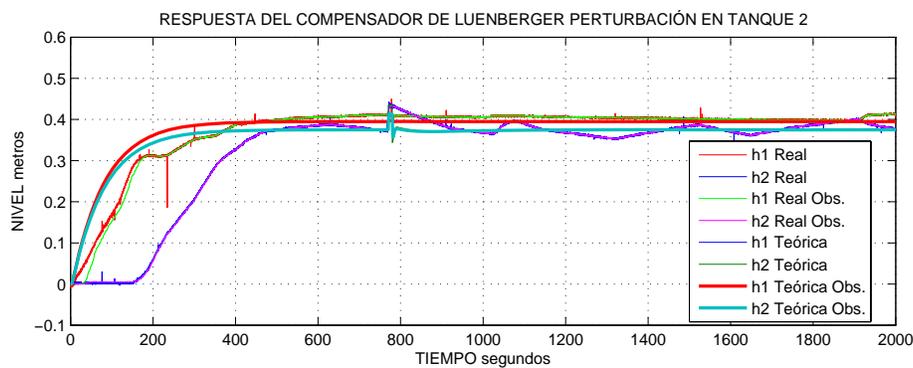


Figura 5.6: Respuesta del compensado de Luenberger con perturbación en tanque 2

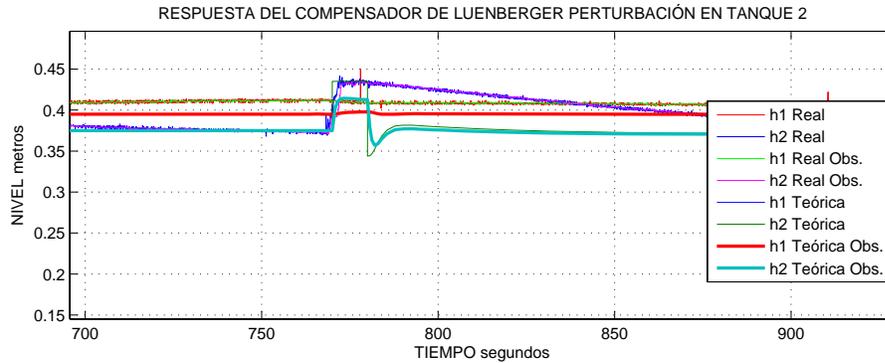


Figura 5.7: Respuesta del compensador de Luenberger con perturbación en tanque 2 (acercamiento)

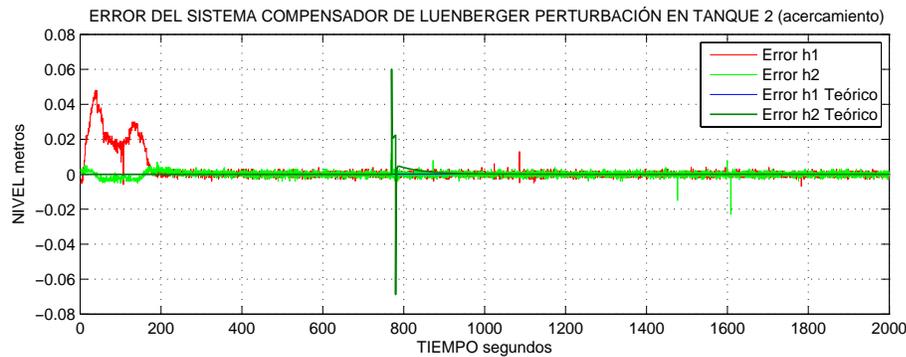


Figura 5.8: Error del sistema compensador Luenberger con perturbación en tanque 2

5.2. Observador Luenberger con modos deslizantes

De igual forma se llevaron a cabo las siguientes tres pruebas con el observador de Luenberger con modos deslizantes y se detallan a continuación.

1.- Se agregó una perturbación en el tanque 1, fue agregada una cantidad de agua abruptamente al tanque ocurrido después del segundo 1500.

Las Figuras 5.16 y 5.17 muestran el resultado de la prueba, y como es que se comporta el observador ante esta perturbación

La Figura 5.18 presenta la dinámica del error con lo que se permite hacer el diagnóstico de la falla al indicarse, mostrándose en el panel frontal del programa (ver Figura 5.19)

2.- La segunda prueba consiste en agregar una perturbación en el tanque 2, de igual

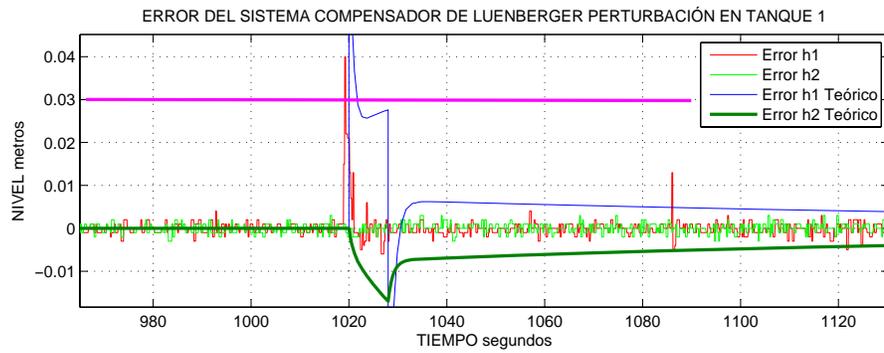


Figura 5.9: Erro do sistema compensador de Luenberger com perturbação em tanque 2 (acercamiento)

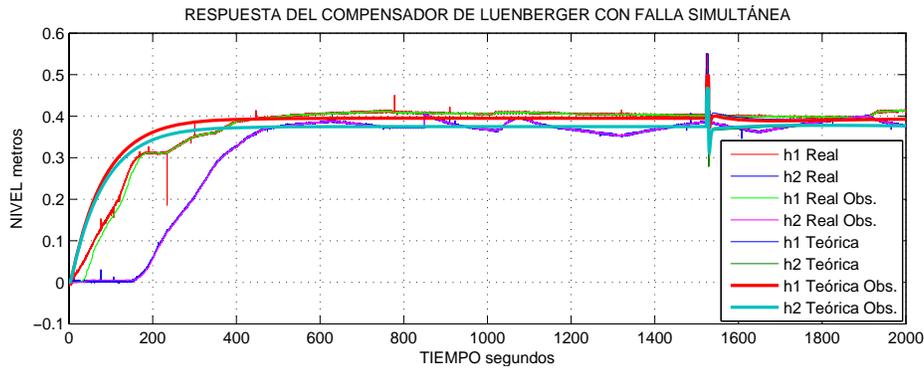


Figura 5.10: Resposta do compensador de Luenberger com falha simultânea

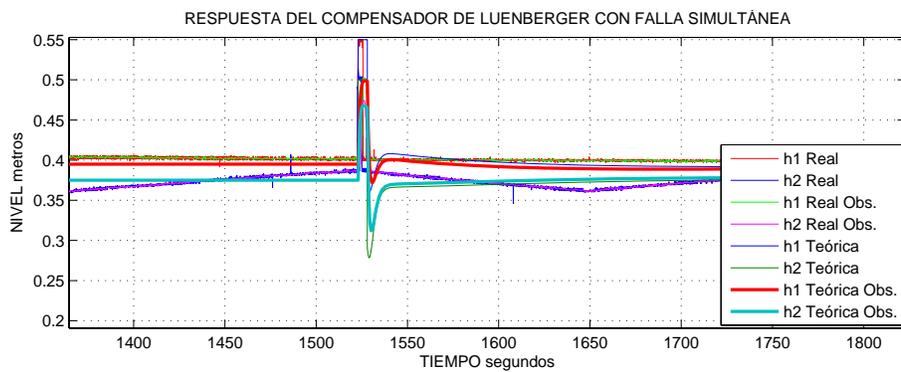


Figura 5.11: Resposta do compensador de Luenberger com falha simultânea (acercamiento)

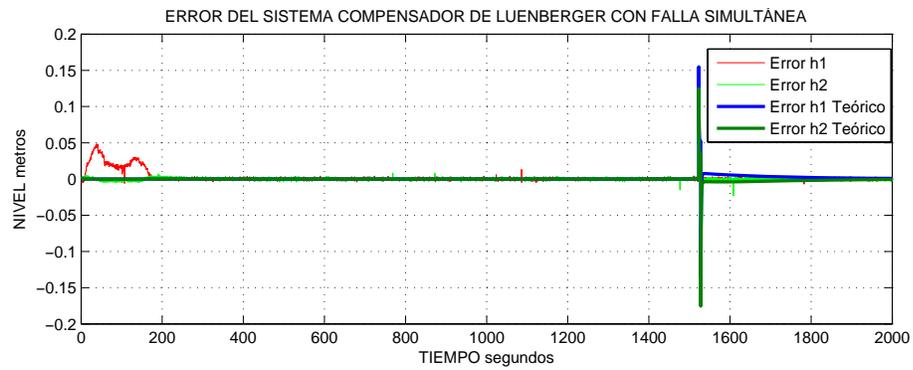


Figura 5.12: Error del sistema compensador de Luenberger con falla simultánea

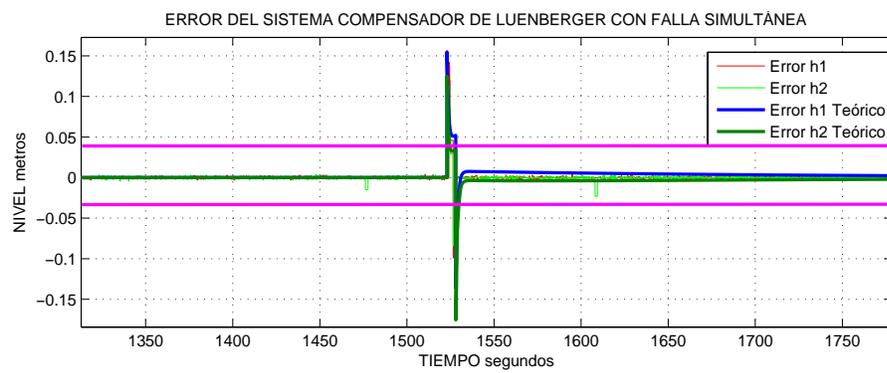


Figura 5.13: Error del sistema compensador de Luenberger con falla simultánea (acercamiento)

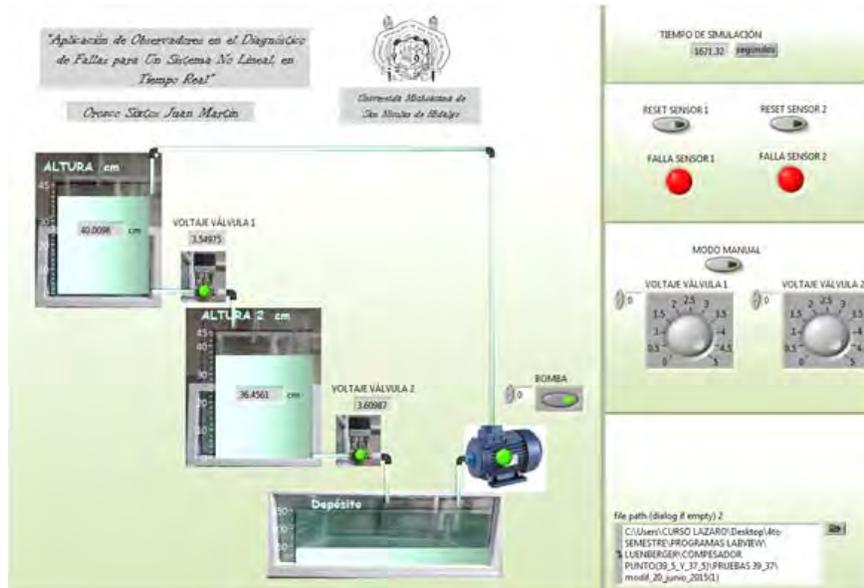


Figura 5.14: Panel frontal del programa (indican que ocurrieron fallas en los sensores)

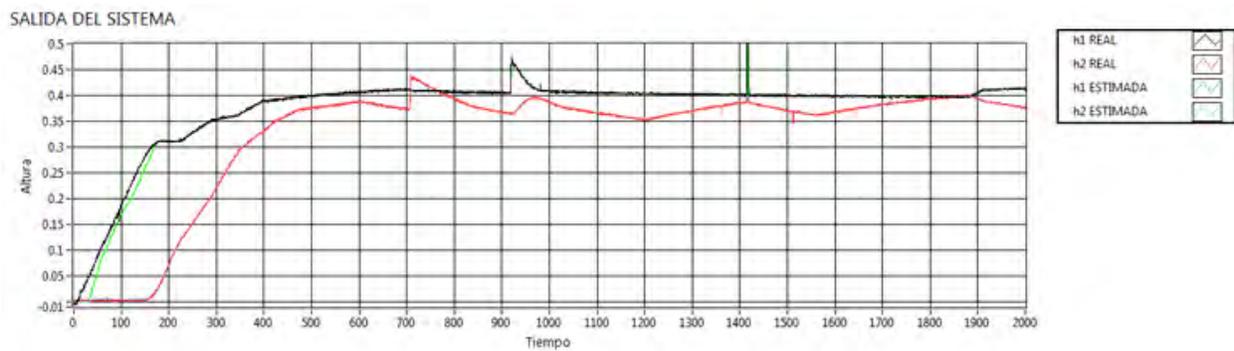


Figura 5.15: Gráfica obtenida en LabVIEW[®] para el Observador Luenberger

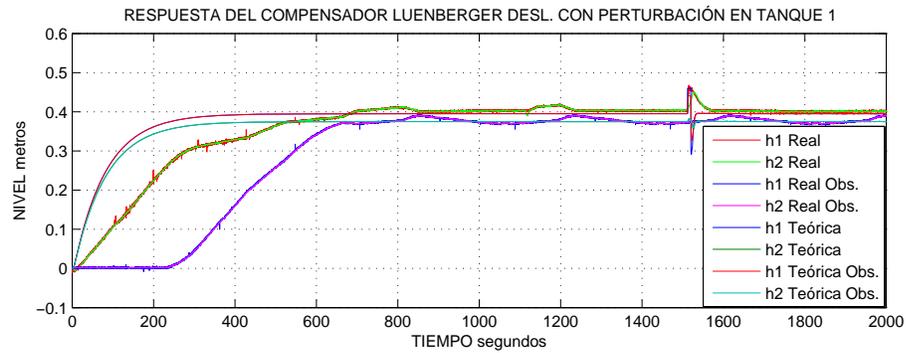


Figura 5.16: Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 1

forma que en la prueba 1, se vertió una cantidad de agua abruptamente al tanque.

Las Figuras 5.20 y 5.21 muestran el resultado de la prueba, y como es que se comporta el observador ante esta perturbación.

En las Figuras 5.22 y 5.23 se muestran la gráfica del error cuando ocurre la perturbación en el tanque 2 en el segundo 1120.

3.- La prueba tres, nuevamente se agregaron dos fallas de manera simultánea esto consiste en obstruir las mediciones de los sensores la prueba se ejecutó en el segundo 1780. Las Figuras 5.24 y 5.25 muestran la respuesta de las alturas cuando son agregadas las fallas.

Las Figuras 5.26 y 5.27 muestran en el resultado obtenido con los datos del error cuando son agregadas dos fallas en el sistema de manera simultánea, en esta última se hace un acercamiento en la gráfica en el momento de las fallas con la finalidad de observar a detalle el comportamiento de los residuos generados mismos que sobrepasan el umbral establecido, indicando así la presencia de fallas.

Por último se presenta en la Figura 5.28 el panel frontal de usuario en LabVIEW[®] con los indicadores de fallas activados con lo que se asume la presencia de fallas en el sistema, por otra parte la Figura 5.29 se observan todos los datos obtenidos en el programa de adquisición.

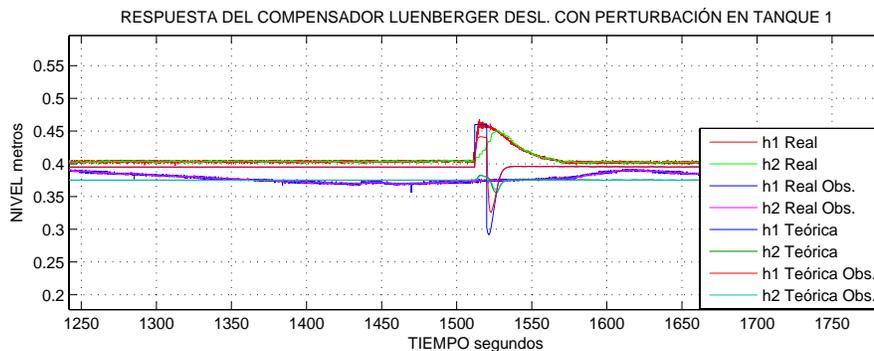


Figura 5.17: Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 1 (acercamiento)

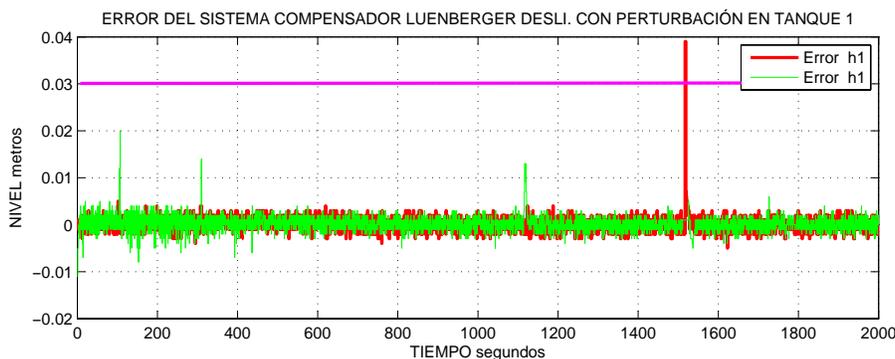


Figura 5.18: Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 1

5.3. Observador Difuso T-S

La Figura 5.30 presenta la respuesta del sistema en tiempo real, observándose que el sistema inicia en el punto de operación x_{o2} después del segundo 500 la referencia es cambiada al punto de operación x_{o1} , y nuevamente la referencia cambia al punto anterior en el segundo 800.

En la Figura 5.31 se muestra la respuesta simulada del sistema así como del observador, cambiando la referencia de control de igual forma que en la prueba anterior presentada en la Figura 5.30

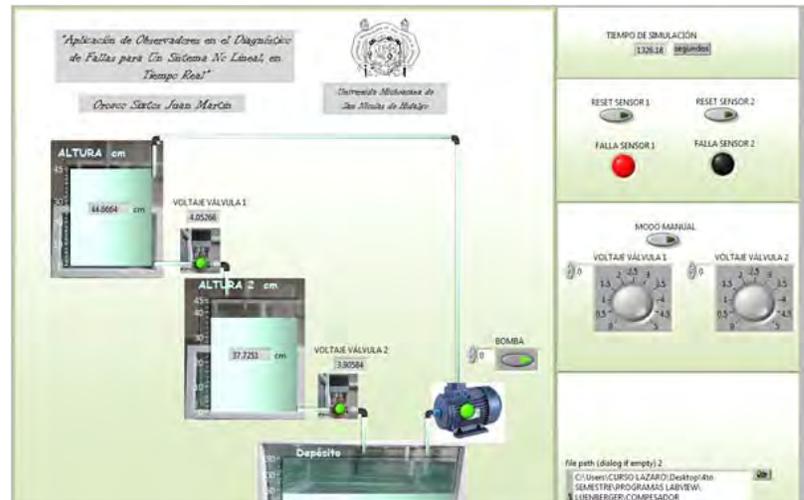


Figura 5.19: Panel frontal del programa (indicador de falla activado en el tanque 1)

La Figura 5.32 presenta la respuesta del sistema en tiempo real para la función de membresía 4.13 y 4.14.

La Figura 5.33 muestra la respuesta de la función de membresía en el sistema simulado

En la Figura 5.34 se muestra la respuesta del sistema para un observador Difuso T-S, en la prueba se hicieron varios cambios de referencia, observando las salidas real, observada, así como las salidas del sistema de manera simulada.

Conclusion de Capítulo

En este Capítulo se presentaron los resultados obtenidos del sistema utilizando los diferentes esquemas para los observadores, en esta ocasión fueron evaluados ante diferentes fallas, de manera independiente es decir en cada uno de los tanques, así como fallas de manera simulatánea, en todos los casos los observadores son comparadas con los resultados que se obtubieron de manera teórica.

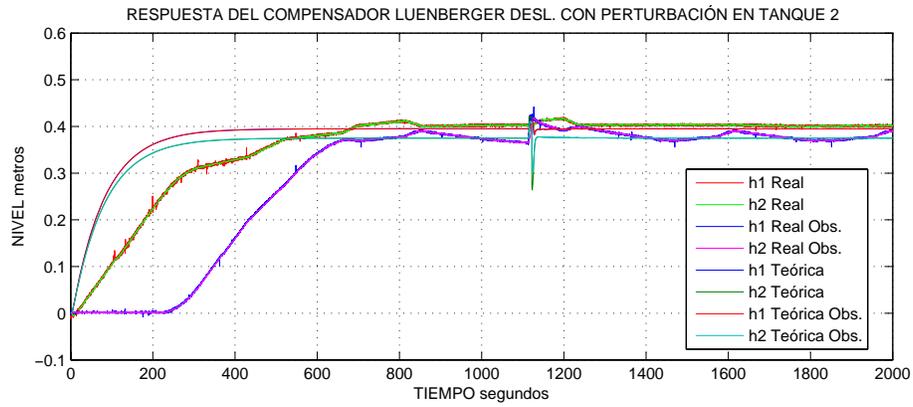


Figura 5.20: Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2

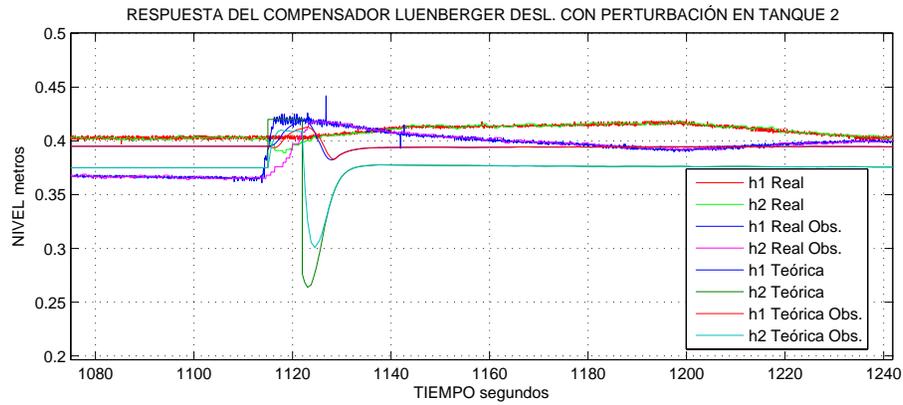


Figura 5.21: Respuesta del compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2 (acercamiento)

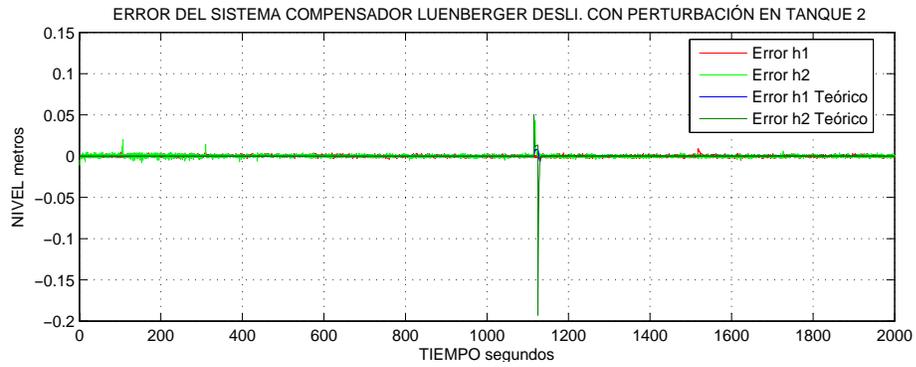


Figura 5.22: Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2

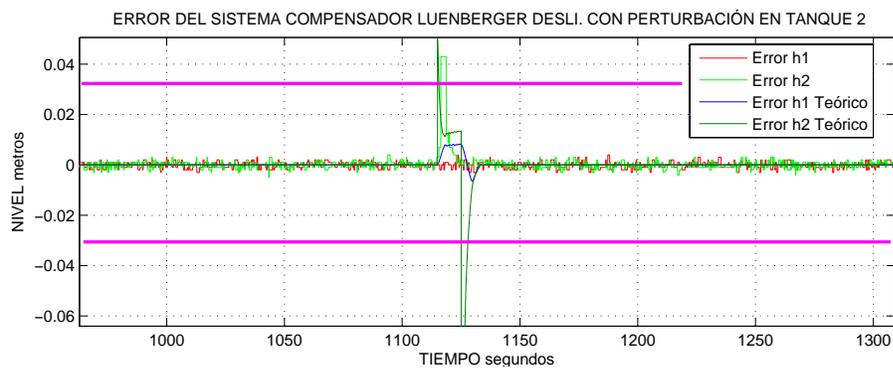


Figura 5.23: Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con perturbación en tanque 2 (acercamiento)

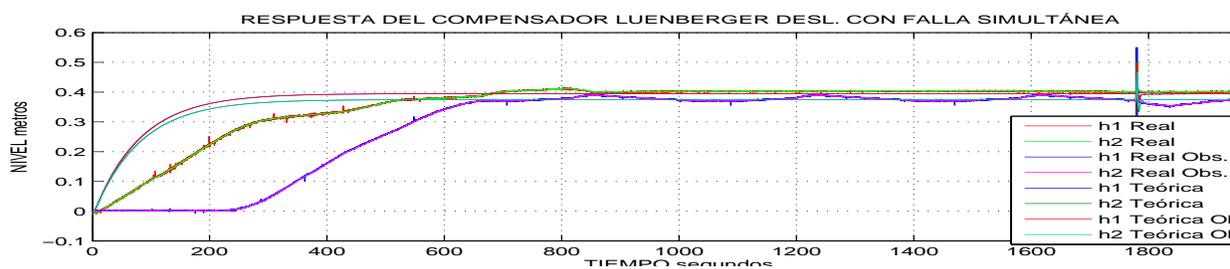


Figura 5.24: Respuesta del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas

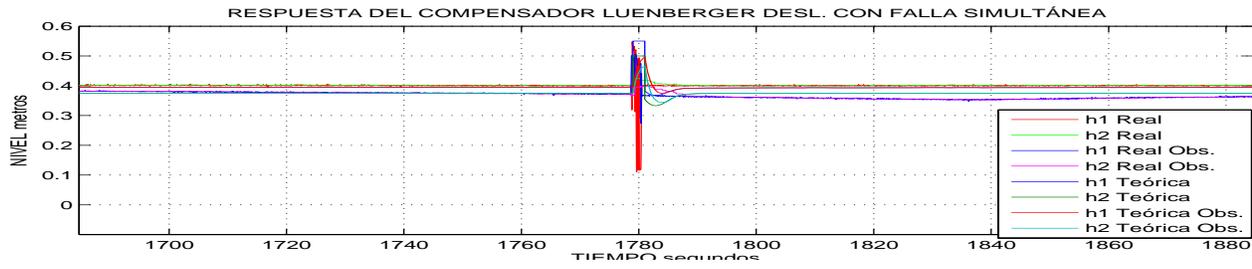


Figura 5.25: Respuesta del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas (acercamiento)

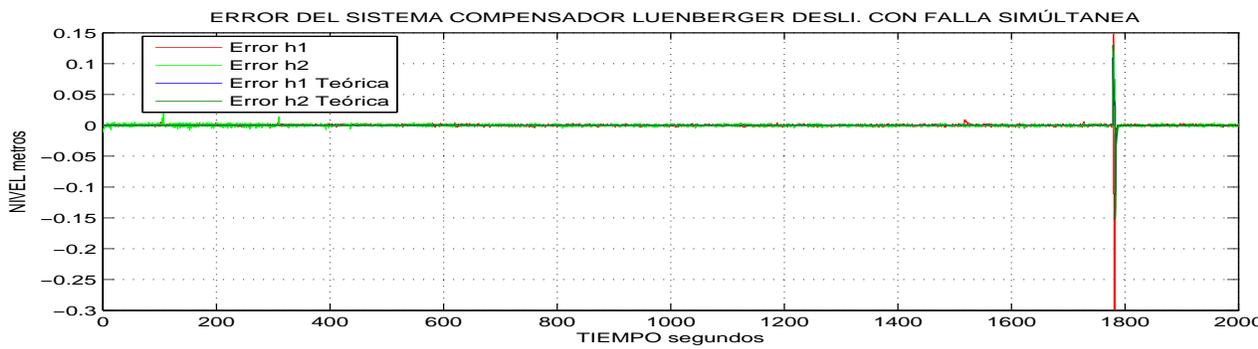


Figura 5.26: Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas

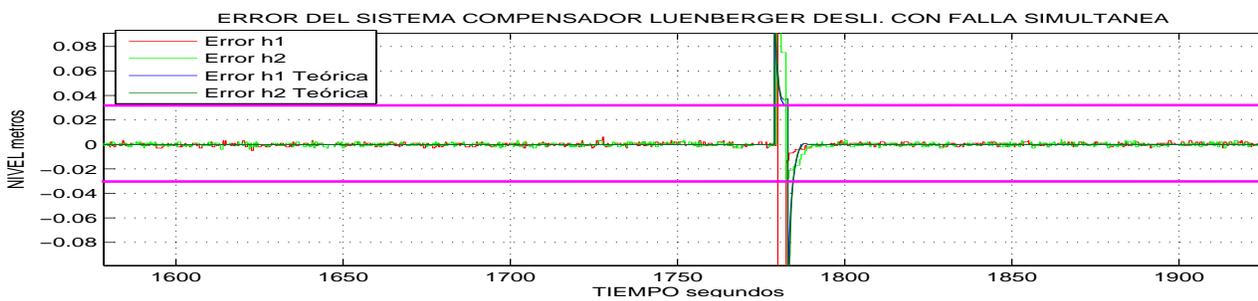


Figura 5.27: Error del sistema compensador Luenberger Deslizante con fallas simultáneas (acercamiento)

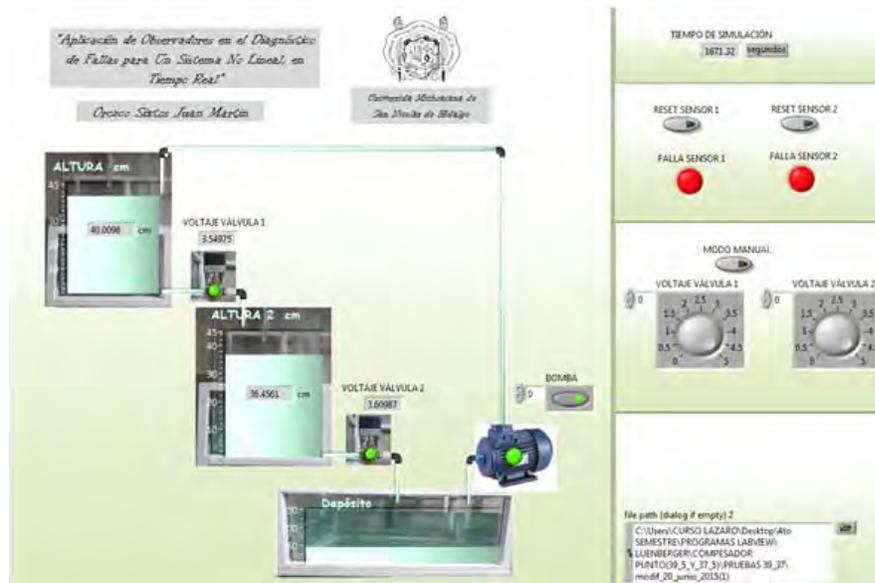


Figura 5.28: Panel frontal del programa indicando la presencia de fallas en ambos sensores.

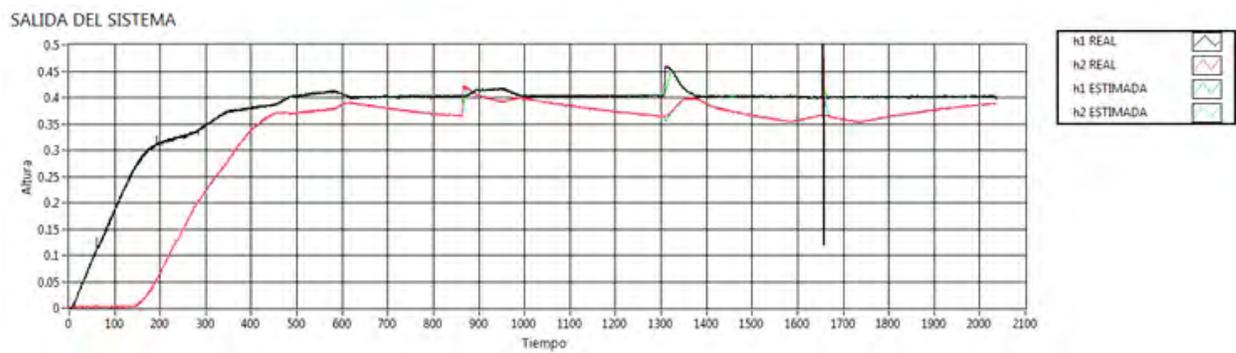


Figura 5.29: Gráfica obtenida en LabVIEW[®] con el Observador Luenberger Deslizante

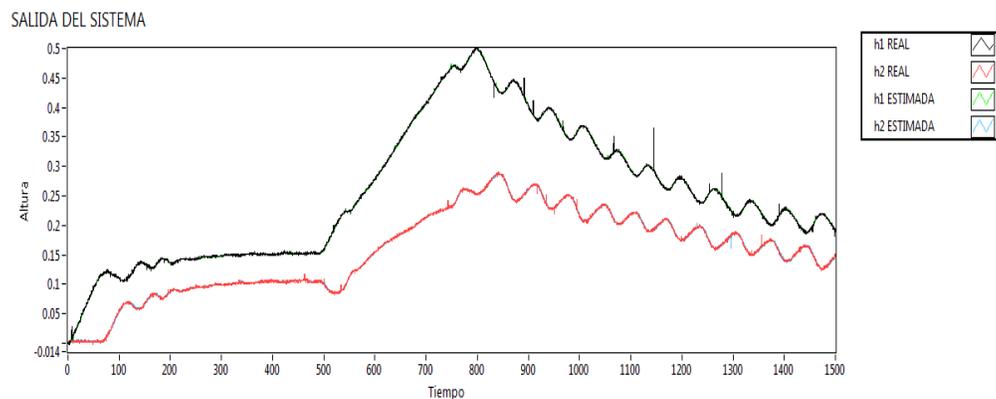


Figura 5.30: Respuesta del sistema y su observador difuso T-S en tiempo real

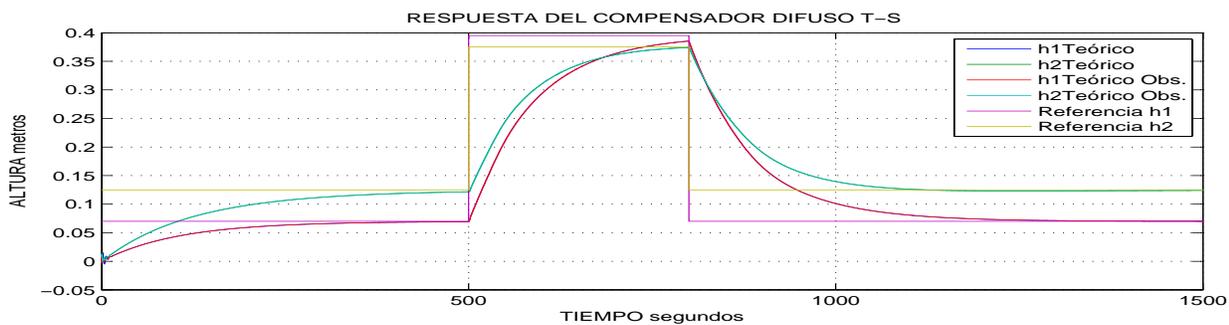


Figura 5.31: Respuesta de simulación para el compensador T-S con cambio de referencia.

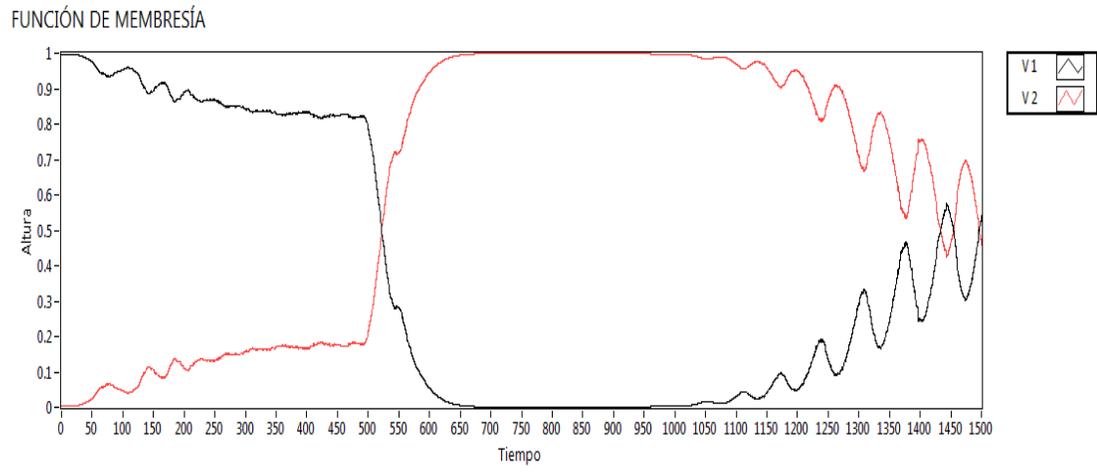


Figura 5.32: Respuesta de la función de membresía

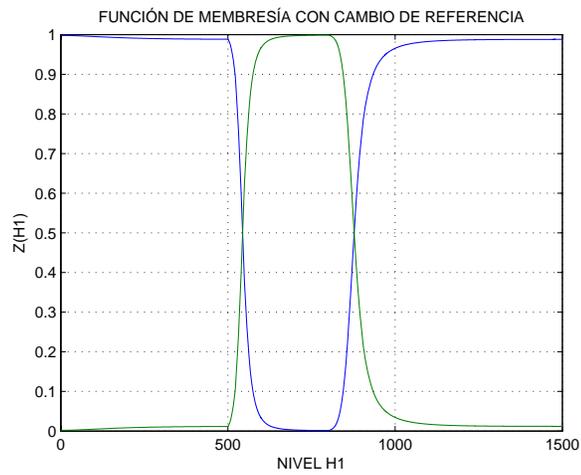


Figura 5.33: Función de membresía, para la simulación del sistema.

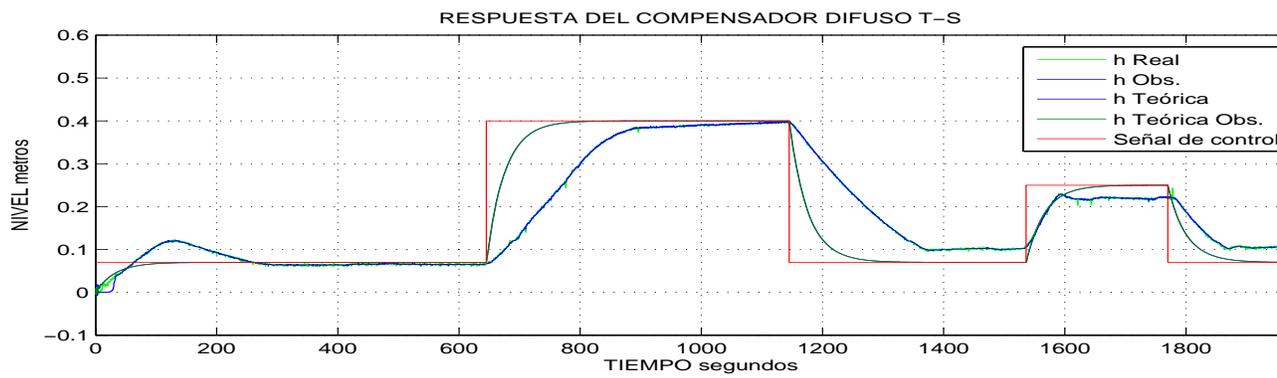


Figura 5.34: Respuesta del sistema Difuso T-S para un tanque con cambios de referencia

Capítulo 6

Conclusiones

El presente trabajo de investigación trata algunas de las razones por las cuales es importante aplicar técnicas sofisticadas para el control de sistemas complejos entiéndase como tales, aquellos sistemas que cuentan con varias entradas y salidas (MIMO), sistemas variantes, o todos aquellos que caen en las generalidades de los sistemas no lineales, sin embargo al incrementarse la complejidad de los sistemas no sólo es necesario mejorar las condiciones de operación sino que es indispensable ofrecer sistemas seguros que permitan hacer un diagnóstico oportuno de fallas, previniendo de esta manera desde el paro de una línea de producción, desperdicio de materia prima, o incluso accidentes que pueden cobrar pérdidas incalculables.

El estudio realizado sobre las técnicas para el diagnóstico de fallas en este trabajo se basa en la generación de residuos a través de la comparación entre la salida del sistema respecto a una salida estimada, esto es posible usando un modelo aproximado de la planta a lo que se conoce como Observador de estados.

Desarrollando el análisis sobre el diseño de diferentes observadores, siendo el Observador de Luenberger, Luenberger con modos deslizantes y el difuso T-S, para estudiar su eficiencia en el diagnóstico de fallas aplicado a un Sistema No Lineal (SNL), conformado por dos tanques de agua desacoplados, cuyo flujo de entrada se encuentra subministrado de manera constante por una bomba de agua, el objetivo además de controlar el nivel del líquido en cada tanque es el de diagnosticar fallas o perturbaciones en las mediciones obtenidas por los

sensores.

Gracias al trabajo desarrollado es que se puede concluir que se logró cumplir con los objetivos planteados en esta tesis, como lo son la obtención paramétrica de un SNL en dos puntos de operación, que fue posible la implementación de los observadores propuestos para el análisis del diagnóstico de fallas en los sensores, por lo que se puede hacer una observación entre los Observadores de Luenberger con el modificado con modos deslizantes, presentando mejores resultados el segundo al tener una mejor repuesta el observador eliminando un error considerable en el periodo transitorio ocurrido en el primero, además de considerar que el residuo que se genera cuando ocurre una perturbación no afecta al estado que no presenta perturbación.

Se implementó un sistema difuso Takagi-Sugeno para un tanque para el cual el compensador funcionó de manera adecuada al controlar la altura del tanque 1 en diferentes puntos.

Con lo anterior queda comprobada la utilidad de la aplicación de métodos de generación de residuos a través del diseño de observadores para diagnosticar fallas en tiempo real en un SNL.

6.1. Trabajo Futuro

Con la finalidad de ofrecer otras herramientas de análisis en cuanto al número de observadores, ya que en las últimas décadas se ha incrementado el estudio de estos, se enuncian a continuación algunos aspectos importantes que pueden servir a mejorar este trabajo

La implementación de otros tipos de observadores deslizantes como el de Utkin, Walcott & Zak, combinados con observadores difusos, por mencionar algunos, esto con la finalidad de ampliar el conocimiento en la gama de observadores analizados en tiempo real para que los alumnos de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo puedan realizar *pruebas* y evaluar su efectividad según el sistema.

La aplicación de observadores diseñados con redes neuronales, para la aplicación de identificación de sistemas cuando no se cuenta con el modelo del sistema.

Además de mencionar la implementación del observador Difuso T-S con modos deslizantes para el sistema completo en tiempo real.

Apéndice A

Definiciones

Un conjunto difuso es una clase de objetos con un continuo grado de permanencia. Dichos conjuntos se caracterizan por que cada objeto tienen un grado de pertenencia que varia de cero a uno [3]. Por tanto, los conjuntos difusos son una extensión de los conjuntos clásicos, permitiendo que el grado de pertenencia de cada elemento del conjunto difuso tome valores en el intervalo $[0,1]$. Es decir, los elementos de un conjunto clásico pueden tener sólo dos grados de pertenencia 0 y 1, mientras que los elementos de un conjunto difuso pueden tener diferentes grados de pertenencia, por ejemplo, 0.1, 0.32, 0.59, etc.

Sea A un conjunto difuso, A en X puede ser representado por conjuntos de pares ordenados de un elemento x y de su valor de pertenencia

$$A = \{(x, f_A(x) | x \in U)\}$$

Cuando U es continuo, A se denota como

$$A = \int_U f_A(x)/x$$

donde el símbolo \int no es una integral como se utiliza en cálculo; en este caso denota la colección de todos los puntos $x \in U$ con la función de pertenencia asociada $f_A(x)$.

Una variable se caracteriza por (\bar{X}, T, U, M) , donde

Definición 6 \bar{X} es el nombre de la variable lingüística.

T es el conjunto de valores lingüísticos que la variable lingüística \bar{X} puede tomar.

U es el dominio físico actual en el que la variable lingüística \bar{X} toma valores cuantitativos.

M es la regla semántica que relaciona cada valor lingüístico en T con un conjunto difuso en U .

De las definiciones anteriores se puede deducir que las variables lingüísticas son extensión de las variables numéricas, en el sentido de que los conjuntos difusos son tomados como valores.

Variable Lingüística, una variable cuyos valores son palabras u oraciones en un lenguaje natural".

Fuzzificación. Obtener un valor de una variable de entrada ($e(t)$) y encontrar el valor numérico de las funciones de membresía que son definidas para esas variables

LMI. Una LMI es una desigualdad matricial de la forma

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0$$

donde $x^T = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ es la variable y $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$ son matrices simétricas dadas. $F(x) > 0$ (definida positiva). La LMI es una restricción convexa en x , es decir,

$$\{x | F(x) > 0\} \rightarrow \text{convexo}$$

Múltiples LMI $F^{(i)} > 0$, $i = 1, \dots, p$ puede ser expresadas como una sola LMI $\text{diag}(F^{(1)}, \dots, F^{(p)}) > 0$

Frecuentemente las variables en las LMI son matrices, por ejemplo, la desigualdad de Lyapunov.

$$A^T P + P A < 0$$

donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ está dado y $P = P^T$ es una variable.

Sea $F_0 = 0$ y $F_i = A_i^T P_i + P_i A_i < 0$ donde P_i son una base para matrices $n \times n$

Bibliografía

- [1] GERTLER, Janos. Fault detection and diagnosis in engineering systems. CRC press, 1998.
- [2] Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., & Staroswiecki, M. (2003). Diagnosis and faulttolerant controlSpringer.
- [3] ZADEH, Lotfi A. Fuzzy sets. Information and control, 1965, vol. 8, no 3, p. 338-353.
- [4] Barbashin, E. A., & Geraschenko, E. I. (1965). On speeding up sliding modes in automatic control systems. *Differentsialniye Uravneniya*, 1, 25-32.
- [5] ITKIS, Uri. Control systems of variable structure. Halsted Press, 1976.
- [6] Utkin, V. Variable structure systems with siliding modes. *Automatic control, IEEE Transaction on*, 22(2):212-222, 1977.
- [7] Clark, R. N., Fosth, D. C., & Walton, V. M. (1975). Detecting instrument malfunctions in control systems. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, (4), 465-473.
- [8] Himmelblau, D. Fault detection and diagnosis in chemical and petrochemical processes. Elsevier Scientific Pub. Co., 1978.
- [9] Takagi, T., & Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, (1), 116-132..

- [10] Sugeno, M. y Kang, G. Structure identification of fuzzy model. *Fuzzy sets and systems*, 28(1):15-33,1988.
- [11] Utkin, V. Principles of identification using sliding regimes. In *Soviet Physics Doklady*, tomo 26, pag. 271. 1981.
- [12] Walcott, B. y Zak, S. State observation of nonlinear uncertain dynamical systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 32(2):166-170, 1987.
- [13] Frank, P. Fault diagnosis in dynamic system via state estimation a survey. 1987.
- [14] Tanaka, K. y Sugeno, M Stability analysis of system using lyapunov's direct method. En *Proc. NAFIPS*, tomo 90, págs. 133-136. 1990.
- [15] Tanaka, K y Sano, M. On the concepts of regulator and observer of fuzzy control systems. *Fuzzy Systems, 1994. IEEE World Congress on COmputational Intelligence, Proceedings of the Third IEEE Conference on* pags. 767-772. IEEE, 1994.
- [16] Tanaka, K. y Wang, H. Fuzzy regulators and fuzzy observers: a linear matrix inequality approach. *Decision and Control, 1997. Proceedings of the 36th IEEE Conference on*, tomo 2, pags. 1315-1320. IEEE, 1997.
- [17] Teixeira, M. y Zak, S. Stabilizing controller desing for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 7(2):133-142, 1999.
- [18] Faya, A. On the Sugeno-type fuzzy observers. *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th*, tomo 5, pag. 4828-4833 vol. 5. 1999. doi:10.1109/CDC.1999.833307.
- [19] Chen, J. Patton, R. Robust model-based fault diagnosis for dynamic system. 1999.
- [20] Patton, R y Frank, P. Issues of fault diagnosis for dynamic systems. Springer Verlag, 2000.
- [21] Tanaka, K. y Wang, H. Fussy control systems desing and analysis: a linear matrix inequality approach. Wiley-Interscience, 2001.

- [22] Castillo, B, Anzures, J. Model-based fault diagnosis using sliding mode observers to Takagi-Sugeno fuzzy model. *Intelligent Control*, 2005. Proceeding of the 2005 IEEE International Symposium on, Mediterrean Conference on Control and Automation, pag. 652-657. IEEE,2005.T
- [23] Anzures, J y Castillo, B. The fault diagnosis problem: Sliding Mode Fuzzy dedicated observers approach. *Fuzzy Systems*, 2006 IEEE International Conference on pags. 1322-1328. IEEE, 2006.
- [24] Marx, B., Koenig, D., & Ragot, J. (2007). Design of observers for Takagi–Sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory & Applications*, 1(5), 1487-1495.
- [25] Anzures, J, “Diagnóstico de fallas en sistemas no lineales usando lógica difusa y observadores con modos deslizantes”, Tesis Doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, CINVESTAV unidad Guadalajara, 2007
- [26] Bouattour, M. Chandli, M., El Hajjaji, A., y Chaabane, M. Roboust fault detection observer desing for Takagi-Sugeno systems: S descriptor approach. *Control Automation (MED)*, 2010 18th Mediterranean Conference on, pags 255-260. June 2010. doi:10.1109/MED.2010.5547677.
- [27] Ferreira, A, Jérôme, C., "Sensor fault diagnosis using a non-homogeneous high-order sliding mode observer with application to a transport aircraft". *Control Theory & Applications*, IET, 2015, Volume: 9, Issue: 4; Pages: 598 - 607, IET Journals & Magazines
- [28] Jin-Feng, H., Jian-She, K., Xian-Ming, S., & Li-Qing, R. (2012, August). Robust sliding mode observer fault diagnosis and its application to nonlinear systems. In *Industrial Control and Electronics Engineering (ICICEE)*, 2012 International Conference on (pp. 1450-1453). IEEE.
- [29] Bregon, A., Alonso-Gonzalez, C. J., & Pulido, B. (2014). Integration of Simulation and State Observers for Online Fault Detection of Nonlinear Continuous Systems. *Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, IEEE Transactions on, 44(12), 1553-1568.

- [30] Kailath, T. (1980). Linear systems (Vol. 1). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- [31] Tanaka, K., & Wang, H. O. (2004). Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. John Wiley & Sons.
- [32] K. Tanaka, T. Taniguchi, and H. O. Wang, "Model-Based Fuzzy Control of TORA System: Fuzzy Regulator and Fuzzy Observer Design via LMIs that Represent Decay Rate, Disturbance Rejection, Robustness, Optimality," Seventh IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Alaska, 1998, pp. 313-318.
- [33] Katsuhiko Ogata, Modern Control Engineering, Pearson Prentice Hall, 5th edition.
- [34] Franklin F. Gene, Powell J. D., Emami-Naeini A., Feedback Control of Dynamic Systems, Addison-Prentice Hall 1991
- [35] D. Luenberger. An introduction to observers. Automatic Control, IEEE Transactions on (Volume:16, Issue: 6), Dec 1971.
- [36] J. Chen and R.J. Patton, "Robust Model-Based fault Diagnosis for Dynamic Systems", Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [37] S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", Society for Industrial Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, 1994.