



UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO



Facultad de Ingeniería Eléctrica - División de Estudios de Posgrado

**DETECCIÓN DE OSCILACIONES DE BAJA  
FRECUENCIA Y FORMACIÓN DE ISLAS CON BASE  
EN EL CÁLCULO DE FRECUENCIA NODAL EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

**TESIS**

Que para obtener el grado de  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

presenta

**Carlos Alberto González Carrillo**

**Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel**

Director de Tesis

**Dr. Ricardo Martínez Parrales**

Co-Director de Tesis

Julio 2020



*A mi abuelo*



# Resumen

En esta tesis se presenta la implementación de una metodología para calcular las frecuencias nodales de sistemas eléctricos de potencia, a partir de los resultados arrojados por un estimador de seguimiento de estado. Este estimador es formulado con base en el método de la matriz aumentada de Hachtel considerando que el sistema es completamente observable solo con PMUs. El cálculo de las frecuencias nodales es aplicado para la detección en línea de problemas de oscilaciones de potencia de baja frecuencia pobremente amortiguadas. En este contexto, las señales de las frecuencias calculadas se descomponen mediante el método Prony y se eligen las componentes de baja frecuencia para hacer la detección de aquel tipo de oscilaciones. Por último, se detecta la formación de islas en sistemas eléctricos de potencia mediante los coeficientes de amortiguamiento obtenidos con el método Prony.



# Abstract

In this thesis, the implementation of a methodology to calculate the nodal frequencies of electrical power systems is presented based on the results obtained from a tracking state estimator. This estimator is formulated based on the Hachtel augmented matrix method and considering that the system is observable by PMUs only. Once the nodal frequencies have been computed, their corresponding waveforms are decomposed by using the Prony method in order to perform the online detection of poorly damped low-frequency power oscillation problems. Finally, the formation of islands in electrical power systems is also detected by using the damping coefficients obtained from the Prony method.



## Agradecimientos

Primero que nada, quiero agradecer a mi asesor Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel por la oportunidad que me brindó de poder trabajar con él y formar parte de su grupo de trabajo, por su tiempo y conocimiento compartido a través de los últimos meses.

A mi coasesor Dr. Ricardo Martínez Parrales, por todo su tiempo y disposición, conocimiento compartido y, principalmente, por toda la paciencia que tuvo en el desarrollo de esta tesis.

A mis revisores, Dr. Aurelio Medina Ríos, Dra. Elisa Espinosa Juárez y Dr. Boris Alcaide Moreno, por sus comentarios que ayudaron a mejorar la calidad de esta tesis.

Al Consejo Nacional de Investigación de Ciencia y Tecnología (CONACyT), México, en virtud del otorgamiento de la beca 886691 para realizar estudios de maestría. También se agradece el apoyo parcial otorgado por CONACyT para la compra de insumos utilizados para el desarrollo de la tesis de maestría a través del proyecto de ciencia básica CB-256680, del Fondo de Sustentabilidad Energética SENER-CONACyT a través del proyecto 246949 y del CEMIE-Océano a través del proyecto 249795.

A mis compañeros y amigos del posgrado, en especial: Cindy, Juanma, Jorge, Luisa, Yeraldine, Víctor y Mario, por su amistad y su ayuda en los últimos años. Sin duda hicieron de esta experiencia maravillosa algo divertido.

A mi novia, Lucía, por su compañía, ayuda incondicional, apoyo y motivación. Por las risas que nunca faltaron. Por estar siempre.

Quiero agradecer especialmente a mis padres y hermano, por todo lo que me han dado, por apoyarme a llegar hasta aquí. Sin ustedes esto no sería posible.



# Contenido

Dedicatoria . . . . .	III
Resumen . . . . .	V
Abstract . . . . .	VII
Agradecimientos . . . . .	IX
Contenido . . . . .	XI
Lista de Figuras . . . . .	XIII
Lista de Tablas . . . . .	XV
Abreviaciones y Nomenclatura . . . . .	XV
1. Introducción . . . . .	1
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Estado del Arte . . . . .	2
1.2.1. Estimación Estática de Estado . . . . .	2
1.2.2. Estimación de Seguimiento de Estado . . . . .	3
1.2.3. Cálculo de Frecuencia . . . . .	4
1.2.4. Detección de Islas Eléctricas . . . . .	5
1.3. Objetivo . . . . .	6
1.4. Justificación . . . . .	6
1.5. Metodología . . . . .	7
1.6. Contenido de la tesis . . . . .	8
2. Cálculo de señales de frecuencias nodales mediante seguimiento de estado . . . . .	9
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Propiedades estadísticas de las mediciones . . . . .	10
2.3. Estimación Estática de Estado . . . . .	11
2.4. Seguimiento de Estado . . . . .	14
2.5. Análisis de datos erróneos en las mediciones . . . . .	15
2.6. Cálculo de frecuencia nodal . . . . .	17
2.6.1. Cálculo con base en el seguimiento de estado . . . . .	17
2.6.2. Cálculo con base en el divisor de frecuencia . . . . .	20
2.6.3. Validación de resultados . . . . .	24
2.7. Conclusiones . . . . .	28

---

3. Detección de oscilaciones de baja frecuencia e islas eléctricas	29
3.1. Introducción . . . . .	29
3.2. Conceptos teóricos . . . . .	30
3.2.1. Linealización del modelo general del sistema de potencia . . . . .	31
3.2.2. Análisis de eigenvalores . . . . .	33
3.3. Detección de oscilaciones de potencia de baja frecuencia . . . . .	34
3.3.1. Método Prony con Mínimos Cuadrados . . . . .	34
3.4. Detección de coherencia oscilatoria de generadores . . . . .	39
3.4.1. Sistema de 4 generadores y 11 nodos . . . . .	39
3.4.2. Sistema de 50 generadores y 145 nodos . . . . .	48
3.5. Detección de islas eléctricas . . . . .	54
3.5.1. Sistema de 14 generadores y 59 nodos . . . . .	54
3.6. Conclusiones . . . . .	58
4. Conclusiones generales y trabajos futuros	59
4.1. Conclusiones generales . . . . .	59
4.2. Trabajos futuros . . . . .	60
Referencias	61

# Lista de Figuras

2.1.	Relación entre los estimados y el tiempo. . . . .	19
2.2.	Relación entre el desplazamiento angular y el tiempo. . . . .	19
2.3.	Relación lineal entre la frecuencia y el tiempo. . . . .	20
2.4.	Frecuencia en el nodo 104, calculada mediante el seguimiento de estado, TSAT y divisor de frecuencia. . . . .	26
2.5.	Frecuencia en el nodo 110, calculada mediante el seguimiento de estado, TSAT y divisor de frecuencia. . . . .	26
2.6.	Frecuencia en el nodo 111, calculada mediante el seguimiento de estado, TSAT y divisor de frecuencia. . . . .	27
2.7.	MSEs de las frecuencias nodales calculadas mediante el seguimiento y el divisor de frecuencia en el sistema de 145 nodos. . . . .	27
3.1.	Diagrama de flujo de método Prony llevado a cabo en MATLAB. . . . .	38
3.2.	Sistema de dos áreas. . . . .	40
3.3.	Frecuencias en los nodos de generación del sistema de 11 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado. . . . .	40
3.4.	Frecuencias en los nodos de generación del sistema de 11 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia. . . . .	41
3.5.	Oscilaciones inter-área entre los generadores 1 y 3 del sistema de 11 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado. . . . .	41
3.6.	Oscilaciones inter-área entre los generadores 1 y 3 del sistema de 11 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia. . . . .	42
3.7.	MSEs de las frecuencias nodales calculadas mediante el seguimiento y el divisor de frecuencia en el sistema de 4 generadores y 11 nodos. . . . .	42
3.8.	Frecuencias nodales del sistema de 11 nodos reconstruidas con componentes menores a 0.6 Hz. Caso 1. . . . .	44
3.9.	Oscilaciones inter-área entre los nodos de generación 2 y 4 del sistema de 11 nodos obtenidas con Prony. Caso 1. . . . .	45
3.10.	Frecuencias nodales del sistema de 11 nodos reconstruidas con componentes menores 0.6 Hz. Caso 2. . . . .	47
3.11.	Oscilaciones inter-área entre los nodos de generación 1 y 3 del sistema de 11 nodos obtenidas con Prony. Caso 2. . . . .	47

3.12. MSEs de las frecuencias nodales reconstruidas mediante el método Prony, casos 1 y 2., del sistema de 11 nodos. . . . .	48
3.13. Frecuencias en cuatro nodos de generación del sistema de 145 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado. . . . .	49
3.14. Frecuencias en cuatro nodos de generación del sistema de 145 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia. . . . .	49
3.15. Oscilaciones inter-área entre los generadores 110 y 145 del sistema de 145 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado. . . . .	50
3.16. Oscilaciones inter-área entre los generadores 110 y 145 del sistema de 145 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia. . . . .	50
3.17. Frecuencias nodales del sistema de 145 nodos reconstruidas con componentes menores a $0.5 \text{ Hz}$ . Caso 1. . . . .	51
3.18. Oscilaciones inter-área entre los generadores 93 y 137 del sistema de 145 nodos. Caso 1. . . . .	52
3.19. Frecuencias nodales del sistema de 145 nodos reconstruidas con componentes menores a $0.5 \text{ Hz}$ . Caso 2. . . . .	53
3.20. Oscilaciones inter-área entre los generadores 93 y 137 del sistema de 145 nodos. Caso 2. . . . .	54
3.21. Sistema de 14 generadores y 59 nodos. . . . .	55
3.22. Frecuencia en los nodos 101, 211, 309, 403 y 504 obtenidas con el TSAT y con el estimador de seguimiento. . . . .	56
3.23. Ángulos de voltajes de los 59 nodos después de la formación de la isla eléctrica en el segundo 27. . . . .	57
3.24. Coeficientes de amortiguamiento obtenidos con Prony de la señal de frecuencia de cada nodo en el intervalo de 15 a 27 segundos. . . . .	57

# Lista de Tablas

- 3.1. Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 11 nodos. Caso 1. . . . . 43
- 3.2. Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 11 nodos. Caso 2. . . . . 45
- 3.3. Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 145 nodos. Caso 1. . . . . 52
- 3.4. Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 145 nodos. Caso 2. . . . . 53



# Abreviaciones y Nomenclatura

$E(\cdot)$ , Valor esperado.	dores.
$T$ , Periodo.	$\bar{i}_B$ , Inyecciones de corriente.
$Th$ , Umbral para la detección de datos erróneos.	$\bar{i}_G$ , Inyecciones de corriente en nodos de generación.
$Th_{se}$ , Umbral de efecto difuminado.	$\bar{v}_B$ , Voltajes nodales.
$\Delta\hat{\theta}_i^T$ , Desplazamiento angular.	$\eta$ , Variable aleatoria gaussiana.
$\Delta\omega_h$ , Desviación de frecuencia.	$\hat{\mathbf{e}}$ , Vector de errores estimados.
$\Delta\theta_i^T$ , Desplazamiento del ángulo de voltaje.	$\hat{\mathbf{x}}$ , Vector de estados estimados.
$\alpha$ , Parámetro de ajuste de filtrado en el análisis de datos.	$\hat{\phi}$ , Ángulos estimados en el cálculo de frecuencia nodal.
$\alpha_i^t$ , Ángulo de señal de referencia en cálculo de frecuencia.	$\mathbf{A}$ , Matriz de estados.
$\bar{Y}_{B0}$ , Matriz con impedancias internas de generadores.	$\mathbf{B}$ , Matriz de entradas.
$\bar{Y}_{BB}$ , Matriz de admitancias de la red.	$\mathbf{C}$ , Matriz Jacobiana de $\mathbf{c}$ en estimación de estado.
$\bar{Y}_{BG}$ , Matriz de admitancias mutuas con impedancias internas de generadores.	$\mathbf{C}$ , Matriz de salida.
$\bar{Y}_{GB}$ , Matriz de admitancias mutuas con impedancias internas de generadores.	$\mathbf{D}$ , Matriz de transmisión.
$\bar{Y}_{GG}$ , Matriz de admitancias propias con impedancias internas de generadores.	$\mathbf{H}$ , Matriz Jacobiana de $\mathbf{h}$ .
$\bar{e}_G$ , Fuerzas electromotrices de los generadores.	$\mathbf{J}$ , Matriz Jacobiana.
	$\mathbf{W}$ , Matriz de ponderación de las mediciones.
	$\Phi$ , Eigenvector derecho.
	$\Psi$ , Eigenvector izquierdo.
	$\dot{\mathbf{x}}$ , Vector de cambios en los estados.
	$\hat{\mathbf{r}}$ , Residuo estimado.
	$\lambda$ , Vector de multiplicadores de Lagrange para el método Hachtel.

- $\mu$ , Vector de multiplicadores de Lagrange para el método Hachtel.
- $\mu$ , Media aritmética en propiedades de las mediciones.
- $\mu$ , Raíces del polinomio característico de la predicción lineal.
- $\mathbf{c}$ , Vector de funciones de restricciones de igualdad.
- $\mathbf{e}$ , Vector de errores.
- $\mathbf{f}(\cdot)$ , Vector con ecuaciones diferenciales en el modelo del SEP.
- $\mathbf{g}(\cdot)$ , Vector con ecuaciones algebraicas del estator en el modelo del SEP.
- $\mathbf{h}(\cdot)$ , Vector con ecuaciones algebraicas del balance de potencia de la red en el modelo del SEP.
- $\mathbf{h}$ , Vector de funciones que relacionan mediciones con estados en estimación.
- $\mathbf{u}$ , Vector con las variables de entrada del sistema en el modelo del SEP.
- $\mathbf{v}$ , Vector con las variable algebraicas en el modelo del SEP.
- $N$ , Número de muestras en el método Prony.
- $L$ , Número de componentes exponenciales amortiguadas en el método Prony.
- $A_i$ , Amplitud de componente  $i$  en el método Prony.
- $\sigma_i$ , Coeficiente de amortiguamiento de componente  $i$  en el método Prony.
- $\varphi_i$ , Fase de componente  $i$  en el método Prony.
- $\mathbf{a}$ , Vector de coeficientes de la predicción lineal.
- $\mathbf{y}$ , Vector de observación de la predicción lineal.
- $\rho$ , Polinomio característico de la predicción lineal.
- $\mathbf{x}$ , Vector de estados.
- $\mathbf{z}$ , Conjunto de mediciones.
- $\omega_0$ , Frecuencia de referencia en divisor de voltaje.
- $\omega_h$ , Frecuencia en el nodo  $h$  en divisor de voltaje.
- $\sigma$ , Desviación estándar en propiedades de las mediciones.
- $\sigma^2$ , Varianza en propiedades de las mediciones.
- $f$ , Frecuencia en cálculo de frecuencia nodal.
- $p(\cdot)$ , Función operacional para derivada en el tiempo.
- $\bar{v}_{dq,h}$ , Fasor de voltaje en el marco dq.
- $\bar{v}_h$ , Fasor de voltaje en estado casi estable.
- COI, Centro de Inercia.
- FACTS, Sistemas flexibles de transmisión de corriente alterna.
- FDP, Función de densidad de probabilidad.
- GD, Generación Distribuida.
- GPS, Sistema de Posicionamiento Global.
- LNER, Residuo estimado normalizado más grande.
- NDZ, Zona de no detección.
- PCC, Punto de conexión común.
- PLL, Phase-locked loop.
- PMU, Unidad de medición fasorial.

SCADA, Sistema de adquisición de datos  
y control supervisorio.

SEP, Sistema eléctrico de potencia.

TSAT, Herramienta de evaluación de se-  
guridad transitoria propiedad de  
DSATools.

MSE, Error Cuadrático Medio



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Introducción

Antes de iniciar con la revisión de lo hecho a través de los años, es necesario especificar el tipo de estimador en el cual se basa este trabajo. Existen cuatro categorías de estimadores en sistemas eléctricos de potencia (SEP), dependiendo de las cantidades a estimar, estas son: en *estado estable*, *dinámico*, *transitorio* y *calidad de la energía*. La categoría de estado estable se divide a su vez en *estático*, de *pronóstico* y de *seguimiento*. El estimador estático tradicional es un algoritmo que procesa un solo conjunto de datos de mediciones disponibles, en un tiempo específico, el cual produce un único estimado del estado estático compuesto por magnitudes y ángulos de voltaje nodal. El estimador de seguimiento aplica el algoritmo del estimador estático tradicional de manera secuencial por medio de conjuntos de mediciones actualizables, lo anterior permite seguir la evolución del estado estático de la red en el tiempo, después de la ocurrencia de algún disturbio.

El trabajo de esta tesis se enfoca en el estimador de seguimiento, el cálculo de frecuencia nodal, así como la detección de oscilaciones de potencia de baja frecuencia y formación de islas eléctricas en sistemas de transmisión.

## 1.2. Estado del Arte

### 1.2.1. Estimación Estática de Estado

Desde la década 1970, se ha estudiado intensivamente el tema de estimación de estado aplicado a SEPs, [Schweppe y Wildes, 1970], [Schweppe y Rom, 1970], [Schweppe y Handschin, 1974], [Merrill y Schweppe, 1971], [Handschin *et al.*, 1975], [Gjelsvik *et al.*, 1985], [Holten *et al.*, 1988], [Monticelli *et al.*, 1985], [Rao y Roy, 1983], [van Amerongen, 1995], debido a la importancia que tiene para que los operadores sean capaces de mantener al sistema en condiciones de operación normal. Estos estimadores se formulan matemáticamente por medio de un conjunto de funciones no lineales, referidas como mediciones estimadas, que relacionan mediciones físicas con las variables de estado que determinan las condiciones operativas del sistema. Por lo tanto, el problema de estimación de estado es no lineal y su solución se obtiene a través de un proceso de minimización del error existente entre las mediciones físicas y sus correspondientes mediciones estimadas.

Existen varios métodos para minimizar estos errores, siendo los más usados aquellos basados en el método de Mínimos Cuadrados, entre ellos, el método de la transformación ortogonal [Simoës-Costa y Quintana, 1981], [Wood *et al.*, 2013] y el método de la matriz aumentada de Hachtel [Gjelsvik *et al.*, 1985], [Wu *et al.*, 1988]. Estos estimadores tradicionales inicialmente utilizaban mediciones físicas suministradas por un sistema de adquisición de datos y control supervisorio (SCADA, por sus siglas en inglés), como fuente de datos; sin embargo, con el avance de la tecnología en el área de la medición, el monitoreo y las telecomunicaciones, han surgido unidades de medición fasorial (PMUs, por sus siglas en inglés), las cuales proveen fasores sincronizados en tiempo con una tasa de muestreo mucho más rápida y con mayor precisión que los sistemas SCADA. Lo anterior ha llevado a la formulación y desarrollo de estimadores convencionales híbridos, que consideran tanto mediciones SCADA y mediciones sincronizadas en tiempo para estimar el estado operativo del SEP: [Zhao y Abur, 2005], [Jiang *et al.*, 2007], [Bi *et al.*, 2008], [Valverde *et al.*, 2010], [Zamora-Cárdenas y Fuerte-Esquivel, 2011], [Korres y Manousakis, 2011], [Chakrabarti *et al.*, 2010]. En [Zhou *et al.*, 2006] se propone una estimación de estado en dos etapas, don-

de en la primer etapa se realiza una estimación utilizando solo mediciones SCADA. Este resultado es utilizado en una segunda etapa para inicializar un estimador de estado lineal que utiliza solo mediciones PMU. En algunos trabajos, como en [Fardanesh, 2012], [Jiang *et al.*, 2014] y [Jiang *et al.*, 2015], se usan enfoques de solución no iterativos al problema de estimación no lineal utilizando técnicas de re-linealización, con el inconveniente de que solo es aplicable a sistemas pequeños. En [Dobakhshari *et al.*, 2019] desarrollan un estimador lineal (no iterativo) sin la necesidad de usar mediciones PMU, utilizando simplemente mediciones SCADA.

### 1.2.2. Estimación de Seguimiento de Estado

Los primeros trabajos sobre el concepto de estimador de estado de seguimiento se remontan también a la década de 1970, [Debs y Larson, 1970], [Schweppe y Masiello, 1971], [Falcao *et al.*, 1982], [Kotiuga, 1985], proponiendo enfoques como el filtro de Kalman para seguir pequeños cambios en la dinámica del estado del sistema o extendiendo el concepto del estimador estático para hacerlo variante en el tiempo. Sin embargo, debido a que los sistemas SCADA de esa época no eran muy precisos y tenían una tasa de actualización muy lenta, no se podía capturar la evolución dinámica del estado de manera precisa. Esta problemática ha disminuido de manera significativa con el desarrollo y aplicación de las PMUs. Estos dispositivos permiten la obtención de mediciones con una tasa de medición de hasta 60 muestras por segundo. Si el número de PMUs es suficiente para asegurar una completa observabilidad del sistema, el antes mencionado filtro de Kalman puede ser usado para seguir el estado de la red [Bian *et al.*, 2011].

Con base en lo descrito anteriormente, algunos trabajos combinan mediciones SCADA y PMUs, por ejemplo en [Glavic y Van Cutsem, 2013], para realizar el seguimiento del estado operativo del SEP utilizando las últimas mediciones SCADA recibidas, mediciones de PMU y pseudomediciones generadas al utilizar el último estado operativo conocido; en [Göl y Abur, 2014], se propone un estimador de seguimiento basado en el valor mínimo absoluto, usando las mediciones PMU disponibles y el último conjunto de mediciones SCADA como pseudomediciones; en [Asprou *et al.*, 2014], se propone un estimador de dos

etapas, un estimador de mínimos cuadrados ponderados y un estimador lineal, para seguir la dinámica de los estados del sistema sin ser completamente observable por los PMUs; en [Alcaide-Moreno *et al.*, 2015], se propone un estimador de seguimiento haciendo un procesamiento simultáneo de mediciones SCADA y mediciones PMU, las cuales no están sincronizadas en el tiempo y tienen una tasa de recolección diferente, también hacen una predicción de mediciones SCADA en cada estimado para asegurar la observabilidad de la red.

### 1.2.3. Cálculo de Frecuencia

En los últimos años, el nivel de penetración de energías renovables a la red eléctrica ha ido en aumento, trayendo grandes beneficios en cuestiones de sustentabilidad y medio ambiente, pero también generando otro tipo de problemas y retos asociados a la operación de SEP en tiempo real [Milano *et al.*, 2018]. Entre estos retos, la variación de la frecuencia de operación del sistema y su monitoreo adecuado es uno de los temas que más cobran importancia debido a que el valor de frecuencia es un indicativo de la salud del propio sistema.

Debido a que no es posible medir físicamente la frecuencia, es necesario calcularla o estimarla a partir de otros parámetros. Existen, principalmente, tres maneras de estimar la frecuencia. La más común es usando el concepto de Centro de Inercia (COI) [Frowd *et al.*, 1982], que no es otra cosa que la media aritmética de las velocidades de los rotores de los generadores síncronos ponderadas con sus respectivas constantes de inercia. Algunos trabajos donde se aplica este concepto son [Winkelman *et al.*, 1981], [Fabozzi y Van Cutsem, 2010], [Renedo *et al.*, 2016], [Du *et al.*, 2012]. Este método es muy útil para detectar oscilaciones de baja frecuencia con una velocidad de cómputo muy elevada, sin embargo, una desventaja es que no puede estimar frecuencias locales.

Otra manera bastante común de estimar la frecuencia es realizando una derivada numérica al ángulo de fase del fasor de voltaje nodal, como se menciona o se muestra en los siguientes trabajos: [Phadke *et al.*, 1983], [Price *et al.*, 1993], [Hsu *et al.*, 1998], [Nutaro y Protopopescu, 2011]. Una de las limitantes de este método es que tiende a tener problemas numéricos de convergencia en aplicaciones en redes con alta penetración de

energías renovables de naturaleza variable, como la eólica [Milano y Ortega, 2016], [Golpira y Messina, 2017].

Otras propuestas para estimar la frecuencia incluye métodos iterativos como el filtro de Kalman [Routray *et al.*, 2002], [Girgis y Hwang, 1984]; algoritmos basados en el método de Newton [Terzija *et al.*, 1994], utilización del concepto del three-phase phase-locked loop (PLL) [Kaura y Blasko, 1997], [Chung, 2000], [Karimi *et al.*, 2004], y métodos que usan mínimos cuadrados [Xia *et al.*, 2014], entre otros. La desventaja que tienen estos enfoques es que están limitados a sistemas de baja dimensión y la mayoría diseñados para sistemas monofásicos [Zečević *et al.*, 2016], [Pradhan *et al.*, 2005].

Recientemente, se han publicado trabajos que mejoran la estimación de frecuencia [Milano y Ortega, 2016], [Golpira y Messina, 2017], siendo el método de divisor de frecuencia propuesto en [Milano y Ortega, 2016] el utilizado para validar el método de cálculo de frecuencia implementado en este trabajo.

#### 1.2.4. Detección de Islas Eléctricas

Existen varias técnicas de detección de islas en sistemas con generación distribuida (GD), que se clasifican en locales, por realizar la detección desde el lado de GD, y que a su vez se dividen en técnicas pasivas [Redfern *et al.*, 1995], [Pai y Huang, 2001], [Anudeep y Nayak, 2017], [Rostami *et al.*, 2017b], [Rostami *et al.*, 2017a], por utilizar mediciones de ciertos parámetros del sistema, como variaciones de voltaje y frecuencia, entre otros. Estas técnicas permiten realizar la detección en un tiempo muy corto, pero presentan la dificultad de detectar islas cuando la carga y la generación, en el sistema aislado, están cerca de ser iguales, en otras palabras, tienen una zona de no detección grande (NDZ) [Mahat *et al.*, 2008]. Esta problemática se elimina al utilizar técnicas activas de detección [O'kane y Fox, 1997], [Warin y Allen, 1990], [Funabashi *et al.*, 2003], donde se perturban ciertos parámetros del sistema mediante una señal en el punto de conexión común (PCC), para crear una condición de aislamiento que pueda ser detectada [Kunte y Gao, 2008]. Una desventaja de estas técnicas es que es una técnica invasiva al utilizar una señal de perturbación en el sistema, lo que conlleva a un tiempo de detección más lento [Mahat *et al.*, 2008].

También se han propuesto técnicas híbridas [Menon y Nehrir, 2007], [Yin *et al.*, 2006], las cuales son una combinación de las técnicas anteriores. En este contexto, primeramente se utiliza la técnica pasiva bajo condiciones que se sabe pueden causar islas en algunas partes del sistema, y la técnica activa se utiliza si y solo si la técnica pasiva sospecha de una condición de aislamiento [Deshbhratar *et al.*, 2016]. Una de las ventajas de estos métodos es que tienen un NDZ pequeño, pero la desventaja es que requieren de un gran tiempo de cómputo para la detección de islas debido a la utilización secuencial de técnicas pasivas y activas [Mahat *et al.*, 2008].

Por último, existen técnicas denominadas remotas [Kumar y Bhowmik, 2017], las cuales hacen la detección de islas desde el lado de la red con base en comunicaciones entre la red principal y la unidad de GD [Kunte y Gao, 2008]. Estas técnicas son altamente confiables pero con un costo económico de implementación muy elevado [Mahat *et al.*, 2008].

### 1.3. Objetivo

En este trabajo se tienen dos objetivos principales:

- El primero se refiere a la implementación y validación de dos métodos para el cálculo y seguimiento de frecuencias nodales en sistemas eléctricos de potencia, uno con base en un estimador de seguimiento de estado y otro basado en el método del divisor de frecuencia.
- El segundo objetivo es la detección de problemas de oscilaciones de potencia pobremente amortiguadas y de formación de islas eléctricas. Esta detección se realizará a través de la descomposición de las señales de frecuencia nodales por medio del método de Prony.

### 1.4. Justificación

Las máquinas rotatorias convencionales tienen la capacidad de proporcionar una protección a los cambios bruscos en los estados operativos de la red eléctrica, gracias a

la inercia de los rotores. Esta respuesta inercial ayuda a ralentizar la reacción natural del sistema ante disturbios [Milano *et al.*, 2018]. Sin embargo, con la penetración de las energías renovables, tales como generación solar o eólica, esta inercia se ve reducida debido a que la electrónica de potencia usada por estas tecnologías (rectificadores, convertidores, etc.) desacoplan estas fuentes de generación con el resto de la red eléctrica. Otros dispositivos, como baterías de almacenamiento de energía, sistemas FACTS, cargas flexibles con respuesta a la demanda, entre otras, pueden proveer cierta regulación de frecuencia, pero no ayudan a la respuesta inercial del sistema para evitar una excursión importante del valor de frecuencia al momento en que ocurre un gran disturbio.

Al ocurrir un disturbio en el sistema eléctrico, las máquinas síncronas responden de maneras diferentes de acuerdo con sus constantes de inercia y localización geográfica con respecto a la ocurrencia del disturbio, por lo que las velocidades de las máquinas síncronas no son iguales durante el transitorio. Lo anterior ocasiona que las frecuencias nodales no tengan el mismo valor a lo largo del sistema. Aunado a lo anterior, si la respuesta natural del sistema es más rápida debido a la disminución de la inercia, la tasa de cambio de la frecuencia será mucho más alta. Con las implicaciones que todo esto conlleva, se vuelve sumamente necesario el poder estimar con exactitud dichas frecuencias nodales [Milano y Ortega, 2016].

## 1.5. Metodología

Implementación de una formulación matemática para calcular las frecuencias nodales en sistemas eléctricos de potencia a partir del estimador de seguimiento de estado y validación mediante el método del divisor de frecuencia, usando solamente mediciones etiquetadas en tiempo proporcionadas por PMUs. Para la validación de este proceso se considera que no todos los generadores tienen un PMU en su punto de interconexión con la red, por lo tanto no se conoce su frecuencia, y que los parámetros internos de los generadores no son necesarios para calcular dicha frecuencia.

Implementación del método Prony para descomponer las señales de frecuencias nodales calculadas, con el fin de detectar algunos fenómenos relacionados con oscilaciones

de potencia de baja frecuencia, para ello se consideran solo las componentes cercanas a 0.5 Hz, que son las que corresponden a oscilaciones inter-área.

Finalmente, por medio del método Prony y los coeficientes de amortiguamiento pertenecientes a las componentes de las señales de frecuencias nodales calculadas, se detecta la coherencia oscilatoria que llega a ocurrir entre generadores y la formación de islas eléctricas en sistemas eléctricos de potencia.

## 1.6. Contenido de la tesis

Aparte de lo mencionado anteriormente en este capítulo, el contenido y estructura de la tesis se describe a continuación:

En el Capítulo 2 se presenta la formulación matemática del estimador estático de estado basado en el método de la matriz aumentada de Hachtel para resolver el problema no lineal de mínimos cuadrados y su implementación secuencial para desarrollar el estimador de seguimiento de estado. También se presentan generalidades de las propiedades estadísticas de las mediciones y análisis de datos erróneos. Del mismo modo, se presentan las formulaciones matemáticas para el cálculo de frecuencia nodal con base en el seguimiento de estado y el divisor de frecuencia. Por último, se presenta un caso de estudio donde se aplican dichas metodologías y se analizan los resultados.

En el Capítulo 3 se presenta una introducción y los conceptos teóricos del problema general de estabilidad de señal pequeña mediante el eigenanálisis, también se describe el proceso de linealización del modelo general del sistema de potencia. De igual manera, se presenta la formulación del método Prony con mínimos cuadrados para la detección de oscilaciones de potencia de baja frecuencia. Finalmente, se presentan dos casos de estudio y uno más para la aplicación del método en detección de islas eléctricas.

En el Capítulo 4 se presentan las conclusiones generales, así como los trabajos futuros que se pueden realizar como continuación de este trabajo de tesis.

## Capítulo 2

# Cálculo de señales de frecuencias nodales mediante seguimiento de estado

### 2.1. Introducción

Debido al tamaño y complejidad que pueden llegar a tener los sistemas eléctricos de potencia, se vuelve un gran reto tecnológico el monitoreo en tiempo real de ciertos parámetros que permitan a los operadores conocer de manera directa si el sistema está operando en un estado normal o, si no es así, saber en tiempo real que tipo de acciones preventivas y correctivas deben ser realizadas para conducir al SEP a una operación segura y confiable.

Si bien existen medidores comerciales que permiten un monitoreo del sistema con una tasa de muestro muy alta y precisa, en la actualidad no es muy común que se tengan medidores en cada nodo o subestación del sistema, ya que los costos serían muy altos. Entonces, si no es posible el monitoreo total del sistema, es necesaria una alternativa que permita estimar el estado operativo del SEP, con un alto grado de confiabilidad y a mucho menor costo. Esta alternativa es el estimador de estado, el cual utiliza un conjunto de mediciones disponibles para estimar magnitudes y ángulos de voltaje de cada nodo del

sistema en un determinado instante de tiempo.

Puesto que las mediciones utilizadas para la estimación de estado presentan ciertas propiedades estadísticas, es posible hacer una detección e identificación de mediciones erróneas para asegurar que los resultados obtenidos son confiables para usarse en aplicaciones posteriores, como estudios de flujos de potencia, despacho económico, análisis de seguridad, entre otros [Savulescu, 2009].

El estimador de estado usado en este trabajo está basado en el método de la matriz aumentada de Hachtel para resolver el problema no lineal de mínimos cuadrados, el cual muestra un buen balance entre estabilidad numérica y eficiencia computacional.

## 2.2. Propiedades estadísticas de las mediciones

Las mediciones y los errores en las mediciones tienen ciertas propiedades estadísticas. Al graficarse las mediciones tomadas cada cierto periodo de tiempo por un mismo equipo de medición, se genera una función de probabilidad normal o gaussiana cuya media será el valor verdadero o esperado de la variable medida. Si se grafican los errores, la media será cero. A continuación, se enlistan las propiedades consideradas como base para la formulación del estimador de estado basado en el método de Hachtel:

- Los errores tienen una distribución normal dada por la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$FDP(\eta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{\sigma}\right)^2}, \quad (2.1)$$

donde  $\eta$  es la variable aleatoria gaussiana, en este caso el error acumulado en la medición;  $\sigma$  es la desviación estándar de la medición y  $\sigma^2$  es la varianza.

- El valor esperado de los errores de las mediciones ( $k = 1, 2, \dots, m$ ) es cero:

$$E(\eta_k) = \mu = 0, \quad (2.2)$$

- Los errores son independientes entre ellos, lo que implica que  $E(e_k e_m) = 0$ . Por lo tanto se tiene que:

$$\sigma^2 = E[e^T e] = \mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2\}, \quad (2.3)$$

### 2.3. Estimación Estática de Estado

Para realizar la estimación de estado se considera el siguiente modelo de medición, el cual relaciona las mediciones físicas con las mediciones estimadas y un error asociado:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{e}, \quad (2.4)$$

donde  $\mathbf{z}$  es un vector conformado por un conjunto de  $m$  mediciones físicas;  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  es un vector de estados del sistema (magnitudes y ángulos de voltaje en los nodos);  $\mathbf{h}$  es un vector de funciones no lineales las cuales relacionan las  $m$  mediciones físicas con el vector de estados  $\mathbf{x}$ ; y  $\mathbf{e}$  es un vector de errores de medición. Debido a que los valores reales del vector de estados  $\mathbf{x}$  no se conocen, se usan los estimados para determinar el estado operativo del sistema, es decir,  $\hat{\mathbf{x}}$ , lo que origina la obtención de errores estimados  $\hat{\mathbf{e}}$ . Con la finalidad de tener una estimación precisa del estado operativo del sistema con base a un conjunto de mediciones físicas, estos errores estimados o residuos deben ser minimizados ajustando los valores de las variables de estado. De tal manera, la expresión matemática de los errores estimados a minimizar se obtiene directamente de (2.4):

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}). \quad (2.5)$$

Para realizar la minimización, se obtiene una función objetivo con base a la suma de errores estimados cuadrados ponderados asociados a cada una de las mediciones que conforman la base de datos utilizada por el estimador de estado:

$$J(\hat{x}) = \sum_{j=1}^m W_{jj} \hat{e}_j^2, \quad (2.6)$$

donde  $W_{jj} = \frac{1}{\sigma_j^2}$ .

La ecuación anterior puede expresarse de manera matricial como

$$J(\hat{\mathbf{x}}) = [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^T \mathbf{W} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]. \quad (2.7)$$

La minimización de esta función objetivo que representa al problema no lineal de mínimos cuadrados ponderados se realiza al reformular (2.7) como un problema de minimización sujeto a un conjunto de restricciones de igualdad. Esta nueva reformulación se conoce

como método de Hachtel [Gjelsvik *et al.*, 1985]. En este contexto, el problema de optimización no lineal de mínimos cuadrados ponderados con restricciones de igualdad debe convertirse a un problema de optimización sin restricciones por medio de una función Lagrangiana. La minimización de esta función por medio de la aplicación de la primera condición de optimalidad resulta en un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, que expresado en forma matricial es referido como matriz aumentada de Hachtel [Abur y Exposito, 2004].

La formulación matemática de lo expresado en el párrafo anterior se deriva a continuación. Primeramente, la ecuación (2.6) deja de ser función de los estados estimados  $\hat{\mathbf{x}}$  y pasa a ser función de los errores estimados o residuos  $\hat{\mathbf{r}}$ ; por lo tanto, la expresión queda:

$$J(\hat{\mathbf{r}}) = \sum_{j=1}^m W_{jj} \hat{r}_j^2. \quad (2.8)$$

Puesto que se obtiene el mismo resultado de minimizar  $J$  y  $\frac{1}{2}J$  [Monticelli, 1999], por practicidad, (2.8) es expresada como:

$$J(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m W_{jj} \hat{r}_j^2. \quad (2.9)$$

En forma matricial, la función a minimizar queda:

$$J(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{r}}^T \mathbf{W} \hat{\mathbf{r}}. \quad (2.10)$$

El espacio factible de solución del problema de mínimos cuadrados ponderados es restringido por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}) = 0, \quad (2.11)$$

$$\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{z} + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) = 0. \quad (2.12)$$

El primer conjunto de restricciones, (2.11), esta conformado por mediciones virtuales en nodos de paso, es decir, nodos sin carga y sin inyecciones de potencia, tal que estas mediciones corresponden a los balances de potencia nodal. El segundo conjunto de mediciones, (2.12), se refiere a que los residuos estimados de las mediciones deben ser cero, en otras palabras, las mediciones físicas y estimadas deben ser iguales.

El problema de optimización restringido dado por (2.10)-(2.12) es convertido a un problema de optimización no restringido al obtener la función Lagrangiana (2.13), la cual contiene dos grupos de multiplicadores de Lagrange,  $\lambda$  y  $\mu$ :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{r}}^T \mathbf{W} \hat{\mathbf{r}} - \lambda^T \mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}) - \mu^T (\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{z} + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})) \quad (2.13)$$

La minimización de (2.13) requiere obtener las condiciones de optimalidad de primer orden, las cuales corresponden a las derivadas parciales de la función Lagrangiana, con respecto a las variables  $\hat{\mathbf{r}}$ ,  $\mu$ ,  $\hat{\mathbf{x}}$  y  $\lambda$ , igualadas a cero. Los cuatro conjuntos de primeras condiciones de optimalidad quedan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\mathbf{r}}} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{r}} - \mu = 0, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \hat{\mathbf{r}} - \mathbf{z} + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) = 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} = -\lambda^T \mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}) - \mu^T \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) = 0, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -\mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}) = 0. \quad (2.17)$$

Debido a que el conjunto de ecuaciones algebraicas (2.14)-(2.17) es no lineal, se obtiene un conjunto linealizado de ecuaciones algebraicas por medio del método de Newton-Raphson:

$$\mathbf{W} \hat{\mathbf{r}} - \mu = 0, \quad (2.18)$$

$$\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{z} + \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) + (\Delta \hat{\mathbf{x}}) \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) = 0, \quad (2.19)$$

$$\lambda^T [\mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}) + (\Delta \hat{\mathbf{x}}) \mathbf{C}'(\hat{\mathbf{x}})] + \mu^T [\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) + (\Delta \hat{\mathbf{x}}) \mathbf{H}'(\hat{\mathbf{x}})] = 0, \quad (2.20)$$

$$\mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}) + (\Delta \hat{\mathbf{x}}) \mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}) = 0. \quad (2.21)$$

donde  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{C}$  son las matrices Jacobianas, mientras que  $\mathbf{H}'$  y  $\mathbf{C}'$  son las matrices Hessianas de  $\mathbf{h}$  y  $\mathbf{c}$ , respectivamente. La dimensión del sistema de ecuaciones resultante puede ser reducida si se despeja  $\hat{\mathbf{r}}$  de la ecuación (2.18),  $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{W}^{-1} \mu$ , y se sustituye en (2.19). Adicionalmente, la complejidad del sistema de ecuaciones es reducida al despreciar los términos

con Hessianos, tal que se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\mathbf{W}^{-1}\mu + (\Delta\hat{\mathbf{x}})\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}), \quad (2.22)$$

$$\mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}})^T\lambda + \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}})^T\mu = 0, \quad (2.23)$$

$$(\Delta\hat{\mathbf{x}})\mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}) = -\mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}). \quad (2.24)$$

El conjunto de ecuaciones linealizadas (2.22)-(2.24) puede ser representado matricialmente mediante la ecuación (2.25), donde la matriz de coeficientes es referida como matriz aumentada de Hachtel. Este sistema matricial simétrico y disperso es resuelto iterativamente hasta que el máximo valor absoluto de los incrementos en las variables de estado es menor que una tolerancia especificada, o hasta que se alcanza el número máximo de iteraciones permitido.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}^{-1} & \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}^k) & 0 \\ \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) & 0 & \mathbf{C}^T(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ 0 & \mathbf{C}(\hat{\mathbf{x}}^k) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu^k \\ \Delta\hat{\mathbf{x}}^k \\ \lambda^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}^k) \\ 0 \\ -\mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}^k) \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

## 2.4. Seguimiento de Estado

Como se mencionó en el capítulo anterior, el estimador de seguimiento de estado está diseñado para seguir la evolución del estado operativo de la red mediante la aplicación secuencial del estimador de estado estático y el uso de un conjunto actualizado de mediciones en cada instante de tiempo en que se realiza una nueva estimación. Un estimador de seguimiento típico es capaz de procesar simultáneamente mediciones SCADA y PMU, las cuales tienen diferentes tasas de muestreo, [Alcaide-Moreno *et al.*, 2017]; sin embargo, en esta tesis, solo se consideran mediciones PMU debido a que se requieren mediciones con etiquetas de tiempo y con una alta tasa de muestreo para poder ser capaces de calcular las frecuencias nodales.

Cabe mencionar que cuando se tiene un sistema completamente observable solo con PMUs se puede formular un estimador de estado lineal. Sin embargo, lo anterior solamente es posible si las mediciones sincronizadas en tiempo (fasores de voltaje y corriente) y los estados están ambos en el mismo sistema de coordenadas; es decir, existe una relación lineal

entre las corrientes de rama y los voltajes nodales (estados del sistema) [Yang *et al.*, 2010]. La condición anterior hace que la matriz  $\mathbf{H}$  sea una relación exacta entre las mediciones y los estados [Sarri *et al.*, 2016]. De otro modo, si se consideran mediciones de corriente en forma rectangular y mediciones de fasores de voltaje (estados) en forma polar, se obtienen funciones no lineales que relacionan ambos conjuntos de mediciones. En esta tesis se trabaja con esta última formulación; es decir, los estados del sistema están en forma polar y las mediciones de corriente son transformadas a la forma rectangular debido a que se ha demostrado que hay mejor convergencia del estimador de estado cuando se consideran los sistemas de coordenadas referidos [Phadke y Thorp, 2008].

Al ser una aplicación secuencial del estimador estático, el estimador de seguimiento aplica la misma metodología descrita en el subcapítulo anterior y resuelve recursivamente (2.25). En esta solución recursiva, se utilizan los valores estimados un instante anterior  $t - 1$  como condiciones iniciales para la estimación de estado realizada en el tiempo  $t$ .

## 2.5. Análisis de datos erróneos en las mediciones

Este análisis de datos con errores gruesos consiste en un proceso de detección, identificación y corrección o eliminación de datos erróneos, llevado a cabo en cuatro etapas que se describen a continuación [Martínez-Parrales y Fuerte-Esquivel, 2018].

En la primera etapa del proceso, se detecta la presencia de mediciones erróneas y se forma un conjunto con las mediciones sospechosas de tener errores gruesos. Para esto, cualquier medición  $i$ -ésima de la base de datos, se considera sospechosa si el valor absoluto de su correspondiente residuo estimado es mayor que  $Th$  veces su desviación estándar,  $|\hat{r}_i| > Th \sigma_i$ , donde  $Th$  es el umbral para la detección de datos erróneos [Martínez-Parrales y Fuerte-Esquivel, 2018]. Sin embargo, es posible que en el conjunto de mediciones sospechosas existan mediciones correctas cuyos residuos estén fuertemente correlacionados con los correspondientes a las mediciones erróneas; por lo tanto, se requiere un segundo paso de filtrado.

En la segunda etapa, se aplica un *filtro de umbral* (threshold filter) al conjunto de

mediciones sospechosas para remover aquellas mediciones cuyos residuos han sido sesgados por mediciones erróneas. Este filtro consiste en comparar los residuos estimados normalizados de cada medición en el conjunto de mediciones sospechosas con respecto a un *umbral de efecto difuminado* (smearing effect), es decir,  $Th_{se}$ . Las mediciones que tengan residuos estimados normalizados mayores o iguales que dicho umbral se mantienen en el conjunto de mediciones sospechosas. El umbral de efecto difuminado está dado por la siguiente ecuación [Martínez-Parrales y Fuerte-Esquivel, 2018]:

$$Th_{se} = \alpha(LNER - Th) + Th, \quad (2.26)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro de ajuste, entre 0 y 1, que define el número de mediciones que componen el subconjunto resultante de datos sospechosos incorrectos al final de la etapa de filtrado; y  $LNER$  es el máximo residuo estimado normalizado, por sus siglas en inglés. Cuando  $\alpha = 0$ ,  $Th_{se} = Th$ , lo cual implica que no se filtra ningún dato y el conjunto de mediciones sospechosas se mantiene intacto. Cuando  $\alpha = 1$ , la medición que contenga el  $LNER$  será identificada como la única medición errónea en todo el conjunto de mediciones sospechosas. Cuando existen múltiples datos erróneos, la solución de estimación de estado será más lenta. De acuerdo con [Martínez-Parrales, 2019], un valor de  $\alpha = 0.5$  provee un buen balance entre la eficiencia del proceso de filtrado y la precisión del estimador. Por lo tanto, las simulaciones llevadas a cabo en esta tesis utilizan este valor de  $\alpha$ . Desde el punto de vista de filtrado, la selección de este valor es equivalente a suponer que la medición errónea con el  $LNER$  solo puede sesgar los residuos normalizados de las mediciones no correlacionadas hasta la mitad de la distancia existente entre el límite  $Th$  y  $LNER$ .

A pesar del proceso de filtrado descrito en el párrafo anterior, algunas mediciones correctas que estén correlacionadas a mediciones incorrectas pueden ser identificadas erróneamente porque sus residuos estimados normalizados serán sesgados a un valor mayor que  $Th_{se}$ . La razón de este sesgo se debe a que un dato incorrecto tiene un efecto de difuminado más fuerte sobre los residuos estimados de las mediciones correctas con las que está correlacionado. Con la finalidad de evitar estas detecciones erróneas, en la tercera etapa del proceso, se aplica un filtro de correlación al conjunto resultante de mediciones sospechosas para determinar las mediciones correlacionadas con aquellas erróneas y eliminarlas del con-

junto de mediciones sospechosas. En este filtrado, la medición con el *LNER* será parte del conjunto de mediciones erróneas identificadas, y todas las mediciones correlacionadas con esta medición errónea son eliminadas del conjunto de mediciones sospechosas. El proceso se repite hasta que el último conjunto mencionado queda vacío [Martínez-Parrales, 2019].

Finalmente, las mediciones erróneas identificadas pueden ser corregidas restando sus correspondientes residuos estimados, es decir,  $z_{i(\text{corregida})}^k = z_i^k - \hat{r}_i^k$ , o eliminadas de la base de datos si se aplica el método de detección al final de la estimación [Martínez-Parrales, 2019].

## 2.6. Cálculo de frecuencia nodal

### 2.6.1. Cálculo con base en el seguimiento de estado

La frecuencia nodal puede ser calculada directamente de los resultados del estimador de seguimiento de estado siguiendo el mismo principio que el usado por los PMUs; sin embargo, considerando que el proceso de estimación funciona como una especie de filtro para las mediciones físicas, los estados obtenidos usando el estimador, específicamente los ángulos estimados  $\hat{\phi}$ , proporcionan más precisión al cálculo de la frecuencia que las mediciones de PMUs. Cabe mencionar que los ángulos de voltaje son estimados con respecto a una señal de referencia la cual está oscilando a frecuencia nominal, en este caso  $60 \text{ Hz}$  o  $377 \text{ rad/s}$ , sincronizadas por medio de una señal GPS. Entonces, lo que se busca en este análisis es cuantificar la cantidad de radianes  $\Delta\theta_i^T$  que el ángulo de voltaje estimado está desfasado con respecto a la señal de referencia. En un tiempo  $t_1$ , se mide la diferencia entre el ángulo estimado de la fase A, que corresponde al ángulo estimado de secuencia positiva, en el  $i$ -ésimo nodo,  $\hat{\phi}_i^{est1}$ , y el ángulo de la señal de referencia,  $\alpha_i^{t1}$ ; y se asigna una estampa de tiempo a esta diferencia estimada. Lo anterior se puede expresar de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\hat{\theta}_i^{est1} = \hat{\phi}_i^{est1} - \alpha_i^{t1}. \quad (2.27)$$

De igual manera, se puede asumir que en un tiempo  $t_2$  se tiene  $\hat{\theta}_i^{est2} = \hat{\phi}_i^{est2} - \alpha_i^{t2}$ . Con base en lo anterior, la diferencia  $\Delta\hat{\theta}_i^{est1,2} = \hat{\theta}_i^{est2} - \hat{\theta}_i^{est1}$  puede ser representada como sigue:

$$\begin{aligned}\Delta\hat{\theta}_i^{est1,2} &= (\hat{\phi}_i^{est2} - \alpha_i^{t2}) - (\hat{\phi}_i^{est1} - \alpha_i^{t1}) \\ &= (\hat{\phi}_i^{est2} - \hat{\phi}_i^{est1}) - (\alpha_i^{t2} - \alpha_i^{t1}).\end{aligned}\quad (2.28)$$

donde el primer término representa el desplazamiento de la señal del ángulo de voltaje estimado de la fase A en el  $i$ -ésimo nodo, mientras que el segundo término representa el desplazamiento angular de la señal de referencia. Esta diferencia angular está asociada con una diferencia de las estampas de tiempo  $\Delta t_{1,2}$  asociadas con el primer y segundo estimado de los ángulos de voltaje, como se aprecia en la Figura 2.1. Un valor positivo de  $\Delta\hat{\theta}_i^{est1,2}$  indica que el desplazamiento angular de la fase en el  $i$ -ésimo nodo fue más grande que el desplazamiento angular de la señal de referencia y, por lo tanto, la frecuencia del ángulo de fase nodal es más grande que la frecuencia de referencia.

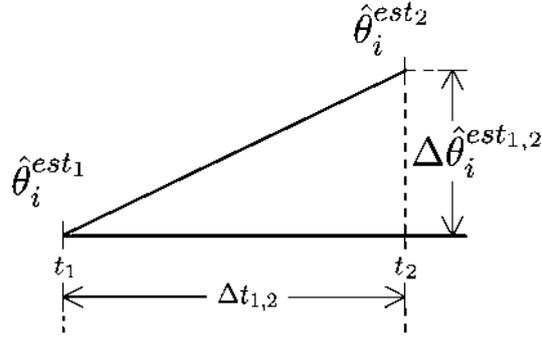
El desplazamiento angular de la señal de ángulo de voltaje en un periodo de tiempo, es calculado con respecto a la señal de referencia con un periodo de tiempo igual a  $T_{ref} = 2\pi \text{ rad}$ , por lo cual, se asume la relación lineal mostrada en la Figura 2.2. Tomando como referencia  $t_1$ , se pueden obtener las siguientes expresiones para las pendientes:

$$m_{t_1,t_2} = \frac{\hat{\theta}_i^{est2} - \hat{\theta}_i^{est1}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\hat{\theta}_i^{est1,2}}{\Delta t_{1,2}}, \quad (2.29)$$

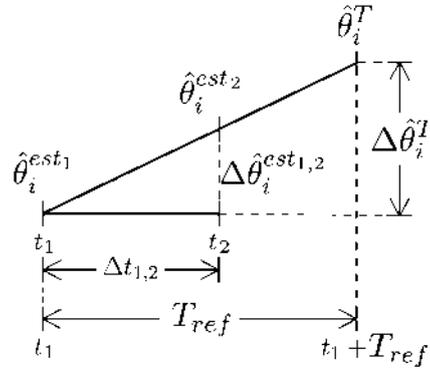
$$m_{t_1,T} = \frac{\hat{\theta}_i^T - \hat{\theta}_i^{est1}}{(t_1 + 2\pi) - t_1} = \frac{\Delta\hat{\theta}_i^T}{2\pi} = \frac{\Delta\hat{\theta}_i^T}{T_{ref}}. \quad (2.30)$$

Igualando (2.29) y (2.30), se obtiene el desplazamiento angular del  $i$ -ésimo nodo en un periodo de tiempo:

$$\Delta\hat{\theta}_i^T = \frac{\Delta\hat{\theta}_i^{est1,2}}{\Delta t_{1,2}} T_{ref}. \quad (2.31)$$



**Figura 2.1:** Relación entre los estimados y el tiempo.



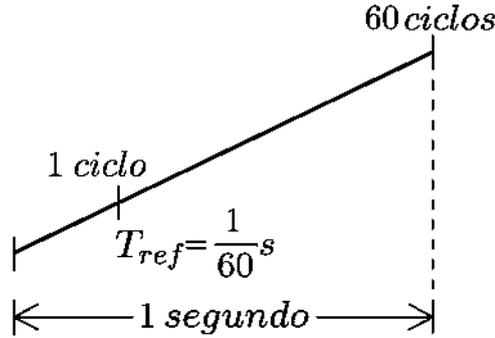
**Figura 2.2:** Relación entre el desplazamiento angular y el tiempo.

La relación entre la frecuencia y el tiempo también se puede considerar lineal, la cual está dada por  $f = \frac{1}{T}$ , donde  $f$  es la frecuencia en *ciclos/s* y  $T$  es el periodo en *s*. Para propósitos de este análisis, se asume que la señal de referencia oscila a 60 *ciclos/s*. La Figura 2.3 describe esta relación. Asimismo, la relación entre la frecuencia y la frecuencia angular está dada por  $2\pi f = \omega$ , donde  $2\pi \text{ rad/s}$  corresponden exactamente a 1 *Hz*; en otras palabras, 1 *Hz* corresponde a 1 *ciclo/s*.

Siguiendo la misma línea de razonamiento adoptada para el desplazamiento angular, la frecuencia de la señal de ángulo de voltaje en el  $i$ -ésimo nodo se calcula con respecto a la frecuencia de la señal de referencia, la cual en un ciclo completa una rotación de  $2\pi \text{ rad}$ . La frecuencia calculada rotará más o menos que esos  $2\pi \text{ rad}$ , dependiendo del desplazamiento angular que tenga. De este modo, la frecuencia en el  $i$ -ésimo nodo puede ser calculada

con la siguiente ecuación:

$$f_i = \left( \frac{2\pi + \Delta\hat{\theta}_i^T}{2\pi} \right) f_{ref}. \quad (2.32)$$



**Figura 2.3:** Relación lineal entre la frecuencia y el tiempo.

Cuando  $\Delta\theta_i^T < 0$ , la frecuencia en el  $i$ -ésimo nodo es menor que la frecuencia de referencia, y viceversa.

Cada frecuencia nodal calculada representa la frecuencia promedio de la señal de voltaje de cada nodo durante el tiempo existente entre dos estimaciones de estado consecutivas.

### 2.6.2. Cálculo con base en el divisor de frecuencia

El principio de este método, así como el de esta tesis, se basa en el hecho de que durante un evento transitorio no se tiene una frecuencia nominal en el sistema, es decir, se tienen frecuencias diferentes en cada parte de la red, cuyos valores dependen de la estructura topológica de la red y las velocidades de los rotores de los generadores síncronos. La velocidad de cada máquina permite calcular los modos de oscilación interárea de acuerdo a la manera en que se forman los grupos coherentes de máquinas [Milano y Ortega, 2016].

#### Formulación matemática

Si se considera la matriz de admitancias aumentada con impedancias internas de las máquinas síncronas, los voltajes y corrientes en el sistema se relacionan de la siguiente

manera:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_G \\ \bar{i}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{GG} & \bar{Y}_{GB} \\ \bar{Y}_{BG} & \bar{Y}_{BB} + \bar{Y}_{B0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_G \\ \bar{v}_B \end{bmatrix}, \quad (2.33)$$

donde  $\bar{v}_B$  son los voltajes nodales;  $\bar{i}_B$  son las inyecciones de corriente en los nodos de la red de transmisión;  $\bar{e}_G$  son las fuerzas electromotrices de los generadores;  $\bar{i}_G$  son las inyecciones de corrientes en los nodos de generación;  $\bar{Y}_{BB}$  es la matriz de admitancias de la red;  $\bar{Y}_{GG}$ ,  $\bar{Y}_{GB}$  y  $\bar{Y}_{BG}$  son matrices de admitancias considerando las impedancias internas de los generadores y  $\bar{Y}_{B0}$  es una matriz diagonal con las impedancias internas de los generadores.

Las inyecciones de corriente  $\bar{i}_B$  se desprecian, por lo que, la ecuación (2.33) se puede reescribir como:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{GG} & \bar{Y}_{GB} \\ \bar{Y}_{BG} & \bar{Y}_{BB} + \bar{Y}_{B0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_G \\ \bar{v}_B \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

De esta manera, los voltajes nodales pueden ser calculados por

$$\bar{v}_B = - [\bar{Y}_{BB} + \bar{Y}_{B0}]^{-1} \bar{Y}_{BG} \bar{e}_G. \quad (2.35)$$

Se puede definir  $\bar{D} = - [\bar{Y}_{BB} + \bar{Y}_{B0}]^{-1} \bar{Y}_{BG}$ , siendo  $\bar{D}$  una matriz con información únicamente de la topología de la red:

$$\bar{v}_B = \bar{D} \cdot \bar{e}_G. \quad (2.36)$$

De igual manera, se considera que la derivada en el tiempo de los fasores de voltajes nodales, indicada con la función (operacional)  $p(\cdot)$ , está en el marco de referencia  $dq$  y rotando con frecuencia  $\omega_0$ , para más detalles, revisar [Milano y Ortega, 2016]:

$$p\bar{v}_{dq,h} = \frac{d}{dt} \bar{v}_{dq,h} + j\omega_0 \bar{v}_{dq,h}, \quad (2.37)$$

donde  $\bar{v}_{dq,h} = \bar{v}_{d,h} + j\bar{v}_{q,h}$  y  $h$  indica el nodo correspondiente a cada fasor.

Las siguientes consideraciones, relacionadas con el modelo electromecánico para análisis de estabilidad transitoria son importantes para la deducción de la fórmula de divisor de frecuencia [Milano y Ortega, 2016]:

- El fasor en estado casi estable puede ser aproximado a su equivalente en el marco de referencia  $dq$ :

$$\bar{v}_h \approx \bar{v}_{dq,h}. \quad (2.38)$$

- Su derivada en el tiempo, de acuerdo con la ecuación (2.37) y considerando variaciones pequeñas en la frecuencia del sistema, se puede aproximar a:

$$\frac{d}{dt}\bar{v}_{dq,h} \approx j\Delta\omega_h\bar{v}_{dq,h}, \quad (2.39)$$

donde  $\Delta\omega_h$  es la desviación de frecuencia con respecto a la frecuencia de referencia  $\omega_0$  en el nodo  $h$ .

Combinando las ecuaciones (2.37), (2.38) y (2.39) resulta la siguiente expresión:

$$p\bar{v}_h \approx j\omega_h\bar{v}_h, \quad (2.40)$$

donde  $\omega_h = \omega_0 + \Delta\omega_h$  es la frecuencia en el nodo  $h$ .

Diferenciando la ecuación (2.36) con respecto al tiempo:

$$p\bar{v}_B = p[\bar{D} \cdot \bar{e}_G] = p\bar{D} \cdot \bar{e}_G + \bar{D} \cdot p\bar{e}_G, \quad (2.41)$$

En la ecuación (2.41), se considera el término  $p\bar{D} \cdot \bar{e}_G$  casi igual a cero debido a que la matriz  $D$  contiene parámetros constantes del sistema, por lo tanto:

$$p\bar{v}_B \approx \bar{D} \cdot p\bar{e}_G. \quad (2.42)$$

Utilizando (2.37) y (2.41) para expandir la derivada en el tiempo  $p(\cdot)$ :

$$\frac{d}{dt}\bar{v}_B + j\omega_0\bar{v}_B = \bar{D} \cdot \frac{d}{dt}\bar{e}_G + j\omega_0\bar{D} \cdot \bar{e}_G. \quad (2.43)$$

Por la ecuación (2.36), los términos  $j\omega_0\bar{v}_B$  y  $j\omega_0\bar{D} \cdot \bar{e}_G$  se pueden eliminar. Asimismo, considerando la ecuación (2.39), (2.43) queda de la siguiente manera:

$$j\Delta\omega_B\bar{v}_B \approx j\bar{D} \cdot \Delta\omega_G\bar{e}_G, \quad (2.44)$$

De las ecuaciones (2.39) y (2.40) se puede deducir que  $\Delta\omega_B = \omega_B - \omega_0$  y  $\Delta\omega_G = \omega_G - \omega_0$ .

Sustituyendo estas desviaciones de frecuencia angular en la ecuación (2.44):

$$j(\omega_B - \omega_0)\bar{v}_B = j\bar{D} \cdot (\omega_G - \omega_0)\bar{e}_G, \quad (2.45)$$

$$\omega_B = \omega_0 + \bar{D} \cdot (\omega_G - \omega_0)\frac{\bar{e}_G}{\bar{v}_B}. \quad (2.46)$$

La ecuación (2.46) permite calcular las frecuencias angulares en los nodos de la red de transmisión en función de las frecuencias angulares en los nodos de generación. Esta ecuación puede ser simplificada sin comprometer la precisión de los resultados, para ello se considera que  $\bar{v}_B \approx 1p.u.$  y  $\bar{e}_G \approx 1p.u.$ ; que las conductancias de todos los elementos en las matrices de admitancias usadas en el cálculo de la matriz  $\bar{D}$  son despreciadas, lo que quiere decir que  $\bar{Y}_{BB} \approx j\bar{Y}_{BB}$ ; y que  $\omega_0 = 1p.u.$ . Debe notarse que estas consideraciones corresponden a parámetros típicos de sistemas de transmisión [Milano y Ortega, 2016], con lo cual se obtiene la expresión del divisor de frecuencia [Milano y Ortega, 2016]:

$$\omega_B = 1 + D(\omega_G - 1) \quad (2.47)$$

donde  $D = -[\bar{B}_{BB} + \bar{B}_{B0}]^{-1}\bar{B}_{BG}$ .

La fórmula del divisor de frecuencia permite calcular las frecuencias angulares en todos los nodos del sistema por medio de las velocidades de los rotores de los generadores síncronos y la topología de la red. Sin embargo, esta expresión puede ser modificada para incluir un conjunto extra de mediciones de frecuencia disponibles en nodos de carga de la red, como las mediciones proporcionadas por los PMUs. Si se asume que en ciertos nodos de carga existe tanto medición de voltaje  $\bar{v}_M$  como medición de frecuencia nodal  $\omega_M$ , el conjunto de mediciones de frecuencia nodal queda formado de la siguiente manera:  $\omega_B = [\omega_M, \omega_U]$ , donde  $\omega_U$  son las restantes frecuencias nodales desconocidas. Siguiendo el mismo principio y procedimiento que en (2.33), se tiene la siguiente matriz de admitancias aumentada con impedancias internas de los generadores síncronos:

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_G \\ \bar{i}_M \\ \bar{i}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{GG} & \bar{Y}_{GM} & \bar{Y}_{GU} \\ \bar{Y}_{MG} & \bar{Y}_{MM} + \bar{Y}_{M0} & \bar{Y}_{MU} \\ \bar{Y}_{UG} & \bar{Y}_{UM} & \bar{Y}_{UU} + \bar{Y}_{U0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e}_G \\ \bar{v}_M \\ \bar{v}_B \end{bmatrix}. \quad (2.48)$$

Despreciando las inyecciones de corriente  $\bar{i}_B$ , la expresión (2.36) cambia y los voltajes nodales ahora pueden ser calculados por

$$\bar{v}_B = \bar{D} \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_G \\ \bar{v}_M \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

siendo ahora  $\bar{D} = - [\bar{Y}_{UU} + \bar{Y}_{U0}]^{-1} [\bar{Y}_{UG} \ \bar{Y}_{UM}]$ . Respetando las mismas consideraciones tomadas por los autores del método en el desarrollo anterior, relacionadas con el modelo electromecánico para análisis de estabilidad transitoria y en valores de parámetros típicos de sistemas de transmisión, las ecuaciones (2.44) y (2.47) quedan de la siguiente manera [Milano y Ortega, 2016]:

$$j\Delta\omega_U \bar{v}_B \approx j\bar{D} \cdot [\Delta\omega_G \bar{e}_G + \Delta\omega_M \bar{v}_M], \quad (2.50)$$

$$\omega_U = 1 + \bar{D} \cdot \begin{bmatrix} \omega_G - 1 \\ \omega_M - 1 \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

Con esta formulación es posible calcular las frecuencias angulares en todos los nodos del sistema a partir de las velocidades de los rotores de las máquinas síncronas y mediciones de frecuencia nodal disponibles.

### 2.6.3. Validación de resultados

La aplicación y validación de la metodología propuesta para el cálculo de frecuencia nodal se realiza considerando un sistema de 50 generadores y 145 nodos presentado en [Vittal *et al.*, 1992], y posteriormente en [Rivera *et al.*, 2018], el cual es completamente observable por un conjunto de mediciones proporcionadas por PMUs. En este sistema, 44 generadores son representados con el modelo clásico, mientras que los 6 restantes son representados por el modelo de dos ejes con excitador tipo AC4A.

Con la finalidad de realizar el seguimiento del estado operativo del sistema, se considera que cada PMU proporciona 10 mediciones por segundo; tal que  $\Delta t_{1,2} = 0.1 \text{ s}$ . En este contexto, el sistema eléctrico cuenta con un total de 304 mediciones, de las cuales 34 son mediciones fasoriales de voltaje y 118 son mediciones fasoriales de corriente, logrando la observabilidad del sistema. Para el divisor de frecuencia, se tienen un total de 47 mediciones de frecuencia. Nótese que el divisor de frecuencia calcula las frecuencias nodales  $\omega_B$  que no están siendo medidas, a partir de mediciones disponibles de las frecuencias o velocidades de los generadores síncronos  $\omega_G$ ; por lo tanto, es posible calcular con este método las frecuencias nodales en el punto de conexión con la red de los 3 generadores que están sin PMUs sin ningún cambio en la formulación.

Los conjuntos de mediciones de PMUs se generaron por medio del simulador en el dominio del tiempo TSAT, el cual es una herramienta para la evaluación de la seguridad transitoria, y es parte del software *DSATools<sup>TM</sup>*. Para cumplir con los objetivos del análisis, se provoca un escenario de contingencia en el cual ocurre una falla trifásica en el nodo 7 en  $t_0 = 5$  s, y es liberada en  $t_{cl} = 5.1$  s sin cambio topológico del sistema. El conjunto de mediciones verdaderas se genera considerando 10 muestras por segundo, durante 60 segundos del comportamiento dinámico del sistema. De esta misma simulación dinámica, se obtienen también valores verdaderos de las frecuencias nodales.

Para propósitos de la estimación de seguimiento, se adiciona ruido no Gaussiano a las mediciones con la finalidad de simular el ruido en las mediciones reales. Por último, la validación de las metodologías de estimación de seguimiento (2.25) y divisor de frecuencia (2.51), se realiza al comparar los resultados con los valores obtenidos del TSAT.

En las Figuras 2.4 a 2.6 se muestran las frecuencias en los nodos 104, 110 y 111 obtenidas mediante el seguimiento de estado, el software de evaluación transitoria TSAT y el divisor de frecuencia. Los tres nodos seleccionados corresponden a los puntos de conexión de tres de los seis generadores representados por el modelo de dos ejes, sin PMUs en sus respectivos nodos. Se aprecia claramente que ambas metodologías cumplen con el cálculo de frecuencia nodal; sin embargo, el seguimiento de estado proporciona un cálculo de frecuencia nodal más preciso que el método del divisor de frecuencia.

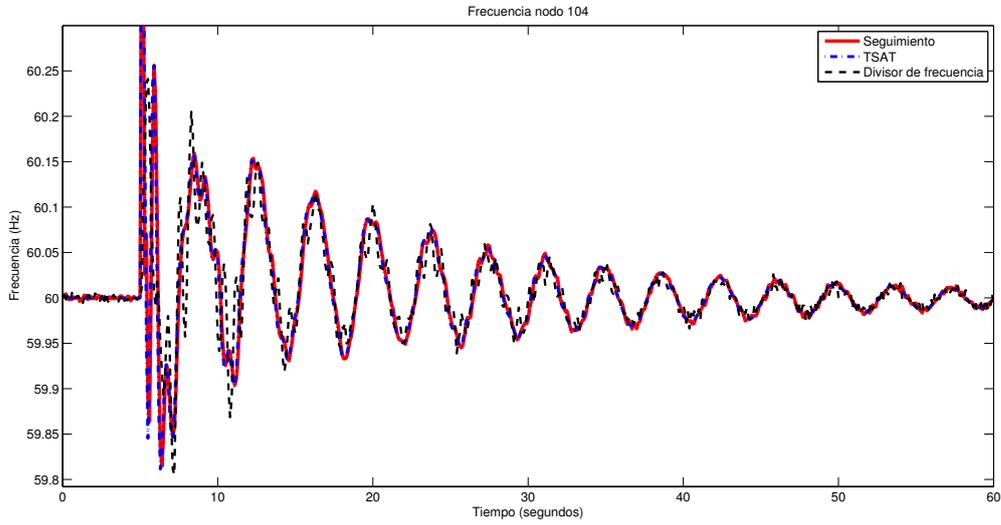
Para cuantificar la precisión de ambas metodologías, se calcula el Error Cuadrático Medio (MSE, por sus siglas en inglés) para los  $i$  nodos, de acuerdo con la ecuación (2.52) para el seguimiento de estado y con la ecuación (2.53) para el divisor de frecuencia:

$$MSE_i = \frac{1}{540} \sum_{k=61}^{600} (f_i^k - f_i^{est_k})^2, \quad \forall i = 1, \dots, 145, \quad (2.52)$$

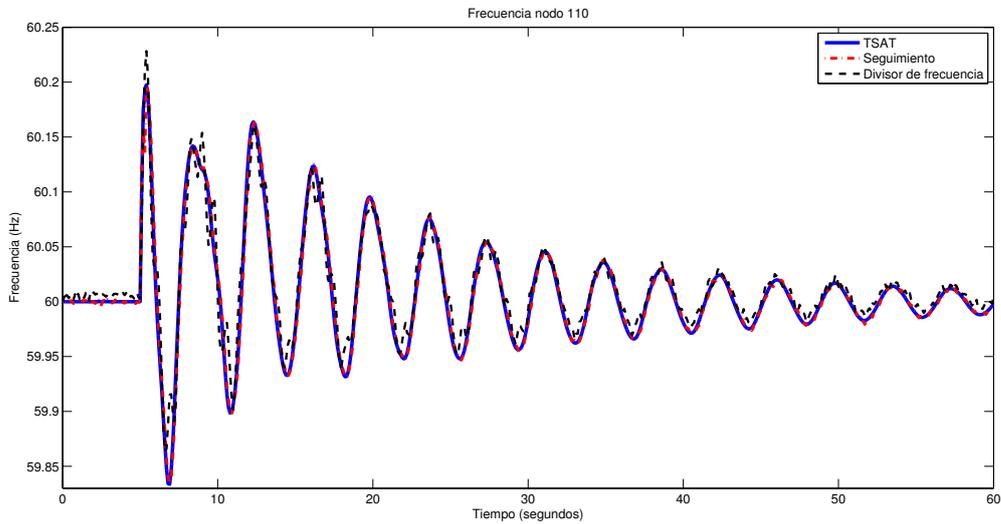
$$MSE_i = \frac{1}{540} \sum_{k=61}^{600} (f_i^k - f_i^{df_k})^2, \quad \forall i = 1, \dots, 145, \quad (2.53)$$

donde  $f_i^{est_k}$  son las frecuencias calculadas con el seguimiento de estado;  $f_i^{df_k}$  son las frecuencias calculadas con el divisor de frecuencia y  $f_i^k$  son las frecuencias obtenidas del TSAT,

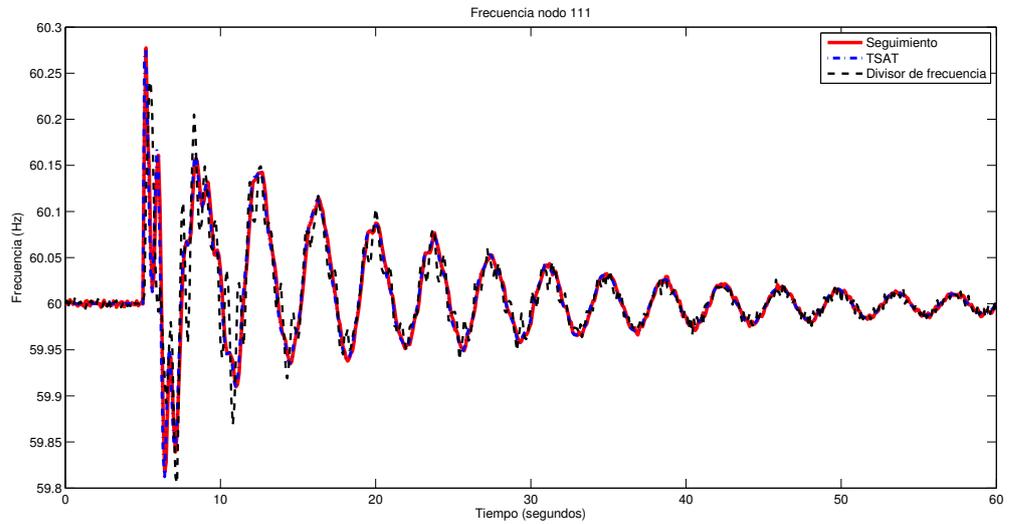
las cuales se toman como referencia para el cálculo del índice de calidad. Por último, el superíndice  $k$  es el número de frecuencias calculadas.



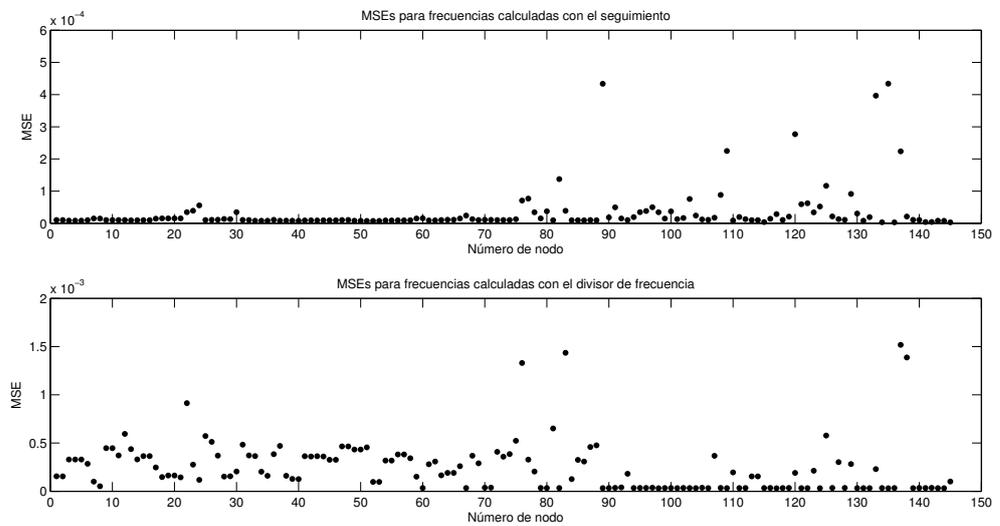
**Figura 2.4:** Frecuencia en el nodo 104, calculada mediante el seguimiento de estado, TSAT y divisor de frecuencia.



**Figura 2.5:** Frecuencia en el nodo 110, calculada mediante el seguimiento de estado, TSAT y divisor de frecuencia.



**Figura 2.6:** Frecuencia en el nodo 111, calculada mediante el seguimiento de estado, TSAT y divisor de frecuencia.



**Figura 2.7:** MSEs de las frecuencias nodales calculadas mediante el seguimiento y el divisor de frecuencia en el sistema de 145 nodos.

Los MSEs son calculados a partir de  $t = 6$  s hasta  $t = 60$  s, esto con el propósito de evitar los primeros segundos de estado estable y los grandes picos en las frecuencias

en los primeros instantes luego de la contingencia. La Figura 2.7 muestra los MSEs de las frecuencias calculadas por el seguimiento y el divisor de frecuencia, respectivamente, en comparación con las frecuencias obtenidas con el TSAT. Se aprecia claramente que el método basado en el seguimiento es más preciso que el divisor de frecuencia, al arrojar MSEs más pequeños.

## **2.7. Conclusiones**

En este capítulo se implementó la formulación matemática del estimador de estado estático utilizado para el seguimiento de estado y la formulación matemática del divisor de frecuencia, ambas metodologías fueron aplicadas para el cálculo y seguimiento de frecuencias nodales en sistemas eléctricos de potencia.

Después de la comparación de resultados, el seguimiento de estado permite calcular y seguir la frecuencia en cada nodo del sistema con más precisión, ya que filtra parte del error de las mediciones durante el proceso de estimación; mientras que los resultados del método del divisor de frecuencia se ven más afectados por esos errores.

Conocer la frecuencia en cada nodo del sistema es útil para determinar las oscilaciones interárea de los generadores síncronos del sistema de potencia sin la necesidad de conocer los parámetros internos de cada uno de ellos, como se muestra en el capítulo siguiente.

## Capítulo 3

# Detección de oscilaciones de baja frecuencia e islas eléctricas

### 3.1. Introducción

El concepto de estabilidad en sistemas eléctricos de potencia se refiere a la capacidad que tiene el sistema, partiendo de una condición de operación normal, de mantenerse en estado operativo de equilibrio después de ser sometido a una perturbación.

Desde el punto de vista operativo, existen tres tipos de estabilidad: estabilidad de voltaje, que es la capacidad de mantener estable la magnitud de voltaje a través de la potencia reactiva; estabilidad de frecuencia, que es la capacidad de mantener la frecuencia en un rango específico a través del balance de generación/demanda de potencia; y la estabilidad de ángulo del rotor, la cual es la capacidad para mantener el sincronismo a través del balance en el torque de las máquinas síncronas. Esta última categoría se divide a su vez en: estabilidad transitoria o de perturbación grande, que es la capacidad del sistema de potencia de llegar a un nuevo estado operativo normal o de alerta después de un gran disturbio; y estabilidad de señal pequeña o de perturbación pequeña, donde el sistema de potencia llega al mismo punto de operación, o a uno muy cercano, que existía antes de la ocurrencia de una pequeña perturbación. Para el análisis de este tipo de estabilidad es válido aplicar técnicas de linealización alrededor del punto operativo pre-disturbio, y

aplicar análisis de valores característicos para determinar el estado operativo post-disturbio [Kundur *et al.*, 2004], [Bucciero y Terbrueggen, 1998]. Este capítulo se enfoca en esta última categoría.

## 3.2. Conceptos teóricos

Las ecuaciones no lineales que describen el comportamiento del sistema eléctrico de potencia son del tipo diferencial-algebraico, lo que indica que se tienen que resolver, simultáneamente y de manera conjunta, un sistema diferencial y un sistema algebraico para determinar la respuesta dinámica del sistema ante una perturbación. Por lo tanto, el método general para evaluar el funcionamiento del sistema es a través de simulaciones en el dominio del tiempo, que permiten conocer la respuesta del sistema ante diferentes escenarios de contingencias. Una alternativa a este método es el análisis de estabilidad de señal pequeña, también conocido como análisis modal, el cual es un análisis lineal del desempeño dinámico de sistemas con múltiples máquinas, donde la estabilidad y las características del sistema son conocidas a partir de los eigenvalores y eigenvectores del sistema [Gibbard *et al.*, 2015].

Cada sistema eléctrico de potencia tiene una respuesta natural o característica ante un disturbio, en este caso pequeño. El término para referirse a esta respuesta es *modo*, y puede ser oscilatorio o no oscilatorio. Cada modo oscilatorio tiene un rango de frecuencia asociado e indica un fenómeno distinto. Los modos asociados con los ángulos de los rotores de las máquinas síncronas son conocidos como *modos electromecánicos*, estos modos son oscilaciones de baja frecuencia, en el rango de  $0.75\text{ Hz}$  a  $3\text{ Hz}$ . Debido al efecto que tienen todos los componentes del sistema en su respuesta natural, el rango de oscilación se extiende de  $0.05\text{ Hz}$  a  $3\text{ Hz}$  y se clasifican en cuatro modos de oscilación de la siguiente manera [Gibbard *et al.*, 2015], [Terbrueggen, 2009]:

- *Modos de oscilación Inter-área* ( $0.05 - 0.5\text{ Hz}$ ): Este tipo de oscilaciones se dan cuando dos o más sistemas de potencia interconectados oscilan entre ellos. Usualmente están asociados con líneas de enlace débiles.
- *Modos de oscilación Intra-área* ( $0.4 - 1\text{ Hz}$ ): Este tipo de oscilaciones se dan dentro

del sistema de potencia, entre dos grupos de generadores oscilando entre ellos, ubicados en diferentes áreas geográficas.

- *Modos de oscilación Locales (0.8 – 2 Hz)*: Este tipo de oscilaciones se dan cuando un generador oscila contra el resto del sistema de potencia.
- *Modos de oscilación Intra-planta (1.5 – 3 Hz)*: Este tipo de oscilaciones se dan dentro de plantas de generación, donde los generadores oscilan entre ellos.

### 3.2.1. Linealización del modelo general del sistema de potencia

El modelo no lineal que describe el comportamiento dinámico del sistema de potencia tiene la siguiente forma en espacio de estados [Stott, 1979]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}), \quad (3.1)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}), \quad (3.2)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}), \quad (3.3)$$

donde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  es un vector con  $n$  variables de estado dinámicas;  $\mathbf{v}$  es un vector con  $k$  variables de estado algebraicas;  $\mathbf{u}$  es un vector con  $r$  variables de entrada del sistema;  $\mathbf{y}$  es un vector con  $m$  variables de salida;  $\mathbf{f}$  es un vector con  $n$  ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden que describen la dinámica de las máquinas síncronas, sistemas de excitación, estabilizadores de potencia y gobernadores. Por otro lado,  $\mathbf{g}$  y  $\mathbf{h}$  son vectores con las ecuaciones algebraicas no lineales asociadas con las ecuaciones del estator de las máquinas síncronas y con el balance de potencia en la red de transmisión [Bucciero y Terbruggen, 1998], [Gibbard *et al.*, 2015], [Sauer y Pai, 1998]. La dependencia del tiempo ha sido suprimida en la notación para una mayor facilidad en el proceso de linealización descrito en el presente capítulo. El término  $\dot{\mathbf{x}}$  en la ecuación (3.1) representa los cambios de los estados dinámicos. Estos cambios son cero cuando se considera el estado estable de un sistema; por lo tanto, cuando  $\dot{\mathbf{x}} = 0$ , el sistema está operando en un *punto de equilibrio*, dado por:

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{u}_0), \quad (3.4)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{u}_0), \quad (3.5)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{u}_0). \quad (3.6)$$

Asumiendo que el sistema se somete a una perturbación pequeña:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v}, \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}, \mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}. \quad (3.7)$$

En el nuevo punto de operación, considerando las variables perturbadas, se debe satisfacer lo siguiente:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v}, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}), \quad (3.8)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v}, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}), \quad (3.9)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{v}_0 + \Delta\mathbf{v}, \mathbf{u}_0 + \Delta\mathbf{u}). \quad (3.10)$$

El conjunto de ecuaciones diferenciales-algebraicas no lineales se puede representar por medio de una serie de Taylor de primer orden, debido a que se considera una perturbación lo suficientemente pequeña:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u}, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{v}} \Delta\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u}, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}} \Delta\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u}. \quad (3.13)$$

Al comparar el conjunto de ecuaciones (3.1)-(3.3) con (3.11)-(3.13) es posible derivar que:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{v}} \Delta\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u}, \quad (3.14)$$

$$\mathbf{0} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{v}} \Delta\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u}, \quad (3.15)$$

$$\Delta\mathbf{y} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}} \Delta\mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{u}} \Delta\mathbf{u}. \quad (3.16)$$

Este conjunto de ecuaciones linealizadas puede ser expresado de manera matricial por

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \\ \Delta\mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}} & \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{v}} & \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{x}} & \mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{v}} & \mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{u}} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{x}} & \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{v}} & \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{u}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \Delta\mathbf{v} \\ \Delta\mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

donde  $\mathbf{J}$  son matrices Jacobianas de  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{g}$  y  $\mathbf{h}$  con respecto a  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{u}$ .

Es posible representar la información de la ecuación (3.17), en espacio de estado ABCD de la siguiente manera:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\Delta \mathbf{u}(t), \quad (3.18)$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\Delta \mathbf{u}(t), \quad (3.19)$$

donde,

$$\mathbf{A} = \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{x}} - \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{v}}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{v}}^{-1}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{x}}, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{u}} - \mathbf{J}_{\mathbf{f}\mathbf{v}}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{v}}^{-1}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{u}}, \quad (3.21)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{x}} - \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{v}}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{v}}^{-1}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{x}}, \quad (3.22)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{u}} - \mathbf{J}_{\mathbf{h}\mathbf{v}}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{v}}^{-1}\mathbf{J}_{\mathbf{g}\mathbf{u}}. \quad (3.23)$$

En esta última formulación, la dependencia del tiempo de las variables de estado ha sido expresada explícitamente para una mejor representación en el dominio del tiempo.

### 3.2.2. Análisis de eigenvalores

Cuando el sistema de potencia se representa por medio de un modelo matemático de pequeña señal, es posible determinar su estabilidad mediante un análisis matemático de sus eigenvalores. La información que proporciona este análisis incluye la *controlabilidad* del sistema, *formas del modo*, *factores de participación* y *sensitividad* [Gibbard *et al.*, 2015].

Para obtener los eigenvalores de la matriz de estado  $\mathbf{A}$  de  $n \times n$ , se asume que  $\mathbf{A}$  es una transformación lineal:

$$\mathbf{A}\Phi = \lambda\Phi, \quad (3.24)$$

donde  $\lambda$  es el eigenvalor, y  $\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \cdots \ \phi_n]^T$  es el eigenvector derecho de  $\mathbf{A}$ , correspondiente a ese eigenvalor. La ecuación (3.24) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I})\Phi = 0. \quad (3.25)$$

Para obtener una solución de  $\Phi$  diferente de cero, se tiene que cumplir que  $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0$ . Esta ecuación es conocida como la *ecuación característica*.

Los eigenvalores pueden ser una cantidad escalar real o compleja. En matrices de estado  $\mathbf{A}$  asociadas a sistemas de potencia usualmente son eigenvalores complejos conjugados, donde la parte real  $\sigma$  representa el *coeficiente de amortiguamiento* del sistema ante una perturbación, e indica si esta respuesta es estable, valor negativo, o inestable, valor positivo. Por el contrario, la parte imaginaria  $\omega$  representa la *frecuencia de oscilación* de la respuesta dinámica del sistema. Al par de eigenvalores complejos conjugados, es decir,  $\lambda = \sigma \pm j\omega$ , se le conoce como *modo de oscilación*. Cuando los eigenvalores son reales, un valor positivo indica inestabilidad del sistema [Gibbard *et al.*, 2015].

El eigenvector derecho  $\Phi$  es conocido como la *forma del modo*, y proporciona información sobre la actividad de las variables de estado en cada modo de oscilación. Esto permite inferir la participación que tienen los generadores en la respuesta dinámica del sistema y clasificar a qué tipo de modos electromecánicos pertenece cierto modo de oscilación.

De igual manera, para cada eigenvalor  $\lambda$  se tiene un eigenvector  $\Psi = [\psi_1 \psi_2 \cdots \psi_n]$  que cumple lo siguiente:

$$\Psi \mathbf{A} = \Psi \lambda. \quad (3.26)$$

$\Psi$  es el eigenvector izquierdo de  $\mathbf{A}$  y mide el nivel de participación que tiene una entrada del sistema en cada modo. Lo anterior permite conocer la controlabilidad dependiendo del efecto que tenga dicha entrada en cada modo; en otras palabras, es posible ponderar el nivel de contribución que tiene cada variable de estado en cada modo de oscilación. El factor de participación indica la sensibilidad del modo oscilatorio con respecto a una variable de estado dada, y se puede calcular por medio de los eigenvectores derecho e izquierdo:

$$p_{ji} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{jj}} = \psi_{ij} \phi_{ji}. \quad (3.27)$$

### 3.3. Detección de oscilaciones de potencia de baja frecuencia

#### 3.3.1. Método Prony con Mínimos Cuadrados

Cuando el sistema de potencia no se puede representar por medio de un modelo matemático, se puede llevar a cabo un análisis de estabilidad basado en mediciones, a

partir del conocimiento de ciertos parámetros de una señal del sistema de potencia. En este análisis de estabilidad basado en mediciones, las señales que se usan son las frecuencias nodales proporcionadas por el seguimiento de estado o por el divisor de frecuencia, paralelamente. El método Prony descompone estas señales muestreadas uniformemente en el tiempo y las aproxima a una suma de funciones exponenciales complejas amortiguadas con diferentes frecuencias, factores de amortiguamiento, amplitudes y ángulos de fase [Rodríguez *et al.*, 2018], [Singh, 2003], los cuales son desconocidos y deben ser estimados.

La serie de tiempo  $y(t)$  de cada una de las señales tomadas puede ser representada por una función estimada que depende de la frecuencia, amplitud, fase y amortiguamiento de la señal  $y(t)$ . Puesto que estos parámetros son desconocidos, deben ser estimados con la finalidad de que la serie de tiempo real  $y(t)$  y la señal estimada  $\hat{y}(t)$  tengan una diferencia mínima. Matemáticamente, esta señal estimada está dada por la siguiente expresión:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^L A_i e^{(\sigma_i t)} \cos(2\pi f_i t + \varphi_i), \quad (3.28)$$

donde  $A_i$  es la amplitud de la componente  $i$ ;  $\sigma_i$  es el coeficiente de amortiguamiento de la componente  $i$ ;  $f_i$  es la frecuencia de la componente  $i$ ;  $\varphi_i$  es la fase de la componente  $i$ ;  $L$  es el número de componentes exponenciales amortiguadas; y  $\hat{y}(t)$  es el valor estimado de las  $N$  muestras  $y(t)$ .

Aplicando el teorema de Euler al término  $\cos(2\pi f_i t + \varphi_i)$  de la ecuación (3.28) se obtiene,

$$\cos(2\pi f_j t + \varphi_j) = \frac{e^{j(2\pi f_j t + \varphi_j)} + e^{-j(2\pi f_j t + \varphi_j)}}{2} = \frac{e^{j2\pi f_j t} e^{j\varphi_j}}{2} + \frac{e^{-j2\pi f_j t} e^{-j\varphi_j}}{2}. \quad (3.29)$$

Sustituyendo (3.29) en (3.28) y discretizando el tiempo en  $t = kT$ , donde  $T$  es el periodo de muestreo, la muestra  $k$ -ésima de  $\hat{y}(t)$  es:

$$y[k] = \sum_{i=1}^L C_i \mu_i^k \quad (3.30)$$

donde  $C_i = \frac{A_i}{2} e^{j\varphi_i}$  y  $\mu_i = e^{(\sigma_i + j2\pi f_i)T}$ . A este último término se le conoce como *polo* y contiene parte de la información que se requiere para analizar el comportamiento del sistema. Lo siguiente es obtener las frecuencias y los coeficientes de amortiguamiento, para

esto, la ecuación (3.30) se escribe como un modelo de predicción lineal de la señal discreta en función de los coeficientes del polinomio característico de (3.30):

$$y[k] = a_1 y[k-1] + a_2 y[k-2] + \cdots + a_L y[k-L]. \quad (3.31)$$

Con base en (3.31) y considerando que la señal discreta es uniformemente muestreada desde el paso discreto  $L$  hasta el paso discreto  $N-1$ ,  $k = L, L+1, \dots, N-1$ , se obtiene:

$$\begin{bmatrix} y[L] \\ y[L+1] \\ \vdots \\ y[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y[L-1] & y[L-2] & \cdots & y[0] \\ y[L] & y[L-1] & \cdots & y[1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y[N-2] & y[N-3] & \cdots & y[N-L-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_L \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Debido a que se considera que se tiene un sistema sobredeterminado, es decir, que el número de muestras es mayor que dos veces el número de componentes exponenciales amortiguadas,  $N > 2L$ , el vector de coeficientes de la predicción lineal  $\mathbf{a}_{L \times 1}$  mostrado en (3.32) se calcula mediante mínimos cuadrados [Singh, 2003], [Rodríguez *et al.*, 2018]:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{A}^+ \mathbf{y}, \quad (3.33)$$

donde  $\mathbf{A}_{(N-L) \times L}$  es la matriz de predicción lineal, en este caso la matriz de estado  $\mathbf{A}$ , mientras que  $\mathbf{A}^T$  y  $\mathbf{A}^+$  son matrices transpuesta y pseudoinversa de Moore-Penrose, respectivamente. Por último,  $\mathbf{y}_{(N-L) \times 1}$  es un vector de observación.

Una vez calculados los coeficientes de la predicción lineal mediante la solución de (3.33), se forma el polinomio característico  $\rho(\mu)$  y se obtienen sus raíces  $\mu$ , correspondientes a los eigenvalores del sistema discreto (3.30), con las cuales se pueden obtener las frecuencias y los coeficientes de amortiguamiento de las componentes que conforman la señal continua (3.28). El polinomio característico es dado por [Singh, 2003], [Rodríguez *et al.*, 2018]:

$$\rho(\mu) = \sum_{i=1}^L (\mu - \mu_i) = \mu^L - a_1 \mu^{L-1} - \cdots - a_{L-1} \mu - a_L = 0, \quad (3.34)$$

así mismo, los coeficientes de amortiguamiento ( $\sigma_i$ ) en *Neper/s* ( $Np/s$ ) y las frecuencias ( $f_i$ ) en *Hertz* ( $Hz$ ) pueden ser calculadas con las siguientes expresiones [Rodríguez *et al.*, 2018]:

$$\sigma_i = \Re\left\{\frac{\ln|\mu_i|}{T}\right\}, \quad (3.35)$$

$$f_i = \frac{\tan^{-1}\left[\frac{\Im\{\mu_i\}}{\Re\{\mu_i\}}\right]}{2\pi T}, \quad (3.36)$$

Finalmente, se puede resolver la ecuación (3.30) para obtener los coeficientes  $C_i$ , con los cuales se pueden obtener las amplitudes de las exponenciales y las fases senoidales del conjunto original de ecuaciones lineales. La expresión, en forma matricial, queda de la siguiente manera [Singh, 2003] [Rodríguez *et al.*, 2018]:

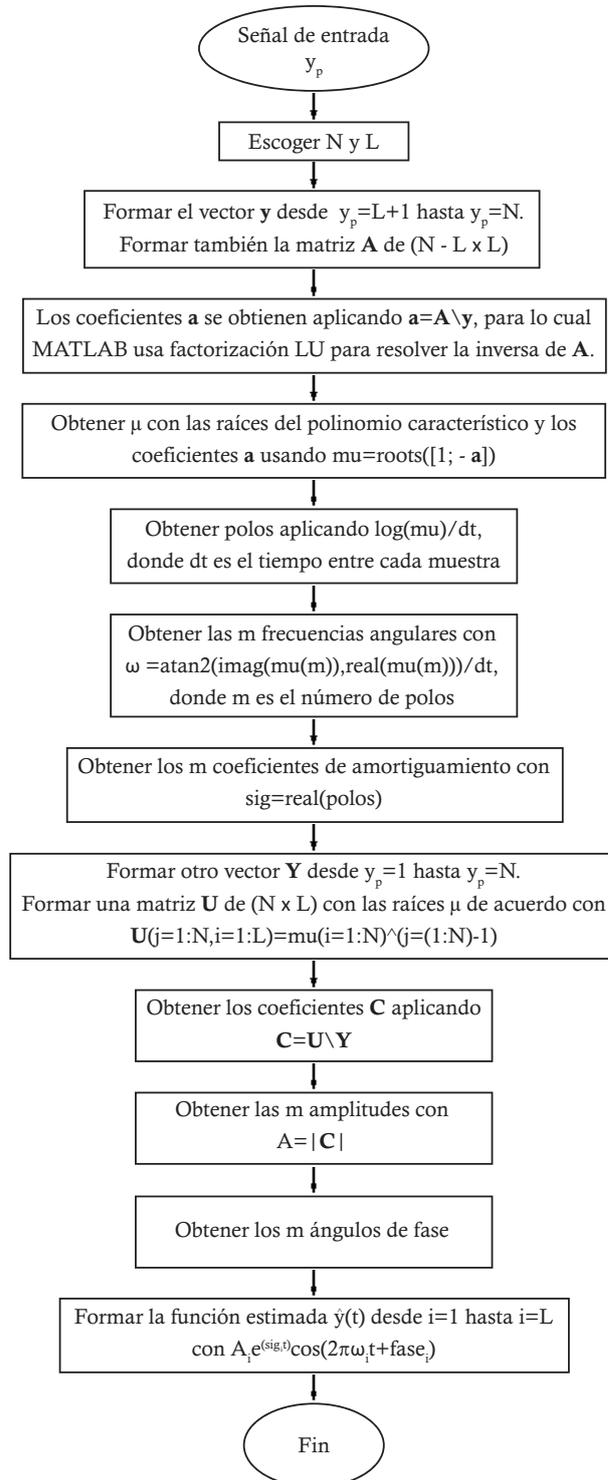
$$\begin{bmatrix} y[0] \\ y[1] \\ \vdots \\ y[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1^0 & \mu_2^0 & \cdots & \mu_L^0 \\ \mu_1^1 & \mu_2^1 & \cdots & \mu_L^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_1^{N-1} & \mu_2^{N-1} & \cdots & \mu_L^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_L \end{bmatrix}. \quad (3.37)$$

De igual manera que con la obtención del vector de coeficientes  $\mathbf{a}$ , se emplea mínimos cuadrados para obtener dichos coeficientes  $C_i$ . Las expresiones para las amplitudes de las exponenciales ( $A_i$ ), en las mismas unidades que las muestras  $y[k]$ , y los ángulos de fase ( $\varphi_i$ ) en radianes, son las siguientes [Rodríguez *et al.*, 2018]:

$$A_i = |C_i|, \quad (3.38)$$

$$\varphi_i = \tan^{-1}\left[\frac{\Im\{C_i\}}{\Re\{C_i\}}\right] \quad (3.39)$$

En la Figura 3.1 se muestra el diagrama de flujo del método Prony descrito anteriormente.



**Figura 3.1:** Diagrama de flujo de método Prony llevado a cabo en MATLAB.

### 3.4. Detección de coherencia oscilatoria de generadores

En esta sección, los dos métodos para calcular la frecuencia nodal se aplican en conjunto con el método Prony para determinar oscilaciones entre generadores y oscilaciones inter-área. Primeramente se calculan las frecuencias nodales ante un escenario de contingencia y se obtienen las oscilaciones de baja frecuencia. Después, las series de tiempo de estas señales son estimadas con Prony, con lo cual se obtienen las diferentes frecuencias, factores de amortiguamiento, amplitudes y ángulos de fase de las funciones exponenciales amortiguadas. Por último, se analizan los modos de oscilación resultantes y se seleccionan las componentes correspondientes a los de menor frecuencia para reconstruir la señal estimada  $\hat{y}(t)$  que permita detectar el comportamiento oscilatorio del sistema de potencia. Para lograr lo anterior, a continuación se presentan dos casos de estudio con dos sistemas de potencia diferentes: un sistema de 11 nodos y el sistema usado en el capítulo anterior, de 145 nodos.

#### 3.4.1. Sistema de 4 generadores y 11 nodos

Este sistema simple de dos áreas, descrito en [Kundur *et al.*, 1994], está conformado por 11 nodos y 4 generadores, como se muestra en la Figura 3.2. Cuenta con 5 PMUs, logrando un total de 26 mediciones: 5 mediciones fasoriales de voltaje y 8 mediciones de magnitud y ángulo de corriente. Para la aplicación del método de divisor de frecuencia, se tienen de manera adicional 4 mediciones de frecuencia, dadas por los dispositivos de medición excepto en el nodo 3. Las mediciones se obtuvieron del software TSAT, con una tasa de 10 muestras por segundo, en un intervalo de 60 segundos. A todas estas mediciones se les agrega ruido no Gaussiano. Con la finalidad de perturbar al sistema, se aplica una falla trifásica en el nodo 7 en el instante  $t_0 = 2$  s, la cual es liberada en  $t_{cl} = 2.1$  s sin cambio topológico del sistema.

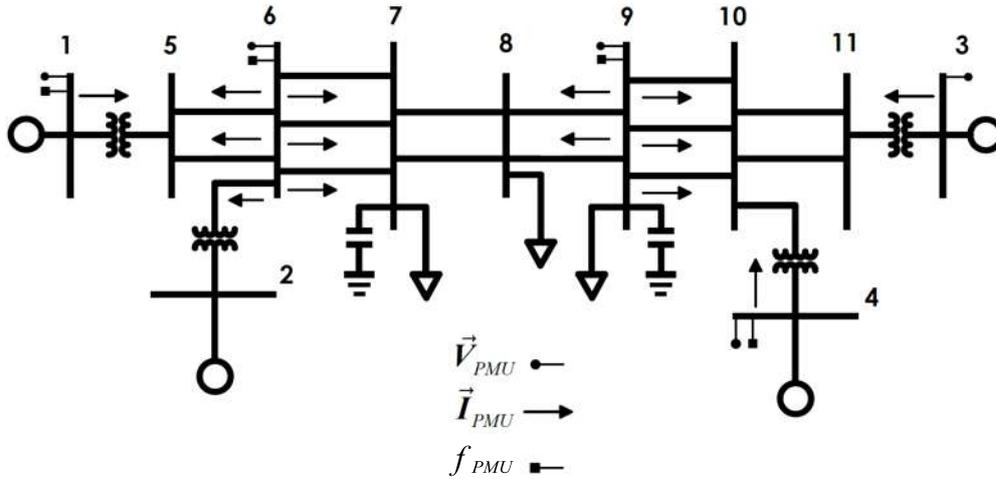


Figura 3.2: Sistema de dos áreas.

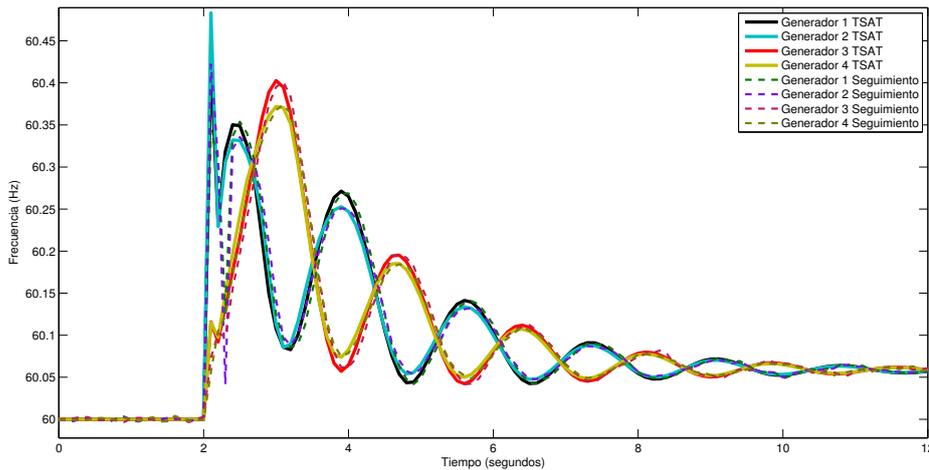
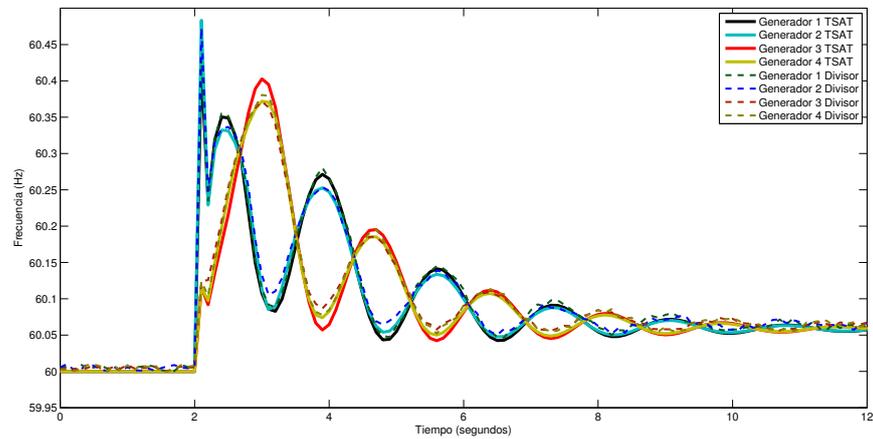


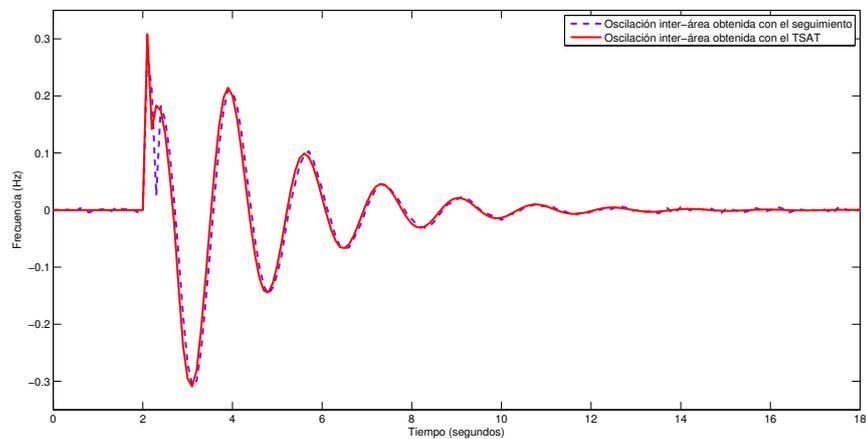
Figura 3.3: Frecuencias en los nodos de generación del sistema de 11 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado.

En las Figuras 3.3 y 3.4 se muestran las frecuencias en los nodos de generación, calculadas mediante el seguimiento de estado y el divisor de frecuencia, respectivamente. De estas gráficas es claro que al ocurrir el evento, los generadores 1 y 2 de una de las áreas del sistema comienzan a oscilar a contra fase con respecto a los generadores 3 y 4 de la otra área. Estas oscilaciones corresponden al tipo inter-área, y se pueden obtener al restar la frecuencia del nodo 3 a la frecuencia del nodo 1, como se muestra en las Figuras 3.5 y

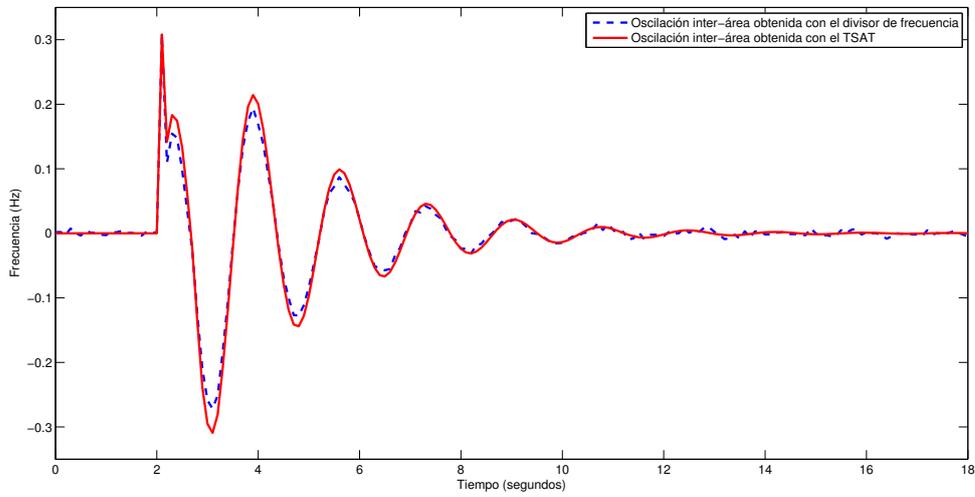
3.6. Estos nodos fueron elegidos porque el nodo 3 no cuenta con medidor de frecuencia y porque la amplitud de la frecuencia del nodo 1 es mayor que la del nodo 2.



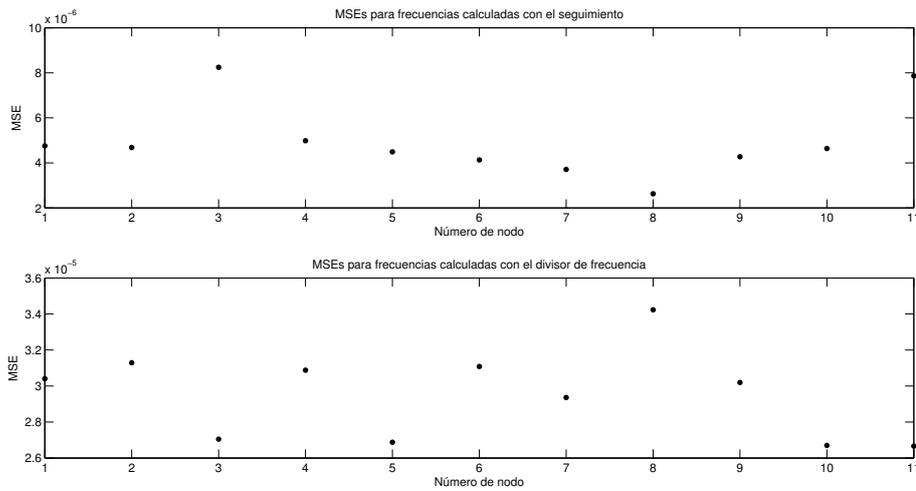
**Figura 3.4:** Frecuencias en los nodos de generación del sistema de 11 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia.



**Figura 3.5:** Oscilaciones inter-área entre los generadores 1 y 3 del sistema de 11 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado.



**Figura 3.6:** Oscilaciones inter-área entre los generadores 1 y 3 del sistema de 11 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia.



**Figura 3.7:** MSEs de las frecuencias nodales calculadas mediante el seguimiento y el divisor de frecuencia en el sistema de 4 generadores y 11 nodos.

En la Figura 3.7 se muestran los MSEs de las frecuencias calculadas por el seguimiento y el divisor de frecuencia, respectivamente, en comparación con las frecuencias obtenidas por el TSAT para este sistema de dos áreas, calculados a partir de  $t = 3$  s hasta  $t = 60$  s. El cálculo de frecuencia mediante el seguimiento sigue mostrando ser más preciso

que el divisor de frecuencia.

**Tabla 3.1:** Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 11 nodos. Caso 1.

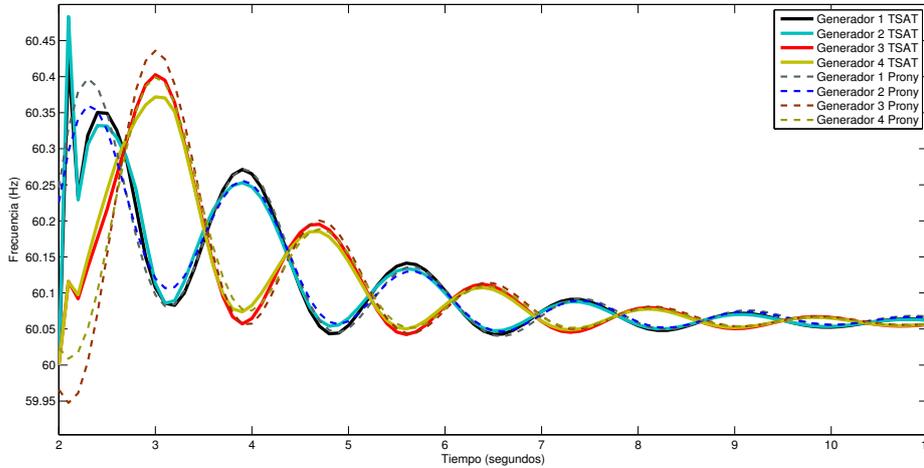
	Generador 1	Generador 2	Generador 3	Generador 4
Modo	Eigenvalores ( $Np/s \pm j \text{ rad/s}$ )			
A	$-0.4449 \pm j 27.6343$	$-0.4457 \pm j 27.5870$	$-0.6076 \pm j 29.5576$	$-0.4786 \pm j 28.6836$
B	$-1.6287 \pm j 30.0525$	$-1.8065 \pm j 30.0612$	$-0.5920 \pm j 28.2043$	$-1.6787 \pm j 30.1485$
C	$-1.6863 \pm j 27.3530$	$-1.8607 \pm j 27.3650$	$-0.6353 \pm j 26.7675$	$-0.8579 \pm j 26.9740$
D	$-0.8507 \pm j 24.5808$	$-0.9201 \pm j 24.6160$	$-0.3217 \pm j 25.1951$	$-0.7053 \pm j 25.5530$
E	$-1.5124 \pm j 24.5884$	$-1.6888 \pm j 24.4478$	$-1.0794 \pm j 23.6983$	$-0.6363 \pm j 24.4777$
F	$-0.4840 \pm j 20.8846$	$-0.3584 \pm j 21.0672$	$-0.8280 \pm j 21.9132$	$-0.2747 \pm j 22.3156$
G	$-2.2872 \pm j 21.9828$	$-2.5870 \pm j 22.0456$	$-0.5290 \pm j 20.3870$	$-0.2549 \pm j 20.7893$
H	$-1.8378 \pm j 20.0291$	$-2.0296 \pm j 20.0889$	$-1.0264 \pm j 18.8325$	$-0.5501 \pm j 18.6649$
I	$-0.6109 \pm j 16.7848$	$-0.5908 \pm j 16.8383$	$-0.9518 \pm j 17.6823$	$-0.6201 \pm j 17.5286$
J	$-1.3015 \pm j 17.2499$	$-1.4517 \pm j 17.1764$	$-0.8144 \pm j 15.6553$	$-0.5799 \pm j 15.6270$
K	$-1.5194 \pm j 14.2889$	$-1.5870 \pm j 14.3195$	$-0.3371 \pm j 14.1764$	$-0.5873 \pm j 14.5106$
L	$-0.5252 \pm j 12.7550$	$-0.3674 \pm j 12.5207$	$-0.8857 \pm j 12.3619$	$-0.6063 \pm j 12.1221$
M	$-1.4286 \pm j 11.8130$	$-1.5959 \pm j 11.8428$	$-0.5010 \pm j 11.1860$	$-0.5266 \pm j 11.4866$
N	$-1.1222 \pm j 10.1431$	$-1.4161 \pm j 10.0705$	$-0.5112 \pm j 9.1141$	$-0.8734 \pm j 9.2347$
O	$-1.0504 \pm j 7.7749$	$-1.1048 \pm j 7.9130$	$-0.9709 \pm j 6.3288$	$-0.8521 \pm j 7.1848$
P	<b><math>-0.4184 \pm j 3.6621</math></b>	<b><math>-0.4187 \pm j 3.6682</math></b>	<b><math>-0.4595 \pm j 3.6665</math></b>	$-1.3355 \pm j 5.3794$
Q	$-1.4132 \pm j 4.4181$	$-1.6780 \pm j 4.7901$	$-1.5434 \pm j 4.3059$	<b><math>-0.4502 \pm j 3.6794</math></b>
R	$-3.0556 \pm j 5.1307$	0	0	0
S	0	<b><math>-1.0042 \pm j 0.3342</math></b>	$-0.7194$	$-0.7464$
T	<b><math>-0.9015 \pm j 0.4803</math></b>	$-3.4262 \pm j 4.0263$	<b><math>-2.0277 \pm j 1.1539</math></b>	$-2.0005$
U	<b><math>-1.826 \pm j 2.4064</math></b>	<b><math>-1.9998 \pm j 2.3280</math></b>	$-6.8060 \pm j 10.4797$	<b><math>-2.8028 \pm j 2.3802</math></b>
V				$-7.7304$

Con la finalidad de validar estos resultados, las señales de frecuencia son procesadas mediante el análisis de Prony para obtener sus componentes modales. Primero, se analizan las señales calculadas con el seguimiento de estado, caso 1, y después las señales calculadas con el divisor de frecuencia, caso 2; para esto, se considera un número de muestras de  $N = 200$  y el número de componentes exponenciales amortiguadas es de  $L = 40$ , por lo cual resultan 40 eigenvalores en ambos casos. En este contexto, el número total de modos ( $Neper/s \pm j \text{ radianes/s}$ ) resultantes que componen a las señales estimadas con Prony en el caso 1 son especificados en las Tabla 3.1, de los cuales se eligen aquellos modos oscilatorios con frecuencias más bajas (menores a  $3.7 \text{ rad/s}$  o  $0.589 \text{ Hz}$ ) para formar la función

estimada  $\hat{y}(t)$  de la frecuencia de cada nodo de generación. Esta función  $\hat{y}(t)$  corresponde a la ecuación (3.28). En otras palabras, para lo descrito anteriormente, se tiene que la función  $\hat{y}(t)$  utilizada para la reconstrucción de la frecuencia del Generador 1 estará formada por los componentes pertenecientes a los modos P, T y U, remarcados en negro en la Tabla 3.1, como se muestra a continuación:

$$\hat{y}_{G1}(t) = A_P e^{(\sigma_P t)} \cos(2\pi f_P t + \varphi_P) + A_T e^{(\sigma_T t)} \cos(2\pi f_T t + \varphi_T) + A_U e^{(\sigma_U t)} \cos(2\pi f_U t + \varphi_U). \quad (3.40)$$

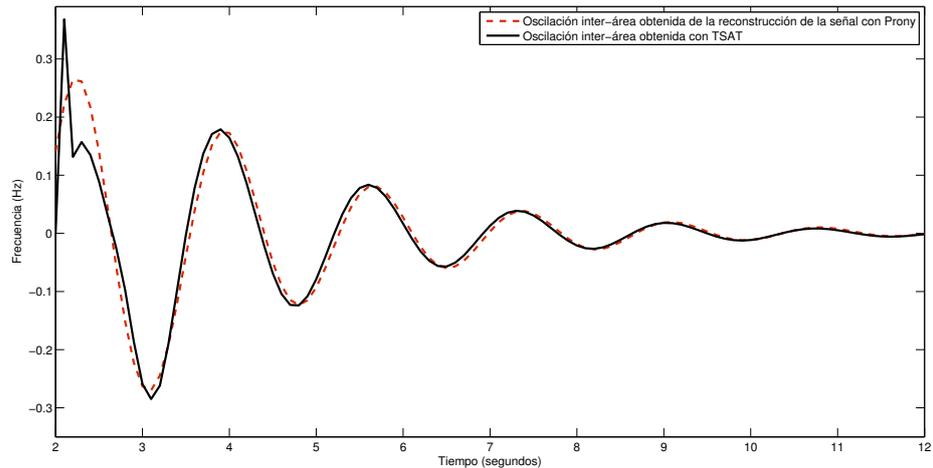
Hay que notar que los valores de  $\sigma$  y  $f$  en (3.40) son los eigenvalores conjugados remarcados en la Tabla 3.1 para el Generador 1, y los valores de  $A$  y  $\varphi$  son los correspondientes a los mismos eigenvalores conjugados, los cuales no se muestran en la Tabla 3.1 para evitar expresar demasiados datos, por eso los subíndices de las componentes expresan los modos a los que corresponden. Lo mismo se hace para obtener todas las funciones estimadas  $\hat{y}(t)$  de los demás generadores y en los casos de estudio siguientes.



**Figura 3.8:** Frecuencias nodales del sistema de 11 nodos reconstruidas con componentes menores a 0.6 Hz. Caso 1.

En la Figura 3.8 se muestran las funciones estimadas  $\hat{y}(t)$  de los cuatro generadores. Las oscilaciones inter-área se pueden obtener restando la frecuencia del nodo 4 a la del nodo 2, lo cual se muestra en la Figura 3.9. Al ser un sistema pequeño en el cual se puede apreciar de manera rápida que existe un caso de coherencia oscilatoria entre los generadores de las

dos áreas, las frecuencias de los generadores 1 y 2 están en la misma fase y casi con la misma amplitud. Lo mismo pasa con los generadores 3 y 4, por lo que es posible obtener el tipo de oscilación de cualquiera de los 4 generadores, como se aprecia en la Figura mencionada. Con la diferencia entre las frecuencias de los nodos 2 y 4 es suficiente para la obtención del tipo de oscilación presente en el sistema.



**Figura 3.9:** Oscilaciones inter-área entre los nodos de generación 2 y 4 del sistema de 11 nodos obtenidas con Prony. Caso 1.

El análisis anterior demuestra que se pueden reconstruir las señales de frecuencia con las componentes de los modos oscilatorios con frecuencias más bajas, sin considerar todos los demás, y con esto lograr detectar el tipo de oscilaciones.

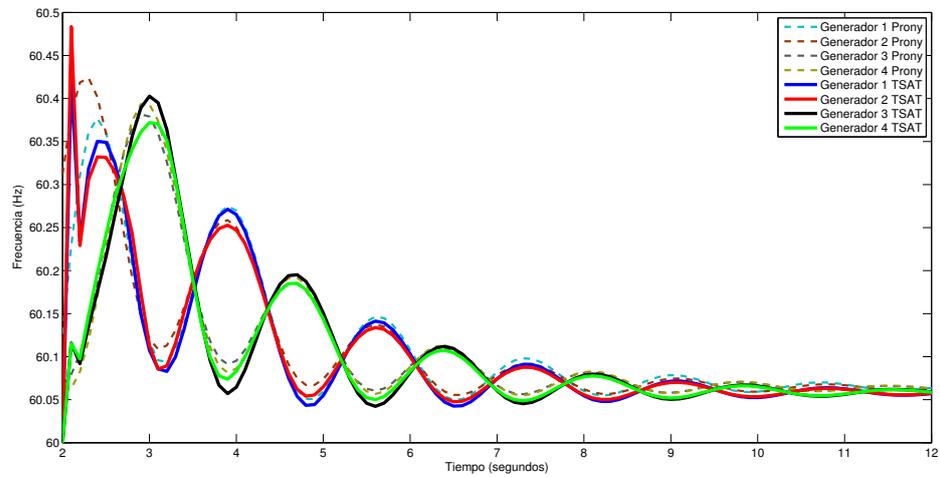
Para el caso 2, se aplica el análisis Prony a las señales calculadas con el divisor de frecuencia. En la Tabla 3.2 se encuentran los modos resultantes que componen a las señales estimadas con Prony en el caso 2, y como en el caso anterior, se eligen los modos oscilatorios con frecuencias menores a  $3.77 \text{ rad/s}$  o  $0.589 \text{ Hz}$ , remarcados en negro, para formar la función estimada  $\hat{y}(t)$  de cada nodo de generación.

Asimismo, en la Figura 3.10 se muestran dichas funciones estimadas  $\hat{y}(t)$  considerando solo las componentes de los modos mencionados. Finalmente, en la Figura 3.11 se muestran las oscilaciones inter-área entre los nodos de generación 1 y 3.

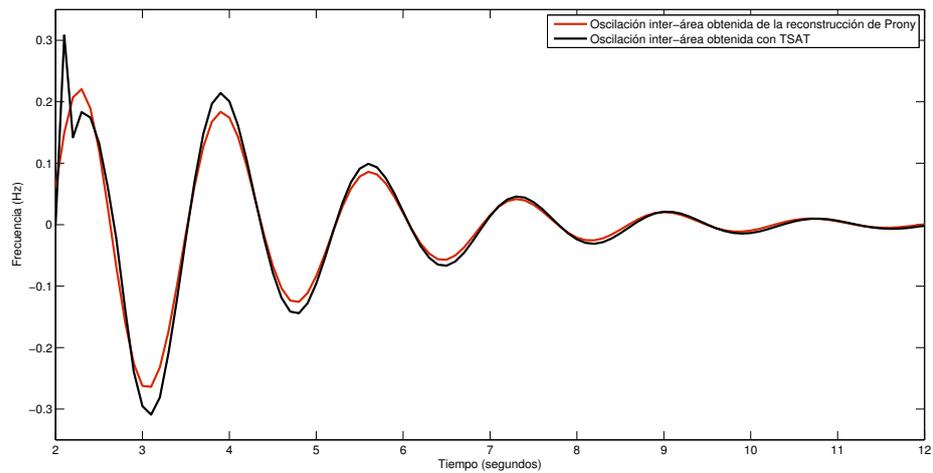
**Tabla 3.2:** Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 11 nodos. Caso 2.

	Generador 1	Generador 2	Generador 3	Generador 4
Modo	Eigenvalores ( $Np/s \pm j \text{ rad/s}$ )			
A	<b><math>-0.4481 \pm j 3.7124</math></b>	$-0.4640 \pm j 6.1421$	$-0.3075 + j 31.4159$	$-0.5184 + j 31.4159$
B	0	<b><math>-0.4516 \pm j 3.6586</math></b>	$-0.3880 \pm j 29.2624$	$-0.4094 \pm j 29.0760$
C	$-0.6811$	0	$-0.7732 \pm j 27.5776$	$-0.3090 \pm j 24.4334$
D	$-0.6025 \pm j 6.3033$	$-0.7212$	$-0.4180 \pm j 25.8934$	$-0.7362 \pm j 27.2704$
E	$-1.0467 \pm j 7.3184$	$-1.8871$	$-0.5032 \pm j 24.4642$	$-0.5653 \pm j 26.1060$
F	$-0.3926 \pm j 9.6874$	$-2.1498 \pm j 3.9668$	$-0.4932 \pm j 22.4935$	$-2.3745 \pm j 31.4159$
G	<b><math>-2.6710 \pm j 2.1270</math></b>	$-1.2059 \pm j 8.1693$	$-3.4662 + j 31.4159$	$-0.3457 \pm j 22.5795$
H	$-0.7130 \pm j 11.8341$	$-1.0483 \pm j 8.9570$	$-0.8628 \pm j 19.9012$	$-0.6202 \pm j 20.3351$
I	$-0.3228 \pm j 15.2872$	$-1.5067 \pm j 11.2170$	$-0.4533 \pm j 18.4918$	$-0.5415 \pm j 18.5981$
J	$-1.0461 \pm j 13.1962$	$-0.7308 \pm j 12.2955$	$-2.4892 \pm j 19.7222$	$-2.6995 \pm j 18.7724$
K	$-6.2632$	$-0.3288 \pm j 13.8773$	$-0.7129 \pm j 16.0338$	$-0.7796 \pm j 16.2735$
L	$-4.3238 \pm j 12.2098$	$-0.2353 \pm j 29.5770$	$-0.3969 \pm j 13.9310$	$-0.4475 \pm j 13.7868$
M	$-0.3330 \pm j 18.5362$	$-0.9608 + j 31.4159$	$-1.9726 \pm j 13.9615$	$-1.8848 \pm j 14.2460$
N	$-2.3732 \pm j 18.9010$	$-0.2178 \pm j 26.3648$	$-0.3357 \pm j 11.7551$	$-0.6609 \pm j 11.7128$
$\tilde{N}$	$-0.5853 \pm j 21.2647$	$-1.4928 \pm j 28.2833$	$-0.5275 \pm j 9.2778$	$-0.6288 \pm j 9.5815$
O	$-0.4082 \pm j 23.6294$	$-1.4211 \pm j 24.8885$	$-0.8449 \pm j 7.4163$	$-1.0606 \pm j 8.1110$
P	$-3.0278 \pm j 21.9905$	$-0.4333 \pm j 23.4016$	$-2.4729 \pm j 6.8827$	$-1.4825 \pm j 6.4897$
Q	$-0.3096 \pm j 26.6823$	$-1.0362 \pm j 16.0974$	$-0.8387 \pm j 5.6708$	$-0.7666 \pm j 5.6545$
R	$-0.4311 \pm j 29.6345$	$-0.6214 \pm j 17.9086$	<b><math>-0.4517 \pm j 3.6909</math></b>	<b><math>-0.4596 \pm j 3.6861</math></b>
S	$-0.8769 + j 31.4159$	$-0.4031 \pm j 20.3267$	$-0.6640$	0
T	$-3.1661 \pm j 24.6705$	$-1.5890 \pm j 21.3686$	0	$-0.6625$
U	$-4.2884 \pm j 28.9832$	$-2.3532 \pm j 18.2691$	<b><math>-3.8642 \pm j 0.5676</math></b>	$-3.0920$
V				$-5.6829$

En la Figura 3.12 se muestran los MSEs de las frecuencias reconstruidas mediante la  $\hat{y}(t)$ , para el caso 1 y el caso 2, respectivamente, en comparación con las frecuencias obtenidas del TSAT. Los MSEs son más grandes que los mostrados en la Figura 3.7 debido a que la  $\hat{y}(t)$  solo se calcula con las componentes relacionadas a los modos marcados en negro en las Tablas 3.1 y 3.2. A pesar de considerar solo las componentes correspondientes a los modos de menor frecuencia, la  $\hat{y}(t)$  permite detectar el tipo de oscilación presente en el sistema.



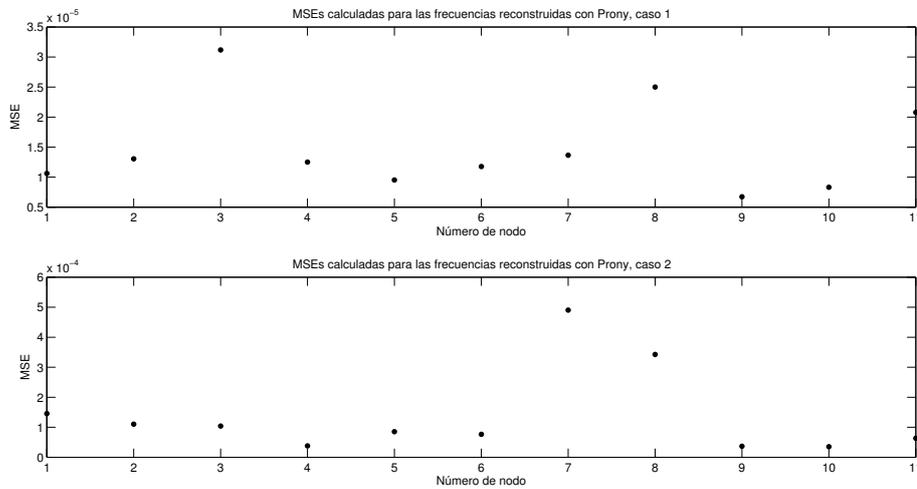
**Figura 3.10:** Frecuencias nodales del sistema de 11 nodos reconstruidas con componentes menores 0.6 Hz. Caso 2.



**Figura 3.11:** Oscilaciones inter-área entre los nodos de generación 1 y 3 del sistema de 11 nodos obtenidas con Prony. Caso 2.

Con los resultados obtenidos en estos casos de estudio, se muestra que con estas metodologías es posible llevar a cabo una detección de oscilaciones entre generadores después de un disturbio, también es posible determinar qué tipo de oscilaciones presenta el sistema, ya sea directamente con los resultados del cálculo de frecuencia por medio del seguimiento de estado y el divisor de frecuencia o aplicando el análisis Prony a las frecuencias calculadas.

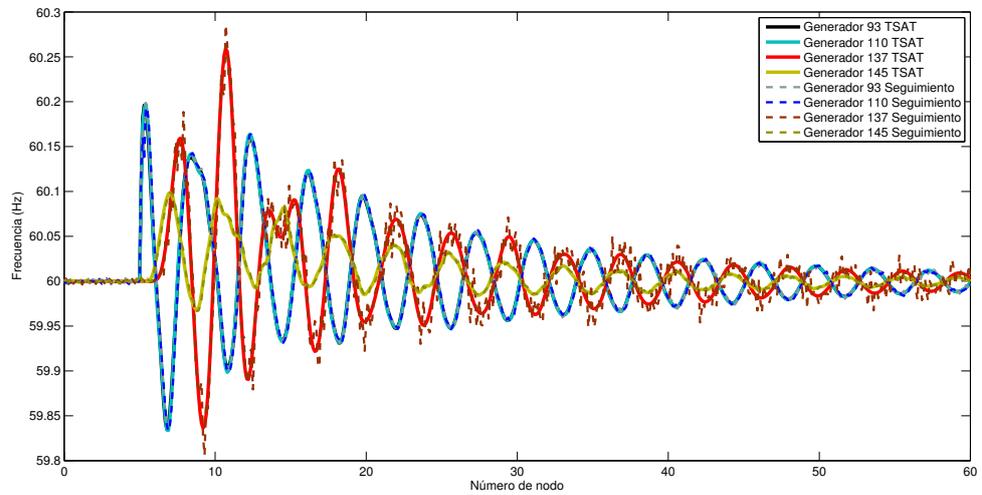
Este sistema pequeño de 11 nodos mostró ser estable ante el escenario de contingencia propuesto, ya que después de un tiempo aproximado de 10 s alcanza un punto de operación muy cercano al que existía antes de la falla en el nodo 7, lo cual se muestra en las gráficas de las frecuencias. También con la información de las Tablas 3.1 y 3.2 se aprecia que el sistema es estable, ya que todas las parte reales de los eigenvalores son negativas. De igual manera, en estas tablas se muestran algunos modos no oscilatorios, los cuales no son considerados en el análisis llevado a cabo pero que forman parte de la información proporcionada por Prony sobre la señal original.



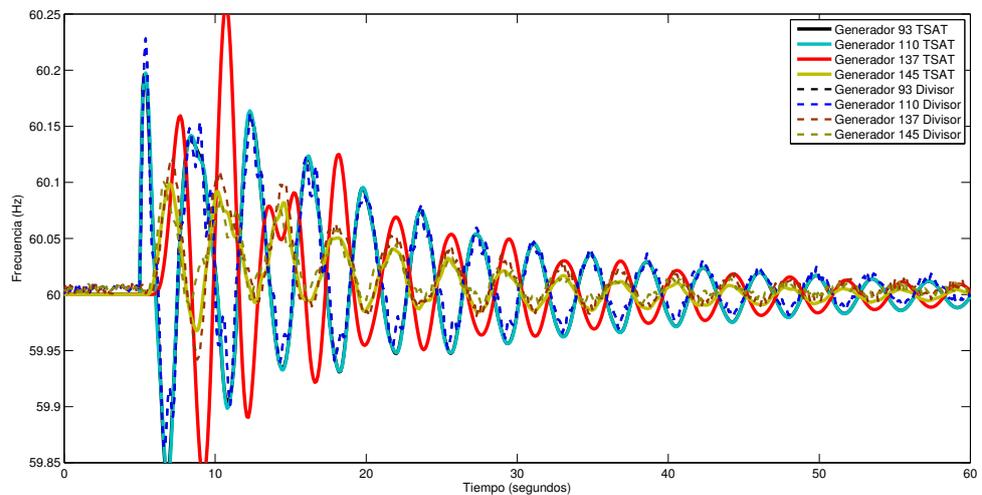
**Figura 3.12:** MSEs de las frecuencias nodales reconstruidas mediante el método Prony, casos 1 y 2., del sistema de 11 nodos.

### 3.4.2. Sistema de 50 generadores y 145 nodos

Se considera también el sistema de 145 nodos y 50 máquinas utilizado en la sección (2.6.3.), para validar los resultados con un sistema eléctrico más grande. En este caso, el conjunto de mediciones para el estimador es el mismo que el usado en el capítulo anterior, 304 mediciones PMU; el conjunto de mediciones del divisor de frecuencia en este caso es de 46 mediciones de frecuencia, cuatro generadores sin medición disponible. Las mediciones se obtuvieron del software TSAT, con una tasa de 10 muestras por segundo, en un intervalo de 60 segundos, considerando la aplicación de una falla trifásica en el nodo 7 en el instante  $t_0 = 5$  s, la cual es liberada en  $t_{cl} = 5.1$  s sin cambio topológico del sistema.



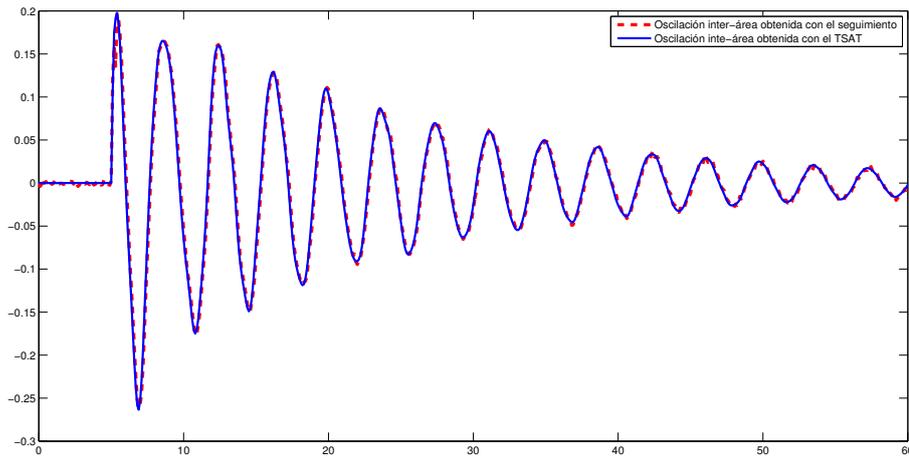
**Figura 3.13:** Frecuencias en cuatro nodos de generación del sistema de 145 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado.



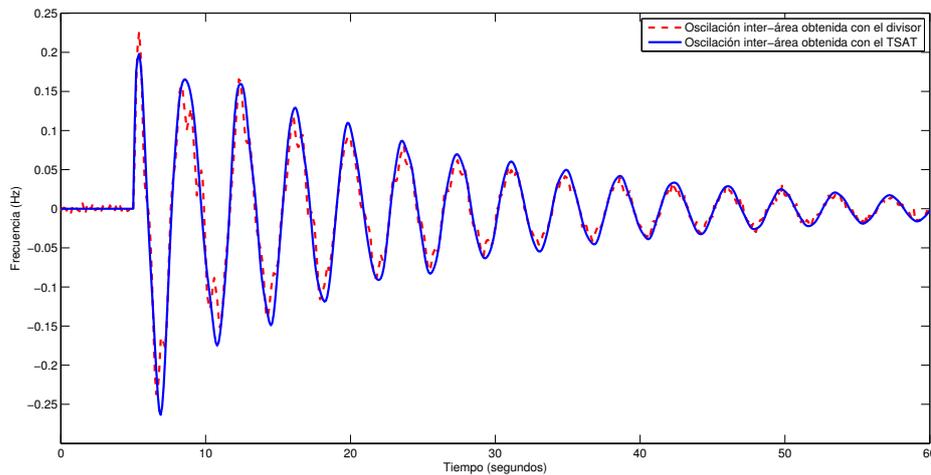
**Figura 3.14:** Frecuencias en cuatro nodos de generación del sistema de 145 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia.

En las Figuras 3.13 y 3.14, se muestran las frecuencias en 4 de los 50 nodos de generación, correspondientes a los cuatro generadores sin medición disponible para el divisor de frecuencia, calculadas mediante el seguimiento de estado y el divisor de frecuencia,

respectivamente. Se aprecia claramente la oscilación a contra fase de los generadores 93 y 110, pertenecientes al área 1, con respecto a los generadores 137 y 145, pertenecientes al área 2. Obteniendo la diferencia entre las frecuencias de los generadores 110 y 145, se puede obtener el tipo de oscilación inter-área. En las Figuras 3.15 y 3.16 se muestran estas oscilaciones obtenidas por ambos métodos.



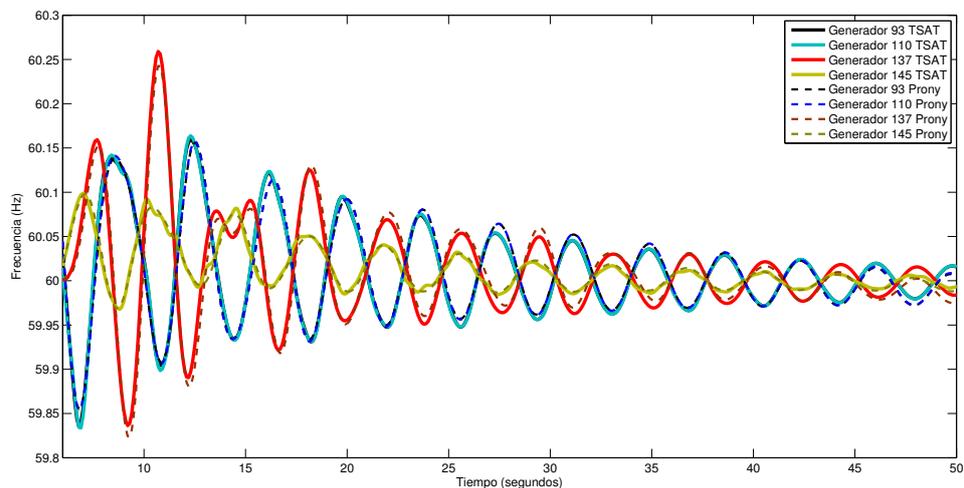
**Figura 3.15:** Oscilaciones inter-área entre los generadores 110 y 145 del sistema de 145 nodos, obtenidas con el seguimiento de estado.



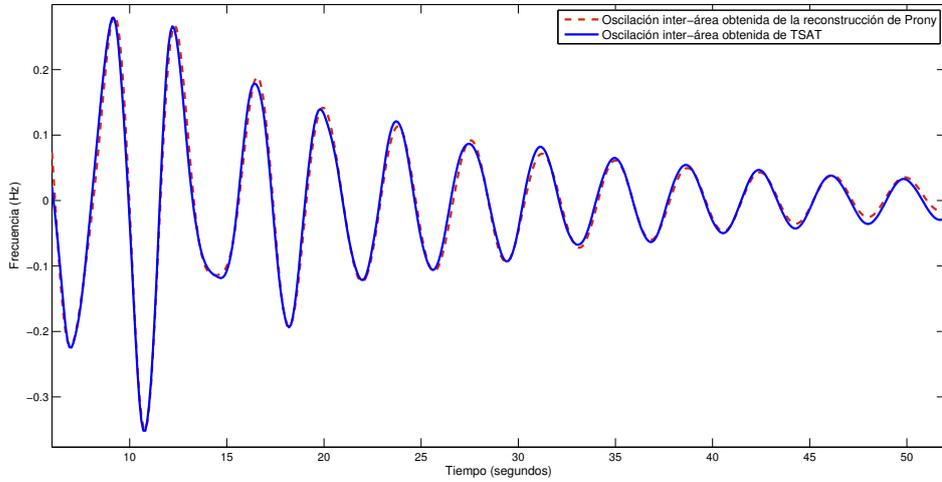
**Figura 3.16:** Oscilaciones inter-área entre los generadores 110 y 145 del sistema de 145 nodos, obtenidas con el divisor de frecuencia.

Nótese que en la Figura 3.16 se aprecia que la señal obtenida con el divisor de frecuencia contiene al menos una componente de alta frecuencia, la cual se observa en el rizado de la señal punteada en rojo, mientras que en la Figura 3.15 este rizado en la señal no está presente. Esto se debe a que el proceso de estimación de estado provee una especie de filtrado a los datos de entrada, entonces la frecuencia calculada a partir del estimado es más limpia en comparación con el divisor de frecuencia, el cual recibe directamente las mediciones que pueden estar contaminadas con ruido.

Para validar estos resultados, se aplica el análisis Prony de la misma manera que en el sistema de 11 nodos, con dos casos, para lo cual se considera un número de muestras de  $N = 500$  y el número de funciones exponenciales amortiguadas es de  $L = 100$ ; por lo tanto, el número de eigenvalores resultantes en ambos casos es de 100. En el caso 1, se eligen los modos oscilatorios con frecuencias menores a  $\pi \text{ rad/s}$  o  $0.5 \text{ Hz}$ , para formar la función estimada  $\hat{y}(t)$  de los cuatro nodos de generación calculados anteriormente, los cuales se muestran en la Tabla 3.3. En la Figura 3.17 se muestran las funciones estimadas de los cuatro nodos de generación. Las oscilaciones entre los generadores 93 y 137, pertenecientes al tipo inter-área, se muestran en la Figura 3.18.



**Figura 3.17:** Frecuencias nodales del sistema de 145 nodos reconstruidas con componentes menores a  $0.5 \text{ Hz}$ . Caso 1.



**Figura 3.18:** Oscilaciones inter-área entre los generadores 93 y 137 del sistema de 145 nodos. Caso 1.

**Tabla 3.3:** Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 145 nodos. Caso 1.

	Generador 93	Generador 110	Generador 137	Generador 145
Modo	Eigenvalores ( $Np/s \pm j \text{ rad/s}$ )			
A	$-0.0525 \pm j 1.6896$	$-0.0526 \pm j 1.6896$	$-0.0562 \pm j 1.6825$	$-0.3802 \pm j 1.1267$
B	$-0.4261 \pm j 1.6562$	$-0.1842 \pm j 2.6821$	$-0.1953 \pm j 2.4006$	$-0.1950 \pm j 2.6001$
C	$-0.1871 \pm j 2.6712$	$-0.4128 \pm j 1.6653$	$-0.1586 \pm j 2.7504$	$-0.2480 \pm j 2.8979$
D	$-0.4727 \pm j 2.9936$	$-0.5032 \pm j 3.0692$		

Por último, en el caso 2 de este sistema de 145 nodos, las señales de los cuatro nodos de generación calculadas con el divisor de frecuencia se analizan con Prony. En la Tabla 3.4 se muestran los modos de oscilación con frecuencias menores a  $\pi \text{ rad/s}$  o  $0.5 \text{ Hz}$  y en la Figura 3.19 se grafican las señales estimadas  $\hat{y}(t)$  considerando solamente las componentes de los modos mencionados. Las oscilaciones inter-área entre los nodos de generación 93 y 137 se muestra en la Figura 3.20.

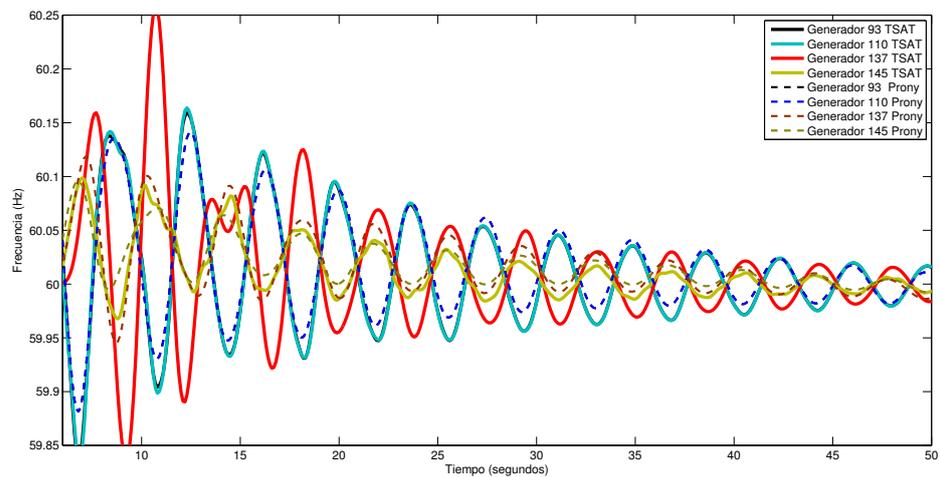
Una comparación de las Figuras 3.18 y 3.20, muestra claramente que en la segunda Figura la oscilación obtenida mediante la  $\hat{y}(t)$  del nodo 137 a partir del divisor de frecuencia tiene una amplitud mucho menor que la oscilación real. Esto se debe a que el divisor de frecuencia en este nodo fue muy impreciso, como se aprecia en los MSEs de la Figura 2.7 y

en la frecuencia  $\hat{y}(t)$  del mismo nodo mostrado en la Figura 3.19.

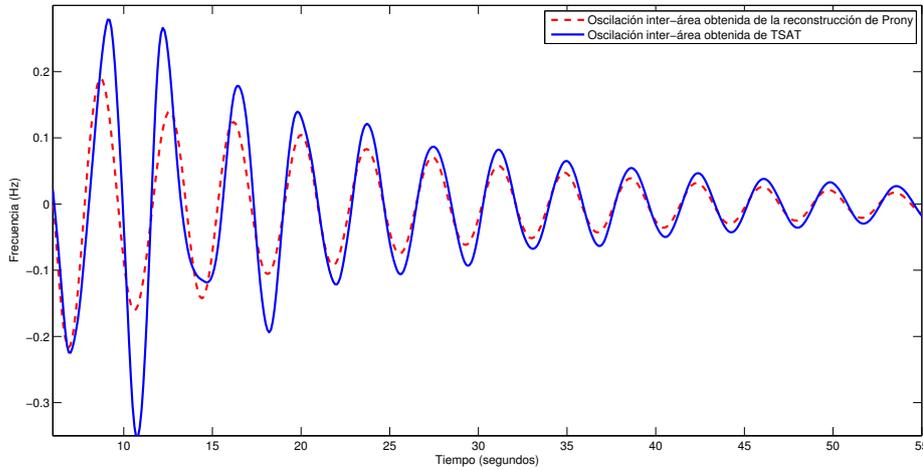
**Tabla 3.4:** Modos y eigenvalores de las señales de frecuencia de los nodos de generación del sistema de 145 nodos. Caso 2.

	Generador 93	Generador 110	Generador 137	Generador 145
Modo	Eigenvalores ( $Np/s \pm j \text{ rad/s}$ )			
A	$-0.0520 \pm j 1.6882$	$-0.0520 \pm j 1.6882$	$-0.0497 \pm j 1.6868$	$-0.1656 \pm j 2.8346$
B	$-0.3562 \pm j 2.4427$	$-0.3564 \pm j 2.4427$	$-0.3137 \pm j 1.0492$	$-0.2947 \pm j 2.3877$
C	$-0.5330 \pm j 1.5059$	$-0.5330 \pm j 1.5059$	$-0.2341 \pm j 2.7777$	$-0.0512 \pm j 1.6875$
D	$-0.3119 \pm j 2.7865$	$-0.3119 \pm j 2.7865$	$-0.3059 \pm j 2.6545$	$-0.5387 \pm j 1.0297$

Al igual que con los resultados obtenidos en el sistema de estudio anterior, estos permiten llevar a cabo la detección de oscilaciones entre generadores después de un disturbio, así como caracterizar el tipo de oscilaciones presentes en el sistema. Este sistema de 145 nodos también mostró ser estable ante el escenario de contingencia presentado, como se aprecia en la parte real de los eigenvalores mostrados en las Tablas 3.3 y 3.4, ya que todos son negativos, y regresando prácticamente al mismo punto de operación que existía antes de la falla en el nodo 7, como se observa en las gráficas de las frecuencias.



**Figura 3.19:** Frecuencias nodales del sistema de 145 nodos reconstruidas con componentes menores a  $0.5 \text{ Hz}$ . Caso 2.



**Figura 3.20:** Oscilaciones inter-área entre los generadores 93 y 137 del sistema de 145 nodos. Caso 2.

### 3.5. Detección de islas eléctricas

#### 3.5.1. Sistema de 14 generadores y 59 nodos

El último caso de estudio de esta tesis consiste en detectar la aparición de islas eléctricas usando el estimador de seguimiento y el método Prony para analizar todas las frecuencias nodales del sistema que han sido calculadas, en intervalos de 12 segundos, con lo cual se tienen  $N = 120$  muestras y  $L = 40$  funciones exponenciales amortiguadas.

El sistema eléctrico usado es el sistema australiano simplificado de 14 generadores y 59 nodos, dividido en 5 áreas interconectadas, el cual funciona a 50 Hz, descrito en [Gibbard *et al.*, 2015] y mostrado en la Figura 3.21, cuyas características radiales lo hacen ideal para este tipo de casos de estudio.

En el instante de tiempo  $t_1 = 5$  s se desconecta una de las tres líneas que conectan el área 1 con el área 3. En el tiempo  $t_2 = 12$  s la segunda línea es desconectada, dejando en operación solamente una de las tres líneas; y finalmente, en  $t_3 = 15$  s la última de las tres líneas se desconecta, dejando las áreas 3 y 5 completamente aisladas del resto del sistema eléctrico.

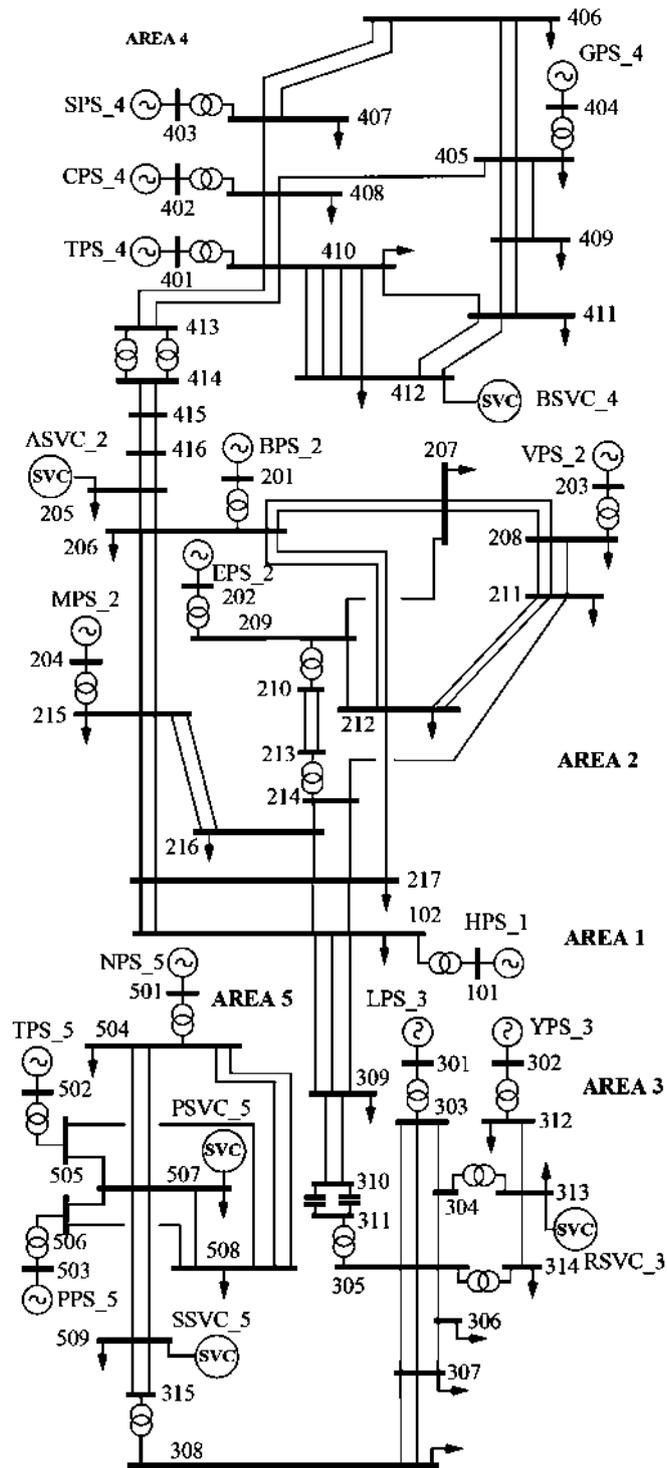
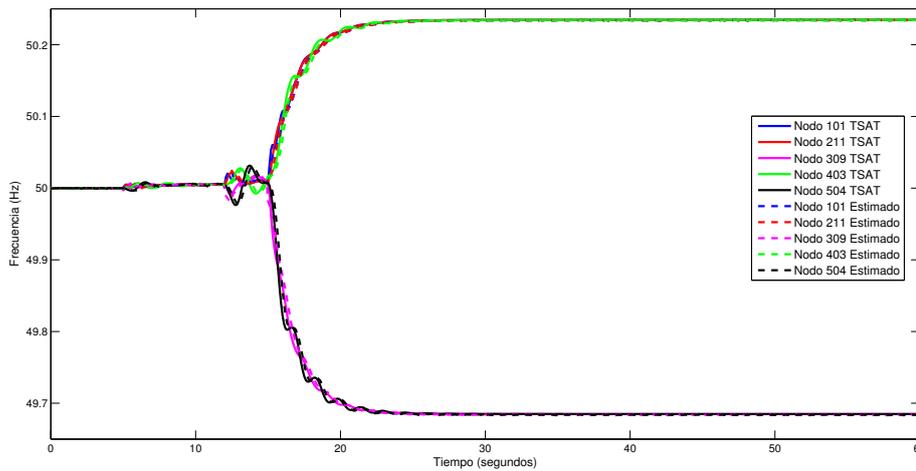


Figura 3.21: Sistema de 14 generadores y 59 nodos.

El conjunto de mediciones de PMU consiste en 32 mediciones de magnitud y ángulo de voltaje, y 69 mediciones de magnitud y ángulo de corriente, dando un total de 202 mediciones a las cuales se les adiciona ruido no Gaussiano. Al igual que los casos de estudio anteriores, las mediciones fueron obtenidas del software TSAT, en un intervalo de 60 segundos, con una tasa de 10 muestras por segundo.

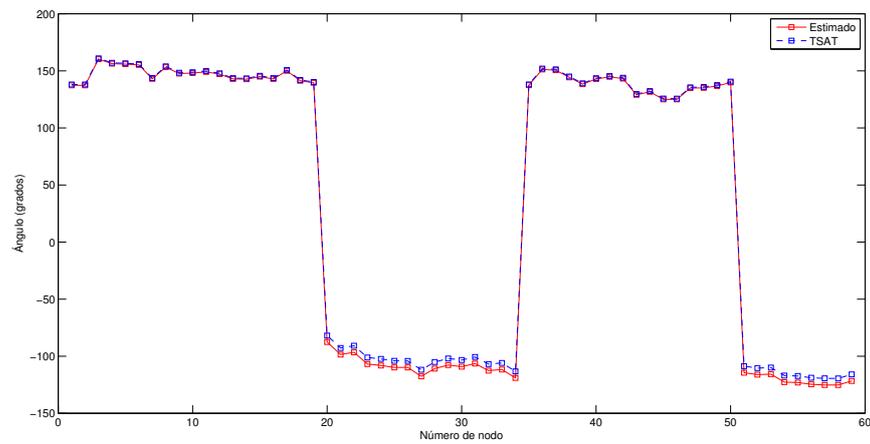
En la Figura 3.22 se muestra la frecuencia en cinco nodos pertenecientes a cada una de las cinco áreas del sistema eléctrico, respectivamente. Luego de la desconexión secuencial en las líneas de enlace, el área 3 y el área 5 quedan aisladas eléctricamente del resto del sistema, los balances de potencia en ambas partes del sistema se siguen satisfaciendo pero la frecuencia en las áreas aisladas comienza a decaer mientras que en el resto del sistema se incrementa, hasta llegar a un nuevo punto de operación en donde las frecuencias en ambas partes se estabilizan.



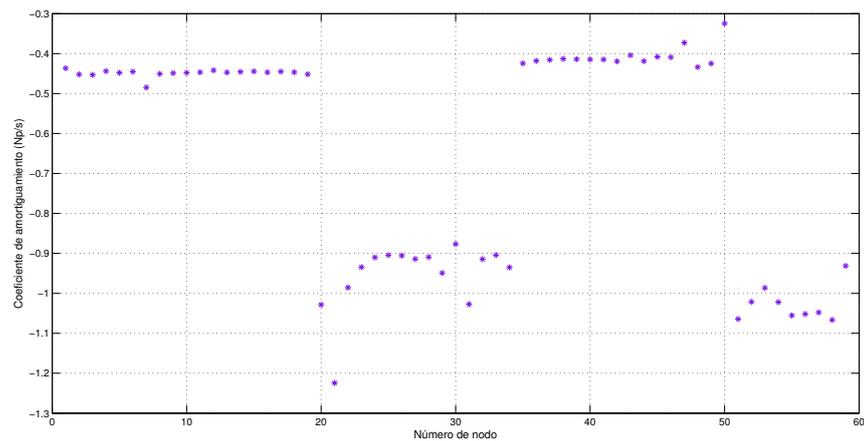
**Figura 3.22:** Frecuencia en los nodos 101, 211, 309, 403 y 504 obtenidas con el TSAT y con el estimador de seguimiento.

La separación del sistema eléctrico en dos partes se puede apreciar en los ángulos de voltaje calculados con el seguimiento de estado y en los coeficientes con menor amortiguamiento pertenecientes a los modos oscilatorios menores a  $0.63 \text{ Hz}$  de las señales de frecuencia estimadas con Prony, en el intervalo de 15 a 27 segundos que es cuando ocurre la desconexión de la última línea, Figura 3.23 y Figura 3.24, respectivamente. Cuando se

desconecta la última línea de enlace, las dos partes del sistema pierden el sincronismo y los ángulos de los voltajes se empiezan a separar, lo mismo ocurre con los coeficientes de amortiguamiento debido a que estos indican qué tanto se ve afectada la respuesta del sistema, en este caso la frecuencia, ante un disturbio [Gibbard *et al.*, 2015]. Gráficamente, los nodos 20 a 34 y 51 a 59, pertenecientes a las áreas 3 y 5, respectivamente, muestran que han quedado aislados del resto del sistema eléctrico.



**Figura 3.23:** Ángulos de voltajes de los 59 nodos después de la formación de la isla eléctrica en el segundo 27.



**Figura 3.24:** Coeficientes de amortiguamiento obtenidos con Prony de la señal de frecuencia de cada nodo en el intervalo de 15 a 27 segundos.

### 3.6. Conclusiones

En este capítulo se implementó un método para detectar oscilaciones de baja frecuencia en sistemas de potencia y coherencia oscilatoria entre generadores, usando el método Prony para llevar a cabo la detección considerando solamente las componentes menores a  $0.589\text{ Hz}$  y  $0.5\text{ Hz}$ , para los sistemas de 11 y 145 nodos, respectivamente. Todo esto a partir de las señales de frecuencia calculadas mediante el seguimiento de estado y el divisor de frecuencia descritas en el capítulo anterior.

De igual manera, se detectó la formación de islas eléctricas en un sistema radial de 59 nodos, mediante los coeficientes de amortiguamiento menores a  $0.6\text{ Hz}$  obtenidos con Prony y se validó observando la separación angular que ocurrió en los voltajes nodales, también con las frecuencias calculadas con el seguimiento y las mediciones reales tomadas del TSAT. El que ángulos de voltaje y coeficientes de amortiguamiento se empiecen a separar entre ellos de manera uniforme es indicativo de que se ha formado una isla en el sistema eléctrico de potencia. En comparación con otros métodos para detectar islas, el método propuesto en esta tesis permite hacer la detección con mayor facilidad, el único requisito es contar con un estimador estático que funcione de manera secuencial para seguir el estado operativo del SEP y con una herramienta de análisis de Prony. Debido a que no se requiere de ningún método específico para la detección de islas, se evitan problemas típicos de NDZ y de altos costos económico.

## Capítulo 4

# Conclusiones generales y trabajos futuros

### 4.1. Conclusiones generales

Con la creciente necesidad de más energía eléctrica pero al mismo tiempo con un menor impacto ambiental, la penetración de generadores no convencionales con poca o nula regulación de frecuencia hace más susceptible y vulnerable a la red eléctrica ante cambios de frecuencia, es por ello que se vuelve de suma importancia el cálculo de frecuencia nodal implementado en este trabajo.

La implementación del divisor de frecuencia y del cálculo de frecuencia nodal mediante el estimador de seguimiento de estado basado en el método de Hachtel en sistemas de potencia se validaron con éxito al comparar los resultados con los obtenidos del TSAT, resultando ser más preciso el método basado en el seguimiento de estado. Estos resultados pueden ser de gran utilidad a los operadores de centros de control, ya que permite conocer la dinámica de los generadores sin necesidad de conocer información de sus parámetros internos ni tampoco su inercia.

Es indispensable que el conjunto de mediciones que se tenga del sistema sea de PMUs, ya que se requiere de su etiqueta de tiempo, lo que permite calcular la diferencia

angular entre estados estimados consecutivos y con ello calcular la frecuencia nodal. En este sentido, un estimador que funcione con conjuntos de mediciones SCADA tradicionales no sería de utilidad. También se vuelve de gran importancia la ubicación óptima de PMUs en la red eléctrica, que permita la observabilidad de sistemas radiales y mallados con el menor número de PMUs y, por lo tanto, de mediciones.

Las señales de las frecuencias nodales calculadas fueron tratadas y descompuestas de manera satisfactoria con el método Prony, lo que permitió hacer la detección del problema de oscilaciones inter-área y de coherencia oscilatoria de generadores.

Asimismo, con los coeficientes de amortiguamiento de las componentes de baja frecuencia obtenidos con el método Prony, se detectó la formación de islas eléctricas en sistemas de potencia.

## **4.2. Trabajos futuros**

Con el continuo avance en las tecnologías, es necesario tener las herramientas de estudio y análisis en constante actualización y mejora, es por ello que a continuación se enlistan algunos de los trabajos futuros que se pueden llevar a cabo, algunos de acuerdo con ciertos problemas o situaciones que se encontraron en el desarrollo de este trabajo de tesis.

Una metodología que permita determinar la ubicación óptima de PMUs y el mínimo número de ellos, para asegurar la observabilidad y controlabilidad del sistema, así como para mejorar la detección de datos erróneos.

Directamente siguiendo el curso de este trabajo de tesis, se puede seguir aplicando el método Prony en conjunto con el cálculo de frecuencia nodal para hacer estimación de inercia de generadores y corrección de control automático de generación.

# Referencias

- [Abur y Exposito, 2004] Abur, A. y Exposito, A. G. (2004). *Power system state estimation: theory and implementation*. CRC press.
- [Alcaide-Moreno *et al.*, 2015] Alcaide-Moreno, B. A., Fuerte-Esquivel, C. R., Glavic, M., y Van Cutsem, T. (2015). Hybrid processing of scada and synchronized phasor measurements for tracking network state. En *2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting*, pp. 1–5. IEEE.
- [Alcaide-Moreno *et al.*, 2017] Alcaide-Moreno, B. A., Fuerte-Esquivel, C. R., Glavic, M., y Van Cutsem, T. (2017). Electric power network state tracking from multirate measurements. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 67(1):33–44.
- [Anudeep y Nayak, 2017] Anudeep, B. y Nayak, P. K. (2017). A passive islanding detection technique for distributed generations. En *2017 7th International Conference on Power Systems (ICPS)*, pp. 732–736. IEEE.
- [Asprou *et al.*, 2014] Asprou, M., Chakrabarti, S., y Kyriakides, E. (2014). A two-stage state estimator for dynamic monitoring of power systems. *IEEE Systems Journal*, 11(3):1767–1776.
- [Bi *et al.*, 2008] Bi, T., Qin, X., y Yang, Q. (2008). A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements. *Electric Power Systems Research*, 78(8):1343–1352.
- [Bian *et al.*, 2011] Bian, X., Li, X. R., Chen, H., Gan, D., y Qiu, J. (2011). Joint estimation

- of state and parameter with synchrophasors - part i: State tracking. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(3):1196–1208.
- [Bucciero y Terbruggen, 1998] Bucciero, J. y Terbruggen, M. (1998). Interconnected power system dynamics tutorial: Dynamics of interconnected power systems tutorial. *Electric Power Research Institute, EPRI*, pp. 6–1.
- [Chung, 2000] Chung, S.-K. (2000). A phase tracking system for three phase utility interface inverters. *IEEE Transactions on Power electronics*, 15(3):431–438.
- [Debs y Larson, 1970] Debs, A. S. y Larson, R. E. (1970). A dynamic estimator for tracking the state of a power system. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (7):1670–1678.
- [Deshbhratar *et al.*, 2016] Deshbhratar, P., Somalwar, R., y Kadwane, S. (2016). Comparative analysis of islanding detection methods for multiple dg based system. En *2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT)*, pp. 1525–1530. IEEE.
- [Dobakhshari *et al.*, 2019] Dobakhshari, A. S., Azizi, S., Paolone, M., y Terzija, V. (2019). Ultra fast linear state estimation utilizing scada measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*.
- [Du *et al.*, 2012] Du, Z., Zhang, Y., Chen, Z., Li, P., Ni, Y., y Shi, L. (2012). Integrated emergency frequency control method for interconnected ac/dc power systems using centre of inertia signals. *IET generation, transmission & distribution*, 6(6):584–592.
- [Falcao *et al.*, 1982] Falcao, D., Cooke, P., y Brameller, A. (1982). Power system tracking state estimation and bad data processing. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (2):325–333.
- [Fardanesh, 2012] Fardanesh, B. (2012). Direct non-iterative power system state solution and estimation. En *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–6. IEEE.

- [Frowd *et al.*, 1982] Frowd, R. J., Giri, J., y Podmore, R. (1982). Transient stability and long-term dynamics unified. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (10):3841–3850.
- [Funabashi *et al.*, 2003] Funabashi, T., Koyanagi, K., y Yokoyama, R. (2003). A review of islanding detection methods for distributed resources. En *2003 IEEE Bologna Power Tech Conference Proceedings*, volumen 2, pp. 6–pp. IEEE.
- [Gibbard *et al.*, 2015] Gibbard, M. J., Pourbeik, P., y Vowles, D. J. (2015). *Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems*. University of Adelaide Press.
- [Girgis y Hwang, 1984] Girgis, A. A. y Hwang, T. D. (1984). Optimal estimation of voltage phasors and frequency deviation using linear and non-linear kalman filtering: theory and limitations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (10):2943–2951.
- [Gjelsvik *et al.*, 1985] Gjelsvik, A., Aam, S., y Holten, L. (1985). Hachtel’s augmented matrix method—a rapid method improving numerical stability in power system static state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (11):2987–2993.
- [Glavic y Van Cutsem, 2013] Glavic, M. y Van Cutsem, T. (2013). Tracking network state from combined scada and synchronized phasor measurements. En *2013 IREP Symposium Bulk Power System Dynamics and Control-IX Optimization, Security and Control of the Emerging Power Grid*, pp. 1–10. IEEE.
- [Göl y Abur, 2014] Göl, M. y Abur, A. (2014). A hybrid state estimator for systems with limited number of pmus. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30(3):1511–1517.
- [Golpira y Messina, 2017] Golpira, H. y Messina, A. R. (2017). A center-of-gravity-based approach to estimate slow power and frequency variations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(1):1026–1035.
- [Handschin *et al.*, 1975] Handschin, E., Schweppe, F. C., Kohlas, J., y Fiechter, A. (1975). Bad data analysis for power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 94(2):329–337.

- [Holten *et al.*, 1988] Holten, L., Gjelsvik, A., Aam, S., Wu, F. F., y Liu, W.-H. (1988). Comparison of different methods for state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(4):1798–1806.
- [Hsu *et al.*, 1998] Hsu, C.-S., Chen, M.-S., y Lee, W.-J. (1998). Approach for bus frequency estimating in power system simulations. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 145(4):431–435.
- [Jiang *et al.*, 2007] Jiang, W., Vittal, V., y Heydt, G. T. (2007). A distributed state estimator utilizing synchronized phasor measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(2):563–571.
- [Jiang *et al.*, 2015] Jiang, X. T., Chow, J. H., Fardanesh, B., Maragal, D., Stefopoulos, G., y Razanousky, M. (2015). Power system state estimation using a direct non-iterative method. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 73:361–368.
- [Jiang *et al.*, 2014] Jiang, X. T., Fardanesh, B., Maragal, D., Stefopoulos, G., Chow, J. H., y Razanousky, M. (2014). Improving performance of the non-iterative direct state estimation method. En *2014 Power and Energy Conference at Illinois (PECI)*, pp. 1–6. IEEE.
- [Karimi *et al.*, 2004] Karimi, H., Karimi-Ghartemani, M., e Iravani, M. R. (2004). Estimation of frequency and its rate of change for applications in power systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19(2):472–480.
- [Kaura y Blasko, 1997] Kaura, V. y Blasko, V. (1997). Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions. *IEEE Transactions on Industry applications*, 33(1):58–63.
- [Korres y Manousakis, 2011] Korres, G. N. y Manousakis, N. M. (2011). State estimation and bad data processing for systems including pmu and scada measurements. *Electric Power Systems Research*, 81(7):1514–1524.
- [Kotiuga, 1985] Kotiuga, W. (1985). Development of a least absolute value power system

- tracking state estimator. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (5):1160–1166.
- [Kumar y Bhowmik, 2017] Kumar, D. y Bhowmik, P. S. (2017). Wide area islanding detection using phasor measurement unit. En *2017 11th International Conference on Intelligent Systems and Control (ISCO)*, pp. 49–54. IEEE.
- [Kundur *et al.*, 1994] Kundur, P., Balu, N. J., y Lauby, M. G. (1994). *Power system stability and control*, volumen 7. McGraw-hill New York.
- [Kundur *et al.*, 2004] Kundur, Prabha and Paserba, John and Ajjarapu, Venkat and Andersson, Göran and Bose, Anjan and Canizares, Claudio and Hatziaargyriou, Nikos and Hill, David and Stankovic, Alex and Taylor, Carson and others (2004). Definition and classification of power system stability. *IEEE transactions on Power Systems*, 19(2):1387–1401.
- [Kunte y Gao, 2008] Kunte, R. S. y Gao, W. (2008). Comparison and review of islanding detection techniques for distributed energy resources. En *2008 40th North American power symposium*, pp. 1–8. IEEE.
- [Mahat *et al.*, 2008] Mahat, P., Chen, Z., y Bak-Jensen, B. (2008). Review of islanding detection methods for distributed generation. En *2008 third international conference on electric utility deregulation and restructuring and power technologies*, pp. 2743–2748. IEEE.
- [Martínez-Parrales, 2019] Martínez-Parrales, R. (2019). *Methodologies for Multiterminal AC-DC Transmission Grids: Power Flow, State Estimation and Frequency Tracking*. Tesis doctoral, Universidad Michoacana de Sñ Nicolás de Hidalgo.
- [Martínez-Parrales y Fuerte-Esquivel, 2018] Martínez-Parrales, R. y Fuerte-Esquivel, C. (2018). A new unified approach for the state estimation and bad data analysis of electric power transmission systems with multi-terminal vsc-based hvdc networks. *Electric Power Systems Research*, 160:251–260.

- [Menon y Nehrir, 2007] Menon, V. y Nehrir, M. H. (2007). A hybrid islanding detection technique using voltage unbalance and frequency set point. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1):442–448.
- [Merrill y Schweppe, 1971] Merrill, H. M. y Schweppe, F. C. (1971). Bad data suppression in power system static state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (6):2718–2725.
- [Milano *et al.*, 2018] Milano, F., Dörfler, F., Hug, G., Hill, D. J., y Verbič, G. (2018). Foundations and challenges of low-inertia systems. En *2018 Power Systems Computation Conference (PSCC)*, pp. 1–25. IEEE.
- [Milano y Ortega, 2016] Milano, F. y Ortega, A. (2016). Frequency divider. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(2):1493–1501.
- [Monticelli, 1999] Monticelli, A. (1999). Fast decoupled state estimator. En *State Estimation in Electric Power Systems*, pp. 313–342. Springer.
- [Monticelli *et al.*, 1985] Monticelli, A., Murari, C., y Wu, F. F. (1985). A hybrid state estimator: Solving normal equations by orthogonal transformations. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (12):3460–3468.
- [Nutaro y Protopopescu, 2011] Nutaro, J. y Protopopescu, V. (2011). Calculating frequency at loads in simulations of electro-mechanical transients. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 3(1):233–240.
- [O’kane y Fox, 1997] O’kane, P. y Fox, B. (1997). Loss of mains detection for embedded generation by system impedance monitoring.
- [Pai y Huang, 2001] Pai, F.-S. y Huang, S.-J. (2001). A detection algorithm for islanding-prevention of dispersed consumer-owned storage and generating units. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 16(4):346–351.
- [Phadke y Thorp, 2008] Phadke, A. G. y Thorp, J. S. (2008). *Synchronized phasor measurements and their applications*, volumen 1. Springer.

- [Phadke *et al.*, 1983] Phadke, A. G., Thorp, J. S., y Adamiak, M. G. (1983). A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, (5):1025–1038.
- [Pradhan *et al.*, 2005] Pradhan, A., Routray, A., y Basak, A. (2005). Power system frequency estimation using least mean square technique. *IEEE transactions on power delivery*, 20(3):1812–1816.
- [Price *et al.*, 1993] Price, WW and Chiang, HD and Clark, HK and Concordia, C and Lee, DC and Hsu, JC and Ihara, S and King, CA and Lin, CJ and Mansour, Y and others (1993). Load representation for dynamic performance analysis. *IEEE Transactions on Power Systems (Institute of Electrical and Electronics Engineers);(United States)*, 8(2).
- [Rao y Roy, 1983] Rao, N. y Roy, L. (1983). A cartesian coordinate algorithm for power system state estimation. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, (5):1070–1082.
- [Redfern *et al.*, 1995] Redfern, M., Barrett, J., y Usta, O. (1995). A new microprocessor based islanding protection algorithm for dispersed storage and generation units. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 10(3):1249–1254.
- [Renedo *et al.*, 2016] Renedo, Javier and García, Aurelio and Rouco, Luis and others (2016). Active power control strategies for transient stability enhancement of ac/dc grids with vsc-hvdc multi-terminal systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(6):4595–4604.
- [Rivera *et al.*, 2018] Rivera, I. L. O., Vittal, V., Heydt, G. T., Fuerte-Esquivel, C. R., y Angeles-Camacho, C. (2018). A dynamic state estimator based control for power system damping. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(6):6839–6848.
- [Rodríguez *et al.*, 2018] Rodríguez, A. F., de Santiago Rodrigo, L., Guillén, E. L., Ascariz, J. R., Jiménez, J. M., y Boquete, L. (2018). Coding prony's method in matlab and applying it to biomedical signal filtering. *BMC bioinformatics*, 19(1):451.

- [Rostami *et al.*, 2017a] Rostami, A., Bagheri, M., Naderi, S. B., Negnevitsky, M., Jalilian, A., y Blaabjerg, F. (2017a). A novel islanding detection scheme for synchronous distributed generation using rate of change of exciter voltage over reactive power at dg-side. En *2017 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)*, pp. 1–5. IEEE.
- [Rostami *et al.*, 2017b] Rostami, A., Jalilian, A., Naderi, S. B., Negnevitsky, M., Davari, P., y Blaabjerg, F. (2017b). A novel passive islanding detection scheme for distributed generations based on rate of change of positive sequence component of voltage and current. En *2017 Australasian Universities Power Engineering Conference (AUPEC)*, pp. 1–5. IEEE.
- [Routray *et al.*, 2002] Routray, A., Pradhan, A. K., y Rao, K. P. (2002). A novel kalman filter for frequency estimation of distorted signals in power systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 51(3):469–479.
- [Sarri *et al.*, 2016] Sarri, S., Zanni, L., Popovic, M., Le Boudec, J.-Y., y Paolone, M. (2016). Performance assessment of linear state estimators using synchrophasor measurements. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 65(3):535–548.
- [Sauer y Pai, 1998] Sauer, P. W. y Pai, M. A. (1998). *Power system dynamics and stability*, volumen 101. Prentice hall Upper Saddle River, NJ.
- [Savulescu, 2009] Savulescu, S. C. (2009). *Real-time stability assessment in modern power system control centers*, volumen 42. John Wiley & Sons.
- [Schweppe y Masiello, 1971] Schweppe, F. y Masiello, R. (1971). A tracking static state estimator. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (3):1025–1033.
- [Schweppe y Rom, 1970] Schweppe, F. C. y Rom, D. B. (1970). Power system static-state estimation, part ii: Approximate model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (1):125–130.
- [Schweppe y Wildes, 1970] Schweppe, F. C. y Wildes, J. (1970). Power system static-state estimation, part i: Exact model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems*, (1):120–125.

- [Simoes-Costa y Quintana, 1981] Simoes-Costa, A. y Quintana, V. (1981). A robust numerical technique for power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (2):691–698.
- [Singh, 2003] Singh, S. (2003). *Application of Prony analysis to characterize pulsed corona reactor measurements*. Tesis doctoral, University of Wyoming.
- [Stott, 1979] Stott, B. (1979). Power system dynamic response calculations. *Proceedings of the IEEE*, 67(2):219–241.
- [Terbrueggen, 2009] Terbrueggen, M. (2009). Epri power systems dynamics tutorial. *EPRI, Palo Alto, CA, Tech. Rep*, 1016042.
- [Terzija *et al.*, 1994] Terzija, V. V., Djuric, M. B., y Kovacevic, B. D. (1994). Voltage phasor and local system frequency estimation using newton type algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 9(3):1368–1374.
- [Valverde *et al.*, 2010] Valverde, G., Chakrabarti, S., Kyriakides, E., y Terzija, V. (2010). A constrained formulation for hybrid state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(3):1102–1109.
- [Vittal *et al.*, 1992] Vittal, V., Martin, D., Chu, R., Fish, J., Giri, J. C., Tang, C. K., Villaseca, F. E., y Farmer, R. (1992). Transient stability test systems for direct stability methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):37.
- [Warin y Allen, 1990] Warin, J. y Allen, W. (1990). Loss of mains protection. En *ERA Conference on Circuit protection for industrial and commercial installations*, pp. 4–3.
- [Winkelman *et al.*, 1981] Winkelman, J., Chow, J., Bowler, B., Avramovic, B., y Kokotovic, P. (1981). An analysis of interarea dynamics of multi-machine systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, (2):754–763.
- [Wood *et al.*, 2013] Wood, A. J., Wollenberg, B. F., y Sheblé, G. B. (2013). *Power generation, operation, and control*. John Wiley & Sons.

- [Wu *et al.*, 1988] Wu, F. F., Liu, W.-H., Holten, L., Gjelsvik, L., y Aam, S. (1988). Observability analysis and bad data processing for state estimation using hachtel's augmented matrix method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(2):604–611.
- [Xia *et al.*, 2014] Xia, Y., Blazic, Z., y Mandic, D. P. (2014). Complex-valued least squares frequency estimation for unbalanced power systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 64(3):638–648.
- [Yang *et al.*, 2010] Yang, T., Sun, H., y Bose, A. (2010). Transition to a two-level linear state estimator part ii: Algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 26(1):54–62.
- [Zamora-Cárdenas y Fuerte-Esquivel, 2011] Zamora-Cárdenas, A. y Fuerte-Esquivel, C. R. (2011). State estimation of power systems containing facts controllers. *Electric Power Systems Research*, 81(4):995–1002.
- [Zečević *et al.*, 2016] Zečević, Ž., Krstajić, B., y Popović, T. (2016). Improved frequency estimation in unbalanced three-phase power system using coupled orthogonal constant modulus algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 32(4):1809–1816.
- [Zhao y Abur, 2005] Zhao, L. y Abur, A. (2005). Multi area state estimation using synchronized phasor measurements. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):611–617.
- [Zhou *et al.*, 2006] Zhou, M., Centeno, V. A., Thorp, J. S., y Phadke, A. G. (2006). An alternative for including phasor measurements in state estimators. *IEEE transactions on power systems*, 21(4):1930–1937.