



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

DOCTORADO EN CIENCIAS EN NEGOCIOS INTERNACIONALES

**"ADMINISTRACIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN MERCADOS FINANCIEROS
INTERNACIONALES PARA LAS RESERVA TÉCNICA DE LA DIRECCIÓN DE PENSIONES
CIVILES DEL ESTADO DE MICHOACÁN EMPLEANDO MODELOS GARCH
ORTOGONALES"**

**TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN NEGOCIOS
INTERNACIONALES PRESENTA:**

MIEF OSCAR VALDEMAR DE LA TORRE TORRES

DIRECTOR DE LA TESIS: DR. ANTONIO KIDO CRUZ

MORELIA, MICHOACÁN, MÉXICO A DICIEMBRE DE 2011

A ese pequeño gran ejército de tres personas que ha estado y estará siempre junto a mí desde que nací. Para ellos va este trabajo de investigación ya que sin ellos nunca lo hubiera logrado...

Al jefe, la jefa y lino-lino...

"Ni el hombre más bravo puede luchar más allá de lo que le permiten sus fuerzas..."

Homero

Agradecimientos

No es posible iniciar la revisión del presente trabajo de investigación sin reconocer el apoyo de aquellas personas que, de manera diversa, contribuyeron a la elaboración del mismo. Por ello, se desea iniciar agradeciendo al Instituto de Investigaciones Económicas y Empresariales y su núcleo docente de investigadores por el espacio otorgado para estudiar de tiempo completo este doctorado así como la orientación y apoyo financiero para terminar con calidad este trabajo.

Es de prioridad resaltar y también agradecer a la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán, en especial a la actual directora general, la Doctora Rosa Hilda Posadas y al director de planeación y finanzas el Maestro Gustavo Arias, quienes, junto con los directores generales previos (el Maestro Uriel López y el Licenciado Antonio Delgado), aceptaron y apoyaron que el presente trabajo tuviese como objeto de estudio la reserva técnica administrada por dicho organismo, proporcionando así la información necesaria para lograr los objetivos planteados.

A su vez, es de interés reconocer y agradecer la colaboración del núcleo académico y de investigación de la Universidad Autónoma de Madrid, en especial a los profesores del departamento de financiación e investigación comercial y de la facultad de economía y ciencias administrativas, por su calurosa recepción a realizar dos estancias de investigación en su universidad. En este tenor se desea mencionar a la Doctora María Isabel Martínez, al Doctor Fernando Úbeda y al Maestro Francisco Pérez por su orientación y apoyo en múltiples conceptos teóricos y prácticos que ayudaron a encauzar el presente trabajo.

De manera complementaria, se extiende un agradecimiento especial al Maestro Omar Zárate, director de la tesorería de FIRA-Banco de México y al Maestro Juan Pablo Cruz y Corro, subdirector de mercados financieros en dicha tesorería, quienes contribuyeron con información y comentarios relacionados a su experiencia, los cuales robustecieron el desarrollo presentado.

También se debe reconocer el apoyo de la Actuaría Isabel Cásares, directora de Cásares, asesoría actuarial S.L. en España, quien contribuyó con sus observaciones y comentarios respecto a la práctica de la administración de pensiones tanto en México como en España.

A su vez, se da un especial agradecimiento al Doctor Salvador Jara por su orientación clave para el desarrollo de algunas derivaciones matemáticas así como en algunas concepciones e interpretaciones a la luz de la filosofía de la ciencia, las cuales fueron necesarias para comprender mejor la trascendencia del conocimiento generado. Los seminarios organizados por él y la Doctora Rosa María De la Torre, proporcionaron una mejor perspectiva a este respecto.

Por último se agradece a ese gran amigo al que algunos no le dan nombre, otros lo olvidamos de vez en cuando, otros dicen que no existe y otros le reconocen, le respetan y le dan su lugar de gran arquitecto de lo existente. A pesar de todo, ahí está, inspirando trabajos como este y retribuyendo grandes satisfacciones.

“No, porque gracias a Dios no va en esa nave toda mi fortuna, ni depende mi esperanza de un solo puerto, ni mi hacienda de la fortuna de este año. Por lo tanto, no nace del peligro de mis mercaderías mi cuidado...”

Antonio a Salanio
“El Mercader de Venecia”
Acto I, escena 1
William Shakespeare

“2 Pero divide tus inversiones en muchos lugares porque no sabes qué riesgos vendrán. 3 Cuando las nubes están cargadas, la lluvia caerá. Si el árbol cae al norte o al sur, ahí se quedará. 4 Quien espera por el clima perfecto nunca plantará y si observa cada nube, nunca cosechará...”

Eclesiastés 11 2:4

“Uno debe siempre dividir su riqueza en tres partes: un tercio en tierra, otro en mercaderías y otro dejarlo a mano...”

Talmud babilónico

Contenido

Índice de Tablas:	6
Índice de Gráficas:	8
Índice de figuras:	11
Resumen	12
Abstract	14
1 Introducción	15
2 Contexto situacional	19
2.1 Introducción al capítulo	19
2.2 Contexto y capacidades legales de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.	20
2.2.1 Origen y desarrollo de los sistemas de prevención social.....	20
2.2.2 Origen, desarrollo y contexto legal de los sistemas de seguridad social en México.....	22
2.2.3 La Ley del Seguro Social.....	22
2.3 Definición de los esquemas de planes de pensiones denominados de contribución definida, beneficio definido y mixtos	24
2.4 ¿Quién es la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán?	27
2.5 Corolario, identificación y planteamiento del problema de investigación y solución propuesta.	37
2.6 Los mercados financieros que conformarán el universo de activos financieros y la política de inversión a utilizar	39
2.6.1 Los mercados financieros (índices) objeto de inversión	40
2.6.2 Fundamentos para la selección de los mercados financieros objeto de inversión	43
2.6.3 La política de inversión a emplear en la reserva técnica	47
2.6.4 Fundamentos adicionales de la selección de los mercados objeto de inversión.....	51
2.6.5 La exposición al riesgo	55
2.6.6 Tipos de riesgo.....	56
2.6.7 Tipos de riesgo de mercado.....	58
2.6.8 Características de exposición al riesgo al invertir en los mercados financieros propuestos. ..	60
2.7 Selección del tipo de administración de portafolios y del tipo de asignación de activos a seguir en la misma	63
2.7.1 Las formas de administración de portafolios pasiva y activa	63
2.7.2 El proceso de administración de portafolios en la práctica general	64

2.7.3	La asignación de activos: La selección de la forma activa en el contexto del presente trabajo ..	65
2.7.4	La fase de ejecución de la estrategia	68
2.7.5	Evaluación de resultados del proceso de administración.....	68
2.8	La economía financiera como contexto de la teoría moderna de portafolios y del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.....	69
2.8.1	La teoría moderna de portafolios.....	74
3	Planteamiento del problema, objetivos, hipótesis de la investigación y metodología para demostrarla.....	78
3.1	Problema de investigación y los objetivos e hipótesis que del mismo se derivan ..	78
3.2	Pregunta general de investigación	80
3.3	Preguntas particulares de investigación	80
3.4	Objetivo general de la investigación	81
3.5	Objetivos particulares de la investigación.....	81
3.6	Hipótesis general y particulares del trabajo.....	82
3.7	Tipo de investigación a realizar.....	83
4	Marco Teórico.....	85
4.1	Introducción al capítulo.....	85
4.2	Definiciones estadísticas del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.....	86
4.2.1	El rendimiento de un activo financiero como variable aleatoria.....	86
4.2.2	Función de densidad de probabilidad gaussiana conjunta para eventos aleatorios compuestos como fundamento del empleo de los parámetros del análisis de portafolios	88
4.2.3	Empleo de la media aritmética o valor esperado ex post como un estimador para una análisis de evaluación y selección de portafolios ex ante	94
4.2.4	Empleo de series de tiempo de rendimientos en lugar de las de precios.....	98
4.3	La función de utilidad esperada en el contexto de la Teoría moderna de portafolios y sus propiedades como base para resolver el problema de decisión racional del inversionista	106
4.3.1	La teoría de la utilidad esperada	106
4.3.2	La forma funcional media-varianza	107
4.3.3	Descripción de la forma geométrica y matemática adoptada por la función de utilidad esperada en su forma funcional media-varianza $U(Ep, \sigma p^2)$	112
4.3.4	Concavidad y aversión al riesgo:	112
4.3.5	El mapa de curvas de indiferencia del inversionista averso al riesgo.	114
4.4	Las acepciones del concepto de eficiencia en economía financiera y su comparación con la concepción del término en otras ramas de la teoría económica.....	117
4.4.1	Revisión del concepto de eficiencia informacional para evitar ambigüedades del concepto de eficiencia financiera	121
4.5	Modelos de selección óptima en la teoría moderna de portafolios.....	124
4.5.1	El modelo estándar de análisis de portafolios.....	125

4.5.2	El modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner	153
4.6	Los modelos de portafolios de índice único: consideraciones generales para la simplificación computacional del programa cuadrático paramétrico y fundamento de su exclusión en el contexto del presente trabajo	173
4.6.1	El modelo de Valuación de Activos de Capital (CAPM) y las pruebas empíricas de su validez	174
4.6.2	Consideraciones al empleo del modelo MTSL en lugar de los modelos de índice único o los de múltiple índice en el contexto del presente estudio	177
4.7	Las medidas de desempeño o <i>performance</i> más empleadas para comparar la eficiencia financiera de dos o más activos o portafolios.....	178
4.7.1	Medidas de evaluación (ajustadas a riesgo):	180
4.7.2	Consideraciones a la operacionalización de variables para comprobar la hipótesis del estudio	185
4.8	Empleo de los modelos O-GARCH para calcular matrices de covarianzas que contemplen el efecto de conglomerado de volatilidades y correlaciones	186
4.8.1	El efecto ARCH en los residuos de una serie de tiempo	186
4.8.2	Versión modificada del algoritmo Box-Jenkins para la selección del modelo de <i>GARCH(p, q)</i> apropiado	192
4.9	El empleo de modelos GARCH multivariados para el pronóstico de covarianzas y covarianzas.....	193
4.9.1	GARCH multivariado con correlaciones constantes.	193
4.9.2	GARCH multivariado determinado por entradas	195
4.9.3	GARCH Ortogonal (O-GARCH).....	195
4.10	Comentarios concluyentes al capítulo	200
5	<i>Fase experimental: Parámetros y resultados de las simulaciones realizadas ..</i>	201
5.1	Introducción al capítulo.....	201
5.2	Algoritmo y consideraciones iniciales de las simulaciones por realizar	201
5.2.1	El algoritmo empleado en las simulaciones realizadas	204
5.2.2	Supuestos de las simulaciones	209
5.2.3	Parámetros y algoritmo empleados para calcular las matrices de covarianzas.	213
5.2.4	Parámetros y algoritmo empleados para realizar el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner	215
5.3	El benchmark o referencia cuantitativa empleado para la medición de resultados de administración de portafolios.....	217
5.4	Resultados observados en la simulaciones.....	218
5.4.1	Rendimientos logrados y el desempeño histórico de los portafolios simulados	218
5.4.2	Comportamiento de los niveles de inversión por mercado en los portafolios simulados	222
5.4.3	Resultados observados en las medidas de desempeño ajustadas a riesgo	235
5.5	Análisis de resultados de las simulaciones desde la perspectiva de los eventos financieros, políticos y económicos observados en los periodos simulados.....	244
5.5.1	Lapso inicial de la simulación previo al periodo del inicio de la guerra de los Estados Unidos con Irak.....	247
5.5.2	Periodo inicial de la invasión de Estados Unidos a Irak	248

5.5.3	Periodo de bonanza dada la baja de tasas de interés por parte de la Reserva Federal (FED) de los Estados Unidos y los principales bancos mundiales del mundo	249
5.5.4	Cambio de política monetaria por parte de los principales bancos centrales	250
5.5.5	Periodo previo a los comicios electorales mexicanos en el año 2006.....	251
5.5.6	Periodo electoral en México	252
5.5.7	Periodo previo al inicio de la crisis de hipotecas sub-prime.....	253
5.5.8	Periodo de inicio de crisis de hipotecas sub-prime.....	254
5.5.9	Periodo cercano a la quiebra de la correduría de valores Lehman Brothers	256
5.5.10	Periodo final del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010.....	258
5.6	Corolario de resultados observados	260
6	Conclusiones.....	264
6.1	Corolario de objetivos logrados e hipótesis comprobadas.....	264
6.1.1	Pregunta, objetivo e hipótesis general	264
6.1.2	Preguntas, objetivos e hipótesis particulares	266
6.2	Consideraciones a los objetivos e hipótesis a partir de los resultados de la investigación.....	267
6.3	Aportaciones realizadas en el presente trabajo.....	269
6.3.1	Aportaciones teóricas.....	269
6.3.2	Aportaciones prácticas.....	274
6.4	Limitantes observadas al realizar el presente trabajo y recomendaciones de trabajos de investigación posteriores	276
7	Referencias bibliográficas.....	280
8	Apéndices.....	291
8.1	Apéndice A propuesta del proceso de asignación de activos y de la estructura tipo para la administración del portafolio de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.....	291
8.1.1	La estructura organizacional propuesta para la administración de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.....	291
8.1.2	El proceso de administración de cartera propuesto	303
8.2	Apéndice B pruebas de raíces unitarias de las series de tiempo de los mercados objeto de inversión	308
8.2.1	Conteo de violaciones a los intervalos de confianza de los autocorrelogramas parciales.....	309
8.2.2	Resultados de la prueba del estadístico de autocorrelación Q Ljung-Box	313
8.2.3	Resultados de las pruebas de raíz unitaria.....	316
8.2.4	Conclusiones a la serie de pruebas realizadas.....	325
8.3	Apéndice C Presencia del efecto ARCH y del conglomerado de correlación en las series de tiempo de rendimientos de los mercados objeto de inversión	326
8.3.1	Prueba de persistencia del efecto ARCH.....	326
8.3.2	Prueba del efecto de conglomerado de correlaciones.....	335

8.4	Apéndice D La determinación de un benchmark o cartera de mercado empleada para una asignación estratégica de activos en una administración pasiva de portafolios....	342
8.4.1	Resultados de la selección del portafolio óptimo derivado directamente del conjunto de portafolios eficientes con el modelo estándar de Markowitz.....	349
8.4.2	Resultados logrados con el esquema de ponderaciones iguales en todos los activos	353
8.4.3	Resultados logrados con el esquema de ponderaciones neutrales	355
8.4.4	Consideraciones al benchmark seleccionado	356
	Glosario de Términos.....	359

Índice de Tablas:

Tabla 2.1 Atribuciones de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán según el artículo 4 de su Ley.	30
Tabla 2.2 Tipos de préstamo otorgado por la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán a sus derechohabientes.	35
Tabla 2.3 Mercados donde se propone invertir la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.	41
Tabla 2.4 Lineamientos generales de política de inversión de sociedad de inversión especializada en fondos para el retiro (SIEFORE) tipo cinco.	48
Tabla 2.5 Política de inversión y parámetros de máximo y mínimo a seguir en la asignación de activos del objeto de estudio.	53
Tabla 5.1 Resultados de las pruebas ANOVA unidireccionales realizadas a las diferencias observadas entre el valor base 100 de los portafolios simulados y el de los casos teóricos que logran los objetivos actuariales.	222
Tabla 5.2 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 2 de enero de 2002 al 26 de abril de 2002.	247
Tabla 5.3 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 2 de enero de 2002 al 26 de abril de 2002.	248
Tabla 5.4 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 26 de abril de 2002 al 1 de agosto de 2003.	249
Tabla 5.5 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 26 de abril de 2002 al 1 de agosto de 2003.	249
Tabla 5.6 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 1 de agosto de 2003 al 1 de abril de 2005.	250
Tabla 5.7 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 1 de agosto de 2003 al 1 de abril de 2005.	250
Tabla 5.8 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 1 de abril de 2005 al 27 de abril de 2005.	251
Tabla 5.9 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 1 de abril de 2005 al 27 de abril de 2005.	251
Tabla 5.10 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 27 de mayo de 2005 al 26 de mayo de 2006.	252
Tabla 5.11 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 27 de mayo de 2005 al 26 de mayo de 2006.	252
Tabla 5.12 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 26 de mayo de 2006 al 1 de septiembre de 2006.	253
Tabla 5.13 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 26 de mayo de 2006 al 1 de septiembre de 2006.	253

Tabla 5.14 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 1 de septiembre de 2006 al 27 de julio de 2007.....	254
Tabla 5.15 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo 1 de septiembre de 2006 al 27 de julio de 2007.....	254
Tabla 5.16 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 27 de julio de 2007 al 13 de septiembre de 2008.....	255
Tabla 5.17 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 27 de julio de 2007 al 13 de septiembre de 2008.	256
Tabla 5.18 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 13 de septiembre de 2008 al 9 de abril de 2009.	257
Tabla 5.19 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 13 de septiembre de 2008 al 9 de abril de 2009.	257
Tabla 5.20 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010.	259
Tabla 5.21 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010.	259
Tabla 5.22 Resumen de los niveles de inversión y rendimientos observados por mercado y portafolio simulado para los periodos previamente delimitados (1).	261
Tabla 5.23 Resumen de los niveles de inversión y rendimientos observados por mercado y portafolio simulado para los periodos previamente delimitados (2).	262
Tabla 8.1 Instrumentos a los que se aplicarán las pruebas de estacionariedad en su serie de tiempo.....	308
Tabla 8.2 Tabla de resume de resultados de prueba Poisson para determinar si el número de periodos con efecto ARCH es significativo para modelar en cada serie de tiempo en base a un modelo ARCH o GARCH.	334
Tabla 8.3 Gráfico de correlaciones históricas en las permutaciones de los seis mercados objeto de inversión.....	337
Tabla 8.4 Comparativo de matrices de correlaciones en tiempos usuales e inusuales en los mercados objeto de inversión.....	339
Tabla 8.5 Los mercados (índices) donde se invertirá el fondo de la DPCEM –Réplica de la tabla2.5-	345
Tabla 8.6 Proporciones de inversión en benchmark propuesto con ponderaciones neutrales.....	347
Tabla 8.7 Resultados de simulación montecarlo y selección de diseño de benchmark óptimo. ...	349
Tabla 8.8 Escenarios alternativos para realizar el modelo de optimización en las simulaciones montecarlo para elegir el portafolio óptimo.	352
Tabla 8.9 Tabla de sensibilidades de los diferentes parámetros de inversión mínima empleados de manera iterativa.	352
Tabla 8.10 Resultados de simulación montecarlo y selección de diseño de benchmark con esquema de ponderaciones neutrales.	356

Índice de Gráficas:

Gráfica 2.1 Comportamiento de la etapa de acumulación y desacumulación de un plan de pensiones.....	26
Gráfica 2.2 Rentabilidad de los mercados objeto de inversión respecto a una estrategia de invertir en activos que paguen las tasas actuariales objetivo.....	54
Gráfica 2.3 Comparativo de la variabilidad de los rendimientos semanales de los mercados objeto de inversión.	59
Gráfica 2.4 La selección del inversionista en el contexto de la teoría moderna de portafolios.....	76
Gráfica 4.1 Probabilidad conjunta de los rendimientos de dos activos financieros en un portafolio.	95
Gráfica 4.2 Distribución de probabilidad marginal para series de tiempo estacionarias y no estacionarias.	105
Gráfica 4.3 Ilustración de una función de utilidad cóncava propia de un individuo tomador de un juego averso al riesgo.....	113
Gráfica 4.4 Los mapas de curvas de indiferencia de las tres posturas de aversión al riesgo.....	115
Gráfica 4.5 Mapa de curvas de indiferencia del inversionista averso al riesgo.	116
Gráfica 4.6 Representación gráfica del conjunto de posibilidades de inversión y la frontera eficiente	126
Gráfica 4.7 Representación de los niveles de inversión del conjunto de oportunidades de inversión y de portafolios factibles.	131
Gráfica 4.8 Generación de rectas de isomedias como rectas de nivel del rendimiento del portafolio.	133
Gráfica 4.9 Generación del mapa de curvas de isovarianzas como curvas de nivel de varianza.	135
Gráfica 4.10 Formación del sistema de isomedias e isovarianzas.....	137
Gráfica 4.11 Derivación de los portafolios eficientes en el sistema de isomedias e isovarianzas empleando el método de la línea crítica.	138
Gráfica 4.12 Formación de la frontera eficiente con el conjunto de portafolios eficientes.....	140
Gráfica 4.13 Enfoque de la elección del portafolio óptimo a partir del mapa de curvas de indiferencia.	142
Gráfica 4.14 Elección racional del inversionista en los tres diferentes grados de aversión al riesgo: Otra perspectiva del problema de maximización.....	143
Gráfica 4.15 Exposición gráfica de la lógica subyacente el teorema de la separación de James Tobin.....	155
Gráfica 4.16 Derivación del portafolio diversificado óptimo o activo riesgoso.....	158
Gráfica 4.17 Elección de la proporción a invertir entre activo libre de riesgo y activo riesgoso.	159
Gráfica 4.18 Derivación del portafolio óptimo que determina el nivel de inversión en un activo riesgoso (portafolio diversificado W) y uno libre de riesgo (rf) empleando el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.	169
Gráfica 4.19 Representación del efecto ARCH en la serie de tiempo de rendimientos del IPC de la BMV así como el pronóstico de su varianza con modelos GARCH (p,q).....	188
Gráfica 5.1 Comparativo de desempeño y diferencias observadas en los portafolios administrados activamente en relación al benchmark y las tasas actuariales objetivo.	220
Gráfica 5.2 Resultados visuales (diagrama de caja) de la prueba ANOVA unidireccional de las diferencias observadas entre los portafolios simulados y los casos que lograron la tasa real.	221

Gráfica 5.3 Valor monetario y niveles de inversión entre chequera y activos financieros en las carteras simuladas.	223
Gráfica 5.4 Niveles porcentuales de inversión entre activos financieros y chequera.....	224
Gráfica 5.5 Valor monetario y niveles de inversión por mercado en las carteras simuladas.	226
Gráfica 5.6 Comparativo de niveles porcentuales de inversión por mercado en las tres carteras simuladas.....	227
Gráfica 5.7 Diagramas de caja comparativos de los niveles de inversión por mercado y cartera simulada.....	229
Gráfica 5.8 Comparativo de índices de Sharpe observados en t en cada una de las tres carteras simuladas.....	236
Gráfica 5.9 Diagramas de caja de índices de Sharpe de las carteras simuladas.	237
Gráfica 5.10 Comparativo de índices de Sharpe observados en t en cada una de las tres carteras simuladas (valores acumulados).....	239
Gráfica 5.11 Comparativo de razones de Treynor observadas en t en cada una de las tres carteras simuladas.....	240
Gráfica 5.12 Diagramas de caja de los índices de Treynor de las carteras simuladas.....	241
Gráfica 5.13 Comparativo de razones de Treynor y Alphas de Jensen observados en t en cada una de las tres carteras simuladas (valores acumulados).....	242
Gráfica 5.14 Diagramas de caja de los alpha de Jensen de las carteras simuladas.	243
Gráfica 5.15 Comparativo del desempeño de los mercados objeto de inversión y el benchmark utilizado a la luz de los eventos económicos, financieros y políticos más observables en el periodo de simulación.	245
Gráfica 5.16 Comparativo del desempeño de los portafolios simulados y el benchmark utilizado a la luz de los eventos económicos, financieros y políticos más observables en el periodo de simulación.	246
Gráfica 8.1 Conteo de violaciones al intervalo de confianza del autocorrelograma parcial en t por la serie de tiempo de precios de cada mercado, así como prueba de hipótesis con distribución de probabilidad de Poisson.	311
Gráfica 8.2 Conteo de violaciones al intervalo de confianza del autocorrelograma parcial en t por la serie de tiempo de rendimientos de cada mercado, así como prueba de hipótesis con distribución de probabilidad de Poisson.	312
Gráfica 8.3 Resultado de prueba Q de Ljung-Box para la presencia de autocorrelación conjunta en cinco rezagos de la serie de tiempo de precios.....	314
Gráfica 8.4 Resultado de prueba Q de Ljung-Box para la presencia de autocorrelación conjunta en cinco rezagos de la serie de tiempo de rendimientos.....	315
Gráfica 8.5 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller para la serie de tiempo de precios en los mercados objeto de inversión.....	318
Gráfica 8.6 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller para la serie de tiempo de rendimientos en los mercados objeto de inversión.	319
Gráfica 8.7 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller aumentada para las series de tiempo de precios de los mercados objeto de inversión.	321
Gráfica 8.8 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller aumentada para las series de tiempo de rendimientos de los mercados objeto de inversión.	322
Gráfica 8.9 Prueba de raíz unitaria Phillips-perron para las series de tiempo de precios de los mercados objeto de inversión.....	323

Gráfica 8.10 Prueba de raíz unitaria Phillips-Perron para las series de tiempo de rendimientos de los mercados objeto de inversión.	324
Gráfica 8.11 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con un rezago.....	329
Gráfica 8.12 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con dos rezagos.....	330
Gráfica 8.13 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con tres rezagos.	331
Gráfica 8.14 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con cuatro rezagos.....	332
Gráfica 8.15 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con cinco rezagos.....	333
Gráfica 8.16 Identificación de fechas con observaciones de rendimientos "atípicas" o inusuales.	339
Gráfica 8.17 Superficies comparativas de las matrices de correlaciones de momentos usuales e inusuales.	340
Gráfica 8.18 Resultados de simulación montecarlo del portafolio óptimo derivado con la política de inversión.....	350
Gráfica 8.19 Comparativo del desempeño observado en el backtest de los benchmarks derivados con los tres esquemas de ponderaciones empleados en relación a los objetivos actuariales.	351
Gráfica 8.20 Resultados de simulación montecarlo de portafolio óptimo derivado con esquema de ponderaciones iguales o promedio.....	354
Gráfica 8.21 Resultados de simulación montecarlo de portafolio óptimo derivado con esquema de ponderaciones neutrales.	357
Gráfica 8.22 Comparativo de los niveles de eficiencia y utilidad con el criterio de Roy (1952) de la cartera con ponderaciones neutrales.	358

Índice de figuras:

Figura 2.1 Organigrama de pensiones civiles del Estado de Michoacán.....	33
Figura 2.2 Microestructura general de los mercados financieros.	43
Figura 2.3 Proceso genérico de la administración de portafolios.	65
Figura 2.4 Diagrama para la conformación de la matriz de asignación de activos sugerido.	66
Figura 2.5 Contextualización de la teoría de portafolios en la economía y su interacción con las ciencias administrativas.....	73
Figura 4.1 Diagrama de árbol de un evento aleatorio compuesto bivariado.....	90
Figura 4.2 Presentación de resultados (datos y derivación analítica) de la elección del portafolio óptimo para el inversionista dado el conjunto de portafolios eficientes y la función de utilidad con el algoritmo de Martin (1955)	152
Figura 4.3 Algoritmo de la derivación del portafolio óptimo (asignación de activos).	172
Figura 4.4 Operacionalización de variables para el índice de Sharpe como variable dependiente de la primera parte del experimento.	181
Figura 4.5 Operacionalización de variables del índice de Treynor.....	183
Figura 4.6 Operacionalización de variables del Alpha de Jensen.	184
Figura 5.1 Estructura operativa de las aplicaciones informáticas programadas para la fase experimental, la base de datos generada para almacenar las series de tiempo empleadas y los resultados de simulaciones.....	203
Figura 5.2 Estructura lógica general del algoritmo de simulación contextualizando al mismo con el proceso genérico de administración de portafolios expuesto en la figura 2.3	205
Figura 5.3 Diagrama de flujo de los pasos seguidos por la aplicación informática programada para realizar las simulaciones de eventos discretos.....	206
Figura 5.4 Algoritmo empleado en aplicación de simulación para calcular las matrices de covarianzas.....	214
Figura 5.5 Algoritmo empleado en aplicación de simulación para calcular el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner	216
Figura 5.6 Benchmark empleado para medición de resultados.	217
Figura 5.7 Comparativo de niveles de pérdida o ganancia (Profit & Loss –P&L-) observados en las posiciones vigentes de cada mercado de cada portafolios simulado.	230
Figura 5.8 Comparativo de niveles de pérdida o ganancia (Profit & Loss –P&L-) observados en cada mercado en las posiciones liquidadas en cada portafolio simulado.....	232
Figura 5.9 Monto de operatividad, intereses generados y comisiones pagadas en los tres portafolios simulados.	233
Figura 8.1 Propuesta de estructura de comité de activos y pasivos.	294
Figura 8.2 Organigrama propuesto para la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.	296
Figura 8.3 Diagrama general de la operativa y liquidación de operaciones.....	298
Figura 8.4 Estructura propuesta para el comité de inversión.	300
Figura 8.5 Estructura propuesta para el comité de riesgos.	301
Figura 8.6 Diagrama de flujo del proceso de administración de portafolio propuesto.....	305

Resumen

En el presente trabajo se revisa la necesidad de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), como plan de pensiones de beneficio definido, de contar con un proceso de administración de portafolios para lo que se denomina su reserva técnica, mismo que les permita lograr en la misma un nivel de rentabilidad real igual o superior a dos objetivos actuariales del 3.5% o 4.5%, siendo entonces el objetivo principal del presente trabajo de investigación determinar que, con el empleo de un proceso de administración de portafolios en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), se logra una tasa real de rendimiento igual o superior a dichos objetivos, objetivo que llevó a demostrar como válida la siguiente hipótesis:

“Se observan en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tasas de rendimiento igual o superiores a sus objetivos actuariales si se emplea en la misma un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificado. Esto en virtud de que el valor base cien de la misma es igual o superior al de un activo teórico que logra los objetivos mencionados.”

Para dar fundamento a la demostración de la misma y a la resolución del problema identificado, primero se realizó una revisión de los modelos de la teoría moderna de portafolios en el contexto de la economía financiera clásica, observando y fundamentando el empleo del denominado Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (MTSL). Posterior a ello, se revisaron formas alternativas de cálculo de las matrices de covarianzas, como insumo del MTSL, que permitiesen modelar el efecto de conglomerado de volatilidades y de correlaciones característico de los activos y mercados financieros. Para esto, se sugirió y fundamentó el empleo de matrices derivadas con modelos GARCH ortogonales u O-GARCH con funciones de verosimilitud gaussiana y t-Student, siendo uno de los objetivos particulares del presente determinar cuál es la matriz más apropiada para la administración activa del portafolio de la reserva técnica utilizando el proceso propuesto para el fin.

Con la finalidad de demostrar que los objetivos actuariales buscados se lograban así como las correspondientes hipótesis, así como con la intención de observar cuál es la matriz de covarianzas más pertinente, se realizaron tres simulaciones de eventos discretos, siendo la única diferencia entre ellas la matriz de covarianzas empleada. En dichas simulaciones se emuló una aproximación de los flujos reales de entrada y salida de la reserva técnica así como una aplicación, en intervalos semanales para una ventana temporal del 02 de enero de 2002 al 30 de diciembre de 2010, del proceso de administración propuesto con el modelo MTSL contextualizado en el mismo. Con los resultados logrados, se sugiere que los objetivos actuariales se cumplen si se emplean las matrices de covarianzas O-GARCH, resaltando que no existen criterios estadísticos o cuantitativos para preferir entre el caso con función de verosimilitud gaussiana respecto al t-Student, dejando entonces esta decisión a criterios meramente teóricos y relativos a la naturaleza de las funciones de probabilidad empleadas en cada caso.

Con los resultados logrados, se hace la propuesta genérica de una estructura organizacional y de un proceso de administración de portafolios con la finalidad de implementar en la DPCEM toda la infraestructura necesaria para poder administrar el portafolio en el que se invertirá su reserva técnica. Esto de tal forma que se logren los objetivos actuariales planteados a la misma y pueda esta cumplir con el plan de pensiones para el que fue creada, acotando claro está, que los pasos dados en el presente son iniciales y que cualquier tipo de implementación práctica adicional requiere de mayores investigaciones respecto a los parámetros de inversión, el universo de activos e incluso a la implementación de otro tipo de políticas de inversión y modelos de selección óptima que, por cuestiones materiales, no pudieron ser revisados en el presente, dejando entonces estas situaciones para futuras investigaciones.

Abstract

In the present study the need of a portfolio management process for dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), a defined benefit pension plan, in order to attain a 3.5% or 4.5% real target return in its technical reserve is observed. As a potential answer, the Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (MTSL) model is proposed after a review of the modern portfolio theory in the context of the classical financial economics is made.

Following, some alternative covariance matrixes that model the volatility and correlation clustering effect were reviewed, noting the proper use in the technical reserve's portfolio management process of the orthogonal GARCH models or O-GARCH with Gaussian and t-Student log-likelihood functions as one of the particular goals established in the present document.

In order to probe that the actuarial target returns were fulfilled and to determine the proper covariance matrix, three discrete event simulations were performed being the only difference among them the covariance matrix used. This was done by approximating the inflows and outflows in the technical reserve in a weekly time period from January 2nd, 2020 to December 30th, 2010 and by simulating the execution of the portfolio management process and the MTSL model. The observed results suggest that the actuarial target returns are fulfilled if the O-GARCH covariance matrixes are used and also note that there is no quantitative or statistical criteria that lead to the preference among the Gaussian or the t-Student case, leaving the decision to theoretical considerations related to the nature of the probability density function used.

With the observed results, a governance structure and portfolio management process proposal is made in order to implement in the DPCEM the infrastructure needed to fulfill the pension plan main financial goals. The results of the present study must be seen as preliminary ones due to the material limitations observed such as the implementation of some other optimization models, another investment universe definition or a different investment policy leaved as further research.

1 Introducción

El presente trabajo de investigación se realiza con la finalidad de proponer una estrategia de inversión en cartera en beneficio de la potencial rentabilidad y adecuada exposición al riesgo que podría tenerse en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), considerando esta actividad como un negocio internacional (NI), en la óptica de lo propuesto por Daniels, Radebaugh y Sullivan (2004, p. 10), En base a lo revisado con dicha fuente, la diversificación internacional comprende un modo de realizar actividades de NI empleando como medio la actividad financiera de una persona, empresa u organización.

Los planes de pensiones, como el que administra actualmente la DPCEM, tienen en la actualidad retos financieros que enfrentar entre los que están el cambio de la dinámica poblacional y las estrategias financieras para lograr una suficiencia actuarial¹ que les permita cubrir sus objetivos y obligaciones financieras, así como dar respuesta a la necesidad social de fomentar el desarrollo regional presente y futuro. Esto último se da al ser vehículos que financien (vía la inversión) la economía regional y nacional en su etapa de acumulación, así como el consumo futuro de sus derechohabientes en la de desacumulación o retiro.

Actualmente, como se acota en el capítulo dos, la DPCEM se encuentra suficiente en su relación de activos y pasivos y la misma busca incrementar su periodo de suficiencia actual (año 2032) para lo que se busca incrementarlo logrando que la tasa de rendimiento en sus activos se ubique en un rango ubicado entre 3.5% y 4.5% real anualizado. Actualmente la DPCEM logra tasas nominales de 9% (5% con una hipótesis actuarial de 4% de inflación). Sin embargo, a pesar de este resultado, una parte específica e importante de la misma conocida como la reserva técnica, no logra cubrir los objetivos actuariales dado que el régimen de inversión de la misma es en activos financieros de corto plazo. Como una alternativa para resolver esta situación y lograr tanto un incremento en el periodo de suficiencia del patrimonio de la DPCEM así como en las tasas reales observadas para que sean iguales o superiores a los objetivos actuariales en la reserva técnica, se propone invertir la misma en portafolios de activos financieros cuya

¹ Término empleado en la práctica de la administración de fondos de pensiones para referirse a un estado de suficiencia o balance financiero entre activos y pasivos del plan de pensiones.

diversificación abarque mercados tanto nacionales como extranjeros, de tal forma que se logren las metas de rendimiento de la mano de una adecuada exposición al riesgo. Derivado de esta propuesta, se identificó la problemática observada consistente en que la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán no cuenta, para su reserva técnica, con un proceso de administración de portafolios diversificados en mercados nacionales y extranjeros y desconoce si, al emplear el mismo, puede obtener una tasa real igual o superior a sus objetivos actuariales en esta parte específica de su patrimonio.

Las connotaciones, consecuencias y alcances a la óptica del desarrollo económico nacional y regional previamente mencionados y logrados con la actividad de inversión en los planes no serán revisadas en el presente trabajo dado que esto atañe a otras áreas de estudio como pueden ser los estudios en materia de desarrollo regional; siendo lo contrario la factibilidad de implementar la mencionada estrategia de negocios internacionales² para determinar si se logran los objetivos financieros específicos del que será el objeto de estudio: la “*reserva técnica*” de la DPCEM.

En base a lo anterior, se observa que el objetivo primordial del presente trabajo de investigación será determinar que, con el empleo de un proceso de administración de portafolios para la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), se logra una tasa real de rendimiento igual o superior a los objetivos actuariales en dicha parte del patrimonio lo que, como está por delimitarse con mayor puntualidad en el capítulo tres, llevará a comprobar la siguiente hipótesis general:

“Se observan en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tasas de rendimiento igual o superiores a sus objetivos actuariales si se emplea en la misma un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificado. Esto en virtud de que el valor base cien de la misma es igual o superior al de un activo teórico que logra los objetivos mencionados.”

Para poder exponer tanto la fundamentación del problema de investigación identificado como la presentación y potencial consecución de los objetivos e hipótesis

² En concreto la inversión internacionalmente diversificada en cartera a través de una administración activa de portafolios.

planteados, se observa que la estructura del documento inicia con un primer capítulo³ en el que se establecen los hechos y contexto situacional que ayudan a identificar y plantear el problema detectado para el presente. En el mismo se revisa tanto el entorno regulatorio como el normativo que da sustento operativo a la DPCEM. Así mismo, se revisan los esquemas de plan de pensiones más utilizados, el proceso (teórico) de administración de portafolios, los mercados que se utilizarán como universo de activos financieros, los fundamentos de su selección y los tipos de administración de los mismos en cuanto al rebalanceo de los niveles de inversión (pasiva y activa). En este mismo capítulo se revisará la contextualización teórica del programa de investigación (teoría moderna de portafolios) donde se sustenta tanto el presente trabajo como el modelo de selección óptima de portafolios a emplear en el proceso de administración⁴ a demostrar como útil para el objeto de estudio.

En el capítulo siguiente, previamente identificado el problema y su potencial forma de resolución, se revisa dicha problemática y se establecen tanto las preguntas (general y particulares) de investigación como sus respectivos objetivos a lograr e hipótesis a comprobar. Esto lleva a hacer una revisión genérica de la delimitación y tipo de investigación a realizar.

Como consecuencia de los anteriores, se hace, en el cuarto capítulo, una revisión de los conceptos teóricos que fundamentan la práctica de la administración de portafolios como son la función de utilidad esperada que sigue una forma funcional media-varianza (Markowitz, 1959), definiendo en este punto lo que se entiende como eficiencia a la luz única y exclusivamente de la economía financiera clásica, la teoría moderna de portafolios y el presente trabajo. De manera secuencial en el mismo, se revisa la lógica de los principales modelos de selección óptima de portafolios, resaltando el denominado Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner o MTSL (Markowitz, 1987, p. 5) y estableciendo la razón de que no se empleen otro tipo de casos.

Dado que los insumos que se emplean en el modelo MTSL y, en especial, que la covarianza en los activos y mercados financieros se ve influenciada por el efecto de

³ Que por fines de presentación se le dio la numeración de capítulo dos.

⁴ Proceso de administración de portafolios de activos financieros.

conglomerado de volatilidades y correlaciones, se revisa y se fundamenta, en el mismo capítulo, la necesidad de realizar pronósticos de volatilidad con modelos autorregresivos generalizados condicionados con heteroscedasticidad multivariados en su forma ortogonal, conocidos también como O-GARCH. Estos se utilizan como insumo del modelo MTSL y como variante del mismo a proponer para su empleo en el objeto de estudio.

En el siguiente capítulo (quinto), se presentan solo los pasos genéricos del proceso de administración de portafolios a proponer a la DPCEM con la finalidad de contextualizarlo en la secuencia lógica o algoritmo de las tres simulaciones de eventos discretos realizadas para, posterior a ello, establecer los parámetros y supuestos de las mismas, llevando con esto a revisar los resultados logrados con estas.

Por último se realizan las conclusiones pertinentes, iniciando con un corolario y relación de los objetivos logrados así como de las hipótesis (general y particulares) demostradas. A su vez, se observan las limitantes prácticas y teóricas observadas en el trabajo realizado, acompañando las mismas con las recomendaciones para futuros trabajos relacionados a realizar. Como cierre de dicho capítulo, se hace una relación de las aportaciones (teóricas y prácticas) logradas a la generación de conocimiento científico con este estudio así como los desarrollos tecnológicos relacionados.

Dentro de los apéndices utilizados para fundamentar algunos supuestos empleados y cuestiones de importancia que no se presentan en el cuerpo del presente para no violentar la secuencia lógica y metodológica, se destaca el apéndice A en donde se presenta, de manera genérica⁵, la propuesta de una estructura tipo y del proceso de administración de portafolios sugerido a la DPCEM para resolver el problema identificado, el cual, a su vez, sienta la base lógica del simulador empleado en el capítulo de la fase experimental.

⁵ Ya que una propuesta puntual y detallada sale de la óptica material y temática del presente y es objeto de trabajos de investigación más detallados de la mano de la propia DPCEM.

2 Contexto situacional

2.1 Introducción al capítulo

El presente capítulo tiene como objetivo la identificación y planteamiento del problema de investigación partiendo de los hechos observados que lo fundamentan, así como proponer la solución para resolverlo y delimitar el programa de investigación (La teoría moderna de portafolios) en el que se contextualiza el presente trabajo.

Se iniciará el mismo revisando, de manera general en el sub capítulo 2.2, la situación legal e histórica de la Dirección de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán⁶. Acto seguido, en el sub capítulo 2.3, se presentarán los dos principales tipos de planes de pensiones y se delimitará en cuál se clasifica la DPCEM para, en el sub capítulo 2.4, revisar tanto su capacidad legal como su estructura y patrimonio, situación que llevará a definir el objeto de estudio: La reserva técnica.

En el sub capítulo 2.5 se hará un corolario de los hechos que fundamentan el problema de investigación y se hará el planteamiento formal del mismo así como la solución que se propone para resolverlo.

En el sub capítulo siguiente (2.6) se revisarán los mercados financieros objeto de inversión y se fundamentará su selección a la luz de los intereses de la DPCEM así como del desempeño de rendimiento y exposición al riesgo en cada caso, resaltando los beneficios de una estrategia de inversión diversificada.

Dada la solución sugerida, se revisan, en el sub capítulo 2.7, tanto el proceso genérico de administración de portafolios propuesto en la práctica y bibliografía especializada, así como los tipos de administración de carteras, mismos que ayudarán a establecer la razón de utilizar una administración de portafolios de tipo activo.

Por último, en el sub capítulo 2.8, se revisa la teoría moderna de portafolios que es el programa de investigación donde se contextualiza el presente trabajo, haciendo una

⁶ En lo sucesivo y para fines de simplificación en la lectura DPCEM.

propuesta teórica de su interacción con las ciencias económicas y las ciencias administrativas.

2.2 Contexto y capacidades legales de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.

2.2.1 Origen y desarrollo de los sistemas de prevención social.

La seguridad social tiene su origen formal en la Alemania del siglo XIX con el gobierno de Otto Von Bismarck en donde se cubrían las contingencias derivadas de accidentes de trabajo, enfermedades laborales y un cierto tipo de fondo para el retiro (IMEF, 2006, p. 116). La concepción de los sistemas de pensiones con este tipo de prestaciones tuvo su desarrollo fundamental en los años de la década de 1930 con el “*New Deal*” de Franklin D. Roosevelt en condiciones demográficas y socioeconómicas muy diferentes a las actuales⁷. Sin embargo, el esquema evolucionó hasta que en 1952, en la conferencia internacional del trabajo organizada por los miembros de la Organización Internacional del Trabajo, se acordaron las 9 prestaciones mínimas que un esquema de seguridad social debe contemplar:

1. Asistencia Médica (preventiva o curativa).
2. Prestaciones monetarias de enfermedad.
3. Prestaciones de desempleo.
4. Prestaciones de vejez.
5. Prestaciones en caso de accidente de trabajo o de enfermedad profesional.
6. Prestaciones familiares.
7. Prestaciones de maternidad.
8. Prestaciones de invalidez.
9. Prestaciones de sobrevivientes.

A pesar del gran alcance y beneficio social que estos esquemas presentan para el desarrollo económico y bienestar de las naciones, la situación de suficiencia o viabilidad

⁷ De ahí que su diseño no considerara el impacto de retos como el cambio demográfico o la situación de brecha de ingreso-consumo personal existente hoy en día.

financiera de muchos sistemas de pensiones alrededor del mundo se ha visto amenazada por múltiples razones dentro de las que se destacan:

1. Las condiciones de poder adquisitivo y remuneración al trabajo de las personas no es homogénea y la brecha respecto a los niveles de consumo se reduce.
2. En países como la República Mexicana se observaron ciertas particularidades en lo que a negociaciones salariales se refiere, siendo los fondos de previsión social una forma de pago diferido o remuneración en especie, lo que redundó en continuas modificaciones a los parámetros con que cada uno de los sistemas se diseñó.
3. La dinámica poblacional descrita en la estructura etárea se caracteriza por una reducción de la base poblacional⁸, misma que ha replanteado la forma de financiar los diferentes esquemas, llevándolos a tomar decisiones de reformas ya sea paramétricas o estructurales.

En algunos países desarrollados como los Estados Unidos, Francia o Inglaterra se tienen sistemas de pensiones y seguridad social conocidos como⁹ “*De beneficio definido*”, donde el Estado o el patrocinador del sistema toma un pasivo y responsabilidad legal como garante de un ingreso futuro en la etapa de retiro del derechohabiente.

En otro tipo de casos como los países latinoamericanos, su condición de economías en vías de desarrollo les ha motivado a realizar una serie de ajustes a sus sistemas de pensiones que les han permitido mejorar el perfil financiero de los mismos. En el caso Mexicano, estas reformas fueron observables en el régimen de jubilaciones y pensiones del Instituto Mexicano del Seguro Social para trabajadores afiliados al mismo así como en el Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado (ISSSTE), siendo casos de reformas más particulares y de otro tipo las del Sistema de Pensiones de la Secretaría de la Defensa Nacional, los de las universidades públicas o los de algunas instituciones estatales de seguridad social como la estudiada.

Por tanto, antes de revisar y definir formalmente el objeto de estudio y determinar su problemática a resolver, es necesario revisar el respaldo legal de los sistemas de

⁸ La proporción entre gente joven en edad de trabajar se reduce frente a un incremento de las personas en edad avanzada con edad para retirarse.

⁹ De entre los tres que se revisarán.

pensiones a nivel nacional y el de la propia DPCEM para denotar los parámetros legales que sustentarán el proceso de administración de portafolios de la misma y su correspondiente política de inversión.

2.2.2 Origen, desarrollo y contexto legal de los sistemas de seguridad social en México.

Los sistemas de Previsión Social en México tienen su origen formal en 1917 con la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, en donde el Congreso Constituyente de dicho año incluye el denominado “Título Sexto del Trabajo y la Previsión Social” que inicia con el Artículo 123:

“Toda persona tiene derecho al trabajo digno y socialmente útil; al efecto, se promoverán la creación de empleos y la organización social de trabajo, conforme a la ley.”

En la constitución no se expone tácitamente la definición y parametrización de lo que se entenderá como seguridad social. Sin embargo la fracción XXIX del apartado A del 123 constitucional establece:

“Es de utilidad pública la Ley del Seguro Social, y ella comprenderá seguros de invalidez, de vejez, de vida, de cesación involuntaria del trabajo, de enfermedades y accidentes, de servicios de guardería y cualquier otro encaminado a la protección y bienestar de los trabajadores, campesinos, no asalariados y otros sectores sociales y sus familiares.”

Con lo anterior se plantea la necesidad de decretar una Ley que ampare el concepto de seguridad social correspondiente.

2.2.3 La Ley del Seguro Social

Esta Ley, como se mencionó, emana del 123 constitucional en su fracción XXIX, apartado A. Todo su contenido se enfoca a la normatividad aplicable tanto para el Instituto

Mexicano del Seguro Social (IMSS) así como a las instituciones de previsión social, siendo fundamental y supletoria¹⁰ de la Ley de Pensiones Civiles del Estado en los aspectos o atribuciones, de necesidad social y nacional, que esta última no contemple o regule tácitamente. Dentro de los principales artículos que le dan su carácter formativo a las instituciones estatales de seguridad social destacan los primeros¹¹:

“Artículo 1. La presente Ley es de observancia general en toda la República, en la forma y términos que la misma establece, sus disposiciones son de orden público y de interés social.

Artículo 2. La seguridad social tiene por finalidad garantizar el derecho a la salud, la asistencia médica, la protección de los medios de subsistencia y los servicios sociales necesarios para el bienestar individual y colectivo, así como el otorgamiento de una pensión que, en su caso y previo cumplimiento de los requisitos legales, será garantizada por el Estado.

Artículo 3. La realización de la seguridad social está a cargo de entidades o dependencias públicas, federales o locales y de organismos descentralizados, conforme a lo dispuesto por esta Ley y demás ordenamientos legales sobre la materia.

Artículo 4. El Seguro Social es el instrumento básico de la seguridad social, establecido como un servicio público de carácter nacional en los términos de esta Ley, sin perjuicio de los sistemas instituidos por otros ordenamientos.”

Estas últimas dos disposiciones permiten que existan sistemas de previsión social ajenos al Instituto Mexicano del Seguro Social como es el caso del objeto de estudio de la presente tesis. Por tanto, a pesar de que la Ley del Seguro Social establece la normatividad para un sistema de previsión social nacional, no impide que las Entidades Federativas, los organismos descentralizados, las universidades o municipios cuenten con

¹⁰ Junto con la Ley de los sistemas de ahorro para el retiro (LSAR) que, si bien regula prioritariamente a las administradoras de fondos para el retiro, le da a la comisión nacional del sistema del ahorro para el retiro las atribuciones necesarias para llevar un registro y supervisión de los diferentes sistemas de pensiones en el país.

¹¹ En algunos casos se cita con todo y reformas. La fuente de la Ley es el sitio de la Cámara de Diputados del Honorable Congreso de la Unión (2010).

sus propios sistemas, los cuáles pueden estar regulados por sus propias leyes o reglamentos de los que destaca la mencionada Ley de pensiones civiles del Estado de Michoacán.

2.3 Definición de los esquemas de planes de pensiones denominados de contribución definida, beneficio definido y mixtos

Antes de hablar sobre el objeto de estudio, es prudente revisar los principales esquemas de planes de pensiones existentes¹² para contextualizar al mismo en uno de estos. La lógica básica subyacente a cualquier plan de pensiones reside en que la persona¹³ interesada debe considerar la posibilidad de ahorrar para tener un ingreso digno cuando tenga la edad adecuada para retirarse de la vida productiva. Esto implica que se tienen dos etapas a la óptica de un plan de pensiones (IMEF, 2006, pp. 54-57)¹⁴:

1. Una etapa de acumulación donde se ahorra parte del Ingreso actual y futuro¹⁵ I_t así como de su riqueza al día de hoy R_E para, a la edad de retiro RT , tener una suma que le permita hacer frente a sus necesidades,
2. Una etapa de desacumulación o retiro donde deberá ejercer una serie de consumos futuros C_t e incluso, si así lo desea, dejar una herencia H_M a sus familiares o cercanos al momento de su muerte M .

Esto implica que, para que el plan de pensiones sea exitoso, debe cumplirse la siguiente restricción intertemporal que será la base para valuar si el plan está o no actuarialmente balanceado o si tiene el carácter de “suficiente”¹⁶:

¹² Un desarrollo puntual se encuentra en las páginas 47 a 81 de la publicación realizada por parte del Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas (IMEF, 2006).

¹³ De manera personal a través de un plan personal de pensiones o colectiva a través de un plan institucional.

¹⁴ Como se puede apreciar, muy buena parte de lo descrito en lo que a sistemas de pensiones se refiere proviene de la publicación del Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas (IMEF, 2006) al ser esta una buena síntesis que ayuda a fundamentar la problemática, situación legal y operativa de los fondos de pensiones. Un estudio más detallado de esta temática sale del objetivo del presente trabajo por lo que solo se describirán hechos de tratados especializados en la materia.

¹⁵ Conocido este último como capital humano.

¹⁶ El Término “suficiencia actuarial” se utiliza también para definir la condiciones de suficiencia financiera o balance entre activos y pasivos de un plan de pensiones.

$$R_E + \sum_{t=E}^T \frac{I_t}{(1+r)^{t-E}} = \sum_{t=E}^M \frac{C_t}{(1+r)^{t-E}} + \frac{H_M}{(1+r)^{M-E}} \quad (\text{Fórmula 2.1})$$

En la gráfica 2.1 se expone la trayectoria del plan de pensiones de un individuo o institución donde se cumple con la restricción de la fórmula 2.1. Esta se denota con el punto RT . Por tanto, el consumo futuro del mismo se expone en la línea punteada correspondiente en la parte inferior de la misma. Por otro lado, se muestra otro caso donde el nivel de riqueza actual y capital humano fueron menores (RT') por lo que el consumo esperado a futuro será menor que el planeado.

La razón de que existan sistemas públicos de pensiones se debe a que un número importante de trabajadores no tiene posibilidades de asegurarse debido a los riesgos que puede provocar una interrupción temporal o permanente en su flujo de ingresos. Esto lleva a la observación de que un plan de retiro debe contemplar no solo el ahorro de la riqueza en la etapa de acumulación sino la erogación de la misma en la de retiro y debe considerar el cubrirse de otro tipo de situaciones inciertas que podrían presentarse durante la ejecución del mismo¹⁷. Es por ello que se sugiere, para realizar un plan institucional de retiro, considerar lo siguiente¹⁸ (IMEF, 2006, p. 70):

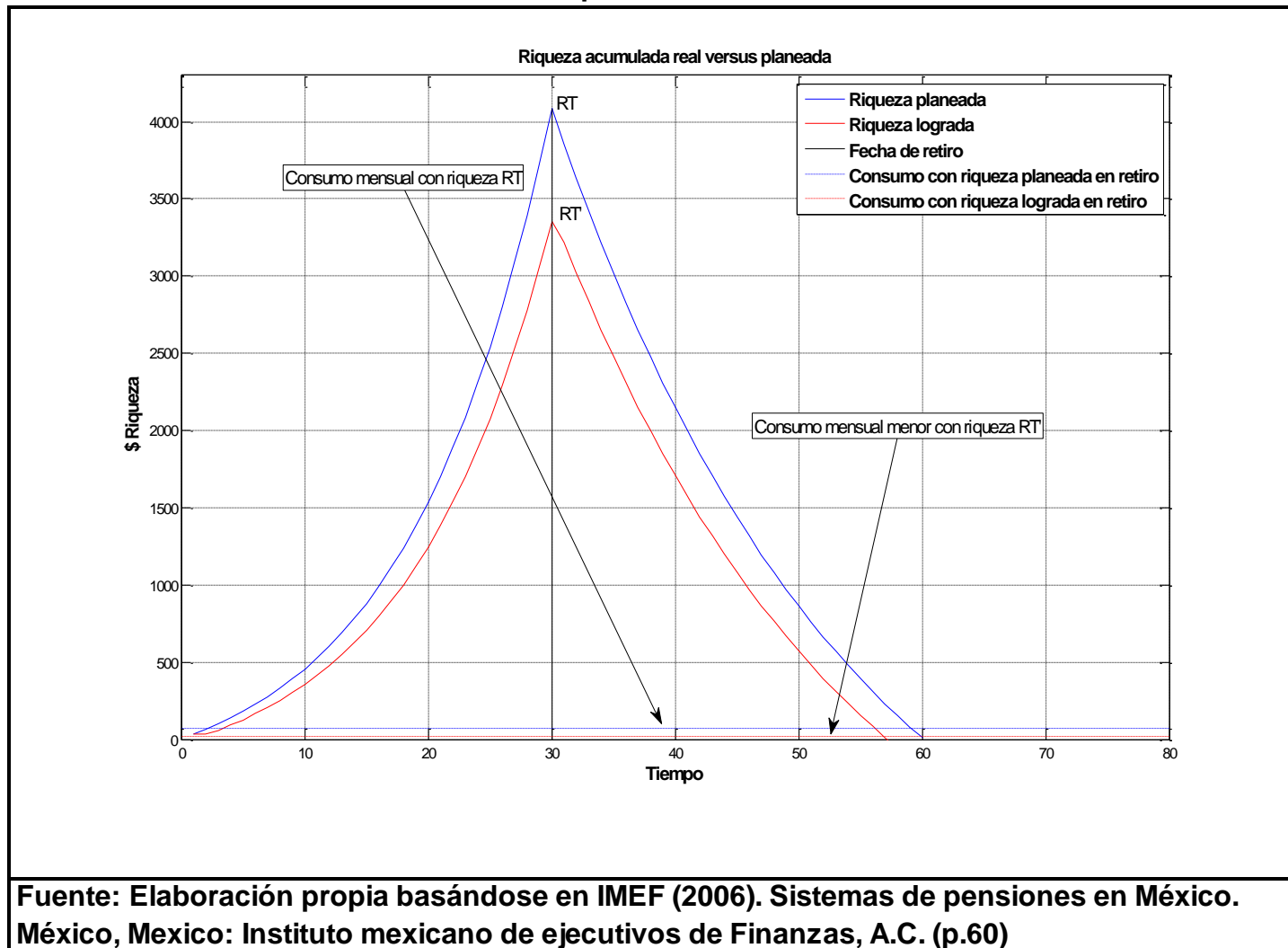
1. Determinar la tasa de reemplazo entre personal activo y pensionado objetivo¹⁹.
2. Determinar la apropiada combinación de esquemas de beneficio definido y contribución definida para alcanzar la tasa de reemplazo objetivo.
3. Definir el monto de las contribuciones, en función de los beneficios establecidos, la edad de retiro, los requisitos para tener derecho a la cobertura y, en su caso, de los seguros de invalidez y vida.
4. Con base a la estructura resultante de las decisiones anteriores, debe establecerse la regulación y/o gobierno corporativo que permitan garantizar un adecuado funcionamiento del plan.

¹⁷ Como puede ser un accidente que le deje inhabilitado para trabajar.

¹⁸ Algunas consideraciones son propias y no de la fuente citada.

¹⁹ Esto se logra con las bases biométricas realizadas por un despacho actuarial.

Gráfica 2.1 Comportamiento de la etapa de acumulación y desacumulación de un plan de pensiones.



5. Establecer la tasa actuarial de inversión del fondo que se esté generando para hacerlo perenne y cumplir con las obligaciones futuras, considerando la posibilidad de eventos inciertos para el o los trabajadores.

Estos parámetros permiten determinar el diseño del plan de pensiones el cual puede ser, para el caso comúnmente observado en los sistemas mexicanos, de *beneficio definido, contribución definida, mixto o de reparto*. El esquema de plan de pensiones de beneficio definido consiste, como su nombre lo dice, en establecer un beneficio o prestación futura predefinido y garantizado por el patrocinador del fondo de retiro. Esto independientemente de si el trabajador logra la riqueza objetivo dada por RT en la restricción intertemporal de la fórmula 2.1 y la gráfica 2.1²⁰. En el esquema de contribución definida la responsabilidad del patrocinador para garantizar un consumo futuro se exime y la función de este último se limita a la administración (si aplica) del plan así como las aportaciones previamente pactadas con el trabajador o en el contrato colectivo. Por tanto, éste último podrá vivir solamente con el nivel de riqueza que tenga en su etapa de retiro, siendo el nivel de RT' un escenario factible si el nivel de ahorro no es suficiente.

El fondo administrado por la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tiene un plan de beneficio definido donde el Gobierno del Estado de Michoacán de Ocampo, a través del patrimonio constituido para el fin, garantiza el sueldo del trabajador en su etapa de retiro e incluso provee de prestaciones adicionales como seguro de vida, sostén a sus descendientes o esposa y seguro de invalidez y de muerte.

2.4 ¿Quién es la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán?

Es importante señalar que el presente sub capítulo se realiza con información proporcionada por la propia dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán a través de entrevistas realizadas en visitas físicas con la dirección general y la dirección de planeación y finanzas de dicho organismo descentralizado.

²⁰ Cuando la restricción intertemporal dada en la fórmula 2.1 no se cumple, generando una situación de déficit actuarial, el patrón se ve obligado a aportar dinero “en el momento” para balancear actuarialmente el fondo.

2.4.1.1 Bosquejo Histórico de la Dirección de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán

Esta reseña se toma, en buena parte, de lo proporcionado por la propia dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (2009). El manejo de un sistema de pensiones en la Entidad Federativa tiene su origen en 1922 cuando el General Francisco J. Múgica, en su carácter de Gobernador Constitucional del Estado, reconoce el derecho a las pensiones y jubilación de los trabajadores del Estado, dejando la administración de esta actividad al Honorable Congreso del Estado. En 1937 se crea una dirección de pensiones por decreto del General Gildardo Magaña Cerda que estaría conformada por cinco miembros: dos representantes del poder ejecutivo, dos del legislativo estatal y el Director general. En 1944 se deroga con una nueva Ley la de 1937, la cual se tituló “Ley de pensiones para el retiro”, que posteriormente sería derogada en 1945 para reinstaurar la promulgada en 1937.

En 1970 se crea la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán como organismo descentralizado con el decreto 58 publicado en el periódico oficial número 22 del 12 de enero. Con esta constitución se prestan servicios adicionales para los trabajadores al servicio del Estado como son los préstamos de corto plazo, el arrendamiento o compra de casa habitación o terrenos así como el servicio primigenio de jubilaciones y pensiones y la devolución de aportaciones²¹ cuando el trabajador cesara su actividad laboral con el Estado.

En 1980, por decreto número 177 del Gobernador del Estado el Licenciado Carlos Torres Manzo, se promulga la Ley de pensiones civiles para el Estado de Michoacán cuya estructura esencial es la vigente hoy en día. Con esta se logran interesantes avances en lo que a fondeo de pasivos actuariales se refiere ya que el esquema de pensiones cambia de ser de uno de reparto a uno de beneficio definido y se logra otra gran prestación social al constituirse el fondo especial para la cancelación de los saldos de préstamos por fallecimiento del empleado²². También se establece el derecho a una jubilación a los 30 años de servicio con el último sueldo base y el pago de gastos de funeral como ayuda a

²¹ Denominados por la institución como “descuentos”.

²² Que, como se verá posteriormente, es una de principales las fuentes de ingreso para el patrimonio de la DPCEM.

los deudos del servidor público. En el mismo decreto se crea la prestación del servicio médico, el seguro y otras prestaciones sociales que se apegan aún más a las nueve mínimas establecidas en el acuerdo firmado por México en 1952 en la conferencia internacional del trabajo.

Entre 1983 y 1986 se hacen ajustes de los préstamos hipotecarios para que pudiesen sufragar las necesidades económicas de los derechohabientes, de tal forma que el monto máximo autorizado se incrementó hasta mil salarios mínimos, dándose también derecho a los jubilados a acceder a estos esquemas de financiamiento, aunado al hecho de que ninguna jubilación sería inferior al salario mínimo general. En 1987 se crea el centro de desarrollo infantil (CENDI) que funcionaría como guardería para los hijos de las trabajadoras o esposas de los trabajadores al servicio del Estado.

2.4.1.2 Atribuciones de pensiones civiles del Estado de Michoacán y definición del objeto de estudio de la tesis

Las actividades a las que está autorizada y obligada la Dirección de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán (DPCEM) se fundamentan en el artículo cuarto de su Ley (H. Congreso del Estado de Michoacán de Ocampo, 1980) y se refieren a la administración y otorgamiento de los beneficios y prestaciones expuestos en la tabla 2.1:

El patrimonio de la DPCEM es propio y no depende de forma alguna (material o legal) del Gobierno del Estado de Michoacán salvo en la presentación de las aportaciones del trabajador como parte de su presupuesto de egresos. La autonomía del patrimonio y gobierno de la DPCEM se fundamenta en el artículo quinto de la Ley correspondiente donde se lee:

“La Dirección de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán es un organismo público descentralizado estatal, con personalidad jurídica y patrimonio propios, con domicilio en la ciudad de Morelia.”

Tabla 2.1 Atribuciones de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán según el artículo 4 de su Ley.

Atribución	Fuente de financiamiento
Préstamos a corto plazo	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Préstamos hipotecarios	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Aplcación del fondo especial para cubrir créditos hipotecarios insolutos por muerte del servidor público	A cargo del fondo constituido para dicho fin en 1980, mismo que se financia a través de una cuota cubierta por el deudor al momento de pagar las mensualidades del préstamo adquirido. Si no es necesario, el monto del seguro para a la propiedad de la dirección.
Arrendamientos o compra de casas o terrenos propiedad de la DPCEM	No se otorga hoy en día.
Jubilación	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Pensión por vejez, inhabilitación física o mental y muerte, en sus modalidades de viudez, concubinato, orfandad y ascendencia	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Servicio de protección médica y social a través del Seguro Social, ISSSTE e instituciones similares	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán para el caso de pensionados y jubilados.
Seguro de vida para el servidor público	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Gastos de funeral a los familiares del servidor público, pensionado o jubilado	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Cuota de ayuda a los familiares del servidor público, jubilado o pensionado, por muerte de estos	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Devolución de los descuentos hechos para integrar el fondo económico de la Dirección de Pensiones, cuando los servidores públicos se separen del servicio y renuncien a los beneficios del sistema	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Entrega del fondo de pensiones a la muerte del servidor público activo a sus beneficiarios; en caso de que éstos no tengan derecho o pensión por causa de muerte, de acuerdo con esta Ley de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán y al Reglamento que para el efecto elabore la Junta Directiva.	A cargo del patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.
Descuentos especiales en los establecimientos comerciales de la DPCEM	No se otorga hoy en día.
Cualquier otra prestación que conceda esta Ley.	Financiamiento de la misma en función de su naturaleza.
Fuente: H. Congreso del Estado de Michoacán de Ocampo. (1980). Ley de pensiones civiles del Estado de Michoacán. Recuperado el 25 de agosto de 2010, de : http://info4.juridicas.unam.mx/ijure/est/17/16/default.htm?s=iste	

Con esto, los recursos ahorrados para el retiro por parte de los trabajadores derechohabientes se protegen legalmente y faculta a la Dirección para formar y administrar, de manera independiente a las disposiciones del Gobierno del Estado, un

conjunto de fideicomisos que se conoce como “*reserva técnica*”, la cual forma parte del total del patrimonio como está por verse:

“Artículo 21.- El patrimonio de la dirección lo constituirán:

- I. Sus propiedades, posesiones, derechos y obligaciones.*
- II. Las aportaciones de los servidores públicos.*
- III. Las aportaciones del Gobierno Estatal, organismos públicos descentralizados y Municipios.*
- IV. Los intereses, rentas, plusvalías y demás utilidades que se obtengan de las operaciones e inversiones que realice la Dirección de Pensiones.*
- V. El importe de las jubilaciones y pensiones, descuentos e intereses que prescriban en los términos de las disposiciones legales respectivas.*
- VI. Las donaciones, herencias, legados y fideicomisos que se hicieren o constituyeren a favor de la dirección de pensiones.*
- VII. Los muebles, inmuebles y aportaciones extraordinarias que el Gobierno de la Entidad, organismos públicos descentralizados y Municipios destinen y entreguen para las funciones que establece este ordenamiento.*
- VIII. Cualquier otra percepción o ingreso que se obtenga a título legal con lo que resulte beneficiado el fondo de la dirección.”*

2.4.1.3 Aspectos operativos de la Ley de pensiones civiles del Estado de Michoacán y la estructura de la dirección

La operatividad de la DPCEM se encuentra normada por el capítulo segundo de su Ley, mismo que comprende los artículos quinto a vigésimo. El artículo quinto, como se ha visto, le da la naturaleza de Organismo Público Descentralizado con personalidad jurídica y patrimonio propios. El sexto establece que la DPCEM será administrada de forma independiente por una Junta Directiva integrada de la forma expuesta en la figura 2.1 con siete miembros:

1. Representante del Sindicato de Trabajadores del Poder Ejecutivo.
2. Representante del Sindicato de Trabajadores del Poder Legislativo.

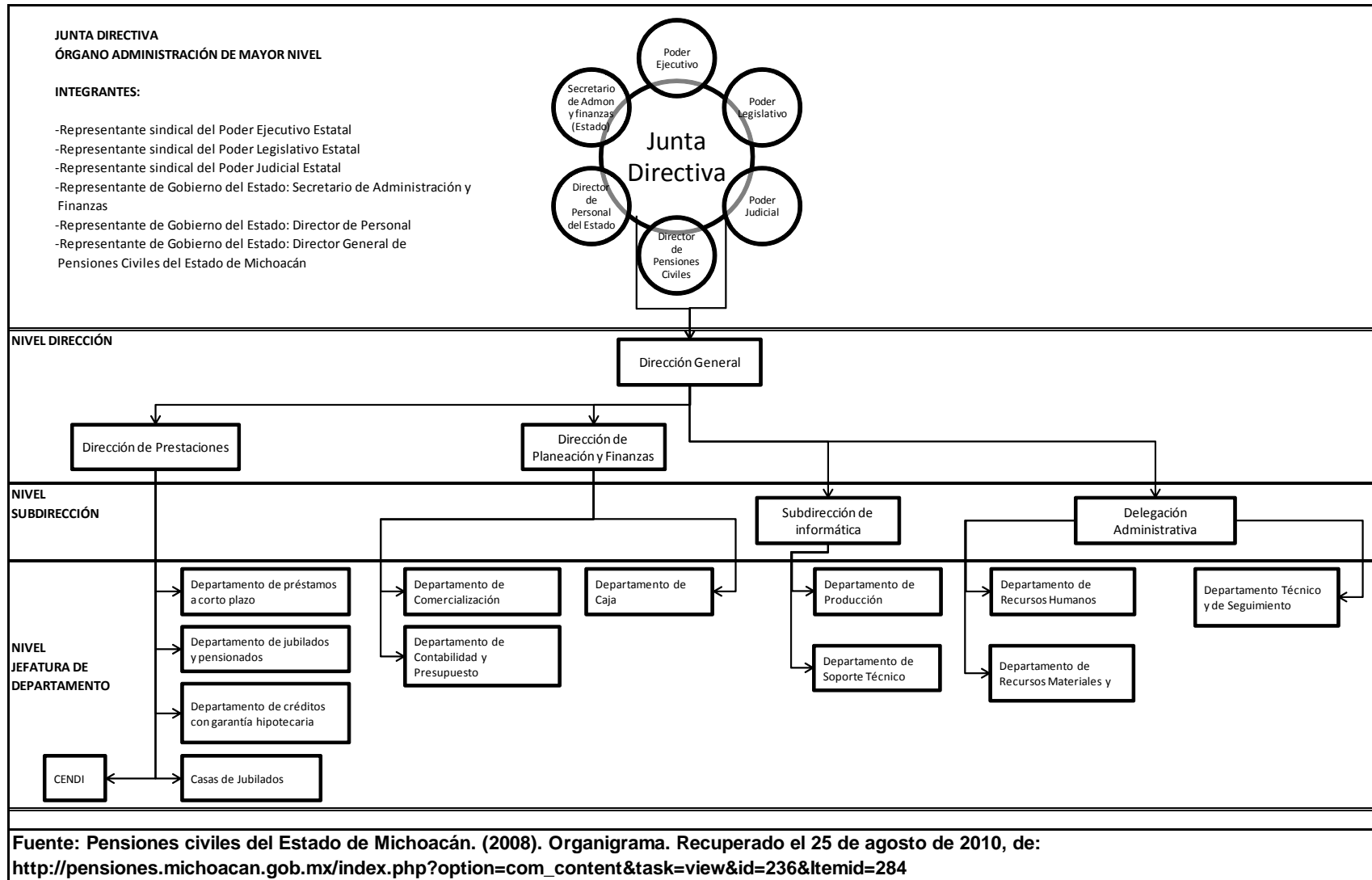
3. Representante del Sindicato de Trabajadores del Poder Judicial.
4. Representante del Gobierno del Estado de Michoacán de Ocampo: Secretario de Administración y Finanzas.
5. Representante del Gobierno del Estado de Michoacán de Ocampo: Director de Personal.
6. Representante del Gobierno del Estado de Michoacán de Ocampo: Director General de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán.

Los requisitos para ser miembro de la misma se establecen en el artículo 7 de la Ley revisada y la duración en el cargo es de tres años (artículo octavo). Las funciones de la Junta Directiva se delimitan en el artículo décimo a doceavo, destacando la obligatoriedad de sesionar al menos una vez al mes así como las siguientes atribuciones:

1. Cumplir y hacer cumplir las disposiciones de la Ley de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán.
2. Administrar el Patrimonio de la Dirección y autorizar las operaciones consignadas en la Ley.
3. Aprobar los planes de inversión del Fondo de la Dirección de Pensiones.
4. Otorgar las jubilaciones y pensiones en los términos de esta Ley (en base a lo establecido en el capítulo séptimo de la misma).
5. Nombrar el personal a propuesta del director.
6. Formular y aprobar las diversas operaciones y los reglamentos de la institución.
7. Aprobar los Estados Financieros.
8. Conferir poderes.
9. Discutir y aprobar el presupuesto de egresos de la Dirección de Pensiones.
10. Realizar toda clase de actos u operaciones autorizadas legalmente que, para la mejor administración, fueren necesarios.

Los artículos 14 al 20 establecen los lineamientos operativos y actividades que deben seguir el Director, la Secretaría de Administración y Finanzas del Gobierno del Estado de Michoacán, así como las dependencias cuyos trabajadores están protegidos por este sistema de previsión social.

Figura 2.1 Organigrama de pensiones civiles del Estado de Michoacán.



2.4.1.4 Definición del objeto de estudio: La reserva técnica administrada por la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán

Se mencionaron en el sub capítulo anterior las atribuciones y prestaciones que la DPCEM está autorizada y obligada a otorgar a sus derechohabientes. Estas, como se aprecia, tienen un impacto en el patrimonio de la misma por lo que es prudente revisar, de manera general, la estructura financiera de este último.

Actualmente las aportaciones que se hacen entre el Gobierno del Estado de Michoacán y el trabajador ascienden al 11% del salario del último²³, lo que permite a la DPCEM hacer frente a sus obligaciones presentes y futuras, aunado al hecho de que estos recursos tienen una revolvencia significativa para otorgar otro tipo de prestaciones productivas como son los préstamos a los derechohabientes. De lo que ingresa actualmente al patrimonio de la dirección, la mayor parte se destina a realizar tres actividades:

1. Pagar los egresos que, por concepto de actividades de administración de la dirección, se ejerzan.
2. Pagar las pensiones vigentes, gastos médicos de pensionados, seguros de vida, seguros de incapacidad o regreso de descuentos vigentes.
3. Prestar los recursos a los derechohabientes.

Es importante señalar que el patrimonio de la DPCEM es actuarialmente suficiente con miras al año 2027 como periodo máximo de suficiencia según el estudio técnico²⁴ vigente al año 2010 y su estrategia de inversión actual de inversión resulta, según se observa en el empleo que se da a los recursos financieros que ingresan al mismo, apropiada; siendo la actividad correspondiente a los préstamos, al día de hoy, de las más rentables. En la misma se realizan actividades de préstamo de tres tipos expuestos en la tabla 2.2:

²³ Porcentaje consistente con la recomendación realizada en el estudio actuarial, de tal forma que se logre la suficiencia financiera necesaria.

²⁴ Por cuestiones de confidencialidad a la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán se ahorraron los detalles al respecto.

Tabla 2.2 Tipos de préstamo otorgado por la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán a sus derechohabientes.

Tipo de préstamo	Garantía	Tasa de interés	Aportación del empleado para el Fondo especial para cubrir el saldo insoluto a la muerte del servidor. 1/
Corto Plazo	Ninguna	12.00%	1.00%
Hipotecario	Hipotecaria	8.00%	2.00%
Real	Real	9.00%	1.00%

1/ Aportación que pasa a ser parte del patrimonio de la Dirección de Pensiones Civiles del Estado de Michoacán una vez que el servidor liquida el préstamo.

Fuente:H. Congreso del Estado de Michoacán de Ocampo. (1980). Ley de pensiones civiles del Estado de Michoacán. Recuperado el 25 de agosto de 2010, de: <http://info4.juridicas.unam.mx/ijure/est/17/16/default.htm?s=iste> y en base a entrevistas con la Dirección de Planeación y Finanzas de la Institución de Pensiones revisada.

Respecto a la aportación mensual que el derechohabiente (que solicita un crédito) hace al fondo especial para cubrir el saldo insoluto del crédito a su muerte, es importante destacar que el mismo es un pasivo contingente para la DPCEM durante la vigencia del financiamiento. Sin embargo, pasa a formar parte de su patrimonio cuando el acreditado liquida la totalidad de su compromiso siendo este, junto con la recepción de intereses por financiamiento, uno de los rubros de ingresos más importantes.

Por cuestiones de confidencialidad a la misma DPCEM, a su archiconomía²⁵ y en seguimiento de la Ley de acceso a la información pública a este respecto, los detalles de los montos totales reales del patrimonio, así como de los montos otorgados para préstamos o inversiones no serán mencionados. Sin embargo, con autorización de la misma se observa que, entre las actividades de financiamiento y las primas del fondo especial para cubrir el saldo insoluto del crédito a la muerte del servidor, el patrimonio de la institución tiene una rentabilidad aproximada del 9.00% anual, lo que le permite tener un estado de suficiencia actuarial ante dos escenarios o hipótesis actuariales de 3.5% y 4.5% de rendimiento real empleados en el presente estudio²⁶. Estos últimos se establecen en función de las sugerencias de la norma NIF D-3 del consejo mexicano de normas de información financiera (2007), los cuales son consistentes con la norma internacional de

²⁵ Información como el total del patrimonio, el estudio actuarial o el detalle de las inversiones se clasifica como información "Reservada".

²⁶ También, por cuestiones de confidencialidad, no se develará la tasa objetivo necesaria al año 2010 por lo que se manejarán estos dos valores que presentan un intervalo generalmente aplicable en los fondos de pensiones a solicitud de la propia DPCEM.

contabilidad NIC 19 publicada por el consejo de normas internacionales de contabilidad (International Accounting Standards Board, 1989). En base al primer documento, se realiza la sugerencia de utilizar, para realizar un plan de pensiones, una tasa o hipótesis actuarial de inflación anualizada de largo plazo de 4.00%, así como una tasa de incremento salarial nominal de [4.0% a 6.5%] o [0.5% a 2.5%] de tasa real.

Dado que, por el objetivo de un plan de pensiones y por los parámetros actuariales mínimos necesarios del objeto de estudio²⁷, se debe cubrir este incremento con una tasa actuarial objetivo para las inversiones de los activos cuyo valor oscila entre 3.5% y 4.5%, se llega a estos dos objetivos puntuales de rendimiento en el presente estudio. La situación *actual* del patrimonio total de la DPCEM representa un incremento salarial de 7.5% y 9.0% al año²⁸, meta superior a las establecidas como estándar.

En este punto podrá apreciarse *innecesario* el desarrollo de estrategias de inversión en mercados financieros nacionales e internacionales ya que se cumplen con los objetivos actuariales. Sin embargo, no se ha descrito la estructura total del patrimonio de la dirección. Se ha mencionado que éste se forma de las aportaciones de los servidores públicos. Sin embargo, dada su estructura de ingresos, su base biométrica actual²⁹ así como a su estructura legal, se tienen remanentes en estos flujos³⁰, mismos que se han empleado para conformar lo que se conoce como “*La reserva técnica*”. *La administración de esta en los mercados financieros a definir será el objeto de estudio del presente trabajo*. La misma comprende principalmente de capital líquido que está custodiado en un grupo de fideicomisos cuya finalidad es ser un respaldo financiero para hacer frente a las obligaciones en los años en que el nivel de aportaciones será menor al de egresos³¹.

Estos recursos se invierten en instrumentos de mercado de dinero de corto plazo y, salvo en los años 2005 a 2008, no se ha llevado una estrategia de inversión en portafolios con instrumentos de mayor plazo, rentabilidad y riesgo. Aún ante este escenario, la

²⁷ Cuyo detalle no se puede mostrar por cuestiones de confidencialidad.

²⁸ No significa que se tengan estos incrementos salariales en los sueldos de los derechohabientes u obligaciones sino que se toma este criterio de manera prudencial.

²⁹ Situaciones que no pueden detallarse por confidencialidad.

³⁰ No todo el patrimonio es prestado.

³¹ Aproximadamente en el año 2027. Uno de los objetivos de la DPCEM buscados es lograr un incremento de esta fecha de suficiencia al 2052.

DPCEM es, como se ha mencionado, actuarialmente suficiente. Sin embargo, aquí es donde surge el espacio de oportunidad y motivación del presente trabajo ya que se busca comprobar, como objetivo principal y a través de una serie de simulaciones, que se logran los objetivos de tasa real planteados al llevarse a cabo una estrategia de administración activa de portafolios consistente en invertir la reserva técnica en una cartera de activos financieros diversificada en mercados de deuda y capitales tanto nacionales como extranjeros, empleando, como modelo cuantitativo de selección óptima en el contexto del proceso administrativo a proponer, el conocido como Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner MTSL (Markowitz, 1987, p.5); el cual a su vez empleará pronósticos de volatilidad a través de los modelos autorregresivos generalizados condicionados con heteroscedasticidad multivariados en su forma ortogonal u O-GARCH (Alexander y Chibumba, 1996), (Alexander, 2001) y (Van der Weide, 2002). La selección tanto del MTSL como de los pronósticos O-GARCH se fundamentará, en breve, en el capítulo correspondiente al marco teórico.

2.5 Corolario, identificación y planteamiento del problema de investigación y solución propuesta.

Como resultado de la serie de hechos previamente observados se tienen los siguientes hechos a destacar:

1. El patrimonio de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM) presenta suficiencia actuarial.
2. Se manejan dos tasas actuariales objetivo a fin de valuación de las inversiones realizadas en un fondo de pensiones: 3.5% y 4.5% de tasa real. Estas se establecen en función de las sugerencias de la norma NIF D-3 del Consejo mexicano de normas de información financiera (2007), las cuales son consistentes con la Norma Internacional de Contabilidad NIC 19 publicada por el Consejo de Normas Internacionales de Contabilidad (International Accounting Standards Board, 1989) y por el deseo de la DPCEM de incrementar el periodo de suficiencia, situación que les lleva a sugerir las mismas para el presente estudio.

3. La dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán es un organismo descentralizado con patrimonio propio según se establece en el artículo quinto de su Ley, el cual cuenta con una serie de fondos y una estructura patrimonial de flujos y prestaciones como los préstamos de corto plazo e hipotecarios con los que logran hacer frente a sus compromisos (pago de prestaciones) presentes y futuros y que ayudan a engrosar un fondo líquido constituido en un grupo de fideicomisos, al cual se denomina *reserva técnica*. Esta servirá como respaldo para hacer frente a las obligaciones de la DPCEM en el momento en que el nivel de flujos de entrada no sea suficiente para cubrir los egresos por obligaciones del plan de pensiones y será el objeto de estudio del presente. A pesar de esto, con la actual estructura de préstamos a derechohabientes, la DPCEM es actuarialmente suficiente con tasas nominales de 9% en sus inversiones y préstamos.

4. Dada la actual estrategia de inversión de la reserva técnica, se observa la oportunidad de sugerir el invertir la misma en activos financieros nacionales e internacionales, en concreto en los emitidos en mercados de deuda gubernamental y de capitales. Dada esta circunstancia, se plantea la pregunta: Si se hubiera seguido una estrategia de inversión diversificada en mercados financieros nacionales e internacionales del año 2002 al 2010, ¿Se hubiera logrado uno o ambos objetivos de tasa actuarial? Con esta interrogante, se identificaría formalmente el problema del presente estudio:

“La dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán no cuenta, para su reserva técnica, con un proceso de administración de portafolios diversificados en mercados nacionales y extranjeros y desconoce si, al emplear el mismo, puede obtener una tasa real igual o superior a sus objetivos actuariales en esta parte específica de su patrimonio.”

Dada esta potencial solución, la siguiente pregunta natural sería ¿Cuál o cuáles hubieran sido los mercados y los niveles de inversión óptimos en cada caso? y ¿Cómo sería más adecuado realizar la inversión diversificada, siguiendo una estrategia de administración pasiva o una activa? A continuación se resuelve la primera pregunta y se fundamenta la selección de mercados realizada.

2.6 Los mercados financieros que conformarán el universo de activos financieros y la política de inversión a utilizar

Un activo financiero, cuyo sinónimo es activo de capital, se puede definir partiendo de dos concepciones preliminares:

*“Un activo financiero puede ser dinero en efectivo, el derecho a recibir dinero en efectivo, a recibir otro activo financiero, el derecho contractual a intercambiar activos financieros en condiciones potencialmente favorables, o bien un instrumento de capital.”*³²
(Bank for International Settlements, 2007, p. 140)

“Los activos financieros como las acciones y los bonos, son reclamaciones de dinero generadas por activos reales o reclamos de efectivo al emisor de los mismos”
(Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G5)

De estas dos podría deducirse un estándar:

“Documento mercantil respaldado por una empresa, organización o gobierno que sirve de medio de financiamiento para la misma y con el cual el tenedor tiene derechos de propiedad sobre una deuda, capital o activo, así como de sus respectivos flujos de efectivo previamente acordados.”

En este sentido, un activo financiero será el vehículo con el cual dos partes intercambian flujos de efectivo en diferentes periodos de tiempo: el inversionista o acreedor el día de hoy (t) y el deudor o emisor en el futuro ($t + n$). Un activo financiero es emitido por una empresa, gobierno u organismo con la finalidad de obtener financiamiento para sus actividades y sirve como respaldo mercantil de la inversión que el tenedor hace en el mismo.

En base a las definiciones vistas y la planteada como estándar, los activos financieros pueden ser de cuatro tipos:

³² Traducción literal del documento original.

1. Activos financieros de renta fija (también conocidos indistintamente en México como instrumentos de mercado de dinero o de deuda) que se emiten como respaldo documental del financiamiento que el inversionista realiza al emisor. Estos amparan el regreso del principal (monto prestado) más los intereses acordados.
2. Activos financieros de renta variable o de capital que respaldan la propiedad del inversionista en el capital social de la empresa emisora.
3. Activos financieros derivados que fijan un compromiso futuro de intercambio de activos (líquidos, financieros o en especie) en una fecha y en condiciones y precios predeterminados.
4. Divisas que representan la propiedad de la deuda contraída con un gobierno o banco central³³ diferente al del país de residencia del inversionista y que sirven de numerario, medio de pago y cuantificación de riqueza en el país de emisión y a nivel internacional en base a las paridades cambiarias entre signos.

De estos tipos de activos son los activos de renta fija, los de renta variable y las divisas³⁴ los empleados para invertir la reserva técnica u objeto de estudio.

2.6.1 Los mercados financieros (índices) objeto de inversión

Como la mayoría de los activos estudiados por la teoría económica, los instrumentos financieros cotizan en mercados específicos cuyo nombre, para el caso de interés, se identifica como “*mercados de capitales*” (Marín y Rubio, 2001, pp. 13-14). Sin embargo, esta denominación puede confundirse con la empleada en México al referirse como mercado de capitales del país a la bolsa mexicana de valores. Para evitar esta ambigüedad, se identificará a estos como “*mercados financieros*”. En base a los tipos de activos financieros que serán objeto de inversión en el presente estudio, los mercados también pueden presentar la tipología siguiente:

- Mercado de renta fija: En el mismo se cotizan y negocian los instrumentos de renta fija o de deuda que emiten los gobiernos o empresas para financiarse.

³³ Deuda a través de la base circulante o M1.

³⁴ Como activos objeto de inversión indirecta, al estar los anteriores denominados en moneda nacional o extranjera.

Tabla 2.3 Mercados donde se propone invertir la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.

Denominación	Tipo de Activo	Detalle de submercados comprendidos y el benchmark en el que se agrupan y que modela su comportamiento a nivel agregado.				
		Mercado Estudiado	Moneda	índice o benchmark que modela el comportamiento del mercado en cuestión.	Ticker o identificador empleado en el estudio	Emisor del Benchmark
Instrumentos denominados en Moneda Nacional	Mercado de renta fija	Mercado de CETES (todos los vencimientos)	MXN	MEX_GUBERNAMENTAL	MEX_GUBERNAMENTAL	Bolsa mexicana de valores S.A.B. de C.V. - VALMER-
		Mercado de Bonos M	MXN			
		Mercado de Bonos IPAB	MXN			
		Mercado de Bonos	MXN			
		Mercado de Brems	MXN			
	Mercado de Udibonos	MXN				
Mercado de Capitales	Mercado de bonos UMS	MXN /1	MEX_UMS	MEX_UMS	Bolsa mexicana de valores S.A.B. de C.V. - VALMER-	
	Mercado de las 35 emisoras más bursátiles de la BMV	MXN	IPC	IPC	Bolsa mexicana de valores S.A.B. de C.V.	
Instrumentos denominados en Divisas	Mercado de renta fija	Mercado de bonos del Tesoro de países como Alemania, Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, España, Finlandia, Francia, Grecia, Holanda, Irlanda, Italia, Japón, Nueva Zelanda, Noruega, Portugal, Reino Unido, Singapur, Suecia y Suiza.	USD/2	S&P-Citigroup Internacional Treasury Bond ex US de Rendimiento Total	S&PCITREU	S&P Stock Indexes - Citigroup Inc.
		Mercado de Bonos del Tesoro de los Estados Unidos	USD	EFFA-Bloomberg Estados Unidos de rendimiento Total	USTATR	Bloomberg Inc. - European Federation of Financial Analysts (EFFA)
	Mercado de Capitales	Mercados de Capitales de Mercados de economías desarrolladas como: Alemania, Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Estados Unidos, Finlandia, Francia, Grecia, Holanda, Hong Kong, Irlanda, Israel, Italia, Japón, Nueva Zelanda, Noruega, Reino Unido, Singapur, Suecia y Suiza y Economías en vías de desarrollo como: Brasil, Colombia, Chile, China, Egipto, Filipinas, Hungría, India, Indonesia, Korea del Sur, Malasia, Marruecos, Perú, Rep. Checa, Rusia, Sudáfrica, Tailandia, Taiwán y Turquía.	USD/2	MSCI Global Gross Equity Index	MSCI-WORLGD	MSCI Inc.
/1 Los instrumentos modelados con este índice están denominados en dólares norteamericanos y en euros. Sin embargo su valuación se realiza en pesos Mexicanos, incorporando en su valuación el efecto de la fluctuación de las paridades cambiarias.						
/2 Estos índices consideran activos valuados en euros, libras esterlinas, dólares canadienses y otro tipo de divisas propias de los países objeto de estudio. Sin embargo, como el caso del MEX_UMS, estos son valuados en dólares de los Estados Unidos por lo que incorporan el efecto cambiario de cada moneda respecto a dicha divisa, dejando como observable de manera directa el impacto cambiario <u>total</u> a través de la paridad USD/MXN.						
Fuente: Elaboración propia con información de: Bloomberg Professional Software. New York, NY, USA, Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. (31 de 10 de 2010). Valor de Mercado . Recuperado el 16 de 03 de 2011, de Metodología Benchmarks: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010). MSCI a clear view of risk and return. Recuperado el 16 de 02 de 2011, de Index Definitions: http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD , Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2010) y Standard & Poors Financial Services LLC. (31 de 12 de 2008). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de S&P/Citigroup International Treasury Bond Indices: http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd----p-----						

- Mercado de capitales: Con este nombre se conocerá a las bolsas de valores establecidas donde se intercambian las acciones de empresas que se financian vendiendo parte de su capital social.
- Mercado de divisas: Es el espacio electrónico e interbancario donde se intercambian las monedas de diferentes países.

En la tabla 2.3 se exponen los diferentes mercados en donde se propone invertir la reserva técnica de la DPCEM, su tipología en función del tipo de denominación y de activo, así como el índice de referencia que mide su desempeño. Esto se hará de manera diversificada, observando que en breve se fundamentará esta selección.

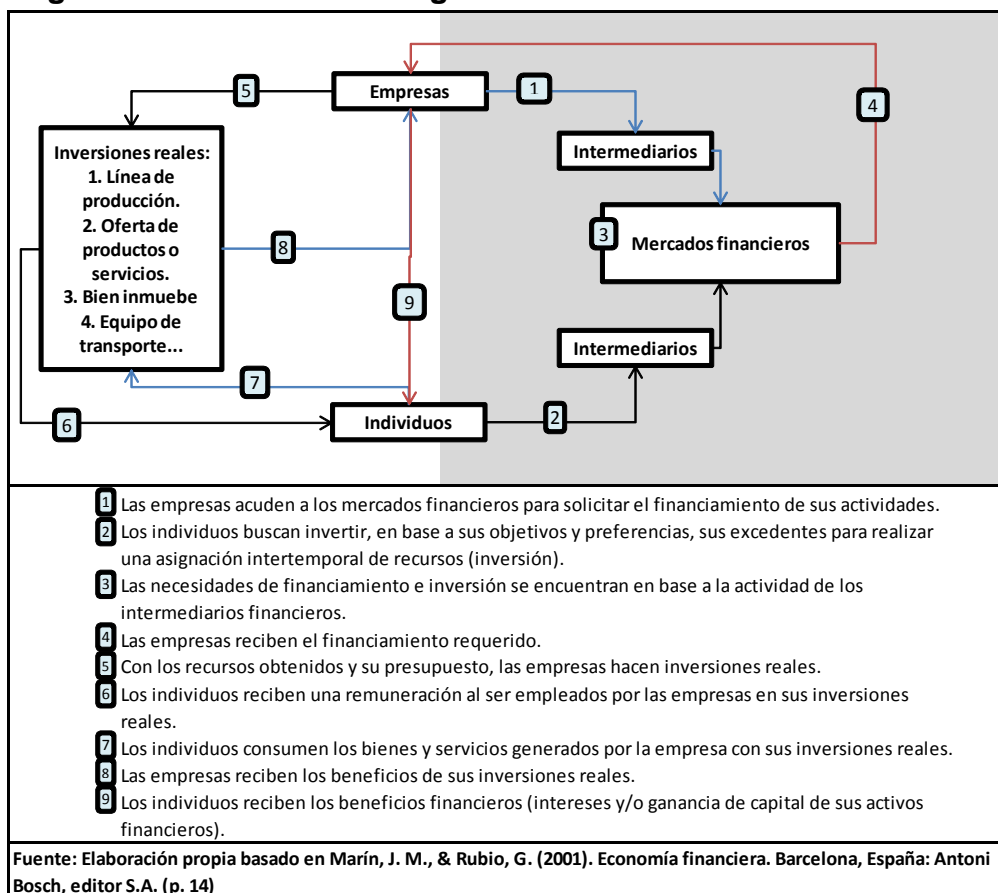
Todos estos mercados se seleccionan a partir de los mercados e índices permitidos en la circular 15-19 emitida por la comisión nacional de sistemas de ahorro para el retiro, relativa a las disposiciones de carácter general del régimen de inversión para las sociedades de inversión especializadas en fondos para el retiro (SIEFORES)³⁵ que serán los símiles operativos de la DPCEM. A su vez, como se verá al momento de proponer la política de inversión, la separación entre activos denominados en moneda nacional y en divisas obedece a la misma disposición normativa mencionada.

2.6.1.1 Microestructura de los mercados estudiados

En base a la definición de un activo financiero, se observa que el mercado financiero es el espacio donde se vinculan tanto los inversionistas interesados en colocar sus excedentes líquidos de riqueza a cambio de activos que paguen una tasa de interés como las empresas u organismos que requieren de esos recursos para financiar sus actividades. La micro estructura de estos se expone y se explica en la figura 2.2, la cual se toma de lo expuesto por Marín y Rubio (2001, p. 14).

³⁵ En el apéndice D del presente estudio se hacen comentarios adicionales respecto la réplica de este tipo de política de inversión.

Figura 2.2 Microestructura general de los mercados financieros.



2.6.2 Fundamentos para la selección de los mercados financieros objeto de inversión

Ya analizada la microestructura aplicable a cada uno de los mercados objeto de inversión expuestos en la tabla 2.3, se llega a la pregunta de ¿cuáles son los fundamentos de su elección como primer paso de lo que se denominará “asignación de activos”?, dado que se busca determinar la propuesta de una estrategia de inversión en cartera a través de la administración de un portafolio diversificado internacionalmente, *los dos tipos mercados en los que la DPCEM ha mostrado un potencial interés en explorar los resultados logrados son los mercados de renta fija y los de capitales*, siendo necesaria y de interés la diversificación internacional y la correspondiente operación indirecta³⁶ en el mercado de divisas. Es entonces que, en una primera acotación, la selección obedece

³⁶ Cuando se habla de una operación directa se hace alusión de una administración activa de los riesgos cambiarios a través de una disciplina denominada “*Currency overlaying*”. Por la complejidad de dicha práctica se habla de una administración indirecta entendida como la compra o venta de divisas “*spot*” para cubrir las propias de los mercados de renta fija y variable únicamente.

más a razones de interés por parte del usuario final de la investigación que a fundamentos de análisis más rigurosos.

Dado que la operatividad y valuación de una paridad va implícita en la valuación de los instrumentos denominados en divisas, la primera división natural de mercados la cual, como se ha mencionado, es *discrecional, operativa y fundamentada con las expectativas de los propietarios del objeto de estudio*; sería:

1. Mercado de renta fija nacional.
2. Mercado de renta fija internacional.
3. Mercado de capitales nacional.
4. Mercado de capitales internacional.

El mercado de renta fija nacional puede dividirse en mercado gubernamental, bancario y corporativo tanto de corto como de largo plazo. Sin embargo, dado el interés expresado por la DPCEM, solo se invertirá en el mercado de bonos emitidos y respaldados al 100% por el Gobierno Federal. Esto comprende los mercados de Certificados de la Tesorería (CETES) con plazos mayores a 28 días; bonos M, bonos del desarrollo (BONDE's), bonos del instituto de protección al ahorro bancario (BPA's), bonos de regulación monetaria (BREM's) y bonos denominados en unidades de inversión (Udibonos). El índice "*MEX_GUBERNAMENTAL*" es una referencia o "*Benchmark*" calculada por la empresa Valuación operativa y referencias de mercado S.A. (VALMER) que es propiedad de la Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. La misma es determinada empleando el método de capitalización³⁷ y mide el desempeño de todos los bonos gubernamentales más operados y preferidos por los agentes de los mercados de deuda gubernamental.

El mercado de renta fija internacional puede, para fines de un inversionista, ser dividido en:

- 1) Mercado de Bonos emitidos por el Gobierno Federal denominados en divisas,
- 2) Mercado de Bonos del Tesoro de los Estados Unidos y

³⁷ Este método se define en el apéndice E del presente estudio al proponer un benchmark de para fines de valuación de desempeño de la cartera administrada.

3) Mercado de Bonos del Tesoro de otras economías desarrolladas.

Las dos primeras subdivisiones son “naturales” debido a los deseos de diversificarse internacionalmente por parte de inversionistas institucionales nacionales, quienes buscan el respaldo de emisores considerados como “seguros”³⁸, siendo tales tanto el Gobierno Mexicano como el de los Estados Unidos. Es por ello que se emplean los índices “*MEX_UMS*”³⁹ de Valmer y el “*EFFA-Bloomberg EEUU de rendimiento total*” para medir, con benchmarks calculados con el método de capitalización y rendimiento total, el desempeño de estos dos mercados de manera respectiva.

La selección de cuáles serían los países más adecuados para elegir como objeto de inversión en el mercado internacional de bonos del tesoro, adicionales a los dos previamente citados, podría ser objeto de investigaciones propias de la asignación de activos⁴⁰, mismas que ayuden a determinar cuáles son los más aptos para un inversionista mexicano. Sin embargo, esto sale totalmente de la delimitación temática del estudio y del doctorado por lo que se puede emplear el criterio de operatividad y preferencias de los agentes en el mercado al utilizar un benchmark ampliamente diversificado (más de 24 países con los diferentes plazos a vencimiento en sus respectivas curvas de tasas) que sea determinado con el método capitalización de mercado y rendimiento total como es el caso del “*S&P-Citigroup International Treasury Bond Ex US*” que observa el comportamiento del mercado internacional⁴¹ de bonos del tesoro sin incluir en su valuación al mercado estadounidense.

Hasta ahora, se han delimitado los fundamentos de seleccionar los benchmarks de renta fija nacional y extranjera como universo de activos objeto de inversión. En el caso de los mercados de capitales, se tienen dos referencias ampliamente utilizadas en la práctica de administración de fondos que serán también de interés:

³⁸ Esta definición de *activo libre de riesgo* obedece a criterios operativos o tradiciones en la práctica profesional que a un sustento teórico real.

³⁹ Los bonos UMS son bonos que pagan tasa fija denominados en dólares de estados Unidos, en Euros o Libras Esterlinas cuyas siglas son *United Mexican States*.

⁴⁰ Consistente en la asignación de recursos por tipo de activo (instrumento, mercado o activo financiero). Este se definirá con mayor precisión en el apéndice A al realizar la propuesta del proceso de administración de portafolios aplicable al objeto de estudio.

⁴¹ El índice está valuado en dólares de los Estados Unidos ya que convierte la valuación de la moneda en que los bonos de cada país son emitidos a dicha divisa, incorporando en la valuación y fluctuación de sus niveles (Base 100 enero de 1976) el efecto de las paridades cambiarias respecto al dólar.

1. El “*Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)*” calculado por la Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. que es un benchmark de capitalización de mercado que incorpora en su universo de acciones a las 35 emisoras de mayor tamaño (mayor capitalización) y operatividad (bursatilidad).
2. El “*Índice MSCI Global Gross Equity Index*” que es un índice de rendimiento total calculado por la empresa MSCI Inc. que actualmente es la empresa líder en proveeduría y cálculo de índices, desarrollo de modelos de administración de portafolios y proveeduría de tercerización de servicios y aplicaciones informáticas para la administración de riesgos financieros. El índice utilizado comprende el comportamiento de los mercados de capitales de los primeros 24 países considerados como economías desarrolladas y las 24 mejores en vías de desarrollo mencionadas en la tabla 2.3.

Dado que la administración activo por activo e incluso por submercados de estos índices sería demasiado compleja y costosa⁴², una de las prácticas más comunes que ayudan a reducir costos e inversión en infraestructura es la de determinar la cantidad de recursos a asignar por mercado (asignación de activos) y, una vez determinado esto, administrar los mismos a través de un manejador independiente de portafolios, invirtiendo en un *fondo de inversión indexado* o un *fondo de inversión negociado (ETF por sus siglas en idioma inglés –Exchange Traded Fund-)* que replique el benchmark que aproxima el desempeño del mercado de interés.

Esta última, la inversión en fondos indexados denominados en moneda nacional y en dólares de Estados Unidos, según se delimitan en la tabla 2.3, será la propuesta de estrategia de administración activa de portafolios a seguir. Es decir, semana a semana y dadas las condiciones de riesgo y rendimiento prevalecientes en cada mercado, se determinará cuántos recursos monetarios asignar o reasignar a cada índice para, posteriormente, invertir los mismos en fondos de inversión que repliquen estos.

⁴² Adicional de la complejidad informática que en este primer paso comprendería.

2.6.3 La política de inversión a emplear en la reserva técnica

La política de inversión, como se verá en breve al estudiar el proceso de administración de portafolios, es la parte fundamental en la asignación de activos y es el documento en donde se plasman los intereses, objetivos de rendimiento, la exposición al riesgo objetivo y, especialmente, la selección del universo de activos objeto de inversión. Esto aunado a las restricciones de cardinalidad (máximos y mínimos) en sus niveles de inversión por activo y tipo de activo. El buscar la más apropiada para un inversionista institucional tipo es una tarea diversa que puede llevar a diagnósticos extensos, resultados y preferencias heterogéneas para cada caso, los cuales, como se estableció previamente, son sujetos a disertaciones que salen de la óptica del presente. De este documento, la selección del universo de activos objeto de inversión es el factor más influyente en los resultados logrados al administrar un portafolio como lo apuntan tanto Brinson, Hood y Beebower (1995) como Gibson (2000). Situación que, de manera primigenia, se solventa con la observación e intereses planteados previamente por parte de la DPCEM para las simulaciones realizadas en el presente.

Otro aspecto determinante de los resultados logrados en la administración de portafolios son los relativos a las restricciones de niveles de inversión por tipo de activo que se planteen (restricciones de cardinalidad), mismos que se determinan y se plasman en el documento denominado *política de inversión* que no es más que *la guía y sustento documental de los parámetros a los que debe ajustarse el manejador del portafolio propiedad del inversionista*.

Como propuesta inicial de política de inversión y dada la similitud operativa con el objeto de estudio, se emplearán, como punto de partida inicial para definir la política de inversión, los lineamientos generales de diversificación por tipo de instrumento (mercado) y moneda empleados por una sociedad de inversión especializada en fondos para el retiro (SIEFORE) tipo cinco⁴³ emitidos por la CONSAR (CONSAR, 2010b) y expuestos en la tabla 2.4.

⁴³ Actualmente existen cinco tipos de sociedad especializada en fondos para el retiro (SIEFORE) cuya nomenclatura es complementada con un número que va del uno al cinco. Esto obedece a los diferentes lineamientos generales establecidos para los diferentes ahorradores para el retiro. Por ejemplo la SIEFORE tipo uno se enfoca a personas próximas a retirarse y la cinco a trabajadores más jóvenes. Para mayor referencia en las definiciones se puede consultar la circular 15-19 de la CONSAR para cada caso. Se eligió

Esta política de inversión será la base de la empleada en la simulación con que se probará la eficacia del proceso a proponer para conseguir los objetivos actuariales planteados. De la política expuesta es importante resaltar algunas consideraciones:

1. No se revisan las restricciones porcentuales individuales por activo en cada tipo de instrumento o mercado ya que el estudio se limita a los beneficios de realizar una *asignación de activos* (concepto por definir) y una ejecución de la misma orientada a destinar recursos en los seis mercados citados en la tabla 2.3, esto al ser la selección de activos específicos objeto de múltiples estudios empíricos posteriores así como de capacidades de programación y cómputo superiores a las que se tienen al momento de elaborar el presente trabajo.

Tabla 2.4 Lineamientos generales de política de inversión de sociedad de inversión especializada en fondos para el retiro (SIEFORE) tipo cinco.

LÍMITES POR TIPO DE ACTIVO				REGLA (S)
TIPO DE ACTIVO	MÍNIMO		MÁXIMO	
GUBERNAMENTAL MONEDA NACIONAL	51%	AMBIGUO PARA SIEFORES 2 A 5.	100%	DECIMA SEXTA Y DÉCIMA SÉPTIMA. I.a (SECCIÓN III)
VALORES EXTRANJEROS	0%		20% (TODAS LAS SIEFORES EXCEPTO RENTA VARIABLE PARA SIEFORE 1)	DÉCIMA SÉPTIMA. I.d
COMPONENTES DE RENTA VARIABLE	0%		20% (SIEFORE 2), 25% (SIEFORE 3), 35% (SIEFORES 4 Y 5)	DÉCIMA SÉPTIMA. II.b
LÍMITE TOTAL DE RIESGO				REGLA (S)
VALOR EN RIESGO	0,60% (SIEFORE 1), 1% (SIEFORE 2), 1.3% (SIEFORE3), 1.6%			VIGÉSIMA SEGUNDA
LÍMITES POR DENOMINACIÓN				REGLA (S)
TIPO DE ACTIVO	MÍNIMO		MÁXIMO	
ACTIVOS EN DIVISAS	70%		100%	DÉCIMA SEXTA Y VIGÉSIMA CUARTA
ACTIVOS EN MONEDA NACIONAL	0%		30%	VIGÉSIMA CUARTA
Fuente: Elaboración propia, basado en la Circular 15-19 de la CONSAR. (2010b). Normatividad: Circulares. Recuperado el 17 de diciembre de 2010, de: http://www.consar.gob.mx/normatividad/normatividad-normatividad_consar-circulares.shtml .				

Por tanto, se mantendrá en el presente estudio el supuesto de invertir solo en los mercados específicos a través de la conformación de cada uno de los índices de mercado de los cuales que se presupone que existen fondos de inversión o

la tipo cinco ya que la DPCEM se encuentra actuarialmente en la etapa de acumulación de su plan de pensiones.

manejadores de activos (tercerización del servicio) que puedan replicar el comportamiento de los mismos ya sea en sus propias políticas de inversión o en su mandato particular por parte de la DPCEM.

2. Se resalta que existe la restricción de un nivel mínimo de inversión en activos financieros en la SIEFORE tipo uno. Esta se establece en la regla décima sexta de la circular 15-19. Las razones de ser de esta restricción de mínimo nivel de inversión en la SIFORE uno obedecen a la protección contra inflación del patrimonio de este tipo de vehículo ya que el mismo está enfocado a individuos que se encuentran en edad próxima a la jubilación. Por otro lado, dado que se busca que los recursos de las SIEFORES sean utilizados para financiar el crecimiento económico nacional y para fomentar la estabilidad de los mercados financieros, se observa la necesidad de esta restricción en los niveles de liquidez en todas las SIEFORES. Sin embargo, esta no es mencionada abiertamente para los otros cuatro tipos de SIEFORE, situación que se cita al calce (CONSAR, 2010b):

“DECIMA SEXTA.- las sociedades de inversión básicas 1 mantendrán cuando menos el 51% de su activo neto en instrumentos de deuda o valores extranjeros de deuda que estén denominados en unidades de inversión o moneda nacional, cuyos intereses garanticen un rendimiento igual o mayor a la variación de la unidad de inversión o del índice nacional de precios al consumidor.

Dentro del límite a que se refiere la presente regla deberá computarse el valor a mercado de los contratos abiertos con derivados que celebren las sociedades de inversión con subyacente en unidades de inversión o referidos al índice nacional de precios al consumidor.

La exposición a derivados cuyos subyacentes estén denominados en unidades de inversión o sus intereses garanticen un rendimiento igual o mayor a la unidad de inversión o al índice nacional de precios al consumidor se computará conforme a las disposiciones de carácter general en materia financiera de los sistemas de ahorro para el retiro emitidas por la comisión.”

En base a la redacción anterior, puede pensarse que los tipos de SIEFORE restante no tienen restricción alguna en el nivel de liquidez que pueden conservar. Sin embargo, para no incurrir en especulaciones se supondrá que esta consideración es aplicable a todos los cinco tipos de SIEFORE, siendo excepción el objeto de estudio del presente al que se propone, por mantener un relativo conservadurismo en la administración de la cartera, niveles de liquidez hasta de un 100% de ser necesario⁴⁴.

El fundamento de este límite radica en que la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán *no está legalmente obligada a seguir los lineamientos de política de inversión de las SIEFORES*.

3. Derivado de que no se impondrá el límite de liquidez o nivel de inversión máximo en activo libre de riesgo, se observa que los resultados que se puedan obtener al omitir este límite serán una aportación adicional del presente trabajo y también deberán contrastarse a la luz de mayores pruebas para determinar su validez.
4. Por otro lado, no se realizará la inversión en títulos de deuda emitidos por corporativos privados (nacionales y extranjeros) dado que los miembros de la junta directiva de la DPCEM así lo han dispuesto en estrategias de inversión previamente seguidas.
5. A su vez, se invertirá, como se fundamentó en el capítulo uno, en dos *benchmarks* o referencias que no están contempladas en el Anexo L de la mencionada circular 15-19: el Standard y Poors Treasury Bond Index ex US y el EFFA-Bloomberg de bonos del Tesoro Estadounidense. Es por ello que se observa, como otra aportación del presente trabajo, los resultados que se logren con su empleo para un portafolio de un fondo de pensiones como el simulado.

Por tanto, con estas consideraciones, el objetivo de rendimiento de tasa actuarial buscado en la hipótesis de trabajo y con el universo de activos objeto de inversión

⁴⁴ Hay que recordar que esta parte del patrimonio (reserva técnica) no es la totalidad del patrimonio de la DPCEM y que las reservas de liquidez se contabilizan en otras cuentas ajenas a la reserva de ahorro para lograr suficiencia actuarial.

planteado, se llega a la política cuantitativa de inversión de la tabla 2.5 que formará parte de las restricciones de cardinalidad del conjunto de portafolios eficientes y de la cartera óptima resultante en el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.

2.6.4 Fundamentos adicionales de la selección de los mercados objeto de inversión

Adicional a los intereses sugeridos por la DPCEM para establecer el universo de mercados objeto de inversión así como de los parámetros de las simulaciones a realizar, se presenta un análisis del rendimiento y exposición al riesgo que tuvo cada uno de los seis índices a invertir. Esto en un afán de demostrar, de manera primigenia, las razones que fundamentaron los resultados observados en las simulaciones así como para delimitar las razones por las cuáles se ve sugerente emplear la diversificación como estrategia de generación de eficiencia (reducción de exposición al riesgo y mayor rentabilidad).

2.6.4.1 Rentabilidad de los mercados financieros estudiados

Para complementar un poco más el fundamento de la selección de los mercados previamente mencionados, se compararán cuánto valdrían \$100.00 (pesos mexicanos) invertidos de enero de 2002 a diciembre de 2010 en cada mercado que será objeto de inversión en periodos semanales. Estos resultados se contrastarán con la estrategia de invertir ese mismo monto en un activo financiero que hubiera pagado la tasa real buscada con los objetivos actuariales propuestos, derivada de la suma de la inflación semanal calculada con las variaciones del índice nacional de precios al consumidor (INPC) correspondiente (Banco de México, 2010a) más una tasa anualizada real del 3.5% o 4.5% según sea el caso del escenario actuarial estudiado. La conversión a la base 100 de cada índice se hizo con la siguiente expresión:

$$IMN_t = \left(\frac{IME_t \cdot TCI_t}{IME_1 \cdot TCI_1} \right) * 100 \quad (\text{Fórmula 2.2})$$

En donde IMN_t es el índice de mercado extranjero expresado en Moneda Nacional en el tiempo t , IME_t el valor del índice de mercado extranjero en el tiempo t y TCI_t el tipo

de cambio peso mexicano – dólar estadounidense para el caso de los tres índices con activos denominados en divisas. A su vez, IME_1 y TCI_1 son los valores en $t = 1$. Para fines de los dos benchmarks denominados en moneda nacional se tiene que $TCI_1, TCI = 1$ y para el índice de la estrategia de inversión con una tasa real, dado el cálculo de la inflación, se tiene la siguiente definición partiendo una variación porcentual semanal de la inflación ($\Delta\%INPC$)⁴⁵:

$$IMN_t = \begin{cases} 100 & \text{si } t = 1 \\ 100 + (\Delta\%INPC + \text{tasa real}) & \text{si } t = 2 \\ IMN_{t-1} + (\Delta\%INPC + \text{tasa real}) & \text{si } t > 2 \end{cases} \quad (\text{Fórmula 2.3})$$

El resultado de este ejercicio se logra en la gráfica 2.2. En la misma se aprecia que, de seguirse una estrategia de inversión *no diversificada* y de invertir solo en el mercado de capitales mexicano o el de renta fija internacional, se hubiese logrado, de manera notable, un rendimiento superior a los dos objetivos actuariales planteados. Sin embargo, esto hubiese originado que el patrimonio presentase notables fluctuaciones en su valuación, situación que no es del todo permisible en un fondo de pensiones como el objeto de estudio, ya que este debe proteger e incrementar su valor en el tiempo de manera relativamente estable para hacer frente a sus necesidades actuariales y patrimoniales de corto y largo plazo. Esto obedece a la exposición al riesgo a definir en breve. Ahora, como se aprecia en la gráfica, la línea punteada que modela el comportamiento de un portafolio en el que se invirtió (como un ejercicio teórico) a partes iguales en todos los mercados, permite tener comportamientos de rendimiento o valor en el tiempo considerablemente estables respecto al resto de los mercados en lo individual, cuyos resultados finales satisfacen los objetivos actuariales la mayor parte del tiempo. Este primer caso muestra los beneficios de realizar una estrategia de inversión diversificada internacionalmente. Sin embargo, esto puede ser complementado con lo observado en los niveles de exposición al riesgo en cada caso, término que será definido a continuación para los fines del presente estudio.

⁴⁵ Dado que los datos de inflación con que se cuenta son quincenales, los datos faltantes se derivaron con una interpolación lineal, dejando el mejor método (cuadrático, cúbico, polinomial, etc.) para investigaciones posteriores.

Tabla 2.5 Política de inversión y parámetros de máximo y mínimo a seguir en la asignación de activos del objeto de estudio

Intervalo de exposición cambiaria (del total del portafolio)			Intervalo de exposición (del total de la cartera) por mercado			Detalle de submercados comprendidos y el benchmark en el que se agrupan y que modela su comportamiento a nivel agregado				
Tipo de Denominación a invertir	Mínimo	Máximo	Tipo de Mercado a invertir	Mínimo /1	Máximo	Mercado estudiado	Moneda	Índice	Ticker o identificador empleado en el estudio	Emisor del Benchmark
Instrumentos denominados en Moneda Nacional	70%	100%	Deuda Nacional en MXN	0%	100%	Mercado de CETES (todos los vencimientos)	MXN	MEX_GUBERNAMENTAL	MEX_GUBERNAMENTAL	Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. -VALMER-
					Mercado de Bonos M	MXN				
					Mercado de Bonos IPAB	MXN				
					Mercado de Bonos	MXN				
		Mercado de Brems	MXN							
		Deuda Nacional en USD y Euros	0%	20%	Mercado de Udibonos	MXN				
		Bolsa Mexicana de Valores	0%	35%	Mercado de bonos UMS	MXN /2	MEX_UMS	MEX_UMS	Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. -VALMER-	
Instrumentos denominados en Divisas	0%	30%	Bonos del Tesoro de economías desarrolladas (excepto Estados Unidos)	0%	20%	Mercado de las 35 emisoras más bursátiles de la BMV	MXN	IPC	IPC	Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V.
			Bonos del Tesoro Norteamericano	0%	20%	Mercado de bonos del Tesoro de países como Alemania, Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, España, Finlandia, Francia, Grecia, Holanda, Irlanda, Italia, Japón, Nueva Zelanda, Noruega, Portugal, Reino Unido, Singapur, Suecia y Suiza.	USD/3	S&P-Citigroup Internacional Treasury Bond ex US de Rendimiento Total	S&PCITREU	S&P Stock Indexes
			Mercados de Capitales de Economías desarrolladas excepto México	0%	20%	Mercado de Bonos del Tesoro de los Estados Unidos	USD	EFFA-Bloomberg Estados Unidos de rendimiento Total	USTATR	Bloomberg- European Federation of Financial Analysts
					Mercados de Capitales de Economías desarrolladas excepto México	USD/3	MSCI Global Gross Equity Index	MSCI-WORLGD	MSCI Incorporated.	

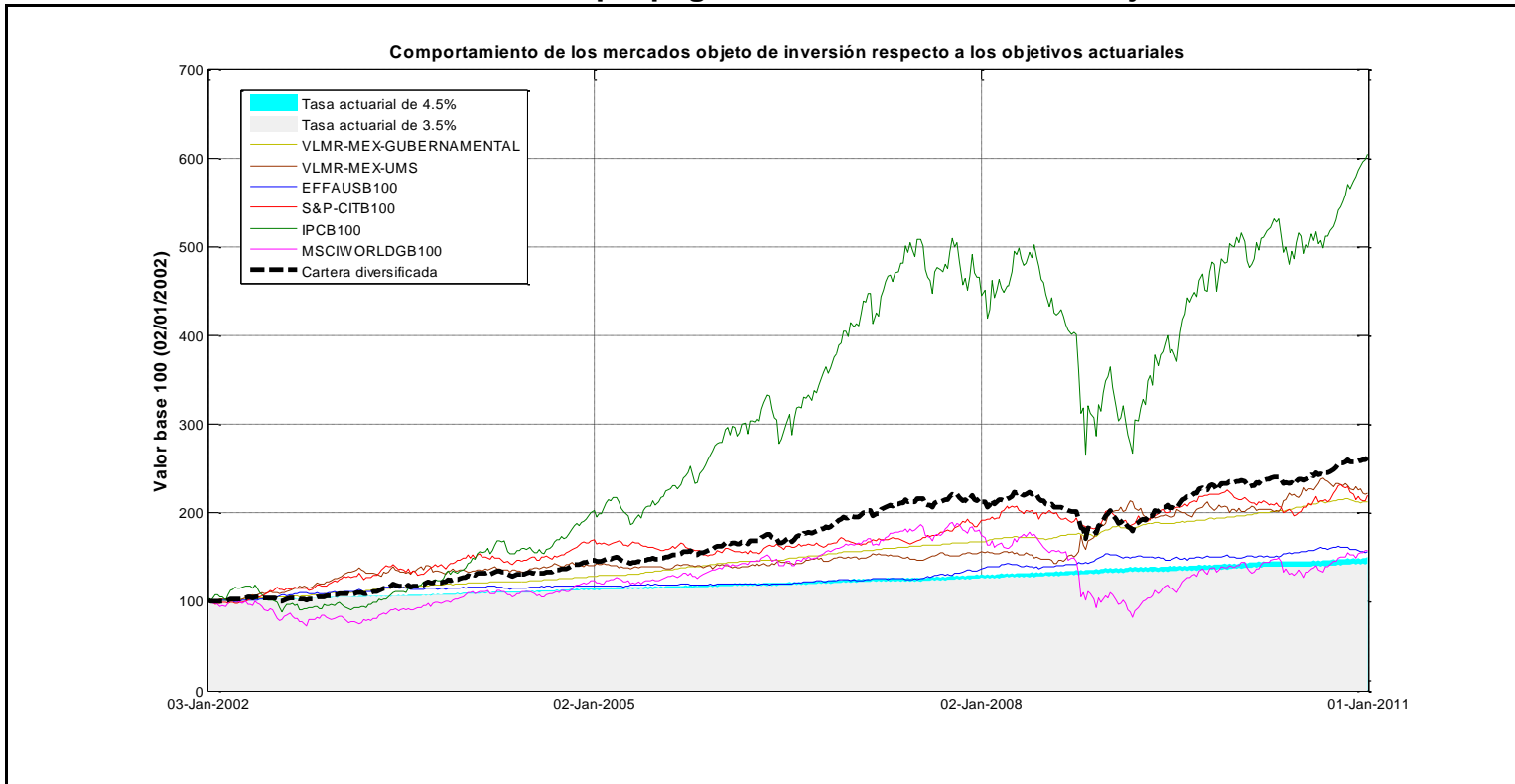
/1 Se propone un nivel mínimo de inversión en estos activos, a diferencia del régimen habitual de SIEFORES, de 0.00%.

/2 Los instrumentos modelados con este índice están denominados en dólares norteamericanos y en euros. Sin embargo su valuación se realiza en pesos Mexicanos, incorporando en su precio el efecto cambiario.

/3 Estos índices consideran activos valuados en euros, libras esterlinas, dólares canadienses y otro tipo de divisas propias de los países objeto de estudio. Sin embargo, como el caso del MEX_UMS, estos son valuados en Dólares norteamericanos por lo que incorporan el efecto cambiario de cada moneda respecto al dólar norteamericano, dejando como observable de manera directa (sin considerar el anterior) el impacto cambiario total a través de la paridad USDMXN

Fuente: Elaboración propia con información de: Fuente: Elaboración propia con información de: Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VALWeb_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Gráfica 2.2 Rentabilidad de los mercados objeto de inversión respecto a una estrategia de invertir en activos que paguen las tasas actuariales objetivo.



Fuente: Elaboración propia con información de: Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

2.6.5 La exposición al riesgo

El término “riesgo” proviene del vocablo árabe “*risq*” que significa “lo que depara la providencia”. En un sentido más económico o afín al presente, se podría concebir al riesgo como la “*contigencia*” que resulta de una diferencia respecto a lo que se esperaba de una empresa o acción respecto a lo observado. Esta lógica de variación respecto a un “valor esperado” será la concepción central del riesgo que será revisada, con definiciones más apropiadas próximas a presentar, en el contexto del presente trabajo de investigación.

Una potencial definición quizá más general en su aplicación pero que denota uno de los elementos que se ponen en consideración para comprender los riesgos en los mercados financieros podría ser: Contratiempo derivado de una minusvalía. El mismo será relacionado con una oscilación o cambio respecto a lo que en la teoría matemática de la decisión y en la Probabilidad próxima a revisar se denomina como “*valor esperado*”.

En otro enfoque más afín al tema estudiado, Venegas (2006, p. xxiii) hace una definición de origen etimológico haciendo alusión al término latino “*risicare*”, cuyo significado es “atreverse”, así como el vocablo griego “*rizha*” cuya equivalencia sería “navegar por un acantilado para alcanzar la costa”.

Según lo observado en estas definiciones, se aproxima que la definición de riesgo se relaciona a un evento cuyo resultado difiere del valor esperado en el mismo. En este punto y en términos generales, es prudente mencionar que el riesgo y la incertidumbre, aunque tienen connotaciones similares, su significado y aplicación son diferentes. En este respecto, Knight quien es citado en Pindick y Rubinfeld (2001, p. 150) establece:

“La incertidumbre puede referirse a situaciones en las que hay muchos resultados posibles, pero se desconocen sus probabilidades. El riesgo se refiere, en ese caso, a las situaciones en las que podemos enumerar todos los resultados posibles y conocemos la probabilidad de que se produzcan”.

Independientemente del contexto en que se vea, de los conceptos expuestos se puede destacar que la incertidumbre y el riesgo se prestan a ser términos sinónimos. Sin embargo, son dos constructos totalmente diferentes. El único factor común en su definición es que ambos afectan a quien se expone a ellos en el sentido de que plantean la posibilidad de obtener un resultado diferente al valor esperado de un fenómeno.

Aunque en bibliografías especializadas en microeconomía, como pueden ser Pindick y Rubinfeld (2001), Mas–Colell (1995), o Varian (1999) manejan de manera indistinta los dos términos; el riesgo, previamente acotado, definido y diferenciado de la incertidumbre, será el empleado tanto en la economía financiera clásica como en el presente contexto. Para fines de estandarización, independientemente de que se requieran de disertaciones filosóficas más elaboradas a este respecto, podría manejarse la siguiente definición de riesgo:

“El grado de variabilidad que tiene un rendimiento observado respecto a su valor esperado o tasa de rentabilidad objetivo.”

2.6.6 Tipos de riesgo

Existen múltiples aplicaciones, concepciones donde se utiliza el término riesgo para explicar fenómenos. Incluso la actividad cotidiana está expuesta a múltiples manifestaciones del concepto que, por décadas, sugirieron que la vida en general obedecía al comportamiento de un sistema no determinista sino caótico o estocástico. Sin entrar en disertaciones que corresponden a la filosofía y a la matemática, es necesario acotar, previamente definido el concepto, el tipo de riesgo aplicable al presente trabajo. En función de esto, se puede hablar de un *“riesgo financiero”*. Sin embargo, la connotación que tiene el término sigue siendo amplia ya que este puede comprender (explícita o implícitamente), de entre varios, los siguientes tipos de riesgo en función de los activos objeto de inversión (Dowd, 2005, pp. 3-16):

1. **Riesgo de liquidez.** Este es referente a:

- a) La potencial falta⁴⁶ de recursos financieros líquidos o capital de trabajo para hacer frente a sus obligaciones de corto plazo, así como para realizar sus actividades productivas más fundamentales. Este resulta de la variabilidad en la magnitud de obligaciones de pago o derechos de corto plazo.
 - b) Los niveles de bursatilidad u operatividad de los activos financieros al no existir contraparte para una operación de venta que sea imperioso realizar, lo que implica niveles de rentabilidad bajos o incluso negativos.
2. **Riesgo operativo.** Este hace alusión a las potenciales variaciones que en el nivel de productividad se pueden tener, dados los errores u omisiones que los empleados, personas o empresas cometan al realizar sus actividades.
 3. **Riesgo legal.** Se refiere a la pérdida que se sufre en caso de que exista incumplimiento de contraparte y no se pueda exigir, por la vía jurídica, el resarcimiento del daño.
 4. **Riesgo de reputación.** Se refiere a las pérdidas en ingresos presentes o futuros como resultado de un impacto negativo en la imagen o prestigio de la empresa, a través de errores de personal, falta de capacitación, omisiones, negligencia, la eventual renuncia de algún funcionario clave, fraudes o hechos afines.
 5. **Riesgo de Mercado.** Se refiere al impacto financiero⁴⁷ que se tiene al exponerse a operaciones en los mercados financieros donde se negocian los activos objeto de inversión de la persona, empresa u organismo interesado, los cuales presentan niveles de rendimiento variables en el futuro.

Este último tipo de riesgo, el de mercado, es el que será objeto de análisis y administración en el presente estudio para poder evaluar e invertir en los diferentes activos financieros, dado su nivel de rendimiento esperado y la variabilidad en su precio o tasa⁴⁸, la cual es resultante de la interacción de las fuerzas de la oferta y la demanda. Sin embargo, este tipo de riesgo tiene, a su vez, su propia tipología, de la cuál es prudente delimitar los tres que serán de interés.

⁴⁶ O, en función del tipo de empresa o persona física con actividad profesional de que se trate, exceso.

⁴⁷ Pérdidas monetarias.

⁴⁸ Situación que redundará en el concepto de “*eficiencia financiera*” o simplemente “*eficiencia*”, para fines del presente, que es un término próximo a puntualizar en su concepción.

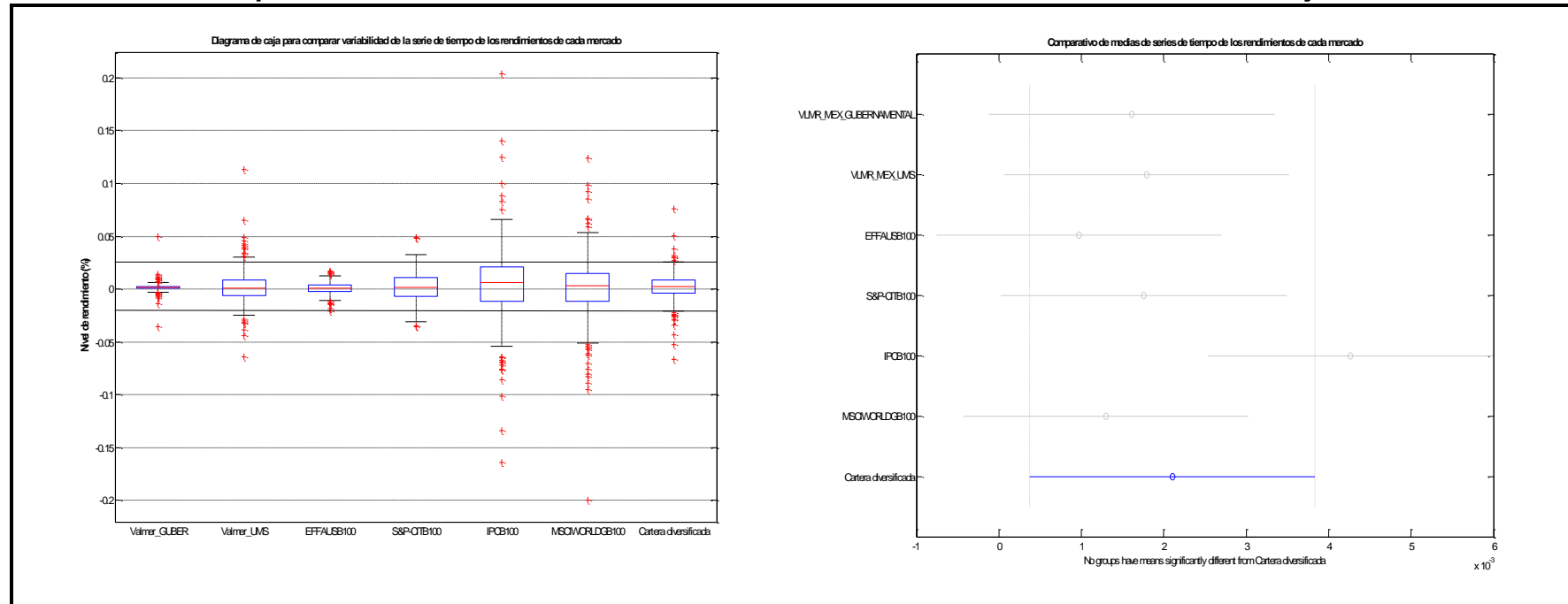
2.6.7 Tipos de riesgo de mercado.

En concreto, dada la definición de riesgo como sinónimo de variabilidad en la rentabilidad (*volatilidad*) que otorga una inversión y tomando como principal objeto de estudio un portafolio diversificado en diferentes tipos de activos financieros, es prudente hacer la tipología del riesgo de mercado afín al presente trabajo. Esto en función de los factores de volatilidad observable en dicha cartera (Dowd, 2005, p. 3):

- **Volatilidad del mercado de capitales.** Se refiere a la variabilidad inherente a los títulos de renta variable o acciones que conforman la cartera y que es propia de la fluctuación de sus precios, misma que obedece al sentimiento y expectativas de los agentes que participan en el mercado descrito.
- **Volatilidad del mercado de divisas.** Es quizá la fuente de volatilidad más considerada e *implícitamente* medida en los rendimientos de los activos financieros emitidos en moneda extranjera y valuados en moneda nacional. Esta se refiere únicamente a la variabilidad que este tipo de instrumentos tiene como contribución única y exclusiva de las fluctuaciones de los tipos de cambio en el mercado de divisas de aquellas paridades que prioritariamente tienen un régimen de libre flotación⁴⁹.
- **Volatilidad de tasa de interés.** Esta es propia del mercado de renta fija así como del mercado interbancario de créditos ya que generalmente se invierte a tasas de magnitudes determinadas que podrían ser mayores o menores respecto a los valores futuros de las mismas. El factor cambio de precio del activo adquirido (bono o crédito) es el que refleja este tipo de volatilidad ya que una baja en los niveles actuales de tasas de interés representa un incremento en el precio y viceversa. Este efecto se incrementa conforme el plazo a vencimiento del instrumento es mayor.

⁴⁹ Las monedas con diferentes regímenes de flotación pueden consultarse el catálogo de regímenes de inversión publicados por el fondo monetario internacional (2008).

Gráfica 2.3 Comparativo de la variabilidad de los rendimientos semanales de los mercados objeto de inversión.



Fuente: Elaboración propia con información de: Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd----p----->

2.6.8 Características de exposición al riesgo al invertir en los mercados financieros propuestos.

En la gráfica 2.3 se exponen los diagramas de caja y el comparativo de los rendimientos promedio de los mercados objeto de inversión y se aprecia la baja variabilidad (riesgo) del mercado de bonos gubernamentales mexicanos en contraste del mercado de capitales nacional, así como la de los mercados de bonos y capitales extranjeros que resultaron de los casos más rentables en la grafica de desempeño expuesta en la 2.2. De esto se puede observar que se cumple la primicia de que a mayor riesgo, mayor rendimiento. Sin embargo⁵⁰, se aprecia el beneficio de seguir una estrategia diversificada (pasiva) consistente en destinar la misma cantidad de recursos a los seis mercados estudiados.

Como se observa en el diagrama de caja, la variabilidad de esta estrategia es la que ocupa el segundo lugar en magnitud mínima (después de los bonos gubernamentales) y ocupa el tercer lugar en rentabilidad media (después del mercado de capitales nacional y de bonos internacionales) lo que la hace una estrategia atractiva como vehículo de inversión. Si bien es cierto que podría seguirse la misma, se verá en el apéndice D⁵¹ que el invertir a partes iguales resulta una estrategia considerada “*naïve*” o “*simplista*” que en la práctica no se sigue y que va en contra de la propia política de inversión propuesta para el objeto de estudio, ya que se logran mayores beneficios de exposición al riesgo y niveles de rendimiento tanto con otras conformaciones porcentuales como con la administración activa de carteras.

Establecido esto, será prudente delimitar el por qué se elige la diversificación como estrategia de inversión.

⁵⁰ Sin que esto sea una contradicción al enunciado anterior como se establecerá a continuación con los métodos de reducción de la exposición al riesgo.

⁵¹ Que es donde se propone la derivación de un benchmark utilizado para valuar resultados de administración así como en la propuesta de política de inversión

2.6.8.1 **Beneficios de la diversificación**

De las dos gráficas recientemente revisadas (desempeño y diagramas de caja de rendimientos), puede observarse el fenómeno de la reducción de la variabilidad y relativa estabilidad en la generación de valor de la cartera o portafolio diversificado respecto a una inversión del total del patrimonio en cada uno de los mercados. Esto se debe a que el inversionista no asigna el total de su patrimonio a un solo tipo de mercado sino que diversifica a través de la ejecución de una asignación de activos en los diferentes mercados, lo que se ve reflejado en el nivel de exposición al riesgo y en el de rendimiento.

Con este simple ejercicio gráfico se corrobora⁵² lo establecido en tratados de microeconomía, como es el caso de Varian (1999, pp. 217-235), donde se observa que las dos formas generalmente aceptadas de reducir o incluso neutralizar la exposición al riesgo son las siguientes dos actividades:

1. **La adquisición de un seguro o un activo financiero derivado**, con el cual se pacta el resarcimiento, por parte de un tercero (el vendedor de dicho instrumento), una pérdida monetaria que es resultado de un movimiento adverso en los mercados.
2. **La diversificación**, consistente en asignar el patrimonio en diferentes tipos de activos que incluso pueden tener comportamientos contrarios, situación que podría ser beneficiosa para el inversionista ya que la ganancia de un activo se elimina con la pérdida del otro o viceversa.

La segunda actividad es objeto de estudio de la teoría o programa de investigación en el que se contextualiza el presente trabajo: *la teoría moderna de portafolios*. Esta tiene su origen formal con la propuesta del premio nobel de Economía de 1992 Harry Markowitz (1952). Antes de la misma hay quienes consideran que existía una teoría clásica de portafolios (Gibson, 2000, p. 8) en la que se evaluaba el riesgo y el rendimiento de los activos del portafolio de una forma independiente (muy similar a la de los ejercicios de las gráficas 2.2 y 2.3). Sin embargo, la principal aportación de Markowitz (de entre otras que

⁵² Aunque sea una comprobación superficial y que puede ser objeto de investigaciones más elaboradas y fundamentadas, mismas que salen de la óptica de la presente tesis.

se revisarán en breve) es la de agregar una tercera dimensión a las dos previamente estudiadas de riesgo y rendimiento: la *covarianza entre activos (o mercados)*. Esta concepción teórica y los resultados de desempeño y variabilidad de rendimiento de los mercados sugeridos, lleva a establecer que es de interés proponer a la DPCEM administrar su Reserva Técnica a través de un portafolio diversificado internacionalmente para obtener una exposición al riesgo y un nivel de rendimiento⁵³ más apropiados que permitan la generación de valor y la consecución de sus objetivos actuariales de rendimiento.

Como primer impulso se podría pensar en invertir el patrimonio a partes iguales como se hizo en el caso del portafolio diversificado de una forma ingenua o *naïve*, previamente revisado. Sin embargo, existen opciones de inversión que pueden redundar en mayores niveles de rendimiento y quizá la misma o una menor exposición al riesgo, lo que implica que deben elegirse diferentes niveles de inversión por activo a los descritos previamente.

A su vez, podría considerarse conveniente, una vez encontrados los niveles de inversión óptimos, el administrar pasivamente ese portafolio manteniendo constante esta asignación de activos. A pesar de esto, dado que se trabajan con muestras de datos y que las condiciones económicas prevalecientes que influyen en los mercados son cambiantes, se aprecia más sugerente seguir una estrategia de administración activa dado que los insumos que influyen en la selección de la cartera óptima⁵⁴ son cambiantes.

Hasta ahora se ha descrito el conjunto de mercados que serán objeto de inversión y se revisaron, a la luz del desempeño de los mismos, algunas de las propiedades benéficas de la diversificación. Sin embargo, se ha establecido como propuesta el realizar una administración activa de portafolios, lo que redundaría en una asignación de activos de tipo táctico, por lo que es de primera necesidad conocer cuál es la diferencia entre una administración activa y una pasiva y cómo repercute esto en el proceso de administración de portafolios a utilizar en el presente.

⁵³ Conceptos que derivarán en el concepto de *eficiencia financiera* o simplemente *eficiencia*, para fines del presente estudio, a definir en breve.

⁵⁴ Matriz de varianzas y covarianzas y vector de rendimientos esperados por definirse. Este efecto descrito puede revisarse a mayor detalle en el apéndice C.

2.7 Selección del tipo de administración de portafolios y del tipo de asignación de activos a seguir en la misma

2.7.1 Las formas de administración de portafolios pasiva y activa

Se han observado, como propuesta de objetivo de tasa de rendimiento a lograr en la reserva técnica, tasas reales superiores al 3.5% y 4.5% así como la ejecución de una estrategia administración de portafolios internacionalmente diversificados en acciones y títulos de deuda. Las dos formas más comunes de administrar un portafolio son (Amenc y Le Sourd, 2003, pp. 6-10):

1. **Administración pasiva.** Consiste ya sea en a) seguir el comportamiento del mercado replicando la conformación en niveles de inversión de un índice bursátil que aproxime su desempeño como cartera teórica a nivel agregado⁵⁵; b) en determinar un portafolio óptimo para el inversionista que tenga una conformación porcentual por activo (o mercado) que sufra cambios marginales en base a límites de sobre y sub ponderación, o nulas variaciones a lo largo del tiempo⁵⁶; o c) una combinación de ambos.

Este tipo de estrategia se sigue por parte de los académicos y profesionales que trabajan bajo el supuesto de eficiencia informacional⁵⁷ en los mercados y que consideran que estos se encuentran en equilibrio, siendo innecesario todo esfuerzo de análisis que permita rentabilidades adicionales.

2. **Administración activa.** Al seguir este tipo de gestión se considera que los mercados no están en equilibrio perfecto y que la información que afecta los activos transados no se asimila rápidamente o no se conoce en su totalidad, por lo que existe la posibilidad de tener un mejor desempeño respecto al mercado en lo que a riesgo y/o rendimiento se refiere, esto al hacer ajustes más periódicos en los niveles de inversión por activo o tipo de activo (mercado), teniendo o no límites máximos y mínimos de inversión

⁵⁵ A esta disciplina de rebalanceo se le conoce como *réplica de índice* o *index tracking* (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.706).

⁵⁶ A esta estrategia se le conoce como *rebalanceo por posición objetivo* o *target position* (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.706).

⁵⁷ Concepto a definir en breve.

en cada caso, los cuales estarán plasmados en el documento de *política de inversión* previamente establecido para la DPCEM.

La sugerencia en el presente trabajo es emplear la segunda alternativa (administración activa) dado que se buscará aprovechar el cambio de condiciones de riesgo y rendimiento que en el corto plazo se presenten para así mejorar el perfil de rentabilidad del portafolio administrado. Esto como resultado de un reajuste en los niveles de inversión por mercado, motivado esto último por cambios en la percepción del nivel de exposición al riesgo y de la covarianza entre mercados.

El tipo de administración activa a seguir es la que se conoce como *rebalanceo por intervalo* o *interval rebalancing* (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.706) en donde se maneja el portafolio estableciendo límites máximos y mínimos de inversión en base al documento de *política* a definir a continuación.

El tipo de administración (pasiva o activa) tiene una repercusión específica en la ejecución del proceso de administración de portafolios, en concreto en la determinación del tipo de asignación de activos. Dada esta consideración, será prudente conocer la estructura general de dicho proceso (en referencias de corte académico) así como la asignación de activos a realizar en el presente.

2.7.2 El proceso de administración de portafolios en la práctica general

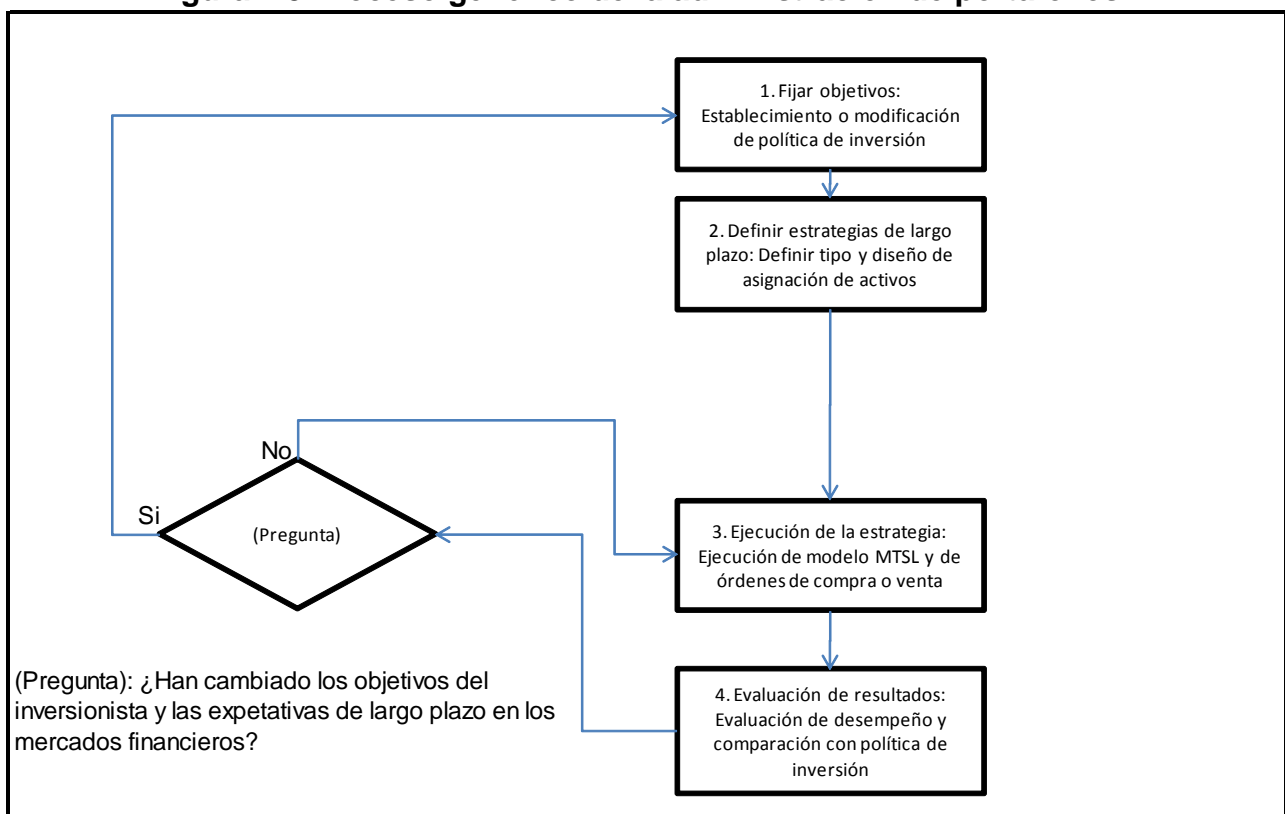
Respecto al proceso genérico de la administración de portafolios que se sigue en la práctica, se pueden citar fuentes como son los capítulos primero y segundo de Amenc, y Lesourd (2003), el 28 de Bodie, Kane y Marcus (2009) o el 27 de Elton, Gruber, Brown y Goetzmann (2009), así como la edición completa de Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey (2007) y lo expuesto en Martínez Torre-Enciso (2009, pp. 7-9). En base a las dos últimas fuentes, se presenta el proceso genérico relativo a la administración de portafolios en la figura 2.3. La primera etapa, relativa al planteamiento de objetivos, se refiere al diseño de la política de inversión que va muy de la mano de los objetivos de rendimiento, las preferencias por el grado de exposición al riesgo, la selección de mercados y tipos de activos que serán objeto de inversión así como los países y divisas en que se busca

diversificar. Este paso se ha realizado ya para el presente estudio al establecer la política de inversión.

2.7.3 La asignación de activos: La selección de la forma activa en el contexto del presente trabajo

El segundo paso del proceso genérico de administración de portafolios, expuesto en el diagrama de la figura 2.3, es el correspondiente a la asignación de activos, consistente en determinar cuál será el tipo de administración (pasiva o activa) así como definir cómo se aplica la misma en cada grupo y subgrupo de activos en el portafolio. Lo anterior implica el hacer, de manera escalonada en cada nivel, la concreción de los siguientes pasos:

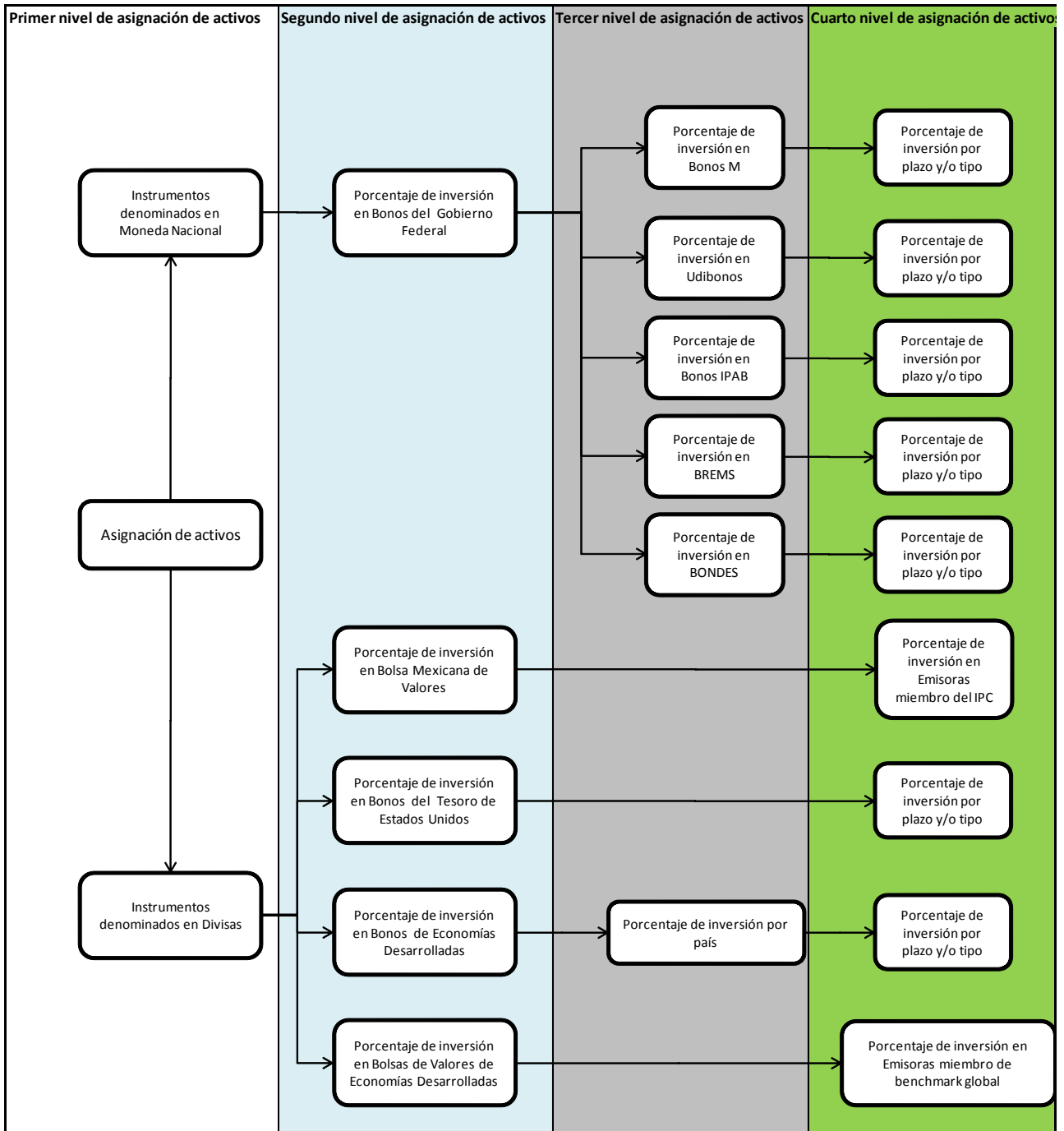
Figura 2.3 Proceso genérico de la administración de portafolios.



(Pregunta): ¿Han cambiado los objetivos del inversionista y las expectativas de largo plazo en los mercados financieros?

Fuente: Elaboración propia basado en Martínez Torre-Enciso, M. I. (2009). Plan integral de formación: Curso de gestión de carteras y estrategias con fondos de inversión para ejecutivos de Caja Madrid. Madrid, España: Fundación de Estudios Financieros - Instituto Español de Analistas Financieros (documento de trabajo) y Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007) Managing Investment Portfolios. A dynamic Process (CFA Institute Investment Series). Hoboken, USA: John Wiley and Sons Inc. (pp. 5 a 10)

Figura 2.4 Diagrama para la conformación de la matriz de asignación de activos sugerido.



Fuente: Elaboración propia basado en Martínez Torre-Enciso, M. I. (2009). Plan Intergal de Formación: Curso de gestión de carteras y estrategias con fondos de inversión para ejecutivos de Caja Madrid. Madrid, España: Fundación de Estudios Financieros - Instituto Español de Analistas Financieros (p. 174-186) y de Maggin, J. L., Tuttle, D. L., McLeavey, D. W. y Pinto, J. E. (2007). Managing Investment Portfolios. A Dynamic Process (CFA Institute Investment Series). Hoboken, USA: John Wiley and Sons Inc. (pp. 230-320).

1. Definir los grupos (o sub grupos según sea el nivel) de activos objeto de inversión.
2. Realizar el proceso cuantitativo para determinar los niveles de inversión óptimos en cada grupo y/o subgrupo dadas las preferencias del inversionista. En este punto se aplica el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner mismo que se repite en los

diferentes niveles de asignación de activos que puede tener una cartera, de los que se establecen los cuatro expuestos para el objeto de estudio en la figura 2.4. De esta se observa que el presente estudio se realiza el presente paso solo para el primero y segundo nivel de la asignación de activos. Esto se sugiere como práctica cotidiana en Maggin, Tuttle, MacLeavey y Pinto (2007, p. 286) si no se cuenta con la infraestructura para llevar a cabo una administración de portafolios más compleja y específica.

2.7.3.1 Tipos de asignación de activos

Existen fundamentalmente dos tipos de asignación de activos en función del tipo de administración a seguir. Para ello se empleará la tipología de Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007, pp. 230-254) y Martínez Torre-Enciso (2009, pp. 183-186):

1. *Asignación de activos estratégica* que consiste en elegir una distribución del patrimonio a invertir en activos que cumplan con objetivos de rendimiento, exposición al riesgo y requerimientos del inversionista a largo plazo, misma que permanecerá prácticamente constante a lo largo de la vida del proyecto de inversión. Esta es propia de lo que se ha denominado previamente como *administración pasiva de portafolios*.
2. *Asignación de activos táctica* que consiste en elegir una asignación de corto o mediano plazo diferente a la de la política de inversión en la que constantemente se está modificando la estructura⁵⁸ acorde tanto a las expectativas de riesgo y rendimiento de los mercados en el corto plazo, como a la política de inversión. Este tipo de asignación es propia de una administración activa y lo será para el presente.

⁵⁸ Respetando, claro está, los niveles de inversión máximos y mínimos permitidos en el documento de la política de inversión.

2.7.3.2 Consideraciones a la asignación de activos y a la política de inversión

En base a lo anteriormente mencionado respecto al proceso de administración de portafolios revisado y su aplicación al objeto de estudio, se observa:

1. El tipo de asignación de activos recomendada para la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán es de tipo táctica para poder realizar una administración activa de portafolios tomando los niveles de inversión máximo y mínimo por mercado denotados en la política de inversión de la tabla 2.5.
2. El nivel de análisis de asignación de activos máximo al que se llegará en la fase experimental, basándose en el flujo expuesto en la figura 2.4, será hasta el segundo. Es decir, simplemente se hará un proceso de asignación de activos táctico por tipo de mercado, dejando una *selección de activos*⁵⁹ (Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto, 2007, p. 10) en una administración pasiva.

2.7.4 La fase de ejecución de la estrategia

El paso relativo a la ejecución de la estrategia consiste, una vez establecida la política de inversión y el tipo de asignación de activos y estrategia de administración a realizar, en ejecutar periódicamente (para el caso de la administración activa que atañe al presente estudio) las compras y/o ventas a realizar determinadas con el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner empleado en el paso anterior.

2.7.5 Evaluación de resultados del proceso de administración

La evaluación de resultados de la administración en el periodo t se realiza cuando se calcula la variación porcentual del valor del portafolio después del periodo de interés (por lo general día, semana, mes, semestre o año) así como con las medidas de rendimiento ajustadas a riesgo como son los índices de Sharpe (1966), Treynor (1965) y el Alpha de Jensen (1968) próximos a definir.

⁵⁹ Traducción literal del término *security selection* que se presenta en Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007, p.10) para definir la conformación del portafolio por tipo de activo o mercado.

En este paso del proceso es cuando se determina si existe ya sea una separación de la conformación porcentual de un *benchmark*⁶⁰ derivado ya sea para fines netamente de valuación o para emular el comportamiento de un portafolio administrado pasivamente.

También se determina si existen notorias desviaciones a los parámetros, legales o de riesgo, establecidos en la política de inversión y, a su vez, se revisa si los objetivos del inversionista son los mismos. Si esto es así, los pasos de ejecución y evaluación se siguen ejecutando de manera cíclica. De lo contrario, se replantea tanto la política de inversión como la estrategia de administración de portafolios a seguir.

Ya que se definió y fundamentó la existencia del problema que motiva la realización del presente trabajo de investigación, que se hizo la propuesta para solucionarlo y, en el contexto de dicha propuesta, se elaboró la política de inversión⁶¹, es necesario concluir el presente capítulo de contexto situacional de la investigación observando en qué programa se encuadra el presente y qué interacción puede tener el mismo con otras ramas del conocimiento, para definir a su vez, cuál es la lógica de selección óptima empleada del inversionista en la teoría moderna de portafolios.

2.8 La economía financiera como contexto de la teoría moderna de portafolios y del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

La economía financiera es el campo de estudio de los problemas del otorgamiento y recepción de financiamiento por parte de los inversionistas, así como de los agentes (denominados emisores) que requieren del mismo. Una definición pertinente la aportan Marín y Rubio (2001, p. 3):

“Se puede entender la economía financiera como el estudio del comportamiento de los individuos en la asignación intertemporal de sus recursos en activos financieros en un

⁶⁰ El cálculo del benchmark que se derivó en el presente trabajo para fines de valuación se fundamentará en el capítulo correspondiente a la revisión de las simulaciones realizadas.

⁶¹ Mercados y estrategia de inversión.

entorno incierto, así como el estudio del papel de las organizaciones económicas y los mercados institucionalizados en facilitar dichas asignaciones.”

Otra definición más puntual y pragmática, se aprecia en el tratado de Economía Financiera, tanto clásica como conductista, de Hens y Rieger (Hens y Rieger, 2010, p. 5): *“La economía financiera es la interfaz que conecta las finanzas con la Economía.”*

La parte de interés en estas definiciones y la relativa al presente estudio es la que trata la asignación intertemporal de recursos en activos financieros por parte de los inversionistas. De esta se destaca que, como se mencionó al establecer la definición del concepto de eficiencia financiera, la asignación se realiza en un entorno de riesgo.

De la definición planteada, es de interés mencionar que el estudio principal de la economía financiera se enfoca en dos aspectos:

1. La forma en cómo los agentes en los mercados financieros intercambian sus recursos (activos financieros o dinero) para realizar la actividad de inversión y/o financiamiento. Esto implica modelar la generación e intercambio de información.
2. La valuación de activos financieros con o sin la presencia de equilibrio en el mercado así como con las posibilidades de generar o no arbitraje.

El segundo aspecto será el de interés para la teoría moderna de portafolios, siendo el primero (como se ha hecho mención) propio de los estudios de la eficiencia informacional en los mercados.

La economía financiera se diferencia de otros programas debido a que su objeto de estudio es, como se mencionó, los mercados financieros y la asignación de recursos en los activos transados en los mismos.

Ross (1987) realiza una exposición para contextualizar dicho programa en la teoría económica, en especial en la microeconomía de la que destaca, para los fines de valuación de activos financieros, el siguiente proceso que describe la actividad del inversionista:

1. Decidir cuánto consumir (o producir, B_1) e invertir (B_2) en t_0 . Donde B_1 es lo que Tobin (1956) denominará los *balances transaccionales* que establecen los montos que el agente ejercerá para realizar su actividad productiva o personal y B_2 serán los denominados *balances de inversión*, los cuales son uno de los objetos de estudio de la economía financiera.
2. Valorar los diferentes activos financieros⁶².
3. Realizar la inversión en los más apropiados para los fines, parámetros y función de utilidad del inversionista.

Como se aprecia, la valuación de otro tipo de activos productivos o de consumo, sale de la óptica de la teoría de interés; y los beneficios o rendimientos que pagan los activos financieros al inversionista van en función del desempeño de la empresa u organismo a la que se le otorgan recursos (B_2 en la óptica del inversionista) para financiarla vía la inversión.

Ya que se acotó el campo de estudio de la economía financiera, se podría pensar que no se está contextualizando la teoría revisada dentro de las ciencias administrativas al relacionarse directamente con la Economía. Sin embargo, estas pueden tener una interrelación práctica (más no definición teórica u origen entre sí). La revisión de esta connotación será muy general y se realiza para *aproximar* una relación que las ciencias administrativas y la economía financiera, en especial la teoría moderna de portafolios, podrían tener; sin que estas formen un mismo programa o presenten dependencia teórica alguna. A su vez, es una breve contribución preliminar del presente trabajo que está sujeta a mejoras y discusiones por parte de teóricos en los programas de investigación involucrados.

Para poder establecerse esta relación, debe definirse lo que se puede concebir como empresa. Tal como lo menciona Bueno Campos (2006, p. 25): *“Es un concepto de definición compleja que contempla una serie de aspectos o perspectivas de donde puede ser estudiado.”* Una definición que aporta este autor es:

⁶²Pueden ser individuales o portafolios que se consideran como un activo financiero compuesto. Esto se hará en un contexto de valuación y elección de racionalidad limitada con dos parámetros: riesgo y rendimiento.

1. *“Acción ardua y peligrosa que valerosamente se comienza”.*
2. *“Obra o designio llevado a efecto en especial cuando intervienen varias personas.”*
3. *“Entidad integrada por capital y trabajo como factores de producción dedicados a actividades industriales, comerciales o de prestación de servicios con ánimo de lucro y bajo su responsabilidad”.*

De las tres expuestas es la tercera de interés y la más concreta para la concepción actual de empresa, aunque pueden existir empresas sin ánimo de lucro⁶³. Dentro de los aspectos que contempla la empresa en su funcionamiento, Bueno Campos menciona los siguientes:

1. Aspecto técnico-productivo que se asocia a su proceso productivo o de transformación técnica de valor.
2. Aspecto económico-financiero en el que se destacan transacciones comerciales y monetarias en el mercado.
3. Aspecto jurídico y social que se observa en el empleo de las personas, los contratos y las relaciones internas y con la sociedad.

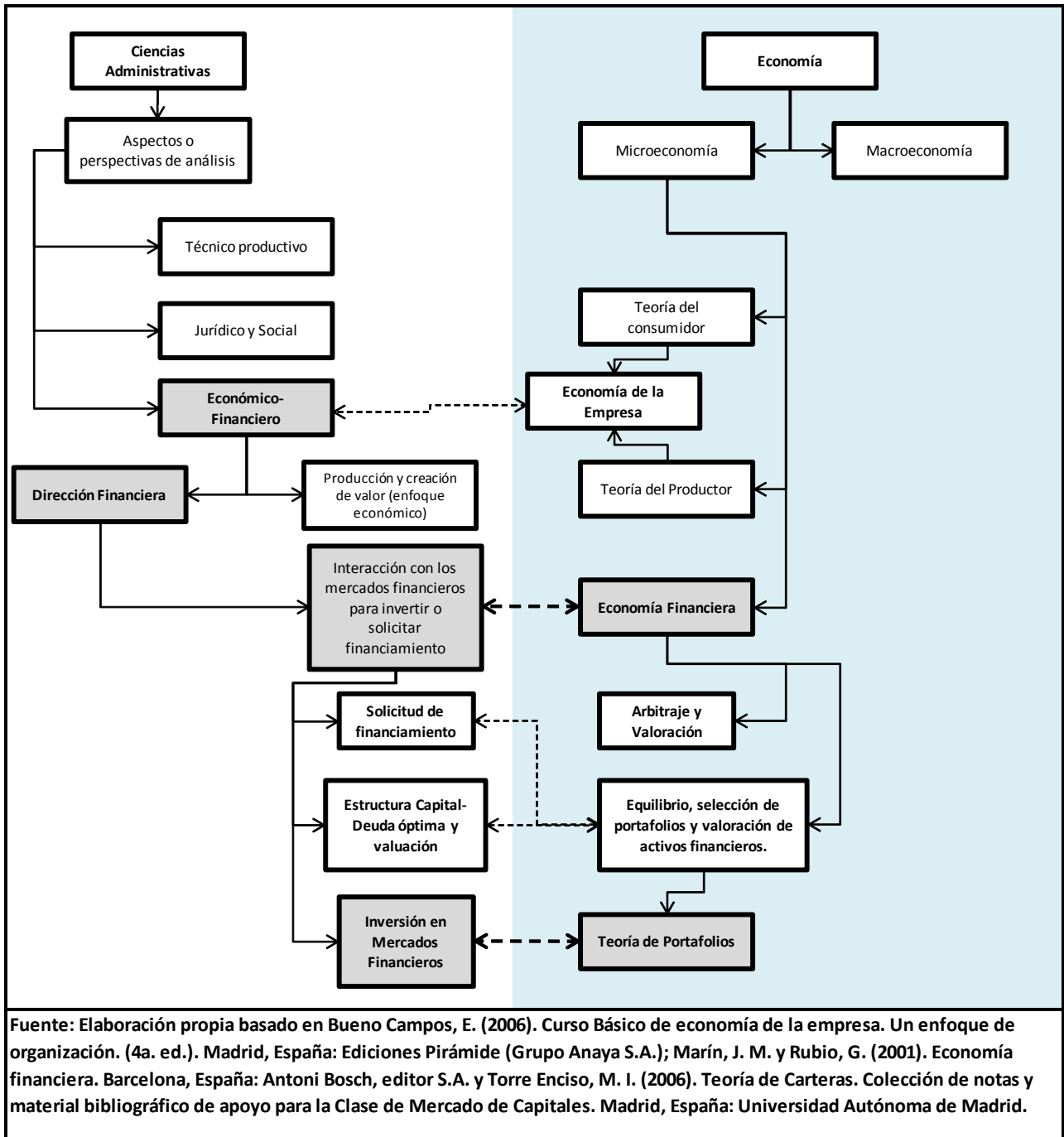
A la economía financiera, prioritariamente, le interesa el segundo aspecto relacionado a la interacción económica de la misma en los mercados financieros.

Para esquematizar de una forma adecuada la propuesta de contextualización⁶⁴ de la teoría moderna de portafolios dentro de la Economía y para establecer la potencial interacción práctica que tiene esta con las ciencias administrativas se presenta la figura 2.5. En esta se recogen los aspectos más relevantes a la revisión realizada a Bueno Campos (2006), Marín y Rubio (2001), y Martínez Torre-Enciso (2006, p. 115).

⁶³ Sin entrar en disertaciones teóricas, legales o mercantiles, baste decir, para fines de exposición, que la definición aplica para empresas públicas, privadas, con fines de lucro y sin ellos.

⁶⁴ Reiterando: Sin que esto sea el principal objetivo del estudio y observando que está sujeto a mejoras teóricas. Esta es una breve contribución paralela que surge del deseo de dar una explicación, en la medida de lo posible, clara respecto a esta interacción entre líneas de conocimiento.

Figura 2.5 Contextualización de la teoría de portafolios en la economía y su interacción con las ciencias administrativas.



Por tanto, se observa que la teoría moderna de portafolios forma parte de la economía como área de estudio de la economía financiera y tiene aplicación o relación práctica en las ciencias administrativas al estudiar la forma adecuada en que la empresa debe invertir o adquirir recursos en los mercados financieros dentro del aspecto económico-financiero de la misma.

Esta connotación práctica respecto a la contextualización de la teoría moderna de portafolios y su interacción con la denominada dirección financiera se busca para complementar algunas potenciales ambigüedades tal como se presentan y enumeran en Martínez Torre-Enciso (2006, p. 115):

“El primer problema con el que nos enfrentamos al abordar la dirección financiera de la empresa es de carácter terminológico ya que puede recibir diferentes denominaciones. Así, términos utilizados con cierta frecuencia para denominar la disciplina en la que se estudian los problemas de inversión y financiación empresarial son: “Administración, dirección o gestión financiera”, “Financiación de empresas”, “Finanzas empresariales”, “Economía financiera” y “Teoría de las decisiones empresariales”. Expresiones como “Planificación financiera” o “Presupuesto de capital”, son también utilizadas para referirse a aspectos concretos de sus contenidos.”

De lo anterior, se puede observar que economía financiera sería un programa de investigación más adecuado y original al estudio de estos temas desde la perspectiva de la teoría económica, siendo sus objetivos formales y materiales (no teóricos) los mismos con la aplicación práctica en la dirección financiera en el contexto de las ciencias administrativas. De lo mencionado, es importante resaltar que la economía financiera y la economía de la empresa son paradigmas relacionados pero independientes por su naturaleza, contextualización y contenidos. Por tanto, la figura 2.5 se sugiere como mero referente preliminar para evitar ambigüedades en términos como pueden ser la eficiencia en el contexto de la productividad (en general) de la empresa y la eficiencia en términos financieros o eficiencia financiera por definir en breve.

2.8.1 La teoría moderna de portafolios

2.8.1.1 La lógica fundamental de la evaluación de activos en la teoría moderna de portafolios: el problema del inversionista.

Antes de revisar los diferentes modelos de la teoría moderna de portafolios en el marco teórico así como la derivación de la función de utilidad empleada para la selección

óptima, es prudente delimitar cuál será la lógica fundamental en la elección del inversionista en el presente contexto (teoría y estudio).

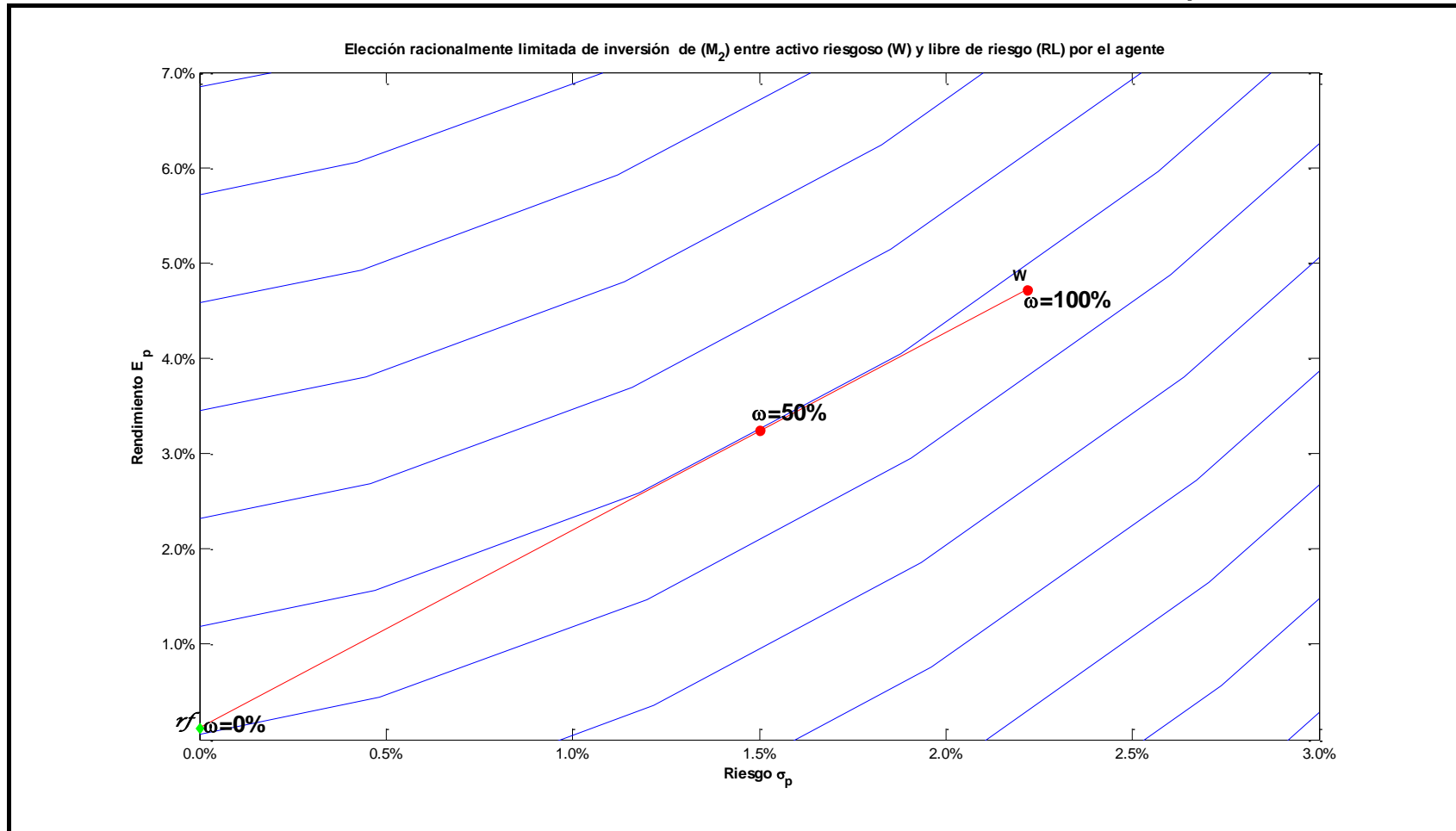
El agente de interés, tal como se establece por la proposición de Tobin (1958) próxima a revisar, realiza una elección racional de tipo limitado para asignar su balance de inversión B_2 entre solo dos tipos de activos: 1) uno libre de riesgo rf y 2) uno riesgoso W . La proporción ω que destine al segundo se definirá en el punto de tangencia de una de sus curvas de indiferencia, dada una función de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$, con una recta que se denominará la *línea de asignación de capital*; la cual determina el rendimiento de un portafolio diversificado en los dos tipos de activos mencionados como función de ω . Esto se esquematiza en la gráfica 2.4 en donde se expone, a manera de ejemplo teórico, un valor óptimo de $\omega^* = 50\%$ de B_2 asignado a W y el resto $(1 - \omega^*)$ a rf .

Como está por delimitarse, lo previamente descrito es la lógica optimizadora subyacente del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner y de prácticamente todos los modelos de la teoría moderna de portafolios⁶⁵.

En este punto debe mencionarse, como está por establecerse de manera formal en breve, que el rendimiento que paga el activo considerado libre de riesgo rf es un valor exógeno y, en la mayoría de los casos, conocido por el agente al estar dado por el mercado financiero. A su vez, su definición se establece por convención o práctica y no en base a alguna teoría económica específica.

⁶⁵ Salvo el modelo estándar que se revisará a continuación.

Gráfica 2.4 La selección del inversionista en el contexto de la teoría moderna de portafolios.



Fuente: Elaboración propia basado en Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets.

La proporción óptima de inversión en el activo riesgoso ω se da por $U(E_p, \sigma_p^2)$ y W será el objeto a determinar por el mismo agente en base a su política de inversión, por un lado, y por la covarianza que guardan los activos objeto de inversión dentro del mismo por otro. La derivación de W para realizar la decisión previamente descrita es el objeto cuantitativo total que motiva la teoría o programa a revisar⁶⁶ y es, junto con la elección racional de la gráfica 2.4, la clave cuantitativa para realizar lo que se entiende como *asignación de activos* en el contexto del proceso de administración de portafolios a proponer en el presente.

Ya visitada la decisión racional del inversionista en el contexto de la teoría moderna de portafolios, es menester iniciar la revisión del marco teórico del presente trabajo iniciando con la función de utilidad con que se realiza y la lógica de derivación de W en el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.

Sin embargo, antes de ello y siguiendo los estándares académicos de la universidad donde se lee el presente, se presentan los objetivos a lograr e hipótesis a demostrar, así como la correspondiente matriz de congruencia metodológica.

⁶⁶ Teoría moderna de portafolios

3 Planteamiento del problema, objetivos, hipótesis de la investigación y metodología para demostrarla

La exposición del presente capítulo se hace siguiendo la secuencia de la matriz de congruencia metodológica establecida como estándar académico en el Instituto de Investigaciones Económicas y Empresariales de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo que es donde se lee el presente trabajo. Esta es la guía lógica que normará la realización del presente una vez identificado el problema de investigación a resolver y su potencial solución.

3.1 Problema de investigación y los objetivos e hipótesis que del mismo se derivan

Dados los hechos observados y descritos en el capítulo anterior, se observó el siguiente problema general a resolver en el estudio:

“La dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán no cuenta, para su reserva técnica, con un proceso de administración de portafolios diversificados en mercados nacionales y extranjeros y desconoce si, al emplear el mismo, puede obtener una tasa real igual o superior a sus objetivos actuariales en esta parte específica de su patrimonio..”

Lo anterior llevó a probar la utilidad de la propuesta de emplear un proceso de administración activa de portafolios que permita, vía la inversión diversificada en los seis mercados propuestos como objeto de inversión en la tabla 2.3, lograr e incluso superar los objetivos actuariales planteados de 3.5% y 4.5% real, llevando al cuestionamiento dado por la pregunta general de la investigación: *¿Se logra una tasa de rendimiento real igual o superior a los objetivos de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM) al emplear un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificados?* Esto orienta al objetivo de *“Determinar que, con el empleo de un proceso de administración de portafolios en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), se logra una tasa real de rendimiento igual o superior a los objetivos actuariales establecidos para la misma.”*

La forma en que se busca lograr el objetivo citado es a través de una prueba en retrospectiva o “*backtest*” en la que se realizará una simulación de eventos discretos partiendo del cuatro de enero de 2002 como fecha inicial al 31 de diciembre de 2010 en intervalos semanales donde, en cada periodo, se correrá el proceso de administración de portafolios a proponer. Esto con la finalidad de realizar reajustes en los niveles de inversión en cada mercado. Con los resultados logrados se comprobó, como está por exponerse, que la siguiente hipótesis general o de trabajo para el estudio se cumple:

“Se observan en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tasas de rendimiento igual o superiores a sus objetivos actuariales si se emplea en la misma un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificado. Esto en virtud de que el valor base cien de la misma es igual o superior al de un activo teórico que logra los objetivos mencionados”:

Para poder expresar, en términos cuantitativos, la hipótesis anterior, se tiene la siguiente operacionalización de variables:

$$H_0: VP100_i \geq VP100_{real} \quad (\text{Fórmula 3.1})$$

En donde $VP100_i$ es el valor base 100 al cuatro de enero de 2002 del portafolio administrado y $VP100_{real}$ es un portafolio al que se supone hipotéticamente que se logra conseguir una tasa real de 3.5% o 4.5%.

Para lograr la consecución de la hipótesis previa, se debió determinar la fórmula de cálculo de los insumos del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner a revisar. Esto es, la matriz de varianzas y covarianzas así como el vector de rendimientos esperados por activo. En el último caso no se hicieron modificaciones en términos de pronóstico de rendimiento a la práctica originalmente propuesta (medias aritméticas de realizaciones). Sin embargo, se eligieron dos métodos diferentes a los originales para determinar la matriz de varianzas y covarianzas, al poder realizar pronósticos de dichos parámetros con los modelos GARCH ortogonales u O-GARCH. Es por ello que fue necesario seguir una serie de objetivos específicos para resolver sus correspondientes problemas, consistentes

en determinar cuál de los tres métodos de cálculo de la matriz de varianzas y covarianzas es el más adecuado:

1. Matriz de varianzas y covarianzas con parámetros constantes.
2. Matriz de varianzas y covarianzas derivadas para $t + 1$ con modelos O-GARCH con función de verosimilitud gaussiana.
3. Matriz de varianzas y covarianzas derivadas para $t + 1$ con modelos O-GARCH con función de verosimilitud t-Student.

Por ello, se corrieron en realidad tres simulaciones diferentes del proceso propuesto y se compararon los resultados logrados para determinar cuál es el más apropiado a emplear.

Dada la descripción general del problema de investigación, los objetivos e hipótesis tanto generales como particulares, es de interés por principio de orden, enumerar las preguntas, objetivos e hipótesis tanto general como particulares a lograr y comprobar en el presente estudio.

3.2 Pregunta general de investigación

Dado el problema general de investigación, se establece el mismo en forma de interrogante:

“¿Se logra una tasa de rendimiento real igual o superior a los objetivos de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM) al emplear un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificados?”

3.3 Preguntas particulares de investigación

En virtud del empleo de los tres tipos de matriz de covarianzas a utilizar, mismos que plantean tres escenarios diferentes para derivar el portafolio óptimo en el proceso de administración pertinente, se ve de necesidad establecer formalmente las preguntas de investigación particulares para cada uno de los casos de interés:

1. Al emplear en el proceso de administración de portafolios propuesto la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con parámetros constantes ¿se logra la máxima eficiencia financiera en una administración activa de portafolios?
2. Al emplear en el proceso de administración de portafolios propuesto la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con modelos O-GARCH gaussianamente distribuidos ¿se logra la máxima eficiencia financiera en una administración activa de portafolios?
3. Al emplear en el proceso de administración de portafolios propuesto la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con modelos O-GARCH t-Student distribuidos ¿se logra la máxima eficiencia financiera en una administración activa de portafolios?

Como acotación de interés, se desea observar que el término de eficiencia financiera se revisará en breve en el marco teórico para fines de la economía financiera y de la teoría moderna de portafolios así como del presente estudio.

3.4 Objetivo general de la investigación

Dada la pregunta general de la investigación realizada, se establece el objetivo general de la misma como sigue:

“Determinar que, con el empleo de un proceso de administración de portafolios en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), se logra una tasa real de rendimiento igual o superior a los objetivos actuariales establecidos para la misma.

3.5 Objetivos particulares de la investigación

Siguiendo las preguntas particulares de investigación previas se determina el cubrir uno de los siguientes objetivos particulares. Esto dado el hecho de que solo una de las tres matrices de covarianzas utilizadas y contrastadas será la que se elija, lo que lleva a que solo uno de estos tres se logre:

1. *“Determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas \mathbf{C} con parámetros constantes.”*
2. *“Determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con modelos O-GARCH gaussianamente distribuidos.”*
3. *“Determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con modelos O-GARCH t-Student distribuidos.”*

3.6 Hipótesis general y particulares del trabajo

Dado que previamente se planteó la hipótesis general que se piensa demostrar, es de necesidad observar que esta surge de la secuencia lógica *pregunta general-objetivo general* previamente revisada. Por tanto, solo se presentarán en este sub capítulo, dadas las preguntas y objetivos particulares, las hipótesis correspondientes, de las cuales solo una de ellas podrá comprobarse, al igual que los objetivos del que se derivan. Esto último en función de que solo una matriz de covarianzas demostrará ser la más apropiada para los fines buscados:

1. *“Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con parámetros constantes.”*
2. *“Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con el modelo O-GARCH gaussianamente distribuido.”*
3. *“Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas \mathbf{C} derivada con el modelo O-GARCH t-Student distribuido.”*

3.7 Tipo de investigación a realizar

Basándose en Briones (2006, pp. 77-95) y haciendo una revisión de Bunge (2000, pp. 678-711), la presente investigación tiene un enfoque hipotético-deductivo debido a que su hipótesis de trabajo o general se deduce de una teoría o programa de investigación⁶⁷ específico y en virtud de que se buscará demostrar la validez de la misma para darle validez externa a dicho programa. Esto es, la hipótesis, para cumplirse, emplea el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner o MTSL, el cual se contextualiza en la teoría moderna de portafolios, la cual maneja una hipótesis superior que es el lograr mejores niveles de riesgo y rendimiento⁶⁸ si se emplea la misma en una cartera diversificada y óptimamente derivada empleando criterios de selección limitadamente racionales.

En el caso del presente, se busca comprobar que, una vez definido el modelo cuantitativo de valuación y selección óptima de portafolios en el contexto del proceso propuesto, se logra una tasa de rendimiento real igual o superior a los objetivos actuariales, dándole validez externa al mismo y a la teoría donde se contextualiza, en un caso práctico concreto. Al lograrse esto, se hizo una actividad de heurística positiva a la teoría moderna de portafolios con la ejecución práctica del modelo MTSL (Chalmers, 2006, p. 115) así como de la aplicación de los modelos de análisis de series de tiempo empleados para pronosticar riesgos. Esto al probar la validez práctica del proceso propuesto que hace empleo de dichas teorías *a la luz de los datos y simulaciones con que se cuenta*.

A pesar de que las consideraciones de este sub capítulo corresponden a un estudio epistemológico y de filosofía de la ciencia más profundo que sale de la delimitación temática, se deja esto como una descripción general del tipo de investigación a realizar, misma que se reconoce puede estar sujeta a mejoras.

⁶⁷ En el enfoque de Imre Lakatos (Chalmers, 2006, pp. 111-125).

⁶⁸ O eficiencia financiera como se definirá en breve.

MATRIZ DE CONGRUENCIA METODOLÓGICA

Presenta: MEF Oscar Valdemar De la Torre Torres

Título de la Investigación: "ADMINISTRACIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN MERCADOS FINANCIEROS INTERNACIONALES PARA LAS RESERVAS TÉCNICAS DE LA DIRECCIÓN DE PENSIONES CIVILES DEL ESTADO DE MICHOACÁN EMPLEANDO MODELOS GARCH ORTOGONALES"

Problema de Estudio: "La dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán no cuenta, para su reserva técnica, con un proceso de administración de portafolios diversificados en mercados nacionales y extranjeros y desconoce si, al emplear el mismo, puede obtener una tasa real igual o superior a sus objetivos actuariales en esta parte específica de su patrimonio."

PREGUNTAS	OBJETIVOS	MARCO TEÓRICO	HIPÓTESIS	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	
GENERAL O DE TRABAJO	GENERAL O DE TRABAJO	GENERAL O DE TRABAJO	GENERAL O DE TRABAJO	GENERAL O DE TRABAJO	
¿Se logra una tasa de rendimiento real igual o superior a los objetivos de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM) al emplear un proceso de administración de portafolios internacionales diversificados?	Determinar que, con el empleo de un proceso de administración de portafolios en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), se logra una tasa real de rendimiento igual o superior a los objetivos actuariales establecidos para la misma.	1. Teoría de portafolios a través del modelo Markowitz (1952), Tobin (1958), Sharpe (1963) y Lintner (1965) o MTSL 2. Modelo GARCH ortogonal (Alexander & Chibumba, 1996), (Alexander, 2001), (Van der Weide, 2002) con variantes de distribución de probabilidad gaussiana o t-Student. 3. Pruebas paramétricas multivariada de hipótesis: análisis ANOVA unidireccional.	"Se observan en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tasas de rendimiento igual o superiores a sus objetivos actuariales si se emplea en la misma un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificado. Esto en virtud de que el valor base cien de la misma es igual o superior al de un activo teórico que logra los objetivos mencionados." $H_0: VP100_i \geq VP100_{real}$	VARIABLE DEPENDIENTE Diferencial entre portafolio administrado con el proceso propuesto y el benchmark base 100 que representa el objetivo actuarial $VP100_i - VP100_{real}$	VARIABLE INDEPENDIENTE Benchmark base 100 que replica activo financiero teórico que logra el objetivo actuarial de tasa real $VP100_{real}$ Valor base 100 (enero de 2002) del valor del portafolio administrado con el proceso propuesto. $VP100_i$
ESPECÍFICOS	ESPECÍFICOS	TEORÍAS ESPECÍFICAS POR OBJETIVO	DE TRABAJO (EN BASE A PREGUNTAS Y OBJETIVOS ESPECÍFICOS)	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES POR TIPO DE VARIABLE INDEPENDIENTE	
1. Al emplear en el proceso de administración de portafolios propuesto la matriz de covarianzas C derivada con parámetros constantes ¿Se logra la máxima eficiencia financiera en una administración activa de portafolios?	1. Determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas C con parámetros constantes.	1. Teoría de portafolios a través del modelo Markowitz (1952), Tobin (1958), Sharpe (1963) y Lintner (1965) o MTSL 3. Pruebas paramétrica multivariada de hipótesis: análisis ANOVA unidireccional.	1. Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas C derivada con parámetros constantes.	VARIABLE DEPENDIENTE Medidas de desempeño de administración de portafolios: Índice de sharpe, índice o razón de Treynor y Alpha de Jensen	VARIABLE INDEPENDIENTE Tesa de interés libre de riesgo (CETES de 28 días equivalente semanal), rendimiento ponderado por dinero, desviación estándar del portafolio o coeficiente beta de la cartera con el benchmark derivado en la política de inversión.
2. Al emplear en el proceso de administración de portafolios propuesto la matriz de covarianzas C derivada con modelos O-GARCH gaussianamente distribuidos ¿Se logra la máxima eficiencia financiera en una administración activa de portafolios?	2. Determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas C derivada con modelos O-GARCH gaussianamente distribuidos.	1. Teoría de portafolios a través del modelo Markowitz (1952), Tobin (1958), Sharpe (1963) y Lintner (1965) o MTSL 2. Modelo GARCH ortogonal (Alexander & Chibumba, 1996), (Alexander, 2001), (Van der Weide, 2002) con variantes de distribución de probabilidad 3. Pruebas paramétrica multivariada de hipótesis: análisis ANOVA unidireccional.	2. Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas C derivada con un modelo O-GARCH gaussianamente distribuido.	VARIABLE DEPENDIENTE Medidas de desempeño de administración de portafolios: Índice de sharpe, índice o razón de Treynor y Alpha de Jensen	VARIABLE INDEPENDIENTE Tesa de interés libre de riesgo (CETES de 28 días equivalente semanal), rendimiento ponderado por dinero, desviación estándar del portafolio o coeficiente beta de la cartera con el benchmark derivado en la política de inversión.
3. Al emplear en el proceso de administración de portafolios propuesto la matriz de covarianzas C derivada con modelos O-GARCH t-Student distribuidos ¿Se logra la máxima eficiencia financiera en una administración activa de portafolios?	3. Determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas C derivada con modelos O-GARCH t-Student distribuidos.	1. Teoría de portafolios a través del modelo Markowitz (1952), Tobin (1958), Sharpe (1963) y Lintner (1965) o MTSL 2. Modelo GARCH ortogonal (Alexander & Chibumba, 1996), (Alexander, 2001), (Van der Weide, 2002) con variantes de distribución de probabilidad t-Student. 3. Pruebas paramétrica multivariada de hipótesis: análisis ANOVA unidireccional.	3. Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas C derivada con un modelo O-GARCH t-Student distribuido.	VARIABLE DEPENDIENTE Medidas de desempeño de administración de portafolios: Índice de sharpe, índice o razón de Treynor y Alpha de Jensen	VARIABLE INDEPENDIENTE Tesa de interés libre de riesgo (CETES de 28 días equivalente semanal), rendimiento ponderado por dinero, desviación estándar del portafolio o coeficiente beta de la cartera con el benchmark derivado en la política de inversión.

4 Marco Teórico

4.1 Introducción al capítulo

El presente capítulo tiene como finalidad hacer una revisión más amplia de la forma en que el inversionista hace la selección óptima de portafolios al dar fundamento al empleo de una forma cuadrática media-varianza (Markowitz, 1959, Levy y Markowitz, 1979) en el problema planteado al inversionista, así como los fundamentos teóricos (económicos y matemáticos) que dan origen al que se denominará modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner o MTSL (Markowitz, 1987, p.5). En base a la revisión realizada y dados los insumos necesarios para el modelo MTSL, se fundamentará la necesidad de emplear matrices de covarianzas con pronósticos de volatilidad como pueden ser el caso de los modelos GARCH ortogonales u O-GARCH propuestos en Alexander y Chimbumba (1996), Alexander (2001) y Van der Weide (2002).

El capítulo iniciará con la presentación de algunos conceptos estadísticos que serán necesarios para fundamentar el empleo de la forma cuadrática de la función de utilidad y la definición de eficiencia financiera que se entenderá solo para fines de la economía financiera clásica (EFC), de la teoría moderna de portafolios (TMP) y del presente trabajo de investigación.

En el sub capítulo dos, se hará la revisión de las premisas del cálculo del riesgo ante la economía financiera clásica, se hará la definición de la función de utilidad esperada con forma funcional cuadrática a emplear y se harán las acotaciones y definiciones de la mencionada eficiencia financiera. Esto último con la finalidad de establecer sus acotaciones, alcances teóricos y diferencias que permitan evitar ambigüedades con la definición de eficiencia en otras ramas de la teoría económica y la empleada en el presente trabajo.

En el sub capítulo tres se hace una revisión de los modelos de la teoría moderna de portafolios, destacando el modelo estándar de Markowitz (1959) y el Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner o MTSL (Markowitz, 1987, p.5) que se empleará como modelo de selección óptima en el presente. A su vez, se hará la acotación de otros modelos que se han derivado del anterior como es el modelo de valoración de activos de capital (CAPM

por sus siglas en idioma inglés⁶⁹) o el modelo de valoración de activos por arbitraje (APT⁷⁰) y se determinará la razón de que no se empleen los modelos de selección óptima que siguen esta lógica de valuación y selección.

Por último, dada la revisión al modelo MTSL y los insumos del mismo como es la matriz de covarianzas, se fundamenta la propuesta de emplear los modelos O-GARCH para derivar la misma, al hacer una revisión y contraste de los principales modelos generalizados autorregresivos con heteroscedasticidad en su forma multivariada.

4.2 Definiciones estadísticas del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

En el presente sub capítulo se revisarán los principales conceptos estadísticos que fundamentan la inclusión de la tercera dimensión dada por Markowitz a la teoría moderna de portafolios: la covarianza entre activos financieros, así como el utilizar la media aritmética en lugar de una esperanza matemática y utilizar la forma funcional media-varianza en la función de utilidad esperada.

4.2.1 El rendimiento de un activo financiero como variable aleatoria

Aunque se presupone que los precios en los mercados financieros son producto del equilibrio⁷¹, es prudente señalar que una serie de tiempo como la de los rendimientos de un activo financiero se forma de variaciones que se consideran aleatorias ya que la oferta y demanda de los agentes del mercado pueden cambiar constantemente de magnitud dada la heterogeneidad de sus preferencias y objetivos de inversión por lo que, desde la perspectiva del observador o inversionista precio tomante⁷², la formación del rendimiento pagado por un activo será aleatoria y determinada por un proceso estocástico próximo a definir.

⁶⁹ *Capital Asset Pricing Model.*

⁷⁰ *Arbitrage Pricing Theory.*

⁷¹ Por cuestiones de diferenciación, en este punto se hablará de “equilibrio” como la intersección de las fuerzas (o curvas) de la oferta y la demanda. Posteriormente en este capítulo, este concepto se ampliará a los mercados financieros a través de las expectativas homogéneas y la perfección de un mercado definida con la eficiencia informacional.

⁷² Que es el caso del objeto de estudio.

Partiendo de la definición de rendimiento, se observa que este se da como una función del precio $r = g(p)$ expresada como:

$$r = g(p) = \frac{(PV + F) - PC}{PC} \quad (\text{Fórmula 4.1})$$

En la expresión anterior PC es el precio de compra (costo) con el que el inversionista adquiere el activo financiero, F el flujo recibido durante la posesión del mismo (intereses, cupones o pago de dividendos) y PV el precio de valuación o de venta en t , en el que el agente estudiado liquida su inversión o la valúa.

Con la definición primigenia de la fórmula 4.1, se puede apreciar que el concepto de eficiencia en la teoría de moderna de portafolios es preliminarmente consistente con otras definiciones del término en programas de investigación como es la teoría de la empresa. Esto no implica que se esté midiendo “*la eficiencia*” en las múltiples concepciones que dentro de la teoría económica puede tener; sino que se toma como base este punto de partida para utilizar un término empleado más por consideraciones de práctica que por fundamentos teóricos como está por verse en sub capítulos posteriores.

Sin embargo, y a reserva de hacer un comparativo teórico más amplio que sale de los objetivos del presente, el valor futuro que PV será desconocido y no determinado por el individuo precio tomante (como es el caso del objeto de estudio) por lo que se tendrá entonces que el valor de r será aleatorio para el agente de interés y este se modelará en un escenario de riesgo acotándose a la definición de una variable aleatoria. Existen múltiples trabajos que tratan esta definición que será la base total tanto de la economía financiera como de la teoría moderna de portafolios. Sin embargo, será de interés mencionar las propuestas primigenias y más destacadas para esta definición como son las de Bachelier (1900), Working (1934), Cowles III y Jones (1937) y Samuelson (1973) que establecen el valor tanto del precio, pero en especial de r como una *variable aleatoria*.

Este tipo de variable, denotada para fines del presente y por propiedad en la notación y exposición como r , se puede definir en el presente estudio como “*una variable*

que representa el valor de la unidad que conforma un grupo de eventos o espacio muestral". Otra concepción paralela sería: "cualquier variable cuantitativa cuyo valor numérico se determina por un experimento aleatorio y, por lo tanto, por la casualidad." (Kohler, 2005, p. 947).

Como toda variable aleatoria, su modelado matemático (estadístico) se da a través de la definición de una función de densidad de probabilidad, la cual comprende de múltiples momentos, siendo de interés primigenio para la teoría de la decisión, de la teoría de la utilidad esperada; la economía financiera, y las propuestas primigenias de la teoría moderna de portafolios, el primero y segundo de ellos, los cuales determinan el valor esperado (definido con la media aritmética) y la dispersión, volatilidad o grado de variabilidad (cuantificada con la varianza o desviación estándar) que lleva al concepto de riesgo previamente acotado en el capítulo anterior.

Como se verá en breve, una de las principales aportaciones de Markowitz (1952) es la de considerar que en realidad los rendimientos de los activos financieros no tienen un comportamiento aleatorio independiente sino que, sin establecer una relación causal, estos observan un grado de asociación estadística o covarianza, por lo que la función de densidad de probabilidad que los modela es multivariada o conjunta, siendo su principal sugerencia el supuesto de distribución gaussiana conjunta en los valores de r .

4.2.2 Función de densidad de probabilidad gaussiana conjunta para eventos aleatorios compuestos como fundamento del empleo de los parámetros del análisis de portafolios

Como se ha visto con la definición de una variable aleatoria, se plantea la concepción del rendimiento r de un activo como un *evento aleatorio* que origina los valores observados de la anterior. Este, el evento aleatorio, tiene diferentes tipologías. Sin embargo, Kohler (2005, pp. 147-151) expone una clasificación que resulta de interés⁷³ para los fines del presente:

⁷³ Otras tipologías como los eventos mutuamente excluyentes, eventos complementarios y eventos compatibles podrían venir a relación. Sin embargo, para simplificar la exposición, se puede dejar a la revisión de fuentes especializadas como Kohler (2005) y McClave, Benson y Sincich (2005).

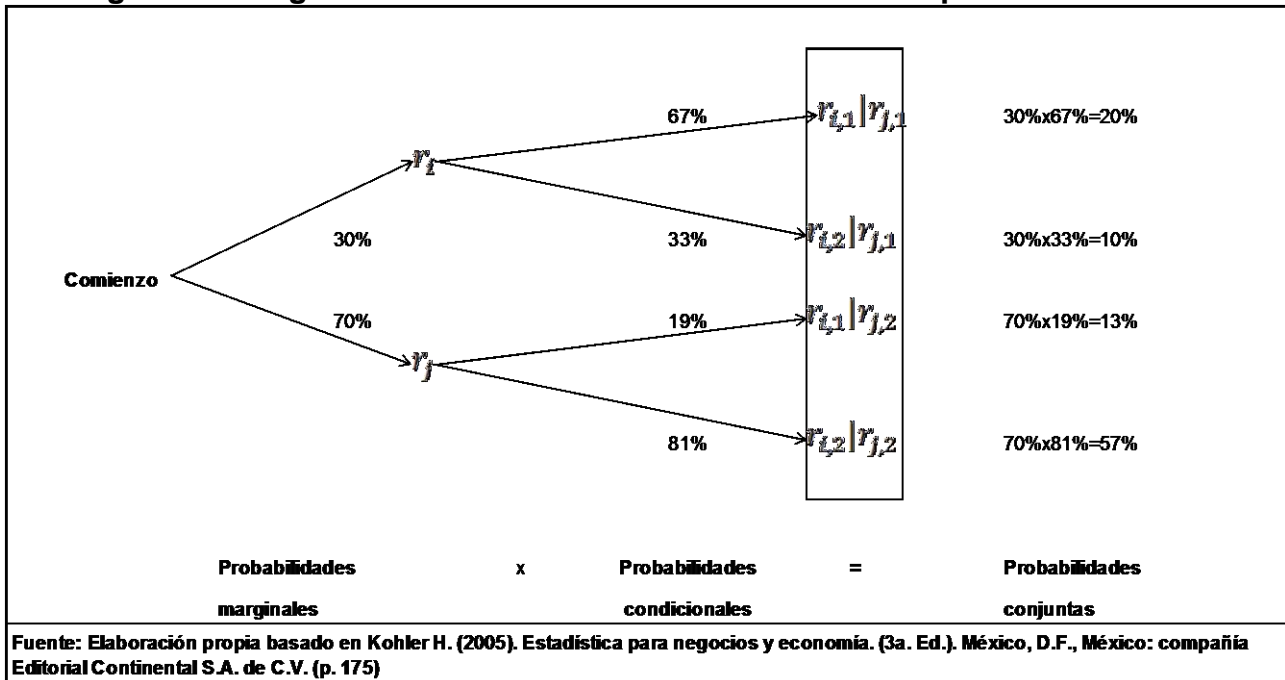
- **Evento Aleatorio Sencillo** que se forma de cualquiera de los resultados básicos de un experimento aleatorio.
- **Evento Aleatorio Compuesto** que se genera con la combinación de dos o más resultados básicos que definen otro de manera conjunta.

Un ejemplo de evento aleatorio compuesto afín para el presente sería el comportamiento conjunto que tienen los rendimientos de las acciones de una empresa que produce lentes de sol y otra que fabrica impermeables en el trimestre correspondiente al verano⁷⁴. En las variables aleatorias definidas con las variaciones porcentuales o rendimientos de cada activo financiero no existe causalidad pero si interacción o covarianza estadística por lo que el resultado de una, en términos estadísticos, está condicionado por la otra al existir una función de densidad de probabilidad conjunta, misma que tiene una aplicación fundamental en la teoría moderna de portafolios debido a que el inversionista buscaría, por un lado y dada la distribución de probabilidad de los activos que componen su cartera, determinar qué probabilidad existe de que el portafolio tenga un rendimiento mayor o igual a E_p^* dada la verosimilitud de que el i -ésimo activo financiero tenga un rendimiento r_i en función del valor observado en el j -ésimo activo r_j .

La forma en cómo se da la probabilidad conjunta del rendimiento de dos activos financieros que forman el portafolio se presenta en la figura 4.1. Esta expone las 4 combinaciones de resultados factibles de los resultados de dos activos financieros teóricos, así como sus probabilidades de ocurrencia, mismos que llevan a la definición de verosimilitud conjunta del evento aleatorio compuesto de dos posibles resultados o rendimientos. Sin embargo, a pesar de que los valores que puede tomar el rendimiento de un activo financiero son discretos, estos se aproximan o cuantifican como si fueran eventos de tipo continuo a través de dicha función de densidad.

⁷⁴ Es de esperarse que estén mutuamente influenciadas y que la alza de una determina, no de manera causal pero si por relación estadística, la baja en la otra o viceversa. Esto según sea el nivel de días lluviosos o soleados que impacten en el nivel de ventas (como explicación económica al fenómeno).

Figura 4.1 Diagrama de árbol de un evento aleatorio compuesto bivariado.



De una forma preliminar, se establece que una verosimilitud conjunta $fdp(r_i, r_j)$ se obtiene, como está por verse, de un conjunto de transformaciones lineales, matriciales y formas cuadráticas del comportamiento de dos o más variables aleatorias.

Para exponer la determinación de la función de densidad de probabilidad en el contexto de los modelos propios de la TMP, se parte del rendimiento o valor conjunto esperado para el que se emplearán los rendimientos esperados de dos activos que lo conforman, definidos como $E(r_i) = \bar{r}_i$. De estos se logra el rendimiento de la cartera a través del nivel de inversión en cada activo⁷⁵, w_i con la siguiente expresión (Newbold, Carlson y Thorne, 2008, pp. 234-240):

$$E_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{r}_i \quad (\text{Fórmula 4.2})$$

Esta se puede expresar en notación matricial a través del siguiente producto punto:

⁷⁵ En términos rigurosamente estadísticos w_i es una ponderación que se da a la variable aleatoria en la distribución de probabilidad conjunta o $fdp(r_{i,j})$. Esta hace analogía con el nivel de inversión por activo como explicación económica de dicha influencia en $fdp(r_{i,j})$.

$$E_p = \mathbf{w}' \cdot \mathbf{r} \quad (\text{Fórmula 4.3})$$

Siendo en la expresión anterior $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_n]'$ un vector columna de $n \times 1$ (n el número de activos) que representa el nivel de inversión en el i -ésimo caso y $\mathbf{r} = [\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n]'$ los correspondientes valores esperados de rendimiento.

Para determinar el segundo momento o varianza (desviación estándar) y considerando que ahora los eventos aleatorios ya no son independientes sino que las variables en cuestión (rendimientos de activos financieros) tienen covarianza, se tiene la siguiente forma:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} w_i w_j \sigma_{i,j} \quad (\text{fórmula 4.4})$$

Donde σ_p^2 es la varianza del portafolio, σ_i^2 la del activo i , σ_j^2 la del activo j y $\sigma_{i,j}$ la covarianza de los activos i y j . Esta se puede expresar con notación matricial, para n activos con \mathbf{w} previamente definido y \mathbf{C} una matriz de varianzas y covarianzas, con la siguiente forma cuadrática siendo $\mathbf{1}$ un vector de $T \times 1$:

$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}' \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w} \quad (\text{Fórmula 4.5})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \dots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \\ &= \left(\left[\mathbf{r}_1 - (\bar{r}_1 \cdot \mathbf{1}) \quad \dots \quad \mathbf{r}_n - (\bar{r}_n \cdot \mathbf{1}) \right]' \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 - (\bar{r}_1 \cdot \mathbf{1}) \\ \vdots \\ \mathbf{r}_n - (\bar{r}_n \cdot \mathbf{1}) \end{bmatrix} \right) \cdot T^{-1} \quad (\text{Fórmula 4.6}) \end{aligned}$$

Dada la expresión anterior, la covarianza, con T = número de realizaciones de la serie de tiempo de los activos, se dará por:

$$\sigma_{i,j} = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r}_i)(r_j - \bar{r}_j)}{T} \quad (\text{Fórmula 4.7})$$

Esta última expresión se mencionará en el presente como “*covarianza constante*” o “*covarianza de parámetros constantes*”. De la misma se logra la varianza de un activo y de ella se puede calcular lo que se conoce como coeficiente de correlación ($\rho_{i,j}$) entre los dos activos dado por:

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (\text{Fórmula 4.8})$$

Esta definición ayuda a replantear $\sigma_{i,j}$ con la siguiente expresión matricial que será retomada en la revisión de los modelos GARCH multivariados:

$$\sigma_{i,j} = \sigma_i \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_j \quad (\text{Fórmula 4.9})$$

El cálculo de probabilidades conjuntas en la TMP es algo que va implícito en el empleo de la esperanza matemática y la varianza de la cartera. El tema del cálculo de la verosimilitud conjunta se revisa para ordenar algunos conceptos y medidas estadísticas propias de dicha teoría, en especial para establecer que, si se espera que el rendimiento de un activo tenga un comportamiento proporcional (inverso o directo) respecto al otro, no puede dejarse de lado el efecto en el que se observa que el rendimiento en el i -ésimo activo está condicionado, solo en términos estadísticos, por el j -ésimo. Es decir, si se aprovecha el comportamiento estadístico conjunto entre activos para fines de diversificación, no se puede suponer que estos son resultado de eventos aleatorios independientes.

Dada esta propiedad de dependencia estadística, los rendimientos de un portafolio, entendidos como variables aleatorias, tienen estrecha relación y verosimilitud de suceso, lo que lleva a fundamentar el empleo del concepto de la covarianza como “central” para cuantificar su efecto en la variabilidad total de un conjunto de activos financieros, así como de la diversificación.

De esto, es importante destacar que tanto C y r definidos en las fórmulas serán los principales insumos del modelo estándar de Markowitz y su extensión el MTSL. A su vez, como se verá posteriormente, C puede ser calculado relajando el supuesto de normalidad

por uno de distribución elíptica⁷⁶ empleando ya sea una distribución t-Student, así como modelos que permitan captar el efecto de colas largas resultante del fenómeno de conglomerado de volatilidades y correlaciones, mismos que inciden en desviaciones de la definición de distribución normal, en su sentido estricto, dada por una kurtosis de tres y un sesgo de cero.

Todo esto se logrará, en cierta medida, a través de los modelos multivariados GARCH en su forma ortogonal (Alexander y Chibumba, 1996), (Alexander, 2001), (Van der Weide, 2002).

Para definir la función de densidad de probabilidad conjunta entre variables aleatoria dependientes se parte del caso univariado:

$$\forall r_i \in \mathbf{X} \Rightarrow fdp(r_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left\{-\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{r_i - \bar{r}_i}{\sigma}\right]^2\right\}} \quad (\text{Fórmula 4.10})$$

En donde r_i es el valor de la variable aleatoria generada con el evento aleatorio, \bar{r}_i es la media aritmética de r_i , σ^2 es la varianza de r_i de donde $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ que se define como la desviación estándar, e es la constante nepperiana o número de Euler y π es la constante “pi”.

Para llegar a la función de verosimilitud normal conjunta partiendo de la anterior se toman una proposición adicional (Peña, 2008, pp. 102-103) para definir un vector columna de nx1 diferencias:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} r_{1,t} - \bar{r}_1 \\ r_{2,t} - \bar{r}_2 \\ \vdots \\ r_{n,t} - \bar{r}_n \end{bmatrix} \quad (\text{Fórmula 4.11})$$

⁷⁶ De las curvas o cortes de nivel de la función de probabilidad conjunta de la parte inferior de la gráfica 4.1, se observa que se forman elipses, de ahí que distribuciones como la gaussiana (normal), la t-student, la Pareto estable que modela un proceso de Levy con un índice de estabilidad de $\alpha = 2$ o similares formen parte de una familia de funciones de distribución de probabilidad conjunta conocida como “distribuciones elípticas”.

Este lleva a la función de densidad de probabilidad normal multivariada o conjunta entre variables dada por (Peña, 2008, pp. 242-245) y misma que se presenta en la gráfica 4.1:

$$f dp(r_{i,j}) = \frac{1}{|C|^{\frac{1}{2}}(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \cdot e^{\{-(1/2) \cdot [d' \cdot C^{-1} \cdot d]\}} \quad (\text{Fórmula 4.12})$$

Dado que los principales insumos de los modelos de la TMP son tanto los valores esperados de los activos financieros objeto de inversión como la matriz de covarianzas entre ellos, es necesario hacer un primer paréntesis para fundamentar por qué se empleó en la presente investigación un vector de medias aritméticas y no los valores derivados de otro tipo de análisis econométrico o financiero. A su vez, es de interés saber cómo es que la esperanza matemática y dicha medida de tendencia central son consistentes de manera *ex post*.

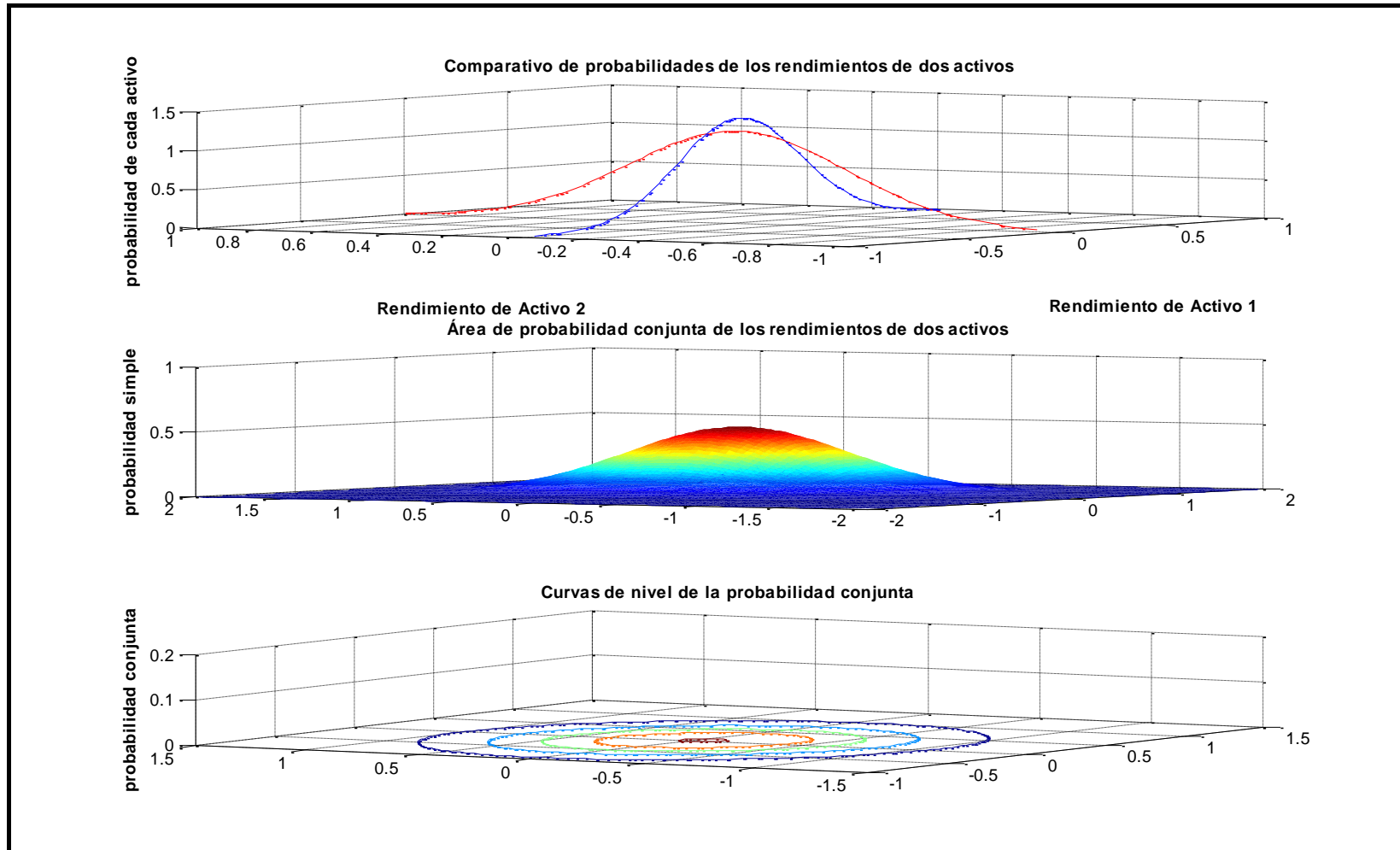
4.2.3 Empleo de la media aritmética o valor esperado *ex post* como un estimador para una análisis de evaluación y selección de portafolios *ex ante*

Se tienen en los modelos propios de la teoría moderna de portafolios dos formas de calcular el valor esperado de un portafolio:

- 1) Una forma *ex post* dada por la media aritmética de $r_i = \{r_{i,t}\}$.
- 2) Una *ex ante* dada por:

$$E_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot E_i \quad (\text{Fórmula 4.13})$$

Gráfica 4.1 Probabilidad conjunta de los rendimientos de dos activos financieros en un portafolio.



Fuente: Elaboración propia basado en Peña, D. (2008). Fundamentos de estadística. Madrid, España: Alianza Editorial: p. 243.

Donde w_1 y w_2 fueron previamente definidos y E_i es la esperanza matemática de la variable aleatoria (rendimiento del i -ésimo activo) dada por la probabilidad \mathbb{P}_n de suceso de cada potencial resultado del evento aleatorio del rendimiento en la siguiente expresión:

$$E_i = \sum_{n=1}^m r_{i,n} \cdot \mathbb{P}_n = \sum_{n=1}^m r_{i,n} \cdot f dp(r_{i,n}) \quad (\text{Fórmula 4.14})$$

Para eventos aleatorios continuos, la esperanza matemática se da por:

$$E_i = \int_{-\infty}^{+\infty} r_i \cdot f dp(r_i) \quad (\text{Fórmula 4.15})$$

Dada la definición de las dos formas de calcular un valor esperado (*ex post* o *ex ante*) se plantea la cuestión de ¿por qué emplear una media aritmética muestral en un análisis *ex ante* cuando se puede determinar el cálculo del valor esperado del activo financiero como en la fórmula 4.15?

La esperanza matemática, también conocida, para fines de la estadística clásica y objetiva, como esperanza, media poblacional, valor esperado o simplemente media. Esta se define como una “*media aritmética ponderada de una variable aleatoria; que se espera encontrar ‘en promedio’ por numerosas repeticiones del experimento aleatorio que genera el valor real de la variable*” (Kohler, 2005, p. 946). Con esto, se puede concebir a la Esperanza Matemática como el resultado de un conjunto de eventos aleatorios repetitivos cuya probabilidad de suceso se define y converge, por el teorema central del límite a la expresión $1/n$. Esto llevaría a la siguiente proposición:

PROPOSICIÓN 1: “*En el rendimiento r de un activo financiero que se considera un evento aleatorio distribuido de la forma $r \sim \mathcal{N}(\bar{r}_i, \text{var}[r_i])$, $r_i \in (-\infty, +\infty)$, la esperanza matemática y la media aritmética son iguales si y solo si se supone igualdad asintótica con infinito número de experimentos repetitivos.*”

Por demostrar:

$$E_i \approx \bar{r}_i$$

Demostración: Se ha definido la esperanza matemática con la fórmula 4.14:

$$E_i = \sum_{i=1}^n r_i \cdot \mathbb{P}_i$$

Se ha definido a la media aritmética muestral como:

$$\bar{r}_i = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n}$$

Si se supone igual verosimilitud asintótica en base al Teorema central del límite se tiene que:

$$r_i \sim \mathcal{N}(\bar{r}_i, \text{var}[r_i]) \Rightarrow \mathbb{P}_i \approx \frac{1}{n} \Leftrightarrow n \rightarrow \infty \text{ o } n \geq 30$$

Con lo anterior se tiene entonces el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E_i \approx \sum_{i=1}^n r_i \cdot \frac{1}{n} = \bar{r}_i$$

Por lo tanto:

$$\text{si } r_i \sim \mathcal{N}(\bar{r}_i, \text{var}[r_i]) \Rightarrow E_i \approx \bar{r}_i \Leftrightarrow n \rightarrow \infty \text{ o } n \geq 30 \text{ (Fórmula 4.16)}^{77} \blacksquare$$

Las implicaciones de la proposición anterior, por simples que parezcan en su demostración, son que si se empleara a \bar{r}_i como una aproximación de los valores futuros o esperados de la variable aleatoria modelada, el valor que adopte \bar{r}_i puede ser

⁷⁷ $r \in (-\infty, +\infty)$

asintóticamente aproximado a E_i ⁷⁸ suponiendo normalidad. Esto no impide que se puedan emplear otro tipo de modelos de pronóstico como pueden ser los $ARMA(p, q)$ u otro tipo de modelos de análisis financiero partiendo de modelos econométricos multivariados o fundamentales. A pesar de lo sensible que es para los resultados logrados en los modelos de la TMP calcular \bar{r}_i con diferentes métodos, como lo plantean Best y Grauer (1991), otras formas diferentes a la media aritmética no serán revisadas ni empleadas ya que el tomarlos en cuenta requeriría de revisiones que salen de los parámetros temáticos y requieren algunas capacidades informáticas adicionales que, al momento de desarrollar el presente, no se tenían.

La proposición uno se expone debido a que Markowitz⁷⁹ (1959) propone el empleo de la media aritmética y del supuesto de normalidad pero no da una explicación teórico-estadística que fundamente esta decisión, siendo la expuesta una respuesta provisionalmente utilizable para los fines buscados y capacidades materiales con que se cuenta y una potencial propuesta pedagógica para la TMP en el contexto del presente trabajo.

Otra situación que no se ha fundamentado debidamente en Markowitz (1959) y otro tipo de revisiones especializadas en la TMP, es la razón de utilizar series de tiempo de rendimientos o variaciones porcentuales de precios en lugar de los precios en sí, situación que se resuelve en el siguiente sub capítulo y resulta ser otra aportación para fundamentar esto, también en términos pedagógicos a la TMP.

4.2.4 Empleo de series de tiempo de rendimientos en lugar de las de precios

Desde el punto de vista teórico se tienen dos potenciales fundamentaciones para esto. La primera de ellas se refiere a la definición primigenia de eficiencia en la economía financiera, que es la concepción de eficiencia pura en la teoría económica dados los

⁷⁸ Situación que no se observa en series de tiempo financieras y que sugiere el empleo de modelos autorregresivos para el cálculo de rendimientos medios y varianzas de forma condicional los cuales, por acotación temática y factibilidad informática, no se revisarán en el presente estudio.

⁷⁹ Quien es el primero en investigar sobre la decisión racional del inversionista con su modelo de análisis de portafolios y da pie al origen de la teoría moderna de portafolios.

precios de compra (PC), de venta (PV) y los flujos de efectivo logrados (F) en un activo financiero. Esto se estableció previamente a través de la definición de r en la fórmula 4.1:

$$r = \frac{(PV + F) - PC}{PC}$$

Por otro lado, el comparar dos activos financieros en función de su tasa de rendimiento lleva a términos conmensurables en la contrastación. Supóngase que un activo financiero que vale \$100 tiene fluctuaciones mensuales de $\pm\$10$ y es equiparado con uno que presenta una variabilidad similar pero cuyo precio es de \$50. Lo descrito lleva a problemas de escala ya que, en términos proporcionales, no se tienen términos directamente contrastables en magnitudes. Es decir, se tendrían varianzas heterogéneas por definición, debido a que $\pm\$10$ es poco para un valor de \$100; situación opuesta para uno de \$50. Esta consideración se agrava en activos financieros, a su vez heterogéneos, como son activos de renta fija que, suponiendo que no existe riesgo de contraparte o de liquidez, convergen a un valor nominal y no tienen estructuras en su valuación similares a la de los activos financieros de renta variable o a los derivados. Sin embargo, si se tienen tasas de rendimiento como método de cuantificación y comparación, el valor de los activos será más conmensurable para emplearlos como insumos de modelos estadísticos multivariados a pesar de las diferencias en su naturaleza o dinámica de formación de precios. Lo previa y brevemente descrito en el presente párrafo va de la mano de la definición de $r_i = g(p_i)$ en la fórmula 4.1 y se da en virtud de la segunda fundamentación, la estacionariedad de r_i .

4.2.4.1 Series de tiempo estacionarias y no estacionarias

La segunda razón del empleo de rendimientos en lugar de precios radica primigeniamente en cuestiones de estacionariedad de las series de tiempo de un rendimiento y de un precio. Partiendo de la definición de una serie de tiempo como “un conjunto de valores que puede tomar una variable aleatoria a lo largo del tiempo”. Se denotó previamente la misma como:

$$r_i = \{r_{i,t}\}, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (\text{Fórmula 4.17})$$

Partiendo de los conceptos fundamentales del análisis de series de tiempo, una variable aleatoria en el tiempo t puede generarse a través de proceso estocásticos autorregresivo que se identifica como “*caminata aleatoria simple*”:

$$r_{i,t} = \sum_{n=1}^k \delta \cdot r_{i,t-n} + \varepsilon_t \quad (\text{Fórmula 4.18})$$

O su caso más general con “*drift*” o presencia de media α :

$$r_{i,t} = \alpha + \sum_{n=1}^k \delta \cdot r_{i,t-n} + \varepsilon_t = \bar{r}_i + \sum_{n=1}^k \delta \cdot r_{i,t-n} + \varepsilon_t \quad (\text{Fórmula 4.19})$$

La variable ε_t es conocida como un proceso o choque aleatorio que se presupone que está normal, idéntica e independientemente distribuido (NIID). Esto es $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(\bar{r}_i, var[\varepsilon_t]) \Leftrightarrow E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-n}) = 0$. Esto implica que los valores que adopta ε_t están distribuidos de forma gaussiana, tienen varianza constante (son homoscedásticos) y no dependen de los valores pasados ε_{t-n} . Esto se conoce como un proceso de ruido blanco y se denota, para fines del proceso estocástico como $NIID(\varepsilon_t)$.

Cuando se tiene en la fórmula 4.18 o 4.19 $\delta \approx 0$ (no hay efecto autorregresivo dado $E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-n}) = 0$) se observa que el valor de $r_{i,t}$ no está autocorrelacionado y, por lo tanto se llegaría a:

$$r_{i,t} = \bar{r}_i + \varepsilon_t \quad (\text{Fórmula 4.21})$$

Es entonces que el valor de $r_{i,t}$ se da en función de un proceso estocástico estacionario, llevando que \bar{r}_i también lo sea.

Al revisar la aplicación empírica de este término, se observa que, al menos en los mercados financieros tanto en el largo como en el corto plazo, no se acepta la presencia de estacionariedad en las series de tiempo de los precios y se observa que es más

factible que estas se modelen a través de procesos estocásticos dados en las fórmulas 4.18 y 4.19 o a través de un movimiento geométrico browniano según lo expone Samuelson (1965) y que se da por la siguiente expresión suponiendo que ε_t es un proceso de Wiener con $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0,1)$:

$$p_{i,t} = p_0 \cdot e^{(\bar{p}_i - \frac{1}{2} \text{var}[p_i]) \cdot t + (\text{var}[p_i]^{\frac{1}{2}} \cdot \varepsilon_t)} \quad (\text{Fórmula 4.22})$$

Dado que el movimiento geométrico browniano es un caso específico de proceso estocástico, resalta más apropiado trabajar con los procesos estocásticos dados en las fórmulas 4.18 y 4.19 en $p_{i,t}$. Partiendo de la aplicación del operador esperanza a dichas expresiones en $p_{i,t}$, considerando su dependencia $\delta > 0$ respecto a valores pasados, se llega a las siguientes definiciones de media y varianza (Campbell, Lo y MacKinlay, 1997, p. 32):

$$E(p_{i,t} | p_{i,t-n}) = \alpha \cdot [t - (t - n)] = \bar{p}_i \cdot [t - (t - n)] \quad (\text{Fórmula 4.23})$$

$$\text{var}(p_{i,t} | p_{i,t-n}) = E(p_{i,t} - \bar{p}_i)^2 \cdot [t - (t - n)] = \sigma^2(\varepsilon_t) \cdot [t - (t - n)] \quad (\text{Fórmula 4.24})$$

Con esta definición se aprecia que la varianza no es constante (heteroscedástica) al igual que la media, la cual es la propiedad de una serie de tiempo no estacionaria que podría llevar a un fenómeno conocido como *relación estadística espuria* al momento de fijar la misma entre variables aleatorias a través de la función de densidad de probabilidad dada por $f dp(p_{i,j})$. Esto se debe a la cualidad incremental y no estable de las varianzas y, por ende, de las covarianzas. Este último efecto debe ser de mucha consideración ya que, si no se puede fijar una relación estadística que no sea espuria, los conceptos de probabilidad conjunta que fundamentan la TMP, sus modelos así como el beneficio de la diversificación estadísticamente expresado con la covarianza, carecerían de aplicación empírica alguna.

Para eliminar la no estacionariedad de una serie de tiempo se emplea el operador de primera diferencia, lo que lleva a observar que, al utilizar el mismo en $p_{i,t}$, las series de tiempo de variaciones nominales ($p_{i,t} - p_{i,t-1}$) o las de rendimientos $r_{i,t}$ se convierten en

estacionarias, lo que las hace útiles para fijar relaciones estadísticas con series de tiempo de otros activos financieros.

Una forma de demostrar matemáticamente que las series de tiempo de los rendimientos son estacionarias es manejar el supuesto de que el rendimiento continuamente compuesto y la definición del mismo con la variación porcentual expresada en la fórmula 4.1 son aproximadamente iguales. Con esto se llega a la siguiente proposición:

Proposición 2: “La serie de tiempo de rendimientos es estacionaria dado que la varianza σ^2 del rendimiento discretamente compuesto es aproximadamente igual al caso continuamente compuesto y a que este último lo es si se aplica el operador de primera diferencia”

Por demostrar:

$$\text{var}(r_{i,t}) \approx \text{var}(\ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1})) = \sigma^2(\varepsilon_t) \mid r_{i,t} = \bar{r}_i + \varepsilon_t$$

Demostración: Como punto de partida se debe establecer la siguiente definición preliminar: El precio futuro $p_{i,t}$ de un activo financiero se determina con un rendimiento continuamente compuesto dado un precio inicial o de compra $p_{i,t-1}$:

$$p_{i,t} = p_{i,t-1} \cdot e^{r_{i,t} \cdot t} \quad (\text{Fórmula 4.25})$$

Partiendo de lo anterior, se observa que el rendimiento continuamente compuesto se define con la siguiente resolución para r suponiendo $t = 1$:

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{p_{i,t}}{p_{i,t-1}}\right) = \ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1}) \quad (\text{Fórmula 4.26})$$

Definición 2.2: El rendimiento discretamente compuesto y el continuo son cantidades aproximadas que pueden tomarse como definiciones semejantes por lo que cualquier medida de dispersión entre ambos se considerará también semejante o aproximada:

$$r_{i,t} = \frac{(PV + F) - PC}{PC} \approx \ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1}) \quad (\text{Fórmula 4.27})$$

Definición 2.3: Sean la media aritmética del rendimiento continuamente compuesto de la definición 2.2 establecida en función del operador esperanza:

$$E[\ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1})] = \bar{r} \quad (\text{Fórmula 4.28})$$

Para demostrar la estacionariedad de $r_{i,t}$ en los dos casos se parte del siguiente proceso estocástico autorregresivo de orden uno en donde $v_t \sim \mathcal{N}(0, \text{var}[v_t])$ y $\delta = 1$:

$$p_{i,t} = \alpha + 1 \cdot p_{i,t-1} + v_t \quad (\text{Fórmula 4.29})$$

Si se aplican logaritmos y la primera diferencia se llega a la siguiente igualdad utilizando la fórmula 4.27:

$$r_{i,t} = \ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1}) = \alpha + \ln(p_{i,t-1}) - \ln(p_{i,t-1}) + \ln(v_t) = \alpha + \ln(v_t) = \alpha + \varepsilon_t$$

Al emplear el operador esperanza se tiene, observando que $E(\varepsilon_t) = 0$:

$$E[\ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1})] = \alpha \quad (\text{fórmula 4.30})$$

Con la expresión anterior se llega a la media aritmética establecida en la definición 2.2 y expresada en la fórmula 4.28:

$$E[\ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1})] = \alpha = \bar{r}_{i,t}$$

De lo anterior se establece la varianza como:

$$\text{var}(r_{i,t} - \bar{r}_{i,t}) = E[(r_{i,t} - \bar{r}_{i,t})^2] = E[(\alpha + \varepsilon_t - \alpha)^2] = E(\varepsilon_t)^2 = \sigma^2(\varepsilon_t)$$

Tomando la definición 2.2 expresada en la igualdad $r_{i,t} \approx \ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1})$ expresada en la fórmula 4.27 se puede llegar entonces a observar que la varianza de $r_{i,t}$ es definida y constante y que la serie de tiempo $r_i = \{r_{i,t}\}$ es estacionaria observando también el valor definido y constante de $\alpha = \bar{r}_i$ en la fórmula 4.30:

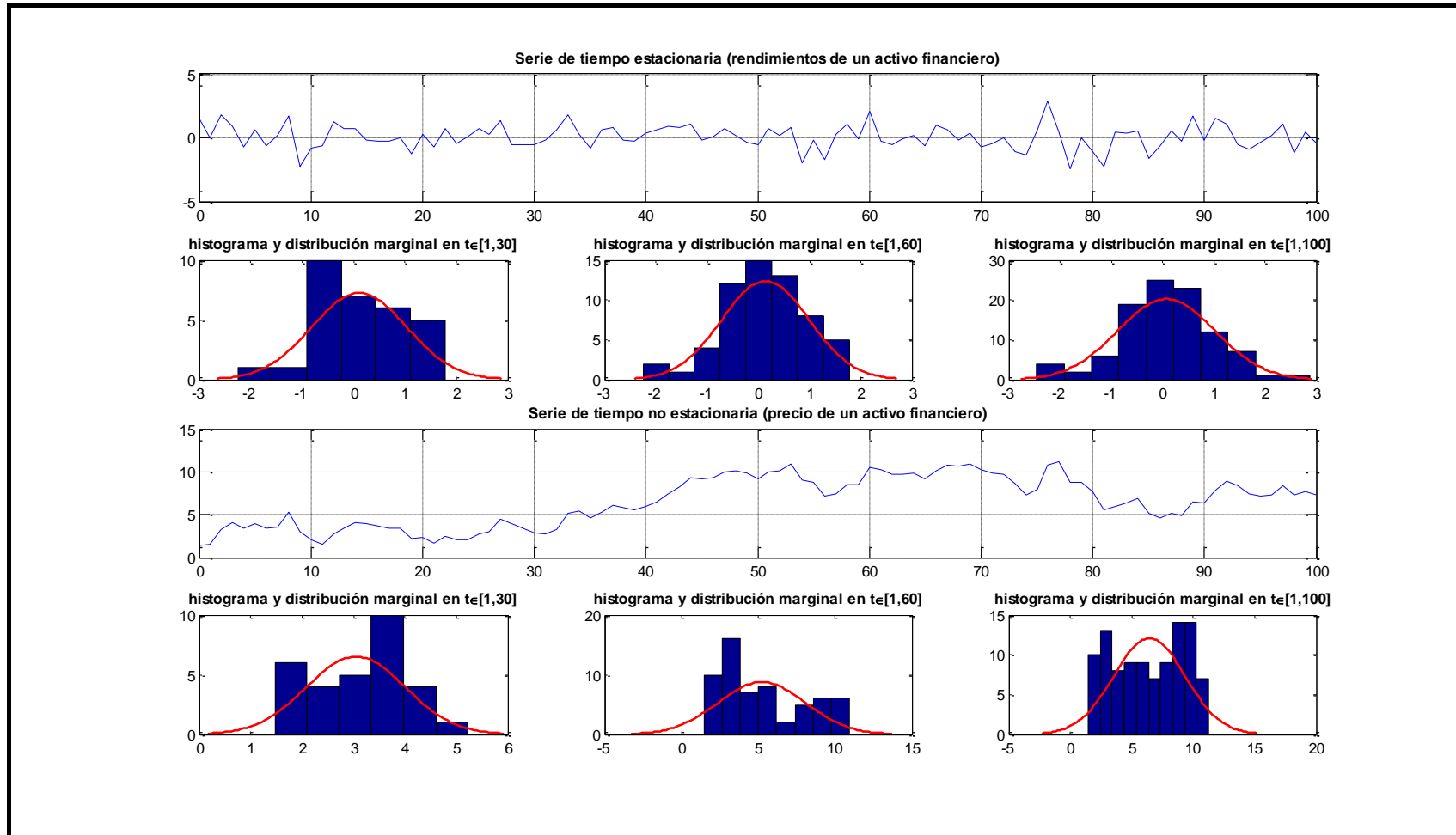
$$var(r_{i,t}) \approx var(\ln(p_{i,t}) - \ln(p_{i,t-1})) = \sigma^2(\varepsilon_t) \mid r_{i,t} = \bar{r}_i + \varepsilon_t \quad (\text{Fórmula 4.31}) \blacksquare$$

Dada la demostración matemática previa, la demostración estadística de la estacionariedad de la serie de tiempo de rendimientos de los seis mercados objeto de inversión mencionados en las tablas 2.3 y 2.5 se presenta en el apéndice B por fines de exposición. Baste, en términos teóricos y prácticos para el presente trabajo de investigación, que las series de tiempo de rendimientos se generan de los mercados objeto de inversión con un proceso estocástico no estacionario en los precios y estacionario en $r_{i,t}$. Por tanto, esta propiedad sugiere como más apropiado el empleo de las mismas en lugar de las de precios, permitiendo hacer una fundamentación estadística y teórica adicional que rara vez se trata en los libros especializados en la TMP o la economía financiera y que se sugiere como otra aportación pedagógica en las teorías contextuales interés del presente trabajo.

Para agotar el tema de la pertinencia del empleo de las series de tiempo de rendimientos dada su estacionariedad se presenta la gráfica 4.2 donde se compara el comportamiento de las distribuciones de probabilidad marginales en diferentes valores de t para una serie de tiempo teórica.

Ya que se revisaron algunas de las propiedades y conceptos estadísticos de primera necesidad para revisar tanto la derivación de la función de utilidad esperada con forma funcional media-varianza como la lógica del modelo MTSL, es prudente entrar de lleno con los conceptos de la teoría de la utilidad esperada y las propiedades de dicha función de utilidad establecida para los fines del presente.

Gráfica 4.2 Distribución de probabilidad marginal para series de tiempo estacionarias y no estacionarias.



Fuente: Elaboración propia basado en Peña, D. (2005). Análisis de series temporales. Madrid, España: Alianza Editorial. (pag. 81)

4.3 La función de utilidad esperada en el contexto de la Teoría moderna de portafolios y sus propiedades como base para resolver el problema de decisión racional del inversionista

4.3.1 La teoría de la utilidad esperada

Se revisó en la fórmula 4.1 la determinación de la variación porcentual del precio de un activo o rendimiento y se acotó que el precio de valuación o venta PV es una magnitud no controlable por el inversionista.

$$r = \frac{(PV + F) - PC}{PC}$$

Dada esta acotación, se observó entonces que la selección de un activo financiero en virtud de r se da en un escenario de riesgo por lo que la selección se apega a las líneas de conocimiento propias de la teoría matemática de la decisión. Las primeras propuestas en cuanto a valuación de los denominados *juegos* o empresas riesgosas (como es la selección de un activo o conjunto de activos riesgosos) son las realizadas por Pascal en donde se presenta que la preferencia entre dos casos de esta naturaleza se da en función de su valor esperado:

$$r_i \succ r_j \Leftrightarrow E(r_i) > E(r_j)$$

Una propuesta alternativa para valuar juegos la hace Bernoulli (1738) al resolver lo que se denominó como *La paradoja de San Petesburgo* en donde se plantea que una opción riesgosa se selecciona no en virtud de su valor esperado sino de su “*valor moral*” al ser este un valor finito en un juego que paga 2^{k-1} si se obtiene cara en el k -ésimo lanzamiento. Situación que lleva a un valor indefinido si se emplea el criterio del valor esperado.

La propuesta del valor moral de Bernoulli fue prácticamente abandonada hasta que Von Neumann y Morgenstern (1944) la retomaron para resolver problemas de toma de decisiones en escenarios de riesgo y, posteriormente, de conflicto. Dado que en la

Economía Financiera Clásica⁸⁰ se emplea el supuesto universal de la teoría económica de que “Los individuos son racionales⁸¹ y maximizadores de su beneficio”, representando este último a través de la función de utilidad $U(\cdot)$, el equivalente conceptual del valor moral de Bernoulli es precisamente $U(\cdot)$ que cuantifica el grado de satisfacción que el individuo tiene al realizar una determinada actividad o al elegir determinada opción partiendo de sus preferencias personales

En la Economía existen diversos tipos de $U(\cdot)$. En sus capítulos 10 sobre la “Máxima de la Utilidad Esperada” y el 11 sobre el “Análisis de la utilidad en el tiempo”, Markowitz (1959) sugiere el empleo de las formas funcionales Von Neumann-Morgenstern (VN-M) de utilidad esperada ya que estas son apropiadas para toma de decisiones en escenarios de riesgo. Las mismas parten de las bases de la *Teoría de la Utilidad Esperada* (TUE) y que pueden definirse de la siguiente forma funcional en donde $\varphi(U)$ es la función de densidad de probabilidad de ocurrencia del nivel de utilidad $U(\cdot)$:

$$E(U) = \int_{-\infty}^{+\infty} U \cdot \varphi(U) du \quad (\text{Fórmula 4.32})$$

Dado que la TUE tiene múltiples aplicaciones económicas, la que resultará de interés será la relativa a la selección del inversionista que parte de la forma funcional media-varianza propuesta primigeniamente por Markowitz.

4.3.2 La forma funcional media-varianza

Dada la forma funcional VN-M descrita previamente, es de interés resaltar que $U(\cdot)$ puede determinarse en virtud de múltiples formas funcionales como pueden ser una exponencial, una lineal, una hiperbólica, una polinomial o alguna otra que se ajuste a algún tipo de comportamiento modelado por el propio inversionista de manera

⁸⁰ Que es la teoría donde se asienta el programa de investigación de la teoría moderna de portafolios. otro tipo de programas de investigación como la economía financiera conductista se dejan para revisiones posteriores.

⁸¹ Aquí no se empleará el concepto de racionalidad propia del *homo economicus* definido por los fundadores de la ortodoxia neoliberal con la que se definió originalmente al individuo racional. lo que se utilizará será el concepto de racionalidad limitada basado en los estudios de simon (1956) y smith (1962) dado el conjunto limitado de información y la capacidad, también limitada, de procesamiento en la toma de decisiones.

discrecional. Para resolver este problema, en una forma de aplicación general, Markowitz (1959, p. 208) sugiere el empleo de una forma cuadrática dada por:

$$U(E_p, \sigma_p^2) = r - A\sigma_p^2 = E_p - A\sigma_p^2 \quad (\text{Fórmula 4.33})$$

En este sentido, Markowitz, en su publicación de 1959, no establece el razonamiento matemático que lo llevó a esta forma funcional. Sin embargo, la segunda gran aportación de Markowitz y dando solamente un fundamento *teórico-económico* en su célebre artículo de 1952, es establecer que el inversionista considera como algo benéfico o preferible un rendimiento alto y como algo no deseable un riesgo mayor cuantificado y previamente definido a través de una variabilidad aproximada con una varianza o desviación estándar, dejando el coeficiente A de aversión al riesgo⁸² como algo sujeto a las características propias del inversionista.

Posteriormente, Levy y Makowitz (1979) hacen una derivación más apropiada para fundamentar la selección de la forma media-varianza y llegan a la propuesta matemáticamente rigurosa de la forma funcional cuadrática ampliamente utilizada y citada en tratados como pueden ser el de Bodie, Kane y Marcus (2009, pp. 161-165), Maggin, Tuttle, MacLeavey y Pinto (2007, p. 293) o Scherer (2007, p. 2):

$$U(E_p, \sigma_p^2) = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.005 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

Dada esta forma funcional especificada, se observa que se empleará la siguiente para fines de la selección óptima derivada con el modelo MTSL en el contexto de la presente investigación:

$$U(E_p, \sigma_p^2): \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.02 \cdot \sigma_p^2 \quad (\text{fórmula 4.34})$$

La derivación de la forma funcional cuadrática media-varianza previamente sugerida se fundamenta a través de la siguiente proposición:

⁸² Que representa el peso o grado de concavidad que le asigna el inversionista a la varianza

PROPOSICIÓN 3: “Dado el grado de aversión al riesgo $A = 4$ de una inversionista, y partiendo de las definiciones de rendimiento esperado y varianza de un portafolio dadas en las fórmulas 4.3 y 4.5, su función de utilidad se da por una forma funcional Von Neuman-Morgenstern:

$$E(U) = \int_{-\infty}^{+\infty} U \cdot \varphi(U) du = U(E_p, \sigma_p^2) \approx E_p - 0.02 \cdot \sigma_p^2 \quad (\text{Fórmula 4.35})$$

Por demostrar:

$$U(E_p, \sigma_p^2): \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: E(U) = U(E_p, \sigma_p^2) \approx E_p - 0.02 \cdot \sigma_p^2 \quad (\text{Fórmula 4.36})$$

Demostración:

Partiendo de la propuesta de Markowitz (1952) de que los dos únicos parámetros de interés de la inversionista son el riesgo y rendimiento esperados en el portafolio seleccionado como óptimo (E_p, σ_p^2) , observando que la forma funcional de su utilidad es desconocida o no definida, el punto de partida para la evaluación y definición de dicha forma funcional sería la constante dada por $E_p = U(E_p)$, lo que lleva a la redefinición de la forma funcional VN-M:

$$E(U) = \int_{-\infty}^{\infty} U(E_p) \cdot \varphi(E_p) dE_p \quad (\text{Fórmula 4.37})$$

Si $\varphi(E_p) dE_p$ es propia de una función de densidad de probabilidad gaussiana, la fórmula 4.37 puede entonces aproximarse con el valor esperado de una serie de expansión de Taylor de segundo orden para valores E_i que oscilan en la vecindad de E_p :

$$E(U) \approx E \left[U(E_p) + \frac{1}{1!} \cdot (E_i - E_p) \cdot \frac{\delta}{\delta U} U(E_p) + \frac{1}{2!} \cdot (E_i - E_p)^2 \cdot \frac{\delta^2}{\delta U^2} U(E_p) \right] \quad (\text{Fórmula 4.38})$$

Observando que E_i es un valor aleatorio que puede tener el portafolio que varía o fluctúa alrededor de E_p dada la naturaleza aleatoria de los rendimientos de los activos que conforman dicho portafolio y que, por el resultado de valor esperado expuesto en la proposición 2 (fórmula 4.31), $E(E_i) = E_p$ y $\sigma_p^2 = E(E_i - E_p)^2$, se tiene entonces:

$$E(U) \approx E \left[U(E_p) + \frac{1}{1!} \cdot (E_p - E_p) \cdot \frac{\delta}{\delta U} \cdot 0 + \frac{1}{2!} \cdot (E_i - E_p)^2 \cdot \frac{\delta^2}{\delta U} U(E_p) \right]$$

Dado $E_p = U(E_p)$, se llega a la simplificación de la expresión como sigue:

$$E(U) \approx E_p + 0.5 \cdot \sigma_p^2 \cdot \frac{\delta^2}{\delta U} U(E_p) \quad (\text{Fórmula 4.39})$$

La segunda derivada de la expresión representa el grado de concavidad de la función, observando que el riesgo es una propiedad indeseable para el inversionista (Markowitz, 1952), por lo que esta deberá tener un valor negativo para que la función del inversionista sea cóncava hacia abajo, situación que lleva a establecer que la agente estudiada es aversa al riesgo, replanteando la expresión anterior como:

$$E(U) \approx E_p - 0.5 \cdot \sigma_p^2 \cdot \frac{\delta^2}{\delta U} U(E_p)$$

Esta última forma funcional parte del supuesto de que se desconoce la verdadera función $U(\cdot)$ del inversionista, por lo que se aproximó la misma con el valor esperado de la serie de expansión de Taylor de segundo grado anterior, en donde el grado de concavidad presentado por la segunda derivada es también desconocido y se aproxima ahora con un coeficiente de aversión al riesgo dado por $A = \frac{d^2 U(r)}{dr^2}$, el cual es propio y a discreción del inversionista. Esta definición lleva a la siguiente función de utilidad esperada:

$$E(U) \approx E_p - 0.5 \cdot \sigma_p^2 \cdot A$$

Dado que los valores de E_p y σ_p^2 son porcentajes, es prudente expresar el coeficiente del segundo término en unidades de tanto por cien:

$$E(U) \approx E_p - 0.005 \cdot \sigma_p^2 \cdot A$$

Según proponen Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey (2007, pp. 241-243)⁸³, el valor de A puede ser de uno a ocho, siendo uno el valor correspondiente de una inversionista aversa al riesgo con postura de aversión “*preferente*” por el riesgo y ocho la de una persona “*conservadora*”. Los números tres, cuatro y cinco, son propios de un inversionista neutral al riesgo. Se elegirá el valor de $A = 4$ a sugerencia de la DPCEM, por un lado, y en un deseo de evitar sesgos en la asignación de activos como resultado del valor de A , por otro, al ser este un valor intermedio o neutral en la escala aceptada por convención práctica. Es entonces que la expresión anterior lleva a la función utilidad esperada de la fórmula 4.36:

$$E(U) \approx E_p - 0.005 \cdot \sigma_p^2 \cdot 4$$

$$U(E_p, \sigma_p^2): \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: E(U) = U(E_p, \sigma_p^2) \approx E_p - 0.02 \cdot \sigma_p^2 \quad \blacksquare$$

Ya que se demostró el empleo de la forma funcional media-varianza a utilizar como función de utilidad esperada en el presente, es de necesidad acotar algunas de las propiedades de la misma.

⁸³ Otros autores como Fishburn (1977) o Nawrocki (1999) sugieren incluso valores determinados con números reales en $A \in [0, \infty)$. Sin embargo, otro tipo de grados de aversión al riesgo llevan a realizar revisiones más complejas y sujetas a muchas críticas a la luz de la práctica cotidiana observada. Baste, de momento, con observar que este rango de valores $A \in [1,8]$ es ampliamente aceptado en la práctica profesional como lo señalan los autores citados.

4.3.3 Descripción de la forma geométrica y matemática adoptada por la función de utilidad esperada en su forma funcional media-varianza $U(E_p, \sigma_p^2)$

La función de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$ para un agente financiero determinado puede adoptar tres posibles formas dada la postura al riesgo del inversionista:

1. Convexa para el caso de un inversionista amante del riesgo ($\frac{\delta^2}{\delta U} U(E_p) > 0$).
2. Lineal para un caso neutral al riesgo ($\frac{\delta^2}{\delta U} U(E_p) = 0$).
3. Cóncava, propia de un agente averso a la variabilidad de la tasa de rendimiento ($\frac{\delta^2}{\delta U} U(E_p) < 0$) como el que se presupone en la TMP y en el presente trabajo de investigación.

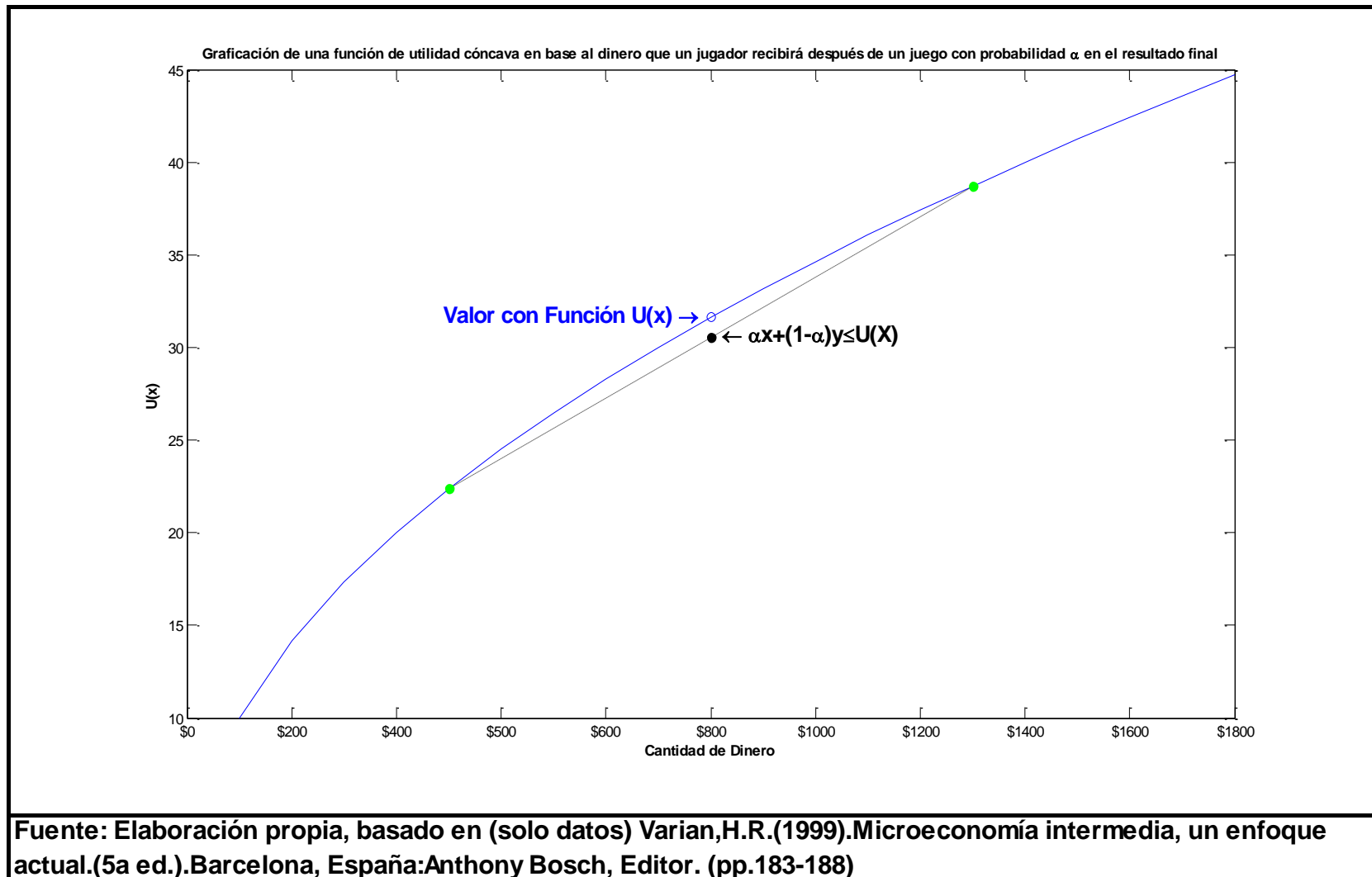
La convexidad o concavidad en una función diferenciable, así como el estudio detallado de sus propiedades matemáticas, salen de la óptica del presente trabajo. Incluso son objeto de debate continuo en investigaciones propias a la materia. Lo que está por realizarse es una exposición general e introductoria que servirá para exponer cuestiones que se mencionarán posteriormente como ¿por qué se supone que el agente estudiado en la presente investigación sigue este tipo de función y es averso al riesgo?

4.3.4 Concavidad y aversión al riesgo:

La concavidad de una función de utilidad es expresada en la gráfica 4.4 y definida por Kreps (1990, pp. 30-35) como:

“Sea O un conjunto con opciones o_i y o_j , $U(o_i)$ una función con dominio $O = \mathbb{R}^n$ y rango \mathbb{R}^m , Las preferencias son cóncavas si por cada par o_i, o_j con $o_i \succeq o_j$ y para cada número $\alpha \in [0,1]$, la colección $\alpha \cdot o_i + (1 - \alpha) \cdot o_j \leq U(o_i)$.”

Gráfica 4.3 Ilustración de una función de utilidad cóncava propia de un individuo tomador de un juego averso al riesgo.



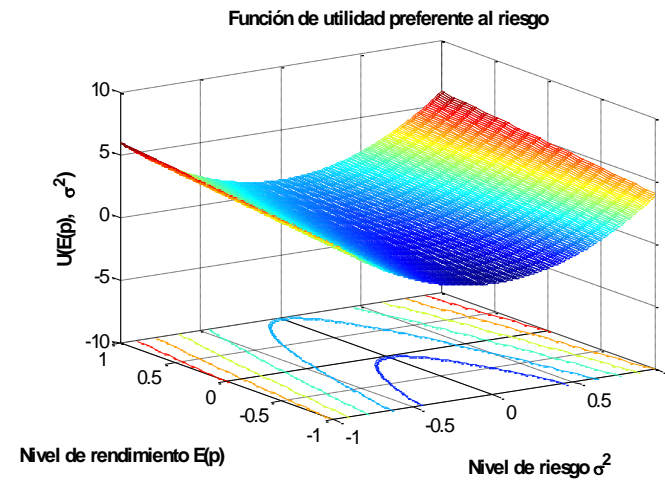
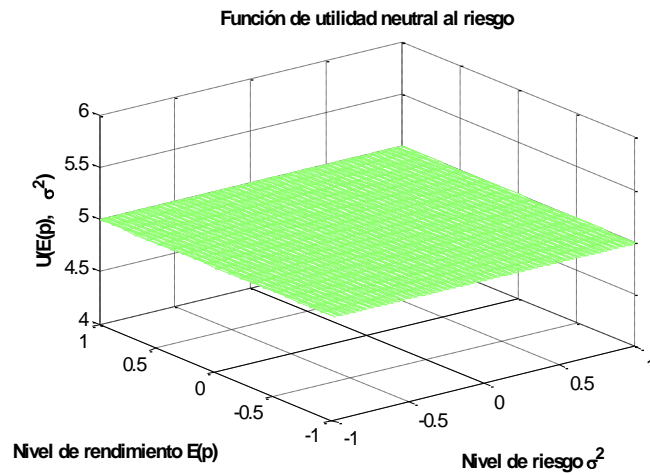
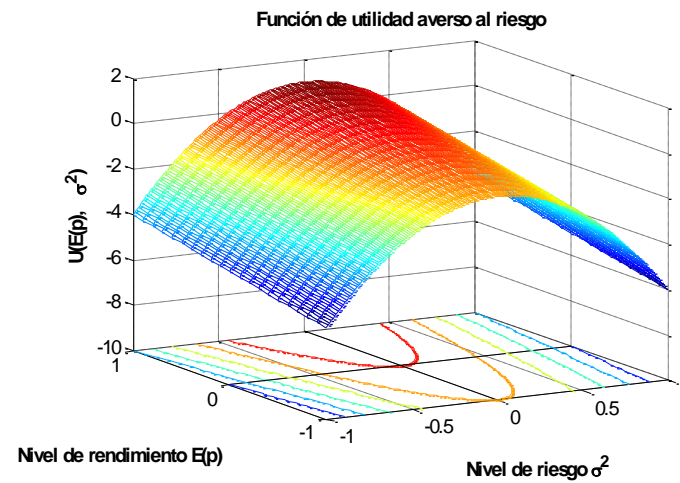
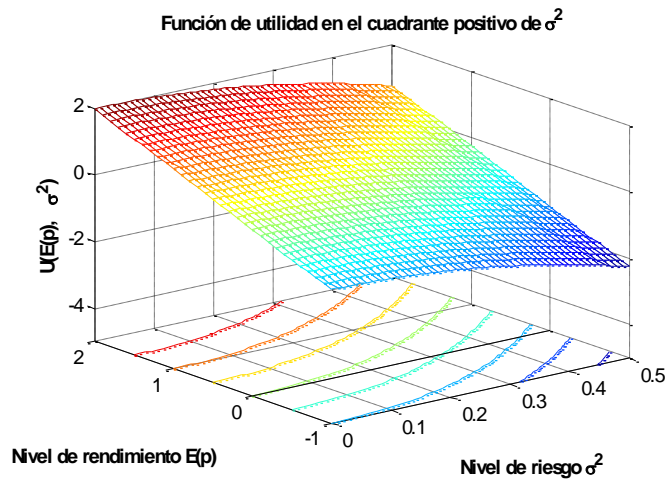
Retomando que una de las principales aportaciones del modelo estándar de Markowitz (1952, p. 77) y siendo consistentes con la práctica actual en la economía financiera, es de interés observar, como se hizo mención en el sub capítulo anterior, que la preferencia de un inversionista entre dos opciones va en función de las dos fuerzas opuestas (rendimiento esperado y varianza) que actúan sobre su nivel de satisfacción. Por lo que se llega a observar que la selección óptima de portafolios se hace en un espacio vectorial de dos dimensiones ($U(E_p, \sigma_p^2): \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) siendo cada una de estas las dos variables de interés mencionadas para la forma funcional media-varianza. Por tanto, dada esta consideración y en consistencia a la teoría económica, el inversionista presenta una serie de curvas de indiferencia que son sub espacios vectoriales geométricos que, dada la relación de riesgo y rendimiento en un conjunto específico de portafolios, presentan el mismo nivel de $U(E_p, \sigma_p^2)$. Para el caso de las tres posturas de aversión al riesgo se estudian las mismas.

4.3.5 El mapa de curvas de indiferencia del inversionista averso al riesgo.

Como está por verse en los modelos de la TMP, el inversionista puede tener un infinito número de posibilidades de inversión dentro de un conjunto de portafolios con diferentes niveles de inversión en los activos financieros que lo componen. Al mismo se le denominará, la “*región de posibilidades de inversión*”. Esta es un espacio bidimensional $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ donde se tienen las diferentes combinaciones lineales de riesgo y rendimiento donde, por definición inicial, se plantea que $E_p \in [-100\%, +\infty)$ y $\sigma_p^2 \in [0, +\infty)$.

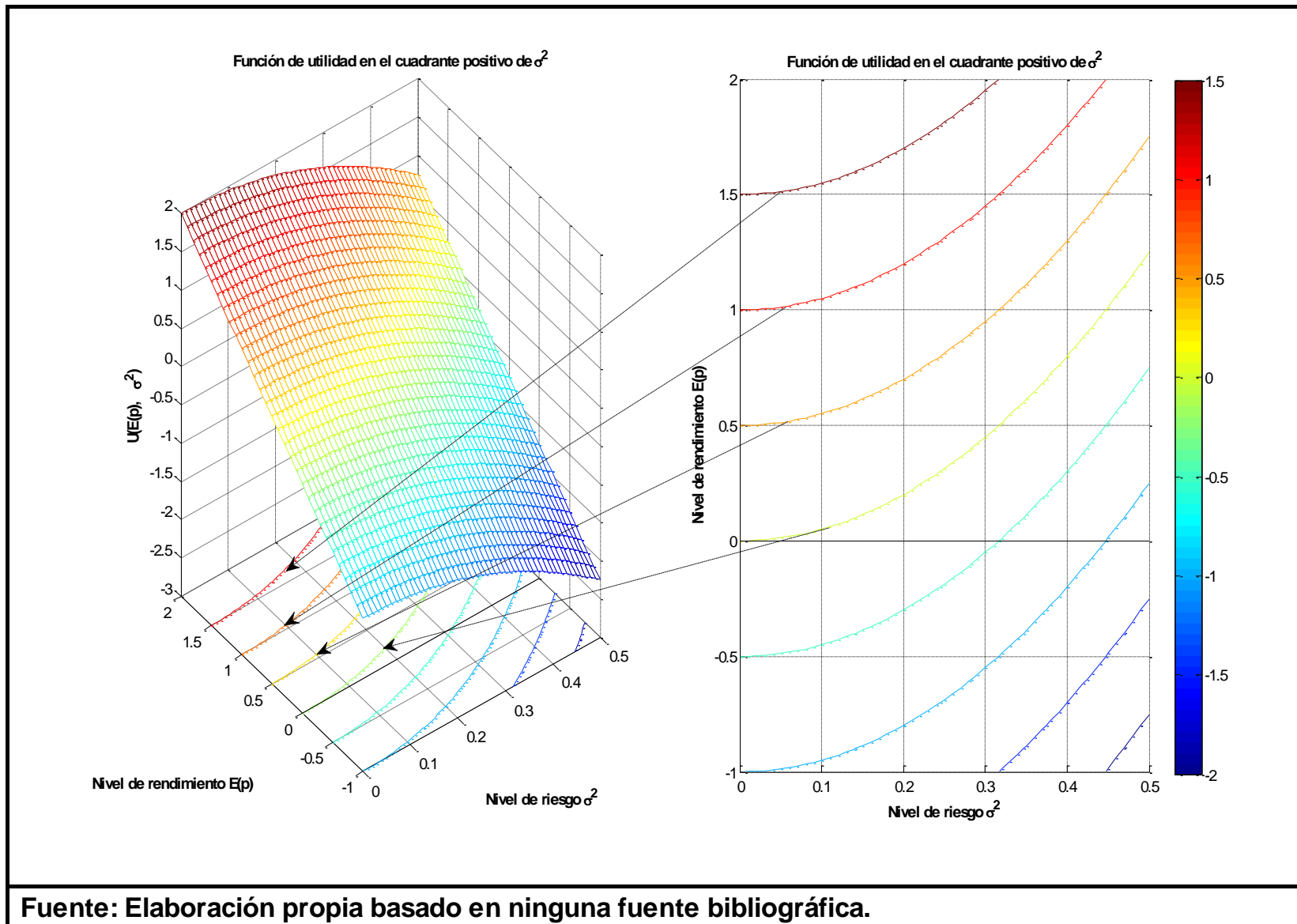
Partiendo de la función de un inversionista averso al riesgo que se presenta en la fórmula 4.34, se tiene la Gráfica 4.4. En la parte superior derecha se aprecian las diferentes opciones de inversión (teóricas claro está) que el inversionista puede tener para $E_p, \sigma_p^2 \in (-100\%, +100\%)$. La escala es de tanto por uno (0.01). En las gráficas inferiores se aprecia la función de utilidad para todas las combinaciones E_p, σ_p^2 de un agente neutral (lineal) y para uno preferente al riesgo (convexa o cóncava hacia arriba). En la parte superior izquierda destaca la función de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$ del agente estudiado como parte central en la TMP.

Gráfica 4.4 Los mapas de curvas de indiferencia de las tres posturas de aversión al riesgo.



Fuente: Elaboración propia basado en ninguna fuente bibliográfica.

Gráfica 4.5 Mapa de curvas de indiferencia del inversionista averso al riesgo.



Fuente: Elaboración propia basado en ninguna fuente bibliográfica.

La gráfica 4.5 es una ampliación de la anterior para el caso de “aversión al riesgo” y presenta diferentes cortes de nivel en el plano $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} = (\sigma_p^2, E_p)$ que llevan a un mismo nivel de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$. Este conjunto de curvas, siguiendo la lógica de otros programas de investigación de la microeconomía, representan lo que se denominará “*curvas de indiferencia del inversionista averso al riesgo*” en las que, dado un nivel de utilidad del agente estudiado (el inversionista), este puede elegir entre diferentes activos financieros o portafolios en base a sus propias preferencias modeladas con $U(E_p, \sigma_p^2)$.

Hasta ahora se han revisado los conceptos estadísticos que fundamentan la matemática de la TMP así como la definición y propiedades de la función de utilidad esperada que sigue el inversionista para realizar la selección óptima de portafolios. Sin embargo y aunque previamente se revisó de manera genérica el concepto de eficiencia en la TMP y la economía financiera, este tiene una interpretación que es aproximada más diferente a lo que se define como tal en la teoría económica. Es por ello de interés hacer un paréntesis teórico con la finalidad de acotar las diferencias observadas para este término en la economía financiera y la TMP, así como de eliminar ambigüedades y resaltar que no se buscará equiparar la concepción de este término con la correspondiente a otras líneas de conocimiento.

4.4 Las acepciones del concepto de eficiencia en economía financiera y su comparación con la concepción del término en otras ramas de la teoría económica

Es importante realizar la definición del concepto *eficiencia* para fines de la economía financiera y, por ende, del presente estudio y el programa de investigación en el que se contextualiza, así como la contrastación *más no equiparación* de este con la acepción que se da al término en otras ramas de la Economía.

En toda la teoría económica el término eficiencia tiene una connotación⁸⁴ de vital importancia, ya que hace alusión al uso eficaz de los recursos económicos disponibles

⁸⁴ Aquí se definirá el concepto en términos introductorios ya que una exposición más detallada del término sale de las capacidades del presente.

ante la potencial ausencia de desperdicio de los mismos y la generación del nivel máximo de satisfacción o producción posible con los insumos y la tecnología dados.

En términos económico-cuantitativos, se concibe como la maximización del nivel de utilidad o producción que se logra ya sea con una maximización de los ingresos y una reducción de los egresos o costos de los insumos con que se dispone. En términos primigenios para la economía financiera, la eficiencia en su definición más pura y original basada en la propia teoría económica, se concibe como la tasa de rentabilidad lograda que, para un activo financiero previamente definido se denotó con la fórmula 4.1:

$$r = f(p) = \frac{(PV + F) - PC}{PC}$$

Lo anterior no implica que se esté midiendo eficiencia como se concibe en programas de investigación más amplios de la teoría económica. De entrada, es necesario observar que la acotación que el empleo del término “*eficiencia*” surge más por consideraciones prácticas o coloquiales que por fundamento de una teoría económica, por lo que se buscará aproximar una posible explicación al uso de este término en la economía financiera. Para iniciar esta aproximación, dadas las consideraciones previas y las de la fórmula 4.1, podría pensarse que la elección racional y eficiente para un inversionista se daría por la siguiente relación de preferencia entre portafolios ϑ_i, ϑ_j :

$$\vartheta_i > \vartheta_j \Leftrightarrow r_{\vartheta_i} > r_{\vartheta_j} = E_{\vartheta_i} > E_{\vartheta_j} \quad (\text{Fórmula 4.40})$$

Sin embargo, como se ha mencionado previamente, la formación del valor de PV en t sale del conocimiento y capacidad del inversionista precio tomante por lo que la concepción de eficiencia generalmente aceptada resulta limitada a la óptica de un activo financiero cuya selección se hace en un entorno de riesgo. Es entonces que el concepto de riesgo (o variabilidad en el valor de r) previamente acotado entra en consideración con la forma funcional media-varianza previamente revisada. Es en este punto donde el término de *eficiencia estadística* se utiliza para formar, en buena parte, la definición de la *eficiencia financiera*. El primer término implica, según se establece en Gujarati y Porter

(2010, pp. 71-73) que, dado un valor esperado de dos variables aleatorias r_{ϑ_i} , r_{ϑ_j} , será estadísticamente eficiente aquella que cumpla con la siguiente condición de preferencia:

$$\vartheta_i > \vartheta_j \Leftrightarrow \sigma_{\vartheta_i}^2 < \sigma_{\vartheta_j}^2 \quad (\text{Fórmula 4.41})$$

Es decir, dado que se tienen dos valores esperados de rentabilidad esperada $E(\vartheta_i)$ y $E(\vartheta_j)$, será *estadísticamente* eficiente solo aquella que tenga la menor varianza. Complementando esta definición con la forma funcional media-varianza, se llega a las nociones introductorias de la eficiencia financiera, partiendo de la forma funcional media-varianza y definiendo las siguientes reglas básicas de preferencia:

$$\begin{aligned} \vartheta_i > \vartheta_j &\Leftrightarrow E_{\vartheta_i} > E_{\vartheta_j} \text{ y } \sigma_i^2 < \sigma_j^2 \\ \vartheta_i > \vartheta_j &\Leftrightarrow E_{\vartheta_i} > E_{\vartheta_j} \text{ y } \sigma_i^2 = \sigma_j^2 \\ \vartheta_i > \vartheta_j &\Leftrightarrow E_{\vartheta_i} = E_{\vartheta_j} \text{ y } \sigma_i^2 < \sigma_j^2 \end{aligned} \quad (\text{Fórmula 4.42})$$

Las relaciones de preferencia previamente descritas son de total importancia para comprender la acepción de “eficiencia” de cada uno de los portafolios que formarán lo que en breve se definirá como “conjunto de portafolios eficientes⁸⁵” (ξ), el cual se forma de todos aquellos portafolios del conjunto de oportunidades de inversión (Ξ) que, dado un mismo nivel de rendimiento esperado entre ellos, tiene la menor variabilidad:

$$\forall \vartheta_i \in \Xi, \quad \vartheta_i \in \xi \Leftrightarrow \sigma_{\vartheta_i}^2 = \operatorname{argmin}\{\sigma^2(\Xi/E_{\Xi} = E_i)\} \quad (\text{Fórmula 4.43})$$

Otra forma de derivar cada portafolio perteneciente a ξ es eligiendo, de un grupo de portafolios que tienen el mismo nivel de variabilidad, aquél que maximice el rendimiento esperado:

$$\forall \vartheta_i \in \Xi, \quad \vartheta_i \in \xi \Leftrightarrow E_{\vartheta_i} = \operatorname{argmax}\{E(\Xi/\sigma_{\Xi}^2 = \sigma_i^2)\} \quad (\text{Fórmula 4.44})$$

⁸⁵ En este punto, es de necesidad observar que no se busca igualar el término “eficiencia” con el de “eficiencia financiera”. Lo que se desea es resaltar que, para fines del presente trabajo de investigación, cuando se haga mención del término “eficiencia” no se hace alusión al término más amplio y apropiadamente articulado en otros programas de investigación de la teoría económica; sino simplemente se hablará de “eficiencia” para hacer alusión a la “eficiencia financiera” previamente expuesta.

Como se mencionó anteriormente, esta definición específica de eficiencia será aplicable solo en términos de la generación del conjunto de portafolios eficientes ξ que derivará en su representación geométrica conocida como la *frontera eficiente* próxima a definir y revisar. Sin embargo, en términos de selección racional, la eficiencia de un portafolio respecto a otro, en especial cuando se haga empleo del modelo MTSL que utiliza la lógica de valuación revisada, la definición de eficiencia sigue en la misma línea de definición previamente establecida pero mejora su articulación y concepción al relacionarla con la maximización de la utilidad esperada. Esto al fijar la siguiente relación de preferencia:

$$\vartheta_i \succ \vartheta_j \Leftrightarrow U(E_{\vartheta_i}, \sigma_{\vartheta_i}^2) > U(E_{\vartheta_j}, \sigma_{\vartheta_j}^2) \quad (\text{Fórmula 4.45})$$

Estas dos concepciones estrechamente relacionadas de eficiencia financiera son las que hacen, en buena medida, diferente a la economía financiera respecto a otros programas de la teoría económica, al impactar en la definición del tipo de función de utilidad a utilizar y en el tipo de valuación y selección racional.

Estas líneas se han redactado para evitar una ambigüedad de conceptos y sentar el primer precedente de por qué otro tipo de modelos de evaluación y selección de la teoría económica no son *del todo* conmensurables y, por ende, utilizables con los mismos fines de los casos próximos a revisar así como para evitar posibles contraposiciones en las acepciones dadas al término eficiencia en diferentes contextos ajenos al presente. A su vez, se hace en un afán de darle una definición propia al concepto de eficiencia en la economía financiera clásica y la TMP sin que esto implique que se está equiparando con otro tipo de concepciones puntuales propias de otras líneas de conocimiento de la teoría económica como puede ser, por citar un ejemplo, la economía de la empresa.

4.4.1 Revisión del concepto de eficiencia informacional para evitar ambigüedades del concepto de eficiencia financiera

Otra concepción que se puede prestar a ambigüedades dentro del contexto de la propia economía financiera es el de la *eficiencia informacional*. Este término está implícitamente pero no tácitamente relacionado con la eficiencia financiera previamente revisada, por lo que el objeto de estudio de este término, validez externa y aplicación sale de las líneas de trabajo del presente ya que el mismo se refiere al grado de información con que los agentes en un mercado financiero cuentan para formar los precios de los activos transados en el mismo.

Esta concepción surge con las primeras propuestas de Samuelson (1965) y (1973) así como con los desarrollos de Fama (1965)⁸⁶. Aunque este tipo de eficiencia no es tácita o directamente estudiada en el presente al salir de los alcances temáticos; es de interés revisar la concepción dada desde la perspectiva informacional para comparar las diferentes acepciones que el término “eficiencia informacional” puede tener, en especial en la economía financiera.

Según lo establecen Campbell, Lo y MacKinlay (1997) partiendo de las definiciones de Samuelson y Fama, la eficiencia en un mercado puede concebirse como el grado en el que un conjunto de información I determina la formación del precio p en un activo financiero por lo que el rendimiento de dicho activo y dado el nivel de eficiencia informacional para la predicción del rendimiento $r = g(p)|p = f(I)$ se daría por:

$$\text{si } J \subset I \Rightarrow r_i > r_j \Leftrightarrow r_i = g(p_i)|p_i = f(I) \text{ y } r_j = g(p_j)|p_j = f(J) \text{ (Fórmula 4.46)}$$

Esto implica que el conjunto de información J es un subconjunto de uno más completo y grande dado por I por lo que el rendimiento que se tenga en r_i será *potencialmente* mayor.

⁸⁶ Existieron propuestas previas como las de Louis Bachelier en su tesis doctoral o las de Working (1934) y Osborne (1959) a este respecto. Sin embargo, las primeras demostraciones formales las dieron los investigadores citados.

Dado que el decir si un mercado es o no informacionalmente eficiente no es una cuestión netamente dicotómica, existen diferentes grados de eficiencia para los que Fama (1965) propone una clasificación que es el estándar en la práctica y academia de las ramas de la economía financiera que estudian la temática:

1. Eficiencia débil: En esta los precios $p = f(K)$ se determinan por información que no está contenida (no es conocida) en K . Dentro de la información que si está contenida en K está el histórico o serie de tiempo de precios $K = \{p_t\}$. Lo que no pertenece a K es la información financiera de la empresa, información relativa al sector económico propio o adyacentes relacionada al activo financiero u otro tipo de eventos corporativos, políticos o sociales. Esto al ser desconocidos o no ser asimilados (descontados) de manera instantánea en p por los agentes participantes en el mercado. Por tanto, en este tipo de eficiencia, se da la siguiente formación de precios:

$$\text{si } K = \{p_t\} \Rightarrow p = f(K) \quad (\text{Fórmula 4.47})$$

Esto lleva a establecer que la información pasada de p resulta inútil para predecir el valor futuro de dichos precios e incluso para producir rendimientos superiores respecto al mercado en el largo plazo.

Es entonces que, bajo el supuesto de ausencia de nuevos datos financieros o eventos corporativos, se establece que los precios siguen uno de los procesos de caminata aleatoria de los tres tipos descritos por Campbell, Lo y Mackinley (1997, pp. 27-33), por lo que no pueden predecirse valores futuros de estos estableciendo tendencias de largo plazo en función de sus valores pasados que permitan tener rendimientos superiores a los que el mercado lograra en conjunto.

2. Eficiencia semifuerte: En este caso, el conjunto de información J , comprende al anterior más los datos de la información financiera (IF), la relativa al sector económico propio o adyacentes relacionada al activo financiero, por lo que los precios deberían ajustarse de manera prácticamente inmediata a la publicación de

los mismos, siendo inútil el pronosticar en base a $K = \{p_t\}$ y a la información financiera. Esto lleva a:

$$si J = K + IF \Rightarrow p = f(J) \quad (Fórmula 4.48)$$

3. Eficiencia fuerte: En este último nivel, el conjunto de Información I comprende de los dos anteriores ($K \subset J$) más los eventos corporativos e información privada o relevante no pública (CI) sobre el activo, lo que llevaría a que, en el largo plazo, no se podrían tener rendimientos superiores a los observados por el mercado ya que estos datos se conocerían o se descontarían de manera inmediata, resultando de utilidad solo replicar al mercado o lo que se denominará la cartera o portafolio de mercado (M); en lugar de tener un portafolio con diferente conformación que permita lograr una rentabilidad superior a M , siendo inútil un tipo de administración activa de portafolios:

$$si I = J + CI \Rightarrow p = f(I) \quad (Fórmula 4.49)$$

Campbell, Lo y MacKinley (1997) presentan, a lo largo de sus capítulos 2, 4 y 7, las consideraciones y pruebas que más han sido empleadas en la Econometría Financiera para demostrar los grados de eficiencia informacional. Estos no serán revisados ya que solamente se acota la definición del término para diferenciarle del concepto de eficiencia financiera empleado en el presente. Sin embargo, es importante resaltar que la teoría de los mercados eficientes en cualquiera de sus formas de eficiencia descritas es totalmente contraria a la administración activa de portafolios y al presente estudio ya que, por un lado, se está utilizando la información pasada o serie de tiempo de los rendimientos de los activos definidos como:

$$\mathbf{r} = \{r_{i,t}\}, \quad r_{i,t} = g(p_{i,t}) | K = \{p_{i,t}\} \quad (fórmula 4.50)$$

Por otro lado, se presupone que la información económica, financiera y corporativa o no se conoce en su totalidad o, en su defecto, no se asimila de forma inmediata permitiendo brechas temporales de rentabilidad en el corto plazo así como niveles no constantes de variabilidad (heteroscedasticidad) en los rendimientos. Esto último

redundará en el concepto de conglomerado de volatilidad que fundamenta el citado efecto ARCH próximo a definir.

Aunado a lo anterior, se observa que el hecho de que la información no se conozca en su totalidad o no sea asimilada (descontada) de forma inmediata, permite que un proceso de administración activa se lleve a cabo de tal forma que potencialmente se puedan lograr resultados incluso superiores a los logrados por el propio mercado o un *benchmark* que lo aproxime en su comportamiento.

De los resultados logrados en el presente estudio no se harán conclusiones detalladas respecto a la eficiencia informacional ya que, como se ha mencionado, se violarían los parámetros temáticos. Sin embargo, dado el corolario de los diferentes tipos de eficiencia revisados, es de interés resaltar que la concepción del término aplicable en el presente estudio será la relativa a la *eficiencia financiera*, entendida, *solo para fines de la economía financiera, la TMP y el presente trabajo de investigación*, como simplemente *eficiencia*, lo que no implica que se mida exactamente la “eficiencia” como se concibe en la Teoría Económica, sino más bien que este término se utiliza, sin ser necesariamente eficiencia “pura”, por cuestiones de práctica más que por fundamentos teórico-económicos.

4.5 Modelos de selección óptima en la teoría moderna de portafolios

En el presente sub capítulo se revisarán los principales modelos de selección óptima propios de la TMP, en específico el modelo estándar (Markowitz, 1959) y el Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner o MTSL (Markowitz, 1987, p.5). A su vez se revisarán, de manera introductoria, los modelos de índice único que dan fundamento al CAPM y otro tipo de modelos de valuación de activos y selección óptima de portafolios, mismos que no se utilizarán dadas algunas consideraciones materiales observadas en el siguiente capítulo. Por último, se cerrará el sub capítulo mencionando algunas de las medidas de desempeño en la administración de portafolios que serán de importancia para resolver las preguntas, objetivos e hipótesis particulares del presente capítulo, mismas que se relacionan estrechamente con la derivación del MTSL y los modelos de selección de índice único.

4.5.1 El modelo estándar de análisis de portafolios

Como se ha reiterado en repetidas ocasiones, los primeros avances en materia estadística y económica para cuantificar los efectos de la diversificación, así como para evaluar y elegir el portafolio adecuado para el inversionista que se presupone como limitadamente racional en un mundo de dos variables (E_p, σ_p^2) , fueron los aportados por Markowitz (1952).

Para determinar aquellos portafolios que se considerarán eficientes, se debe contar con los parámetros de insumo del análisis de portafolios: el rendimiento de la cartera y su riesgo previamente definidos en las fórmulas 4.3 y 4.5:

$$E_p = \mathbf{w}' \cdot \mathbf{r}$$
$$\sigma_p^2 = \mathbf{w}' \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}$$

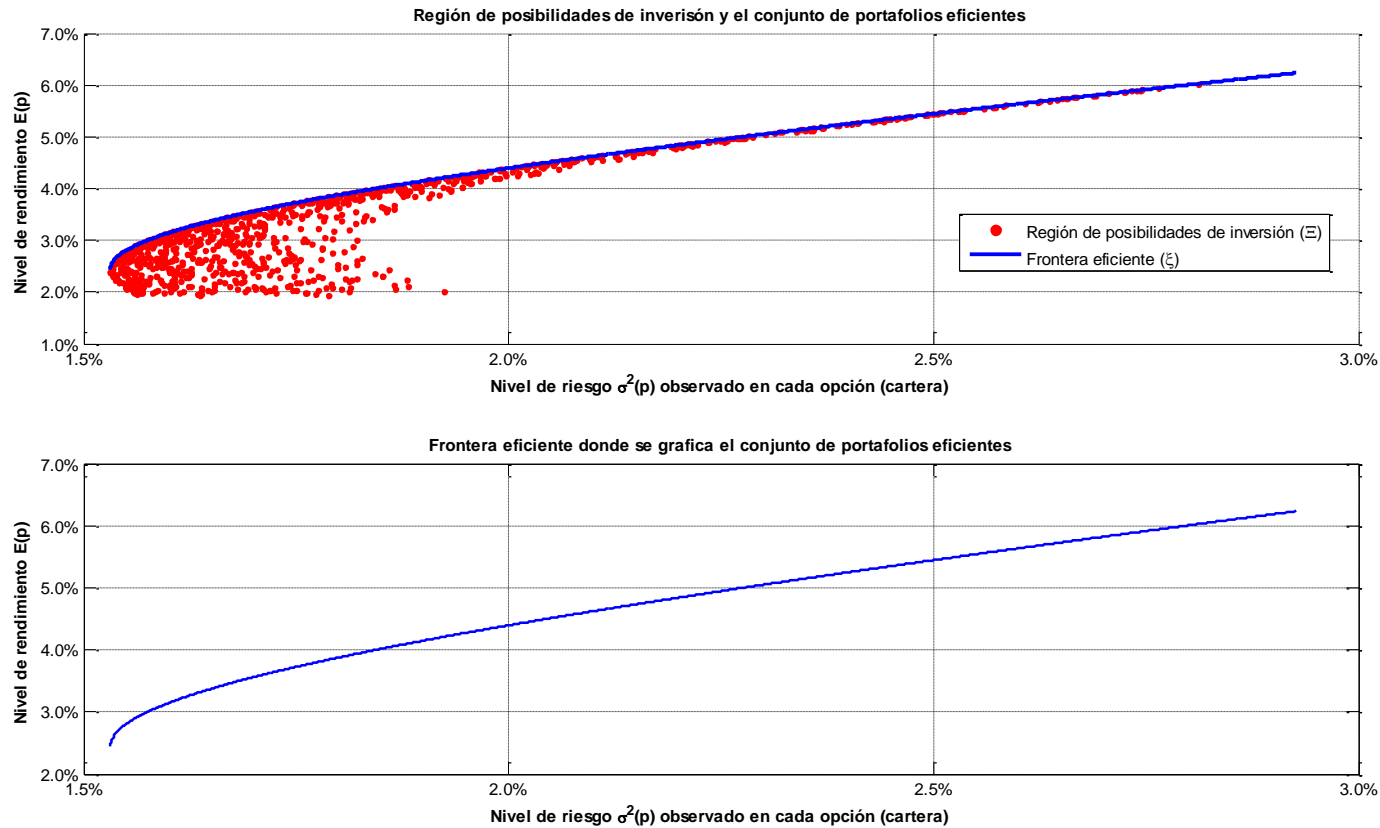
Como lo señala Markowitz (1959, pp. 26-28), una vez que se tienen los insumos del análisis \mathbf{C} y \mathbf{r} , se puede determinar un conjunto de portafolios candidatos a ser analizados, los cuales presentan los diferentes niveles de inversión *factibles*⁸⁷ por activo (valores en las entradas de \mathbf{w}). Este grupo de portafolios, como se mencionó previamente, se denominará *conjunto de posibilidades de inversión* denotado por Ξ , mismo que se presenta en la gráfica 4.6. De este se define otro subconjunto denominado *conjunto de portafolios eficientes* representado con ξ (el cual $\xi \subset \Xi$) en el que sus elementos cumplen con las condiciones de máxima eficiencia o eficiencia financiera definida en la forma recientemente descrita:

- Dado un grupo de portafolios con el mismo nivel de rendimiento, el considerado eficiente es el que observa el menor riesgo en el mismo.

$$\forall \vartheta_i \in \Xi, \quad \vartheta_i \in \xi \Leftrightarrow \sigma_{\vartheta_i}^2 = \operatorname{argmin}\{\sigma^2(\Xi/E_{\Xi} = E_i)\}$$

⁸⁷ En virtud de las restricciones de cardinalidad como no aceptar valores negativos o ventas en corto o niveles máximos y mínimos por activo y tipo de activo.

Gráfica 4.6 Representación gráfica del conjunto de posibilidades de inversión y la frontera eficiente (conjunto de portafolios eficientes).



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1), pp.77-91. Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University Press. (p. 20)

- Dado un grupo de portafolios con el mismo nivel de riesgo el considerado eficiente es el que aporta el mayor rendimiento del mismo.

$$\forall \vartheta_i \in \Xi, \quad \vartheta_i \in \xi \Leftrightarrow E_{\vartheta_i} = \operatorname{argmax}\{E(\Xi/\sigma_{\Xi}^2 = \sigma_i^2)\}$$

Con esto, el proceso de valuación y selección del portafolio óptimo para el inversionista en el contexto de este modelo sigue un proceso de dos etapas (Markowitz, 1952, p. 77):

1. Determinar todas aquellas carteras del conjunto de posibilidades de inversión Ξ que pertenezcan al conjunto de portafolios eficientes en base a las restricciones materiales del agente para formar ξ .
2. Elegir de ξ la más apropiada para el inversionista en base a una función de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$, llevando a la siguiente relación de preferencia fuerte:

$$\forall \vartheta_i, \vartheta_j \in \xi \subset \Xi, \quad \vartheta_i \succ \vartheta_j \Leftrightarrow U(E_{\vartheta_i}, \sigma_{\vartheta_i}^2) > U(E_{\vartheta_j}, \sigma_{\vartheta_j}^2) \quad (\text{Fórmula 4.51})$$

Esto implica que su elección se limita a todas aquellas opciones de portafolio pertenecientes al conjunto ξ que, en términos geométricos, da paso al concepto de la *frontera eficiente*, cuya representación geométrica se dio en la gráfica 4.6.

En la parte superior de la misma se expone un conjunto de 1,000 portafolios⁸⁸ que conforman el conjunto de posibilidades de inversión Ξ para un ejemplo próximo a delimitar y que presentan diferentes niveles de E_p y σ_p^2 dados diferentes valores en el vector w . En la misma, se marcan con una línea gruesa todas aquellas combinaciones que cumplen con la definición de “*eficiencia*” revisada. Esta última es la mencionada frontera eficiente que representa el conjunto de portafolios eficientes ξ (100 en total)⁸⁹, donde el agente

⁸⁸ Expuestos con puntos de dispersión que conforman la región de posibilidades de inversión (representación geométrica del conjunto de posibilidades de inversión que, a su vez es subconjunto en $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$).

⁸⁹ Como está por delimitarse en la derivación analítica del presente modelo, $\#(\xi) = \infty$ en términos teóricos. Sin embargo, el agente puede formar un conjunto de portafolios eficientes con cardinalidad discrecional según sus preferencias y su capacidad de cómputo. En este caso se utilizó un ejemplo con $\#(\xi) = 100$.

realizará su elección limitadamente racional siguiendo la fórmula relación de preferencia de la fórmula 4.43.

Por tanto, para seleccionar el mejor portafolio, el inversionista debe primero derivar este último conjunto y aplicar en el mismo la función de utilidad que le permita determinar el más adecuado. Esta derivación de ξ se puede lograr a través de la resolución de un problema de programación cuadrática paramétrica con restricciones lineales la cual puede explicarse de dos formas: una geométrica y otra analítica⁹⁰.

4.5.1.1 Derivación geométrica de la frontera eficiente y la elección del portafolio óptimo

El análisis geométrico de portafolios inicia con la obtención de la frontera eficiente y concluye con la aplicación de la función $U(E_p, \sigma_p^2)$ para determinar la opción que maximiza la misma para el inversionista. El método de derivación que está por revisarse parte de lo expuesto en el capítulo 7 de Markowitz (1959).

Antes de revisar la derivación de la frontera eficiente, es prudente hacer una primera definición adicional propia del modelo estándar de análisis de portafolios y símil a las exposiciones en materia de optimización matemática: La relativa a los “*portafolios factibles*”. Debe revisarse, en primera instancia, que en los mercados financieros existen tres tipos de operaciones financieras que pueden realizarse:

1. *Operaciones en largo*. Estas se realizan cuando se vende un activo financiero del que se tiene posesión. Por ejemplo, vender la acción de una empresa o un bono previamente adquirido.
2. *Operaciones en corto*. Estas se llevan a cabo cuando se realiza una enajenación de títulos representativos de un activo financiero, mismos que no se poseen. Para ello, el vendedor recurrirá a otro participante en el mercado para pedir prestados

⁹⁰ La resolución de un programa cuadrático paramétrico tiene múltiples vertientes siendo una versión modificada del método simplex propuesta por Wolfe (1959) la más empleada. Sin embargo, describir la misma también requerirá de describir y fundamentar matemáticamente el método simplex de Dantzig, Orden y Wolfe (1955). Por lo que la explicación de Markowitz y el algoritmo de Martin (1955) resultan ser definiciones teóricas muy aproximadas con mejor nivel de exposición que llevan a las mismas derivaciones.

los mismos. La finalidad de la operación es la de generar una ganancia ante la expectativa que se tiene de una baja en el precio del instrumento operado.

3. *Operaciones apalancadas*: Consisten en colocar recursos monetarios en una cantidad mayor al patrimonio que se posee. Por ejemplo, si el inversionista es propietario de solo \$100.00 y desea invertir \$200.00, deberá pedir prestada la diferencia a cambio del pago de una tasa de interés. Esta operación la realiza para “apalancar” o incrementar el nivel de beneficio financiero que será de 2 a 1 en este caso.

El modelo estándar propuesto por Markowitz en su forma original limita la posibilidad de realizar ventas en corto o inversiones apalancadas. (Markowitz, 1952, p.81) y (Markowitz, 1959, p.131). Por tanto, las restricciones iniciales que establece el modelo estándar son:

$$\mathbf{w}' \cdot \mathbf{1} = 100\% \quad (\text{Fórmula 4.52})$$

$$\mathbf{w} \geq 0.0\% \quad (\text{Fórmula 4.53})$$

La restricción de la fórmula 4.52 es lo que se conocerá como una “*restricción presupuestaria*” (que no debe confundirse con el mismo término en los modelos de la teoría microeconómica del consumidor); mientras que la 4.53 será una “*restricción de no negatividad*”.

Para apoyar la exposición del análisis geométrico se presenta el *ejemplo 1* en el que se cuenta con un portafolio de tres activos financieros (o mercados si se desea ver para fines del presente estudio) dados de la siguiente forma⁹¹:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ 1 - w_2 - w_1 \end{bmatrix}$$

⁹¹ Los datos y el ejercicio visual que se desarrollarán para este tema son tomados en parte de Markowitz (1959, pp. 129-153) mas algunas aportaciones gráficas y analíticas de la tesis.

En el análisis gráfico se empleará un plano de 2 dimensiones⁹² y el análisis se reducirá al nivel de inversión en los activos 1 y 2 dadas las explicaciones que se buscan hacer en planos tridimensionales, mismos que son aportaciones pedagógicas de la presente tesis al no existir representaciones, en bibliografías especializadas en la TMP, de la selección óptima de portafolios que tengan la misma naturaleza de presentación. Los valores de riesgo y rendimiento de los activos que conforman el portafolio son los siguientes:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \bar{r}_1 \\ \bar{r}_2 \\ \bar{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0\% \\ 0.7\% \\ 0.5\% \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.4\% & 0.81\% & 0.149\% \\ 0.81\% & 0.03\% & 0.03\% \\ 0.149\% & 0.03\% & 0.377\% \end{bmatrix}$$

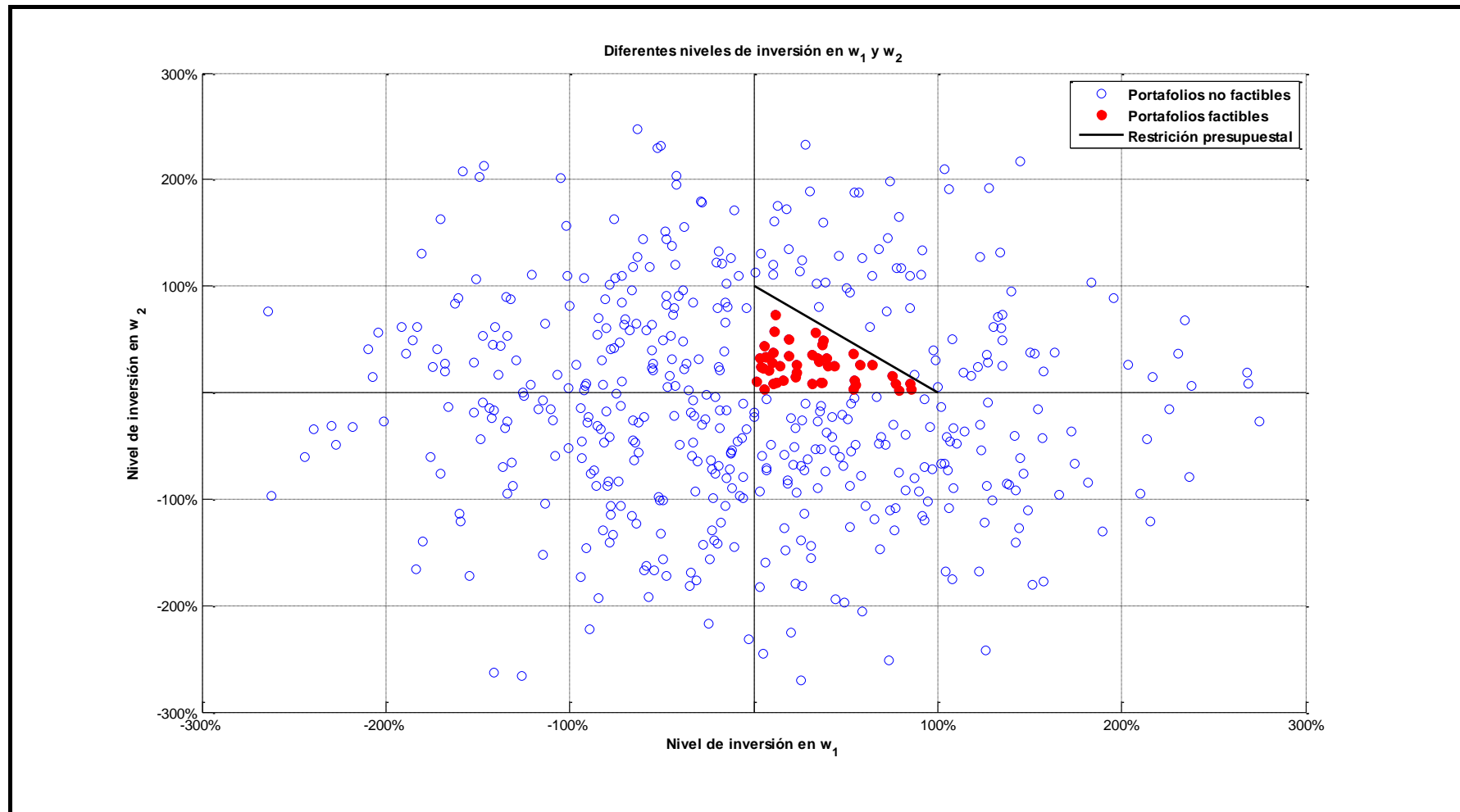
Para ilustrar cómo operan las dos restricciones mencionadas en las Fórmulas 4.52 y 4.53, se exponen, en la gráfica 4.7, las diferentes ponderaciones o niveles de inversión w de los 1,000 portafolios de la gráfica 4.7 que tienen diferentes niveles de inversión en el activo financiero riesgoso 1 (w_1) y en el 2 (w_2).

Estos varían en un rango dado por $w_1, w_2 \in [-100\%, 100\%]$. En los puntos de dispersión huecos, se hizo caso omiso de las restricciones revisadas. Mientras que aquellos que son sólidos, se encuentran en una región dentro del espacio que cumple con la restricción de no negatividad y la presupuestal.

Estos se conocerán como “*portafolios factibles*” ya que lo son para el análisis a realizar. Con esto se hace una primera delimitación del universo de oportunidades de inversión (Ξ) a las combinaciones marcadas con los puntos sólidos.

⁹² Al ser tres activos financieros se podría emplear un espacio tridimensional. Sin embargo, se hará esta exposición inicial de tipo bidimensional ya que se busca, en gráficas siguientes, exponer los niveles porcentuales de E_p y σ_p^2 en el eje z , en relación a los niveles de inversión dados en los ejes x e y .

Gráfica 4.7 Representación de los niveles de inversión del conjunto de oportunidades de inversión y de portafolios factibles.



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1). y Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University Press.

4.5.1.1.1 El mapa de rectas de isomedias.

En el análisis geométrico entra un segundo concepto de importancia. Tal como se ha visto en la fórmula 4.3 y en base al nivel de inversión en w_1 y w_2 , se pueden obtener diferentes niveles de E_p .

Partiendo de esto, se puede hacer el análisis desde otra perspectiva al determinar las diferentes combinaciones de w_1 y w_2 que dan el mismo nivel de E_p . Esto se conoce como “conjunto de Isomedia” (IM) definido como:

$$IM \subset \Xi = \{\Xi/E_{\Xi} = E_i\} \quad (\text{Fórmula 4.54})$$

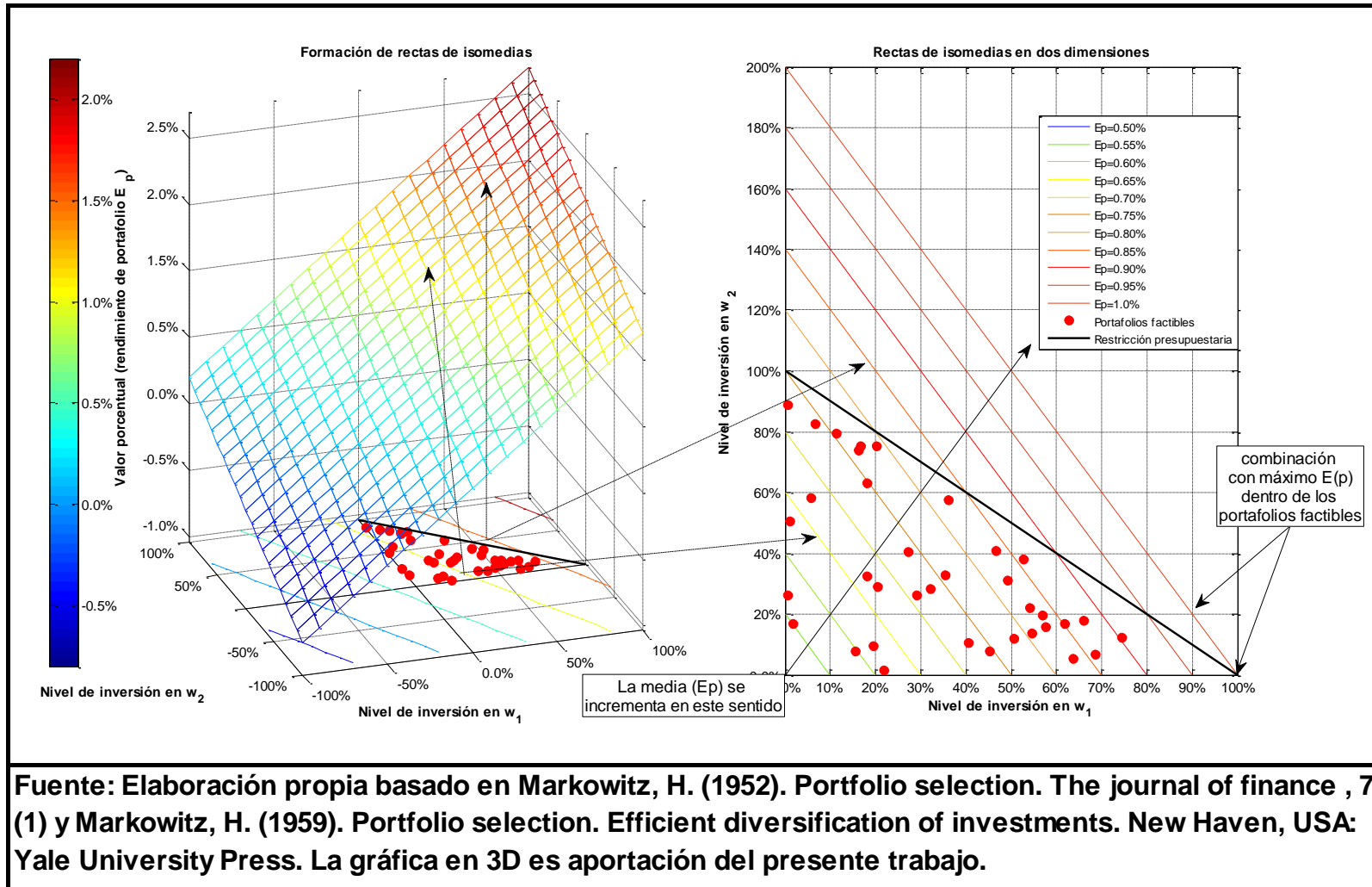
En la parte izquierda de la gráfica 4.8 se exponen, en el plano x, y , las diferentes combinaciones (nivel de inversión de w_1 y w_2) de portafolios⁹³ que cumplen con el criterio de la fórmula 4.54. En el eje z se expone el nivel de rendimiento⁹⁴ que cada combinación genera sin contemplar las restricciones de las fórmulas 4.52 y 4.53.

Como se puede apreciar, el comportamiento del rendimiento es de alza conforme $w_1 \rightarrow 1$ o conforme $w_1, w_2 \geq 1$. A su vez, esta superficie, de nuevo en el plano x, y ; genera una serie de curvas de nivel que son lo que se denominará como “rectas de isomedias” donde, en cada línea, se expone la combinación de w_1 y w_2 que genera el mismo valor de E_p , siendo la representación gráfica del conjunto de Isomedia para un nivel de rendimiento determinado.

⁹³ Esta cantidad es pequeña para fines de exposición. Sin embargo, dentro de la zona delimitada por el plano bidimensional dado por los puntos (0,0), (0,1) y (1,0) puede existir una infinidad de portafolios factibles.

⁹⁴ En tanto por uno que es equivalente a tanto por ciento.

Gráfica 4.8 Generación de rectas de isomedias como rectas de nivel del rendimiento del portafolio.



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1) y Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University Press. La gráfica en 3D es aportación del presente trabajo.

Para delimitar cómo se comporta el rendimiento y el mapa de rectas de isomedias en la región de portafolios factibles, se puede revisar la parte derecha de la gráfica. En la misma se señala la correspondencia que tienen diferentes isomedias entre la gráfica de la izquierda y la de la derecha. Como se observa, dentro de los portafolios factibles, se logra el máximo rendimiento cuando $w_1 = 100\%$, $w_2 = 0.0\%$ y $w_3 = 0.0\%$, lo que implica invertir todos los recursos en el activo uno que paga un rendimiento de $E_p = \bar{r}_1 = 1\%$. El valor mínimo se logra cuando se tiene $w_1 = 0.0\%$, $w_2 = 0.0\%$ $w_3 = 100\%$ con $E_p = \bar{r}_3 = 0.5\%$.

Si se partiera del enfoque de solo maximizar E_p el problema se reduciría a destinar todo el balance de inversión en el activo uno. Sin embargo, como se ha visto a lo largo de los sub capítulos anteriores, el factor exposición al riesgo entra en juego y el caso de esta estrategia respecto a todos los portafolios factibles, lleva a la cuantificación máxima asequible en este parámetro.

4.5.1.1.2 El mapa de curvas de isovarianzas

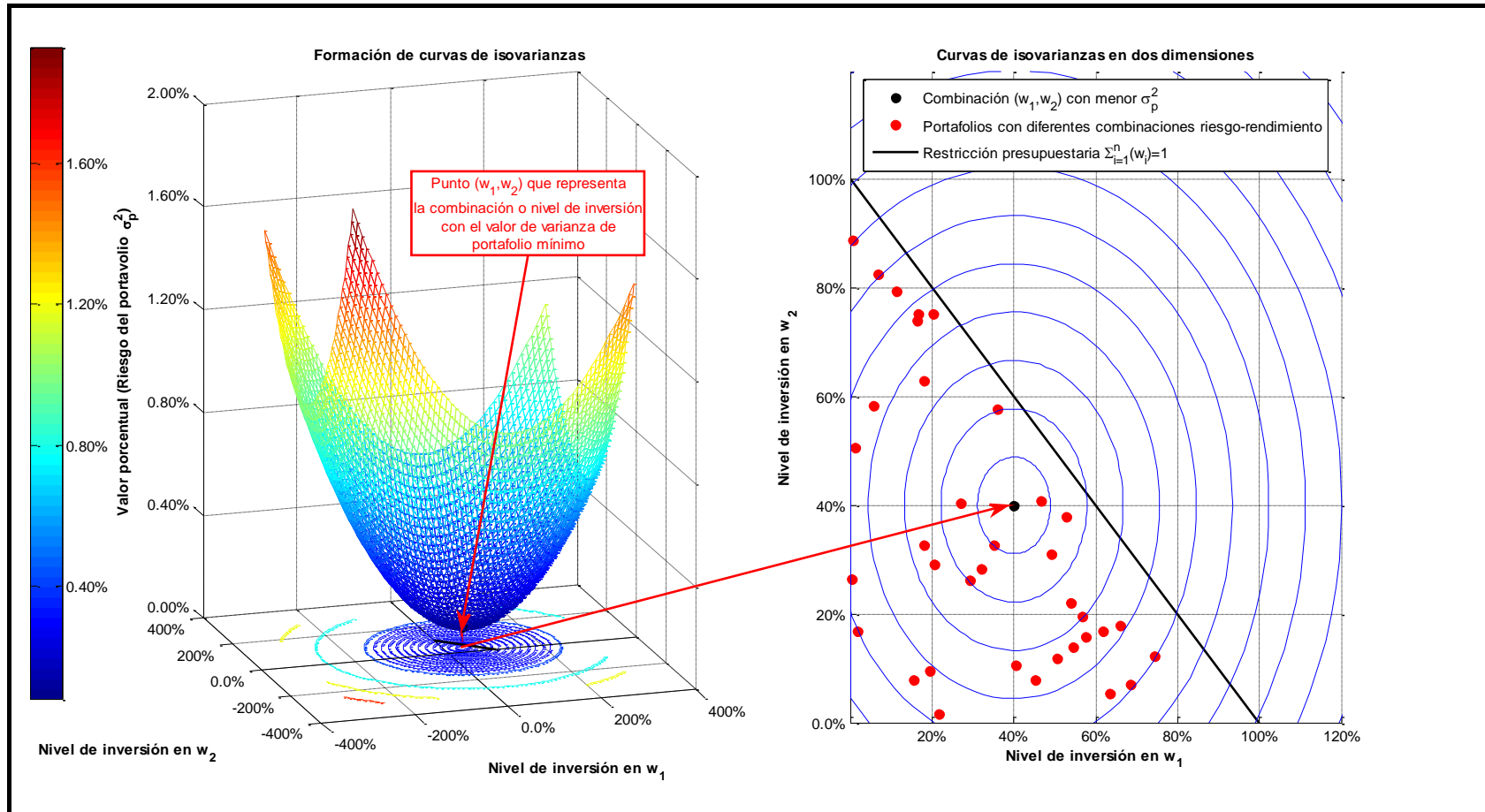
Partiendo de la misma perspectiva de las isomedias, se pueden determinar aquellos niveles de inversión en w_1 y w_2 que generan el mismo nivel de varianza dada la Fórmula 4.55. Esto define lo que se conocerá como “conjunto de isovarianza” (IV):

$$IV \subset \Xi = \{ \Xi / \sigma_{\Xi}^2 = \sigma_i^2 \} \quad (\text{Fórmula 4.55})$$

Este se expone en el eje z de la parte izquierda de la Gráfica 4.9. El valor porcentual de la varianza del portafolio tiene un comportamiento parabólico⁹⁵ (cuadrático) dados los valores de w_1 y w_2 . La paraboloides ilustrada tiene su punto de mínima varianza en la combinación de activos señalada por el punto dado por $w_1 = 40\%$, $w_2 = 40\%$, $w_3 = 20\%$.

⁹⁵ De paraboloides al considerarse ahora dos variables de manera conjunta.

Gráfica 4.9 Generación del mapa de curvas de isovarianzas como curvas de nivel de varianza.



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1) y Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University Press. La gráfica en 3D es aportación del presente trabajo.

En la parte del plano w_1, w_2 se pueden apreciar los cortes a nivel de los diferentes valores que va tomando la varianza conforme los niveles de inversión en cada instrumento se alejan de dicho punto central o de mínima varianza. Estos se conocerán como “*mapa de curvas de isovarianzas*” porque cada círculo o elipse⁹⁶ señala todos aquellos portafolios (con diferentes niveles de inversión en w) que llevan al mismo nivel de σ_i^2 .

En la parte derecha de la gráfica se aprecia la correspondencia que cada curva tiene respecto a las de la exposición a la izquierda. Para fines del ejercicio citado, se puede observar que el portafolio que da el mayor rendimiento, dado por $w_1 = 100\%, w_2 = 0.0\%, w_3 = 0.0\%$, es el que también tiene la máxima varianza de todo el conjunto de portafolios factibles.

Nótese también cómo el portafolio que paga el menor rendimiento, de 0.5%, dado por niveles de inversión de $w_1 = 0.0\%, w_2 = 0.0\%, w_3 = 100\%$, es también más riesgoso que el señalado como de mínima varianza que lleva a rentabilidades de $E_p = 0.78\%$.

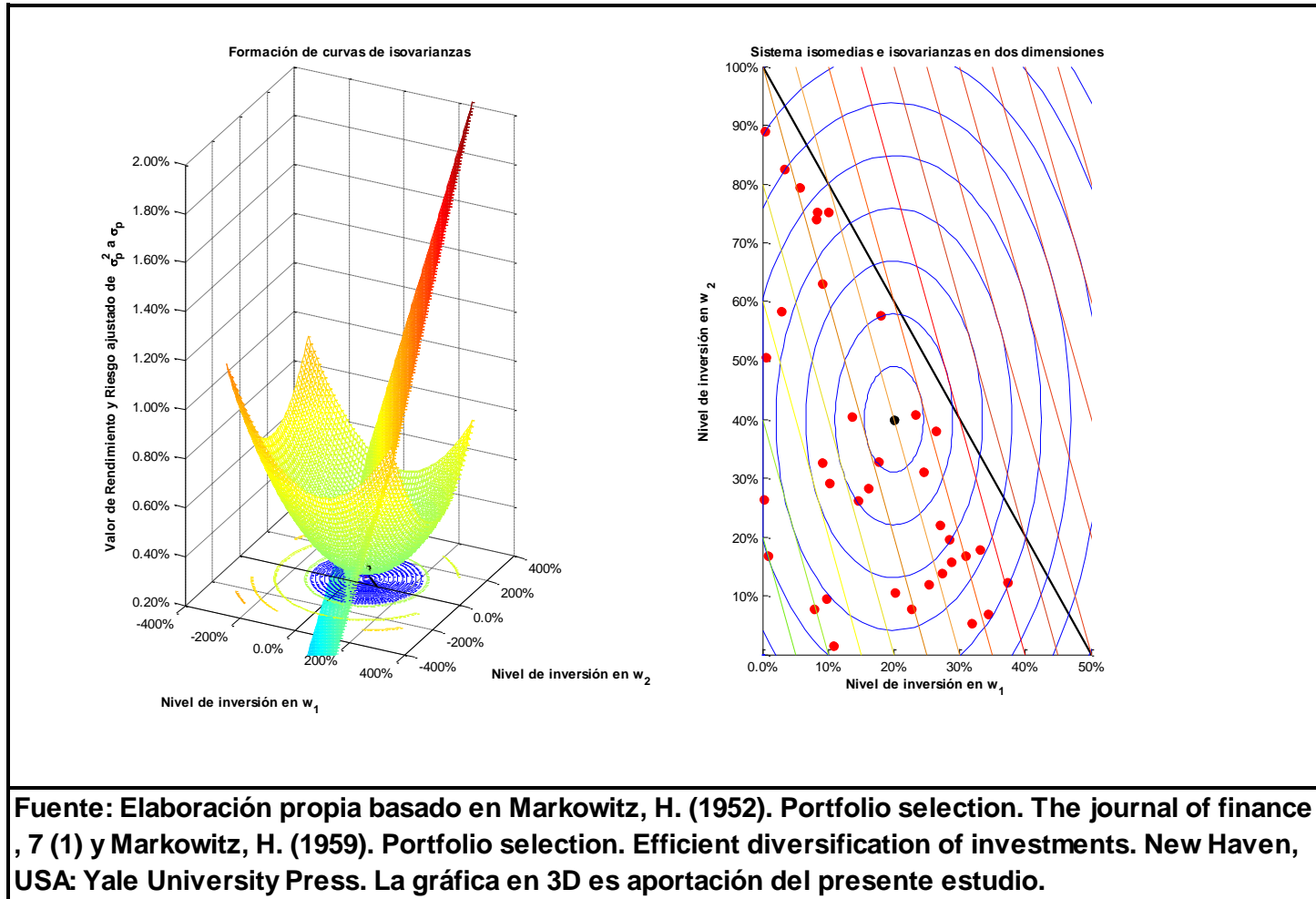
4.5.1.1.3 El conjunto de portafolios eficientes

Para continuar con la derivación gráfica de la frontera eficiente, es necesario combinar el mapa de curvas de isomedias con el mapa de curvas de isovarianzas. Esto se realiza en la parte izquierda de la gráfica 4.10. Con esta combinación y siguiendo la lógica de exposición de las dos gráficas anteriores se genera el sistema de rectas de isomedias y curvas de isovarianzas⁹⁷ de la parte derecha.

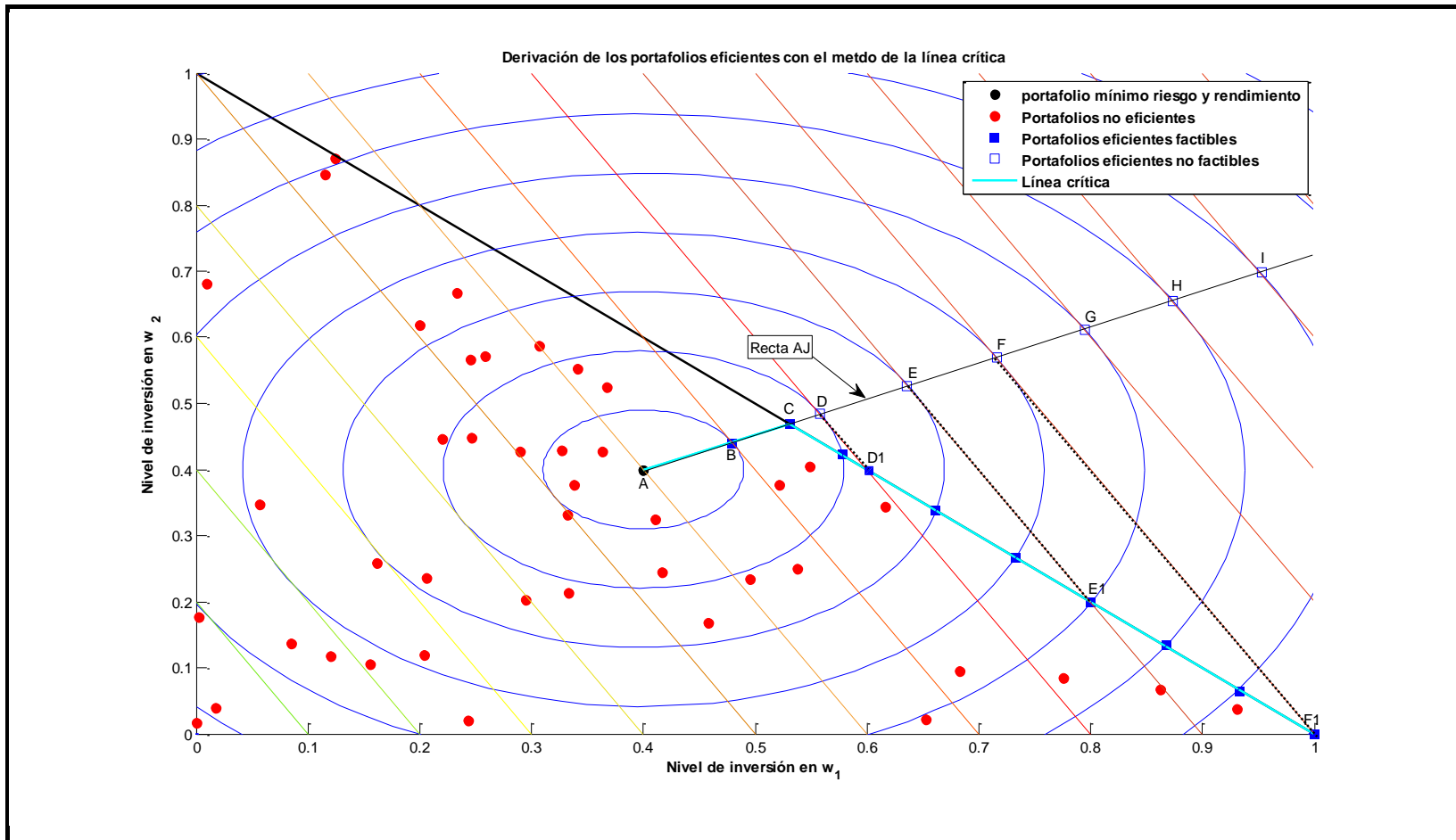
⁹⁶ Según sean los valores de las varianzas, las covarianzas o los niveles de inversión.

⁹⁷ Markowitz (1999, p. 6) corrige una omisión en la que aclara que se puede emplear tanto la varianza como la desviación estándar como medidas de riesgo, siendo la última más significativa en su empleo y consistente con el Teorema de la Separación de fondos de Tobin (1958) . Esto lo fundamenta posteriormente en su página 303.

Gráfica 4.10 Formación del sistema de isomedias e isovarianzas.



Gráfica 4.11 Derivación de los portafolios eficientes en el sistema de isomedias e isovarianzas empleando el método de la línea crítica.



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1) y Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University Press.

De este sistema de isomedias e isovarianzas se pueden derivar los portafolios que son eficientes en el sentido de presentar la mínima varianza dado el nivel de rendimiento, cuantificado esto con el punto *único* de intersección de la isomedio con determinada isovarianza. Para esto se expone en la gráfica 4.11 el empleo de una recta que se denominará “*recta AJ*” o “*línea crítica*” cuya función será la de unir todos aquellos puntos *únicos* en los que una curva de isovarianza hace tangencia con una recta de isomedio. Estos señalan combinaciones de w_1 y w_2 que cumplen con la definición de eficiencia al minimizar σ_p^2 dado el nivel de E_p .

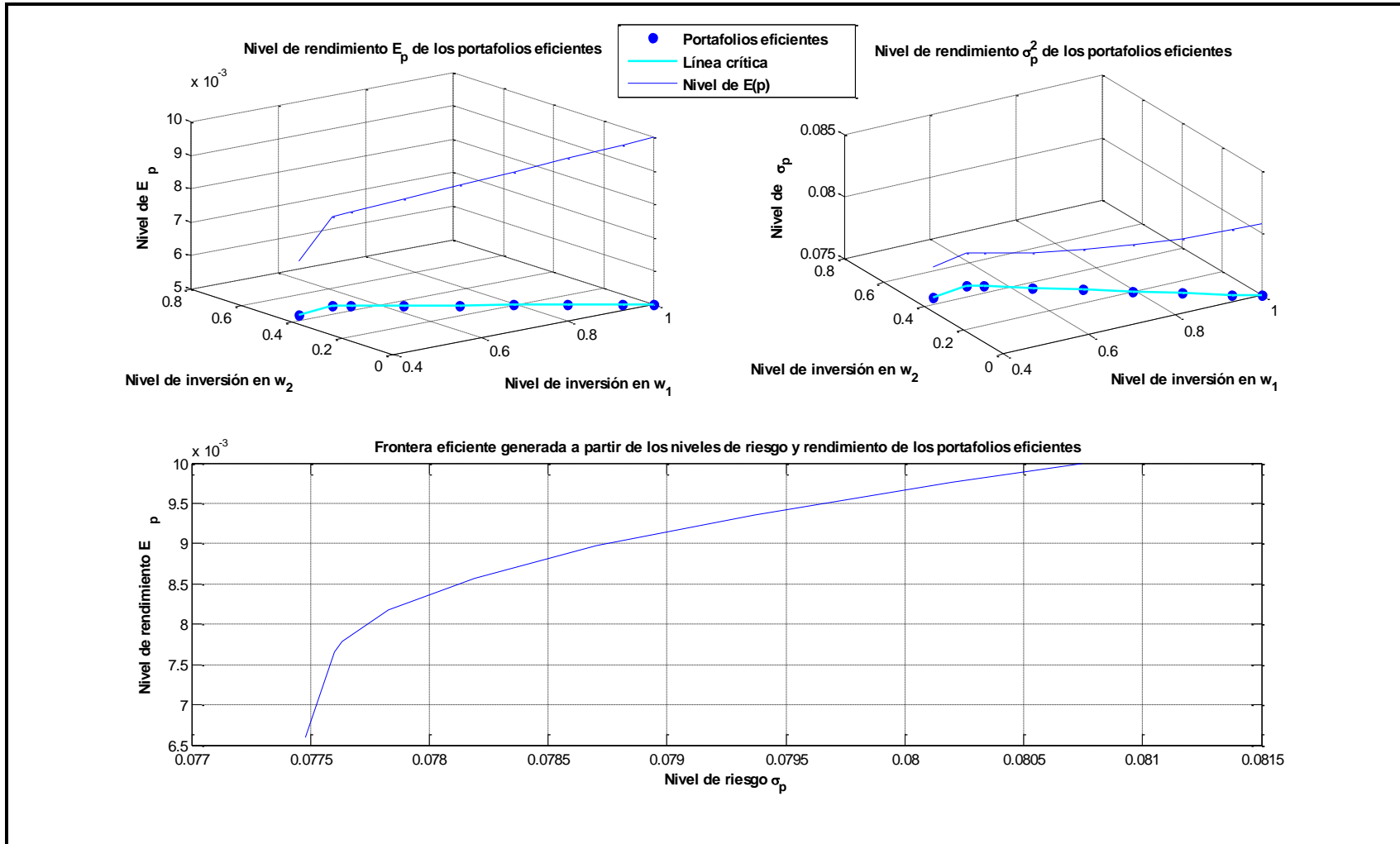
Este método se conoce, tanto en la presente derivación geométrica como en la analítica por revisar, como el método de la línea crítica descrito en un artículo de investigación del “*Naval Research Logistics Quarterly*” por Markowitz (1956), así como en los capítulos siete y ocho de Markowitz (1959)⁹⁸.

Los puntos A al C de la gráfica 4.13 no presentan problemas para cumplir con las restricciones dadas por las fórmulas 4.58 y 4.59. Sin embargo, el subconjunto D a J sale totalmente de la zona de portafolios factibles por lo que deben buscar la correspondencia en algún punto del espacio x, y que se apegue a dichas restricciones aunque eso implique llegar a un mínimo *local* de varianza σ_p^2 en ese valor específico de E_p .

Aplicando este criterio, la combinación dada por D1 es la que mantiene el mismo nivel de rendimiento que D pero minimiza localmente (ya no de forma global dadas las restricciones) la varianza y cumple con las fórmulas 4.52 y 4.53. Este mismo criterio se aplica en E1, F1 y puntos análogos en el plano con el rango de puntos $(C, F1]$. El último caso es la opción que otorga el máximo rendimiento dado al invertir todo el balance de inversión en w_1 .

⁹⁸ Este método iterativo (sin empleo práctico hoy en día) se propuso dada la capacidad de cómputo existente, debido a la inexistencia de la resolución de un programa cuadrático previa a la de Wolfe (1959) y a que no existían rutinas informáticas lo suficientemente potentes que calcularan derivadas o inversión de matrices de muchas entradas. El mismo da origen al concepto de *portafolios esquina* que es un constructo que simplifica la exposición de la frontera eficiente y sus propiedades que fundamentan el de la separación de fondos de James Tobin (1958) y el teorema de los dos fondos de Black (1972). Este último es el equivalente de variables no básicas entrantes y básicas salientes del método simplex.

Gráfica 4.12 Formación de la frontera eficiente con el conjunto de portafolios eficientes.



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1). y Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University

En la línea crítica o recta AJ yacen todas las posibles de combinaciones de activos o carteras que cumplen con las condiciones de pertenecer a la zona de portafolios factibles y que son las más eficientes en los términos previamente definidos. Por tanto, todas estas opciones forman lo que se conoce como “conjunto de portafolios eficientes” (ξ).

En la gráfica 4.12 se expone, en la parte superior izquierda, el nivel de rendimiento que paga cada cartera eficiente derivada en la gráfica 4.11. En la superior derecha el nivel de varianza que se observa en cada caso.

En la parte inferior, se genera una combinación de niveles de riesgo y de rendimiento dado el conjunto de portafolios eficientes (ξ) y los valores de los segmentos superiores. La curva que se genera es la frontera eficiente que se expone en la Gráfica 4.08.

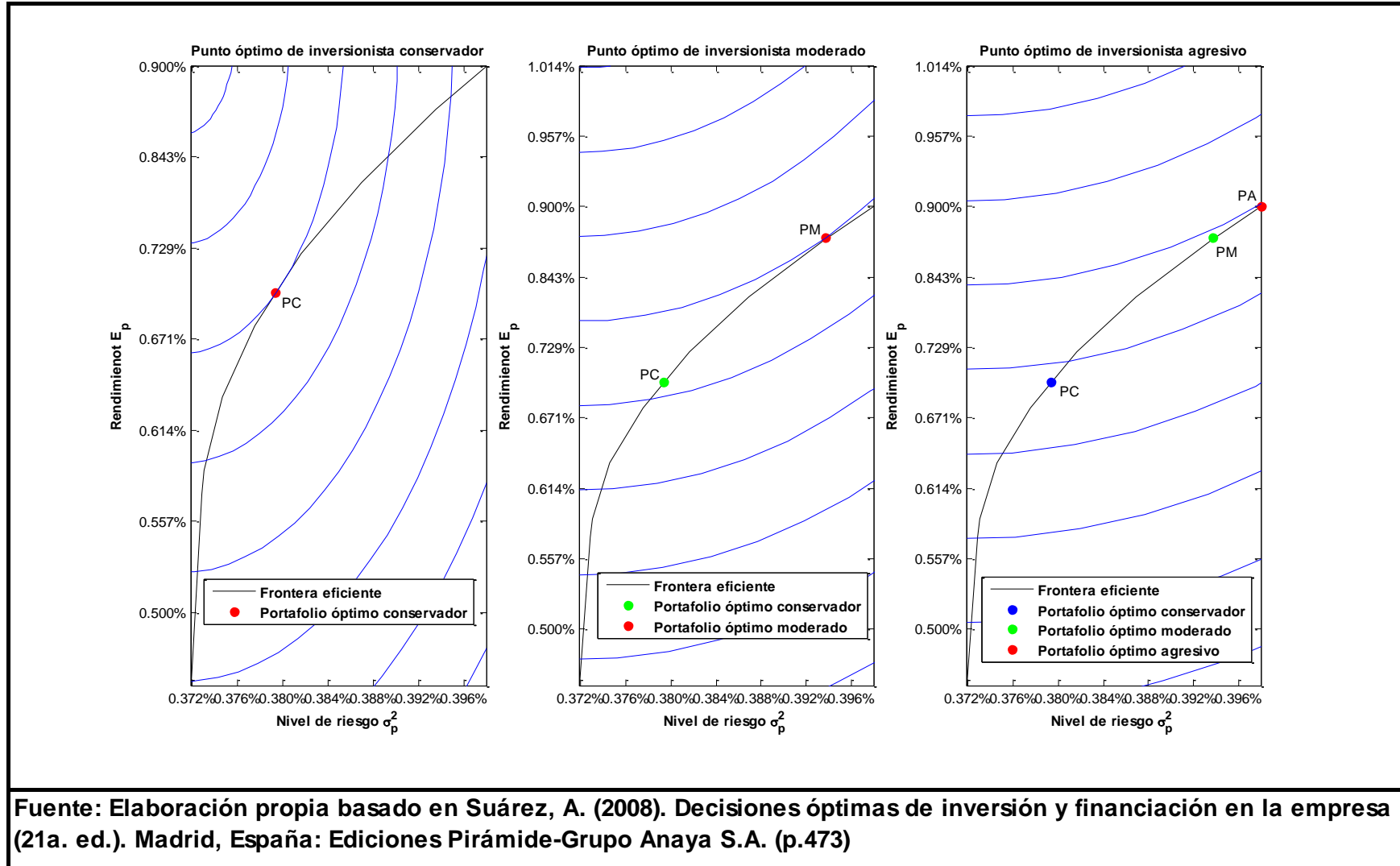
Es importante señalar que, en el presente análisis gráfico, se marcan solo unos cuantos puntos que yacen sobre la línea crítica y se consideran como parte de ξ . Sin embargo, el número de elementos o portafolios que pueden formar parte del mismo puede ser infinitamente mayor. Esto lleva a una cantidad de cardinalidad $\#(\xi)$ establecida a discreción del inversionista.

4.5.1.1.4 La elección racional del inversionista en base a su función de utilidad

Como se vio al inicio de la introducción a la teoría de portafolios, la segunda aportación de Markowitz es la de plantear la elección del inversionista en base a la racionalidad. A su vez, se estableció que esta será de un tipo limitado ya que el agente reducirá su elección a dos variables: riesgo y rendimiento y esta será la única información que podrá aproximar o procesar. Por tanto, el individuo decidirá por su mejor opción en base a la función de utilidad dada por la fórmula 4.34:

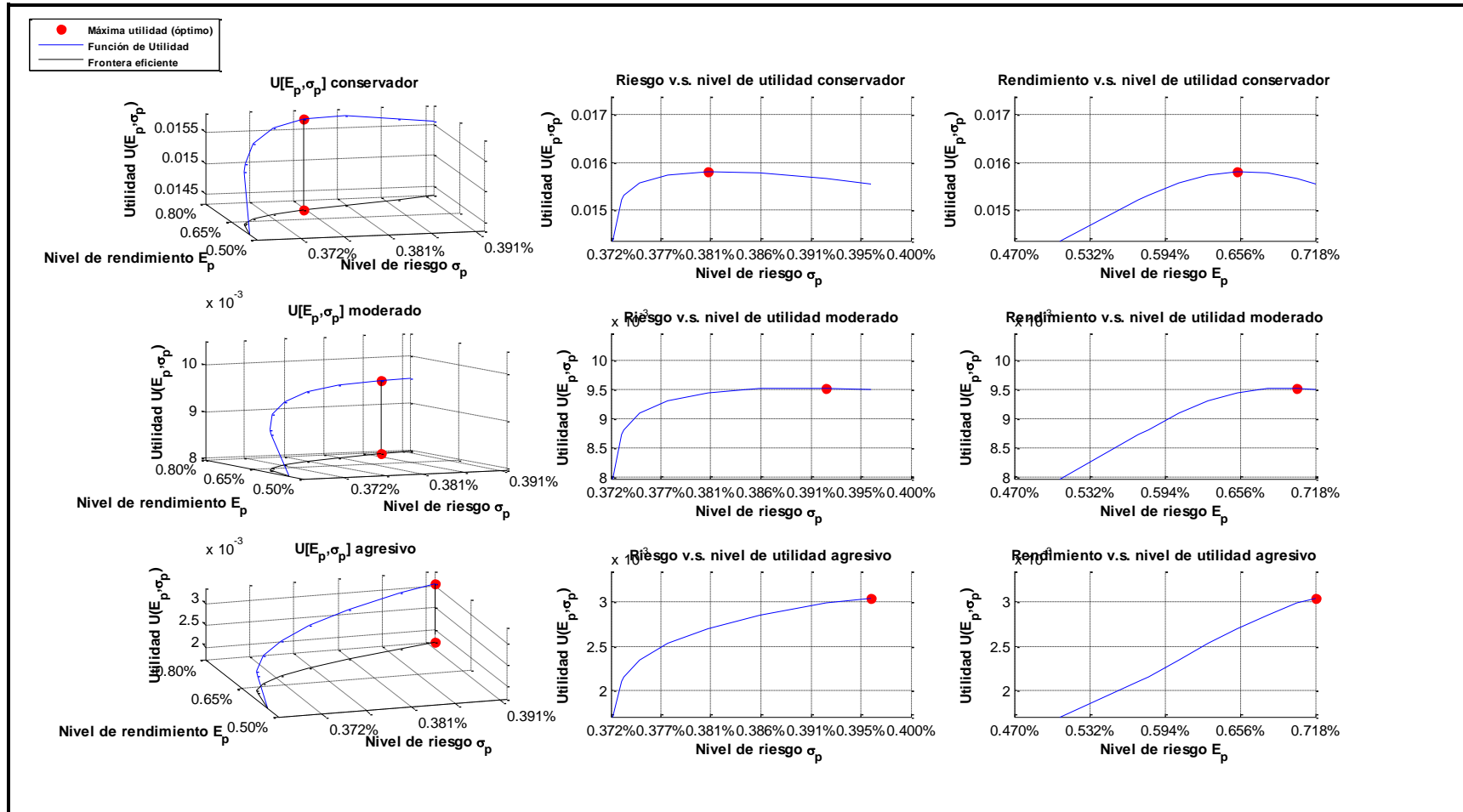
$$U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.02 \cdot \sigma_p^2$$

Gráfica 4.13 Enfoque de la elección del portafolio óptimo a partir del mapa de curvas de indiferencia.



Fuente: Elaboración propia basado en Suárez, A. (2008). Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa (21a. ed.). Madrid, España: Ediciones Pirámide-Grupo Anaya S.A. (p.473)

Gráfica 4.14 Elección racional del inversionista en los tres diferentes grados de aversión al riesgo: Otra perspectiva del problema de maximización.



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance , 7 (1) y Scherer, B. (2004). Portfolio construction and risk budgeting (2nd ed.). London, England: Risk Books. El enfoque tridimensional de la función de utilidad es aportación del presente trabajo.

Esto se puede apreciar en la gráfica 4.13. En la parte izquierda se expone la frontera eficiente y el mapa de curvas de indiferencia calculado según los valores de $U(E_p, \sigma_p^2)$ con $A = 8$. El portafolio con nivel de riesgo y rendimiento óptimo para el inversionista conservador se deriva con el punto de tangencia de la curva de indiferencia de mayor nivel de $U(E_p, \sigma_p^2)$ asequible con el conjunto de portafolios eficientes o frontera eficiente.

En las otras dos subdivisiones de la misma, se exponen los niveles idóneos de un inversionista moderado y otro agresivo al riesgo ($A = 4$ y $A = 1$). Como se aprecia, a pesar de que $U(E_p, \sigma_p^2)$ tiene la misma forma funcional, el valor de A o el grado de aversión lleva a soluciones óptimas diferentes dado el impacto en el nivel de concavidad de la función objetivo.

En la gráfica 4.14 se puede apreciar (en la parte superior o primera fila) la elección racional que hace el inversionista conservador al riesgo de entre el conjunto de portafolios eficientes. Como se observa a la izquierda del primer renglón de gráficas, se marca un punto que genera la máxima utilidad, mismo que tiene correspondencia con una gráfica comparativa de riesgo y utilidad en la exposición intermedia y en el de la última donde se contrasta con el nivel de riesgo.

4.5.1.2 Derivación analítica de la frontera eficiente y la elección del portafolio óptimo

El análisis geométrico puede ser realizado a través de un modelo de optimización matemática conocido como “*programación cuadrática*”. Para esto, Markowitz (1959, pp. 154-187) expone una forma de derivación que denomina “*método de la línea crítica*”, haciendo alusión a la conclusión geométrica con que se obtuvo la curva que lleva el mismo nombre en la Gráfica 4.13. Sin embargo, este no será utilizado al ser más apropiado para los fines buscados el método que emplea multiplicadores lagrangeanos propuesto por Martin (1955).

Aunque sale de la óptica del estudio el dar una descripción detallada de los modelos de programación cuadrática, se puede mencionar que no se utilizan modelos de programación lineal debido a que σ_p^2 se obtiene con parámetros elevados a la segunda potencia ($\mathbf{w}' \cdot \mathbf{w}$) por lo que el modelo de optimización⁹⁹ mencionado se sugiere adecuado para los fines buscados. El programa cuadrático que se empleará en el presente para obtener los elementos del conjunto de portafolios eficientes seguirá el objetivo de obtener el portafolio con la mínima varianza σ_p^2 dado un nivel específico de rendimiento E_p^* .

4.5.1.2.1 Obtención de la frontera eficiente con un programa cuadrático paramétrico donde se minimiza la varianza σ_p^2

La derivación de los modelos de optimización cuadrática que están por presentarse se basan en buena parte en los desarrollados por Bernardello, Bianco, Casparri *et. al.* (2004, pp. 214-224), así como en Elton, Gruber, Brown y Goetzmann (2003, pp. 99-110) y Marín y Rubio (2001, pp. 241-279). El mismo buscará minimizar el nivel de riesgo dado por un rango de valores discretos de $E_p^* \in [\min(\mathbf{r}), \max(\mathbf{r})]$ ¹⁰⁰, al aplicar en cada punto o conjunto de puntos definidos por el inversionista dentro del intervalo cerrado, el siguiente problema:

$$\text{minimizar } \mathbf{w}' \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{w}$$

Sujeto a:

$$1) \mathbf{w}' \cdot \mathbf{1} = 100\% \quad \Rightarrow \quad 100\% - (\mathbf{w}' \cdot \mathbf{1}) = 0$$

$$2) \mathbf{w}' \cdot \mathbf{r} = E_p^* \quad \Rightarrow \quad \mathbf{w}' \cdot \mathbf{r} - E_p^* = 0$$

$$3) \mathbf{w} \geq 0$$

(Fórmula 4.56)

En donde E_p^* es el nivel de rendimiento o valor esperado de cartera que se emplea como objetivo previamente definido por el inversionista y para el que se resuelve una serie de problemas como el anterior en un rango dado por $E_p^* \in [\min(\mathbf{r}), \max(\mathbf{r})]$.

⁹⁹ Programación cuadrática o modelo de optimización cuadrático paramétrico.

¹⁰⁰ Donde * indica que es un valor variable previamente definido por el inversionista.

La programación cuadrática puede aproximarse con modelos de derivación analítica multivariada como puede ser el de los multiplicadores de Lagrange (Martin, 1955). Sin embargo, antes de emplear la Fórmula 4.56 es importante advertir que si se resolviera la ecuación lagrangeana incluyendo directamente la restricción de no negatividad tendrían que incorporarse variables “ficticias” o “dummy”. Esto obedece a que 3) es una restricción de desigualdad, por lo que a cada variable sujeta a la misma tendría que asignarse un valor de $\sigma_{ij}^2 = \sigma_i = \mu_i = 0$ (Markowitz, 1959, p. 171). Con esto 3) se convertiría en la siguiente:

$$3) w_i - w_{i+d} = 0$$

Al formar el sistema de ecuaciones de las primeras derivadas incorporando estas variables ficticias, así como sus medias, sus varianzas y sus covarianzas, se llega a una matriz singular. Para resolver esto, Martin (1955) expone un algoritmo con multiplicadores lagrangeanos a través de los siguientes pasos generales:

1. Resolver el programa de la fórmula 4.56 ignorando la restricción de no negatividad en el planteamiento y manteniendo las primeras dos.
2. Cuando se derivan los valores óptimos dados por w^* se ignoran todos aquellos resultados que tienen valor negativo (ventas en corto), forzando sus valores a cero al suponer que no se realizarán inversiones financieras en los mismos¹⁰¹.
3. Como este cambio se cumple con la restricción de no negatividad pero genera inconsistencias con la restricción presupuestaria. Para resolver esto, se replantea el problema de la fórmula 4.56 incorporando solo aquellos activos que en el paso anterior tuvieron valores positivos.
4. Los pasos 2 a 3 se realizan de manera cíclica, eliminando los activos que resulten con valores negativos hasta que todos¹⁰² los niveles de inversión sean positivos

¹⁰¹ En Chiang y Wainwright (2006, pp. 402-412) se exponen los métodos de programación no lineal y las condiciones de Kuhn y Tucker (1951) que deben cumplirse ante restricciones de no negatividad. En dicha fuente se emplean métodos iterativos del problema lagrangeano que sugieren las bases del método expuesto por Martin (1955). A su vez se podrá notar una consistencia aproximada entre el presente método, el de la línea crítica de Markowitz (1956) y el de programación cuadrática de Wolfe (1959).

¹⁰² Como se verá en el ejemplo puede ser desde un solo activo hasta los n activos que conforman el portafolio.

como condición de paro. Esto puede llevar a un proceso de eliminación tal que el portafolio pueda quedar con un solo activo¹⁰³.

Para exponer este algoritmo, se emplea el ejemplo 1 con tres activos previamente estudiado en la derivación geométrica y se buscará el portafolio con mínimo riesgo dado un valor de $E_p^* = 0.1$. El cual plantea el problema de la siguiente manera:

$$\text{minimizar } \sigma_p^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 1) w_1 + w_2 + w_3 &= 100\% & \Rightarrow & 100\% - w_1 - w_2 - w_3 = 0 \\ 2) w_1\mu_1 + w_2\mu_2 + w_3\mu_3 &= E_p^* & \Rightarrow & E_p^* - w_1\mu_1 - w_2\mu_2 - w_3\mu_3 = 0 \end{aligned} \quad (\text{Fórmula 4.57})$$

La ecuación lagrangeana para el problema de optimización quedaría como sigue:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23} + \lambda_1[1 - w_1 - w_2 - w_3] \\ &+ \lambda_2[E_p^* - w_1\mu_1 - w_2\mu_2 - w_3\mu_3] \end{aligned} \quad (\text{Fórmula 4.58})$$

Se determinan las primeras derivadas parciales de la misma respecto a las variables $w_1, w_2, w_3, \lambda_1, \lambda_2$ y se igualan a cero para conseguir el óptimo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} = 2w_1\sigma_1^2 + 2w_2\sigma_{12} + 2w_3\sigma_{13} - \lambda_1 - \lambda_2\mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} = 2w_2\sigma_2^2 + 2w_1\sigma_{21} + 2w_3\sigma_{23} - \lambda_1 - \lambda_2\mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_3} = 2w_3\sigma_3^2 + 2w_1\sigma_{31} + 2w_2\sigma_{32} - \lambda_1 - \lambda_2\mu_3 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 1 - w_1 - w_2 - w_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad w_1 + w_2 + w_3 = 100\%$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = E_p^* - w_1\mu_1 - w_2\mu_2 - w_3\mu_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad w_1\mu_1 + w_2\mu_2 + w_3\mu_3 = E_p^*$$

¹⁰³ Como se había comentado anteriormente, eso es una cualidad matemática que sugeriría como matemáticamente mala pero no lo es ya que solo contraviene o ignora el principio de la diversificación en dos o más activos que se propone con la definición de "portafolio".

Posteriormente se resuelve el sistema de ecuaciones no homogéneo generado de tal forma que se obtengan los valores de $w_1^*, w_2^*, w_3^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*$. Para ello, se expresa el mismo en notación matricial:

$$\begin{bmatrix} 2\sigma_1^2 & 2\sigma_{12} & 2\sigma_{13} & -1 & -\mu_1 \\ 2\sigma_{21} & 2\sigma_1^2 & 2\sigma_{23} & -1 & -\mu_2 \\ 2\sigma_{31} & 2\sigma_{32} & 2\sigma_1^2 & -1 & -\mu_3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ E_p^* \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\Psi} = \mathbf{b} \quad (\text{Fórmula 4.59})$$

Para obtener los valores de $\boldsymbol{\Psi} = [w_1^*; w_2^*; w_3^*; \lambda_1^*; \lambda_2^*]$ se despeja $\boldsymbol{\Psi}$:

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad (\text{Fórmula 4.60})$$

Los valores que interesan de $\boldsymbol{\Psi}$ son $[w_1^*; w_2^*; w_3^*]' = \mathbf{w}^* \in \boldsymbol{\Psi}$. Para incorporar las restricciones de no negatividad siguiendo el algoritmo de Martin así como para fines de ejemplificación, se sustituyen los valores del ejemplo utilizado en el análisis geométrico y se emplea el valor objetivo de $E_p^* = 1\%$, quedando el sistema de ecuaciones de la Fórmula 4.60 como sigue:

$$\begin{bmatrix} w_1^* \\ w_2^* \\ w_3^* \\ \lambda_1^* \\ \lambda_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 0.4\% & 2 \cdot 0.81\% & 2 \cdot 0.149\% & -1 & -1\% \\ 2 \cdot 0.081\% & 2 \cdot 0.03\% & 2 \cdot 0.03\% & -1 & -0.7\% \\ 2 \cdot 0.149\% & 2 \cdot 0.03\% & 2 \cdot 0.377\% & -1 & -0.5\% \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1\% & 0.7\% & 0.5\% & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100\% \\ 1\% \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 142.46\% \\ 63.69\% \\ -106.15\% \\ -8.65\% \\ -117.461\% \end{bmatrix}$$

$$\therefore \mathbf{w}^* = \begin{bmatrix} 142.46\% \\ 63.69\% \\ -106.15\% \end{bmatrix}$$

El resultado del sistema anterior se sugiere correcto y consistente con las restricciones 1) y 2). Sin embargo, debe de aplicarse la restricción de no negatividad, por lo que Martin (1955, pp. 161-165) propone que se elimine del análisis todo activo que tenga ponderaciones o niveles de inversión negativos y se suponga un nivel de inversión de cero en los mismos. Con lo anterior se replantea la ecuación lagrangeana

considerando en la misma a aquellos valores de $\mathbf{w}^* > 0$. Con esto, la nueva función a optimizar será:

$$\mathcal{L} = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + \lambda_1 [1 - w_1 - w_2] + \lambda_2 [E_p^* - w_1 \mu_1 - w_2 \mu_2] \quad (\text{Fórmula 4.61})$$

Se obtiene la primera derivada parcial respecto a cada variable:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_1} = 2 \cdot w_1 \sigma_1^2 + 2 \cdot w_2 \sigma_{12} - \lambda_1 - \lambda_2 \cdot \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w_2} = 2 \cdot w_2 \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \sigma_{21} - \lambda_1 - \lambda_2 \cdot \mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 1 - w_1 - w_2 = 1 \Rightarrow w_1 + w_2 = 1$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = E_p^* - w_1 \cdot \mu_1 - w_2 \cdot \mu_2 = 1 \Rightarrow w_1 \cdot \mu_1 + w_2 \cdot \mu_2 = E_p^*$$

Se plantea el sistema de ecuaciones en forma matricial y se resuelve para obtener los valores de $[\lambda_1^*; w_2^*] = \mathbf{w}^* \in \Psi = [w_1^*; w_2^*; \lambda_1^*; \lambda_2^*]$:

$$\begin{bmatrix} w_1^* \\ w_2^* \\ \lambda_1^* \\ \lambda_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 0.4\% & 2 \cdot 0.81\% & -1 & -1\% \\ 2 \cdot 0.081\% & 2 \cdot 0.03\% & -1 & -0.7\% \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1\% & 0.7\% & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 100\% \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100\% \\ 0.0\% \\ -33.20\% \\ 340\% \end{bmatrix}$$

$$\therefore \mathbf{w}^* = \begin{bmatrix} 100\% \\ 0.0\% \end{bmatrix}$$

Este resultado, como puede observarse en la gráfica 4.11, es el punto J1 donde se invierte el 100% de los recursos en el activo w_1 y se obtienen los mayores niveles de rendimiento $E_p^* = 1.0\%$ y riesgo de $\sigma_p^2 = 0.40\%$.

Es importante señalar que el algoritmo de la programación cuadrática para obtener cada punto de la frontera eficiente debe aplicarse para el rango $E_p^* \in [\min(\mathbf{r}), \max(\mathbf{r})]$. Aquí se está empleando un solo valor dentro de ese rango aplicable al ejercicio expuesto en la derivación geométrica de $E_p^* = \max(\mathbf{r}) = 1\%$ que previamente (del análisis geométrico) se sabía que era el punto de máximo rendimiento en el conjunto de portafolios factibles que llevaba a $w_1^* = 100\%$.

Ya que se expuso la forma en que se deriva la frontera eficiente, es prudente revisar la forma en que el inversionista podría llegar a tomar una decisión basada en la relación de preferencia de los portafolios del conjunto de portafolios eficientes ξ expresada en la fórmula 4.51 al maximizar la función de utilidad dada en la fórmula 4.34. Para esto se emplea, de cuenta nueva, el algoritmo de Martin partiendo de la función de utilidad mencionada previamente:

$$U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.005 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

Debido a que este modelo, el estándar, no será empleado en el contexto del presente estudio, se describe solamente la selección gráfica de la cartera óptima para el inversionista en función de $U(E_p, \sigma_p^2)$ en la figura 4.2. La resolución de un problema de este tipo puede consultarse a detalle en fuentes como Martin (1955) o Markowitz (1987).

En la exposición mencionada, que es un replanteamiento de la gráfica 4.12 del análisis geométrico, se aprecia la conformación del portafolio óptimo (con el modelo estándar), para el inversionista, así como los niveles de utilidad para un conjunto ξ de cardinalidad $\#(\xi) = 1,000$, siendo la cartera 742 la que lleva a una conformación porcentual óptima para el inversionista.

A su vez, se puede apreciar el punto de tangencia de las curvas de utilidad del agente con la frontera eficiente ($A = 4$), siendo este (parte inferior derecha) el que mayor valor de $U(E_p, \sigma_p^2)$ genera para el caso teórico planteado.

4.5.1.2.2 Consideraciones al modelo estándar de análisis de portafolios que fundamentan el empleo y origen del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

Hasta el momento se ha descrito la elección de portafolio por parte del inversionista en el que se contemplan solamente activos riesgosos (bonos o acciones). Sin embargo,

no se ha contemplado la inclusión de activos considerados “*libres de riesgo*”¹⁰⁴ (*rf*) como puede ser invertir en Certificados de la Tesorería emitidos por el Banco de México dentro de la propia cartera. Activos como estos (*rf*), se considera (por práctica profesional y como referente meramente teórico) que tienen varianzas y covarianza de cero con el resto de los activos riesgosos. Si estos son incluidos en el análisis presentado, así como en la matriz de varianzas y covarianzas se puede observar que se llega a una matriz singular del tipo:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \sigma_{34} \\ \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4\% & 0.81\% & 0.149\% & 0 \\ 0.81\% & 0.03\% & 0.03\% & 0 \\ 0.149\% & 0.03\% & 0.377\% & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Al invertirla, para resolver un sistema como el planteado en la Fórmula 4.62 se tiene:

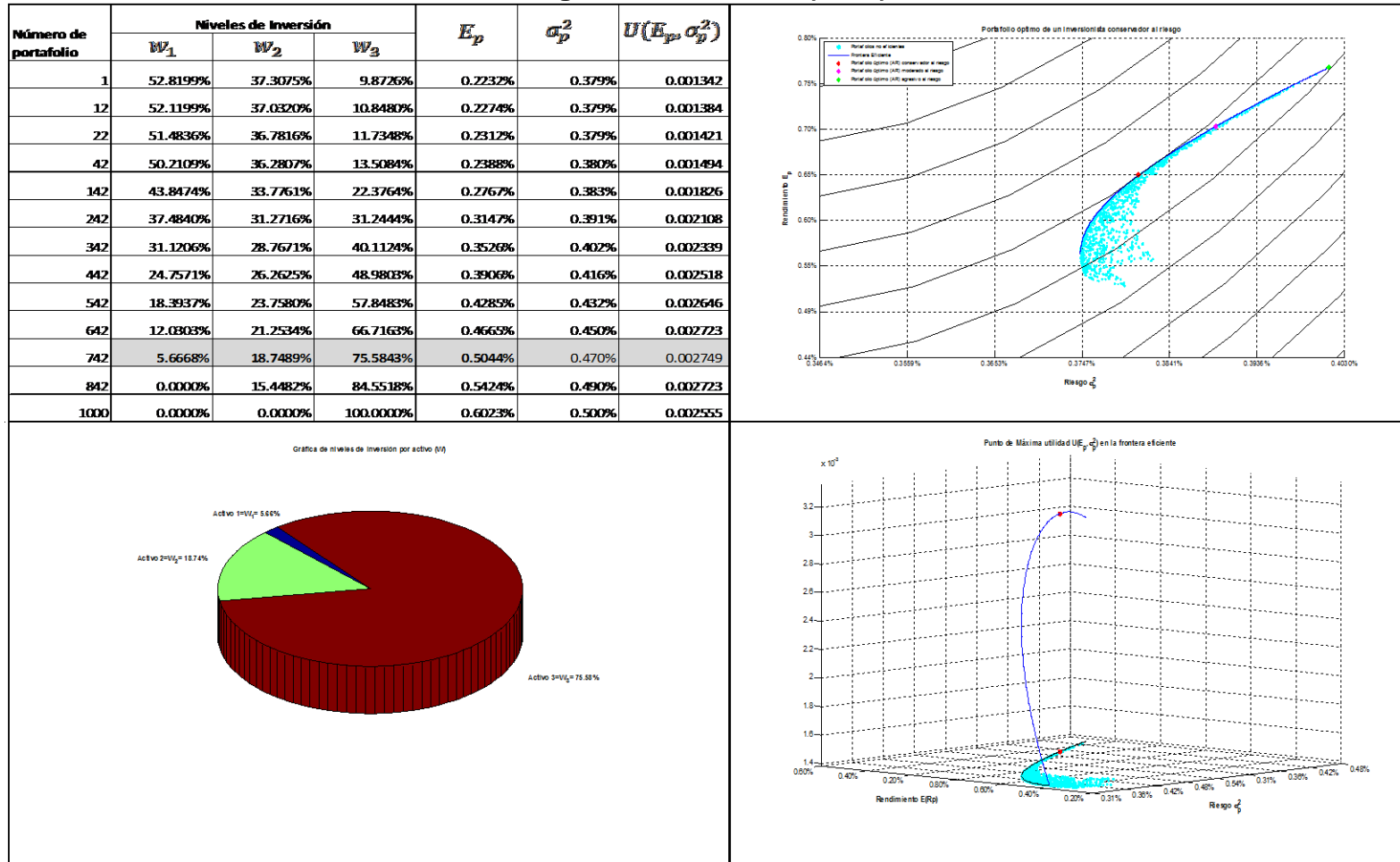
$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/(2 \cdot 0.4\%) & 1/(2 \cdot 0.81\%) & 1/(2 \cdot 0.149\%) & 1/(2 \cdot 0) & 1 \\ 1/(2 \cdot 0.81\%) & 1/(2 \cdot 0.03\%) & 1/(0.03\%) & 1/(2 \cdot 0) & 1 \\ 1/(2 \cdot 0.149\%) & 1/(2 \cdot 0.03\%) & 1/(2 \cdot 0.377\%) & 1/(2 \cdot 0) & 1 \\ 1/0 & 1/0 & 1/0 & 1/(2 \cdot 0) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0/1 \end{bmatrix} \quad (\text{Fórmula 4.61})$$

Para resolver esto, Markowitz (1959) propone que, el efectivo¹⁰⁵ o aquel activo considerado libre de riesgo se interprete como “*activo exógeno o externo*” al análisis que, a pesar de que no se incluye en el análisis del modelo estándar de portafolios, si debe suponerse que este tiene un grado de interacción económica con el rendimiento del portafolio como está por verse.

¹⁰⁴ Aunque el término sea solamente por práctica ya que la no existencia del riesgo es algo netamente teórico.

¹⁰⁵ Al que se supondrá que se invierte en activos libres de riesgo como los cetes.

Figura 4.2 Presentación de resultados (datos y derivación analítica) de la elección del portafolio óptimo para el inversionista dado el conjunto de portafolios eficientes y la función de utilidad con el algoritmo de Martin (1955)



Fuente: Elaboración propia basado en Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. Efficient diversification of investments. New Haven, USA: Yale University Press. pp.129-153.

Derivado de esto, queda la interrogante de ¿cómo se determina cuánto invertir en activos libres de riesgo y cuánto debe asignarse a cada activo riesgoso? Esta se aprecia como una de las principales limitaciones del modelo de Markowitz en su versión original o estándar publicada en 1952. Sin embargo, Tobin (1958), Sharpe (1963) y Lintner (1965) realizan¹⁰⁶ aportaciones que derivan en lo que actualmente fundamentan el modelo que se conocerá como “*Modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner*” (Markowitz, 1987, pp. 4-11) que puede resolver la última interrogante. Para comprender la lógica subyacente al mismo es necesario revisar una propuesta conocida como “*el teorema de la separación de fondos*”.

4.5.2 El modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

4.5.2.1 El teorema de la separación de fondos de James Tobin

La decisión racional del inversionista ha sido estudiada de manera previa a Markowitz, siendo los primeros pasos los dados por Keynes (1936) quien plantea que el inversionista, ante las expectativas de un incremento en el nivel de riesgo de los activos financieros, decide mantener una parte de su patrimonio en efectivo (o activos libres de riesgo) y la otra en este tipo de instrumentos.

De una manera formal, Tobin (1958, pp. 65-67) establece que son dos los tipos de razones por las que un agente desearía mantener tenencias de efectivo en su patrimonio:

1. El cambio de las expectativas de la tasa de interés, que tiene una elasticidad (como está por verse) baja en el nivel de inversión en activos riesgosos B_2 respecto al nivel de tasa esperada.¹⁰⁷
2. El grado de percepción de riesgo a cerca del comportamiento de las tasas de interés que, como se mencionó, es más elástica con B_2 respecto a la anterior.

Para exponer la lógica del Teorema de la separación¹⁰⁸ o “*Teoría de la preferencia por la liquidez*”, se parte de un ejemplo teórico en el que se decide entre invertir en

¹⁰⁶ Cada uno complementando el trabajo original de Markowitz en 1952.

¹⁰⁷ Esto al grado de que Tobin lo denomina “La inelasticidad de las expectativas de las tasa de interés futuras” (1958, p. 67).

efectivo a una tasa de interés de 0%¹⁰⁹ o un activo “riesgoso” que originalmente paga una tasa de 4% y tiene una desviación estándar de 50%. Esto se expone en la parte superior de la gráfica 4.15.

El porcentaje en que el individuo estudiado mantendrá sus recursos en esta opción se señala con el punto *A* de la parte inferior y es de 10% en el mismo y 90% en efectivo. En el plano *x,y* superior se expone una recta que relaciona el nivel de riesgo y rendimiento que se tendría dados estos dos parámetros.

En el punto *A*, al invertir solo el 10%, se observa un rendimiento de 0.4% y un riesgo de 5%. *A* se determina cuando el mapa de curvas de indiferencia¹¹⁰ hace tangencia en algún punto de esta recta.

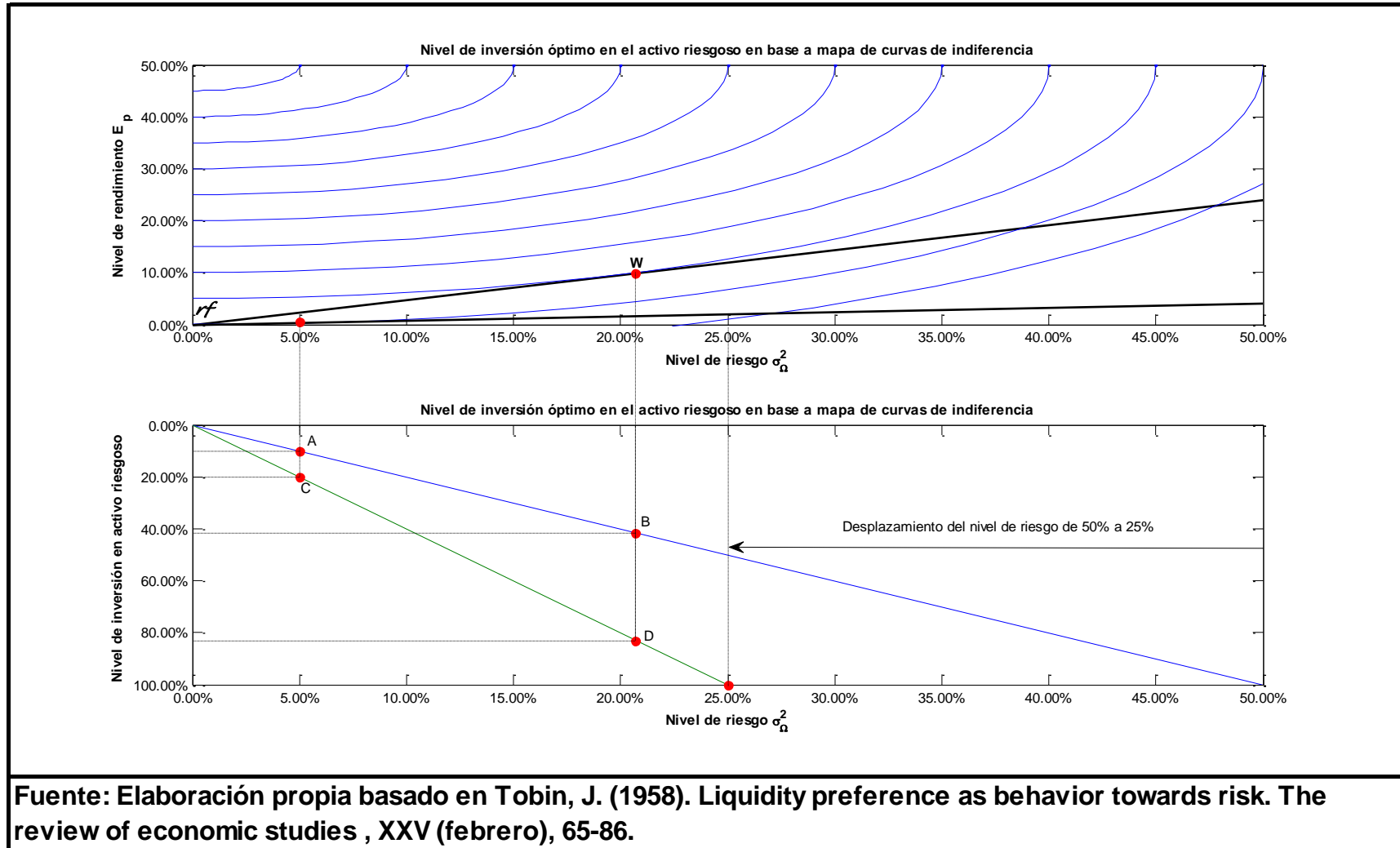
Si las expectativas de rendimiento futuro de esta inversión subieran de 4% a un 24%, la suposición inmediata sería que la tenencia en el activo se incrementara en un 600%. Sin embargo, tal como se señala en el punto *B* de la gráfica inferior, solo se aumenta a 41.5% (en un 415%). En otro escenario, si se redujera la expectativa de riesgo de 50% a 25%, manteniendo la tasa de 4%, el inversionista incrementaría su posición de 10% a 20%. A su vez, si se observa este aumento de tasa de 4% a 24%, de la mano de una disminución en el riesgo de 50% a 25%, la posición se incrementaría de 10% a 83% por lo que la elasticidad de los niveles de inversión respecto al nivel de variabilidad o riesgo tiene una influencia considerable en la decisión del agente estudiado.

¹⁰⁸ El nombre con el que actualmente se conoce no tiene un origen formal. Lintner (1965) comienza con el empleo del término y la mayoría de fuentes especializadas en estos temas siguen la misma línea como es el caso de Suárez (2008), Martínez Torre-Enciso (2006) o Elton, Gruber, Brown y Goetzmann (2003).

¹⁰⁹ Tobin parte del supuesto de que el efectivo no se invierte y al mismo se le considera activo libre de riesgo.

¹¹⁰ Que se genera de un inversionista con determinado grado de aversión al riesgo partiendo de una función de utilidad como la previamente descrita como $U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.005 \cdot A \cdot \sigma_p^2$

Gráfica 4.15 Exposición gráfica de la lógica subyacente el teorema de la separación de James Tobin.



Fuente: Elaboración propia basado en Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. The review of economic studies , XXV (febrero), 65-86.

En base a esto, Tobin plantea que la elección del nivel de inversión ω activo o portafolio riesgoso W ¹¹¹ se haga, a diferencia del modelo estándar de Markowitz pero en complemento al mismo, en el punto donde el mapa de curvas de indiferencia de su función de utilidad haga tangencia con la recta expuesta en la parte superior de la Gráfica 4.15, la cual se logra con la maximización de la relación matemática dada por la forma funcional del tipo:

$$\theta = \frac{E_W - rf}{\sigma_W} \quad (\text{Fórmula 4.62})$$

Donde θ es la pendiente de la recta de la gráfica 4.15 llamada “línea de asignación de capital” (*LAC*), E_W es la tasa pagada por el portafolio (activo riesgoso), rf la tasa pagada por el activo libre de riesgo y σ_W el nivel de riesgo de dicho portafolio. Como se aprecia, se llegó a un análisis como el descrito en la gráfica 2.4 del capítulo correspondiente al contexto situacional en donde, dada su función de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$, elige destinar su totalidad de balances de inversión B_2 en una proporción ω para el activo riesgoso W y en una $1 - \omega$ en rf .

La recta (*LAC*) consistirá, como se hizo mención para la gráfica 2.4, en un rendimiento resultante de una combinación lineal entre el rendimiento y el riesgo de un activo libre de riesgo y uno riesgoso. El último (activo riesgoso W) se deriva u obtiene del punto en que la frontera eficiente del modelo estándar de Markowitz hace tangencia con la línea de asignación de capital maximizando θ .

Por tanto, a diferencia del modelo estándar previamente revisado, la conformación del portafolio de activos riesgosos W será el mismo para los tres tipos de inversionistas y sus grados de aversión al riesgo estudiados: conservador, moderado y agresivo. La diferencia en los resultados del análisis de valuación y selección en cada caso será la asignación de B_2 en el activo W que repercutirá en los niveles de inversión tanto de activo libre de riesgo como los que conforman W . La lógica del proceso de toma de decisiones expuesta para dicha ejecución lleva a lo que se denominará el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.

¹¹¹ Conformado solo de activos de dicha naturaleza como se vio en el sub capítulo anterior.

4.5.2.2 El Modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

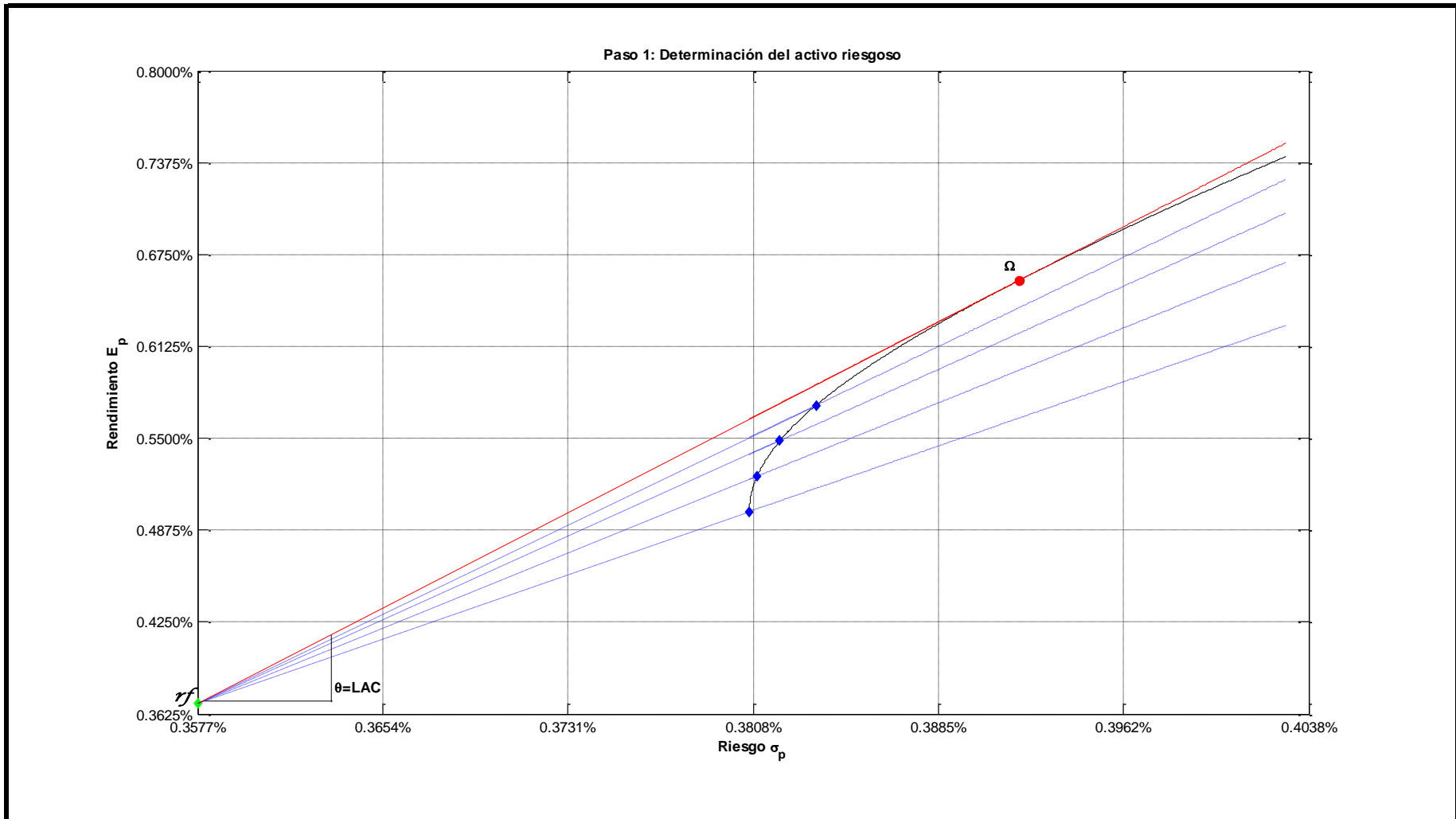
En base a lo propuesto por el teorema de la separación previamente revisado, se desarrolla el modelo de portafolios Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner con los posteriores trabajos publicados por Markowitz (1959), Sharpe (1963) y Lintner (1965). Los pasos que ahora se realizarán con el presente modelo para determinar el diseño de un portafolio óptimo para el inversionista, son (en términos generales) dos:

1. Determinar el diseño de cartera que se considerará el “activo riesgoso” W . La misma se obtiene, como se ha mencionado, en el punto donde hace tangencia la frontera eficiente del conjunto ξ con la línea de asignación de capital (LAC) que mayor pendiente (θ) presenta. Por tanto se llega al mismo a través de la maximización de $pendiente(LAC) = \theta = \frac{E_p - RL}{\sigma_p}$ (Lintner, 1965, pp. 20-22).

Para ilustrar esto se tiene la gráfica 4.16. En la misma se expone el punto W relativo al portafolio o activo riesgoso óptimo para el inversionista que ahora se identifica será el mismo para todo tipo de grado de aversión al riesgo A .

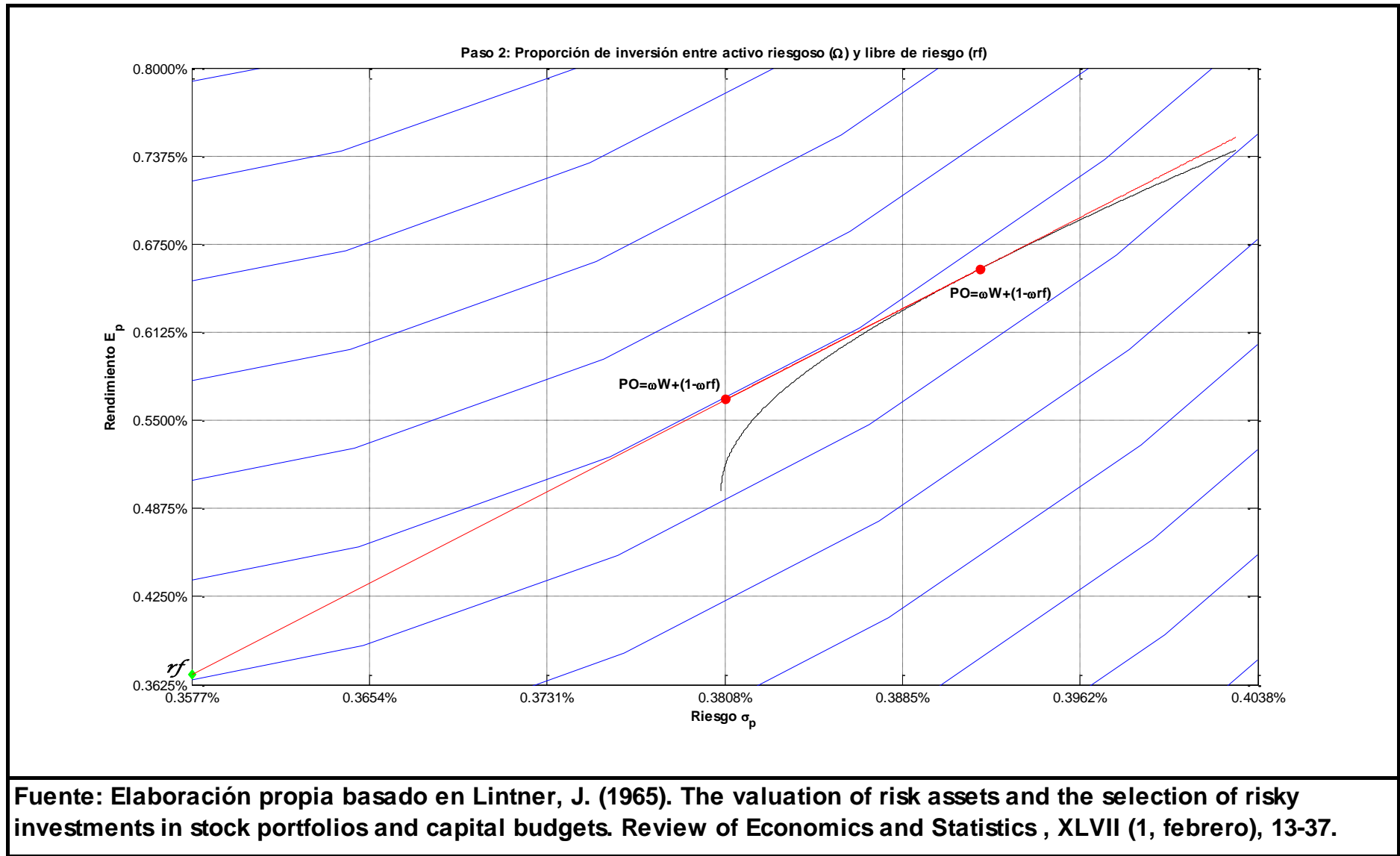
2. Una vez determinado el activo riesgoso W , el análisis se reduce a establecer la proporción (ω) del balance de inversión que se asignará entre solo dos activos: el riesgoso (W) y el libre de riesgo (rf). Esto se logra al determinar el punto de la Línea de Asignación de Capital que genera el máximo valor de $U(E_p, \sigma_p^2)$. El mapa de curvas de indiferencia de la gráfica 4.17 hace tangencia con la combinación de activo riesgoso y no riesgoso óptima dada por el punto o portafolio $PO = \omega$.

Gráfica 4.16 Derivación del portafolio diversificado óptimo o activo riesgoso.



Derivación del portafolio diversificado óptimo o activo riesgoso. Fuente: Elaboración propia basado en Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. Review of Economics and Statistics , XLVII (1, febrero), 13-37.

Gráfica 4.17 Elección de la proporción a invertir entre activo libre de riesgo y activo riesgoso.



La elección del portafolio óptimo previamente descrita puede ser realizada en dos contextos:

1. *Portafolio mixto con préstamo.* Es aquel donde $\omega \leq 1$ al invertirse la proporción ω en W y el remanente $1 - \omega$ se presta o invierte a una tasa de interés libre de riesgo (rf). Por tanto, su valor esperado de portafolio total se da por:

$$E_p = (1 - \omega) \cdot rf + \omega \cdot E_W \quad (\text{Fórmula 4.63})$$

Su varianza y desviación estándar serán:

$$\sigma_p^2 = \omega^2 \cdot \sigma_W^2, \quad \sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \quad (\text{Fórmula 4.64})$$

Donde rf es la tasa de interés libre de riesgo, E_W la tasa pagada por el activo riesgoso (W) y σ_W^2 =Varianza del mismo.

2. *Portafolio mixto con endeudamiento.* Es aquel donde se invierte $\omega > 1$ en el portafolio diversificado y el remanente $\omega - 100\% | \omega > 100\%$ se pide prestado a una tasa determinada que, para fines y conveniencia teórica a revisar en breve, puede considerarse como la misma tasa de interés libre de riesgo (rf). Por tanto, su valor esperado y varianza se dan también por las fórmulas 4.63 y 4.64.

Es importante señalar que el contexto en el que se realizará la asignación de activos para el presente estudio será el consistente a determinar el portafolio riesgoso (W) y la proporción ω a invertir en él, colocando el remanente $1 - \omega$ en un activo libre de riesgo como son los certificados de la tesorería (CETES) a 28 días con vencimiento a una semana en un contexto de préstamo sin efectuar inversiones apalancadas.

4.5.2.2.1 Derivación analítica del portafolio óptimo W o activo riesgoso con el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

Para poder derivar el activo riesgoso de una forma analítica primero debe obtenerse la distribución porcentual w^* de los activos que conforman W y, posteriormente, el nivel de ω dada $U(E_p, \sigma_p^2)$. La obtención de W se logra empleando métodos de optimización analítica sin restricciones (Lintner, 1965, pp. 20-22) haciendo empleo del método o algoritmo iterativo expuesto en Martin (1955). Es importante señalar que el mismo no puede ser resuelto empleando multiplicadores lagrangeanos ya que la naturaleza de la función objetivo, dada por θ , es diferente en este caso específico respecto al modelo estándar.

Para exponer esto, se plantea un nuevo ejemplo teórico con tres activos riesgosos. La razón de esto es evitar, en el contexto de este nuevo caso, la derivación de un portafolio que concentre el patrimonio a invertir en un solo activo (aunque llegue a suceder en realidad). Por tanto, los valores de C y r para el caso a estudiar serían:

$$C = \begin{bmatrix} 0.3079\% & 0.1253\% & 0.1337\% \\ 0.1253\% & 0.3721\% & 0.1778\% \\ 0.1337\% & 0.1778\% & 0.8671\% \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} 0.19\% \\ 0.24\% \\ 0.63\% \end{bmatrix}$$

Para este fin se tendrá una tasa en el activo libre de riesgo o CETES de 0.04%. Por tanto, el problema de optimización para derivar W quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad \theta &= \frac{E_W - r_f}{\sigma_W} \\ &= \frac{w_1(\mu_1 - r_f) + w_2(\mu_2 - r_f) + w_3(\mu_3 - r_f)}{(w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23})^{1/2}} \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$1) w' \cdot 1 = 100\%$$

$$2) w \geq 0$$

(Fórmula 4.65)

La resolución que está por exponerse se obtiene de Lintner (1965, pp. 20-22) y de la exposición detallada de Elton, Gruber, Brown y Goetzmann (2003, pp. 99-104). La restricción de no negatividad se elimina del modelo al emplear del algoritmo de Martin (1955).

La restricción dada por 1) también debe omitirse temporalmente del presente análisis para plantear una función objetivo homogénea de grado cero (Lintner, 1965, p. 20) más simple de manejar. Por tanto, la función de optimización queda como la Fórmula 4.65 sin aplicar ecuación lagrangeana alguna. A esta se le aplican las primeras derivadas parciales respecto a cada w_i .

Dado que la resolución es amplia para más de dos activos financieros, solo se expondrá la primera derivada parcial respecto a w_1 y se generalizará el resultado para los otros dos activos del ejemplo. Para simplificar, será necesario establecer la siguiente definición: $z = r - rf$. Posteriormente se re expresa la Fórmula 4.65 como:

$$\theta = [w_1z_1 + w_2z_2 + w_3z_3] \cdot [(w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23})^{-1/2}]$$

$$\theta = [F_1] \cdot [F_2]$$

Donde se tienen las siguientes definiciones y primeras derivadas parciales respecto de w_1 :

$$[F_1] = w_1z_1 + w_2z_2 + w_3z_3$$

$$[F_2] = (w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23})^{-1/2}$$

$$\frac{\partial[F_1]}{\partial w_1} = z_1$$

$$\frac{\partial[F_2]}{\partial w_1} = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left[(w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} + 2w_1w_3\sigma_{13} + 2w_2w_3\sigma_{23})^{-\frac{3}{2}}\right] \cdot [2w_1\sigma_1^2 + 2w_2\sigma_{12} + 2w_3\sigma_{13}]$$

De esto se resuelve la derivación:

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_1} = \left\{ [F_1] \cdot \frac{\partial [F_2]}{\partial w_1} \right\} + \left\{ [F_2] \cdot \frac{\partial [F_1]}{\partial w_1} \right\} = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_1} = \left\{ - \frac{[w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_2 z_3] \cdot [2w_1 \sigma_1^2 + 2w_2 \sigma_{12} + 2w_3 \sigma_{13}]}{2 \cdot [(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23})^{\frac{3}{2}}]} \right\} + \left\{ \frac{z_1}{[(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23})^{1/2}]} \right\} = 0$$

Si se multiplica la expresión anterior por $(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23})^{1/2}$ para plantear en términos de *varianza* la relación riesgo y rendimiento se tiene, para también poder simplificar la expresión, el siguiente planteamiento:

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_1} = \left\{ - \frac{[w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_2 z_3] \cdot [2w_1 \sigma_1^2 + 2w_2 \sigma_{12} + 2w_3 \sigma_{13}]}{2} \cdot \frac{1}{[(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23})^{\frac{1}{2}}]} \right\} + \left\{ \frac{z_1 \cdot [(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23})^{1/2}]}{[(w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23})^{1/2}]} \right\} = 0$$

Dado que se eliminan algunos términos en la expresión anterior se llega a:

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_1} = \left\{ - \frac{[w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_2 z_3] \cdot [2w_1 \sigma_1^2 + 2w_2 \sigma_{12} + 2w_3 \sigma_{13}]}{2 \cdot [w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23}]} \right\} + \{z_1\} = 0$$

Se tiene por definición de las fórmulas 4.10 y 4.12:

$$E_W = w_1 z_1 + w_2 z_2 + w_2 z_3 = w_1 \mu_1 - w_1 r f + w_2 \mu_2 - w_2 r f + w_3 \mu_3 - w_3 r f = E_\Omega - r f$$

y

$$\sigma_W^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12} + 2w_1 w_3 \sigma_{13} + 2w_2 w_3 \sigma_{23}$$

Se sustituyen las expresiones y se factoriza el coeficiente 2 en los casos que aplique:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial w_1} &= \left\{ -\frac{(E_W - rf) \cdot 2 \cdot [w_1 \sigma_1^2 + w_2 \sigma_{12} + w_3 \sigma_{13}]}{2 \cdot \sigma_W^2} \right\} + \{z_1\} \\ &= \left\{ -\frac{(E_W - rf)[w_1 \sigma_1^2 + w_2 \sigma_{12} + w_3 \sigma_{13}]}{\sigma_W^2} \right\} + \{z_1\} = 0 \quad (\text{Fórmula 4.66}) \end{aligned}$$

Para seguir con la resolución, Lintner (1965, pp. 20-21) propone la siguiente definición¹¹²:

$$\emptyset = \frac{E_W - rf}{\sigma_W^2} \quad (\text{Fórmula 4.67})$$

Esta es la proporción que guarda el diferencial dado entre la tasa del activo riesgoso buscado y la tasa de interés libre de riesgo respecto a la varianza del primero. Se sustituye la Fórmula 4.67 en la 4.66 y se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial w_1} &= \{-\emptyset \cdot [w_1 \sigma_1^2 + w_2 \sigma_{12} + w_3 \sigma_{13}]\} + \{z_1\} \\ &= \{-\emptyset w_1 \sigma_1^2 - \emptyset w_2 \sigma_{12} - \emptyset w_3 \sigma_{13}\} + \{z_1\} = 0 \quad (\text{Fórmula 4.68}) \end{aligned}$$

En base a esto se puede ahora definir:

$$\psi_i = \emptyset \cdot w_i \quad (\text{Fórmula 4.69})$$

Sustituyendo la definición y desarrollando el producto del primer término en la fórmula 4.68 se llega a:

¹¹² En este punto es prudente señalar que Lintner (1965, pp. 20-21) denotó a \emptyset con λ . Sin embargo, para no confundir este indicador con los multiplicadores lagrangeanos, se emplea \emptyset . El mismo cuantifica la proporción que tiene $E_p - r_f$ respecto a σ_p^2 .

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_1} = -\psi_1 \sigma_1^2 - \psi_2 \sigma_{12} - \psi_3 \sigma_{13} + z_1 = 0 \quad (\text{Fórmula 4.70})$$

El mismo procedimiento puede emplearse para las derivaciones parciales de w_2, w_3, \dots, w_n llevando a los siguientes resultados del ejemplo propuesto:

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_2} = \{-\psi_1 \sigma_2^2 - \psi_2 \sigma_{12} - \psi_3 \sigma_{23}\} + \{z_2\} = -\Psi_1 \sigma_2^2 - \Psi_2 \sigma_{12} - \Psi_3 \sigma_{23} + z_2 = 0$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial w_3} = \{-\psi_1 \sigma_3^2 - \psi_2 \sigma_{13} - \psi_3 \sigma_{23}\} + \{z_3\} = -\Psi_1 \sigma_3^2 - \Psi_2 \sigma_{13} - \Psi_3 \sigma_{23} + z_3 = 0$$

Con lo anterior se llega al siguiente sistema de ecuaciones homogéneo:

$$-\psi_1 \sigma_1^2 - \psi_2 \sigma_{12} - \psi_3 \sigma_{13} + z_1 = 0$$

$$-\psi_1 \sigma_{12} - \psi_2 \sigma_2^2 - \psi_3 \sigma_{23} + z_2 = 0$$

$$-\psi_1 \sigma_{13} - \psi_2 \sigma_{23} - \psi_3 \sigma_3^2 + z_3 = 0$$

Dado que los valores conocidos son los de z_i, σ_i^2 y $\sigma_{i,j}$, se puede convertir de nuevo el sistema de ecuaciones en uno no homogéneo, siendo ψ_i las variables a determinar:

$$\psi_1 \sigma_1^2 + \psi_2 \sigma_{12} + \psi_3 \sigma_{13} = z_1$$

$$\psi_1 \sigma_{12} + \psi_2 \sigma_2^2 + \psi_3 \sigma_{23} = z_2$$

$$\psi_1 \sigma_{13} + \psi_2 \sigma_{23} + \psi_3 \sigma_3^2 = z_3$$

El sistema de ecuaciones de los tres activos se plantea en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\psi} = \mathbf{z} \quad \therefore \quad \boldsymbol{\psi} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{z}$$

Al sustituir los valores del ejercicio que se ha seguido se llega a:

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3079\% & 0.1253\% & 0.1337\% \\ 0.1253\% & 0.3721\% & 0.1778\% \\ 0.1337\% & 0.1778\% & 0.8671\% \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0.15\% \\ 0.20\% \\ 0.59\% \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2421 \\ 2.0572 \\ 6.1955 \end{bmatrix} \quad (\text{Fórmula 4.71})$$

Dado que se tienen los valores de ψ_i ¹¹³ y lo que realmente se busca son los niveles de inversión en cada activo financiero, Lintner (1965, p. 21) propone que se incluya la restricción presupuestal 1) $\mathbf{w}' \cdot \mathbf{1} = 100\%$ con la siguiente normalización:

$$w_i = \psi_i \cdot (\boldsymbol{\Psi}' \cdot \mathbf{1})^{-1} \quad (\text{Fórmula 4.72})$$

Por lo que, dado $\boldsymbol{\Psi}' \cdot \mathbf{1} = 9.4948$ para el ejemplo empleado, se llega a la conformación de \mathbf{w}^* :

$$\mathbf{w}^* = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1/9.4948 \\ \psi_2/9.4948 \\ \psi_3/9.4948 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12.7655\% \\ 21.5428\% \\ 6.56916\% \end{bmatrix}$$

Dados los nuevos datos del ejercicio, todos los niveles de inversión son mayores de cero y cumplen con todas las restricciones del problema. Por tanto no se viola la segunda restricción dada por 2) $\mathbf{w} \geq 0$ por lo que el método iterativo expuesto por Martin (1955) no debe emplearse de momento. Sin embargo, partiendo del sistema de ecuaciones dado en la fórmula 4.71 y suponiendo (para fines de exposición) que el activo 2 hubiese tenido una ponderación negativa, se hubiera eliminado el mismo del modelo de optimización y se hubieran seguido todos los pasos iniciados desde la fórmula 4.65 para llegar a un sistema de ecuaciones simultáneas expresado en forma matricial dado por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{13} \\ \sigma_{13} & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{w}^* = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 \cdot (\boldsymbol{\Psi}' \cdot \mathbf{1})^{-1} \\ \psi_3 \cdot (\boldsymbol{\Psi}' \cdot \mathbf{1})^{-1} \end{bmatrix}$$

Como se puede apreciar, este método de derivación analítica propuesto por Lintner (1965) y revisado a detalle por Elton, Gruber, Brown y Goetzmann (2003, pp. 99-129), no requiere de calcular todos los portafolios de la frontera eficiente como se hizo empleando

¹¹³ Que, como se vio en la fórmula 4.71 es la contribución de cada activo a la proporción que guarda el diferencial de la tasa esperada del activo riesgoso o portafolio E_w con rf dividida por la varianza del mismo σ_w^2 .

el modelo de programación cuadrática previamente estudiado. Simplemente se determina el valor de w^* con el problema de optimización de la fórmula 4.65 y el portafolio o activo riesgoso W resultante de dicha conformación será definido como el activo riesgoso en el contexto del modelo de portafolios Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner o MTSL. Este último, como está por verse, permitirá determinar al inversionista la proporción ω que invertirá en $W = w^*$.

4.5.2.2.2 Derivación analítica de la separación de recursos ω en el portafolio mixto

Ya que se ha determinado la forma analítica para obtener W , es necesario realizar el segundo paso consistente en determinar la proporción ω del balance de inversión que se va a destinar a dicho activo riesgoso. Para esto se emplea de nuevo la optimización con el criterio de la primera derivada partiendo de la función de utilidad dada por la Fórmula 4.34 con la lógica de lo expuesto en la gráfica 4.17:

$$U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.005 \cdot A \cdot \sigma_p^2$$

Dado que el portafolio ahora se conforma de un activo libre de riesgo que paga una tasa rf y del portafolio diversificado o activo riesgoso W que paga una tasa de E_W y tiene un riesgo de σ_W^2 , El valor esperado del mismo y su varianza se dan, como se ha definido previamente, en las fórmulas 4.63 y 4.64¹¹⁴:

$$E_p = (1 - \omega) \cdot rf + \omega \cdot E_W \quad (\text{Fórmula 4.73})$$

$$\sigma_p^2 = \omega^2 \cdot \sigma_W^2 \quad (\text{Fórmula 4.74})$$

Partiendo de esto, se pueden sustituir las Fórmulas 4.73 y 4.74 en la función de utilidad:

$$U(E_p, \sigma_p^2) = (1 - \omega) \cdot rf + \omega \cdot E_W - (0.005 \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sigma_W^2)$$

$$U(E_p, \sigma_p^2) = rf - \omega \cdot rf + \omega \cdot E_W - (0.005 \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sigma_W^2)$$

¹¹⁴ Si se empleara una función de utilidad en términos de desviación estándar (que no es el caso) el riesgo del portafolio se mediría como: $\sigma_p = \omega \cdot \sigma_{Wp}$.

$$U(E_p, \sigma_p^2) = rf + \omega \cdot (E_W - rf) - (0.005 \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sigma_W^2) \quad (\text{Fórmula 4.75})$$

Para obtener el nivel óptimo de ω se aplica la primera derivada parcial respecto ω y se iguala a cero:

$$\frac{\partial U(E_p, \sigma_p^2)}{\partial \omega} = (E_W - r_f) - 0.01A\omega \cdot \sigma_W^2 = 0$$

Se resuelve para ω ¹¹⁵:

$$(E_W - r_f) = 0.01A\omega \cdot \sigma_W^2$$

$$\omega^* = \frac{(E_W - r_f)}{0.01A \cdot \sigma_W^2} \quad (\text{Fórmula 4.76})$$

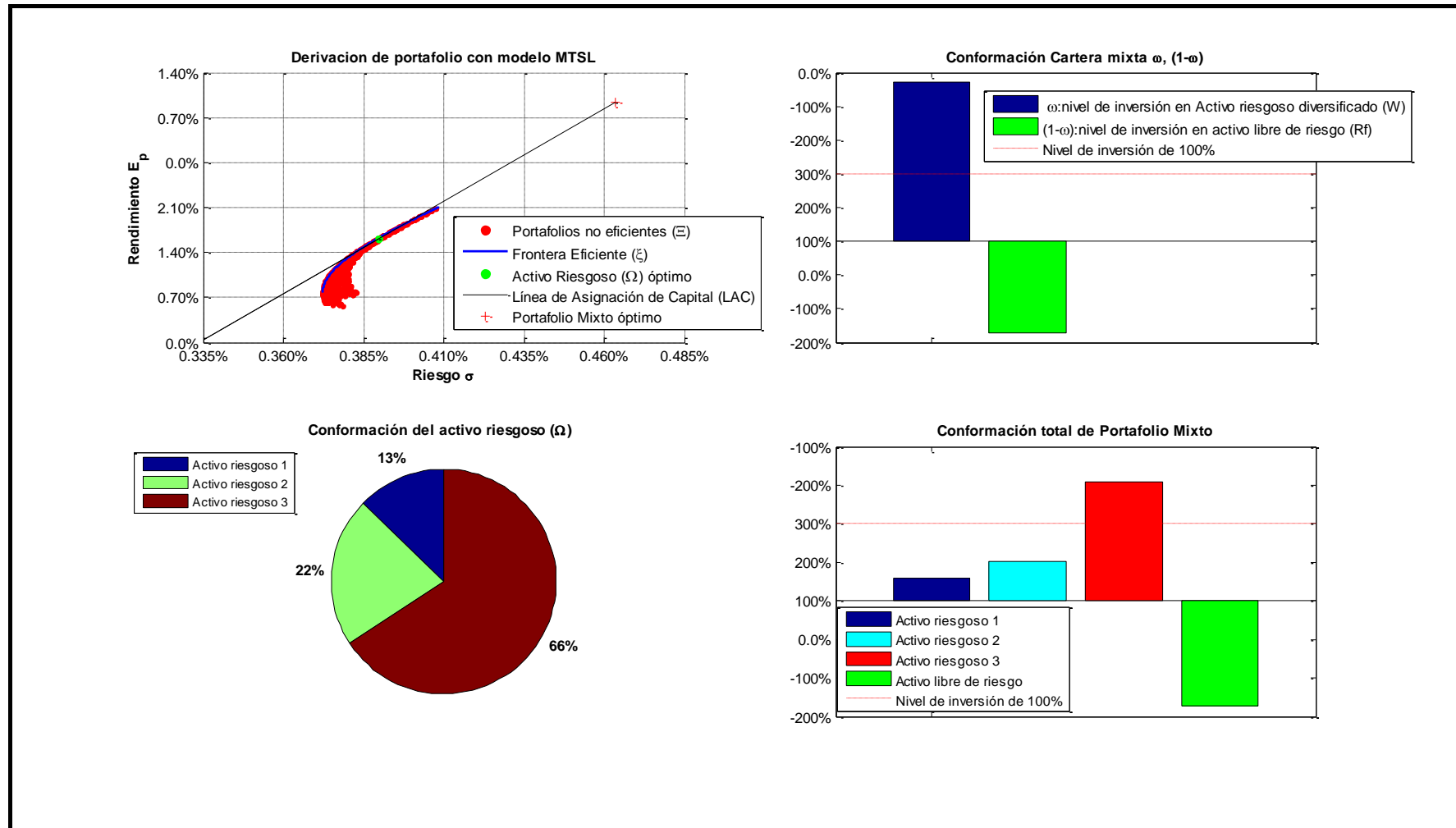
Siguiendo el ejemplo del portafolio W con los tres activos riesgosos, se sustituyen los valores de σ_W^2 y E_W para W y $A = 4$:

$$\omega^* = \frac{(0.4721\% - 0.4\%)}{0.01 \cdot 4 \cdot 0.04721\%} = 38.1805 = 3,818.05\%$$

Esto indica que, si el inversionista busca maximizar su nivel de utilidad con $A = 4$ debe tener una proporción de $\omega = 3,818.05\%$ de su capital invertido en el activo riesgoso W , por lo que se está frente al caso de un portafolio mixto con endeudamiento en el que el inversionista pedirá prestado el 3,718.05% faltante. Esto se expone en la Gráfica 4.18. De este resultado es importante señalar varios aspectos afines al presente estudio:

¹¹⁵ Algo de importancia a mencionar es que se puede manejar σ_{Wp}^2 o σ_{Wp} de manera indiferente en la fórmula 5.25, siempre y cuando la frontera eficiente y el activo riesgoso sean expresados en los mismos términos.

Gráfica 4.18 Derivación del portafolio óptimo que determina el nivel de inversión en un activo riesgoso (portafolio diversificado W) y uno libre de riesgo (r_f) empleando el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.



Fuente: Elaboración propia basado en Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. Review of economics and statistics , XLVII (1, febrero), 13-37.

1. Este tipo de estrategia excesivamente apalancada es prácticamente imposible de lograr en los mercados financieros¹¹⁶ ya que es resultado de los números empleados que parten de un planteamiento teórico. Sin embargo, números reales podrían llevar a rangos de 200.00% o hasta 1,000.00% de nivel de inversión (apalancamientos de dos a uno o diez a uno) que son estrategias seguidas por fondos de inversión de cobertura (*hedge funds*) hoy en día y las cuales tanto la CONSAR, como la CNBV tienen prohibidas de realizar en México a inversionistas institucionales.
2. A su vez, dado que el inversionista institucional objeto de estudio es conservador dada la naturaleza de sus objetivos, como se ha mencionado previamente, este invertirá en un contexto de una cartera mixta con préstamo donde $\omega \in [0.00\%, 100.00\%]$.

En la parte superior izquierda de la gráfica 4.18 se localiza el activo riesgoso óptimo en el que hace tangencia la frontera eficiente con la línea de asignación de capital (W), así como el nivel de riesgo y rendimiento óptimos para el portafolio mixto.

Por tanto, establecido lo anterior, el inversionista que solo considera la posibilidad de préstamo en su portafolio mixto tiene un algoritmo diferente a aquél que considera el endeudamiento como posibilidad. Los pasos a seguir entonces en el algoritmo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner en el contexto del paso de la asignación de activos del proceso a proponer serían:

1. Dados los insumos de series de tiempo de los rendimientos de los activos al emplear y sus correspondientes vectores de valores esperados \mathbf{r} y matrices de varianzas y covarianzas ya sea de parámetros constantes \mathbf{C} o GARCH ortogonales \mathbf{C}_{GARCH} , determinar el activo riesgoso W derivando su vector de niveles de inversión óptimo \mathbf{w}^* con el punto donde la línea de asignación de capital (LAC) y la frontera

¹¹⁶ Aún los fondos de cobertura tienen restricciones a sus niveles de apalancamiento.

eficiente hacen tangencia. Esto sería maximizar $\theta = \frac{E_{\Omega} - r_f}{\sigma_W}$ con el problema de optimización revisado en la fórmula 4.65.

2. Determinar la proporción ω a invertir en el activo riesgoso W y la correspondiente al activo libre de riesgo $(1 - \omega)$ con una segunda optimización dada en la fórmula 4.76.
3. Se aplica la siguiente función indicatriz:

$$\omega^* = \begin{cases} \omega^* & \text{si } \omega \leq 100\% \\ 100\% & \text{si } \omega^* > 100\% \end{cases} \quad (\text{Fórmula 4.77})$$

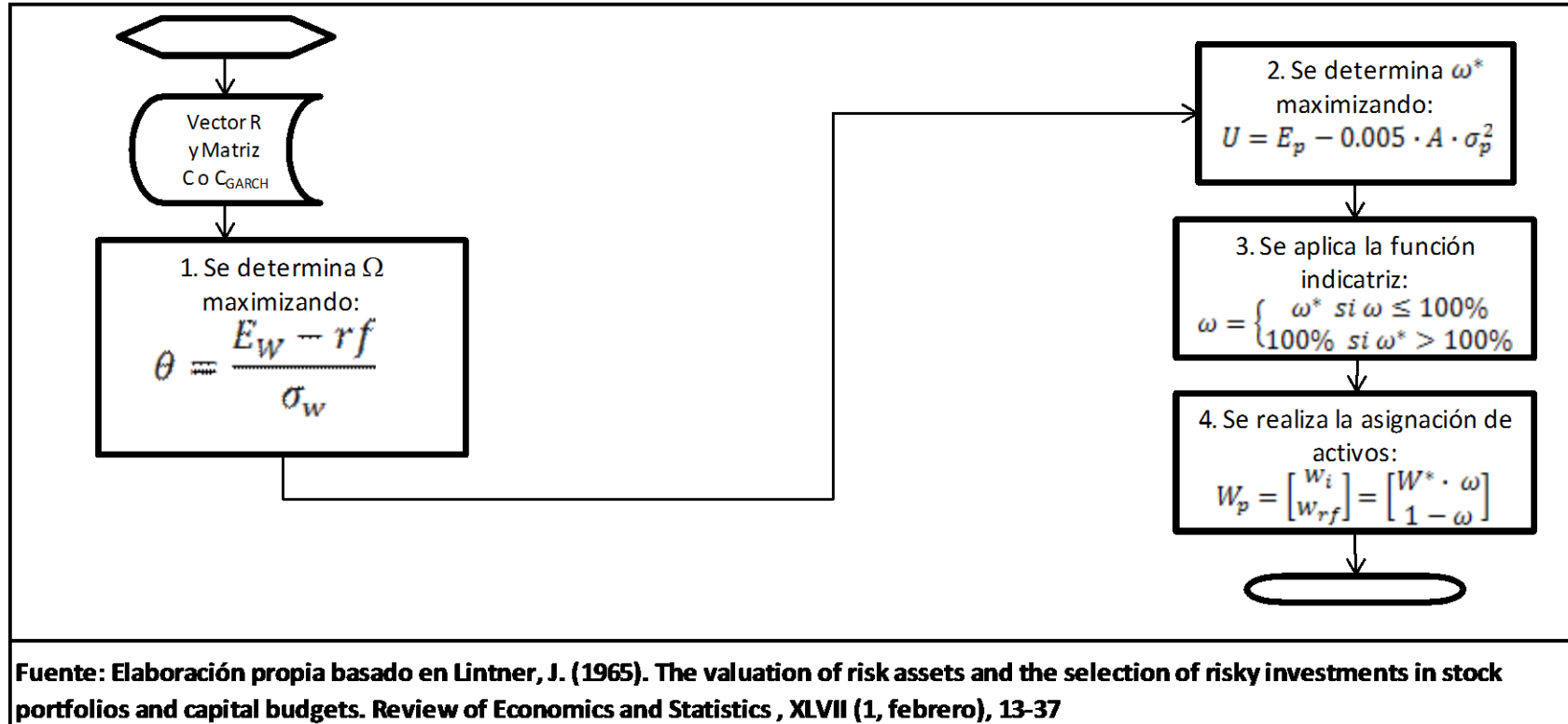
4. Se realiza el ajuste de niveles de inversión w_p para realizar la asignación porcentual final en activos riesgosos w_i y en el libre de riesgo w_{rf} aplicando la siguiente multiplicación y concatenación:

$$w_p = \begin{bmatrix} w_i \\ w_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w^* \cdot \omega \\ 1 - \omega \end{bmatrix} \quad (\text{Fórmula 4.78})$$

El diagrama de flujo correspondiente se presenta en la figura 4.3. Hasta el momento se ha revisado la lógica del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner a emplear en el contexto del proceso a proponer. Del mismo surgen, dada una serie de supuestos teóricos de importancia, propuestas que, de forma paralela, buscan explicar el comportamiento de los inversionistas en el mercado financiero de manera agregada y, dada esta explicación, obtener la asignación de activos óptima w_p partiendo ya no del enfoque particular o monoagente hasta ahora revisado; sino considerando lo que se definirá como *condiciones de equilibrio* en los mercados bajo el supuesto de *expectativas homogéneas*.

Si bien es cierto que, como está por verse, faltan elementos tanto teóricos como materiales por cumplirse en la implementación de dichos modelos, es de interés revisar algunos de los casos que desembocarán en propuestas aplicables con la finalidad de acotar sus diferencias con el modelo MTSL y las limitaciones principales a las que se afronta el objeto de estudio para la implementación de estos.

Figura 4.3 Algoritmo de la derivación del portafolio óptimo (asignación de activos).



4.6 Los modelos de portafolios de índice único: consideraciones generales para la simplificación computacional del programa cuadrático paramétrico y fundamento de su exclusión en el contexto del presente trabajo

Si bien la propuesta de Markowitz hizo una notoria contribución a la teoría económica al definir la elección racional del inversionista en función del riesgo y el rendimiento de un portafolio cuantificando estos con los conceptos de la probabilidad multivariada conjunta, la complejidad que representaba la resolución¹¹⁷ de un programa cuadrático paramétrico, como el previamente revisado, hizo que el modelo tardase en ser implementado e incluso aceptado tanto en su forma estándar como en la del MTSL.

Esta última concepción de covarianza conjunta es la que¹¹⁸ Sharpe (1963) observó para resolver la derivación analítica de la frontera eficiente, lo que le llevó a hacer la propuesta de un modelo conocido como *modelo diagonal*, donde hace una redefinición de la matriz de varianzas y covarianzas C al convertirla en una diagonal cuyas entradas diferentes de cero serían la desviación estándar de los i -ésimos activos del portafolio, agregando un término adicional que es la σ_I de un indicador financiero o económico como puede ser un índice bursátil (I). A su vez, las covarianzas las redefinió ya no en virtud de una relación lineal directa (covarianza) entre activos i, j sino de la interacción que tenían estos, a través de un modelo de regresión lineal, con un indicador¹¹⁹ $I = M$. Esta última era cuantificada a través de un coeficiente β al que le correspondía un α definiendo dicha relación lineal como sigue (Sharpe, 1963, p. 281):

$$r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \varepsilon_i \quad (\text{Fórmula 4.79})$$

Donde r_i y r_M son los rendimientos observados en el i -ésimo activo y rendimiento de una cartera de mercado¹²⁰ (M) respectivamente y α_i , β_i los coeficientes de interacción

¹¹⁷ Dada la capacidad de cómputo de la época de su propuesta.

¹¹⁸ Posterior a los trabajos de Tobin (1958) y Markowitz (1959).

¹¹⁹ Como se ha dicho financiero o económico

¹²⁰ Derivada, según propone Lintner (1965), cuando a nivel agregado, con expectativas homogéneas (Samuelson, 1965) y suponiendo racionalidad y condiciones de equilibrio, todos los inversionistas llegan a la misma cartera riesgosa W con el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner.

del modelo planteado. β_i se define, para cualquier modelo de regresión con el método de mínimos cuadrados ordinarios, como:

$$\beta_i = \frac{cov(r_i, r_M)}{var(r_M)} \quad (\text{Fórmula 4.80})$$

Donde $cov(r_i, r_m)$ es la covarianza del rendimiento del i -ésimo activo con el de un índice de mercado como aproximación de M y $var(r_m)$ la varianza del último.

Este planteamiento le permitió reducir notoriamente el número de parámetros para la matriz de varianzas y covarianzas de $(n^2 - n)/n$ a $3n + 2$. Esta propuesta derivó en una serie de modelos de optimización cuya forma de derivación es mucho más simple que la estudiada para el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner. Su exposición se puede estudiar a detalle en el capítulo 8 de Bodie, Kane y Marcus (2009) e incluso se pueden emplear excelentes propuesta como las heurísticas de Elton, Gruber y Padberg (1976), la cual argumentan los autores que lleva a los mismos resultados para W que el modelo MTSL, o la de Treynor y Black (1973).

A su vez, estos modelos y la concepción de la cartera de mercado en la que se fundamentan, permitieron a Black y Litterman (1990) hacer propuestas de amplio interés utilizando transformaciones bayesianas de los insumos del análisis de portafolios.

4.6.1 El modelo de Valuación de Activos de Capital (CAPM) y las pruebas empíricas de su validez

Posterior a su propuesta del modelo diagonal, Sharpe (1964) realiza una proposición de total importancia para la economía financiera: el Modelo de Valuación de Activos de Capital o CAPM por sus siglas en idioma inglés (*Capital Asset Pricing Model*). El objetivo del mismo parte de tres principios fundamentales:

1. Si se toma W en el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner y se establecen una serie de supuestos establecidos en Sharpe (1964, pp. 433-435) o en Lintner (1965,

p. 25), se llega a un portafolio óptimo W que es el mismo para todos¹²¹ dadas las expectativas homogéneas de los inversionistas en el mercado. Con esto, W se conocerá ahora como el “portafolio de mercado” M . Este es un constructo meramente teórico que puede aproximarse a través de indicadores económicos o índices bursátiles (*benchmarks*) como es el caso del SyP500 en los Estados Unidos, el IPC en México, el IBEX35 en España, el MSCI Global Equity para las acciones de todo el mundo o el S&P-Citigroup ex us para el mercado global de bonos fuera de los EEUU por citar algunos casos.

2. Dado que, en términos teóricos, la diversificación del portafolio M debe ser lo suficientemente apropiada, Sharpe (1964) hace una definición de riesgo, dividiéndolo en dos partes: el riesgo no sistemático $var(\varepsilon_i)$ o inherente al activo financiero, al que se presupone que se elimina con dicha diversificación; y el riesgo sistemático $\beta_p^2 \sigma_M^2$ derivado de la influencia de la cartera de mercado:

$$\sigma_i^2 = \beta_p^2 \sigma_M^2 + var(\varepsilon_i) \quad (\text{Fórmula 4.81})$$

3. Dado que por la diversificación $var(\varepsilon_i) \approx 0$, se observa que un activo tiene valor (deberá pagar un rendimiento determinado) en función de la exposición al riesgo sistemático que presenta. Es decir, tiene valor en función del grado de influencia que el mercado tiene sobre este. Esto lleva al planteamiento de un nuevo problema de regresión lineal de sección cruzada entre los valores de β_i de cada uno de los activos del portafolio y sus rendimientos esperados r_i :

$$E(r_i) = rf + (r_M - rf) \cdot \beta_i \quad (\text{Fórmula 4.82})$$

La fórmula 4.82 es el modelo de valuación de activos de capital en su forma simple o modelo Sharpe-Lintner-Mossin que, dadas las condiciones de equilibrio en los mercados lleva a que $\alpha = rf$ y $\beta_M = 1$ ¹²², siendo β_i la variable regresora del activo valuado, $(r_M - rf)$ la pendiente de la recta del modelo o la prima de riesgo lograda por aceptar la

¹²¹ Es decir, los mercados financieros están en equilibrio.

¹²² Que es la β del activo riesgoso o benchmark respecto a sí mismo ($i = M$).

exposición a β_i y $\alpha = \{rf\}$ *existe equilibrio en el mercado*} la intersección con el eje que representa el valor esperado de r_i dado un valor de $r_M = 0$.

La ecuación 4.82 lleva, como se mencionó, a métodos de derivación de modelos de portafolio matemáticamente más simples que el modelo MTSL. Sin embargo, a pesar de su notoria parsimonia y su amplio estudio, se tiene que no se empleará este tipo de modelos, ya sea en su forma multi índice o mono índice debido a que se tienen dos carencias muy notorias:

- 1) A pesar de que se hace una propuesta de benchmark en el apéndice D, este no cumple con ciertas cualidades de interés, por lo que se observa la falta de un índice que modele el comportamiento de los seis mercados objeto de inversión y su gran conjunto de activos financieros que, preferentemente, esté valuado en Moneda Nacional y
- 2) La determinación de cuáles son el o los factores financieros o económicos que original la covarianza entre activos para utilizar modelos multifactor.

Adicional a la consideración previa, existen pruebas empíricas que se han realizado al CAPM en sus diferentes formas funcionales que emplean, adicional a la cartera de mercado M , otros factores financieros y económicos como son la inflación, la relación precio-valor en libros de un activo, su duración Macaulay, etc. De estas se han encontrado diferentes resultados que apoyan o refutan la validez externa o empírica del CAPM y sus modelos de derivación de carteras óptimas. De entre las observaciones más notorias están las pruebas realizadas por Lintner y Douglas (1968), quienes encuentran baja significancia estadística en el valor de β_i dado en la fórmula 4.86; la de Scholes y Miller (1972) quienes observan que la prueba de Lintner y Douglas tiene la limitante de emplear el CAPM con la forma funcional del modelo Sharpe-Lintner-Miller lo que lleva, dada la naturaleza muestral de los datos, a que $\alpha > rf$ y a $\beta_i \approx 0$. Esto último permitió, en buena parte, la posterior propuesta del CAPM de beta cero de Black (1972). Posteriormente, Black, Jensen y Scholes (1972) realizan pruebas al CAPM que llevan a concluir que es preferible contar con modelos de más de un factor como variable regresora, tanto en la determinación del rendimiento como en el análisis de regresión de sección cruzada. Esta última conclusión se vio fuertemente apoyada por una posterior

prueba realizada por Fama y MacBeth (1973) quienes agregan el riesgo residual o no sistemático como variable explicativa a la fórmula 4.81.

Sin embargo, de todas las pruebas realizadas, la publicación de Roll (1977)¹²³ lleva a observar, de la mano de los resultados de Kandel y Stambaugh (1989) y (1995), que si bien es cierto que el CAPM tiene limitaciones teóricas dados sus supuestos y que (como lo señalaron Lintner, Douglas, Black, Jensen y Scholes) el índice de mercado no lleva a valores de β_i estadísticamente significativos a nivel muestral, la explicación a este fenómeno se encuentra en el hecho de que los índices o *proxies* de la cartera de mercado M son financieramente ineficientes si son comparados con el conjunto de portafolios eficientes (ξ) y su correspondiente frontera, lo que podría llevar a los sesgos detectados por Scholes y Miller y a tener potenciales valores muestrales de $\beta_i \approx 0$. Esta situación es revisada en, Martínez, De la Torre y Bilbao (2010), Martínez y De la Torre (2011a) y Martínez y De la Torre (2011b) en donde se comprueba lo observado por Roll, Kandel y Stambaugh en relación a la ineficiencia de las aproximaciones de M en casos como los mercados bursátiles mexicano y español.

4.6.2 Consideraciones al empleo del modelo MTSL en lugar de los modelos de índice único o los de múltiple índice en el contexto del presente estudio

Como resultado de toda la revisión de pruebas al CAPM y de la carencia de una definición teórica y prácticamente aceptable de M para emplear modelos de optimización con M en el presente estudio, se observa que no se emplearán los modelos de índice único, multi índice o los modelos que sortean esta situación como son la teoría de valuación por arbitraje (APT por sus siglas en idioma inglés –*Arbitrage Pricing Theory*-). Esto último se debe a que estos manejan supuestos teóricos y matemáticos que requieren una revisión práctica para los activos objeto de inversión del presente estudio, misma que sale de la óptica y objetivos planteados.

Aunado a lo anterior, casos como el modelo Black y Litterman requieren de la definición de un conjunto de información adicional para realizar las correspondientes transformaciones bayesianas de r como es la información financiera e incluso los

¹²³ Conocida como la “*Crítica de Roll*” a las pruebas realizadas al CAPM y al propio modelo.

pronósticos y datos de expectativas de los agentes en el mercado lo que hace que se tengan resultados heterogéneos y se observe la necesidad de mayores pruebas en su pertinencia.

Por tanto, la propuesta de emplear el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner, dado un conjunto de información $K = \{r_{i,t}\}$ consistente en las series de tiempo de los rendimientos de los activos (mercados) objeto de inversión, se presenta como teórica y prácticamente factible para el presente estudio y su implementación en la fase de ejecución de la estrategia (asignación de activos) en el proceso de administración de portafolios a proponer. Esto aunado a la actual aceptación y aplicación de dicho modelo en la práctica profesional y la academia.

4.7 Las medidas de desempeño o *performance* más empleadas para comparar la eficiencia financiera de dos o más activos o portafolios

Es importante hacer mención de las principales medidas de medición de desempeño de la administración de portafolios deflactadas con la exposición al riesgo que son comúnmente empleadas para dicho fin. Cabe mencionar que este tema es objeto de múltiples propuestas e investigaciones, lo que obliga a denotar las empleadas en el presente estudio. Esto último con la finalidad de determinar cuál de los tres tipos de matriz de varianzas y covarianzas a emplear es el más apropiado para el proceso a proponer.

Una delimitación y explicación práctica de los casos más empleados en la práctica profesional se encuentra en los libros que forman parte del programa de estudio de la certificación financiera internacional *Chartered Financial Analyst –CFA-* del que destaca el tratado realizado por Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007) en su capítulo doce. Otro caso concreto se identifica en Elton, Gruber, Brown y Goetzmann en su capítulo 24. Las medidas de desempeño, según lo establecen Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007, pp. 9-10) a través de una revisión de los principales manejadores de portafolios a nivel internacional, se pueden dividir en tres tipos de las que se mencionarán las de mayor interés para el presente estudio:

1. **Medidas de desempeño (rentabilidad).** Se refieren a la cuantificación de la tasa de rendimiento r_p que el portafolio generó en el tiempo t . De todas las posibilidades aplicables, se utilizará la tasa de rendimiento ponderada por dinero (Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto, 2007, pp. 726-729) cuya forma funcional se da, conociendo el valor del portafolio en t o VP_t y en $t - 1$ o VP_{t-1} , así como los flujos de entradas E_{t-1} y salidas S_{t-1} en $t - 1$:

$$r_{p,t} = \frac{(VP_t - E_{t-1} + S_{t-1}) - VP_{t-1}}{VP_{t-1}} \quad (\text{Fórmula 4.83})$$

Siendo E_{t-1} y S_{t-1} los flujos correspondientes a la operatividad relativa a los objetivos financieros del objeto del presente estudio y tanto VP_t como VP_{t-1} se calculan como:

$$VP_t = \sum_{i=1}^n Q_{i,t} \cdot P_{i,t}, \quad VP_{t-1} = \sum_{i=1}^n Q_{i,t-1} \cdot P_{i,t-1} \quad (\text{Fórmula 4.84})$$

Esto se plantea dados los precios ($P_{i,t}$, $P_{i,t-1}$) y las cantidades de títulos en posición ($Q_{i,t}$, $Q_{i,t-1}$) en el i -ésimo activo (mercado o fondo indizado).

2. **Medidas de evaluación (ajustadas a riesgo).** Estas medidas son complemento de la anterior y miden la atribución que el rendimiento tiene en función de la exposición al riesgo (sistemático o no sistemático). Las de interés para el presente son el índice Sharpe (1966), la razón o ratio de Treynor (1965) y el alpha de Jensen (1968) próximos a revisar.
3. **Medidas de atribución de rendimiento.** El principal objetivo de este tipo de medidas se enfoca a determinar las causas por las que el administrador del portafolio obtuvo un rendimiento superior o inferior a una referencia de portafolio administrado pasivamente o *benchmark* de rendimiento.

4.7.1 Medidas de evaluación (ajustadas a riesgo):

4.7.1.1 El índice de Sharpe

Se ha visto en la fórmula 4.66 que la pendiente de la Línea de Asignación de Capital o *LAC* define el rendimiento de un portafolio diversificado como una transformación lineal de los logrados con un activo libre de riesgo rf y uno riesgoso E_W . Esta se derivó a través del teorema de la separación de fondos de James Tobin, el cual fijó una relación dada por la pendiente:

$$\theta = \frac{(E_W - rf_t)}{\sigma_W}$$

Este concepto sentó la base para que Sharpe (1966) hiciera la propuesta de una medida de desempeño para comparar la administración realizada por fondos de inversión en los Estados Unidos. Con esto se mide el índice de Sharpe (S_i) de un activo o de un portafolio i ($Port.i$) en el tiempo t , el cual se da como:

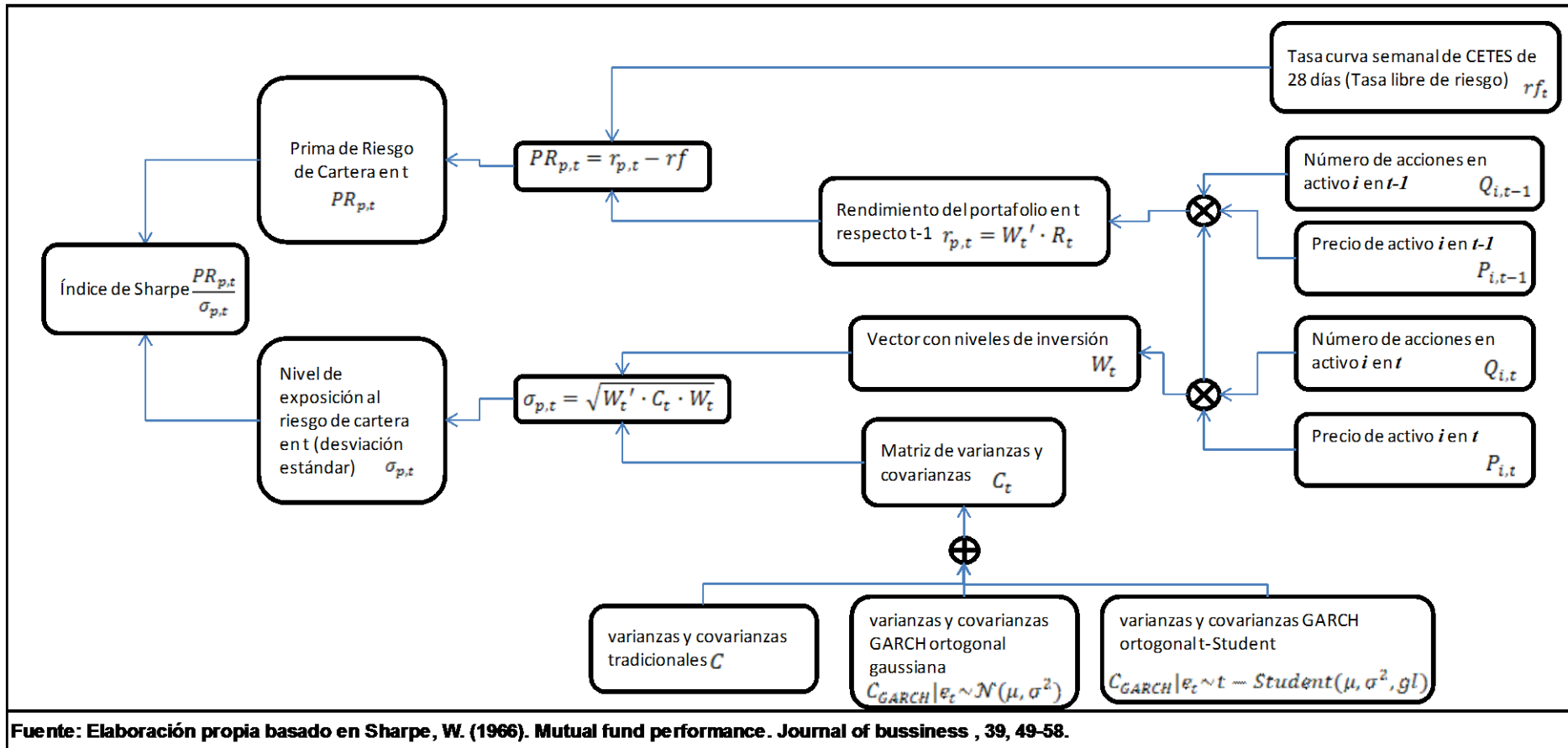
$$S_{p,t} = \theta_{i,t} = \frac{(r_{p,t} - rf_t)}{\sigma_{p,t}} \quad (\text{Fórmula 4.85})$$

Esta medida ha sido de amplia aceptación ya que observa que un fondo o un portafolio i administrado será preferible a otro j si se sigue la siguiente relación de preferencia:

$$\begin{aligned} \forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j &\Leftrightarrow S_{i,t} > S_{j,t} | E_{i,t} > E_{j,t} \text{ y } \sigma_{i,t} = \sigma_{j,t} \\ \forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j &\Leftrightarrow S_{i,t} > S_{j,t} | E_{i,t} > E_{j,t} \text{ y } \sigma_{i,t} < \sigma_{j,t} \\ \forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j &\Leftrightarrow S_{i,t} > S_{j,t} | E_{i,t} = E_{j,t} \text{ y } \sigma_{i,t} < \sigma_{j,t} \quad (\text{fórmula 4.86}) \end{aligned}$$

Con la definición de variables de la fórmula 4.85 y su relación de preferencia dada en la 4.90, se llega a la operacionalización de variables de este índice presentada en la figura 4.4, observando que esta será una de las múltiples medidas de comparación para decantarse por un modelo específico de matriz de varianzas y covarianzas.

Figura 4.4 Operacionalización de variables para el índice de Sharpe como variable dependiente de la primera parte del experimento.



4.7.1.2 El índice de Treynor

En una definición paralela y partiendo de la separación propuesta por Sharpe (1964) del riesgo total de un activo σ_i^2 en riesgo sistémico β_i y en riesgo específico $var(\varepsilon_i)$, Treynor (1965) realiza una definición de una medida de desempeño deflactada a riesgo como:

$$T_{p,t} = \frac{(E_{p,t} - rf_t)}{\beta_{p,t}} \quad (\text{Fórmula 4.87})$$

Esta sigue la misma relación de preferencia expuesta en la fórmula 4.86 sustituyendo $\beta_{i,t}$ por $\sigma_{i,t}$. La operacionalización de variables que se empleará para este indicador de desempeño (también empleado como variable de comparación para elegir el modelo de matriz de varianzas y covarianzas más apropiado) se expone en la figura 4.6.

La preferencia de un portafolio, empleando el índice revisado como criterio de selección se da por la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j &\Leftrightarrow T_{i,t} > T_{j,t} | E_{i,t} > E_{j,t} \text{ y } \beta_{i,t} = \beta_{j,t} \\ \forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j &\Leftrightarrow T_{i,t} > T_{j,t} | E_{i,t} > E_{j,t} \text{ y } \beta_{i,t} < \beta_{j,t} \\ \forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j &\Leftrightarrow T_{i,t} > T_{j,t} | E_{i,t} = E_{j,t} \text{ y } \beta_{i,t} < \beta_{j,t} \quad (\text{Fórmula 4.88}) \end{aligned}$$

4.7.1.3 El alpha de Jensen

En la fórmula 4.82 se definió el valor teórico o esperado $E(r_{p,t})$ que un activo financiero o portafolio puede tener en el contexto del CAPM. Sin embargo, dado que el rendimiento de un activo financiero observado en t es aleatorio y diferente de $E(r_{p,t})$, se observa por parte de Jensen (1968) que una adecuada medida de desempeño de la administración de un portafolio podría ser el diferencial existente entre el rendimiento (adicional o inferior) que el gestor haya logrado respecto a un valor esperado en condiciones de equilibrio si hubiese invertido en un activo compuesto de un nivel

Figura 4.5 Operacionalización de variables del índice de Treynor

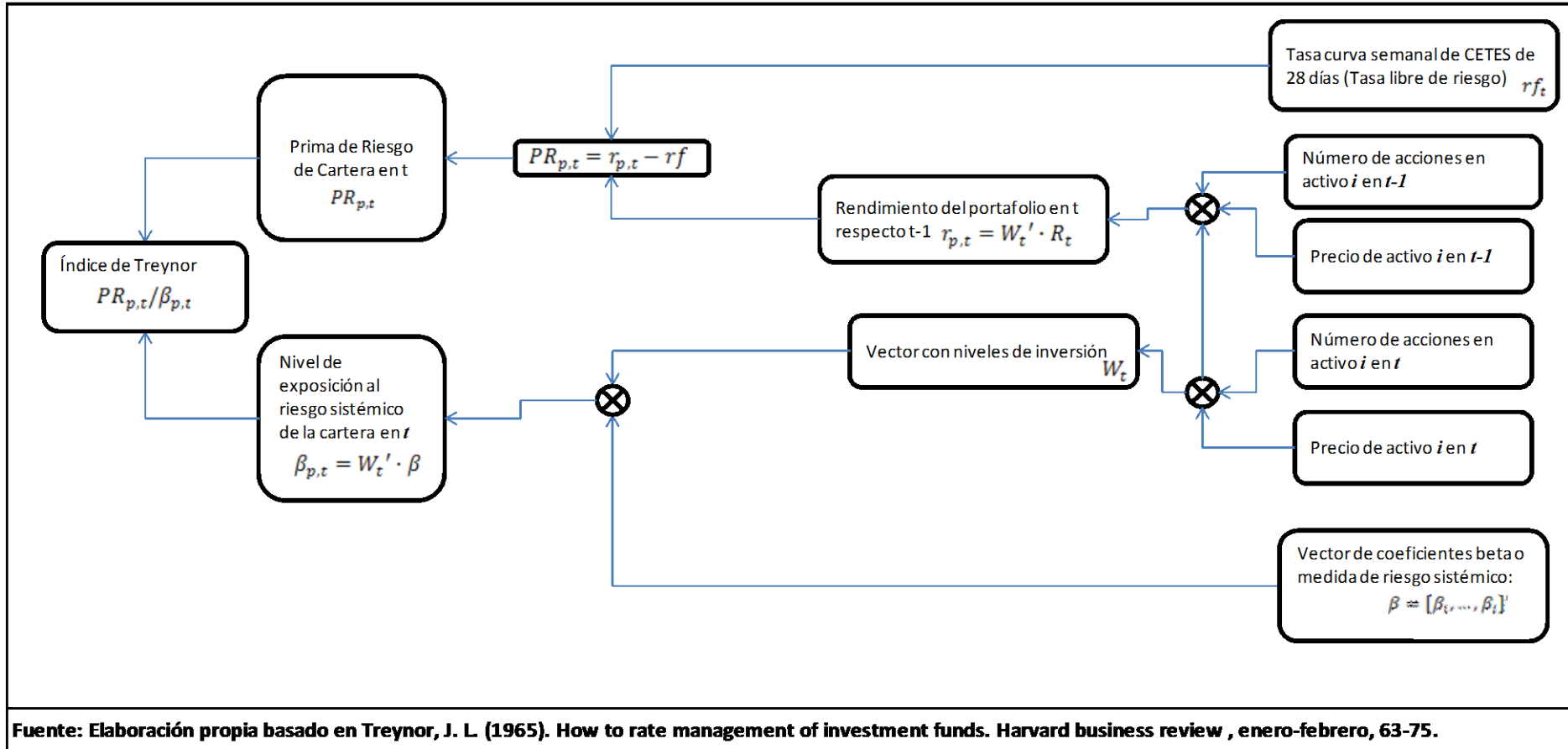
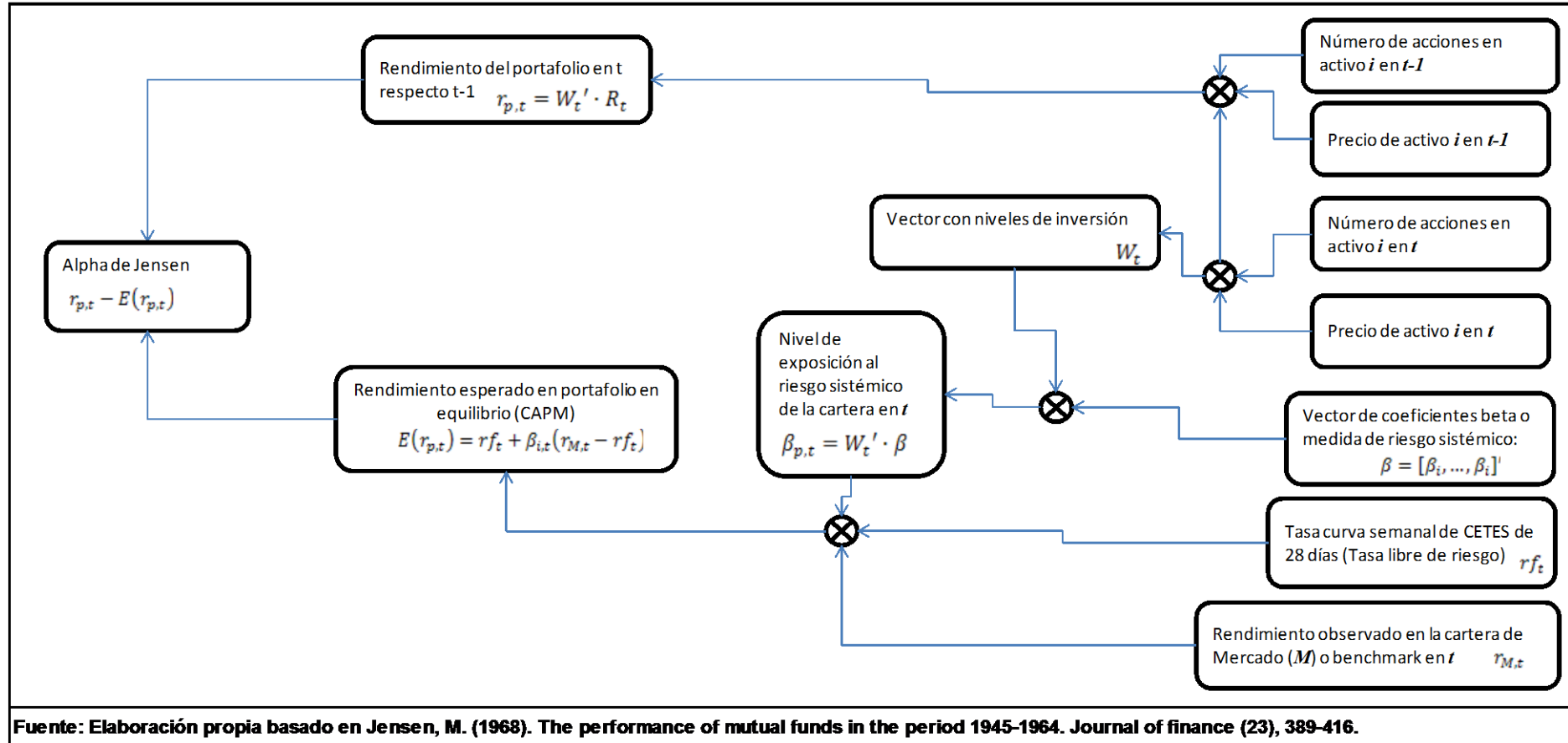


Figura 4.6 Operacionalización de variables del Alpha de Jensen.



de inversión ω en la cartera de mercado M y otro $(1 - \omega)$ en el libre de riesgo (rf). Con esto se define el conocido como *alpha de Jensen* cuya forma funcional se da por:

$$\alpha_{p,t} = r_{p,t} - E(r_{p,t}) = r_{p,t} - [rf_t + \beta_{i,t}(r_{M,t} - rf_t)] \quad (\text{Fórmula 4.89})$$

Esto lleva a establecer la siguiente relación de preferencia y su operacionalización de variables expresada en la figura 4.7.

$$\forall P_i, P_j \Rightarrow P_i > P_j \Leftrightarrow \alpha_{i,t} > \alpha_{j,t} \quad (\text{Fórmula 4.90})$$

4.7.2 Consideraciones a la operacionalización de variables para comprobar la hipótesis del estudio

En el capítulo tres se observó que el objetivo del presente estudio es comprobar que, al emplear el proceso de administración de carteras a proponer en breve, la DPCEM lograría una tasa real igual o superior a dos objetivos actuariales de 3.5% y 4.5%. A su vez, se observó que se utilizaría un valor de base 100 el 02 de enero de 2002 para modelar el comportamiento de tres carteras simuladas en las que se aplicó el proceso a proponer con tres tipos diferentes de matrices de varianzas y covarianzas. Para demostrar que el proceso de administración en cuestión es útil para los fines buscados se planteó la hipótesis general del estudio (proviene de la fórmula 3.1):

$$H_0: VP100_{i,t} \geq VP100_{real,t}$$

En este sentido es importante observar que, dado el rendimiento del portafolio r_t generado con el método de la ponderación por dinero expuesto en la fórmula 4.83, se llega a la siguiente función indicatriz para determinar el valor de $VP100_{i,t}$:

$$VP100_{i,t} = \begin{cases} 100 & \text{si } t = 1 \\ 100 \cdot (1 + r_t) & \text{si } t = 2 \\ VP100_{i,t-1} \cdot (1 + r_t) & \text{si } t > 2 \end{cases} \quad (\text{Fórmula 4.91})$$

De aquí, debe determinarse cuál será, dados los datos empleados, el modelo de matriz de varianzas y covarianzas a utilizar en el contexto del modelo MTSL. Es por ello que se tendrán las siguientes relaciones de preferencia en orden jerárquico dados los valores del índice de Sharpe, el índice de Treynor, el alpha de Jensen previamente revisados, siendo C_1 y C_2 dos matrices de varianzas y covarianzas determinadas con diferentes métodos para diferentes portafolios simulados:

$$p_i = f(C_1, \mathbf{r}) > p_j = f(C_2, \mathbf{r}) \Leftrightarrow S_{i,t} > S_{j,t}, T_{i,t} > T_{j,t} \text{ y } \alpha_{i,t} > \alpha_{j,t} \text{ (Fórmula 4.92)}$$

Si el índice de Sharpe $S_{p,t}$ y el de Treynor $T_{p,t}$ no fuesen estadísticamente significativos para diferenciar algún modelo de covarianzas empleado, se seleccionará la siguiente relación de preferencia como criterio final y concluyente:

$$p_i = f(C_1, \mathbf{r}) > p_j = f(C_2, \mathbf{r}) \Leftrightarrow \alpha_{i,t} > \alpha_{j,t} \quad \text{(Fórmula 4.93)}$$

Ya que se revisó la lógica geométrica y matemática que rige el modelo MTSL, que se estudiaron las tres medidas de desempeño utilizadas para lograr los objetivos particulares y demostrar las hipótesis correspondientes, es de interés terminar el capítulo de la revisión teórica fundamentando el por qué se sugiere utilizar otro tipo de matrices de covarianzas diferentes a la comúnmente desarrollada de parámetros constantes. En ese tenor, es de necesidad iniciar observando qué es el efecto ARCH en los residuos de las series de tiempo como las empleadas en el modelo MTSL para, de ahí, pasar a los modelos GARCH univariados y multivariados en donde se revisarán los conceptos de álgebra lineal en el que se fundamenta el análisis de componentes principales que se utilizará no como método de alguna técnica de análisis multivariado sino para lograr el “atajo” matemático que el modelo O-GARCH explota al máximo con el mismo.

4.8 Empleo de los modelos O-GARCH para calcular matrices de covarianzas que contemplen el efecto de conglomerado de volatilidades y correlaciones

4.8.1 El efecto ARCH en los residuos de una serie de tiempo

Hasta el momento se ha revisado que, por lo general, los rendimientos de los activos financieros siguen un proceso estocástico dado por una caminata aleatoria del tipo:

$$r_{i,t} = \alpha + \sum_{n=1}^k \delta \cdot r_{i,t-n} + \varepsilon_t$$

A su vez, el proceso estocástico anterior, aplicado a los rendimientos de los activos financieros, puede ser el relativo a una caminata aleatoria de tipo tres que es no idéntica y no independientemente distribuida $NINID(\varepsilon_t)$. En donde $E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-n}) = 0$ pero $E(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-n}^2) \neq 0$.

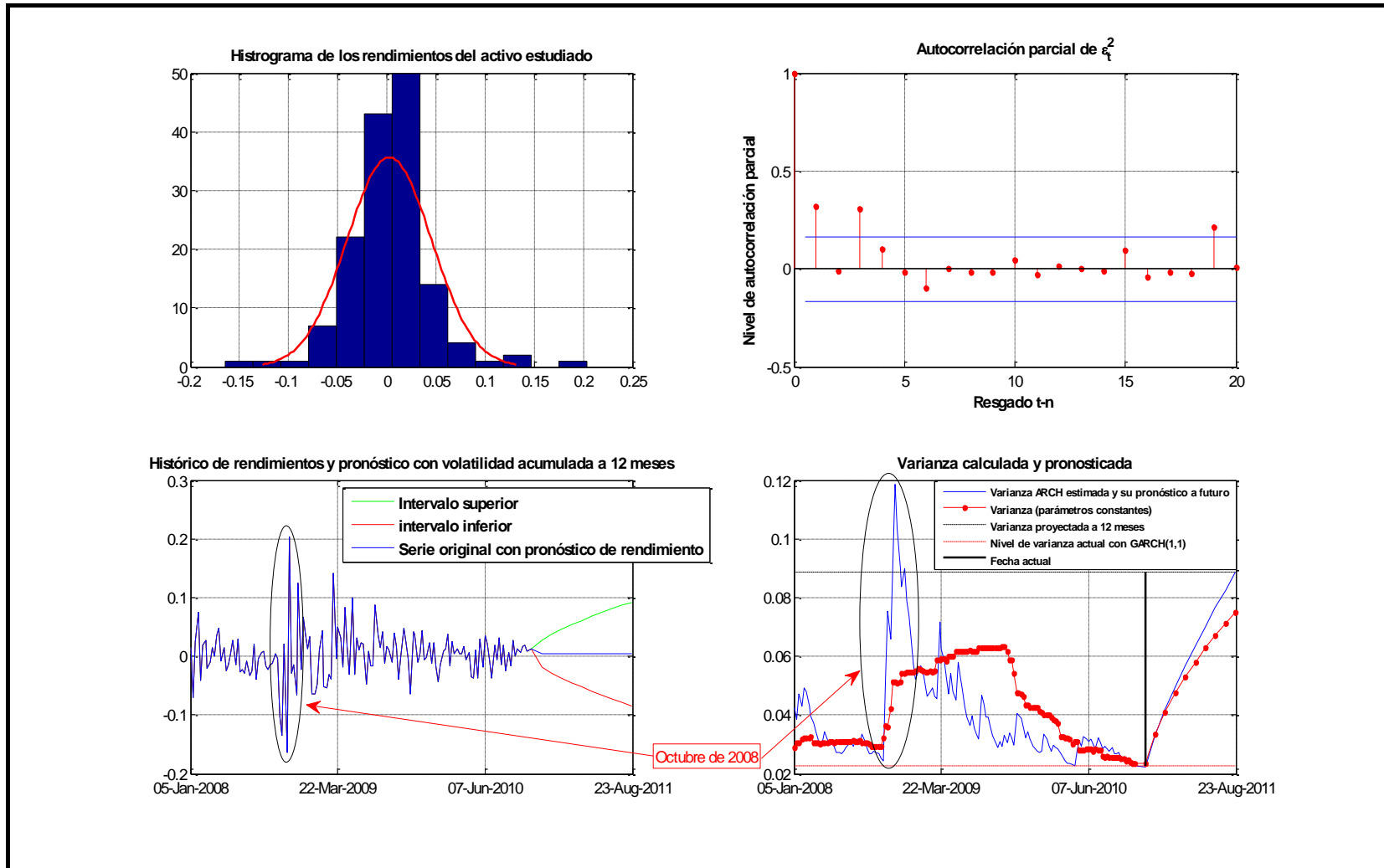
La última aseveración $E(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-n}^2) \neq 0$ permite suponer la presencia del efecto de la heteroscedasticidad condicionada que, en una serie de tiempo, se modela con un proceso auto regresivo $AR(p)$. Esto se denomina entonces como efecto de varianza auto regresiva condicionada con heteroscedasticidad o ARCH¹²⁴.

Este modelo aplica solamente para la serie de tiempo de rendimiento dada por $r_{i,t}$ que se presupone estacionaria. Esto es y recordando la proposición uno, cuando se determina para esta el valor de su rendimiento esperado o \bar{r}_i dado por la media aritmética, se compara el mismo r_i para obtener las diferencias o residuos respecto a la media denotados por ε_t . Partiendo de esta definición y del promedio de estas diferencias, se llegaría a la varianza dada por su fórmula común:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \varepsilon_{i,t}^2}{n} \mid \varepsilon_{i,t} = r_{i,t} - \bar{r}_i = r_{i,t} - \alpha \Leftrightarrow r_{i,t} = \alpha + \sum_{n=1}^k \delta \cdot r_{i,t-n} + \varepsilon_{i,t} \text{ (Fórmula 4.94)}$$

¹²⁴ La explicación económica del fenómeno, sujeta a comprobación empírica hoy en curso en la Econometría Financiera, es que las expectativas de los inversionistas son heterogéneas y a que los mercados no presentan eficiencia informacional alguna, situación que genera cambios en los niveles de volatilidad dada la incertidumbre y reacciones de estos agentes.

Gráfica 4.19 Representación del efecto ARCH en la serie de tiempo de rendimientos del IPC de la BMV así como el pronóstico de su varianza con modelos GARCH (p,q)



Fuente: Elaboración propia con datos de Reuters Quote center. Mexican equity market. Ticker .MXX. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2011)

Esta sería una forma *ex post* de estimar variaciones futuras como es el caso de la media aritmética \bar{r}_i . Sin embargo y como se ha acotado, $\varepsilon_{i,t}^2$ puede tener influencia de valores pasados lo que implica que sigue un proceso $AR(p)$. Para exponer esto se pide observar la parte inferior izquierda de la gráfica 4.19 en la que se presenta, a manera de ejemplo, la serie de rendimientos mensuales del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores de enero de 2008 a octubre de 2010. En dicho segmento, marcado con una elipse, se aprecia el periodo de octubre de 2008 en el que se presentan fluctuaciones importantes en $r_{i,t}$, las cuales resultan de los acontecimientos negativos en los mercados financieros internacionales, mismos que redundaron en una mayor volatilidad o varianza señalada en el segmento inferior derecho.

Cuando se tiene $\varepsilon_t^2 = (r_{i,t} - \bar{r}_i)^2$ y se le aplica una función de autocorrelación parcial, se genera el correlograma de la parte superior derecha en la que los rezagos de ε_{t-p}^2 tienen influencia sobre ε_t^2 lo que indica que la varianza no es constante y, por ende, tiene valores autocorrelacionados a lo largo del tiempo. Esto es: $E(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-n}^2) \neq 0$, situación que lleva a la definición de la heteroscedasticidad autorregresiva cuyo efecto, si no se considera en el cálculo, se aprecia con la diferencia de pronóstico de volatilidad ($\sigma \cdot \sqrt{t+n}$) y el comportamiento histórico de la misma en la parte inferior derecha¹²⁵.

Se dice que esta heteroscedasticidad autorregresiva es condicionada debido al hecho de que, a periodos de volatilidad alta siguen movimientos de la misma naturaleza y viceversa. A este fenómeno se le conoce como “*conglomerado de volatilidad*”¹²⁶. Esto se traduce en una separación de la normalidad teórica o subjetiva ya que se observan niveles notorios y cambiantes de kurtosis (de colas largas y picos altos) en el histograma de frecuencias de la serie (parte superior izquierda de la gráfica 4.19). Cuando el fenómeno ARCH se presenta, no es posible estimar una varianza con la fórmula tradicional dada por la fórmula 4.5. Lo que debe hacerse es primero detectar la presencia del fenómeno ARCH con la función de autocorrelación parcial o a través de una prueba de

¹²⁵ Nótese cómo los valores de desviación estándar de parámetros constantes siguen siendo altos durante muchos periodos después al shock observado en octubre de 2008. Situación que se modela más apropiadamente con el modelo CARCH(1,1).

¹²⁶ Traducción literal del término “*Volatility Clustering*”.

presencia de efecto ARCH (Engle, 1982, pp.999-1000) que busca demostrar la hipótesis $h_0: \gamma_1 = 0$ para una regresión auxiliar del tipo¹²⁷:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + v_t \quad (\text{Fórmula 4.95})$$

Si la prueba falla, es decir $h_a: \gamma_1 \neq 0$, entonces se llega a la misma conclusión del correlograma revisado en la gráfica 4.19 y se debe modelar la varianza, definiendo $\hat{\varepsilon}_t^2 = \sigma_t^2$, a través de la siguiente expresión:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + v_t \quad (\text{Fórmula 4.96})$$

En este modelo, propuesto por Engle (1982), p depende del nivel de rezagos significativos encontrados en el correlograma y el cual puede ser determinado a través de una forma iterativa con pruebas de bondad de ajuste del modelo a través del criterio de información bayesiana, cuya forma funcional puede ser consultada en Schwartz (1978). Su utilidad radica en modelar de manera más apropiada, como se aprecia en el segmento inferior derecho de la gráfica 4.19, el efecto de reacción, persistencia y convergencia a un valor de largo plazo del valor de la volatilidad de corto plazo, respecto a uno de largo.

Para derivar los parámetros β_i en la función de varianza auto regresiva condicionada dada por la fórmula 4.33, se emplea el método de máxima verosimilitud¹²⁸ cuya función objetivo $L(\theta)$ para el caso en que se supone que los residuales se distribuyen gaussianamente de la forma $v_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ plantea el siguiente problema de optimización para los modelos ARCH(p, q) y GARCH(p, q) (por definir en breve):

$$\text{Maximizar } \ln(L(\theta)) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln(\hat{\sigma}_t^2) + \left(\frac{v_t}{\hat{\sigma}_t} \right)^2 \right)$$

¹²⁷ La prueba aplicada a las series de tiempo de los activos empleados como objeto de inversión del presente estudio y la prueba del empleo del modelo ARCH de manera sistemática se expone en el Apéndice C.

¹²⁸ Como nota metodológica, si bien es cierto que es muy apropiado y cómodo el método de mínimos cuadrados ordinarios, se utilizará el de máxima verosimilitud debido a que los supuestos de homoscedasticidad y no autocorrelación se han violado dado $E(\hat{\varepsilon}_t^2, \hat{\varepsilon}_{t-n}^2) \neq 0$.

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \alpha, \beta_i &\geq 0 \\ \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i &\leq 1 \end{aligned} \quad (\text{Fórmula 4.97})$$

Sin embargo, como se ha hecho mención, se puede suponer que v_t no está gaussianamente distribuido sino que $v_t \sim t - Student(\mu, \sigma^2, gl)$. En la expresión anterior gl representa los grados de libertad. Con el supuesto anterior, se tiene el siguiente problema de optimización (Bollerslev, 1987):

Maximizar:

$$\begin{aligned} \ln(L(\Theta)) = & - \sum_{t=1}^T \left(\ln(\hat{\sigma}_t^2) + \left(\frac{GL+1}{2} \right) + \ln \left(1 + (GL-2)^{-1} \left(\frac{v_t}{\sigma_t} \right)^2 \right) \right) \\ & + T \ln \left[\left((GL-2) \pi^{-1/2} \Gamma \left(\frac{GL}{2} \right)^{-1} \Gamma \left(\frac{GL+1}{2} \right) \right) \right] \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\alpha, \beta_i \geq 0$$

$$\alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \leq 1$$

$$GL \geq 2$$

(Fórmula 4.98)

El modelo $ARCH(p)$ puede resultar muy apropiado para modelar el efecto de los rezagos en el cálculo de la varianza. Sin embargo, este tiene una ligera limitante: Si se parte de una serie de tiempo corta (supóngase 20 observaciones) y se encuentra que existe una fuerte influencia del rezago número 11, se tendrá entonces un modelo con 11 términos y (si no existen datos omitidos) una longitud de series de tiempo de 10 realizaciones; lo que lleva a no tener el mismo número de observaciones que el de variables regresoras. Esta situación plantea un inconveniente matemático y teórico¹²⁹. Para tratar esta situación, Bollerslev (1986) propone una extensión del modelo ARCH el cual adopta una forma generalizada, donde incluye rezagos no solo de $\hat{\varepsilon}_{t-i}^2$ sino de $\hat{\sigma}_t^2$, lo

¹²⁹ Se presentaría un fenómeno llamado multicolinealidad en el que las regresoras están correlacionadas, afectando el resultado de la variable regresada.

que lleva al planteamiento de lo que se conoce como modelo autorregresivo generalizado condicionado con heteroscedasticidad o $GARCH(p, q)$:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \gamma_i \hat{\sigma}_{t-i}^2 + \nu_t \quad (\text{Fórmula 4.99})$$

Donde p y q son el número de rezagos de $\hat{\varepsilon}_t^2$ y de $\hat{\sigma}_t^2$ respectivamente. El modelo GARCH, que es una versión generalizada del ARCH, tiene una forma funcional más manejable y menores probabilidades de presentar el problema de matriz no cuadrada o multicolinealidad. Los problemas de máxima verosimilitud planteados en las fórmulas 4.97 y 4.98 cambian solamente en las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \alpha, \beta_i &\geq 0 \\ \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i + \sum_{i=1}^q \gamma_i &\leq 1 \end{aligned} \quad (\text{Fórmula 4.100})$$

Con lo anterior, se tiene que $\hat{\sigma}_t^2$ sigue siendo la misma variable en el problema de máxima verosimilitud a resolver. Esto lleva a emplear la misma $L(\theta)$ para modelar el efecto de volatilidad condicionada observado en la gráfica 4.19 el cuál, después de un proceso iterativo que está por revisarse, se describió con un $GARCH(1,1)$ con distribución gaussiana o normal.

4.8.2 Versión modificada del algoritmo Box-Jenkins para la selección del modelo de $GARCH(p, q)$ apropiado

Box, Jenkins y Reinsel (2008, pp. 17-18) proponen que, para modelar series de tiempo (incluyendo las de una volatilidad de rendimientos) que presentan efectos autorregresivos, se siga un simple algoritmo iterativo, mismo que será la base de una versión alternativa para estimar los parámetros y forma funcional de modelos $GARCH(p, q)$ a utilizar:

1. Establecer la forma general del modelo partiendo de la Teoría y/o experiencia.

2. Desarrollar subclases de este modelo general (diferentes valores de p y q con un truncamiento de ventana temporal si es necesario).
3. Estimar los parámetros del modelo tentativamente correcto.
4. Diagnosticar si el modelo es el adecuado a través del criterio de bondad de ajuste a los datos (criterio de información de Schwartz -*CIB*-).
5. Si el modelo es el apropiado emplearlo para pronosticar.

El paso cuatro se lleva a cabo determinando aquel modelo (de entre los iterados) que tenga el valor mínimo de *CIB*. Dado que se realiza la derivación de todos los modelos sujetos a análisis y luego se determina, en el paso cuatro, el que mejor bondad de ajuste presente, se observa que esta forma de comparar modelos es una discreta modificación al algoritmo iterativo original propuesto en Box, Jenkins y Reinsel sin perder la esencia del mismo.

4.9 El empleo de modelos GARCH multivariados para el pronóstico de covarianzas y covarianzas.

4.9.1 GARCH multivariado con correlaciones constantes.

El modelo $GARCH(p, q)$ descrito previamente se emplea, prioritariamente, para el modelado y pronóstico de varianzas individuales. Para la generación de una matriz de varianzas y covarianzas C (como la definida en la fórmula 4.5) se requieren de covarianzas en las que se contemplen los efectos de conglomerados de covarianza dados por la forma funcional de un modelo $GARCH(p, q)$ del tipo:

$$\hat{\sigma}_{i,j,t} = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \hat{\varepsilon}_{i,j,t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \hat{\sigma}_{i,j,t-i} + v_t \quad (\text{Fórmula 4.101})$$

Engle y Kroner (1993) proponen el empleo de un modelo que se conoce como GARCH-M. Sin embargo, tal como apuntan Dowd (2005, pp. 142-143) y Alexander (2008b, p. 166), este tiene la gran limitante de que emplea demasiados parámetros para

su cálculo¹³⁰, requiere una fuerte capacidad de procesamiento informático y presenta una notoria complejidad matemática para determinar una matriz de varianzas y covarianzas. Lo anterior aunado al hecho de que su función de verosimilitud puede, ya sea tener una forma demasiado plana como para llegar a un resultado factible o contar con muchos máximos locales dejando múltiples soluciones. Una primera salida sería la propuesta primigenia de Bollerslev (1990) al calcular la volatilidad con un modelo $GARCH(p, q)$, suponiendo que las correlaciones entre los rendimientos de los activos financieros son constantes, lo que llevaría a calcular las covarianzas empleando la fórmula 4.9:

$$\sigma_{i,j}^2 = \sigma_i \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_j$$

En donde σ_i y σ_j se obtuvieron con un $GARCH(p, q)$ de la forma:

$$\sigma_i = \sqrt{\alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \hat{\varepsilon}_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \theta_i \hat{\sigma}_{t-i}^2 + \nu_t} \quad (\text{Fórmula 4.102})$$

Sin embargo, a pesar de la parsimonia que esto representa, tiene la limitante de generar una inconsistencia teórica ya que el término $\rho_{i,j}$ en la fórmula 4.16 se obtiene con la fórmula tradicional del coeficiente de correlación de Pearson, el cual se presupone constante en el tiempo y contraviene con lo observado en los momentos de alta aversión al riesgo por parte de los inversionistas en los mercados (por ejemplo octubre del año 2008) en los cuales la correlación entre activos financieros e incluso entre mercados financieros se incrementa, presentando un fenómeno de “*conglomerado de correlación*” que da pie al efecto de “*conglomerado de covarianzas*” al compaginarse con el efecto de conglomerado de volatilidad. A pesar de esto, la propuesta resulta ser una muy buena aproximación de la matriz de varianzas y covarianzas al contemplar solo el efecto de conglomerado de volatilidades, dejando su cálculo expresado en álgebra matricial, como:

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{1,2} & \dots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_{2,1} & \dots & \sigma_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,1} & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

¹³⁰ Es solo matemáticamente apropiado para $n \leq 10$.

$$= \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & 1 & \dots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,1} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_1 \end{bmatrix} \quad (\text{Fórmula 4.103})$$

4.9.2 GARCH multivariado determinado por entradas

Otra propuesta para derivar la matriz de varianzas y covarianzas GARCH es la sugerida por Dowd (2005, pp. 140-141) en la que, en cada entrada de la matriz C_{GARCH} se aplique la siguiente expresión y su correspondiente método y función de verosimilitud (normal, t-Student, etc.) seleccionado:

$$\hat{\sigma}_{i,j,t} = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i \hat{\varepsilon}_{i,j,t-i} + \sum_{i=1}^q \gamma_i \hat{\sigma}_{i,j,t-i} + v_t \quad (\text{Fórmula 4.104})$$

Esto, a pesar de contemplar el efecto de conglomerado tanto de correlaciones como de volatilidades sigue, aunque en menor magnitud que el modelo propuesto por Engle y Kroner, presentando complejidades computacionales conforme el número de activos bajo estudio es mayor.

4.9.3 GARCH Ortogonal (O-GARCH)

Dado que, por un lado, el modelo propuesto por Bollerslev previamente revisado no incorpora el efecto de conglomerado de covarianzas y volatilidad y, por otro, tanto el modelo GARCH-M de Engle y Kroner como la propuesta de Dowd presentan un grado de complejidad computacional para llevarse a cabo, se propone en Alexander y Chibumba (1996), Alexander (2001) y Van der Weide(2002) un modelo conocido como GARCH ortogonal u O-GARCH el cual emplea un método de análisis multivariado conocido como Análisis de Componentes Principales, el cual parte de definiciones del álgebra lineal como son los *eigenvalores* (o *valores característicos*) y los *eigenvectores* (o *vectores*

característicos) de la matriz de varianzas y covarianzas C lograda con parámetros constantes. Este resulta en una simplificación matemática y computacional en la derivación de C_{GARCH} que bien merece una revisión para fundamentar su empleo.

4.9.3.1 Definiciones de álgebra lineal y análisis de componentes principales:

Partiendo de la definición de un espacio vectorial $\mathbb{R}^n = [\mathbf{v}_i, \dots, \mathbf{v}_j]$ de n dimensiones, se tiene que un operador lineal del tipo $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ se compone de una operación de multiplicación de cada vector $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^n$ por un escalar más la suma de otro vector $\mathbf{v}_j \in \mathbb{R}^n$. Esto sería:

$$\forall \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \in \mathbb{R}^n \exists T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \Rightarrow T(a\mathbf{v}_i + \mathbf{v}_j) = aT(\mathbf{v}_i) + T(\mathbf{v}_j) \quad (\text{Fórmula 4.105})$$

Cuando se tiene una matriz como la de varianzas y covarianzas como la dada por C esta puede ser multiplicada por otro vector \mathbf{v}_i , definiendo con esto una operación conocida como transformación matricial dada por:

$$\mathbf{v}_i^* = T(\mathbf{v}_i) = T: \mathbf{v}_i \mapsto C \cdot \mathbf{v}_i \quad (\text{Fórmula 4.106})$$

Cuando se aplica una transformación matricial como en la fórmula 4.106, se observa que el vector \mathbf{v}_i sufre una transformación geométrica en el plano o espacio cartesiano (según sea la dimensión de n) que puede ser, ya sea 1) la ampliación de magnitud, 2) rotación o 3) ampliación de magnitud y rotación del vector $\mathbf{v}_i^* = T(\mathbf{v}_i)$. Dada una transformación matricial y de una matriz C (como la de varianzas y covarianzas) puede existir un vector teórico \mathbf{g}_i que, al realizarse la transformación matricial $T(\mathbf{g}_i) = T: \mathbf{g}_i \mapsto C \cdot \mathbf{g}_i$ en el mismo se llegue solo a un aumento de magnitud (caso 1). Dicho vector \mathbf{g}_i permitiría entonces cumplir con la siguiente ecuación característica:

$$C \cdot \mathbf{g}_i = \lambda \cdot \mathbf{g}_i \quad (\text{Fórmula 4.107})$$

En la misma λ es la proporción en la que \mathbf{g}_i , sin rotar en el plano o espacio cartesiano, aumenta o disminuye su magnitud. La misma se conoce como *eigenvalor* o *valor característico*; siendo \mathbf{g}_i el *eigenvector* o *vector característico*. Una matriz de varianzas y covarianzas \mathbf{C} puede tener múltiples (en realidad infinidad en \mathbb{R}^n) eigenvectores a los que puede modificar de tal forma que con una transformación matricial que emplee la misma \mathbf{C} haga que estos sufran solo cambios en magnitud. Este conjunto de eigenvectores expresados en forma de matriz se conoce como matriz de eigenvectores \mathbf{G} a los que, a cada uno de ellos, corresponde una matriz de diagonal o espectro de eigenvalores $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}([\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3])$. Para toda matriz cuadrada \mathbf{C} de dimensión $n \times n$ existe un espectro $\mathbf{\Lambda}$ con las mismas dimensiones, siendo también con esto $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_i, \dots, \mathbf{g}_j]$ de cardinalidad $\#(\mathbf{G}) = n$. Es entonces que con esta acotación y partiendo de la ecuación 4.43 se llega a su expresión en términos matriciales:

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{G} = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{G} \quad (\text{Fórmula 4.108})$$

Despejando para determinar la matriz \mathbf{C} con \mathbf{G} y $\mathbf{\Lambda}$ conocidos se llega a la descomposición espectral de la matriz \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{G}^{-1} \quad (\text{Fórmula 4.109})$$

Esta definición podría extenderse a una matriz \mathbf{C} con parámetros GARCH:

$$\mathbf{C}_{GARCH} = \mathbf{G}_{GARCH} \cdot \mathbf{\Lambda}_{GARCH} \cdot \mathbf{G}_{GARCH}^{-1} \quad (\text{Fórmula 4.110})$$

Partiendo del hecho de que una matriz \mathbf{C}_{GARCH} tiene escalares derivados con modelos $GARCH(p, q)$, se puede tener para esta la misma matriz de eigenvectores¹³¹ \mathbf{G} que \mathbf{C} , al originarse ambas (\mathbf{C} y \mathbf{C}_{GARCH}) de la misma matriz de series de tiempo de rendimientos $\mathbf{X} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_i]$ y al ser las dos matrices cuadradas de las mismas dimensiones. Por tanto se podría definir la siguiente descomposición espectral como válida:

¹³¹ Dentro de la infinidad de posibles eigenvectores que \mathbf{C} y \mathbf{C}_{GARCH} tienen en una transformación matricial.

$$C_{GARCH} = G \cdot \Lambda_{GARCH} \cdot G^{-1} \quad (\text{Fórmula 4.111})$$

Con esto, conocida la matriz de eigenvectores G derivada de una matriz de varianzas y covarianzas de parámetros constantes C también conocida, se podría determinar la matriz de varianzas y covarianzas C_{GARCH} una vez que se logre un espectro Λ_{GARCH} a través de modelos $GARCH(p, q)$ como los expuestos previamente.

Con esto se puede apreciar que el cálculo de los parámetros de una matriz C_{GARCH} se reduce de n^2 estimaciones de modelos GARCH como lo propone Dowd (2005, pp. 140-141) a solamente n o menos según resultado que arroje el análisis de componentes principales, dado el grado de variabilidad explicada (τ) que se busque.

En un espacio vectorial \mathbb{R}^n los eigenvectores son ortogonales, lo que lleva a dar el nombre de GARCH ortogonal u O-GARCH partiendo de la siguiente propiedad matemática:

$$\text{si } \langle g_i, g_j \rangle = 0 \mid \forall g_i, g_j \in G, \quad g_i \perp g_j \Rightarrow G^{-1} = G' \quad (\text{Fórmula 4.112})$$

4.9.3.2 El análisis de componentes principales y la derivación de la matriz de covarianzas GARCH ortogonal

Ya que se definieron los conceptos de eigenvalor y eigenvector, se realiza el análisis de componentes principales al utilizar G . Al convertir un espacio vectorial con diferentes grados de correlación entre sus vectores en uno que no tenga esta correlación lo que permitirá identificar dichas variables latentes al multiplicar G por la matriz X . Con esto se logra lo que se conocerá como vectores de componentes principales p_i en una matriz P . Para fines de ejemplo se tienen tres activos financieros:

$$\begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{2,1} & r_{3,1} \\ r_{1,2} & r_{2,2} & r_{3,2} \\ r_{1,3} & r_{2,3} & r_{3,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1,t} & r_{2,t} & r_{3,t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_{1,1} & g_{1,1} & g_{1,1} \\ g_{1,2} & g_{1,1} & g_{1,1} \\ g_{1,3} & g_{1,1} & g_{1,1} \end{bmatrix} = X \cdot G = P$$

$$= \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{2,1} & p_{3,1} \\ p_{1,2} & p_{2,2} & p_{3,2} \\ p_{1,3} & p_{2,3} & p_{3,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{1,t} & p_{2,t} & p_{3,t} \end{bmatrix} = [\mathbf{p}_1 \quad \mathbf{p}_2 \quad \mathbf{p}_3] \quad (\text{Fórmula 4.113})$$

Siendo \mathbf{P} definida como matriz de *componentes principales*. De la fórmula 4.114 se redefine a \mathbf{X} como:

$$\text{si } \mathbf{P} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{G} \Rightarrow \mathbf{X} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{G}' \quad (\text{Fórmula 4.114})$$

Los componentes principales de la matriz \mathbf{P} captan las características o factores externos no observados o cuantificados que generan el efecto de covarianza conjunta entre los activos de \mathbf{X} . Sin embargo, no todos los componentes principales contribuyen a explicar de una manera estadísticamente significativa la covarianza de \mathbf{X} de la misma manera por lo que se debe determinar qué vectores de \mathbf{P} son los que ayudan a determinar la covarianza conjunta entre activos financieros dado dicho nivel de significancia o variabilidad explicada τ . Para responder esto y siguiendo el ejemplo de los tres activos, supóngase que se tiene el siguiente espectro de \mathbf{C} :

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\mathbf{I}) = \text{diag}([\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n])$$

El análisis de componentes principales plantea, como primer paso, que los eigenvalores y los eigenvectores se ordenen de mayor a menor. Posteriormente, se realiza el cálculo de la contribución que cada componente principal empleando en los eigenvalores jerarquizados en la siguiente expresión con $\mathbf{1}$ de dimensión $n \times 1$:

$$c\lambda_i = \frac{\lambda_i}{\mathbf{1}' \cdot \mathbf{I}} \quad (\text{Fórmula 4.115})$$

Si se suman de manera recursiva las contribuciones de cada eigenvalor, se tiene el grado de significancia o explicación acumulada de cada componente principal, lo que lleva a:

$$\lambda_i \in \Lambda_{GARCH} \Leftrightarrow \sum_{a=1}^i c\lambda_a \leq \tau \therefore \mathbf{g}_i \in \mathbf{G}^*, \mathbf{p}_i \in \mathbf{P}^* \Leftrightarrow \lambda_i \in \Lambda_{GARCH} \text{ (Fórmula 4.116)}$$

Ya que se derivó Λ_{GARCH} se regresa a la descomposición espectral de la fórmula 4.111 que lleva, de cuenta nueva, a su ecuación característica lineal como la expresada en la fórmula 4.108 y que da origen y fundamento, para fines de los conceptos del álgebra lineal, tanto al espectro como la matriz de eigenvectores:

$$\mathbf{C}_{GARCH} = \mathbf{G} \cdot \Lambda_{GARCH} \cdot \mathbf{G}^{-1} \text{ (Fórmula 4.117)}$$

Con la definición de éste método se logra derivar una matriz de varianzas y covarianzas GARCH partiendo de una matriz \mathbf{C} de parámetros constantes y su matriz de eigenvectores, lo que ayuda a simplificar y eficientar la capacidad de cómputo para lograr la matriz \mathbf{C}_{GARCH} buscada.

4.10 Comentarios concluyentes al capítulo

Hasta este punto se ha revisado la serie de hechos que plantean el problema de investigación a resolver en el presente trabajo, se ha establecido formalmente el mismo, así como las preguntas de investigación a resolver, los objetivos (general y particulares) a lograr así como las hipótesis (general y particulares) a demostrar. A su vez, se han revisado los fundamentos estadísticos y teóricos, a la luz de la teoría moderna de portafolios, en los que se fundamenta la propuesta de potencial solución a la problemática presentada.

Ahora, es pertinente determinar si el empleo de un proceso de administración de portafolios, como solución al problema detectado, permite demostrar las hipótesis delimitadas, por lo que será pertinente revisar el capítulo correspondiente a la fase experimental en donde se hacen las simulaciones correspondientes y se presentan los resultados logrados con las mismas.

5 Fase experimental: Parámetros y resultados de las simulaciones realizadas

5.1 Introducción al capítulo

En el presente capítulo se presentan los resultados logrados con la serie de simulaciones realizadas para demostrar la hipótesis general y las particulares. Se iniciará el mismo presentando, en el sub capítulo 5.2, el algoritmo a seguir en la aplicación informática programada para realizar las tres simulaciones mencionadas. En la descripción del mismo se presentan las consideraciones y supuestos que se seguirán en el mismo.

En el sub capítulo 5.3 se presentarán los supuestos teóricos y operativos adicionales que se contemplaron para, seguido de esto en el sub capítulo 5.4, realizar la propuesta de ponderaciones por mercado financiero que conforman el benchmark utilizado tanto para cuantificar las medidas de desempeño de administración de portafolios ajustadas a riesgo así como el comportamiento de una estrategia de administración pasiva que replique la política de inversión de la tabla 2.5.

En el sub capítulo 5.4, se presentarán los resultados observados para, seguido de esto (sub capítulo 5.5), analizar los mismos a la luz de los eventos económicos, financieros y políticos suscitados durante el periodo de simulación.

Por último, se presentará un corolario de estos resultados en el sub capítulo 5.5 que ayudará a presentar, posteriormente, las conclusiones.

5.2 Algoritmo y consideraciones iniciales de las simulaciones por realizar

Para determinar que se cumple la hipótesis general del presente trabajo de investigación, se realizó una prueba en retrospectiva o "*backtesting*"¹³², consistente en

¹³² El backtesting es una prueba que consiste en replicar, aplicando un tratamiento a una serie de datos, el comportamiento de una variable con la finalidad de determinar, a través de pruebas estadísticas, si el modelado de dicha variable cumple con una hipótesis previamente planteada.

realizar una simulación de eventos discretos con periodos semanales del dos enero de 2002¹³³ al 31 de diciembre de 2010.

El universo de activos de inversión (mercados) en los que se invertirán los recursos serán los seis índices delimitados en la política de inversión de la tabla 2.5. El objetivo de la simulación tendrá, como principal fin y siguiendo una administración activa de portafolios a través de una asignación de activos táctica, el realizar, semana a semana, un análisis de carteras y reajustes periódicos en los niveles de inversión en cada mercado. Esto con la finalidad de aprovechar los cambios en las perspectivas de los parámetros de nivel de exposición al riesgo y de rendimiento.

El modelo cuantitativo de optimización empleado para este fin, dentro del contexto de la asignación de activos táctica, es el Modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (MTSL) previamente descrito.

Es importante tener en consideración que lo que se busca probar, como se ha establecido previamente, es la capacidad de lograr los objetivos actuariales de rendimiento planteados a través de la ejecución de un proceso de administración activa de portafolios. Sin embargo, la elección del método de cálculo de la matriz de varianzas y covarianzas empleado para pronosticar el comportamiento futuro del riesgo del portafolio requiere de una adecuada fundamentación por lo que debió correrse la misma simulación en tres escenarios diferentes en los que incorporó tres variantes correspondientes a C :

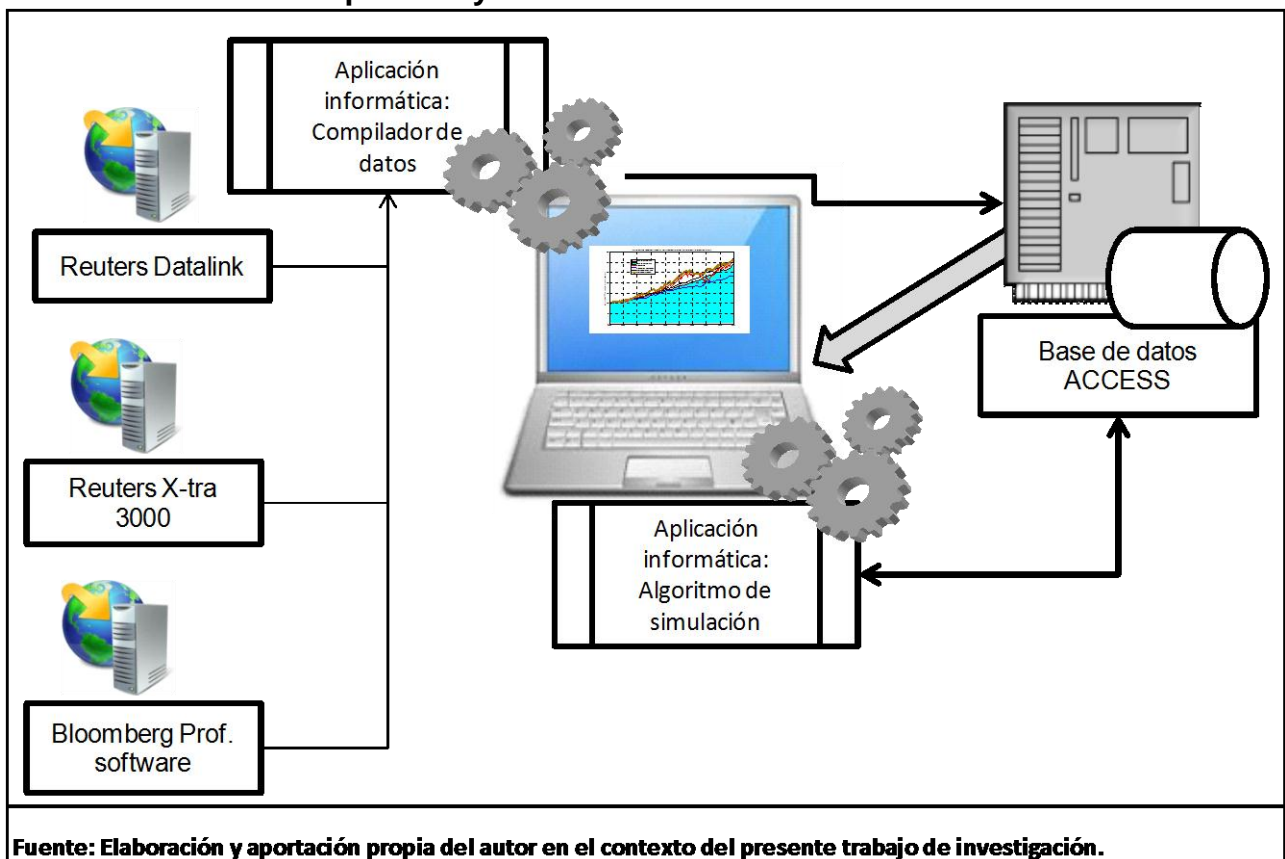
- 1) Los modelos de varianzas y covarianzas de parámetros constantes determinado en las fórmulas 4.5 y 4.6,
- 2) Los generalizados autorregresivos con heteroscedasticidad ortogonales (O-GARCH) con función de verosimilitud gaussiana (fórmula 4.97) y
- 3) Los generalizados autorregresivos con heteroscedasticidad ortogonales (O-GARCH) con función de verosimilitud t-Student (fórmula 4.98).

¹³³ Se eligió esta fecha inicial debido a que los benchmarks de la empresa VALMER tienen históricos a partir del año 2001. Por tanto se busca tener al menos 52 semanas de históricos para los cálculos en la fecha inicial.

Tanto los datos de flujos de entradas y salidas del objeto de estudio en las simulaciones (La reserva técnica de la DPCEM), los mercados objeto de inversión y el modelo de optimización de carteras seguirán siendo los mismos en los tres escenarios.

Para poder realizar las simulaciones fue necesario programar una serie de aplicaciones informáticas. Una para la ejecución consecutiva de las simulaciones y otra para compilar datos de las series de tiempo de precios y rendimientos a emplear como insumos en la rutina previa. Para ello, se utilizaron una serie de creaciones informáticas de creación propia del autor del presente, mismas que fueron programadas en el lenguaje de computación técnica MATLAB®.

Figura 5.1 Estructura operativa de las aplicaciones informáticas programadas para la fase experimental, la base de datos generada para almacenar las series de tiempo empleadas y los resultados de simulaciones.



Algunas de estas creaciones son una base de datos (BD) en Microsoft™ ACCESS® que tiene interacción automática con una aplicación informática programada para compilar datos financieros extraídos de las plataformas financieras Thomson

Reuters™ Datalink®, Thomson Reuters™ X-tra 3000® y Bloomberg™ Profesional software®. La información lograda y almacenada en la BD con la misma fue procesada por la segunda aplicación¹³⁴ que se encarga de ejecutar el proceso de administración de portafolios en cada una de las fechas de la simulación de eventos discretos a realizar en cada escenario de matriz de covarianzas empleada. La forma en que se estructuró la operativa de estas tres creaciones se presenta en la figura 5.1. Estos dos desarrollos se programaron y ejecutaron en una computadora personal (laptop) con un microprocesador Intel™ Centrino® de 1.73 GHz, una memoria RAM de 1.99 GB y un disco duro de 90 GB, empleando un sistema operativo Windows Xp (32 bits).

5.2.1 El algoritmo empleado en las simulaciones realizadas

Antes de hacer la propuesta de un proceso de administración de portafolios es prudente probar la validez del mismo en términos prácticos, situación que es el objetivo de la presente investigación. Para realizar las simulaciones de eventos discretos debe contextualizarse el proceso genérico de administración de portafolios expuesto en la figura 2.3 en un algoritmo que deberán seguir las aplicaciones informáticas realizadas, por lo que la secuencia lógica *general* de las fases o pasos a seguir en las simulaciones es la que se presenta en la figura 5.2. En la misma se relacionan cada una de estas fases generales del algoritmo informático empleado con cada paso del proceso genérico de administración de portafolios empleando un código de colores.

5.2.1.1 Pasos específicos seguidos en la aplicación informática

Los pasos específicos que la computadora personal realizó a través de la aplicación denominada “*algoritmo de simulación*” cuya secuencia de fases se expone en la figura 5.3, es la siguiente:

¹³⁴ En realidad esta es una serie de aplicaciones informáticas que operan en conglomerado y que, hasta el momento de la redacción de las presentes líneas, se seguía programando e integrando como una sola. Este proyecto de generación de tecnología se ha visto momentáneamente truncado al dar preferencia a la presentación del presente así como por los registros de derechos de autor pertinentes a las aplicaciones primigenias, mismos que están en proceso.

Figura 5.2 Estructura lógica general del algoritmo de simulación contextualizando al mismo con el proceso genérico de administración de portafolios expuesto en la figura 2.3

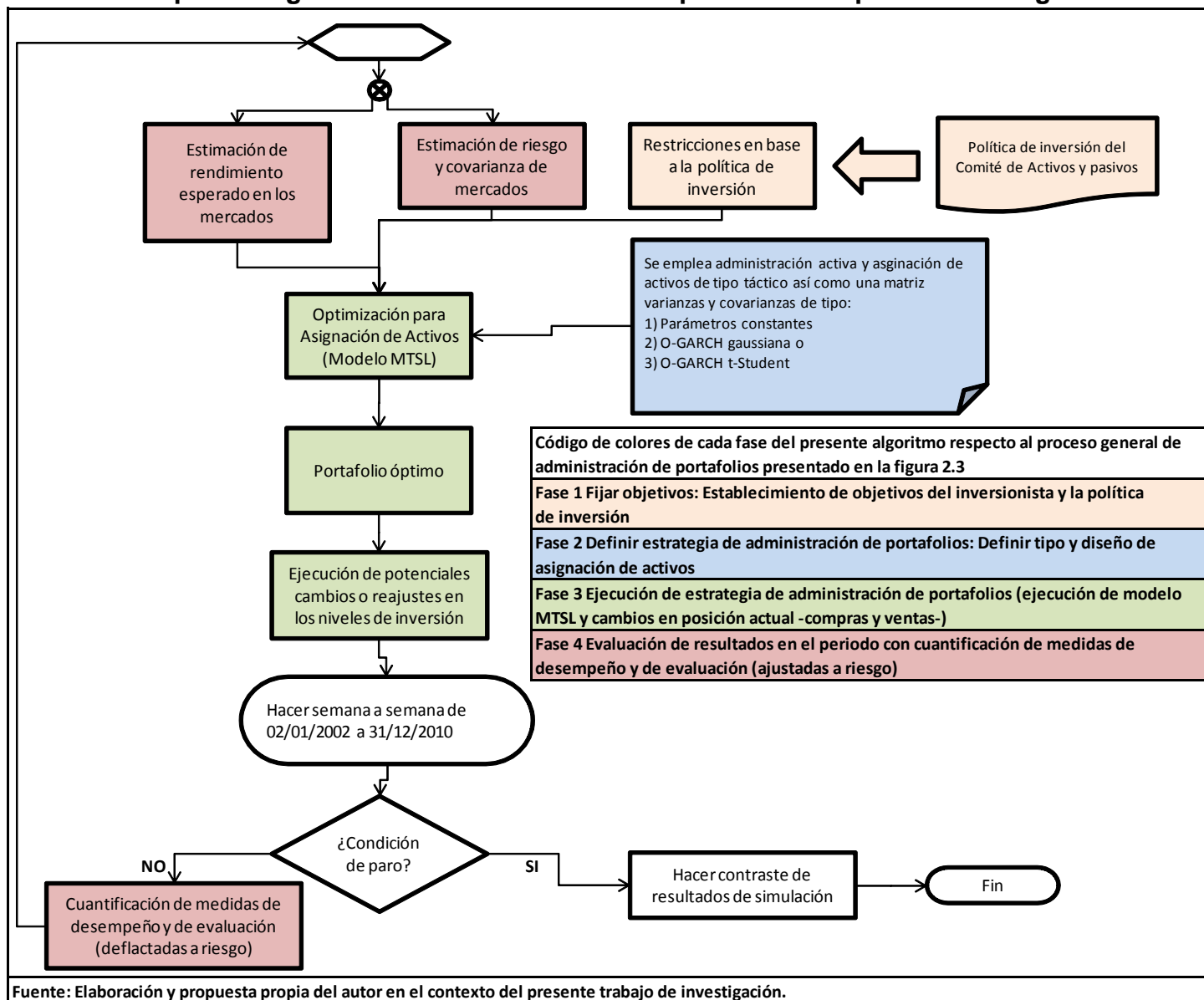
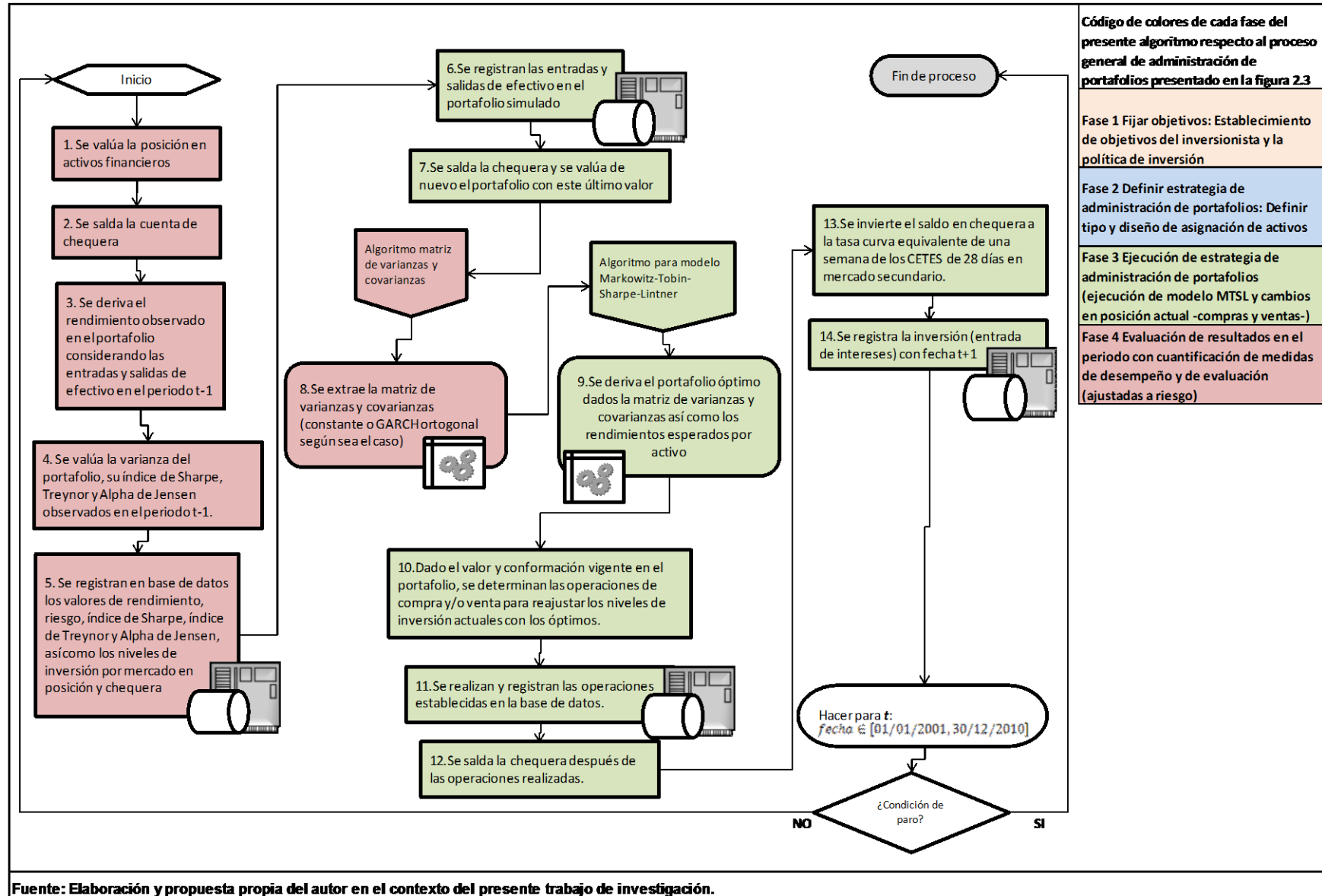


Figura 5.3 Diagrama de flujo de los pasos seguidos por la aplicación informática programada para realizar las simulaciones de eventos discretos.



1. **Se valúa la posición en activos financieros.** Se realiza la valuación de portafolio determinando su cuantía monetaria utilizando la fórmula 4.84.
2. **Se salda la cuenta de chequera.** Se determina el monto que queda como remanente en chequera en la fecha simulada.
3. **Se deriva el rendimiento observado en el portafolio considerando las entradas y salidas de efectivo en el periodo t-1.** Se calcula la variación porcentual o tasa de rendimiento ponderada por dinero calculada con la fórmula 4.83.
4. **Se valúa la varianza del portafolio, su índice de Sharpe, Treynor y Alpha de Jensen observados en el periodo t-1.** En este paso se calcula la varianza del portafolio observada en t-1 dados los niveles de inversión por mercado que se tuvieron previo al periodo o fecha t en que se ejecuta el algoritmo. Para esto, se emplea la forma cuadrática dada en la fórmula 4.5 con una matriz de covarianzas de parámetros constantes al ser *ex-post* la valuación de desempeño realizada. El cálculo de esta varianza será de utilidad para determinar el índice de Sharpe, el de Treynor y el Alpha de Jensen en $t - 1$.
5. **Se registran en la base de datos los valores de rendimiento, riesgo, índice de Sharpe, índice de Treynor y Alpha de Jensen, así como los niveles porcentuales de inversión por mercado, por tipo de posición y chequera.**
6. **Se registran las entradas y salidas de efectivo en el portafolio simulado.** Dado que el objeto de estudio (La reserva técnica de la DPCEM) tiene entradas y salidas esporádicas de efectivo dadas las necesidades operativas o las aportaciones adicionales que entran por instrucción de la Junta de Gobierno, se deben registrar estas para ser consideradas en la valuación y como parte del flujo neto de inversión a tomar en cuenta esa semana.
7. **Se salda la chequera y se valúa de nuevo el portafolio con este último valor.** Se incorpora al monto de portafolio determinado anteriormente el impacto monetario derivado de las entradas y salidas de efectivo previamente mencionadas.
8. **Se extrae la matriz de varianzas y covarianzas (de parámetros constantes o GARCH ortogonal según sea el caso).** Dado un algoritmo específico que se utilizó y se presentará en breve, se determina la misma para utilizarse en el proceso de valuación y selección de portafolios.
9. **Se deriva el portafolio óptimo dados la matriz de covarianzas así como el vector de rendimientos esperados por activo.** En este punto se emplea una rutina

informática específica y programada para el fin en la que se realiza el modelo MTSL y se determina cuáles deben de ser los niveles de inversión óptima por mercado o activo.

- 10. Dado el valor y conformación vigente en el portafolio, se determinan las operaciones de compra y/o venta para reajustar los niveles de inversión actuales con los óptimos:** Dados los niveles de inversión óptimos por mercado derivados en la fase anterior, se determina cuántos títulos comprar y/o vender por fondo indexado a cada mercado. Esto para realizar los reajustes necesarios en la posición actual, de tal forma que se tenga ahora la óptima. Estos cambios ya contemplan la proporción $(1 - \omega)$ que debe invertirse en el activo libre de riesgo r_f . En esta fase, la rutina realiza una operación específica para comprobar que no existan sobregiros en la chequera si es que se realizan compras que lleven a posiciones mayores a las actuales en un mercado específico.
- 11. Se realizan o registran las operaciones.**
- 12. Se salda la chequera después de las operaciones realizadas.** Se determina (suponiendo, como se verá en breve que se liquidan las operaciones valor mismo día) el monto restante que no fue ocupado para adquirir la cantidad de títulos por fondo determinados en las fases diez y once.
- 13. Se invierte el saldo en chequera a la tasa curva equivalente de una semana de los CETES de 28 días en mercado secundario.** El remanente líquido en chequera que no fue ocupado para formar la posición en títulos de los fondos indexados a cada uno de los mercados objeto de inversión se invertirá a la tasa curva equivalente semanal de los CETES de 28 días que cotizan en mercado secundario. Esto suponiendo que se puede adquirir esta tasa ya sea a través de inversiones en directo o en reporto.
- 14. Se registra la inversión (entrada de intereses) con fecha $t+1$.** Esta es una cuestión informática propia de la aplicación de simulación. La misma se hace en automático en los sistemas de registro de operaciones de mesa de operaciones y mesa de registro contable (*front office* y *back office*) al cerrar cada día operativo.

La secuencia de fases previamente descrita se presenta en el diagrama de flujo de la figura 5.3. En la misma se hace la misma compaginación de cada una de las descritas con los pasos del proceso genérico de administración de portafolios expuesto en la figura

2.3. Ya que se presentaron las fases que seguirá la aplicación informática programada para realizar las simulaciones, es de necesidad determinar los supuestos (operativos y teóricos) que se seguirán en la misma.

5.2.2 Supuestos de las simulaciones

Muchos de estos se han establecido a lo largo de la exposición del marco teórico. Otros que no se mencionaron expresamente se presentan a continuación. Para poder organizar los mismos de una forma apropiada en lo que a exposición se refiere, se presentan como supuestos teóricos y supuestos operativos.

5.2.2.1 Supuestos teóricos

1. El contraste empírico que se realiza para probar la hipótesis del presente trabajo consiste en simular un proceso de administración activa de portafolios partiendo de una asignación de activos táctica.
2. En lo concerniente a la inversión de los activos (selección de activos o *security selection*) en cada tipo de mercado, se realizará una administración de tipo pasivo. Es decir, se supondrá que se replica con exactitud la conformación del índice de mercado o "*benchmark*", dejando a un lado la administración activa de los activos o componentes de cada caso por cuestiones de eficiencia computacional así como por limitaciones materiales al momento de elaborar el presente trabajo de investigación.
3. Como todos los modelos de la teoría moderna de portafolios hasta ahora revisados, se supondrá que la elección que se realiza es racional de tipo limitado en el sentido de buscar una opción (cartera óptima) financieramente eficiente que satisfaga una función de utilidad con la forma funcional dada en la fórmula 4.34:

$$U(E_p, \sigma_p^2) = E_p - 0.02\sigma_p^2$$

4. Se acepta que existe efecto ARCH resultante de la presencia de conglomerado de correlaciones y volatilidades. Sin embargo, dado que este solo podría observarse

en algunos periodos de la simulación, se aplicarán los modelos O-GARCH en los escenarios correspondientes y en todas las fechas de la simulación realizada para tales casos. La presencia del efecto ARCH de manera estructural en cada una de las seis series de tiempo de los mercados objeto de inversión se demuestra en el apéndice C.

5. Se presupone que las series de tiempo de los rendimientos o variaciones porcentuales de los mercados objeto de inversión son estacionarias y no están autocorrelacionadas. Esta situación permite observar el empleo de las mismas para fijar relaciones estadísticas. La validez de este supuesto se demuestra de manera matemática en la proposición dos y de forma estadística en el apéndice B.
6. Se empleará la media aritmética como aproximación del valor esperado del rendimiento de cada mercado en base al resultado logrado con la proposición uno.
7. Se presupone que los rendimientos de los activos (mercados) seleccionados están elípticamente distribuidos, permitiendo con esto el empleo de una función de verosimilitud tanto gaussiana como t-Student en los residuales (ε_t) de las realizaciones de los rendimientos. Esto será así para la derivación de los parámetros de las matrices GARCH ortogonales.
8. El rezago máximo del término ARCH empleado para determinar el modelo O-GARCH será de cinco. Esto para utilizar de una manera más eficiente la capacidad de cómputo.
9. Siguiendo el criterio anterior, se tendrá un rezago máximo de tres en el término GARCH.
10. El nivel de explicación acumulada o variabilidad explicada acumulada τ para determinar el número de componentes principales necesario para realizar el espectro Λ_{GARCH} será de $\tau = 100\%$. Es decir, se utilizarán todos los componentes principales. Esto obedece a la necesidad de contar con matrices de covarianzas semidefinidas positivas; situación que no se daba cuando $\tau < 100\%$ en la primer serie de simulaciones.

5.2.2.2 Supuestos operativos

1. Para invertir en cada mercado se supondrá que existen fondos de inversión que replican los seis índices de mercado seleccionados¹³⁵.
2. Se presupone que los fondos teóricos anteriores no presentan *tracking error* o desviación estándar del diferencial de los rendimientos de estos respecto al benchmark o índice en que se invierte.
3. Se supondrá que el precio de venta y de compra será el de cierre.
4. La liquidación de las operaciones de compra y venta será valor mismo día y no 72 horas como es la práctica habitual en la liquidación de fondos indexados tanto en México como en el extranjero.
5. La valuación de cada índice se hizo con base 100 el 1 de enero de 2001. Esto con la finalidad de tener series de tiempo de longitud $T = 52$ en la fecha inicial del 2 de enero de 2002.
6. Dado que los índices denominados en dólares de los Estados Unidos ($p_{FX,t}$) son base 100 del nivel de su divisa, la valuación de los mismos se realizó en Moneda Nacional ($P_{MN,t}$) aplicando el tipo de cambio vigente (TC_t) en el periodo t con la siguiente expresión:

$$p_{MN,t} = p_{FX,t} * TC_t \quad (\text{Fórmula 5.1})$$

7. Dado que debe considerarse el impacto de los costos financieros en que se incurrirían en la vida real por la administración activa de portafolios, se supondrá que se paga una comisión de 0.25% por la compra y/o venta de las acciones del fondo de cada índice de mercado, así como por las propias operaciones cambiarias en la paridad peso mexicano y dólar de los Estados Unidos (USDMXN). Esto se determinó de manera discrecional debido a que la comisión promedio que se cobra a clientes institucionales en las casas de bolsa mexicanas¹³⁶ es de 1% anual por saldo promedio, el cual representa niveles de comisión relativamente bajos (menos de 0.1% por operación). Dado que la comisión de 0.25% es el techo de las

¹³⁵ Para prácticamente todos los índices existen en la realidad. Sin embargo, para evitar la selección de uno en específico que requeriría otra investigación exhaustiva, se maneja a nivel supuesto la réplica exacta de los índices.

¹³⁶ Que son más caras que las estadounidenses.

comisiones que se cobran a clientes *personas físicas* con contratos de inversión mayores a MXN \$1'000,000.00, se emplea este costo alto debido a que se busca medir, de una manera muy conservadora, el impacto de los costos financieros sobre el rendimiento final logrado en el patrimonio administrado.

8. Se elimina la restricción de operar en lotes de 100 acciones como es la práctica habitual en los mercados bursátiles. Por tanto pueden realizarse operaciones de 1 a n ($n \in \mathbb{N}$) acciones. Esta práctica es observable en las bolsas de valores cuando el precio del activo es superior a las 100 unidades monetarias¹³⁷. Lo anterior para incentivar los niveles de operatividad con pequeños inversionistas.
9. Se supone que los fondos en que se invierte son altamente bursátiles y no hay riesgo de liquidez de mercado.
10. La tasa de interés que paga el activo libre de riesgo será la tasa equivalente semanal de los certificados de la tesorería de 28 días observada en el mercado secundario y que es publicada por el Banco de México (2010b).
11. Los tipos de cambio empleados son los niveles interbancarios publicados por la agencia Thomson Reuters (2010) a través de sus aplicaciones informáticas de información financiera.
12. Los niveles o precios de los índices vienen de las fuentes señaladas en la tabla 2.3.
13. El saldo remanente en chequera se invertirá a una semana en el activo (CETES de 28 días) que paga la tasa de interés libre de riesgo (curva semanal de CETES de 28 días en mercado secundario) previamente mencionada.
14. Dado que los fondos de pensiones están exentos del pago de impuestos en México según la Ley de impuesto sobre la renta (LISR) y la Ley de los sistemas de ahorro para el retiro (LSAR), así como por el empleo del formato W8 de exención de impuestos a inversionistas extranjeros, fundamentado en la sección 4944 del Internal Revenue Code (IRC) de los Estados Unidos, no se medirá el impacto del pago de estos en el análisis.
15. En el momento en que se realiza la venta de uno de los mercados denominados en divisa, se realizará la correspondiente operación cambiaria para repatriar el efectivo resultante de la transacción, lo que lleva a establecer que no se manejarán chequeras en divisas. Lo propio sucederá con las operaciones de compra en este tipo de instrumentos.

¹³⁷ Tal es el caso en el presente estudio.

5.2.3 Parámetros y algoritmo empleados para calcular las matrices de covarianzas.

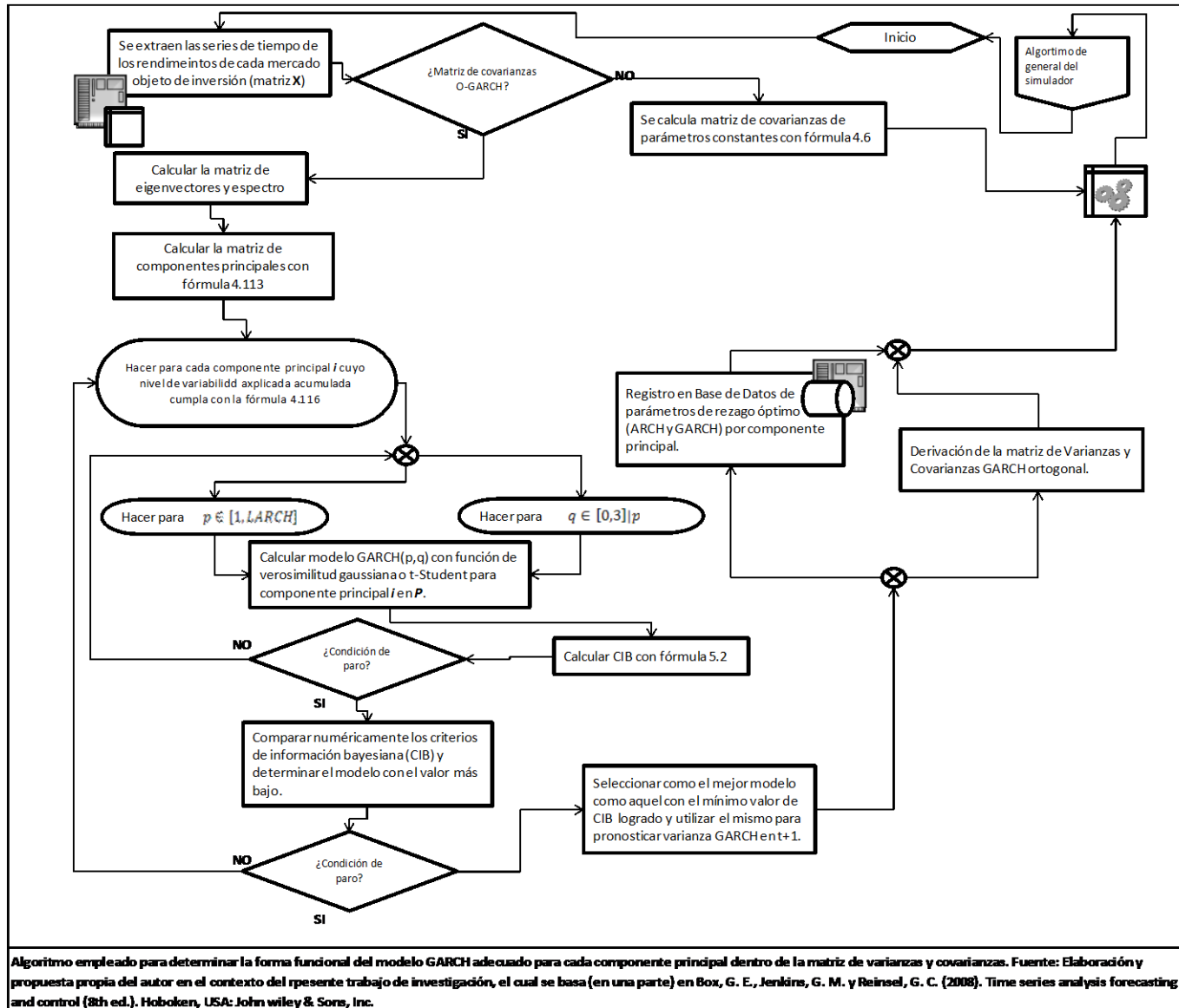
En la figura 5.3 se aprecia que se utilizó un algoritmo informático específico para calcular las matrices de covarianzas ya sea de parámetros constantes u O-GARCH. En el presente sub capítulo se presentan los parámetros empleados para determinar el segundo tipo de matriz así como el algoritmo empleado para este fin. Los parámetros para derivar la matriz O-GARCH fueron los siguientes:

1. El algoritmo de optimización empleado es el que se conoce como *algoritmo Levenberg-Marquadt* (LM). Esto según se sigue de Alexander (2008, pp. 188-193) así como en el manual operativo de la utilería de Econometría de MATLAB (The Mathworks, Inc., 2010). El fundamento de su empleo, según se observa en las fuentes citadas, radica en que el LM es más robusto, aunque más lento, para llegar una solución óptima. Esto en comparación de otro tipo de métodos de optimización no lineal como pueden ser el Gauss-Newton¹³⁸.
2. El número máximo de iteraciones establecido para la derivación de los parámetros óptimos será de 400.
3. El nivel de tolerancia a la violación en las restricciones será de $1 \cdot 10^{-7}$
4. La tolerancia para la convergencia a la función objetivo o de verosimilitud será de $1 \cdot 10^{-6}$.
5. Dado que el rezago óptimo tanto del término ARCH como el GARCH es algo que no es igual dados los datos que se analizan, se emplea un algoritmo de selección de la forma funcional y de modelo GARCH apropiado que se basa en la lógica del algoritmo Box-Jenkins (2008). Del mismo se destaca el empleo, para elegir la forma funcional del modelo GARCH(p,q) más apropiado, el criterio de información bayesiana (CIB) o criterio de información de Schwartz (1978). El modelo con la cantidad de rezagos del término ARCH y GARCH que presente el menor valor en este estadístico será el seleccionado. La fórmula del mismo se presenta:

$$CIB = \frac{-2LLF}{T} + \frac{k \cdot \log(T)}{T} \quad (\text{Fórmula 5.2})$$

¹³⁸ La revisión del método LM se dejará a un lado en el presente ya que el desarrollo de los métodos analíticos e iterativos de optimización sale de los parámetros establecidos. Simplemente se menciona el algoritmo empleado para fines de referencia y consulta en futuras investigaciones.

Figura 5.4 Algoritmo empleado en aplicación de simulación para calcular las matrices de covarianzas



En el mismo LLF es el valor de la función de verosimilitud del modelo GARCH(p,q) evaluado, T la longitud de las series de tiempo empleadas y K la suma final del número de parámetros ARCH, GARCH y α .

El algoritmo empleado para el cálculo de las matrices de covarianzas y que sigue los parámetros previamente expuestos se presenta en la figura 5.4. Dado que la derivación matemática se expuso, de manera genérica, en el sub capítulo relativo a los modelos O-GARCH así como en la fórmula 4.6, se deja de lado la explicación de cada fase.

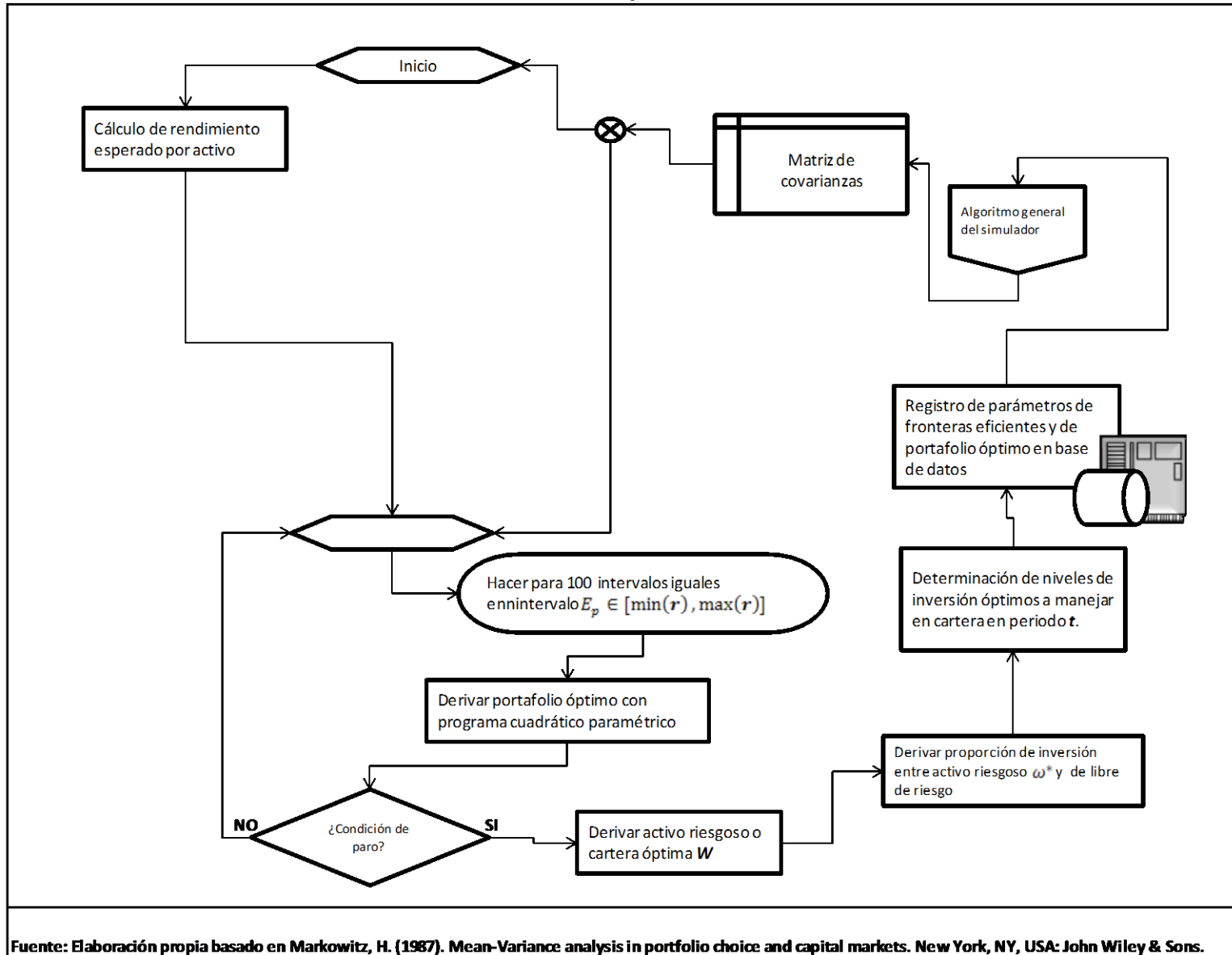
5.2.4 Parámetros y algoritmo empleados para realizar el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner

Se expone en la figura 5.5 el diagrama de flujo utilizado de la rutina utilizada en el conglomerado de aplicaciones para realizar el modelo MTSL. El mismo (el modelo MTSL) ya se ha explicado, al igual que su derivación matemática, en el capítulo anterior. Sin embargo, se presenta la secuencia de pasos que la aplicación informática programada realizó, observando que el método iterativo empleado, tanto para la derivación del conjunto de portafolios eficientes (ξ) como para la definición del activo riesgoso W , serán los relativos a las optimizaciones analíticas que emplean el método de los multiplicadores de Lagrange y el algoritmo de Martin (1955) para cumplir con las restricciones de no negatividad.

Relacionado a lo anterior, se presentan los parámetros de derivación del modelo MTSL que se utilizaron en el simulador:

1. Para derivar el conjunto de portafolios eficientes (ξ), se supuso una cardinalidad de 100. Es decir, se derivaron 100 carteras para definirlo, así como la correspondiente frontera.
2. Se utilizaron las restricciones de máximo y mínimo nivel de inversión propuestas en la política de inversión de la tabla 2.5.

Figura 5.5 Algoritmo empleado en aplicación de simulación para calcular el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner



3. Se realizó el programa cuadrático paramétrico minimizando la varianza (σ_p^2) de cada uno de los 100 portafolios que presentaba el mismo nivel de rendimiento de portafolio (E_p) para un intervalo dado por $E_p \in [\min(r), \max(r)]$.
4. Se utilizó, como aproximación del rendimiento esperado en cada mercado, la media aritmética en fundamento a lo demostrado en la proposición uno.

5.3 El benchmark o referencia cuantitativa empleado para la medición de resultados de administración de portafolios

Figura 5.6 Benchmark empleado para medición de resultados.

MONEDA	BANDA MÍNIMA	NEUTRALES (A)	BANDA MÁXIMA		
DIVISAS	0%	15%	30%		
MONEDA NACIONAL	70% /1	85%	100%		
					Normalización:
MERCADO	BANDA MÍNIMA	NEUTRALES (B)	BANDA MÁXIMA	(C)=(A)*(B)	ponderación final
MEX_UMS	0%	10.00%	20%	1.500%	2.367%
EFFAUSB100	0%	10.00%	20%	1.500%	2.367%
S&P-CITB100	0%	10.00%	20%	1.500%	2.367%
MSCIWORLDGB100	0%	10.00%	20%	1.500%	2.367%
MEX_GUBERNAMENTAL	0%	50.00%	100%	42.500%	67.061%
IPCB100	0%	17.50%	35%	14.875%	23.471%
TOTAL DE PONDERACIONES POR MERCADO EN BENCHMARK				63.375%	100.000%

Mercado	Ponderación Final
MEX_UMS	24%
EFFAUSB100	3%
S&P-CITB100	2%
MSCIWORLDGB100	2%
MEX_GUBERNAMENTAL	67%
IPCB100	2%

1/ Se maneja este mínimo ya que si bien se puede tener 0% en todos los mercados se observa que, cuando se tiene un nivel de inversión total de 30% en activos denominados en divisas, se llega a este nivel de 70%

Fuente: Elaboración propia partiendo de la política de inversión de la tabla 2.5. La propuesta de proporciones de inversión es propia del autor y de la Dra. María Isabel Martínez Torre-Enciso

Para poder determinar si la administración activa resulta más atractiva como estrategia de inversión así como para contar con una referencia numérica que mida el comportamiento cuantitativo de la política de inversión empleada que sirva para realizar la valuación de desempeño de la administración activa, se empleará la conformación porcentual de un *benchmark* teórico cuya derivación se propone en el apéndice D y cuyo

empleo lleva las advertencias teóricas y prácticas mencionadas en el mismo. Esta conformación se expone en la figura 5.6. Este *benchmark* también fue valuado en base 100 al 1 de enero de 2001 y se utilizó para determinar las medidas de valuación ajustadas a riesgo propuestas por Treynor (índice de Treynor) y Jensen (alpha de Jensen).

5.4 Resultados observados en la simulaciones

Ya que se presentaron las fases que ejecutará el algoritmo de simulación programado en la aplicación informática diseñada para tal fin y que se expusieron los supuestos teóricos y operativos en los que se basa, se hace la exposición de los resultados logrados con las simulaciones iniciando con el comparativo del desempeño observado en el valor de los portafolios simulados, así como las causas de estos resultados a la luz de la asignación de activos realizada.

5.4.1 Rendimientos logrados y el desempeño histórico de los portafolios simulados

Como primera prueba se comparan las rentabilidades nominales logradas con el patrimonio invertido en cada simulación. Para esto se utilizaron los rendimientos efectivos o ponderados por dinero y valuados en un índice base 100 utilizando la fórmula 4.83.

Los resultados logrados se exponen en la gráfica 5.1. En la misma se aprecia que, en términos de diferencias de cada uno de los portafolios simulados respecto a los dos objetivos actuariales y la cartera administrada de manera pasiva (*benchmark*), la simulación con matriz de varianzas y covarianzas con parámetros constantes presentó una diferencia promedio de +15.3376, +7.7223 y -26.9714 respecto al objetivo actuarial de 3.5% real, el de 4.5% real y el *benchmark*, lo que, en base al diferencial respecto a este último (matriz de covarianzas de parámetros constantes), se sugiere que es incluso preferible emplear una estrategia de administración de portafolios pasiva en relación a la alternativa de una activa que emplee este tipo de covarianzas.

El caso de la simulación donde se emplearon modelos O-GARCH con verosimilitud gaussiana muestra notables preferencias en cuanto a desempeño de rendimiento se refiere, ya que las diferencias promedio fueron de +55.1919, +47.5766 y +12.8828 con las dos referencias actuariales y el *benchmark* respectivamente, siendo preferible el empleo

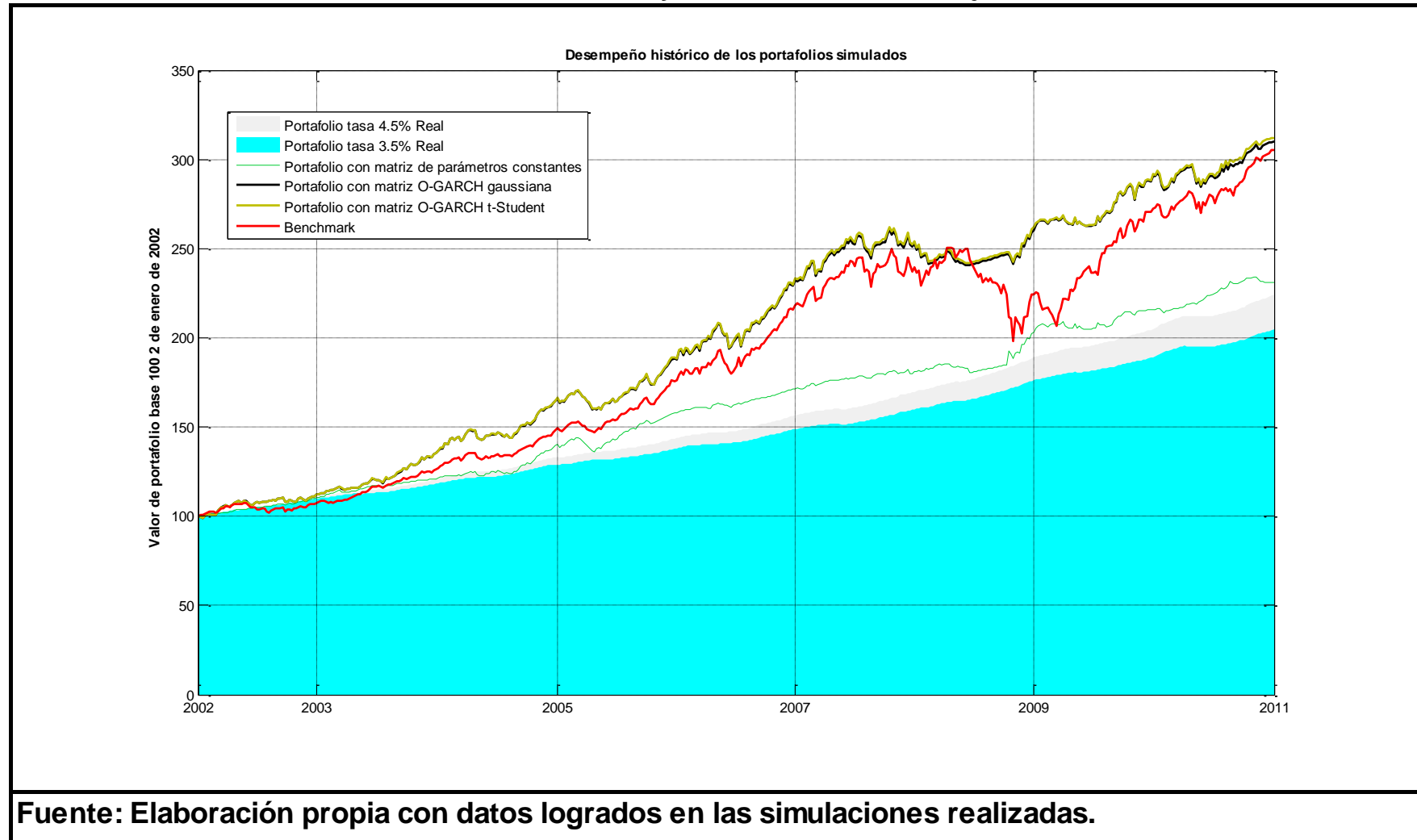
de una administración activa de portafolios respecto a una pasiva utilizando este tipo de matriz de covarianzas. La diferencia media entre éste método de derivar C y el de parámetros constantes fue de +12.8884 por lo que se confirma la conveniencia del empleo de los métodos O-GARCH con función de verosimilitud gaussiana.

Cuando se revisaron los diferenciales de la cartera con los parámetros O-GARCH t-Student, se aprecia que la diferencia promedio (en el mismo orden de exposición a los dos casos previamente revisados) fue de +55.8848, +48.2696 y +13.5758 respectivamente, siendo el diferencial medio entre este método y el O-GARCH gaussiano de solo +0.6929 y de 40.54 respecto al caso de parámetros constantes. El resumen de lo mencionado se expone en el diagrama de caja de la gráfica 5.2.

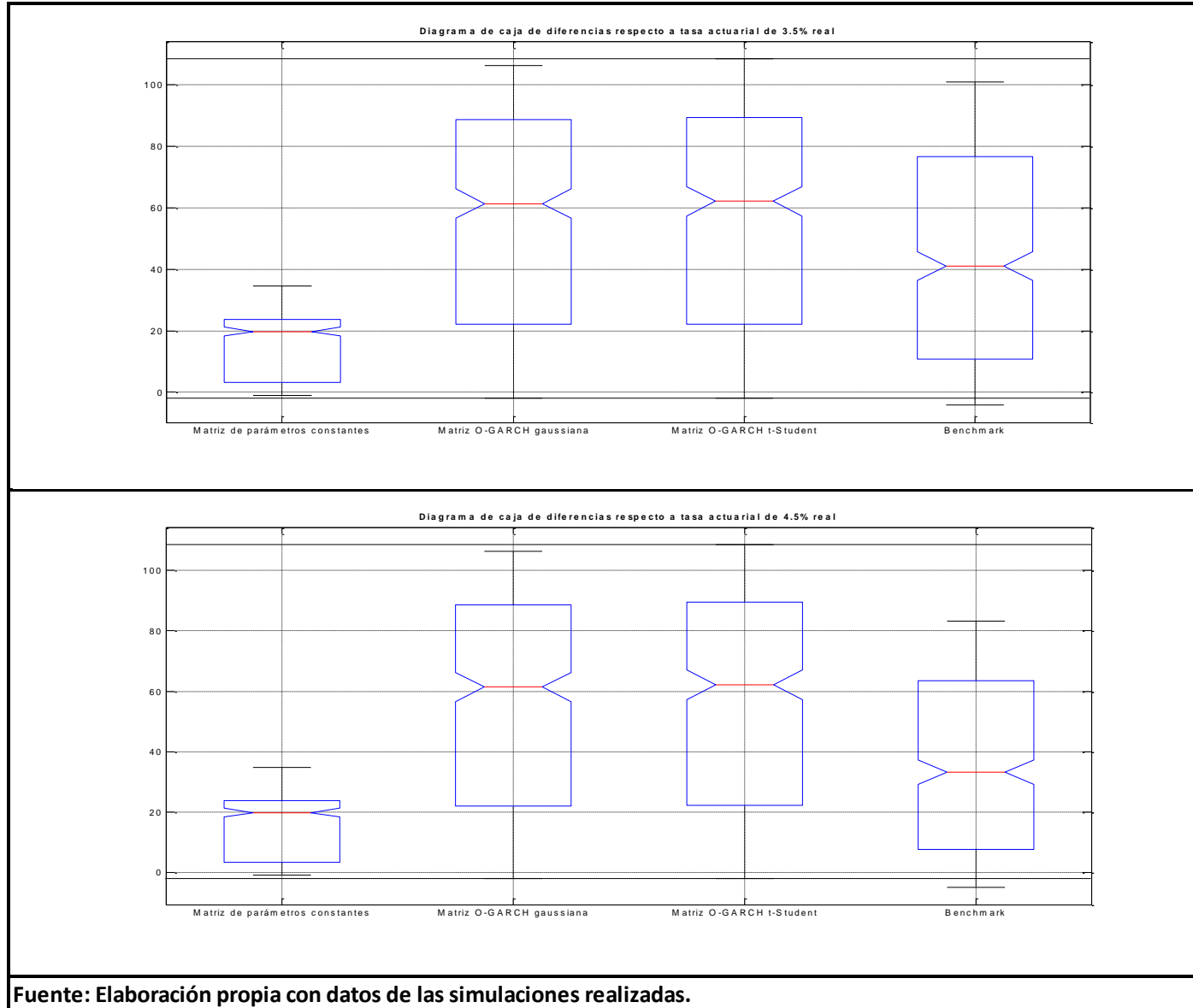
Esta última exposición se logró de una prueba de Análisis de Varianza Unidireccional (ANOVA) o ANOVA1 en la que se concluyó que las medias de las diferencias de las tres carteras simuladas respecto a los dos objetivos actuariales (parámetros constantes, O-GARCH gaussiana y O-GARCH t-Student) no son iguales, siendo superiores los resultados de los portafolios que emplearon las matrices O-GARCH y resaltando la marginal superioridad total del caso que emplea una función de verosimilitud t-Student. Esta prueba ANOVA llevó a los resultados presentados en la tabla 5.1.

Ya que se revisaron los primeros resultados logrados en base a los diferenciales de desempeño de los portafolios simulados respecto a los objetivos actuariales, es necesario fundamentar las causas que se atribuyen a los mismos, por lo que será de interés iniciar con el comportamiento histórico de la asignación de activos realizada a lo largo de las simulaciones.

Gráfica 5.1 Comparativo de desempeño y diferencias observadas en los portafolios administrados activamente en relación al benchmark y las tasas actuariales objetivo.



Gráfica 5.2 Resultados visuales (diagrama de caja) de la prueba ANOVA unidireccional de las diferencias observadas entre los portafolios simulados y los casos que lograron la tasa real.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

Tabla 5.1 Resultados de las pruebas ANOVA unidireccionales realizadas a las diferencias observadas entre el valor base 100 de los portafolios simulados y el de los casos teóricos que logran los objetivos actuariales.

Prueba ANOVA unidireccional de diferencias de valores base 100 de protafolios simulados respecto a caso que logra el objetivo actuarial de 3.5%					
Fuente	Sumas al cuadrado	Grados de Libertad	Medias cuadráticas	Estadístico F	Probabilidad error tipo I
Columnas	507,578.80190	3.00000	169,192.93397	174.30161	0.0000000%
Error	1,824,898.28428	1,880.00000	970.69058		
Total	2,332,477.08617	1,883.00000			
Prueba ANOVA unidireccional de diferencias de valores base 100 de protafolios simulados respecto a caso que logra el objetivo actuarial de 4.5%					
Fuente	Sumas al cuadrado	Grados de Libertad	Medias cuadráticas	Estadístico F	Probabilidad error tipo I
Columnas	527,144.94600	3.00000	175,714.98200	195.30767	0.0000000%
Error	1,691,403.95838	1,880.00000	899.68296		
Total	2,218,548.90438	1,883.00000			
Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.					

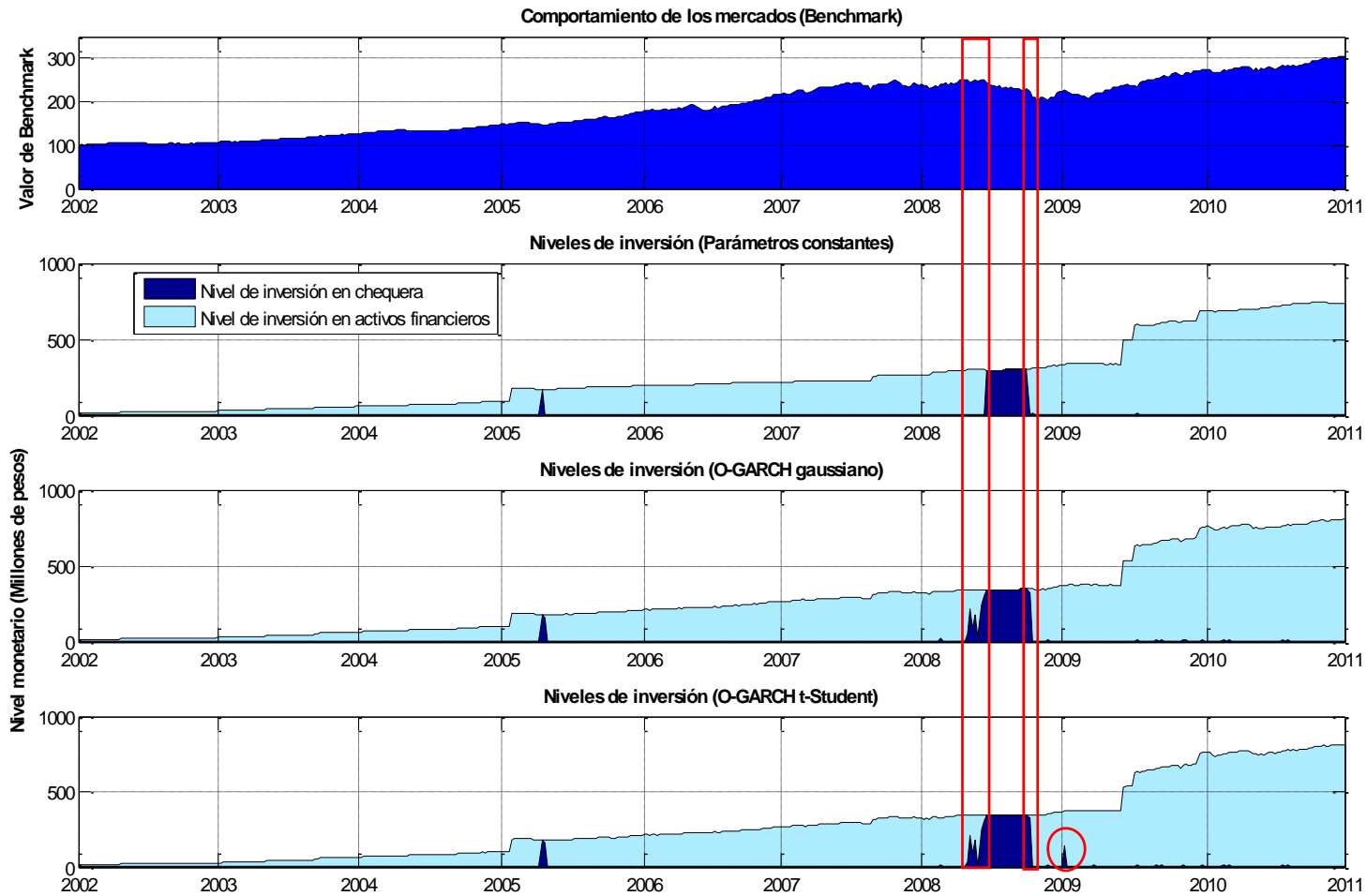
5.4.2 Comportamiento de los niveles de inversión por mercado en los portafolios simulados

En el transcurso de las tres corridas se observaron patrones similares en los niveles de inversión en la totalidad de activos financieros (mercados) y en el saldo en chequera (invertida en el activo libre de riesgo –CETES de 28 días-). Sin embargo, se presentaron diferencias marginales pero observables en el año 2008 e inicio de 2009 que hacen latente la diferencia en los resultados de rentabilidad logrados. Esto se expone en la gráfica 5.3 para niveles monetarios y en la 5.4 para los valores porcentuales respecto al total del patrimonio administrado.

En las mismas se aprecia que las dos carteras que emplearon matrices de varianzas y covarianzas GARCH ortogonales fueron más sensibles a los cambios de volatilidad prevalecientes en los mercados en los periodos de mayor magnitud de este efecto. Esto en específico a mediados de 2008. Esto permitió que, previo a dicho periodo, se tuvieran niveles de liquidez mayores en los momentos de mayor corrección de los mercados¹³⁹ en comparación a los portafolios que emplearon la matriz C de parámetros constantes.

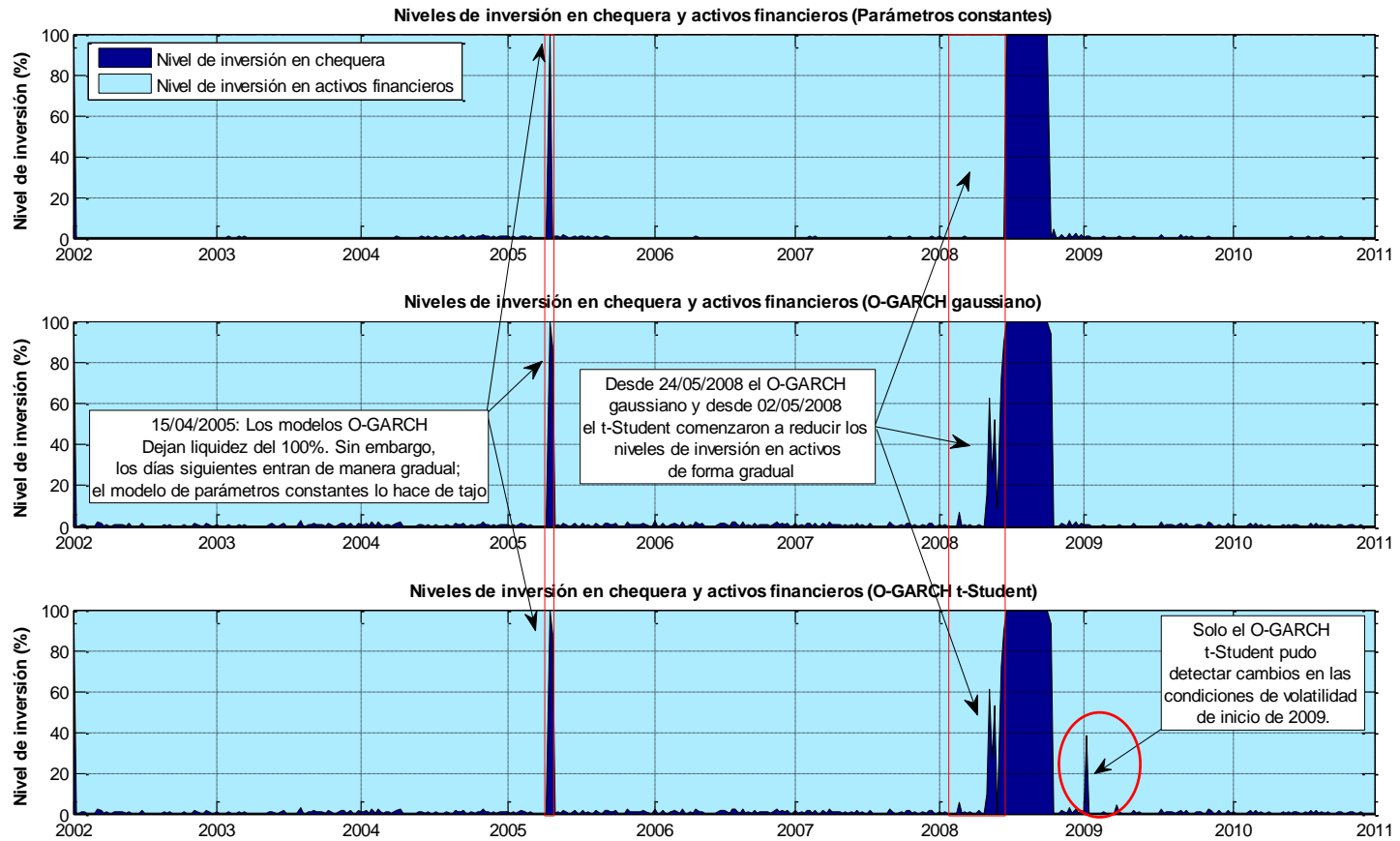
¹³⁹ Esto se fundamentará de manera más amplia en breve.

Gráfica 5.3 Valor monetario y niveles de inversión entre chequera y activos financieros en las carteras simuladas.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

Gráfica 5.4 Niveles porcentuales de inversión entre activos financieros y chequera.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones efectuadas.

Como explicación económica a los niveles de liquidez altos observados en el periodo de finales de 2008 e inicios de 2009, se tiene que en dicho lapso de tiempo las condiciones de sentimiento de incertidumbre de los inversionistas a nivel internacional, así como la liquidación de posiciones de fondos de inversión, fondos de cobertura o bancos que presentaban problemas de solvencia financiera, impactó en el comportamiento de los precios en los activos financieros.

En el periodo de septiembre y octubre de 2008 se experimentó el periodo de mayor variabilidad y caída en los mercados financieros, mismo que sugiere la presencia de un efecto de conglomerado de varianzas y covarianzas¹⁴⁰ y de valores negativos en prácticamente todos los activos que determinaron el vector de rendimientos esperados r .

Esto último repercutió en la conformación del activo o portafolio riesgoso (W) que en la semana del 13 junio a penúltima de noviembre del año 2008 tuvo una concentración del 100% en el mercado de bonos gubernamentales mexicano (ver gráficas 5.5 para niveles monetarios y 5.6 para niveles porcentuales de inversión por mercado). La situación anterior se produjo como resultado del conglomerado de covarianzas que se derivó de valores de correlación positiva altos¹⁴¹ ($\rho \approx 1$) entre tipo de activos o mercados¹⁴², del efecto de valores negativos de r y del hecho de que el riesgo total del activo fuese mayor que el de un portafolio diversificado por el conglomerado de volatilidades individuales, forzando con esto a que la función de utilidad $U(E_p, \sigma_p^2)$ llevara a niveles de inversión en el activo riesgoso W de 0.00% y el 100% restante en el libre de riesgo r_f .

Este efecto observado fue descontado y modelado de diferente manera dado el cálculo de las covarianzas de la matriz C . Se puede apreciar de manera notoria en los dos casos que emplean modelos O-GARCH que el nivel de desinversión en W es más gradual en los primeros meses del año 2008¹⁴³. Esta situación repercute de manera positiva en el

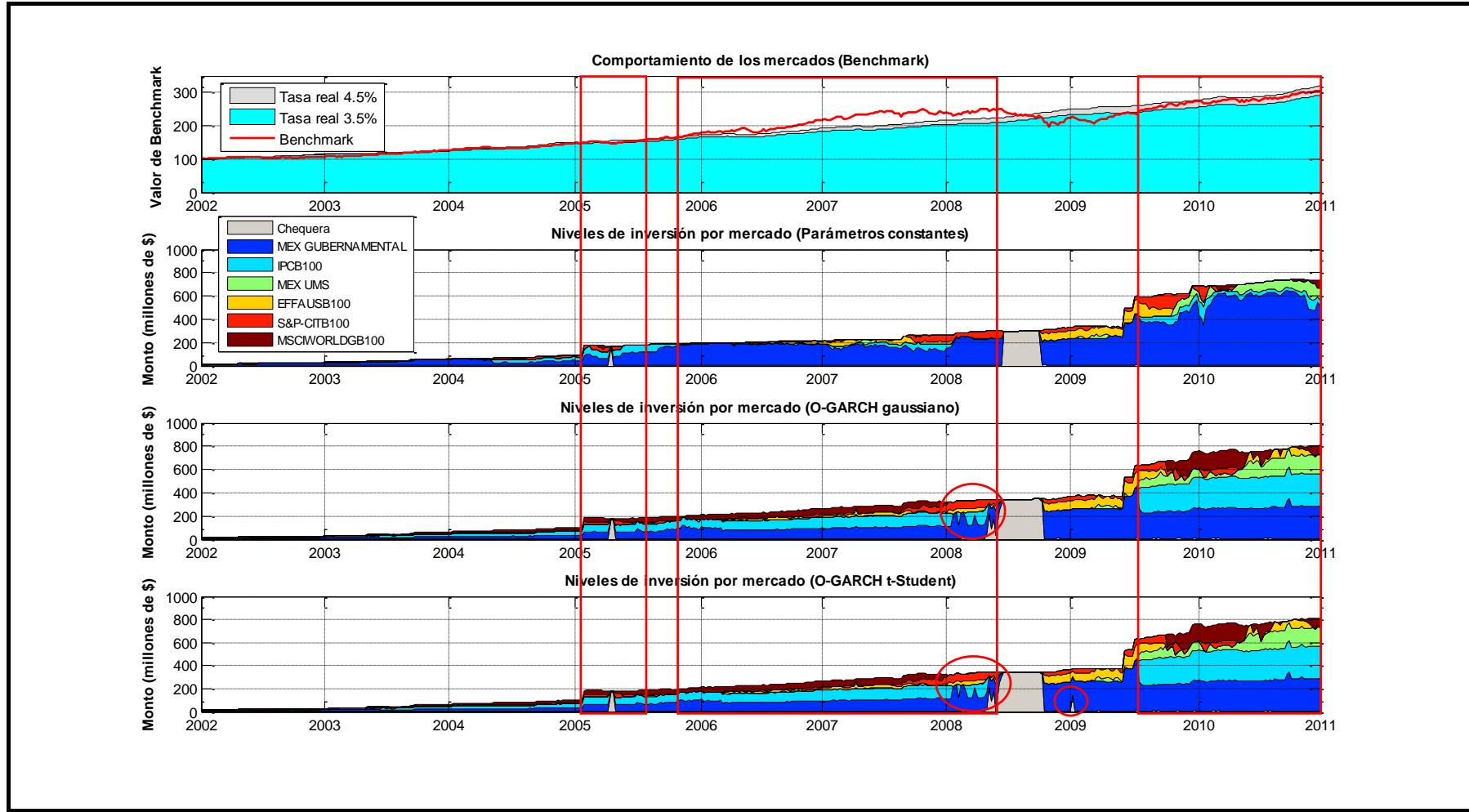
¹⁴⁰ Cuya presencia se comprueba en el apéndice C.

¹⁴¹ Propiedad que se ha mencionado en el capítulo del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner que es indeseable para fines de diversificación.

¹⁴² Incluso, como hallazgo adicional, se encontró que, cuando los niveles de correlación se incrementan como resultado del efecto de conglomerado de correlaciones, se llegan a las mismas conformaciones porcentuales de W independientemente del modelo de matriz de varianzas y covarianzas.

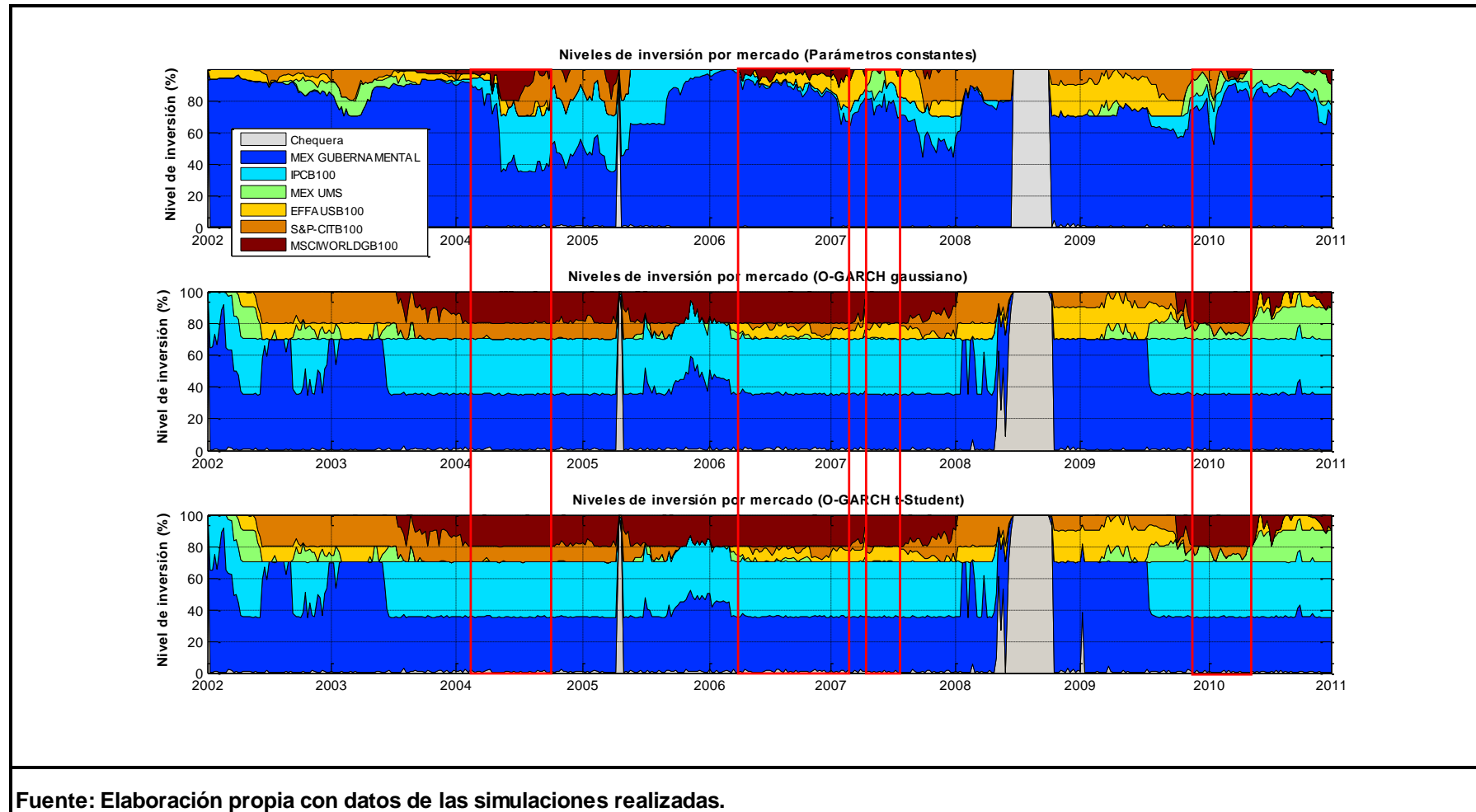
¹⁴³ Meses donde la incertidumbre de los agentes en los mercados y respecto al rumbo del sistema financiero y economía internacionales fue incrementándose.

Gráfica 5.5 Valor monetario y niveles de inversión por mercado en las carteras simuladas.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

Gráfica 5.6 Comparativo de niveles porcentuales de inversión por mercado en las tres carteras simuladas.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

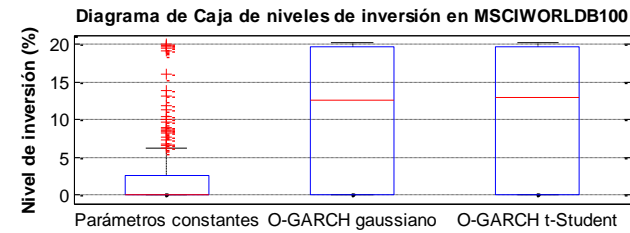
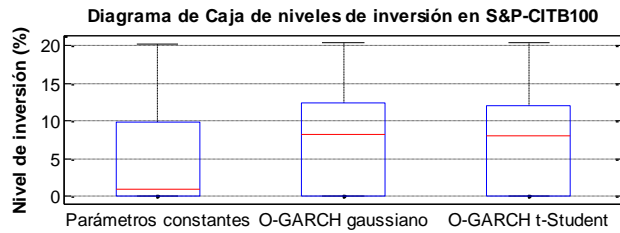
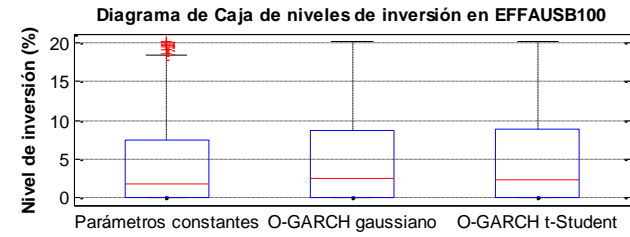
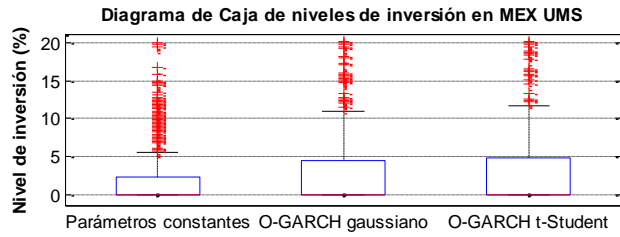
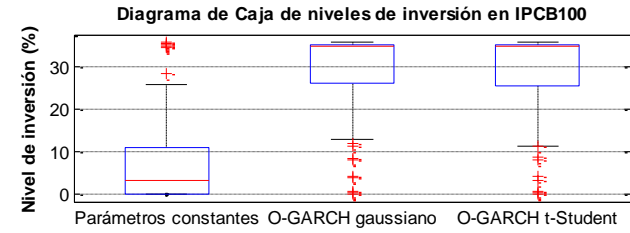
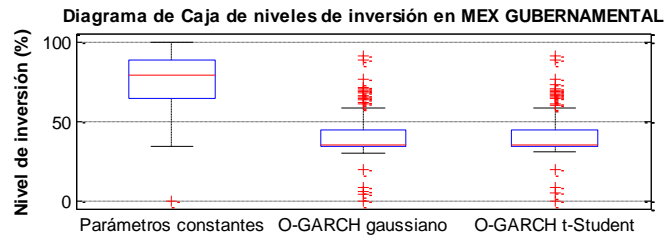
comportamiento de la valuación base 100 de las dos carteras que utilizan modelos O-GARCH respecto al benchmark y los objetivos actuariales, incrementando la diferencia positiva que se observaba de años previos. Esto al tener niveles de liquidez mayores en los portafolios que emplearon dichos modelos.

Sin embargo, la brecha entre los portafolios que emplearon estos dos tipos de modelo y el de parámetros constantes no solo se atribuye al efecto de conglomerado de volatilidad y covarianzas (correlaciones) citado; sino a factores inherentes a la derivación y conformación porcentual por tipo de activo del portafolio o activo riesgoso W resultante de diferentes matrices C en cada caso. Esta heterogeneidad de conformaciones se aprecia en las gráficas 5.5 y 5.6.

En las mismas se puede apreciar cómo el portafolio que emplea la matriz de varianzas y covarianzas de parámetros constantes tiene un notorio nivel de inversión (más alto) en el mercado de bonos gubernamentales mexicano, seguido del mercado de bonos del tesoro de los Estados Unidos y los bonos del tesoro de otros países. Aunque estos activos son más seguros que los mercados de bonos mexicanos denominados en divisas y los de renta variable (nacional y extranjeros), la contribución al rendimiento de los mismos al total del portafolio es menor, situación que repercutió en los resultados expuestos en las gráficas 5.1 y 5.2. Esto último lleva a sospechas preliminares, como las planteadas en Best y Grauer (1991), que sugieren el impacto que tiene el empleo de diferentes modelos en la forma de calcular r o C .

En línea a lo anterior y dentro de los factores que influyeron en el diferencial observado en el valor de las carteras administradas con la matriz de covarianzas derivada con modelos O-GARCH (C_{GARCH}), se puede observar cómo, a partir de mediados del año 2009, se presenta una clara diferencia en los niveles de inversión en la bolsa mexicana de valores y las bolsas internacionales (favor de ver de nuevo gráficas 5.5 y 5.6). Nótese cómo los niveles de inversión en los bonos gubernamentales mexicanos son observablemente inferiores en los portafolios que emplearon matrices de varianzas y covarianzas GARCH ortogonales.

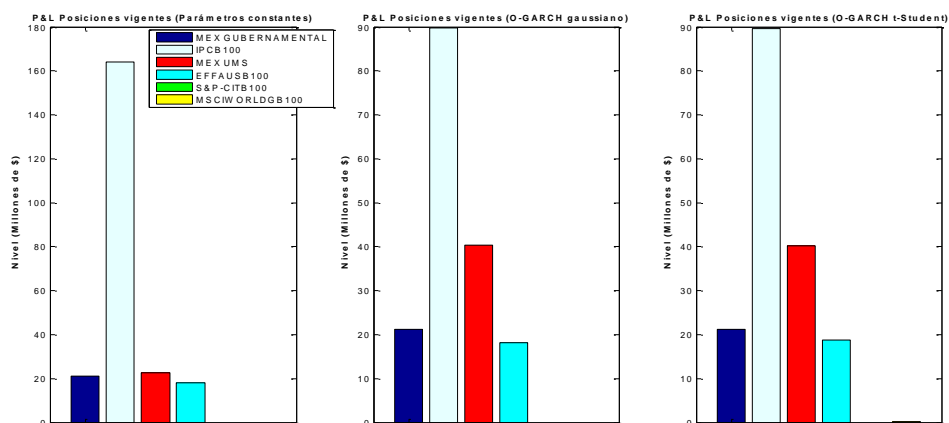
Gráfica 5.7 Diagramas de caja comparativos de los niveles de inversión por mercado y cartera simulada.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

Figura 5.7 Comparativo de niveles de pérdida o ganancia (Profit & Loss –P&L-) observados en las posiciones vigentes de cada mercado de cada portafolios simulado.

Parámetros Constantes									
Mercado	Posición vigente	Costo promedio	Precio Valuación	Costo Total	Valor de Mercado	P&L	T.C. costo promedio	T.C. 2010	P&L cambiario
IPCB100	71,549	\$ 378.41	\$ 675.36	\$ 27,074,561.21	\$ 48,321,671.91	\$ 21,247,110.70	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MEX_GUBERNAMENTAL	2,087,016	\$ 167.87	\$ 246.48	\$ 350,347,006.06	\$ 514,413,219.16	\$ 164,066,213.10	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MEX_UMS	433,411	\$ 176.66	\$ 228.64	\$ 76,567,714.93	\$ 99,096,301.87	\$ 22,528,586.95	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MSCIWORLDGB100	43,597	\$ 1,219.13	\$ 1,631.32	\$ 53,150,203.52	\$ 71,120,783.92	\$ 17,970,580.40	\$ 11.28	\$ 12.49	\$ 5,707,436.42
S&P-CITB100	-	\$ 1,984.27	\$ 2,792.63	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 11.48	\$ 12.49	\$ -
EFFAUSB100	-	\$ 1,459.74	\$ 2,034.46	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 11.18	\$ 12.49	\$ -
Totales				\$ 507,139,485.71	\$ 732,951,976.86	\$ 225,812,491.15			\$ 5,707,436.42
O-GARCH gaussiano									
Mercado	Posición vigente	Costo promedio	Precio Valuación	Costo Total	Valor de Mercado	P&L	T.C. costo promedio	T.C. 2010	P&L cambiario
IPCB100	417,245	\$ 294.16	\$ 675.36	\$ 122,736,646.89	\$ 281,792,561.70	\$ 159,055,914.80	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MEX_GUBERNAMENTAL	1,144,201	\$ 168.01	\$ 246.48	\$ 192,242,433.12	\$ 282,025,686.33	\$ 89,783,253.20	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MEX_UMS	704,262	\$ 171.37	\$ 228.64	\$ 120,690,235.17	\$ 161,024,431.20	\$ 40,334,196.03	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MSCIWORLDGB100	49,211	\$ 1,261.28	\$ 1,631.32	\$ 62,068,963.50	\$ 80,279,030.60	\$ 18,210,067.11	\$ 11.35	\$ 12.49	\$ 6,249,685.89
S&P-CITB100	-	\$ 1,900.95	\$ 2,792.63	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 11.38	\$ 12.49	\$ -
EFFAUSB100	-	\$ 1,587.15	\$ 2,034.46	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 11.41	\$ 12.49	\$ -
Totales				\$ 497,738,278.68	\$ 805,121,709.83	\$ 307,383,431.15			\$ 6,249,685.89
O-GARCH t-Student									
Mercado	Posición vigente	Costo promedio	Precio Valuación	Costo Total	Valor de Mercado	P&L	T.C. costo promedio	T.C. 2010	P&L cambiario
IPCB100	419,506	\$ 294.03	\$ 675.36	\$ 123,345,373.41	\$ 283,319,561.38	\$ 159,974,187.97	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MEX_GUBERNAMENTAL	1,149,452	\$ 168.46	\$ 246.48	\$ 193,633,524.00	\$ 283,319,966.68	\$ 89,686,442.69	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MEX_UMS	708,079	\$ 171.87	\$ 228.64	\$ 121,695,203.68	\$ 161,897,160.74	\$ 40,201,957.07	\$ 1.00	\$ 1.00	\$ -
MSCIWORLDGB100	49,126	\$ 1,249.54	\$ 1,631.32	\$ 61,384,945.42	\$ 80,140,368.16	\$ 18,755,422.74	\$ 11.39	\$ 12.49	\$ 5,908,013.53
S&P-CITB100	-	\$ 1,896.90	\$ 2,792.63	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 11.39	\$ 12.49	\$ -
EFFAUSB100	396	\$ 1,584.84	\$ 2,034.46	\$ 627,598.33	\$ 805,648.09	\$ 178,049.76	\$ 11.34	\$ 12.49	\$ 63,533.61
Totales				\$ 500,686,644.83	\$ 809,482,705.05	\$ 308,796,060.23			\$ 5,971,547.15



Fuente: Elaboración propia con resultados de las simulaciones realizadas.

Lo previamente descrito se puede confirmar con el comparativo de diagramas de caja de la gráfica 5.7 que presenta un resumen estadístico de los niveles de inversión por mercado observado en cada portafolio simulado. En este resaltan los intervalos en el nivel de inversión de los bonos gubernamentales mexicanos, los bonos extranjeros, la Bolsa Mexicana de Valores y las bolsas internacionales.

Para confirmar si la sobreexposición a los mercados que priorizaron los portafolios derivados con covarianzas O-GARCH fueron una de las causas de la sobre eficiencia financiera en sus respectivas carteras respecto a la de los parámetros constantes, se presentan, en la figura 5.7, las pérdidas o ganancias observadas monetarias (P&L) en las

posiciones que quedaron vigentes en cada uno los mercados objeto de inversión al final de la simulación.

En la misma se aprecia que la mayor contribución al rendimiento la hizo la inversión en la Bolsa Mexicana de Valores, situación que ha sido congruente con el comportamiento histórico de dicho indicador para el mismo periodo revisado en la gráfica 2.2 y que va en línea con los niveles de inversión en dicho mercado propuestos para los modelos que emplearon las matrices de varianzas y covarianzas O-GARCH.

A este efecto le sigue, en nivel de contribución, el mercado de bonos UMS o de deuda gubernamental mexicana denominada en divisas y el de deuda gubernamental mexicana. El monto total de ganancia¹⁴⁴ (P/L positivo) del portafolio que utilizó los parámetros constantes fue de \$225.81 millones, el que empleó modelos O-GARCH gaussianos de \$307.38 millones y el distribuido t-Student de \$308.79 millones, contribuyendo para esto la fluctuación del tipo de cambio peso mexicano – dólar estadounidense en \$5.70 millones, \$6.24 millones y \$5.97 millones respectivamente.

El caso de la ganancia o pérdida de las posiciones liquidadas¹⁴⁵ durante la simulación se presenta en la figura 5.8. Aquí se pueden apreciar resultados diferentes ya que el P&L logrado con el portafolio que empleó parámetros constantes observó una magnitud de \$2.50 millones contra valores de \$0.36 millones y \$0.77 millones en los otros dos casos de manera respectiva.

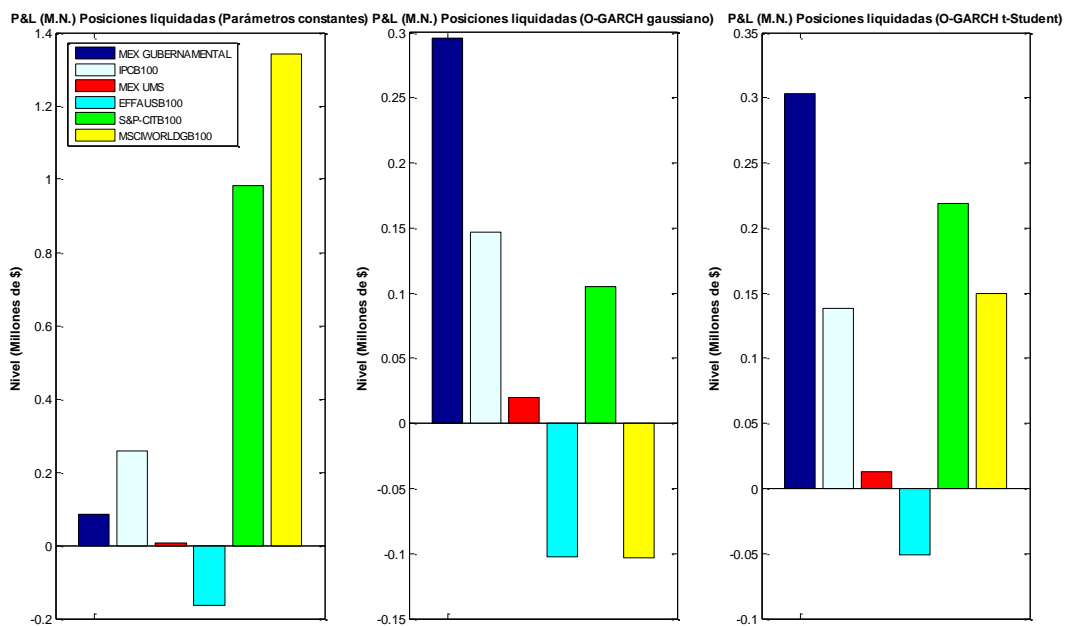
Respecto a estos valores, es de interés observar que una posición o parte de ella es liquidada o vendida solo como resultado de los reajustes periódicos que deben de hacerse debido a la administración activa de portafolios. Como una potencial explicación se tiene que, en el caso de modelos más sensibles a los cambios de volatilidad en los mercados como son los O-GARCH, se pudo vender dicha posición cuando el riesgo se incrementó, siendo este patrón más común en los mercados a la baja. De ahí, como está por verse, que la operatividad en este tipo de portafolios sea mayor que el primer caso.

¹⁴⁴ También se le denomina coloquialmente en el medio financiero como P/L o P&L que son las siglas de *Profit & Loss*. Este monto ya considera el impacto de los flujos de efectivo (entradas y salidas) en el portafolio simulado.

¹⁴⁵ Es decir que se compraron y luego fueron vendidas.

Figura 5.8 Comparativo de niveles de pérdida o ganancia (Profit & Loss –P&L-) observados en cada mercado en las posiciones liquidadas en cada portafolio simulado.

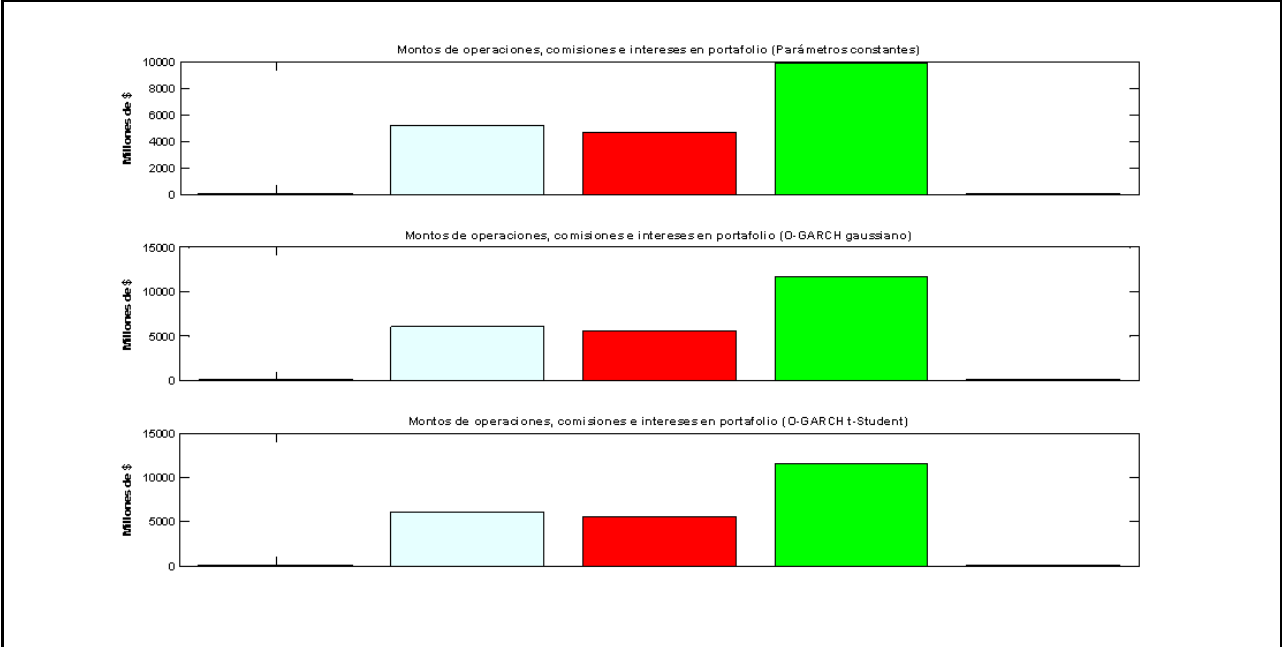
Parámetros Constantes				
Mercado	Costo promedio de compra	Precio promedio de venta	P&L en pesos	P&L por fluctuación FX
IPCB100	\$ 374.82	\$ 391.59	\$ 84,631.93	\$ 0.00
MEX_GUBERNAMENTAL	\$ 163.71	\$ 176.75	\$ 257,268.40	\$ 0.00
MEX_UMS	\$ 175.42	\$ 176.99	\$ 7,003.31	\$ 0.00
MSCIWORLDGB100	\$ 1,211.02	\$ 1,233.81	-\$ 164,010.38	-\$ 105,334.42
S&P-CITB100	\$ 1,984.27	\$ 2,052.65	\$ 983,397.44	\$ 373,681.36
EFFAUSB100	\$ 1,459.74	\$ 1,517.79	\$ 1,341,607.25	\$ 576,800.55
Totales			\$ 2,509,897.96	\$ 845,147.49
O-GARCH gaussiano				
Mercado	Costo promedio de compra	Precio promedio de venta	P&L en pesos	P&L por fluctuación FX
IPCB100	\$ 269.55	\$ 346.31	\$ 295,475.38	-\$ 12,548.52
MEX_GUBERNAMENTAL	\$ 161.81	\$ 175.07	\$ 146,576.34	-\$ 16,239.25
MEX_UMS	\$ 164.53	\$ 166.63	\$ 19,520.67	-\$ 17,993.99
MSCIWORLDGB100	\$ 1,256.35	\$ 1,326.41	-\$ 102,823.70	-\$ 260,402.10
S&P-CITB100	\$ 1,900.95	\$ 1,997.98	\$ 105,264.20	-\$ 193,522.39
EFFAUSB100	\$ 1,587.15	\$ 1,612.58	-\$ 103,626.91	-\$ 236,091.85
Totales			\$ 360,385.98	-\$ 736,798.10
O-GARCH t-Student				
Mercado	Costo promedio de compra	Precio promedio de venta	P&L en pesos	P&L por fluctuación FX
IPCB100	\$ 269.26	\$ 346.56	\$ 303,016.34	-\$ 12,817.83
MEX_GUBERNAMENTAL	\$ 161.67	\$ 174.84	\$ 138,081.39	-\$ 17,110.91
MEX_UMS	\$ 165.09	\$ 166.80	\$ 13,200.62	-\$ 17,780.61
MSCIWORLDGB100	\$ 1,245.63	\$ 1,335.96	-\$ 51,200.26	-\$ 313,783.54
S&P-CITB100	\$ 1,896.90	\$ 1,992.64	\$ 219,167.32	-\$ 136,550.68
EFFAUSB100	\$ 1,584.84	\$ 1,611.43	\$ 149,617.83	-\$ 103,610.28
Totales			\$ 771,883.24	-\$ 601,653.84



Fuente: Elaboración propia con resultados de las simulaciones realizadas.

Figura 5.9 Monto de operatividad, intereses generados y comisiones pagadas en los tres portafolios simulados.

Portafolio	Intereses generados (inversión de chequera en CETES28D)	Monto de operatividad de compras	Monto de operatividad de ventas	Operatividad total	Comisiones pagadas
Parámetros constantes	\$ 8,090,084.26	\$ 5,176,399,897.60	\$ 4,362,670,490.08	\$ 9,809,070,387.68	\$ 9,809,070.39
O-GARCH gaussiano	\$ 12,096,206.83	\$ 6,046,906,319.77	\$ 5,519,156,419.39	\$ 11,566,062,739.17	\$ 28,915,156.85
O-GARCH t-Student	\$ 12,296,811.39	\$ 6,064,325,958.35	\$ 5,536,232,047.98	\$ 11,600,558,006.33	\$ 29,001,395.02



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

Por otro lado, la explicación también se da por parte del comportamiento de la paridad cambiaria. Del total de pérdidas y ganancias por mercado se observaron pérdidas cambiarias realizadas en los casos que emplearon modelos O-GARCH de -\$0.69 millones y -\$0.55 millones cuya explicación económica radica en una apreciación de la moneda mexicana como resultado de la entrada de flujos de inversión al país al momento de realizar las operaciones de venta.

Por último se presenta en la figura 5.9 ya que se planteó un escenario de pago de comisiones de 0.25% tanto en operaciones de compra y venta de títulos de fondos como de divisas, un resumen del monto total de intereses generados por la chequera, el monto total de operatividad de compras y ventas, así como las comisiones pagadas. En esta se puede apreciar un notorio incremento de este rubro en las carteras con modelos O-GARCH.

Hasta el momento se tienen elementos para probar preliminarmente como verdadera la hipótesis general del estudio para el empleo de los modelos GARCH ortogonales:

“Se observan en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tasas de rendimiento igual o superiores a sus objetivos actuariales si se emplea en la misma un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificado. Esto en virtud de que el valor base cien de la misma es igual o superior al de un activo teórico que logra los objetivos mencionados.”

Esto es que se acepta H_0 tanto en niveles de objetivo actuarial de 3.5% como de 4.5% empleando los dos tipos de matriz C_{GARCH} derivados:

$$\begin{aligned} VP100_{i,t} > VP100_{4.5\% \text{ real},t} > VP100_{3.5\% \text{ real},t} &\Leftrightarrow C_{GARCH} | v_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \\ & \text{y} \\ VP100_{i,t} > VP100_{4.5\% \text{ real},t} > VP100_{3.5\% \text{ real},t} &\Leftrightarrow C_{GARCH} | v_t \sim t - Student(\mu, \sigma^2, gl) \end{aligned}$$

(Fórmula 5.2)

Este cumplimiento de hipótesis general se viene apreciando desde la gráfica 5.1, dadas las ganancias y pérdidas observadas en las posiciones vigentes y liquidadas así como en los niveles de inversión entre activos financieros, chequera y tipo de mercado. Sin embargo, el análisis de resultados anterior se puede complementar con un enfoque que considere el impacto del nivel de exposición al riesgo, por lo que deben correrse pruebas de evaluación en base a medidas de desempeño o rendimiento ajustadas a riesgo, tal es el caso del índice de Sharpe, la Razón de Treynor y el Alpha de Jensen previamente descritos en el marco teórico. Estas mismas ayudarán a resolver las preguntas, objetivos e hipótesis particulares que no se han abordado aún, las cuales corresponden a la selección de la matriz de covarianzas más apropiada para ser utilizada en el contexto del modelo MTSL.

5.4.3 Resultados observados en las medidas de desempeño ajustadas a riesgo

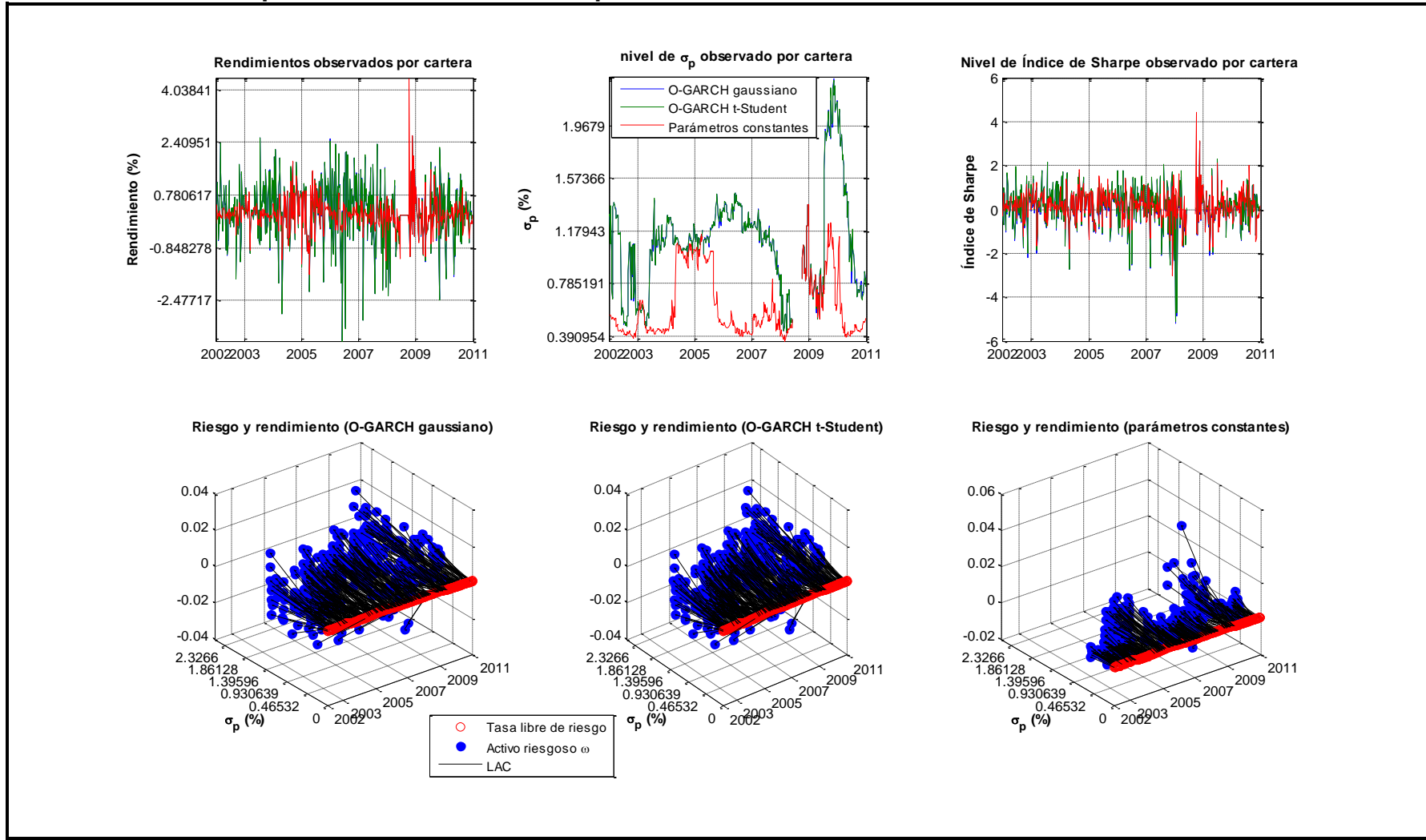
5.4.3.1 Comparativo de los índices de Sharpe

En base a la revisión previa, se observaron tasas superiores a 3.5% y 4.5% real en los portafolios simulados. Sin embargo, concluir esto sin considerar la relación rendimiento y riesgo observada resulta limitado a la luz de la definición de la eficiencia financiera y un enfoque demasiado parcial a la óptica del programa de investigación en donde se contextualiza el presente estudio. Como primera medida de desempeño en la administración de portafolios se utiliza el índice de Sharpe descrito en la fórmula 4.85 y en el diagrama de operacionalización de variables de la figura 4.4. Este se emplea ya que relaciona el beneficio, medido con la prima de riesgo (rendimiento pagado por el portafolio menos el del activo libre de riesgo), y la exposición al mismo a través de la proporción resultante de tomar un determinado nivel de riesgo.

Es por ello que se calcularon, de manera semanal en la gráfica 5.8, estos índices exponiendo sus valores observados en t . En la misma se presentan tanto el rendimiento $r_{p,t}$ generado en el portafolio en la semana t como la tasa de interés libre de riesgo rf y el nivel de desviación estándar (riesgo) en la cartera $\sigma_{p,t}$. También se expone tanto el lugar geométrico en un plano riesgo-rendimiento del activo riesgoso W durante el periodo simulado como la recta (LAC) que parte de rf a W cuya pendiente es el índice de Sharpe.

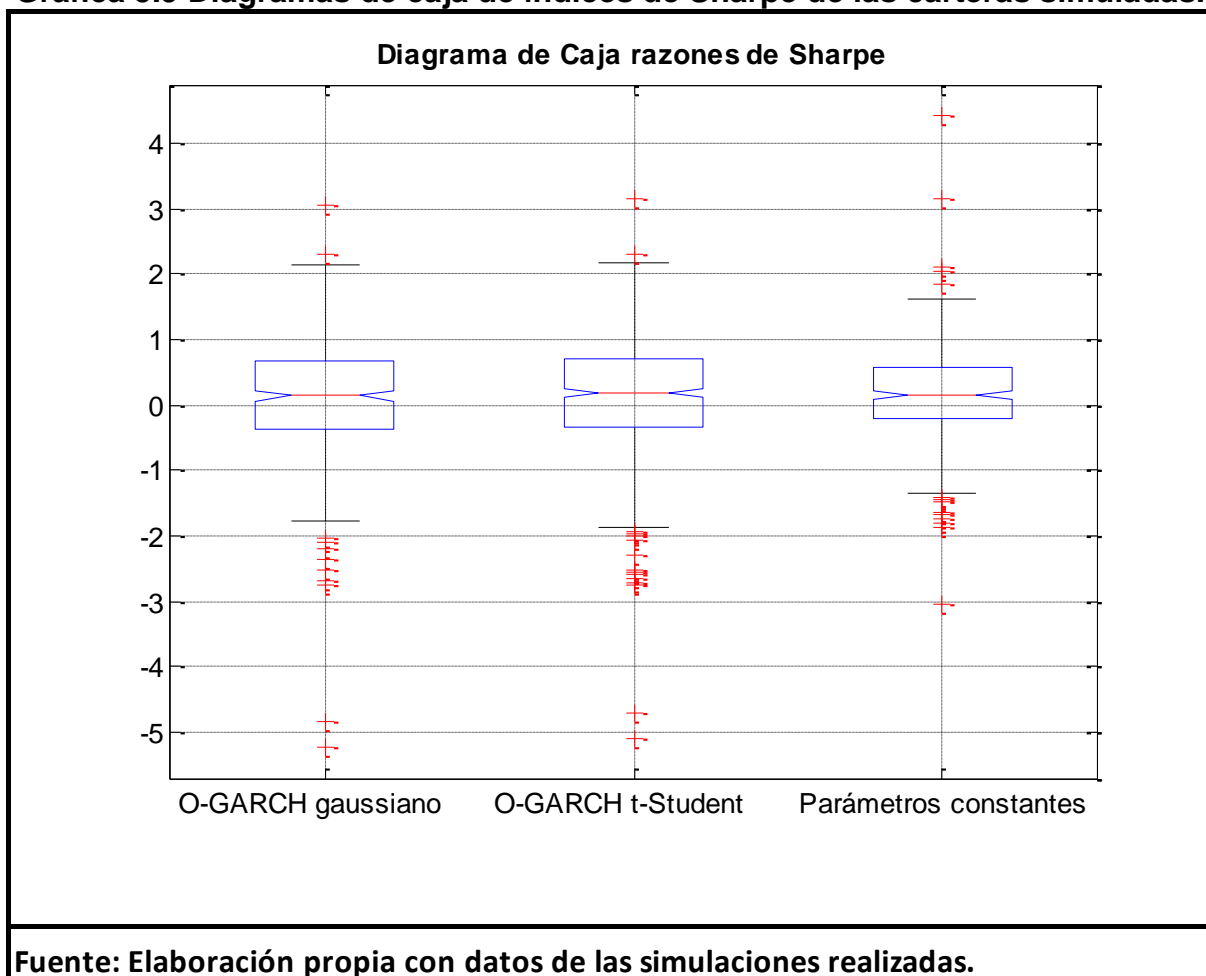
Los resultados a simple vista sugieren que no existe una diferencia estadística entre el empleo de una matriz de varianzas y covarianzas respecto a los otros dos casos, situación que se determinó con una prueba de análisis de varianza (ANOVA) unidireccional para determinar si los valores de cada simulación son, como hipótesis nula, estadísticamente iguales. Los resultados de esta prueba se exponen en la gráfica 5.9. De la misma se aprecia que no existe una diferencia estadística en los valores de índices de Sharpe observados, situación que se confirma con la prueba ANOVA que lleva a un estadístico F de 0.9739 que representa una probabilidad de cometer un error tipo I de 37.78%.

Gráfica 5.8 Comparativo de índices de Sharpe observados en t en cada una de las tres carteras simuladas.



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

Gráfica 5.9 Diagramas de caja de índices de Sharpe de las carteras simuladas.



Revisando el comparativo del diagrama de caja de la gráfica 5.9, se aprecia como sugerente el emplear ahora la matriz de varianzas y covarianzas de parámetros constantes ya que, a pesar de la igualdad estadística, la media es marginalmente superior en el índice de Sharpe observado en el escenario que emplea esta matriz, comparado con los otros dos casos anteriores. La explicación de esto se observó en las gráficas 5.5 y 5.6 en donde se apreció que se tuvo un nivel de inversión en activos menos riesgosos que el caso observado con el empleo de las matrices O-GARCH. Esto originó, en el portafolio que utilizó la matriz de parámetros constantes, tanto una tasa de rendimiento marginalmente inferior como niveles bajos de $\sigma_{p,t}$. Es por ello que se tienen índices de Sharpe marginal, pero no estadísticamente, superiores en este caso.

Para poder llegar a un criterio concluyente, se realizó el análisis de índices de Sharpe histórico a niveles acumulados en t , es decir, se definió a $r_{p,t}$ y a rf ya no como valores observados en t sino como niveles de tasa efectiva de en el intervalo $[1, t]$. Lo propio sucedió con el valor de $\sigma_{p,t}$, los cuales se exponen en la gráfica 5.10, siguiendo la misma lógica de presentación de la gráfica 5.8.

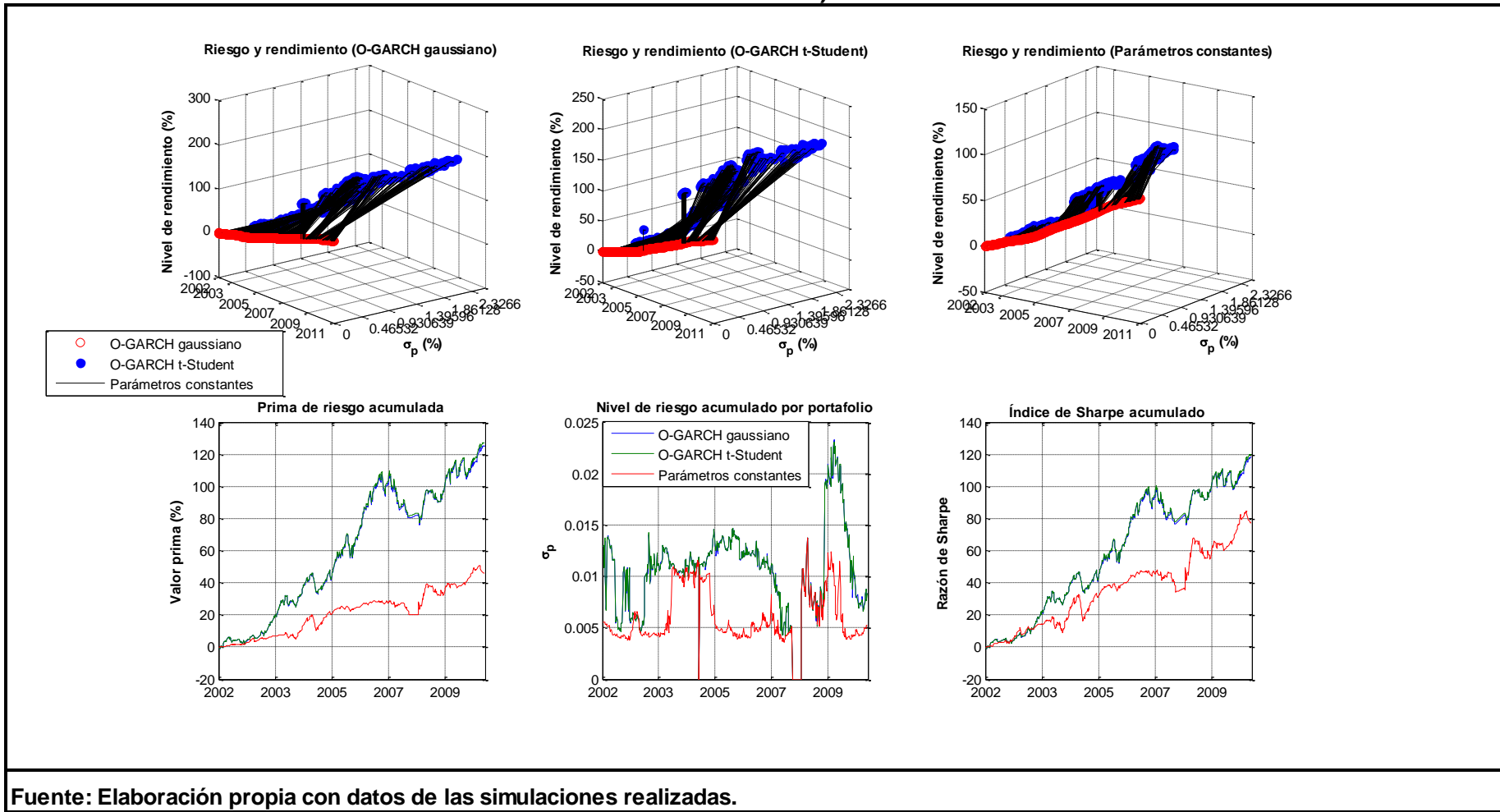
De la misma se aprecia que, a nivel agregado o en el largo plazo, el rendimiento ajustado a riesgo tiende a ser mayor en el empleo de un proceso de administración de portafolios como el propuesto si se utiliza una matriz de covarianzas O-GARCH en cualquiera de sus dos formas de función de verosimilitud. Sin embargo, no existe una notoria diferencia entre el caso gaussianamente distribuido y el t-Student.

5.4.3.2 Comparativo de las razones de Treynor y coeficientes Alpha de Jensen

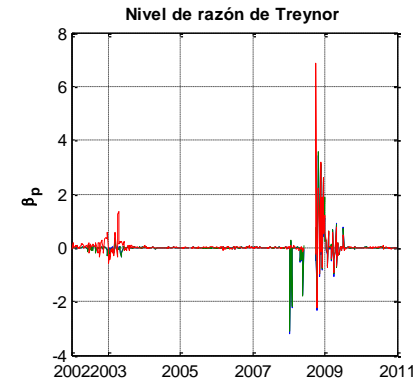
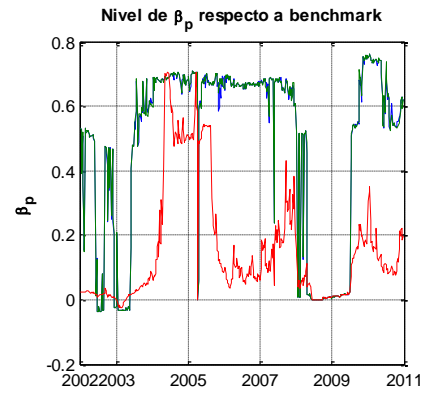
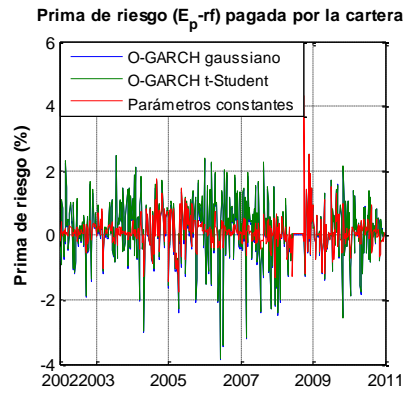
El análisis anterior se deriva de la exposición al riesgo que el portafolio puede tener. Sin embargo, este último concepto, como lo señaló Sharpe (1963), puede ser descompuesto tanto en un componente no sistemático o específico $var(\varepsilon_i)$ como uno sistemático $\beta_i^2 \sigma_M^2$ derivado de la sensibilidad en el nivel de rendimiento que un activo financiero (en este caso un portafolio) puede tener respecto a una cartera de mercado o *benchmark* (M) como el definido en el apéndice D y descrito en la figura 5.6.

La relación existente entre la prima de riesgo que pagaron los portafolios simulados respecto a la tasa del activo libre de riesgo, así como la exposición a la variable que determina el riesgo sistemático β_i , se presenta en la parte inferior de la gráfica 5.12 para cada uno de los tres casos simulados. De la misma se destaca la pendiente de la recta que relaciona el rendimiento de rf con el de $r_{p,t}$ que es lo que define el índice de Treynor descrito en la fórmula 4.87 y operacionalizado en la figura 4.5.

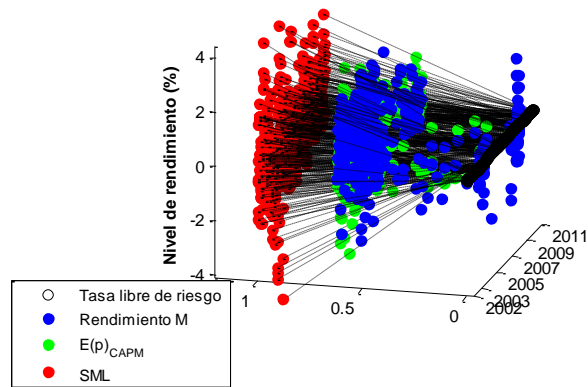
Gráfica 5.10 Comparativo de índices de Sharpe observados en t en cada una de las tres carteras simuladas (valores acumulados).



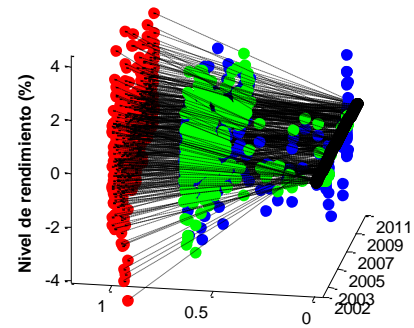
Gráfica 5.11 Comparativo de razones de Treynor observadas en t en cada una de las tres carteras simuladas.



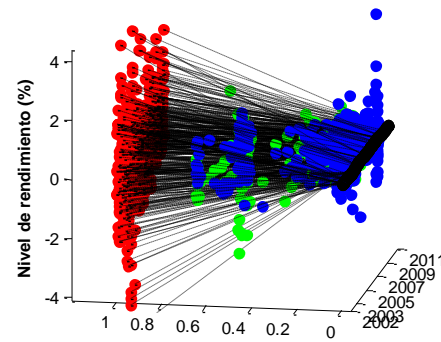
Relación (β_p) y rendimiento (O-GARCH gaussiano)



Relación (β_p) y rendimiento (O-GARCH t-Student)

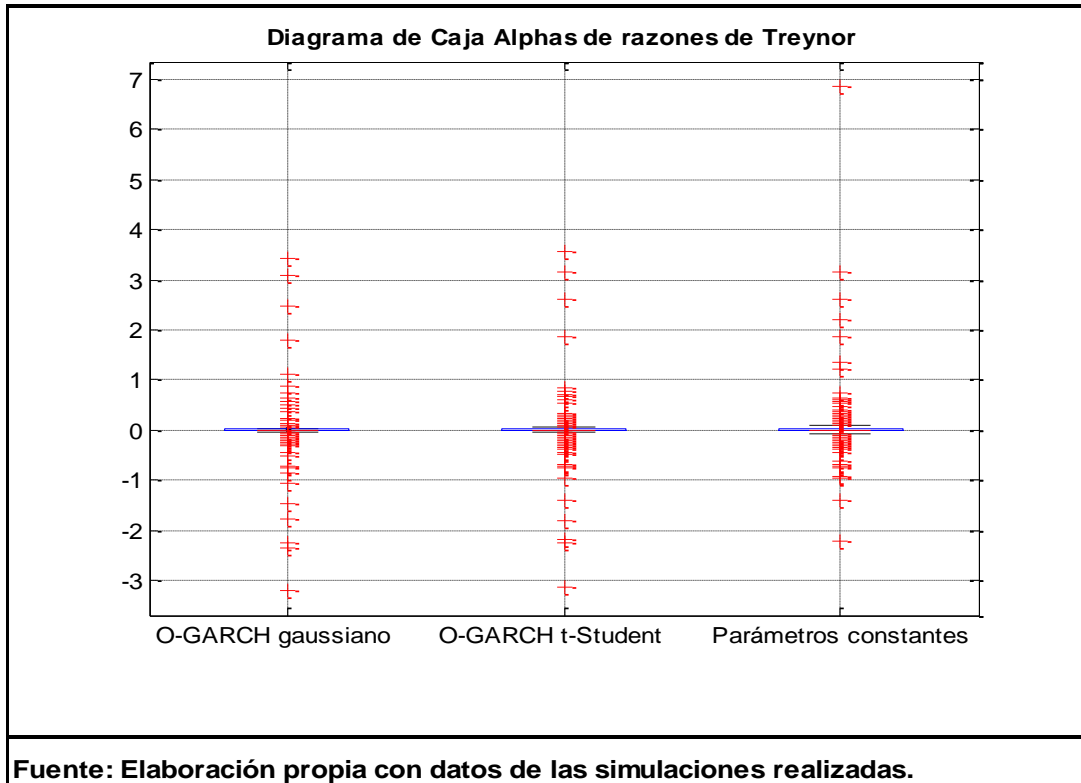


Relación (β_p) y rendimiento (parámetros constantes)



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

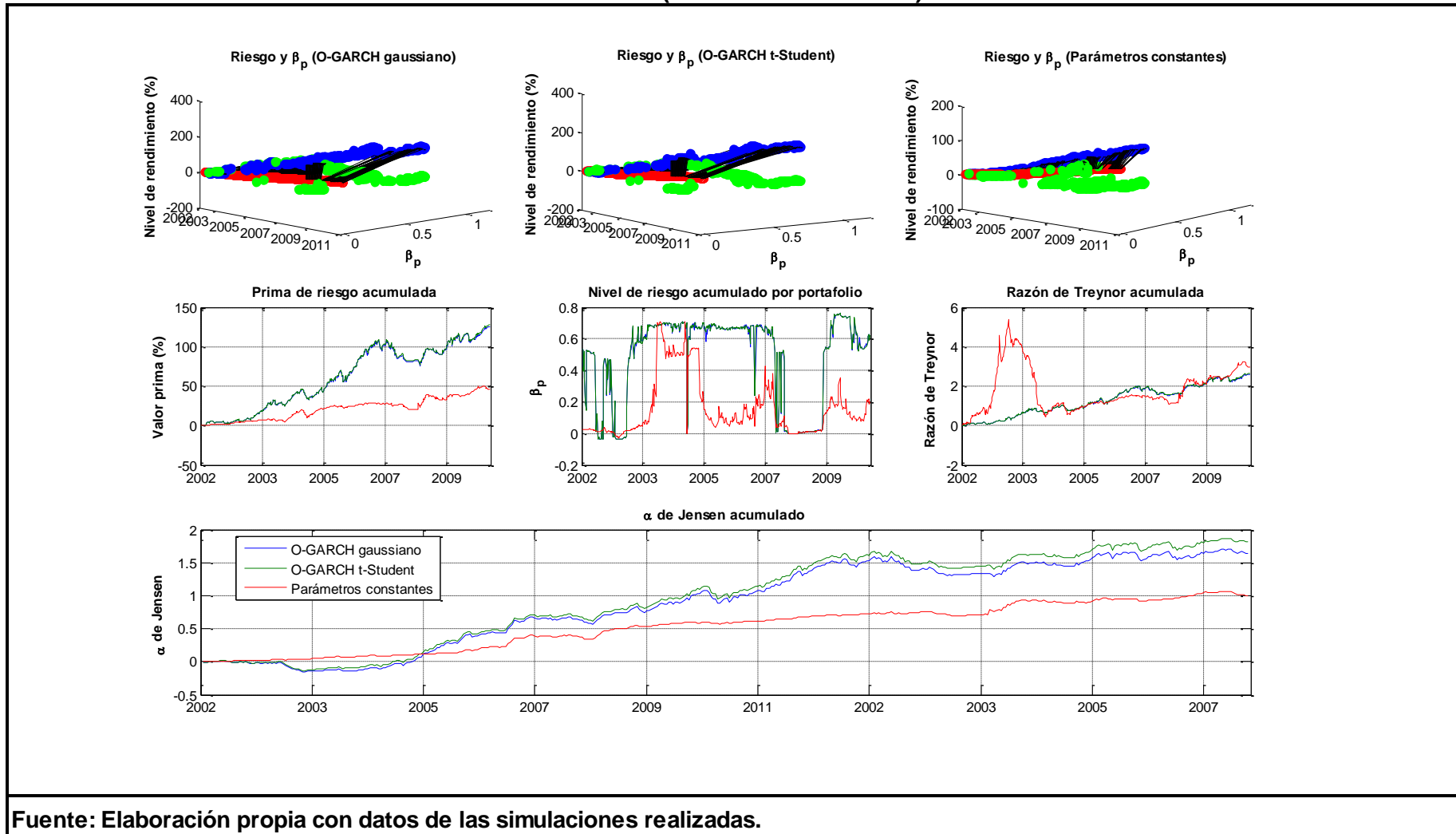
Gráfica 5.12 Diagramas de caja de los índices de Treynor de las carteras simuladas.



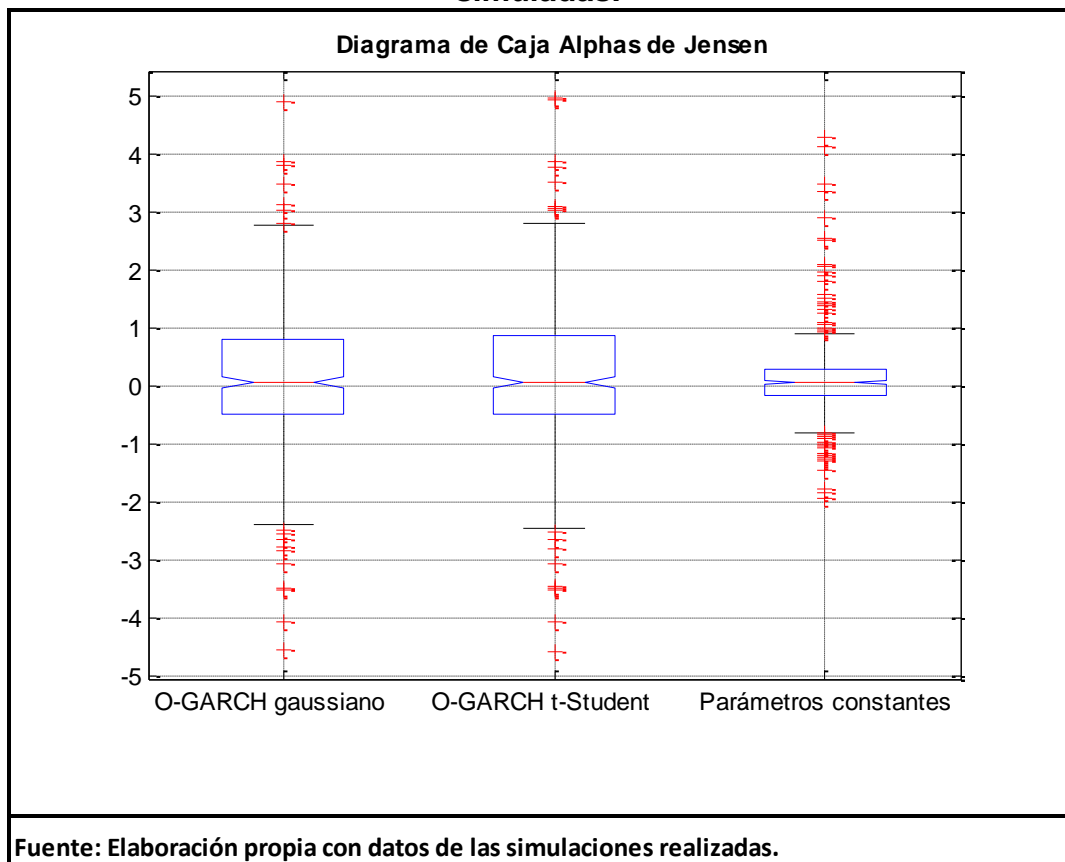
En la gráfica 5.11 se expusieron los diagramas de caja de las razones de Treynor observadas en cada portafolio, observando el mismo resultado de la prueba ANOVA aplicado a los índices de Sharpe en el que no existe desigualdad estadística como para determinar qué matriz es la más apropiada. Para decantarse a favor de algún tipo de matriz de varianzas y covarianzas específica, se revisó la razón de Treynor acumulada que también llevó a conclusiones ambiguas para elegir entre una de las dos matrices O-GARCH. Esta se expone en la gráfica 5.13. Sin embargo, dada esta situación, se aprecia que tanto el índice de Sharpe como la razón de Treynor no son criterios totalmente concluyentes como medidas de desempeño, por lo que se recurrió al empleo del Alpha de Jensen (AJ) que mide la diferencia que presenta el rendimiento del portafolio observado $r_{p,t}$ respecto a un rendimiento teórico $E(r_{p,t})$ que debería tener el mismo en condiciones de equilibrio y expectativas homogéneas. Ese se da partiendo de la ecuación del CAPM descrita en la fórmula 4.86 y del benchmark M propuesto en el apéndice D:

$$AJ = E(r_p) - [rf + \beta_p(r_M - rf)]$$

Gráfica 5.13 Comparativo de razones de Treynor y Alphas de Jensen observados en t en cada una de las tres carteras simuladas (valores acumulados).



Gráfica 5.14 Diagramas de caja de los alpha de Jensen de las carteras simuladas.



Al emplear la expresión anterior y al aplicar el criterio de selección descrito en la fórmula 4.96 y dado que las razones de Sharpe y Treynor no llevan a criterios del todo concluyentes, se observa, de la mano del análisis ANOVA unidireccional (estadístico F de 44.49 y probabilidad de error tipo I de 64.09%), que si bien no existe diferencia estadística significativa para decir que son diferentes los alpha de Jensen logrados; se puede tener un criterio de selección si se observa el diagrama de caja de la gráfica 5.14. Este sugiere que es preferible emplear la matriz C_{GARCH} derivada con el modelo O-GARCH de función de verosimilitud t-Student.

Sin embargo, este criterio no es estadísticamente concluyente por lo que, dado el Alpha de Jensen (AJ) observado en el segmento inferior de la figura 5.13, se aprecia un AJ marginalmente superior en el caso que emplea la matriz de covarianzas O-GARCH con función de verosimilitud t-Student.

5.5 Análisis de resultados de las simulaciones desde la perspectiva de los eventos financieros, políticos y económicos observados en los periodos simulados.

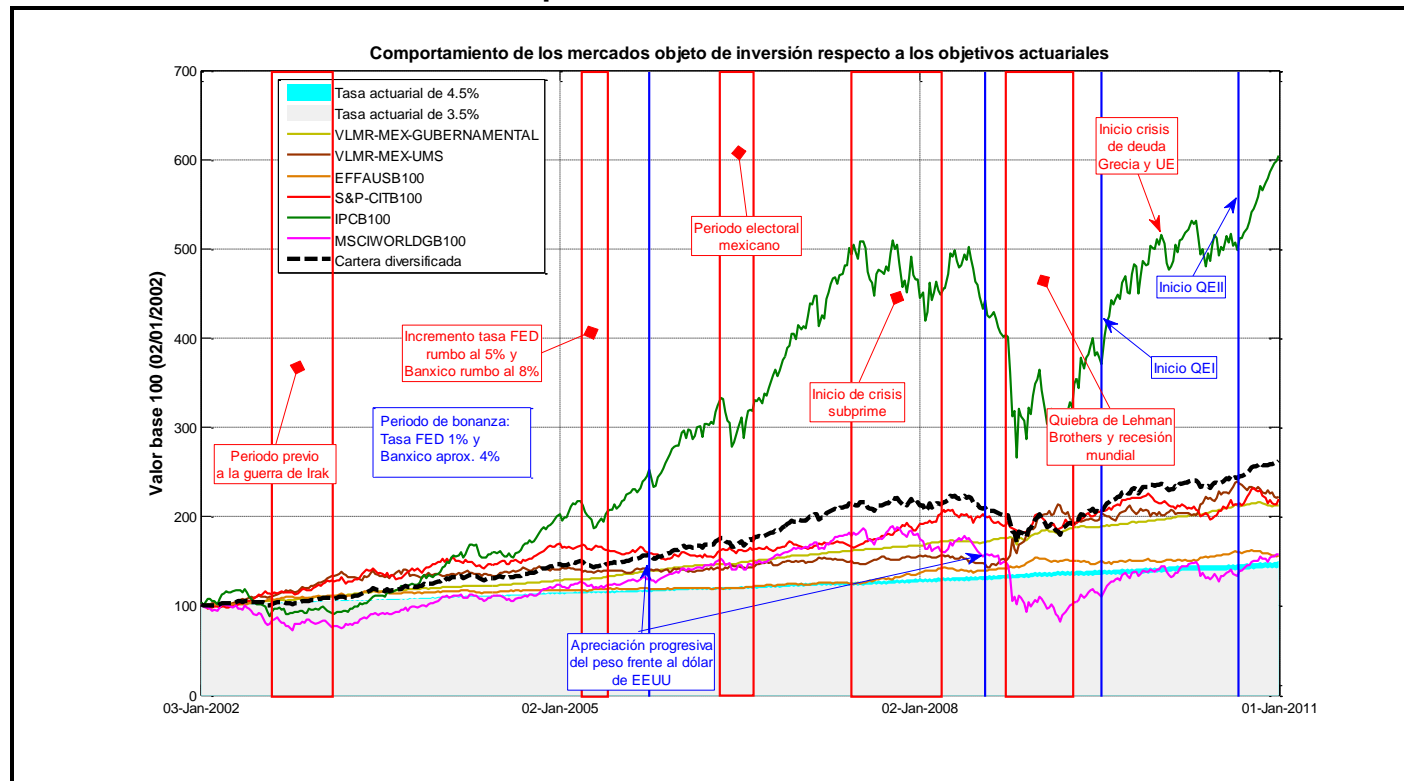
Dado que se ha realizado un análisis de resultados partiendo de una perspectiva únicamente relacionada a la administración de portafolios y de la teoría moderna de portafolios (TMP), es de interés complementar el comportamiento de las carteras simuladas en relación a la influencia que recibieron, en base a ciertos fenómenos económicos, financieros y políticos suscitados durante el periodo de simulación.

Es importante resaltar que no se hará un análisis econométrico multivariado más detallado o alguno que se apegue a alguna teoría económica específica ya que se deberían emplear técnicas cuya revisión y determinación salen del alcance del presente trabajo. Más bien el estudio de interés a realizar será de tipo descriptivo resaltando algunas situaciones observadas como “de interés” para complementar el fundamento y validez de los resultados logrados. Para ello se presenta, en la gráfica 5.15, un comparativo del desempeño de los seis mercados objeto de inversión así como del benchmark propuesto en el apéndice D. En la misma, se delimitan los principales¹⁴⁶ eventos de interés y los efectos que tuvieron en cada caso. Lo propio se expone en la gráfica 5.16 en donde se comparan los valores base 100 de cada portafolio simulado en relación a estos eventos.

A continuación, se hace una descripción de los comportamientos de cada mercado y portafolio en los periodos delimitados, dando una explicación de por qué se presentaron los comportamientos observados.

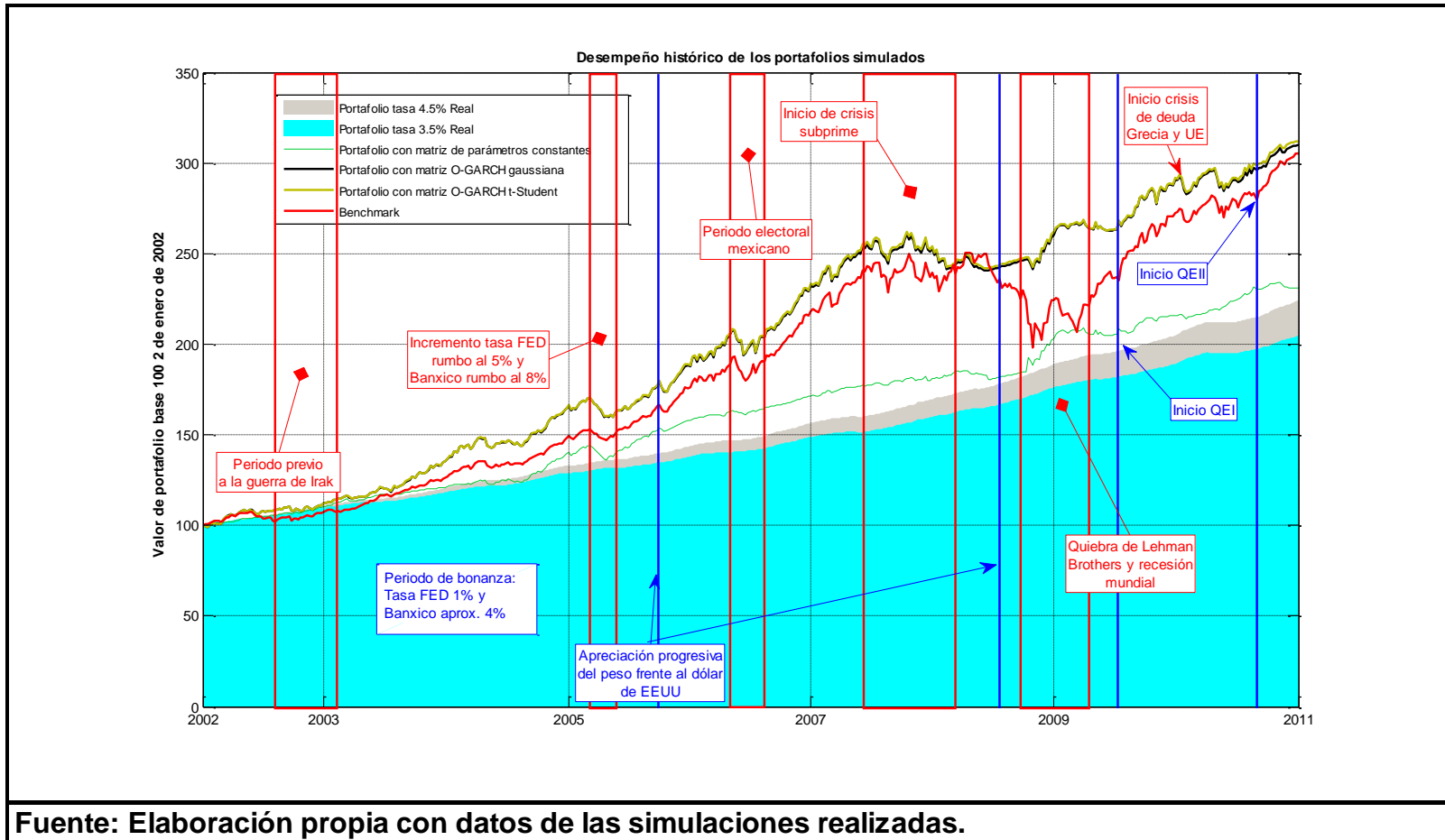
¹⁴⁶ Sin que esto implique que existiesen otros eventos de tipo corporativo, de mercado o de índole diversa que pudiesen afectar. En esta revisión solo se mencionan los más observables.

Gráfica 5.15 Comparativo del desempeño de los mercados objeto de inversión y el benchmark utilizado a la luz de los eventos económicos, financieros y políticos más observables en el periodo de simulación.



Fuente: Elaboración propia con base a datos de Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd----p----->

Gráfica 5.16 Comparativo del desempeño de los portafolios simulados y el benchmark utilizado a la luz de los eventos económicos, financieros y políticos más observables en el periodo de simulación.



5.5.1 Lapso inicial de la simulación previo al periodo del inicio de la guerra de los Estados Unidos con Irak

En este periodo se observa un crecimiento en prácticamente todos los mercados financieros salvo en los mercados accionarios internacionales. Esto se debe, en buena medida y para el último caso, a los residuos de la crisis provocada con los atentados terroristas de septiembre de 2001, mismos que se cristalizaron en una serie de eventos y escándalos contables que llevaron a la desaparición de empresas como Enron y World.com. Esta situación, junto con las previamente observadas en el año 2001, llevaría a los principales bancos centrales del mundo a bajar sus niveles de tasas de una manera progresiva para estimular el crecimiento en las economías.

El comparativo del desempeño de los rendimientos generados en cada mercado se presenta en la tabla 5.2. Dado que los tres portafolios simulados iniciaron invertidos tanto en bonos gubernamentales mexicanos (la mayor proporción del patrimonio) como en la Bolsa Mexicana de Valores (ver gráfica 5.6) para, posteriormente, diversificar en el mercado de bonos UMS e internacionales del tesoro, se puede observar que los rendimientos positivos observados en estos y en el benchmark se debe en buena medida al buen desempeño de estos casos, situación que se fundamenta en lo expuesto en la tabla 5.3 donde se presentan los resultados logrados en los cuatro portafolios simulados y en lo expuesto en la gráfica 5.6.

Tabla 5.2 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 2 de enero de 2002 al 26 de abril de 2002.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	100	104.2297269	104.2297269	4.23%	100	0.00%	4.23%	10.00%
VLMR_MEX_UMS	100	108.0918545	108.0918545	8.09%	100	0.00%	8.09%	19.13%
EFFAUSB100	100	102.1638541	102.1638541	2.16%	99.64261201	-0.36%	2.16%	5.11%
S&P-CITB100	100	104.7475141	104.7475141	4.75%	97.23142913	-2.77%	4.75%	11.22%
IPCB100	100	115.6011663	118.2907845	18.29%	100	0.00%	15.60%	36.88%
MSCIWORLDGB100	100	98.49778441	102.0043095	2.00%	94.45858288	-5.54%	-1.50%	-3.55%
Benchmark	100	105.5553167	105.8160026	5.82%	100	0.00%	5.56%	13.13%

Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd----p----->

Tabla 5.3 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 2 de enero de 2002 al 26 de abril de 2002.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	100	103.9634853	103.9634853	3.96%	99.90010681	-0.10%	3.96%	9.37%
O-GARCH gaussiano	100	108.4042298	108.9121626	8.91%	98.94920208	-1.05%	8.40%	19.86%
O-GARCH t-Student	100	108.3125582	108.8242046	8.82%	98.94169903	-1.06%	8.31%	19.65%
Benchmark	100	105.5553167	105.8160026	5.82%	100	0.00%	5.56%	13.13%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.2 Periodo inicial de la invasión de Estados Unidos a Irak

Para fines del presente se identifica como del 26 de abril de 2002 al primero agosto de 2003. El mismo se caracterizó por un incremento en los niveles del precio del petróleo de USD\$27.11 hasta USD\$35.38 y en una incertidumbre respecto al rumbo fiscal de los Estados Unidos ante el gasto bélico de dos guerras y la baja en la captación tributaria originada desde la crisis de la quiebra de las empresas tecnológicas, el periodo de los ataques terroristas y los escándalos contables. Esto fomentó que los mercados de deuda, ante el inicio de políticas monetarias expansivas por parte de los principales bancos centrales, se vieran beneficiados pero, contrario a lo teóricamente esperado, se observase un impacto considerable en los de capitales.

Revisando la gráfica 5.6, se aprecia que los niveles de inversión en IPC cambiaron en los portafolios simulados y los niveles de inversión se concentraron en los mercados de deuda. Esto fundamentó el hecho de que, en los casos que tuvieron administración activa, se tuviesen rendimientos superiores a los objetivos actuariales y al benchmark que replica el comportamiento de una administración pasiva. El comparativo de desempeño de los mercados en este periodo se presenta en la tabla 5.4 y el análisis correspondiente a los portafolios simulados en la 5.5.

Tabla 5.4 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 26 de abril de 2002 al 1 de agosto de 2003.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	104.22973	116.5540408	116.5540408	11.82%	104.2297269	0.00%	11.82%	9.92%
VLMR_MEX_UMS	108.09185	133.5232066	139.1009087	28.69%	108.0918545	0.00%	23.53%	19.73%
EFFAUSB100	102.16385	114.5487681	118.0498686	15.55%	102.1638541	0.00%	12.12%	10.17%
S&P-CITB100	104.74751	136.4008579	142.1622149	35.72%	104.7475141	0.00%	30.22%	25.34%
IPCB100	115.60117	115.3427031	115.6011663	0.00%	88.58210876	-23.37%	-0.22%	-0.19%
MSCIWORLDGB100	98.497784	92.17852927	98.49778441	0.00%	73.02352941	-25.86%	-6.42%	-5.38%
Benchmark	105.55532	118.091351	119.3470379	13.07%	100.8574236	-4.45%	11.88%	9.96%

Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Tabla 5.5 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 26 de abril de 2002 al 1 de agosto de 2003.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	103.96349	117.1330202	117.2186439	12.75%	104.2378014	0.26%	12.67%	10.80%
O-GARCH gaussiano	108.40423	121.7103206	121.7103206	12.27%	106.3753086	-1.87%	12.27%	10.46%
O-GARCH t-Student	108.31256	121.8554465	121.8554465	12.50%	106.3084004	-1.85%	12.50%	10.66%
Benchmark	105.55532	118.091351	119.3470379	13.07%	100.8574236	-4.45%	11.88%	10.12%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.3 Periodo de bonanza dada la baja de tasas de interés por parte de la Reserva Federal (FED) de los Estados Unidos y los principales bancos mundiales del mundo

Este periodo (del primero de agosto de 2003 al primero de abril de 2005) se caracterizó por la respuesta que los principales bancos centrales dieron al efecto conjunto de múltiples crisis que venían gestándose en periodos anteriores. En el mismo, la tasa de referencia en Estados Unidos osciló en alrededor de 1% y en México en 4%. Esto fomentó un periodo de alto crecimiento económico a nivel mundial que se moderó hasta que en el año 2005 se tomaron políticas monetarias más restrictivas para contener la inflación.

Revisando la gráfica 5.6, se aprecia que el portafolio de matriz de covarianzas de parámetros constantes tuvo una alta concentración en el mercado de bonos gubernamentales mexicano; situación que se contrapuso con un mayor nivel de inversión en los dos mercados de capitales internacionales. Estos dos últimos, dados los notables rendimientos anualizados (40.24% y 19.22% respectivamente),

contribuyeron a generar un notable diferencial positivo de los modelos que emplearon las matrices GARCH ortogonales respecto al *benchmark* o administración pasiva así como de los objetivos actuariales.

El desempeño de los seis mercados objeto de inversión así como de los portafolios simulados se presenta en las tablas 5.6 y 5.7 de forma respectiva.

Tabla 5.6 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 1 de agosto de 2003 al 1 de abril de 2005.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	116.55404	130.2233561	130.2233561	11.73%	116.4934405	-0.05%	11.73%	6.93%
VLMR_MEX_UMS	133.52321	137.8173397	143.8681884	7.75%	131.3188508	-1.65%	3.22%	1.90%
EFFAUSB100	114.54877	116.7990107	118.0344844	3.04%	113.7535206	-0.69%	1.96%	1.16%
S&P-CITB100	136.40086	163.696627	169.7796841	24.47%	129.8986157	-4.77%	20.01%	11.82%
IPCB100	115.3427	201.698764	217.664635	88.71%	114.820598	-0.45%	74.87%	44.24%
MSCIWORLDGB100	92.178529	122.1631248	126.89722	37.66%	90.57493717	-1.74%	32.53%	19.22%
Benchmark	118.09135	145.3997037	149.8788083	26.92%	116.6543335	-1.22%	23.12%	13.66%

Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitorios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Tabla 5.7 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 1 de agosto de 2003 al 1 de abril de 2005.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	117.13302	141.1692408	144.1891623	23.10%	116.8836603	-0.21%	20.52%	12.13%
O-GARCH gaussiano	121.71032	166.2568425	170.2497298	39.88%	120.9456208	-0.63%	36.60%	21.63%
O-GARCH t-Student	121.85545	166.5364072	170.5360693	39.95%	121.0886997	-0.63%	36.67%	21.67%
Benchmark	118.09135	145.3997037	149.8788083	26.92%	116.6543335	-1.22%	23.12%	13.66%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.4 Cambio de política monetaria por parte de los principales bancos centrales

En este periodo, tanto la Reserva Federal de los Estados Unidos como el Banco de México y los principales bancos centrales en el mundo cambiaron su postura de política monetaria al hacerla más restrictiva. Esto último con miras a contener los niveles de inflación. En este lapso de tiempo todos los mercados objeto de inversión se vieron afectados. Sin embargo, a pesar de esto, los niveles de liquidez en el sistema financiero internacional seguían altos, lo que llevó a una apreciación de los activos excepto los bonos del tesoro de otros gobiernos ajenos a Estados Unidos y los mercados de capitales internacionales. Esta situación, dada la conformación de los

portafolios simulados que se presenta en la gráfica 5.6, fomentó una caída marginal en el valor de los portafolios simulados así como del benchmark.

El desempeño de los mercados objeto de inversión así como de los portafolios en este periodo, se expone en las gráficas 5.8 y 5.9 respectivamente.

Tabla 5.8 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 1 de abril de 2005 al 27 de abril de 2005.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	130.22336	132.6938024	132.6938024	1.90%	130.2233561	0.00%	1.90%	10.96%
VLMR_MEX_UMS	137.81734	139.0337159	139.0337159	0.88%	137.2274076	-0.43%	0.88%	5.10%
EFFAUSB100	116.79901	118.7149417	118.7569525	1.68%	116.7990107	0.00%	1.64%	9.48%
S&P-CITB100	163.69663	162.4488204	167.1183467	2.09%	162.4488204	-0.76%	-0.76%	-4.40%
IPCB100	201.69876	202.1797536	202.1797536	0.24%	187.4164349	-7.08%	0.24%	1.38%
MSCIWORLDGB100	122.16312	122.0001814	123.1348611	0.80%	119.8240848	-1.91%	-0.13%	-0.77%
Benchmark	145.3997	146.1785359	146.1785359	0.54%	142.9939988	-1.65%	0.54%	3.09%

Fuente: Elaboración propia con información de Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Tabla 5.9 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 1 de abril de 2005 al 27 de abril de 2005.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	141.16924	139.8383321	141.1692408	0.00%	136.2875503	-3.46%	-0.94%	-5.45%
O-GARCH gaussiano	166.25684	162.0842268	166.2568425	0.00%	159.6592694	-3.97%	-2.51%	-14.50%
O-GARCH t-Student	166.53641	162.3545173	166.5364072	0.00%	159.933039	-3.97%	-2.51%	-14.51%
Benchmark	145.3997	146.1785359	146.1785359	0.54%	142.9939988	-1.65%	0.54%	3.09%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.5 Periodo previo a los comicios electorales mexicanos en el año 2006

Este periodo, a pesar de las tasas de interés de referencia altas, se caracterizó por que lo niveles de liquidez en el sistema financiero internacional siguieron en niveles elevados y porque solamente se esperaba se presentara un “aterrizaje suave” en la contracción del nivel de crecimiento económico de los Estados Unidos. La valuación positiva de los mercados mismo se vio temporalmente interrumpida por la incertidumbre que se generó con el periodo cercano a los comicios electorales celebrados en julio del 2006, por un lado, así como por un incremento de 0.25% adicional en la tasa de referencia de la Reserva Federal de los Estados Unidos, por otro. Durante el mismo, continuó el periodo de bonanza en los mercados financieros

iniciado a partir de abril de 2002. Esto se vio reflejado en los resultados de desempeño observados en los portafolios simulados. (tabla 5.11)

Tabla 5.10 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 27 de mayo de 2005 al 26 de mayo de 2006.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	132.6938	146.8555782	146.8555782	10.67%	146.8555782	10.67%	10.67%	10.47%
VLMR_MEX_UMS	139.03372	143.0787003	143.0787003	2.91%	143.0787003	2.91%	2.91%	2.85%
EFFAUSB100	118.71494	119.7439114	120.3888665	1.41%	120.3888665	1.41%	0.87%	0.85%
S&P-CITB100	162.44882	162.4390719	165.7925522	2.06%	165.7925522	2.06%	-0.01%	-0.01%
IPC100	202.17975	316.7177368	333.2786538	64.84%	333.2786538	64.84%	56.65%	55.58%
MSCIWORLDGB100	122.00018	144.9455533	153.1688584	25.55%	153.1688584	25.55%	18.81%	18.45%
Benchmark	146.17854	172.2967586	175.9802586	20.39%	175.9802586	20.39%	17.87%	17.53%

Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010), Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->

Tabla 5.11 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 27 de mayo de 2005 al 26 de mayo de 2006.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	139.83833	162.5466539	163.1560375	16.67%	139.8383321	0.00%	16.24%	15.93%
O-GARCH gaussiano	162.08423	202.9930266	207.6157059	28.09%	162.0842268	0.00%	25.24%	24.76%
O-GARCH t-Student	162.35452	203.8421984	208.5527365	28.46%	162.3545173	0.00%	25.55%	25.07%
Benchmark	146.17854	172.2967586	175.9802586	20.39%	146.1785359	0.00%	17.87%	17.53%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.6 Periodo electoral en México

El mismo, para fines de la presente investigación, se delimitó del 26 de mayo de 2006 al 1 de septiembre del mismo año. Dadas múltiples noticias y especulaciones relativas a los comicios electorales, así como al último incremento de tasa de referencia de los principales bancos centrales en el mundo, se tuvieron los comportamientos de corto plazo presentados en la tabla 5.12, destacando la caída temporal en el IPC (-12.06% del inicio del periodo al 16 de junio de 2006). A pesar de esto, el periodo estudiado se caracterizó por ser de crecimiento en los niveles de valuación en los mercados dado que todavía existía confianza generalizada en que se tendría un proceso de desaceleración y no recesión en la economía de Estados Unidos y el mundo. Esto llevó al comportamiento de valuación de los portafolios simulados que se presentan en la tabla 5.13.

Tabla 5.12 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 26 de mayo de 2006 al 1 de septiembre de 2006.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	146.85558	150.8163174	150.8163174	2.70%	146.3374328	-0.35%	2.70%	9.35%
VLMR_MEX_UMS	143.0787	146.8321264	146.8321264	2.62%	141.8266205	-0.88%	2.62%	9.09%
EFFAUSB100	119.74391	122.0888263	122.0888263	1.96%	119.4675866	-0.23%	1.96%	6.79%
S&P-CITB100	162.43907	163.9598362	165.2076428	1.70%	158.8223825	-2.23%	0.94%	3.25%
IPCB100	316.71774	329.4729516	330.2841526	4.28%	278.5304475	-12.06%	4.03%	13.96%
MSCIWORLDGB100	144.94555	148.3709771	149.4153358	3.08%	140.2671231	-3.23%	2.36%	8.19%
Benchmark	172.29676	176.9235059	176.9235059	2.69%	165.6325618	-3.87%	2.69%	9.31%

Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd-p>

Tabla 5.13 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 26 de mayo de 2006 al 1 de septiembre de 2006.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	162.54665	165.212876	165.212876	1.64%	161.1918251	-0.83%	1.64%	5.69%
O-GARCH gaussiano	202.99303	207.7803598	207.7803598	2.36%	194.0192968	-4.42%	2.36%	8.18%
O-GARCH t-Student	203.8422	208.5469329	208.5469329	2.31%	194.7249933	-4.47%	2.31%	8.00%
Benchmark	172.29676	176.9235059	176.9235059	2.69%	165.6325618	-3.87%	2.69%	9.31%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.7 Periodo previo al inicio de la crisis de hipotecas sub-prime

Este periodo, previo a los eventos de la crisis sub-prime que iniciaron en julio de 2007, se caracteriza como el último donde se observó una bonanza en los mercados financieros. En el mismo se observó un rendimiento positivo observable en los mercados de capitales mexicano y extranjeros y un rendimiento moderado en los mercados de deuda, resaltando el rendimiento negativo de los bonos UMS. En el caso mexicano, se tuvo un impacto negativo en el mercado de bonos gubernamentales como resultado del incremento de tasas del Banco de México hasta niveles cercanos a 7.25%, situación que influyó en el valor de este tipo de activos denominados en Moneda Nacional así como un efecto de apreciación del tipo de cambio desde \$11.03 (2 de marzo de 2007) a \$10.79 (27 de julio de 2007). Todo esto impactó en las valuaciones en pesos de los bonos extranjeros. Las variaciones porcentuales observadas en estos mercados se presentan en la gráfica 5.14 y los valores de los portafolios simulados en la 5.15.

Tabla 5.14 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 1 de septiembre de 2006 al 27 de julio de 2007.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	150.81632	163.2180903	163.2180903	8.22%	150.8163174	0.00%	8.22%	8.91%
VLMR_MEX_UMS	146.83213	146.704289	154.441003	5.18%	145.0264772	-1.23%	-0.09%	-0.09%
EFFAUSB100	122.08883	126.4331022	126.4331022	3.56%	122.0888263	0.00%	3.56%	3.85%
S&P-CITB100	163.95984	172.528758	172.5969975	5.27%	160.9085592	-1.86%	5.23%	5.66%
IPCB100	329.47295	500.9607079	508.6380385	54.38%	326.3481831	-0.95%	52.05%	56.39%
MSCIWORLDGB100	148.37098	184.8731572	186.2692076	25.54%	148.3709771	0.00%	24.60%	26.65%
Benchmark	176.92351	215.7863508	216.6471229	22.45%	176.6989905	-0.13%	21.97%	23.80%

Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd-p>

Tabla 5.15 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo 1 de septiembre de 2006 al 27 de julio de 2007.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	165.21288	178.5017345	178.5017345	8.04%	165.212876	0.00%	8.04%	8.71%
O-GARCH gaussiano	207.78036	256.2276036	257.3648977	23.86%	207.7803598	0.00%	23.32%	25.26%
O-GARCH t-Student	208.54693	257.6871388	258.8373985	24.11%	208.5469329	0.00%	23.56%	25.53%
Benchmark	176.92351	215.7863508	216.6471229	22.45%	176.6989905	-0.13%	21.97%	23.80%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.8 Periodo de inicio de crisis de hipotecas sub-prime

El mismo inicia el 27 de julio cuando, durante esa semana, la empresa calificadora Moody's publica un reporte en el que alerta de los diferentes activos financieros estructurados que tenían como subyacente hipotecas de baja calidad en el conglomerado de activos financieros que los conforman. Dada esta situación, se generó una circunstancia de incertidumbre hacia la solidez financiera de muchas instituciones financieras que tenían en sus balances contables este tipo de activos, lo que concluyó en la quiebra, fusión forzada o intervención gubernamental de muchas de estas en países como Alemania, España, Estados Unidos, Francia, Inglaterra, Irlanda o Islandia; capítulo que concluyó el presente periodo con la quiebra de la correduría de valores Lehman Brothers a mediados de septiembre del año 2008. Durante el periodo estudiado, los mercados de capitales fueron los principalmente afectados, destacando el mercado accionario internacional que tuvo un efecto doble tanto en la subvaloración de sus activos en divisa como de apreciación del tipo de cambio de \$11.00 el 27 de

julio de 2007 hasta \$9.90 el primero de agosto de 2008. Los mercados de deuda soberana, tanto nacional como extranjera, fueron momentáneamente favorecidos, en específico los bonos del tesoro de los Estados Unidos y los de las principales economías del mundo, situación que se explica con la búsqueda de un refugio seguro por parte de los inversionistas.

Dada la alta concentración de recursos en el mercado de bonos gubernamentales por parte del portafolio simulado que utilizó la matriz de parámetros constantes, se aprecia en la tabla 5.17 que este fue el único caso que presentó rendimientos positivos. A la luz de estos eventos, la administración pasiva de portafolios modelada con el benchmark resultó ser la más castigada, lo que invita a sugerir preliminarmente la preferencia de la administración activa de portafolios ya que las afectaciones en el nivel de rendimiento fueron inferiores en estos tres casos (administración activa) ante eventos inesperados y negativos.

Las razones de ello, en especial en los portafolios que emplearon matrices de covarianzas O-GARCH, estriba en que, dada la lógica del modelo MTSL de invertir entre un activo riesgoso W y el libre de riesgo rf , los niveles de inversión al 100% en rf comenzaron a observarse a partir del día 13 de junio de 2008, circunstancia que permitió que las fluctuaciones de los seis mercados objeto de inversión fuesen ajenas a las de los portafolios simulados.

Tabla 5.16 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 27 de julio de 2007 al 13 de septiembre de 2008.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	163.21809	176.5114434	176.5114434	8.14%	163.1815801	-0.02%	8.14%	6.72%
VLMR_MEX_UMS	146.70429	152.8087516	156.5931309	6.74%	143.4911801	-2.19%	4.16%	3.43%
EFFAUSB100	126.4331	142.1552153	143.2569643	13.31%	126.4331022	0.00%	12.44%	10.26%
S&P-CITB100	172.52876	193.838955	207.1553909	20.07%	172.528758	0.00%	12.35%	10.20%
IPCB100	500.96071	401.6422693	509.6052119	1.73%	401.558155	-19.84%	-19.83%	-16.36%
MSCIWORLDGB100	184.87316	145.2666477	189.4977767	2.50%	145.2666477	-21.42%	-21.42%	-17.68%
Benchmark	215.78635	202.0372137	223.5205131	3.58%	201.6731457	-6.54%	-6.37%	-5.26%

Fuente: Elaboración propia con información de Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Tabla 5.17 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 27 de julio de 2007 al 13 de septiembre de 2008.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	178.50173	184.6609301	185.5526369	3.95%	177.4687638	-0.58%	3.45%	2.85%
O-GARCH gaussiano	256.2276	246.3891629	260.5516421	1.69%	240.4844658	-6.14%	-3.84%	-3.17%
O-GARCH t-Student	257.68714	247.6505952	262.1497663	1.73%	241.7161947	-6.20%	-3.89%	-3.21%
Benchmark	215.78635	202.0372137	223.5205131	3.58%	201.6731457	-6.54%	-6.37%	-5.26%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.9 Periodo cercano a la quiebra de la correduría de valores Lehman Brothers

En este periodo, posterior al 13 de septiembre de 2008 (fecha de quiebra de Lehman Brothers), se presentaron una serie de eventos que generaron incertidumbre en los mercados financieros, siendo especialmente observable el 11 de octubre de 2008 en donde se tuvieron bajas de valuación considerables en los mercados dadas algunas acciones realizadas, tales como la implementación de programas de adquisición de activos financieros problemáticos así como bajas drásticas en las tasas de interés por parte de los principales bancos centrales en el mundo. Estas medidas generaron cierta desconfianza en los mercados financieros ante la expectativa de una eventual recesión en Estados Unidos y el resto del mundo, lo que observó el presente periodo como de baja generalizada en los mercados de capitales, situación que fue totalmente contraria en los mercados de deuda en donde, en virtud de la reducción en el nivel de tasas, se tuvieron notables apreciaciones en este tipo de activos que, aunado al incremento del tipo de cambio hasta niveles de \$15.23, permitió tener rendimientos positivos en activos de este tipo denominados en divisas.

Observando la gráfica 5.6, se puede apreciar que, en el momento de mayor impacto negativo (10 de octubre), los tres portafolios simulados tenían invertido su patrimonio total en chequera que generaba intereses de CETES (activo libre de riesgo rf). Posterior a ello, la inversión en el mercado de bonos gubernamentales mexicanos y extranjeros fue paulatinamente incrementándose. Esta situación ayudó a la generación de valor dada la apreciación de estos instrumentos. Una circunstancia que es de interés recordar de la gráfica 5.6 es que el portafolio que utilizó la matriz de covarianzas O-GARCH t-Student distribuida incrementó su posición en chequera en la primera semana de enero de 2009, situación que permitió solventar las bajas

marginales observadas, generando un diferencial de desempeño entre este portafolio y el gaussiano.

Dadas las circunstancias de nivel de inversión en chequera y del tipo de activos que fueron objeto de inversión, es que los dos portafolios que emplearon los modelos O-GARCH para determinar matrices de covarianzas tuvieron diferenciales positivos notables contra el benchmark o administración pasiva (que tuvo rendimientos negativos), así como contra el portafolio que utilizó una matriz de covarianzas de parámetros constantes y los objetivos actuariales.

Para concretar todo lo expuesto en este periodo que fue, quizá, junto con los tres periodos de bonanza de los años 2003 a 2007, el que mayores fundamentos da respecto a las diferencias observadas, se presentan las tablas 5.18 y 5.19 en donde se aprecian el comportamiento de los mercados y los portafolios simulados.

Tabla 5.18 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 13 de septiembre de 2008 al 9 de abril de 2009.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	176.51144	187.0612999	187.0612999	5.98%	168.1330223	-4.75%	5.98%	11.10%
VLMR_MEX_UMS	152.80875	198.4327834	213.2110631	39.53%	152.8087516	0.00%	29.86%	55.45%
EFFAUSB100	142.15522	150.6260207	154.0797851	8.39%	142.1552153	0.00%	5.96%	11.07%
S&P-CITB100	193.83895	192.961591	203.2462468	4.85%	179.8693702	-7.21%	-0.45%	-0.84%
IPCB100	401.64227	328.5131695	401.6422693	0.00%	266.4484298	-33.66%	-18.21%	-33.81%
MSCIWORLDGB100	145.26665	100.8515664	145.2666477	0.00%	82.02428915	-43.54%	-30.57%	-56.78%
Benchmark	202.03721	193.0744051	202.6092412	0.28%	170.4593096	-15.63%	-4.44%	-8.24%

Fuente: Elaboración propia con información de Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd-p>

Tabla 5.19 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 13 de septiembre de 2008 al 9 de abril de 2009.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	184.66093	206.6307482	208.8655445	13.11%	184.4764572	-0.10%	11.90%	22.10%
O-GARCH gaussiano	246.38916	265.4317473	268.3024646	8.89%	241.3674816	-2.04%	7.73%	14.35%
O-GARCH t-Student	247.6506	265.5989355	268.4812956	8.41%	242.6755175	-2.01%	7.25%	13.46%
Benchmark	202.03721	193.0744051	202.6092412	0.28%	170.4593096	-15.63%	-4.44%	-8.24%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

5.5.10 Periodo final del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010

Dados los acontecimientos descritos, de manera genérica, en el periodo anterior y a que se implementaron una serie de programas de estímulo fiscal y monetario por parte de los principales gobiernos y bancos centrales en el mundo, mismos que permitieron tener periodos de bonanza temporal en los mercados financieros dada la estabilidad que se buscaba en los mismos, se observaron periodos de alza generalizada en los diferentes mercados. Sin embargo, este comportamiento se vio temporalmente detenido por el inicio de la crisis de deuda soberana griega, misma que tuvo un contagio a cuatro de las economías de la Unión Monetaria Europea y en la valoración de los bancos comerciales de las mismas. Con este fenómeno y ante una expectativa de doble recesión en Estados Unidos, dado el alto nivel de desempleo en dicho país, los bancos centrales siguieron implementando programas de estímulo monetario que permitieron alzas observables tanto en los mercados como en los portafolios simulados.

Observando la gráfica 5.6 para este último periodo de tiempo, se ve, de nueva cuenta, la alta concentración que tuvo el portafolio de matriz de covarianzas de parámetros constantes en el mercado de deuda gubernamental. Esto a diferencia de los otros dos casos simulados que tuvieron niveles de inversión progresivamente mayores en otro tipo de activos financieros como son los mercados de capitales nacional y extranjero, situación que justifica la separación adicional respecto al benchmark o administración pasiva así como respecto a los objetivos actuariales.

El resumen del comportamiento de los mercados objeto de inversión y los portafolios simulados se presenta en las tablas 5.20 y 5.21 respectivamente.

Tabla 5.20 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los seis mercados objeto de inversión y el benchmark para el periodo del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	187.0613	212.6720144	215.8025557	15.36%	187.0612999	0.00%	13.69%	7.82%
VLMR_MEX_UMS	198.43278	222.096003	239.3315901	20.61%	192.2376853	-3.12%	11.93%	6.81%
EFFAUSB100	150.62602	156.7649286	162.5068046	7.89%	146.5704954	-2.69%	4.08%	2.33%
S&P-CITB100	192.96159	219.1752778	231.7215832	20.09%	190.2417625	-1.41%	13.58%	7.76%
IPCB100	328.51317	604.976578	604.976578	84.16%	322.18658	-1.93%	84.16%	48.09%
MSCIWORLDGB100	100.85157	158.1491952	158.1491952	56.81%	100.8515664	0.00%	56.81%	32.47%
Benchmark	193.07441	262.3056662	262.3056662	35.86%	191.3131557	-0.91%	35.86%	20.49%

2010). Valor de Mercado . Recuperado el 16 de 03 de 2011, de Metodología Benchmarks: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010). MSCI a clear view of risk and return. Recuperado el 16 de 02 de 2011, de Index Definitions: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2010) y Standard & Poors Financial Services LLC. (31 de 12 de 2008). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de S&P/Citigroup International Treasury Bond Indices: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd-p> Fuente: Elaboración propia con información de Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de:

Tabla 5.21 Comparativo de rendimientos acumulados efectivos y anualizados en los portafolios simulados para el periodo del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010.

Mercado	Valor inicial	Valor final	Valor máximo	Variación inicial-máximo	Valor mínimo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)
Parámetros Constantes	206.63075	231.133953	234.2194121	13.35%	204.6929145	-0.94%	11.86%	6.70%
O-GARCH gaussiano	265.43175	310.1398714	310.1398714	16.84%	262.5360978	-1.09%	16.84%	9.52%
O-GARCH t-Student	265.59894	312.2182169	312.2182169	17.55%	262.6827213	-1.10%	17.55%	9.92%
Benchmark	193.07441	262.3056662	262.3056662	35.86%	191.3131557	-0.91%	35.86%	20.27%

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

El presente análisis de desempeño, a la luz de los eventos económicos, financieros y políticos observados durante el periodo de simulación, es una revisión netamente descriptiva que se presenta con la finalidad de dar mayor luz respecto a las causas que fundamentan los resultados observados durante las simulaciones. A su vez, se realiza con el objetivo de dar mayor soporte práctico a la postura de preferencia por el empleo de un proceso de administración activa de portafolios empleando los modelos GARCH ortogonales, así como de la pertinencia de utilizar el mismo para lograr los objetivos actuariales planteados para la DPCEM. El resumen de los niveles de inversión observados por mercado y en chequera (activo libre de riesgo) así como los rendimientos logrados en los portafolios simulados se presenta en las tablas 5.22 y 5.23.

Una vez hecho este análisis final, es de necesidad hacer un corolario de los resultados logrados en el presente capítulo con la finalidad de fundamentar las conclusiones a las que se llega, así como dar pie tanto a las limitantes observadas en el presente trabajo de investigación como a las aportaciones realizadas, las cuales conducirán a las recomendaciones para futuras investigaciones.

5.6 Corolario de resultados observados

1. Se observa que tanto en los tres portafolios simulados que realizan un proceso de administración activa de portafolios, así como con el caso de administración pasiva modelado con el benchmark propuesto en la figura 5.6 se logran rendimientos superiores a dos casos teóricos que logran los objetivos actuariales de la DPCEM de 3.5% y 4.5% real.
2. Dado el comportamiento histórico observado en la gráfica 5.16, el universo de mercados (activos) objeto de inversión seleccionado, así como la ventana temporal utilizada en las simulaciones, se aprecia como preferible la administración de portafolios activa respecto a la pasiva. Esto se corrobora observando el desempeño del benchmark respecto a los portafolios que emplearon matrices de covarianzas derivadas con modelos GARCH ortogonales. En específico en los periodos de inicio de la crisis de hipotecas sub-primer como el relativo a la quiebra de la firma financiera Lehman Brothers.
3. El resultado anterior no aplica para la administración activa realizada en un escenario de covarianzas de parámetros constantes, ya que esta tiene un desempeño inferior a los escenarios con modelos O-GARCH así como al caso administrado pasivamente.
4. Cuando se emplean las medidas de desempeño deflactadas al riesgo como son el índice de Sharpe, el de Treynor o el Alpha de Jensen, se aprecia que no hay diferencia estadísticamente significativa para fijar la preferencia del empleo de algún tipo de matriz de covarianzas específica. Sin embargo, cuando se utilizan los valores acumulados de dichas medidas, se confirma la preferencia del empleo de matrices de covarianzas derivadas con modelos O-GARCH respecto al caso de parámetros constantes.
5. A pesar del resultado anterior, no existe diferencia estadística significativa en los resultados de rendimiento generado y de desempeño deflactado a riesgo para preferir alguno de los dos modelos O-GARCH, ya que estas medidas observadas en las simulaciones presentan magnitudes muy similares, lo que lleva a observar que no existe un criterio cuantitativo concluyente para preferir la función de verosimilitud ya sea gaussiana o t-Student.

Tabla 5.22 Resumen de los niveles de inversión y rendimientos observados por mercado y portafolio simulado para los periodos previamente delimitados (1).

Periodo del 2 de enero de 2002 al 26 de abril de 2002									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial máximo	Variación inicial mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMMR_MEX_GUBERNAMENTAL	4.23%	0.00%	4.23%	10.00%	67.06%	94.24%	58.95%	58.77%	
VLMMR_MEX_UMS	8.09%	0.00%	8.09%	19.13%	2.37%	0.00%	7.86%	8.05%	
EFFAUS-B100-20001229	2.16%	-0.36%	2.16%	5.11%	2.37%	5.76%	2.30%	2.42%	
S&P-CITB100	4.75%	-2.77%	4.75%	11.22%	2.37%	0.00%	0.07%	0.03%	
IPCB100	18.29%	0.00%	15.60%	36.88%	23.47%	0.00%	30.83%	30.73%	
MSCIWORLDGB100	2.00%	-5.54%	-1.50%	-3.55%	2.37%	0.00%	0.00%	0.00%	
Benchmark	5.82%	0.00%	5.56%	13.13%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	3.96%	-0.10%	3.96%	9.37%	0.00%	0.75%	0.75%	0.30%	
O-GARCH gaussiano	8.91%	-1.05%	8.40%	19.86%					
O-GARCH t-Student	8.82%	-1.06%	8.31%	19.65%					
Periodo del 26 de abril de 2002 al 1 de agosto de 2003									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial máximo	Variación inicial mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMMR_MEX_GUBERNAMENTAL	11.82%	0.00%	11.82%	9.92%	67.06%	85.27%	55.14%	55.04%	
VLMMR_MEX_UMS	28.69%	0.00%	23.53%	19.73%	2.37%	5.60%	4.47%	4.47%	
EFFAUS-B100-20001229	15.55%	0.00%	12.12%	10.17%	2.37%	2.82%	6.28%	6.26%	
S&P-CITB100	35.72%	0.00%	30.22%	25.34%	2.37%	6.16%	18.58%	18.55%	
IPCB100	0.00%	-23.37%	-0.22%	-0.19%	23.47%	0.08%	14.86%	14.96%	
MSCIWORLDGB100	0.00%	-25.86%	-6.42%	-5.38%	2.37%	0.06%	0.67%	0.73%	
Benchmark	13.07%	-4.45%	11.88%	9.96%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	12.75%	0.26%	12.67%	10.80%	0.00%	0.55%	0.55%	0.31%	
O-GARCH gaussiano	12.27%	-1.87%	12.27%	10.46%					
O-GARCH t-Student	12.50%	-1.85%	12.50%	10.66%					
Periodo del 1 de agosto de 2003 al 1 de abril de 2005									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial máximo	Variación inicial mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMMR_MEX_GUBERNAMENTAL	11.73%	-0.05%	11.73%	6.93%	67.06%	62.92%	35.00%	35.00%	
VLMMR_MEX_UMS	7.75%	-1.65%	3.22%	1.90%	2.37%	0.08%	0.28%	0.24%	
EFFAUS-B100-20001229	3.04%	-0.69%	1.96%	1.16%	2.37%	2.39%	0.08%	0.10%	
S&P-CITB100	24.47%	-4.77%	20.01%	11.82%	2.37%	8.62%	12.38%	12.37%	
IPCB100	88.71%	-0.45%	74.87%	44.24%	23.47%	20.99%	35.00%	35.00%	
MSCIWORLDGB100	37.66%	-1.74%	32.53%	19.22%	2.37%	5.01%	17.27%	17.30%	
Benchmark	26.92%	-1.22%	23.12%	13.66%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	23.10%	-0.21%	20.52%	12.13%	0.00%	0.74%	0.74%	0.40%	
O-GARCH gaussiano	39.88%	-0.63%	36.60%	21.63%					
O-GARCH t-Student	39.95%	-0.63%	36.67%	21.67%					
Periodo del 1 de abril de 2005 al 27 de abril de 2005									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial máximo	Variación inicial mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMMR_MEX_GUBERNAMENTAL	1.90%	0.00%	1.90%	10.96%	67.06%	48.74%	36.25%	36.25%	
VLMMR_MEX_UMS	0.88%	-0.43%	0.88%	5.10%	2.37%	0.00%	0.00%	0.00%	
EFFAUS-B100-20001229	1.68%	0.00%	1.64%	9.48%	2.37%	0.00%	0.00%	0.00%	
S&P-CITB100	2.09%	-0.76%	-0.76%	-4.40%	2.37%	13.98%	16.01%	16.03%	
IPCB100	0.24%	-7.08%	0.24%	1.38%	23.47%	34.94%	35.00%	35.00%	
MSCIWORLDGB100	0.80%	-1.91%	-0.13%	-0.77%	2.37%	2.35%	12.74%	12.72%	
Benchmark	0.54%	-1.65%	0.54%	3.09%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	0.00%	-3.46%	-0.94%	-5.45%	0.00%	23.97%	24.00%	13.04%	
O-GARCH gaussiano	0.00%	-3.97%	-2.51%	-14.50%					
O-GARCH t-Student	0.00%	-3.97%	-2.51%	-14.51%					
Periodo del 27 de mayo de 2005 al 26 de mayo de 2006									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial máximo	Variación inicial mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMMR_MEX_GUBERNAMENTAL	10.67%	10.67%	10.67%	10.47%	67.06%	86.39%	41.08%	40.49%	
VLMMR_MEX_UMS	2.91%	2.91%	2.91%	2.85%	2.37%	0.00%	1.47%	1.53%	
EFFAUS-B100-20001229	1.41%	1.41%	0.87%	0.85%	2.37%	0.15%	1.44%	1.43%	
S&P-CITB100	2.06%	2.06%	-0.01%	-0.01%	2.37%	0.00%	2.32%	2.34%	
IPCB100	64.84%	64.84%	56.65%	55.58%	23.47%	12.95%	35.00%	35.00%	
MSCIWORLDGB100	25.55%	25.55%	18.81%	18.45%	2.37%	0.51%	18.69%	19.21%	
Benchmark	20.39%	20.39%	17.87%	17.53%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	16.67%	0.00%	16.24%	15.93%	0.00%	0.83%	0.84%	0.42%	
O-GARCH gaussiano	28.09%	0.00%	25.24%	24.76%					
O-GARCH t-Student	28.46%	0.00%	25.55%	25.07%					

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas

Tabla 5.23 Resumen de los niveles de inversión y rendimientos observados por mercado y portafolio simulado para los periodos previamente delimitados (2).

Periodo del 26 de mayo de 2006 al 1 de septiembre de 2006.									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial-máximo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	2.70%	-0.35%	2.70%	9.35%	67.06%	90.13%	35.00%	35.00%	
VLMR_MEX_UMS	2.62%	-0.88%	2.62%	9.09%	2.37%	0.00%	0.68%	0.91%	
EFFAUS-B100-20001229	1.96%	-0.23%	1.96%	6.79%	2.37%	4.48%	7.41%	6.91%	
S&P-CITB100	1.70%	-2.23%	0.94%	3.25%	2.37%	0.00%	1.92%	2.20%	
IPCB100	4.28%	-12.06%	4.03%	13.96%	23.47%	1.16%	35.00%	35.00%	
MSCIWORLDGB100	3.08%	-3.23%	2.36%	8.19%	2.37%	4.22%	19.98%	19.98%	
Benchmark	2.69%	-3.87%	2.69%	9.31%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	1.64%	-0.83%	1.64%	5.69%	0.00%	1.02%	1.02%	0.29%	
O-GARCH gaussiano	2.36%	-4.42%	2.36%	8.18%					
O-GARCH t-Student	2.31%	-4.47%	2.31%	8.00%					
Periodo 1 de septiembre de 2006 al 27 de julio de 2007.									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial-máximo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	8.22%	0.00%	8.22%	8.91%	67.06%	78.98%	35.04%	35.00%	
VLMR_MEX_UMS	5.18%	-1.23%	-0.09%	-0.09%	2.37%	1.94%	0.51%	0.53%	
EFFAUS-B100-20001229	3.56%	0.00%	3.56%	3.85%	2.37%	10.22%	6.59%	7.00%	
S&P-CITB100	5.27%	-1.86%	5.23%	5.66%	2.37%	0.00%	3.45%	3.05%	
IPCB100	54.38%	-0.95%	52.05%	56.39%	23.47%	6.16%	35.00%	35.00%	
MSCIWORLDGB100	25.54%	0.00%	24.60%	26.65%	2.37%	2.70%	19.41%	19.42%	
Benchmark	22.45%	-0.13%	21.97%	23.80%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	8.04%	0.00%	8.04%	8.71%	0.00%	0.79%	0.79%	0.27%	
O-GARCH gaussiano	23.86%	0.00%	23.32%	25.26%					
O-GARCH t-Student	24.11%	0.00%	23.56%	25.53%					
Periodo del 27 de julio de 2007 al 13 de septiembre de 2008									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial-máximo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	8.14%	-0.02%	8.14%	6.72%	67.06%	73.02%	55.11%	55.04%	
VLMR_MEX_UMS	6.74%	-2.19%	4.16%	3.43%	2.37%	0.00%	0.01%	0.02%	
EFFAUS-B100-20001229	13.31%	0.00%	12.44%	10.26%	2.37%	5.43%	5.40%	5.31%	
S&P-CITB100	20.07%	0.00%	12.35%	10.20%	2.37%	14.13%	13.94%	13.96%	
IPCB100	1.73%	-19.84%	-19.83%	-16.36%	23.47%	7.14%	19.86%	19.94%	
MSCIWORLDGB100	2.50%	-21.42%	-21.42%	-17.68%	2.37%	0.28%	5.68%	5.73%	
Benchmark	3.58%	-6.54%	-6.37%	-5.26%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	3.95%	-0.58%	3.45%	2.85%	0.00%	29.73%	29.48%	23.91%	
O-GARCH gaussiano	1.69%	-6.14%	-3.84%	-3.17%					
O-GARCH t-Student	1.73%	-6.20%	-3.89%	-3.21%					
Periodo del 13 de septiembre de 2008 al 9 de abril de 2009.									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial-máximo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	5.98%	-4.75%	5.98%	11.10%	67.06%	71.51%	71.32%	71.33%	
VLMR_MEX_UMS	39.53%	0.00%	29.86%	55.45%	2.37%	2.04%	1.34%	1.59%	
EFFAUS-B100-20001229	8.39%	0.00%	5.96%	11.07%	2.37%	19.33%	19.33%	19.33%	
S&P-CITB100	4.85%	-7.21%	-0.45%	-0.84%	2.37%	7.12%	7.99%	7.74%	
IPCB100	0.00%	-33.66%	-18.21%	-33.81%	23.47%	0.00%	0.01%	0.01%	
MSCIWORLDGB100	0.00%	-43.54%	-30.57%	-56.78%	2.37%	0.00%	0.00%	0.00%	
Benchmark	0.28%	-15.63%	-4.44%	-8.24%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	3.95%	-0.58%	3.45%	2.85%	0.00%	10.38%	11.72%	7.28%	
O-GARCH gaussiano	1.69%	-6.14%	-3.84%	-3.17%					
O-GARCH t-Student	1.73%	-6.20%	-3.89%	-3.21%					
Periodo del 9 de abril de 2009 al 30 de diciembre de 2010									
Variaciones porcentuales					Niveles de inversión promedio por mercado observado en cada portafolio				
Mercado	Variación inicial-máximo	Variación inicial-mínimo	Rendimiento acumulado en periodo	Rendimiento anualizado (acumulado)	Benchmark	Parámetros constantes	O-GARCH gaussiano	O-GARCH t-Student	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	15.36%	0.00%	13.69%	7.82%	67.06%	76.05%	40.38%	40.33%	
VLMR_MEX_UMS	20.61%	-3.12%	11.93%	6.81%	2.37%	6.62%	11.26%	11.30%	
EFFAUS-B100-20001229	7.89%	-2.69%	4.08%	2.33%	2.37%	5.08%	6.12%	6.18%	
S&P-CITB100	20.09%	-1.41%	13.58%	7.76%	2.37%	5.14%	3.82%	3.67%	
IPCB100	84.16%	-1.93%	84.16%	48.09%	23.47%	6.26%	29.84%	29.86%	
MSCIWORLDGB100	56.81%	0.00%	56.81%	32.47%	2.37%	0.85%	8.59%	8.66%	
Benchmark	35.86%	-0.91%	35.86%	20.49%	<i>Nivel de inversión en chequera (activo libre de riesgo)</i>				
Parámetros constantes	13.35%	-0.94%	11.86%	6.70%	0.00%	0.58%	0.58%	0.30%	
O-GARCH gaussiano	16.84%	-1.09%	16.84%	9.52%					
O-GARCH t-Student	17.55%	-1.10%	17.55%	9.92%					

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas

6. Por tanto, se sugiere el empleo de una administración activa de portafolios utilizando matrices de covarianzas GARCH ortogonales con función de verosimilitud t-Student en virtud no de los datos muestrales utilizados sino en función de las propiedades de teóricas y de ajuste que tiene la misma a los datos de esta naturaleza. A su vez se sugiere en virtud de la propiedad de flexibilidad para modelar colas largas propias de las funciones de densidad de probabilidad de los activos financieros como los utilizados.
7. Dado que se aprecia la utilidad de la aplicación de un proceso de administración de portafolios para lograr los objetivos actuariales de la DPCEM, es de necesidad e interés hacer la propuesta genérica (dado que una implementación a detalle sale de los alcances temáticos establecidos) de una estructura tipo y un proceso de administración de portafolios que pudiese implementar la dirección en su Reserva Técnica, de tal forma que se pueda llevar a cabo la inversión de los recursos monetarios de la Reserva Técnica en los mercados financieros sugeridos. Esta propuesta de estructura y proceso se presenta, por fines de exposición, en el apéndice A.

6 Conclusiones

En el presente capítulo se establecen las conclusiones a las que se llega a la luz de los resultados logrados en las simulaciones realizadas. Dado que el presente trabajo fue presentado de una manera que fuese específica en sus fundamentos y en virtud de lo amplio del tema, es necesario iniciar la presentación de las conclusiones con un corolario de los objetivos logrados e hipótesis comprobadas. Esto para, posteriormente, establecer las conclusiones específicas pertinentes.

Dado que el presente es un trabajo de investigación que contribuye a la generación de conocimiento y al desarrollo tecnológico, es de necesidad, posterior a los comentarios concluyentes, hacer una relación del conjunto de aportaciones que se lograron para, posterior a ello, señalar las limitantes que se tuvieron al realizar la investigación, mismas que permitirán establecer una línea de sugerencias para futuros trabajos relacionados a lo aquí estudiado.

6.1 Corolario de objetivos logrados e hipótesis comprobadas

Para presentar el mismo se procederá a retomar algunos fragmentos del capítulo tres en donde se presentan la secuencia de preguntas objetivos e hipótesis a comprobar que guiaron el trabajo realizado.

6.1.1 Pregunta, objetivo e hipótesis general

Dado que se identificó como problema a resolver que la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán no cuenta, para su reserva técnica, con un proceso de administración de portafolios diversificados en mercados nacionales y extranjeros y desconoce si, al emplear el mismo, puede obtener una tasa real igual o superior a sus objetivos actuariales en esta parte específica de su patrimonio, se planteó la siguiente pregunta general:

¿Se logra una tasa de rendimiento real igual o superior a los objetivos de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM) al emplear un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificados?

Derivado de esta se estableció el objetivo general de la presente investigación, consistente en determinar que, con el empleo de un proceso de administración de portafolios en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán (DPCEM), se logra una tasa real de rendimiento igual o superior a los objetivos actuariales establecidos para la misma.

En virtud de los resultados presentados en el capítulo anterior, se logró establecer que efectivamente se superan los objetivos actuariales de la DPCEM con el proceso de administración de portafolios simulado en los tres escenarios de matrices de covarianzas, lo que le *da validez* a la hipótesis general planteada:

“Se observan en la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán tasas de rendimiento igual o superiores a sus objetivos actuariales si se emplea en la misma un proceso de administración de portafolios internacionalmente diversificado. Esto en virtud de que el valor base cien de la misma es igual o superior al de un activo teórico que logra los objetivos mencionados.”

Esto se articuló estableciendo como válidas las siguientes expresiones:

$$VP100_{i,t} > VP100_{4.5\% \text{ real},t} > VP100_{3.5\% \text{ real},t} \Leftrightarrow C_{\text{parámetros constantes}}$$

$$VP100_{i,t} > VP100_{4.5\% \text{ real},t} > VP100_{3.5\% \text{ real},t} \Leftrightarrow C_{GARCH|v_t \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)}$$

$$VP100_{i,t} > VP100_{4.5\% \text{ real},t} > VP100_{3.5\% \text{ real},t} \Leftrightarrow C_{GARCH|v_t \sim t - Student(\mu, \sigma^2, gl)}$$

(Fórmula 6.1)

6.1.2 Preguntas, objetivos e hipótesis particulares

Partiendo de la fórmula 6.1 se aprecia la validez de la hipótesis general establecida. Sin embargo, se observa que es de necesidad delimitar cómo operará esta en el objeto de estudio. En específico, debió determinarse qué tipo de matriz de covarianzas, de los tres métodos propuestos, se utilizará para derivar el modelo MTSL en el contexto del proceso de administración activa de portafolios.

Es entonces que se establecieron tres objetivos e hipótesis particulares, de los cuales solo debe lograrse uno.

En primera instancia, se tuvo como primer objetivo el determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras al emplear la matriz de covarianzas C con parámetros constantes.

Para definir esto se observó que, dado el desempeño del portafolio simulado en este escenario, no se observaron rendimientos y desempeños deflactados a riesgo agregados que fuesen superiores tanto a la administración pasiva modelada con el benchmark como a los casos en que se emplearon matrices de covarianzas O-GARCH. Por tanto, se observa que este objetivo *no* se logró y por ende se rechaza la siguiente hipótesis:

“Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas C derivada con parámetros constantes.”

Al revisar los resultados en los escenarios con matrices de covarianzas derivadas con los dos modelos O-GARCH utilizados, se apreció que no existe un criterio cuantitativo que llevase a definir la preferencia por algún caso específico. Sin embargo, partiendo de criterios teóricos, se determinó como apropiada la distribución de probabilidad t-Student dada tanto su naturaleza para emplearse en muestras (como las series de tiempo utilizadas para realizar en modelo MTSL) como su mayor aptitud

de modelar colas más largas de lo que permitiría una función de probabilidad estrictamente gaussiana. Es entonces que no se logra el objetivo particular de demostrar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de portafolios al emplear una matriz de covarianzas C derivada con modelos O-GARCH gaussianamente distribuidos.

Esto llevó a rechazar la siguiente hipótesis particular:

“Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas C derivada con un modelo O-GARCH gaussianamente distribuido.”

Por tanto el objetivo particular que se logra es el relativo a determinar que el proceso de administración de portafolios propuesto lleva a la máxima eficiencia financiera asequible en una administración activa de carteras si emplea una matriz de covarianzas C derivada con modelos O-GARCH t-Student distribuidos, dando validez a la siguiente hipótesis particular:

“Se logra la máxima eficiencia financiera en el proceso de administración de portafolios propuesto si se emplea en el mismo la matriz de covarianzas C derivada con un modelo O-GARCH t-Student distribuido.”

6.2 Consideraciones a los objetivos e hipótesis a partir de los resultados de la investigación

En virtud de los mercados financieros empleados como vehículos de inversión así como de la ventana temporal seleccionada, se aprecia que la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán puede lograr e incluso superar los objetivos actuariales de 3.5% y 4.5% que se plantearon para la misma en el estudio actuarial del año 2010. Esto de tal forma que la suficiencia financiera de su patrimonio se incremente a periodos superiores al año 2032.

Es de interés resaltar que este objetivo se lograría también con una administración de tipo pasivo, tal como se apreció en el comportamiento del benchmark a lo largo de las simulaciones realizadas. Sin embargo, la administración activa se observó como superior al utilizar matrices de covarianzas que incorporan el efecto de conglomerado de correlaciones y volatilidades propio de los activos financieros.

Dado que los parámetros de riesgo y rendimiento no son constantes y dada la naturaleza muestral de los datos utilizados como insumos, por un lado, así como en virtud de los eventos económicos, financieros y políticos que repercuten en la formación de precios y generación de rendimientos por otro, se observa como preferible el empleo de matrices de covarianzas GARCH en la administración de portafolios. Esta situación es consistente con estudios previos como los realizados por Kalotychou, Staikouras y Zhao (2009) quienes demuestran la pertinencia de los mismos en otro tipo de portafolios internacionalmente diversificados y quienes emplean otro tipo de derivaciones computacionalmente más complejas como es el modelo M-GARCH de Engle y Kroner.

En el presente se observó la utilidad del empleo del modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner para determinar la asignación de activos táctica, de tal forma que se puedan aprovechar los cambios de expectativas de riesgo y rendimiento observadas en el largo plazo haciendo reajustes en los niveles de inversión por mercado e incluso en activo libre de riesgo. Tanto las matrices de covarianzas de parámetros constantes como las O-GARCH fueron útiles en el modelo MTSL. Sin embargo, el segundo tipo de modelos fue más sensible a los cambios de los niveles de riesgo en el corto plazo, de tal forma que la conformación histórica del portafolio simulado fue diferente, situación que llevó a desempeños superiores (rendimiento y desempeño deflactado a riesgo en niveles acumulados) en estos dos escenarios. Esta situación se confirma notoriamente en el periodo del inicio de la crisis de hipotecas sub-prime y en las fechas cercanas a la quiebra de la firma Lehman Brothers. En el mismo, la administración pasiva fue notoriamente afectada en comparación a los tres portafolios simulados, situación que lleva a refutar, de manera parcial y a reserva de pruebas más exhaustivas, la preferencia de la administración pasiva de portafolios.

Dados los resultados de la administración activa y al inferior desempeño del escenario que emplea matrices de covarianzas de parámetros constantes, se buscó determinar con criterios cuantitativos cuál sería, de los sugeridos, el tipo de modelo O-GARCH más apropiado para utilizarse en el contexto del modelo MTSL. Dado que no se lograron los mismos, se dio preferencia al empleo del caso con función de verosimilitud t-Student a través de criterios teóricos. Es entonces que la hipótesis general demostrada puede ahora complementarse con la siguiente afirmación concluyente que deberá estar sujeta a estudios posteriores que están próximos a sugerirse:

“Con el proceso de administración de portafolios propuesto a la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán se logra, en su reserva técnica, una tasa de rendimiento real igual o superior a sus objetivos actuariales si se emplea en el mismo el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner y una matriz de covarianzas O-GARCH t-Student distribuida en la selección óptima de portafolios”

6.3 Aportaciones realizadas en el presente trabajo

En el presente trabajo se identificaron una serie aportaciones a la generación de conocimiento y desarrollos tecnológicos que es necesario mencionar ya que estos permiten dar fundamento y operación al mismo así como a futuros desarrollos. Las mismas se catalogarán en aportaciones teóricas y en aportaciones prácticas.

6.3.1 Aportaciones teóricas

Estas se exponen en virtud de la línea de conocimiento en la que inciden.

6.3.1.1 Aportaciones a la rama de conocimiento de los negocios internacionales

La principal aportación que se hace a los negocios internacionales es la aplicación de una actividad de inversión extranjera en cartera a través de la administración de un portafolio diversificado internacionalmente en activos financieros

de capitales y deuda. Esto a través de la actividad financiera que haga la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán con la inversión del patrimonio que conforma su reserva técnica tanto en mercados financieros nacionales como extranjeros. En base al trabajo realizado, se aprecia pertinente realizar este tipo de negocio internacional en el objeto de estudio para cubrir e incluso superar sus objetivos actuariales, mismos que le permitan cumplir con el plan de pensiones planteado a la dirección.

6.3.1.2 Aportaciones a la economía financiera, la teoría moderna de portafolios y la práctica de administración de inversiones (portafolios)

Dado que el programa de investigación en el que se sustenta el presente trabajo es la teoría moderna de portafolios, contextualizada a su vez en la economía financiera, se tienen una serie de aportaciones teóricas de interés, en específico algunas explicaciones, demostraciones y explicaciones.

En un primer término se tiene la aportación de fundamentar, a través de la demostración matemática establecida en la proposición uno y de la estadística presentada en el apéndice B, el por qué se emplean series de tiempo de rendimientos para el análisis de portafolios y no series de tiempo de precios. La relevancia de esta explicación obedece a que Markowitz (1952 y 1956) no proporciona un fundamento de por qué utilizar este tipo de datos en lugar de los precios que es lo que realmente se tiene como información de primera mano entre los inversionistas. Para ello se dieron las explicaciones económicas, matemáticas y estadísticas mencionadas, mismas que, como trabajo complementario futuro pueden fortalecerse.

Otra aportación relacionada a la anterior, es la demostración y justificación del empleo de una media aritmética de los rendimientos en lugar de su valor esperado definido a través de una esperanza matemática. La misma se demuestra en la proposición dos y en el apéndice B al observar que dicho parámetro estadístico es el valor de tendencia central de una serie de tiempo estacionaria. Esta explicación también se origina en virtud de que ni Markowitz ni las principales referencias en la teoría moderna de portafolios dan una razón estadística para el empleo de la media

aritmética como aproximación del valor esperado de los activos (o mercados) objeto de estudio en el análisis.

Relacionada a las anteriores, la proposición dos es una explicación propia del presente que busca demostrar que las series de tiempo de los rendimientos o variaciones porcentuales de un activo financiero observadas en t son estacionarias a la luz del supuesto de la presencia de un movimiento geométrico browniano propuesto por Samuelson (1965). Esto último llevó a corroborar que la variación porcentual discreta es aproximada a la continua, lo que da fundamento a que dicha serie, como resultado de la aplicación del operador de primera diferencia en valores logarítmicos del precio de un activo, es estacionaria.

Una propuesta adicional, en términos teóricos y ante la falta de un mayor desarrollo en referencias especializadas, es la contextualización formal y preliminar que se presenta de la teoría moderna de portafolios (TMP) en la teoría económica. Esta se realiza en la figura 2.5, en donde se hace una sugerencia (claro está sujeta a mejoras) de en qué punto se sitúa la TMP en la Economía y, más aún, cómo interactúa esta con las ciencias administrativas. Esta aportación se realiza debido a que la economía financiera y la teoría moderna de portafolios son líneas de conocimiento relativamente emergentes respecto a otros programas como pueden ser, solo por citar un ejemplo, la economía de la empresa por lo que, tanto su existencia como el trabajo a la luz de la historia de la filosofía de la ciencia, es algo que está en debate por parte de la comunidad científica. Dado el paso inicial que se busca dar con esta aportación, se observa como de necesidad futura realizar revisiones más profundas a la luz de otros sub programas emergentes dentro de la economía financiera como son la economía financiera conductista que se distingue de la economía financiera clásica (utilizada en el presente trabajo) por el empleo de elementos de la teoría prospectiva en lugar de la teoría de la utilidad esperada.

Como una última aportación de tipo teórico, es de interés destacar que en la mayoría de los libros especializados en la teoría moderna de portafolios se presenta la selección óptima de activos o portafolios en un plano de dos dimensiones, sin exponer y resaltar gráficamente el rol que juega la curva o, en su defecto, superficie de utilidad,

rendimiento o riesgo. Es por eso que las gráficas tridimensionales 4.4, 4.5, 4.8, 4.9, 4.10, 4.12, 4.14 y la figura 4.2 donde se explican los modelos de selección óptima de portafolios, así como las gráficas 5.8, 5.10, 5.12 y 5.13 donde se presentan los resultados tridimensionales progresivos en el tiempo de la posición geométrica del portafolio simulado en el plano riesgo-rendimiento, se consideran como aportación de tipo “didáctico” y de presentación propia del presente trabajo en contraposición a publicaciones (artículos, ponencias o tratados) que solo emplean gráficas en dos dimensiones. Esto, claro está, es sujeto a realizar revisiones bibliográficas más exhaustivas a la realizada para el presente trabajo.

6.3.1.3 Aportaciones econométricas a la administración de portafolios y de riesgos financieros

La principal aportación, en términos econométricos, que se hace a la práctica de administración de portafolios en el presente es el empleo de los modelos GARCH ortogonales (O-GARCH) para derivar las matrices de covarianzas. Esto de tal forma que las mismas modelen el efecto de conglomerado de volatilidades y de correlaciones de una forma computacionalmente eficiente en relación a otros casos como el modelo M-GARCH de Engle y Kroner o el de correlaciones constantes de Bollerslev. Una aplicación a la selección de portafolios más no a su administración activa se sugiere en Alexander (2008b, pp. 195-197). Sin embargo en esta fuente no se hace mención al uso específico del modelo O-GARCH con las dos funciones de verosimilitud utilizadas aquí. Solo emplea un modelo A-GARCH sin definir cuál fue el método de derivación de C . A pesar de esto, la citada, se toma como una de las referencias fundamentales para realizar la presente propuesta.

En base a la revisión de bibliografía y revistas académicas enfocadas al sistema financiero y la práctica de la administración de portafolios en México, así como en base a la participación que se tuvo en foros y congresos tanto nacionales como internacionales, no se detectó el empleo de los modelos O-GARCH para calcular matrices de covarianzas tanto en publicaciones relativas al país como en la práctica de administración de portafolios en general. Por tanto el uso de matrices O-GARCH con función de verosimilitud tanto guassiana como t-Student aplicada a la práctica de la

administración activa de portafolios es una aportación que se aprecia, en base a lo observado, como novedosa en México.

Algunas aplicaciones de modelos GARCH multivariados como el M-GARCH de Engle y Kroner o el de correlaciones constantes de Bollerslev se han revisado para la administración de portafolios internacionalmente diversificados en acciones de Estados Unidos, el Reino Unido y Japón por parte de Kalotychou, Staikouras y Zhao (2009). Sin embargo, para el caso concreto mexicano partiendo desde la perspectiva de un inversionista nacional, no se ha desarrollado nada al respecto por lo que la aplicación y revisión de la validez externa del empleo de los dos tipos de modelos O-GARCH en el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner así como la administración activa de portafolios con estos insumos resultan ser una aportación adicional del presente trabajo.

Otra aportación a la administración de portafolios es el algoritmo empleado para realizar las simulaciones. Es decir, el algoritmo utilizado para realizar la administración activa de portafolios semana a semana por parte de un inversionista estudiado. El mismo puede emplearse, a reserva de hacer mayores investigaciones de su utilidad, como un conjunto de pasos a seguir de manera normativa. Esto con la finalidad de establecer un marco institucional para la toma de decisiones de inversión que sirva a reducir el impacto de decisiones irracionales o impulsivas. Esta aplicación normativa debe ser sujeta a revisiones futuras antes de formalizarla como tal.

Por último, como se tuvo que demostrar la presencia estructural del efecto ARCH en las series de tiempo de los rendimientos de los mercados objeto de inversión, la revisión realizada en el apéndice C en donde se demuestra la presencia de este efecto y del conglomerado de correlaciones, es un análisis adicional que resulta en dar validez al empleo de los modelos O-GARCH ya no solo en virtud de los resultados de las simulaciones sino de la naturaleza y características estadísticas de este tipo de series de tiempo. Por tanto esa revisión estadística, para el caso de los mercados objeto de inversión sugeridos, resulta ser una aportación adicional.

6.3.1.4 Aportaciones a la asignación de activos dentro de la administración de portafolios.

Dado que en estudios como los realizados en Ibbotson y Kaplan (2000), Ibbotson (2010) y Xiong, Ibbotson, Idzorek y Chen (2010) se resalta la importancia de la asignación de activos, es decir la selección de mercados y activos así como sus límites máximo, mínimo y objetivo de inversión, es de interés resaltar aquí que la práctica habitual para iniciar la misma es fijando límites en dos tipos de grupos: activos de deuda y activos de capitales. Posterior a ello se hacen subdivisiones por tipo de país, tipo de emisor, tipo de actividad económica, etc. En el presente trabajo, y siguiendo la circular 15-19 de la CONSAR, se inicia con una división por denominación monetaria. Es decir, primero se establecen las restricciones en virtud del nivel de exposición a paridades cambiarias y luego se establecen las restricciones de máximo y mínimo por mercado.

Esto tiene una repercusión parcial en el modelo de optimización ya que se trata de restricciones lineales en la resolución del programa cuadrático paramétrico. Sin embargo, esta situación es de importancia a considerar para el desarrollo de la política de inversión y del benchmark que modela la misma por lo que esta forma de asignar activos es una aportación propia sujeta a mayores contrastes futuros para demostrar su valor práctico.

El benchmark o índice y, en concreto, el método de determinación del mismo desarrollado en el apéndice D para determinar las ponderaciones porcentuales por mercado presentadas en la figura 5.6, son otra aportación a resaltar que se logró con la asesoría de la Doctora María Isabel Martínez Torre-Enciso.

6.3.2 Aportaciones prácticas

Las aportaciones prácticas que se realizaron con el presente trabajo se clasifican en las relativas al objeto de estudio y los desarrollos tecnológicos.

6.3.2.1 Aportaciones al objeto de estudio

La principal aportación que se hace al objeto de estudio es demostrar que, si en el mismo se emplea un proceso de administración activa de portafolios, se superan los objetivos actuariales planteados para lograr la suficiencia financiera necesaria para cumplir con el plan de pensiones para el que fue creado.

Dado este resultado, se tiene la aportación adicional relativa a la estructura organizacional tipo y el proceso de administración de portafolios sugerido en el apéndice A. El mismo puede ser tomado en cuenta por parte de la DPCEM como punto de partida para elaborar una implementación más específica y completa, misma que puede aplicar en el objeto de estudio (la reserva técnica).

6.3.2.2 Desarrollos tecnológicos

Como resultado de las necesidades informáticas observadas para desarrollar las simulaciones de administración activa de portafolios, se tuvieron cuatro desarrollos tecnológicos de importancia, de los cuales tres son directos y otro resulta en una futura aplicación de uso general para la comunidad científica. Los tres primeros casos son:

1. La programación y compilación de la base de datos en Microsoft TM ACCESS® que contiene los datos de las series de tiempo de precios de índices, paridades cambiarias, acciones, bonos y mercaderías de los mercados financieros (capitales, divisas y derivados) del continente americano, europeo y africano.
2. La aplicación informática compiladora de datos que interactúa con los servicios de las empresas proveedoras de información financiera y la base de datos previamente mencionada.
3. El conglomerado de aplicaciones informáticas que se utilizaron para realizar las simulaciones de la presente tesis. Esta última, se sigue integrando en un solo ejecutable, trabajo que se vio interrumpido por el registro de derechos de autor y la redacción del presente trabajo.

El cuarto desarrollo informático paralelo a los anteriores es un programa ejecutable (*.exe) en cualquier computadora que permite realizar tanto el modelo estándar de Markowitz (1956) como el Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner utilizando series de tiempo que se den de alta desde un archivo de Excel. Esta aplicación realiza algunos análisis de series de tiempo como presencia de normalidad, determinación de la función de probabilidad, pruebas de raíz unitaria o autocorrelación en las series de tiempo de los activos objeto de inversión. La misma, una vez que concluya su revisión técnica y su registro de propiedad intelectual se publicará para tener acceso gratuito por parte de la comunidad científica.

Dados los comentarios concluyentes presentados al presente trabajo y las aportaciones teóricas y prácticas generadas, es necesario presentar las limitantes observadas al desarrollar el mismo así como las sugerencias de futuros trabajos adicionales a las previamente sugeridas.

6.4 Limitantes observadas al realizar el presente trabajo y recomendaciones de trabajos de investigación posteriores

Los comentarios concluyentes del presente deben de verse como preliminares. Esto se afirma no en virtud de que los métodos utilizados sean inválidos o incorrectos sino, más bien, debido a que se observaron algunas limitantes que, al momento de realizar el mismo, no se pudieron sortear. En la descripción de cada una de ellas, se plantea la potencial solución o guía para realizar investigaciones futuras en cada situación en lo particular.

La primera de ellas es la relativa al universo de activos objeto de inversión. Es decir se pudo utilizar otro tipo de activos como son las mercaderías, los bienes raíces, los proyectos de infraestructura o las empresas de capital privado por mencionar algunos de los activos financieros alternativos más populares. La omisión de la inversión en proyectos de infraestructura, bienes raíces y empresas de capital privado obedece a que son activos de los que no se tiene mucha información histórica para utilizarse como insumo de un análisis de portafolios. La omisión en el caso de las mercaderías, al igual que los tres mercados anteriormente mencionados, obedece más

que nada a las restricciones legales que se plasmaban en la circular 15-19 de la CONSAR relativa a la política de inversión de una SIEFORE tipo cinco. Hasta julio de 2011, no estaba permitido a las SIEFORE's invertir en mercaderías (oro, plata, petróleo, etc.) por lo que la autorización para operar en los mismos fue posterior a la elaboración de las simulaciones del presente. Por tanto, dado este cambio normativo, sería de interés extender el presente trabajo primero en virtud de fechas más actuales (a partir del 30 de diciembre de 2010) para observar el comportamiento de los portafolios simulados ante los eventos económicos, financieros y políticos más recientes, así como considerando en las simulaciones otro tipo de activos como son las mercaderías que son permitidas hasta en un 10% del total de patrimonio de una SIEFORE tipo cinco.

La segunda limitante observada se refiere a realizar la administración activa de portafolios ya no solo a nivel de mercados sino también a nivel de activos individuales. Es decir, con los recursos destinados semanalmente a cada mercado, se realiza otra administración activa para aprovechar las variaciones de riesgo y rendimiento de corto plazo en cada activo financiero en lo específico. Esta situación lleva a observar que no se contaban con los recursos materiales (informáticos) así como con el tiempo y espacio suficiente para realizar y exponer los resultados de un análisis tan extenso. En base a esta limitante observada, es de interés plantear como investigación complementaria a la presente el simular la administración activa de portafolios no solo a nivel inter mercados sino también intra mercados. Esto llevará al estudio y aplicación diferentes modelos de selección óptima y heurísticas adicionales al modelo MTSL de los que debe determinarse el más pertinente para los fines que se busquen.

Dada la misma limitante espacial observada en el párrafo anterior, es de necesidad observar que se utilizó un grado de aversión al riesgo de cuatro dado que este valor era de interés para la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán y debido a que el emplear los otros valores hubiera generado una cantidad de corridas cuyos resultados hubiesen sido complejos de presentar. Esta situación hubiese obligado a invertir más tiempo en simulaciones y corridas del que desafortunadamente ya no se tenía al elaborar el presente. Por tanto, la aplicación de la administración activa de portafolios a nivel de mercados y de activos con diferentes

modelos de selección óptima o heurísticas, así como con diferentes grados de aversión al riesgo se puede dejar para trabajos futuros.

Otra limitante temática y material de suma importancia es observar que no se contó con una adecuada definición del benchmark o índice que modele el comportamiento de la política de inversión utilizada. Esto se hace partiendo del hecho de que no pudo implementarse la recomendación de Roll (1977) y de Black y Litterman (1990) respecto al uso del método de capitalización para desarrollar esta referencia estadística. Esta situación se atribuye al hecho de que la empresa VALMER no publica el valor histórico del nivel de capitalización de los índices que calcula, por lo que debería determinarse el mismo a través de programaciones y bases de datos más complejas, haciendo también complejo el procesamiento para calcularlos. Es entonces que, dada esta limitante, se deja el desarrollo y prueba de un método más apropiado al expuesto en el apéndice D para la derivación del benchmark más pertinente.

Dentro de las limitantes temporales y temáticas adicionalmente observadas en el presente se observó que no se pudo realizar la aplicación de otro tipo de modelos econométricos para derivar tanto el vector de rendimientos esperados por mercado como la matriz de covarianzas:

1. Se buscó implementar el uso de modelos ARMA para hacer pronósticos de variaciones porcentuales futuras en lugar de la media aritmética. Esto se debe a que el proceso de programación y prueba de la rutina informática necesaria tuvo complicaciones que no fueron sorteadas sino hasta fechas recientes de manera parcial. De la mano de esto, se hubiera generado una mayor complejidad en la presentación de los resultados, dado un mayor número de corridas. Por tanto la simulación con modelos ARMA para pronosticar el vector de rendimientos esperados se deja como recomendación para trabajos futuros.
2. Se utilizaron modelos de matrices de covarianzas GARCH con funciones de verosimilitud simétricas y se buscó la forma de implementar el caso multivariado ortogonal del modelo asimétrico GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan y Runkle, 1993). Sin embargo se tuvieron complicaciones informáticas ya que algunas restricciones eran violadas en valores de $1 \cdot 10^{-15}$. Aunque esto podía corregirse

con ajustes discretos dado lo marginal de su valor, a la hora de buscar un pronóstico en $t+1$ seguían generándose errores de cálculo que siguen en proceso de estudio. Dada entonces la restricción temporal, se decidió abandonar temporalmente este tipo de modelo. En base a esto, se deja como potencial trabajo futuro el terminar de programar el cálculo de la matriz de covarianzas con este modelo GARCH como un desarrollo de investigación futura para aplicarse a los resultados hasta ahora logrados.

3. Se buscó implementar el uso de modelos ARMA estacionales y con cambios de régimen. Sin embargo, la revisión teórica de los mismos y su programación no alcanzaron a ser cubiertos en virtud de los tiempos planeados para el presente trabajo. El desarrollo de simuladores que empleen estos dos tipos de modelo de pronóstico así como su aplicación en ejercicios como el aplicado al objeto de estudio se sugiere para trabajos futuros.
4. Dada la limitante anterior se buscó la forma de realizar modelos de selección óptima de portafolios partiendo de la verdadera distribución de probabilidad marginal muestral por mercado que puede no ser elíptica (gaussiana o t-Student). Dado que incluso las funciones de probabilidad marginales por mercado pueden no ser homogéneas, el uso de la matriz de covarianzas resulta inadecuado, por lo que se sugiere extender los trabajos de administración activa de portafolios al empleo de la estadística por cópulas para relacionar variables aleatorias con funciones de probabilidad marginal heterogéneas. Esto lleva a revisiones amplias como la determinación de la cópula más apropiada para el fin buscado.

7 Referencias bibliográficas

- Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis, Quantitative Methods in Finance (Vol. I)*. Chichester, UK: John Wiley y Sons Ltd.
- Alexander, C. (2008b). *Market Risk Analysis, Practical Financial Econometrics (Vol. II)*. Chichester, UK: John Wiley and Sons Inc.
- Alexander, C. (2001). Orthogonal GARCH. En C. Alexander (Ed.), *Mastering Risk* (Vol. 2, pp. 21-38). Harlow, England: Financial Times Prentice Hall.
- Alexander, C. y Chibumba, A. (1996). *Multivariate orthogonal factor GARCH*. University of Sussex, Working paper, Mathematics department.
- Amenc, N. y Le Sourd, V. (2003). *Portfolio theory and performance analysis*. Hoboken, USA: John Wiley y Sons Ltd.
- Arvizu, S. (2006). Inversiones. En I.M.E.F., *Sistemas de pensiones en México: Perspectivas financieras y posibles soluciones* (pp. 235-238). México, México: Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.
- Bachelier, L. (1900). *Theorié de la spéculation*. Annales scientifiques de l'E.N.S. 3^e série (17), 21-86.
- Banco de México. (2007). *Encuestas del BIS sobre volúmenes operados en el mercado cambiario y de derivados*. Recuperado el 13 de septiembre de 2008, de la WWW: <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/estadisticas/mercado-cambiario/volumenes-operados-en-el-mercado-cambiario/encuestas-del-bis/encuestas-del-bis-volumenes-o.html>
- Banco de México. (2010a). *Índice Nacional de Precios al Consumidor y sus Componentes*. Recuperado el 2 de septiembre de 2010, de la WWW: <http://www.banxico.gob.mx/politica-monetaria-einflacion/estadisticas/inflacion/indices-precios.html>
- Banco de México. (2010b). *Vector de precios de títulos gubernamentales (on the run)*. Recuperado el 2011 de 01 de febrero de 2010, de la WWW: <http://www.banxico.org.mx/portalesEspecializados/tasasInteres/ValOnTheRunBanxico.html>
- Banco de México. (2011). *Índices de Precios al Consumidor y UDIS*. Recuperado el 04 de febrero de 2011 de la WWW: <http://www.banxico.gob.mx/politica-monetariaeinflacion/estadisticas/inflacion/indices-precios.html>

- Bank for International Settlements. (1998). *Framework for Internal Control Systems in Banking Organisations*. Recuperado el 16 de febrero de 2010, de la WWW: <http://www.bis.org/publ/bcbs40.htm>
- Bank for International Settlements. (2007). *Triennial Central Bank Survey of Foreign Exchange and Derivatives Market Activity in 2007 – Final results*. Recuperado el 12 de diciembre 2008, de la WWW: <http://www.bis.org/publ/rpfx07t.htm>
- Bernardello, A., Bianco, M. J., Casparri, M. T., García Fronti, J., y Olivera de Marzana, S. (2004). *Matemática para economistas con excel y matlab*. Buenos Aires, Argentina: Omicron System S.A.
- Bernoulli, D. (1738). Specimen Theoriae de Mensura Sortis. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae (Proceedings of the Royal Academy of Science St. Petesburg)*. St. Petesburg.
- Best, M., y Grauer, R. (1991). On the sensitivity of Mean-Variance-Efficient portfolios to changes in asset Means: some analytical and computational results. *Review of financial studies*, 4 (2), 315-342.
- Black, F. (1972). Capital market equilibrium with restricted borrowing. *Journal of Business*, 45 (3), 444-454.
- Black, F., y Litterman, R. (1990). Asset Allocation: Combining investor views with Market equilibrium. *The Journal of Fixed Income*, 1 (2), 7-18.
- Black, F., Jensen, M. C., y Scholes, M. (1972). The capital asset pricing model: some empirical test. En M. C. Jensen (Ed.), *Studies in the theory of capital markets*. New York, USA: Praeger.
- Bloomberg Inc. (2010). *Bloomberg Professional Software*. New York, USA.
- Bodie, Z., Kane, A., y Marcus, A. (2003). *Investments* (6th ed.). New York, USA: Mc Graw Hill.
- Bodie, Z., Kane, A., y Marcus, A. J. (2009). *Investments* (8th ed.). New York, USA: Mc Graw Hill.
- Bollerslev, T. (1987). A conditionally heteroskedastic time series model for especulative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, 72 (3), 542-547.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a Multivariate generalize ARCH model. *Review of Economics and Statistics*, 72 (3), 498-505.
- Box, G. E., Jenkins, G. M. y Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis Forecasting and Control* (8th ed.). Hoboken, USA: John Wiley y Sons, Inc.
- Brinson, G. P., Hood, L. R. y Beebower, G. L. (1995). Determinants of portfolios performance. *Financial analysts journal*, 42 (4), 39-44.
- Briones, G. (2006). *Métodos y técnicas de Investigación para las ciencias sociales*. México, México: Editorial Trillas.
- Bueno Campos, E. (2006). *Curso Básico de Economía de la Empresa. Un enfoque de organización*. (4a. ed.). Madrid, España: Ediciones Pirámide (Grupo Anaya S.A.).
- Bunge, M. (2000). *La investigación científica*. Barcelona, España: Siglo XXI editores S.A. de C.V.
- Cámara de Diputados del Honorable Congreso de la Unión. (2010). *Leyes Federales Vigentes*. Recuperado el 24 de agosto de 2010, de la WWW: <http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/index.htm>
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. y MacKinlay, A. C. (1997). *The econometrics of financial markets*. Princeton, USA: Princeton University Press.
- CFA institute. (2011). *CFA institute, the global association of investment professionals*. Recuperado el 19 de junio de 2011, de la WWW: <http://www.cfainstitute.org/cfaprogram/Pages/index.aspx>
- CFA Institute. (2010). *GIPS Global Investment Performance Standards*. Recuperado el 8 de febrero de 2011, de la WWW: <http://www.gipsstandards.org/>
- Chalmers, A. (2006). *¿Qué es esa cosa llamada ciencia?* (25a. ed.). México, México: Siglo XXI Editores S.A. de C.V.
- Chow, G., Kritzman, M. y Lowry, K. (1999). Optimal portfolios in good times and bad. *Financial Analysts Journal* (55), 65-73.
- CNBV. (2006). *Normatividad*. Recuperado el 27 de 12 de 2010, de la WWW: <http://www.cnbv.gob.mx/sociedadesdeinversion/paginas/normatividad.aspx>
- CONSAR. (2010a). *Normatividad, Reglamentos*. Recuperado el 17 de diciembre de 2010, de la WWW: http://www.consar.gob.mx/normatividad/pdf/reglamento-ley_sar.pdf

- CONSAR. (2010b). *Normatividad*. Recuperado el 17 de diciembre de 2010, de la WWW: http://www.consar.gob.mx/normatividad/normatividadnormatividad_consar-circulares.shtml
- CONSAR. (2011). *Normatividad*. Recuperado el 17 de octubre de 2011, de la WWW: [http://www.consar.gob.mx/normatividad/pdf/normatividad_emitida/circulares/Disposiciones del regimen de inversion para sociedades.pdf](http://www.consar.gob.mx/normatividad/pdf/normatividad_emitida/circulares/Disposiciones%20del%20regimen%20de%20inversion%20para%20sociedades.pdf)
- Consejo Mexicano para la investigación y Desarrollo de Normas de Información Financiera A.C. (2007). *Norma de Información Financiera D-3*. Recuperado el 17 de septiembre de 2008, de la WWW: <http://www.cinif.org.mx/normatividad/normasvigentes.htm>
- Cowles III, A. y Jones, H. E. (1937). Some a posteriori probabilities in stock market action. *Econometrica*, 1 (3), 909-915.
- Crato, N. (1994). Some international evidence regarding the stochastic memory of stock returns. *Applied Financial Economics*, 4 (1), 33-39.
- Crockett, A. (1998). *Banking Supervision and Financial Stability*. Recuperado el 17 de febrero de 2010, de la WWW: http://www.group30.org/rpt_21.shtml
- Dale, R. (1982). *Bank supervision around the world*. Recuperado el 17 de febrero de 2010, de la WWW: http://www.group30.org/rpt_55.shtml
- Daniels, J. D., Radebaugh, L. H. y Sullivan, D. P. (2004). *Negocios Internacionales* (10a. ed.). México, México: Pearson Educación de México S.A. de C.V.
- Dantzig, G. B., Orden, A. y Wolfe, P. (1955). The generalized simplex method for minimizing a linear form under linear inequality restraints. *Pacific journal of mathematics*, 5 (2), 183-195.
- De Lara Haro, A. (2006). *Medición y control de riesgos financieros* (3a. ed.). México, México: Limusa - Noriega Editores.
- Dickey, D. A. y Fuller, W. A. (1981). Likelihood ratio statistics for autorregressive time series with a unit root. *Econometrica*, 49 (4), 1057-1072.
- Dickey, D. y Fuller, W. (1979). Distribution of the estimators for Autorregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dowd, K. (2005). *Measuring market risk* (2nd ed.). Hoboken, NJ, USA: John Wiley y Sons Ltd.
- Elton, E. J., Gruber, M. J. y Padberg, M. W. (1976). Simple criteria for optimal portfolio selection. *Journal of Finance*, XI (5, Dec), 1341-1357.

- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., y Goetzmann, W. N. (2003). *Modern portfolio theory and investment analysis* (6th ed.). Hoboken, NJ, USA: John Wiley y Sons, Inc.
- Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J. y Goetzmann, W. N. (2009). *Modern portfolio theory and investment analysis* (8th ed.). Hoboken, NJ, USA: John Wiley y Sons, Inc.
- Engle, R. (1982). Autorregresive conditional heteroscedasticity with estimates of the United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50 (1), 987-1007.
- Engle, R. F. y Kroner, K. F. (1993). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric theory*, 11 (1), 122-150.
- Engle, R. F. y Rothschild, M. (1990). Asset Pricing with a factor GARCH covariance structure. *Journal of Econometrics* (45), 213-238.
- Fama, E. (1965). The behavior of stock market prices. *Journal of Bussiness*, 38 (1), 34-105.
- Fama, E. y Macbeth, J. (1973). Risk, return and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81 (3), 607-636.
- Fishburn, P. C. (1977). Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American economic review*, 67 (2), 116-126.
- Gibson, R. C. (2000). *Asset Allocation balancing financial risk* (3th ed.). New York, NY, USA: Mc Graw Hill.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., y Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value of the volatility of the nominal excess returns on stocks. *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.
- Greene, W. H. (1999). *Análisis Económico* (3a. ed.). Madrid, MA, España: Prentice Hall Iberia.
- Gujarati, D. (2005). *Econometría* (4a. ed.). México, D.F., México: Mc Graw Hill.
- Gujarati, D. N. y Porter, D. C. (2010). *Econometría* (5a ed.). México, DF, México: Mc Graw Hill.
- H. Congreso del Estado de Michoacán de Ocampo. (1980). Ley de pensiones civiles del Estado de Michoacán. Recuperado el 25 de agosto de 2010, de la WWW: <http://info4.juridicas.unam.mx/ijure/est/17/16/default.htm?s=iste>
- Hens, T. y Rieger, M. O. (2010). *Financial economics a concise introduction to classical and behavioral finance*. Berlin: Springer.
- Hull, J. (2003). *Options, Futures and other Derivatives* (5th ed.). Upper Saddle River, USA: Prentice Hall.

- Hurst, H. E. (1951). Long-term storage of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers* (116), 770-799.
- Ibbotson, R. G. (2010). The importance of asset allocation. *Financial analysts journal*, 66 (2), 18-20.
- Ibbotson, R., y Kaplan, P. D. (2000). Does asset allocation policy explain 40, 90 or 100 percent of performance? *Financial analysts journal*, 56 (1), 26-33.
- IMEF. (2006). *Sistemas de Pensiones en México. Perspectivas financieras y posibles soluciones*. México, DF, México: Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas, A.C.
- IMSS. (2008). *Valuaciones Actuariales*. Recuperado el 23 de agosto de 2010, de la WWW: http://www.imss.gob.mx/estadisticas/financieras/valuaciones_actuariales.htm
- International Accounting Standards Board. (1989). *International Accounting Standards*. Recuperado el 17 de septiembre de 2010, de la WWW: http://eifrs.iasb.org/eifrs/sme/es/ES_IFRS_for_SMEs_Standard.pdf
- International Monetary Fund. (2008). *De Facto Classification of Exchange Rate Regimes and monetary Policy*. Washington, USD: IMF press.
- Islas, A. y Venegas, F. (2003). Pricing derivatives securities with prior information on long-memory volatility. *Economía Mexicana*, 12 (1), 103-134.
- Jensen, M. (1968). The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *Journal of Finance* (23, mayo), 389-416.
- Jorion, P. (1997). Value at Risk. *The new Benchmark for controlling derivatives risk*. Chicago, USA: Mc Graw Hill.
- Kahn, R. y Stefek, D. (1996). Heat, Light and Downside Risk. Barra Research paper.
- Kalotychou, E., Staikouras, S. K. y Zhao, G. (2009). *Taking advantage of global diversification: A multivariate GARCH approach*. Cass Business School. London: City University London.
- Kandel, S. y Stambaugh, R. F. (1989). A mean-variance framework for tests of asset pricing models. *The review of financial studies*, 2 (2), 125-156.
- Kandel, S. y Stambaugh, R. F. (1995). Portfolio inefficiency and the cross-section of expected returns. *The journal of finance*, 50 (1), 157-184.
- Keynes, J. M. (1936). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. México, México: Fondo de Cultura Económica.
- Kohler, H. (2005). *Estadística para Negocios y Economía*. (3a ed.). México, México: Compañía Editorial Continental S.A. de C.V.

- Konno, H. y Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. *Management Science*, 37 (5, may), 519-531.
- Kreps, D. (1990). *A course in microeconomic theory*. Princeton, New Jersey, USA: Princeton University Press.
- Kuhn, H. W. y Tucker, A. W. (1951). Nonlinear programming. (J. Neyman, Ed.) *Proceedings of the second Berkeley simposium in mathematical statistics and probability*, 481-492.
- Lehman Brothers. (30 de septiembre de 2008). *Global Family of Fixed Income indices*. Recuperado el 10 de agosto de 2010, de la WWW: <http://www.lehman.com/fi/indices/global.htm>
- Levy, H. y Markowitz, H. (1979). Aproximating Expected Utility by a function of Mean Variance. *The american economic review*, 69 (3), 308-317.
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, XLVII (1), 13-37.
- Lintner, J. y Douglas, G. (1968). *Risk in the equity markets: An empirical appraisal of market efficiency*. Ann Arbor, USA.
- Ljung, G. y Box, G. (1978). On a measure of Lack of fit in time series models. *Biometrika*, 66, 66-72.
- Maggin, J. L., Tuttle, D. L., McLeavey, D. W. y Pinto, J. E. (2007). *Managing Investment Portfolios: A Dynamic Process (CFA Institute Investment Series)*. Hoboken, USA: John Wiley and Sons Inc.
- Mandelbrot, B. (1971). When can price be arbitrage? A limit to the validity of the random walk and martingale models. *Review of Economics and Statistics*, 53 (3), 225-236.
- Mandelbrot, B. y Wallis, J. R. (1969). Computer experiments with fractional gaussian noises. *Water Resources Research* (5), 260-267.
- Marín, J. M. y Rubio, G. (2001). *Economía Financiera*. Barcelona, España: Antoni Bosch, editor S.A.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.
- Markowitz, H. (1956). The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, 3 (March-June), 111-133.

- Markowitz, H. (1959). Portfolio selection. *Efficient diversification of investments*. New Haven, USA: Yale University Press.
- Markowitz, H. (1987). *Mean-Variance analysis in portfolio choice and capital markets*. New York, USA: John Wiley y Sons.
- Markowitz, H. (1999). The Early History of Portfolio Theory: 1600-1960. *Financial Analysts Journal*, 55 (4), 5-16.
- Martin, A. D. (1955). Mathematical Programming of Portfolio Selections. *Management Science*, 1 (2, January), 152-166.
- Martínez Torre-Enciso, M. I. (2009). *Plan Integral de Formación: Curso de Gestión de carteras y estrategias con fondos de inversión para ejecutivos de Caja Madrid*. Madrid, MA, España: Fundación de Estudios Financieros - Instituto Español de Analistas Financieros (pendiente de publicar).
- Martínez Torre-Enciso, M. I. y De la Torre Torres, O. V. (2011a). Estudio estadístico del empleo del índice bursátil Ibx35 como cartera óptima en condiciones de equilibrio en el mercado de valores español: análisis del periodo 2002-2010. *Anuario jurídico y económico escurialense (XLIV)*, 101-120.
- Martínez, M. I. y De la Torre, O. V. (2011). Estudio estadístico del empleo de índices bursátiles como cartera óptima en condiciones de equilibrio en México. En UAM, M. Martínez Preece y H. F. López (Edits.), *Administración de riesgos* (Vol. III, págs. 99-126). México, México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Martínez Torre-Enciso, M. I., De la Torre Torres, O. V. y Bilbao García, J. (2010). Theoretical review to the definition of the IBEX 35 Stock Index as the Market Portfolio in Spain. *Proceedings of 2010 international conference on risk and reliability management* (pp. 365-364). Beijing, China: Beijing Institute of Technology Press.
- Mas-Collel, A. (1995). *Microeconomic Theory*. New York, USA: Oxford University Press.
- Miller, M. H. y Scholes, M. (1972). Rates of return in relation to Risk: A Re-examination of some recent findings. In M. Jensen (Ed.), *Studies in the theory of capital markets*. New York, USA: Praeger.
- Nawrocki, D. (1999). A brief history of downside risk measures. *Journal of investing* (Fall), 9-25.
- Newbold, P., Carlson, W. L. y Thorne, B. M. (2008). *Estadística para Administración y Economía* (6a ed.). Madrid, España: Pearson Educación S.A.

- Osborne, M. (1959). Brownian motion in the stock market. *Operations Research*, 7, 145-173.
- Pensiones Civiles del Estado de Michoacán. (2008). *Organigrama*. Recuperado el 25 de agosto de 2010, de la WWW: http://pensiones.michoacan.gob.mx/index.php?option=com_content&task=view&id=236&Itemid=284
- Pensiones Civiles del Estado de Michoacán. (2009). *Historia*. Recuperado el 24 de agosto de 2010, de la WWW: http://pensiones.michoacan.gob.mx/index.php?option=com_content&task=view&id=205&Itemid=245
- Peña, D. (2008). *Fundamentos de Estadística*. Madrid, España: Alianza editorial S.A.
- Phillips, P., y Perron, P. (1987). Time series regression with a unit root. *Econometrica*, 55, 277-301.
- Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2001). *Microeconomía* (5a. ed.). Madrid, España: Pearson-Prentice Hall.
- Risk Metrics Group. (2006). *Riskmetrics Technical Document*. Recuperado el 12 de December de 2007, de la WWW: <http://www.riskmetrics.com/publications/techdoc.html>
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of financial economics*, 4 (2), 129-176.
- Ross, S. A. (1976). Return Risk and Arbitrage. In I. Friend, y J. Bicksler (Eds.), *Risk and Return in Finance*. Cambridge, USA: Ballinger.
- Ross, S. (1987). The interrelations of Finance and Economics: Theoretical perspectives. *American Economic Review* (77), 29-34.
- Roy, A. D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica*, 20 (3, julio), 431-449.
- Samuelson, P. (1973). Proof that properly discounted present values of assets vibrate randomly. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (2), 369-374.
- Samuelson, P. (1965). Rational Theory of Warrant Prices. *Industrial management review*, 6 (2), 13-39.
- Scherer, B. (2007). *Portfolio construction and Risk budgeting* (3rd. ed.). London, UK: Risk Books.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The analis of Statistics*, 6 (2), 461-464.

- Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9 (2), 277-293.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 29 (3, septiembre), 425-442.
- Sharpe, W. (1966). Mutual fund Performance. *Journal of bussiness*, 39, 49-58.
- Simon, H. A. (1955). A Behavioral Model of Rational Choice. *The Quarterly Journal of Economics*, 69 (1, feb), 99-118.
- Smith, V. L. (1962). An experimental study of market behavior. *The Journal of Political Economy*, 70 (2), 111-137.
- The Mathworks, Inc. (2010). *Documentation* → *Econometrics Toolbox: garchset*. Recuperado el 04 de febrero de 2011, de la WWW: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/econ/garchset.html>
- Thomson Reuters. (2010). *Reuters Data Link*. New York, NY, USA.
- Thomson Reuters. (2006). *Reuters Quote Center*. New York, USA.
- Tobin, J. (1956). The interest-elasticity of transactions demand for cash. *The Review of Economics and Statistics*, 38 (3, Agosto), 241-247.
- Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior towards Risk. *The Review of Economic Studies*, XXV (Febrero), 65-86.
- Treynor, J. L. (1965). How to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, enero-febrero, 63-75.
- Treynor, J. L. y Black, F. (1973). How to use security analysis to improve portfolio selection. *Journal of Business*, 46 (1), 66-88.
- Valmer. (2010). *Índices y Benchmarks*. Recuperado el 2 de septiembre de 2010, de la WWW: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Indice_BenchMarks.html
- Van der Weide, R. (2002). GO-GARCH: A multivariate generalized orthogonal GARCH model. *Journal of applied econometrics*, 17, 549-564.
- Varian, H. (1999). *Microeconomía Intermedia. Un enfoque actual*. (5a. ed.). Barcelona, España.: Anthony Bosch, Editor.
- Venegas, F. y Islas, A. (2005). Volatilidad de los mercados bursátiles de América Latina. *Comercio Exterior*, 55 (11), 936-947.
- Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior* (1a ed.). Princeton, USA: Princeton University Press.

- Wolfe, P. (1959). The simplex method for quadratic programming. *Econometrica*, 27 (3), 382-398.
- Working, H. (1934). A random difference series for use in the analysis of time series. *Journal of the American Statistical Association*, 29, 11-24.
- Xiong, J. X., Ibbotson, R., Idzorek, T. M. y Chen, P. (2010). The Equal Importance of Asset Allocation and active management. *Financial analysts journal*, 66 (2), 1-9.

8 Apéndices

8.1 Apéndice A propuesta del proceso de asignación de activos y de la estructura tipo para la administración del portafolio de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán

Dados los resultados observados en el capítulo de la fase experimental, así como los pasos o fases que sigue el algoritmo de administración activa de portafolios, expuesto en la figura 5.3 del sub capítulo 5.2.5 en el contexto del simulador programado, es de interés hacer una propuesta de estructura organizacional para la DPCEM así como un proceso genérico de administración de portafolios que pueda ser contextualizado ya no en una rutina informática sino en un manual de operaciones institucional.

8.1.1 La estructura organizacional propuesta para la administración de la reserva técnica de la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán

Las dos fases operativas del proceso genérico de administración de portafolios previamente revisado en la figura 2.3 que son ejecución de la estrategia y la evaluación de resultados pueden realizarse de manera cotidiana en la administración de la reserva técnica siguiendo un proceso operativo próximo a proponer. Los pasos relativos al planteamiento de los objetivos y política de inversión así como el diseño y selección de la estrategia, deben de revisarse y establecerse previamente por parte de la junta directiva.

La propuesta del proceso operativo genérico de interés debe sustentarse en una estructura organizacional en la que exista una adecuada separación de las múltiples actividades que comprenden desde el cierre de transacciones (compra y venta de activos financieros) hasta el registro contable y de las entradas y las salidas de flujos de efectivo; siguiendo con la valuación de desempeño y de la exposición al riesgo financiero. Estas actividades deben estar determinadas y ser monitoreadas desde la alta dirección, estableciendo la existencia y coordinación de las mismas tanto en el manual operativo como en el propio documento de la política de inversión.

Debido a que existen varios criterios prudenciales y recomendaciones que una entidad financiera, como puede ser un banco, una operadora de fondos de inversión o una administradora de fondos para el retiro debe seguir y dado que no existen lineamientos generales¹⁴⁷ en el país para determinar el manual de operaciones “tipo” y, por ende el organigrama y proceso de operatividad de fondos de pensiones con las características específicas como las del que se estudia, se propone una estructura general que se adapta tanto a lo logrado con entrevistas a profesionales en materia de administración de fondos de pensiones como a múltiples documentos de carácter oficial en México como son la Ley del sistema de ahorro para el retiro (LSAR)¹⁴⁸, el reglamento del sistema del ahorro para el retiro (2010a) y las normativas relacionadas tanto al régimen y comité de inversión y como al comité de riesgos en sus circulares correspondientes (CONSAR, 2010b). Todas estas, a su vez, parten de las recomendaciones del comité de Basilea para la supervisión bancaria del banco internacional de pagos, del G30, que se establecen en documentos de trabajo como son el “*contexto para los sistemas de control interno en las organizaciones bancarias*” (Bank for International Settlements, 1998), los documentos “*supervisión bancaria alrededor del mundo*” (Dale, 1982), “*supervisión bancaria y estabilidad financiera*” (Crockett, 1998) y los “*global investment performance standards (GIPS)*” (CFA Institute, 2010).

Dado que la propuesta de una estructura y operativa “tipo” puede ser objeto de múltiples disertaciones e incluso de múltiples pruebas y simulaciones, la discusión sobre la más apropiada desde el punto de vista de diferentes enfoques operativos y prudenciales de índole diversa se deja para otros espacios debido a las restricciones temáticas.

En un afán de buscar una exposición precisa y apegada a la práctica cotidiana, así como para dar un apoyo normativo a la presente propuesta, se partirá tanto de los GIPS como de las circulares que la comisión nacional del sistema de ahorro para el retiro¹⁴⁹ emite (con fundamento en su Ley) primordialmente a las administradoras de fondos para

¹⁴⁷ Sin hacer alusión a que no hay control o seguimiento por parte de la Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro. Por fortuna hay una auditoría y transparencia bastante ejemplares.

¹⁴⁸ En especial en sus artículos 42 y 43.

¹⁴⁹ Con fundamento en la LSAR y en las aportaciones de las dos agrupaciones internacionales previamente mencionadas

el retiro (AFORE) y sus SIEFORE's y de las que, como se mencionó líneas atrás, la DPCEM no está legalmente obligada a seguir.

Si bien es cierto que la CONSAR no regula directamente, más si cataloga y registra a sistemas de pensiones como el estudiado en su base de datos nacional de sistemas de ahorro para el retiro, se emplearán parte de los lineamientos de las AFORE's al ser estas similares operativos de la DPCEM, permitiendo, con esto, adaptar parte de su estructura y política de inversión a la propuesta por realizar.

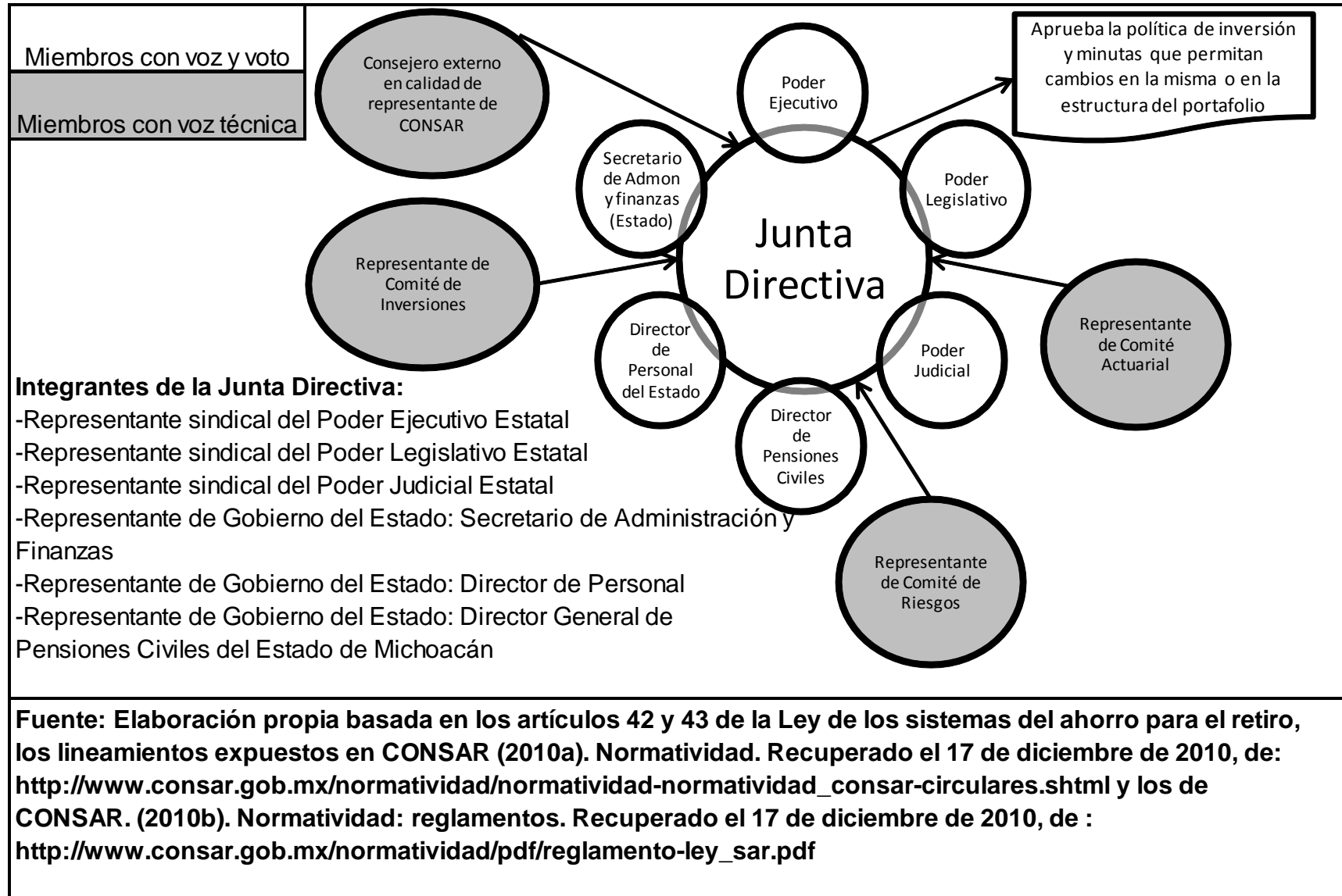
En relación a la estructura fundamental a proponer a la DPCEM, destaca lo sugerido en las circulares y disposiciones emitidas por la CONSAR (2010b), siendo de interés primigenio la 62-1, la que en sus reglas prudenciales tercera, tercera bis y cuarta de su capítulo II sugiere la existencia de un “*comité de riesgos*” el cual deberá ser independiente de un “*comité de inversión*”¹⁵⁰. Estos forman parte del “*consejo de administración*” que es el equivalente estructural, en materia del proceso genérico de administración de portafolios, de la junta directiva de la DPCEM.

Dado que la junta directiva de la DPCEM, con fundamento en su Ley, tiene atribuciones más amplias que la mera administración del portafolio objeto de estudio, se propone la creación de un denominado “*comité de activos y pasivos*” que se sugiere sesione de manera paralela al comité técnico de dicha junta. En este se aprobarán los cambios en la política de inversión así como el seguimiento de los avances e información presentados por los comités de riesgos y de inversión por describir. Por tanto, una primera estructura general tipo para el comité de activos y pasivos se sugiere como la observada en la figura 8.1.

Es importante observar que, en esta primera estructura, la inclusión del comité de inversiones y del comité de riesgos sigue a una necesidad operativa y prudencial en relación a la administración del portafolio en el que se invertirá el objeto de estudio (reserva técnica).

¹⁵⁰ Establecido éste en el artículo 42 de la LSAR.

Figura 8.1 Propuesta de estructura de comité de activos y pasivos.



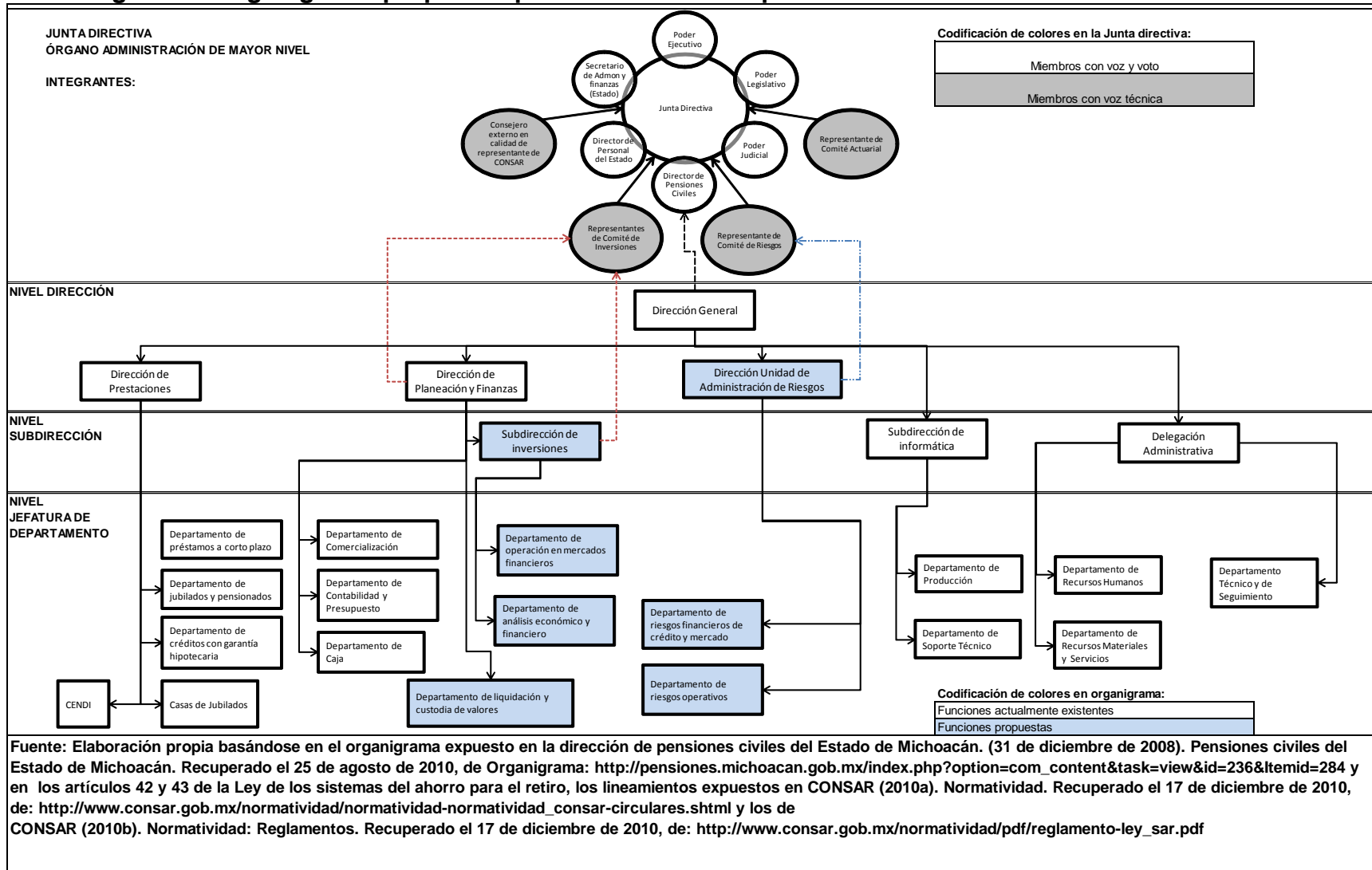
La incorporación de un representante del comité actuarial así como un auditor o consejero externo que funja como representante de la CONSAR sigue a otra necesidad inspirada en los artículos 42 y 43, en la regla decima cuarta de la Circular 62-1 de la CONSAR, así como a una intención de incrementar el buen nivel de Gobierno Corporativo que actualmente tiene la DPCEM¹⁵¹.

Con esta estructura de junta directiva se llegaría a la *propuesta* de organigrama de la figura 8.2. En el mismo se aprecia la necesidad de crear una subdirección de inversiones del patrimonio de la dirección (en especial el líquido), la cual lleva dos funciones primordiales: 1) el análisis económico, financiero y de rentabilidad potencial de los mercados así como, 2) la realización y ejecución de operaciones en estos. Sin bien es cierto que estas actividades pueden llevarse de manera simultánea por un mismo grupo de personas, será prudente separar las mismas para evitar conflictos de interés así como potenciales combinaciones de sentimientos propios del operador con sus perspectivas de análisis.

De manera relacionada pero independiente, deberá crearse un departamento de liquidación y custodia de valores. La finalidad de esto radica en fijar una barrera física entre el personal operativo de las inversiones y el registro contable de sus actividades. Esta práctica viene dándose desde que se emitieron los criterios prudenciales necesarios para evitar quebrantos o quiebras como la del banco Barings (Jorion, 1997, pp. 29-31), aunado al hecho de que es sana práctica de gobierno corporativo el permitir que una área sea la que opere las transacciones de compra y venta y otra sea la encargada de liquidarlas y registrarlas. En este punto será necesario precisar, en breve, la estructura del comité de inversión y la operativa en mercados financieros.

¹⁵¹ Claro está que la Junta Directiva podrá optar por no incluir a este último representante conforme a su parecer.

Figura 8.2 Organigrama propuesto para la dirección de pensiones civiles del Estado de Michoacán.



Como observación adicional a la propuesta está el crear una dirección denominada unidad de administración de riesgos. Es de interés recalcar que esta debe ser independiente a las áreas operativas y a la propia dirección de planeación y finanzas en base a las recomendaciones prudenciales internacionales como las de Basilea y el G30 previamente mencionadas, tomando su carácter legal en los artículos 42, 43 y 44 de la LSAR así como en la circular 62-1 para las AFORE's.

8.1.1.1 La relación entre el departamento de operación en mercados financieros y el de liquidación y custodia

Para exponer de manera puntual la operativa tanto del departamento de operación en mercados financieros como el de liquidación y custodia de valores, se expone el diagrama general de la operativa y liquidación de operaciones en la figura 8.3.

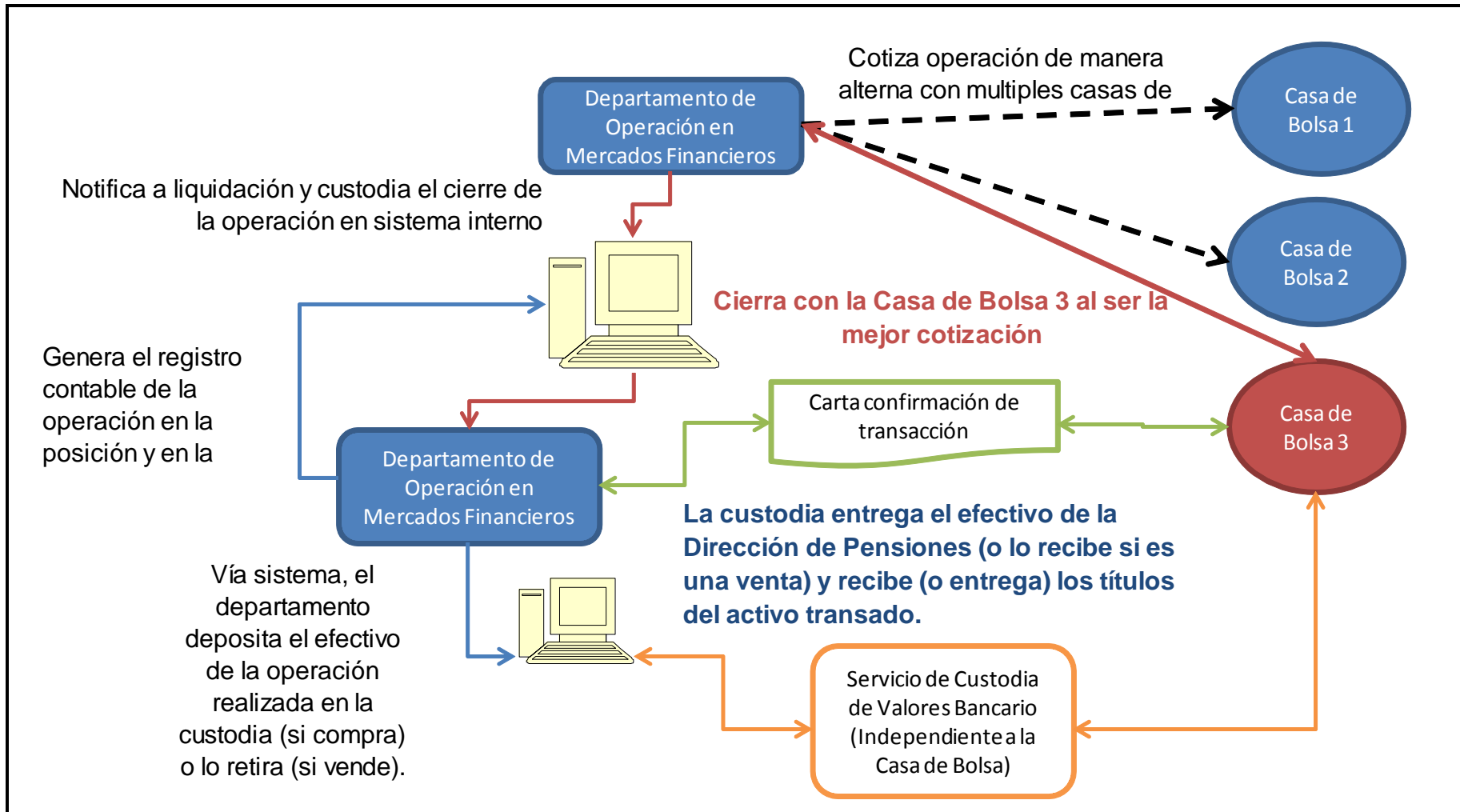
En el mismo se aprecia que, tal como se establece en Arvizu (2006), el departamento de operación en mercados financieros cotizará¹⁵² la operación (compra o venta de una cantidad determinada de títulos o monto) que cerrará cuando esta sea la correspondiente al mejor nivel de precio encontrado. Cuando se celebre la misma, el operador del departamento capturará la transacción en un sistema denominado (para fines de exposición) “*de front y backoffice*” el cuál enlazará electrónicamente al departamento de liquidación y custodia, a la subdirección de riesgos financieros, a la dirección de planeación y finanzas y a la alta dirección.

Cuando el departamento de liquidación y custodia recibe la notificación de la operación vía sistema, se contacta vía electrónica con el “*Backoffice*” o departamento de liquidación de la Casa de Bolsa (tres en el caso del diagrama) para confirmar la operación pactada y para solicitar el documento probatorio del mismo. Posterior a ello, deposita en la cuenta de custodia¹⁵³ (si se realiza una compra) o retira (si se realiza una venta) el monto de la transacción, capturando la misma en el sistema del servicio de custodia

¹⁵² De manera electrónica y anónima con las diferentes casas de bolsa o intermediarios financieros con quienes haya celebrado el contrato correspondiente

¹⁵³ Una cuenta especial en un banco o casa de bolsa cuyo patrimonio permanece en secrecía para los intermediarios financieros. La custodia, para el caso que interesa, puede ser una cuenta de valores en Moneda Nacional en México y otra cuenta de la misma naturaleza en dólares de Estados Unidos.

Figura 8.3 Diagrama general de la operativa y liquidación de operaciones.



Fuente: Elaboración propia basada en la exposición de Arvizu, S. (2006). Inversiones. En I. M. E.F., *Sistemas de pensiones en México: Perspectivas financieras y posibles soluciones* (págs. 235-238). México, México: Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas A.C.

(ajeno a la DPCEM y a las casas de bolsa). Este último se encarga de realizar el cruce de efectivo y títulos del activo transado con el intermediario financiero.

8.1.1.2 El comité de inversión

Dado que es una de las partes más importantes al llevar a cabo la ejecución de la política de inversión y la realización de las operaciones necesarias en los mercados financieros, se conforma por el director general, el director de planeación y finanzas y el subdirector de inversiones como miembros con voz y voto. También incluirá, con sólo voz técnica, al director de riesgos financieros, al encargado del departamento de riesgos financieros de crédito y de mercado y a los del departamento de operación en mercados financieros y de análisis económico y financiero. Las atribuciones de algunos de los miembros de este comité deberán ser, entre otras:

1. Departamento de operación en mercados financieros: Deberá cotizar y concertar las operaciones pactadas en el comité de inversión siempre que estas se apeguen a la política de inversión previamente establecida o a las minutas del comité de activos y pasivos¹⁵⁴. Por otro lado deberá retroalimentar al comité de inversión respecto a las condiciones de liquidez, operativa y sentir general de los agentes en dichos mercados financieros.
2. Departamento de análisis económico y financiero: Deberá realizar el análisis macroeconómico y econométrico correspondiente para orientar a la alta dirección, al comité de inversión, al de riesgos y al comité de activos y pasivos respecto el rumbo de la economía mundial, la nacional y los mercados financieros. A su vez, deberá realizar el pronóstico de rendimientos futuros (semanales, mensuales, trimestrales y anuales) de los mercados y activos objeto de inversión para que estos sean insumo de la aplicación informática que determine el portafolio óptimo en la administración de la reserva técnica.

¹⁵⁴ Comité próximo a describir.

Figura 8.4 Estructura propuesta para el comité de inversión.

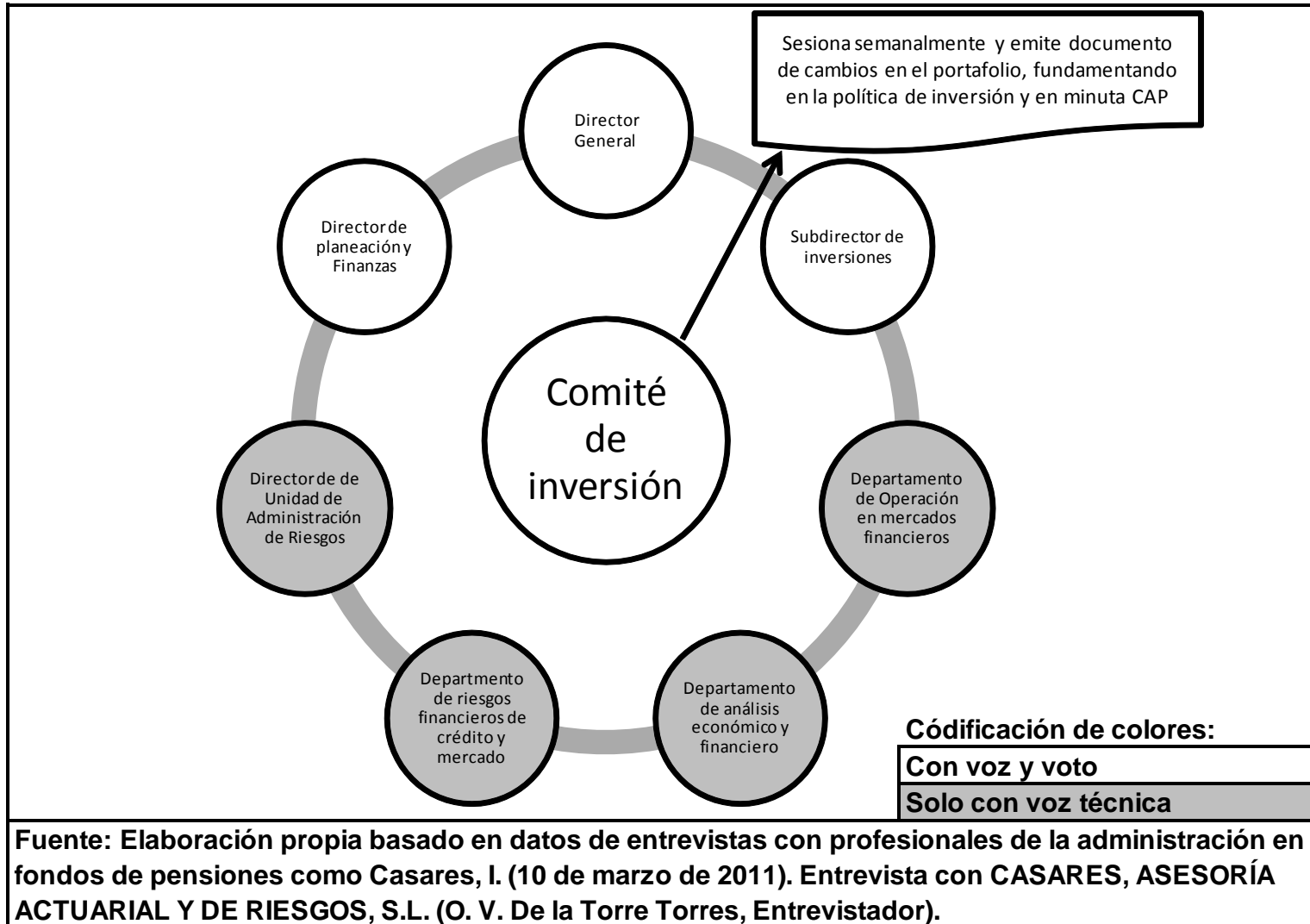
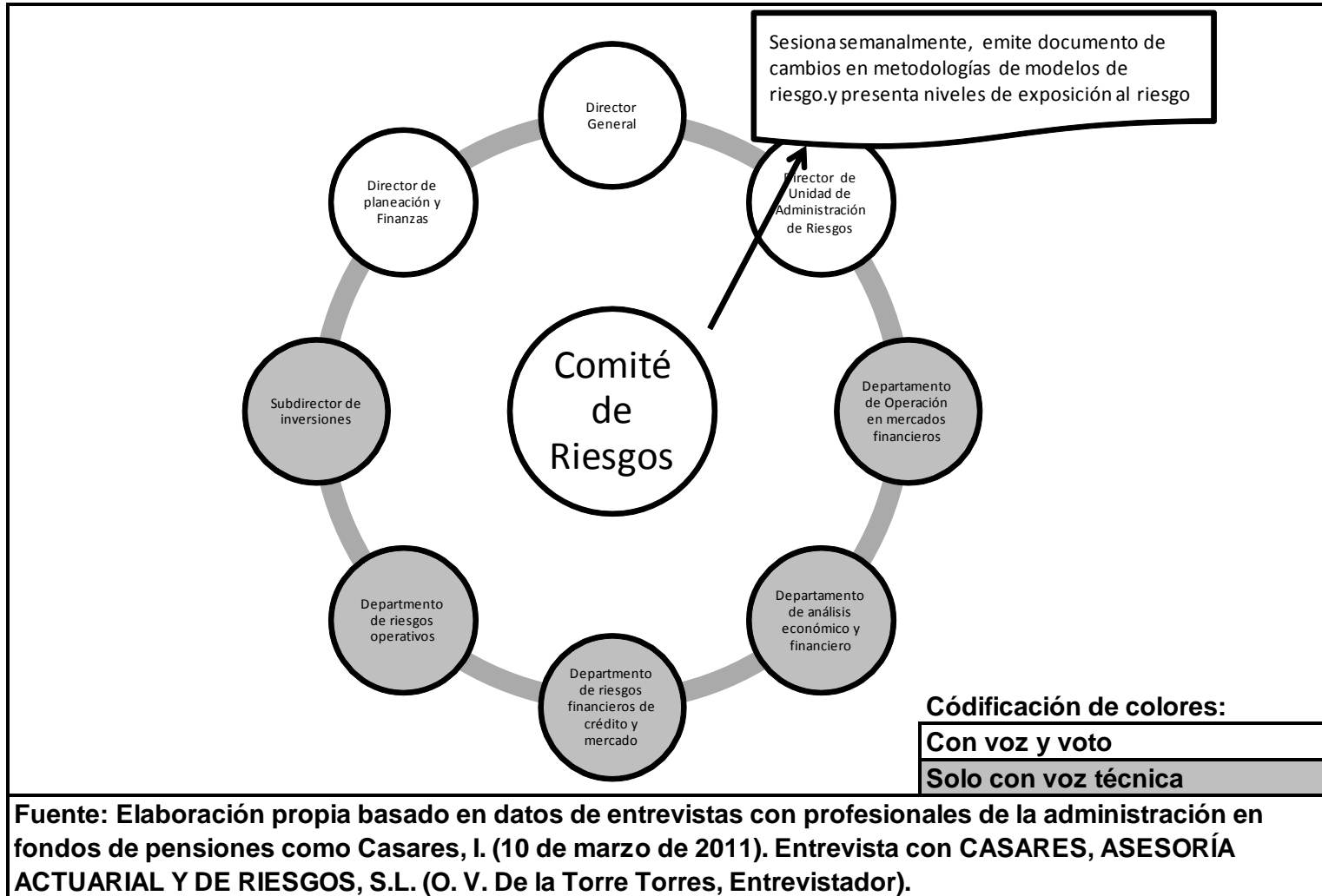


Figura 8.5 Estructura propuesta para el comité de riesgos.



La finalidad del comité de inversión es seguir, semana a semana, los cambios que se presenten en las condiciones económicas, financieras y de mercado para, en seguimiento a la política de inversión, los reportes de la unidad de administración de riesgos; las minutas aprobadas por el comité de activos y pasivos de la junta directiva así como a las sugerencias de la aplicación informática para la optimización de carteras, se realicen los cambios en los niveles de inversión por mercado y/o activo en la cartera administrada. Su estructura se presenta en la figura 8.4. De esta destaca la minuta del comité de inversión que deberá seguir y ejecutar el departamento de operación en mercados financieros y que se basa en lo establecido tanto en la política de inversión como en las minutas del comité de activos y pasivos.

8.1.1.3 El comité de riesgos

La estructura del mismo se presenta en la figura 8.5. Este comité tiene la finalidad de dar seguimiento a los niveles de exposición al riesgo crediticio, financiero y operativo que tiene el fondo de pensiones. Si bien es cierto que el último tipo (el operativo) va dentro de las recomendaciones de las circulares de la CONSAR, este y sus metodologías salen de la óptica e interés focal del presente estudio. El departamento correspondiente se menciona con la finalidad de hacer una propuesta de estructura apegada a las prácticas y criterios prudenciales vigentes. Lo propio sucederá con el riesgo crediticio.

Sin embargo, a pesar de estas dos observaciones, el comité de riesgos es el encargado de vigilar el cumplimiento de los límites de exposición al riesgo establecidos en la política de inversión así como de aprobar y modificar las metodologías y parámetros de cuantificación de exposición al mismo. De ahí radica la importancia de tener miembros del comité de inversiones como miembros con voz técnica.

Dentro de las atribuciones de algunos de los miembros de este comité se mencionan las siguientes:

1. Director de unidad de administración de riesgos: Es quien velará por el cumplimiento de los niveles de exposición al riesgo en los diferentes rubros de la DPCEM, en la cartera de interés así como en los diferentes mercados y activos objeto de inversión.

Tendrá voz técnica en el comité de activos y pasivos y es quien notificará a la dirección de planeación y finanzas y a la subdirección de inversiones cuando alguna operación o posición expone a un riesgo considerable el patrimonio de la DPCEM, violando con esto algún parámetro de exposición de la política de inversión predefinida.

2. Departamento de riesgos financieros de crédito y mercado: Dado que una de las estrategias de inversión de la DPCEM es el prestar a sus derechohabientes, por un lado, e invertir en instrumentos de renta fija¹⁵⁵ por otro, deberá cuantificar la exposición al riesgo por incumplimiento de pago del deudor (acreditado y/o emisor de bono) así como la probabilidad de que su calidad crediticia cambie. Este tipo de modelos no se consideran en el presente trabajo ya que se busca determinar la idoneidad de una estrategia de *inversión en carteras* supervisada por este departamento y ejecutada por la subdirección de inversión.
3. Dentro de las atribuciones de este departamento, en relación al interés temático buscado, es de destacar que en esta área se determina y supervisa el cálculo¹⁵⁶ de la matriz de varianzas y covarianzas C que servirá de insumo en la aplicación informática que determine el portafolio óptimo administrado.
4. Departamento de riesgos operativos: Se encarga de cuantificar la exposición al riesgo o pérdidas potenciales por omisiones o errores administrativos de cualquiera de las áreas, así como por accidentes o contingencias (huelgas, tomas de instalaciones, incendios, etc.). Los modelos de esta tampoco serán estudiados pero se mencionan por consistencia en la exposición.

8.1.2 El proceso de administración de cartera propuesto

La propuesta descrita previamente puede ser objeto de un detallado y extenso manual institucional cuyo estudio sale de la óptica y parámetros tanto espaciales como temáticos pero que puede ser consecuencia del presente apéndice para su perfeccionamiento. A continuación, se exponen las características más primordiales tanto de la estructura como del algoritmo operativo a sugerir. Este último involucra a cuatro

¹⁵⁵ Que representa otro tipo de préstamo.

¹⁵⁶ O al menos supervisar constantemente su derivación matemática y el apego de su metodología a la realidad con pruebas de “backtest” y/o de estrés.

áreas del organigrama expuesto en la figura 8.3: El departamento de análisis económico y financiero, el departamento de riesgos financieros de crédito y mercado, el departamento de operaciones en mercados financieros y el departamento de liquidación y custodia de valores. Su diagrama de flujo se presenta en la figura 8.6. Siendo sus principales pasos los siguientes:

Procesos alternos:

1.a. Departamento de liquidación y custodia: Recibe del departamento de contabilidad y presupuesto las entradas y/o salidas de efectivo del portafolio, afectando el saldo en chequera dentro del sistema de front y backoffice.

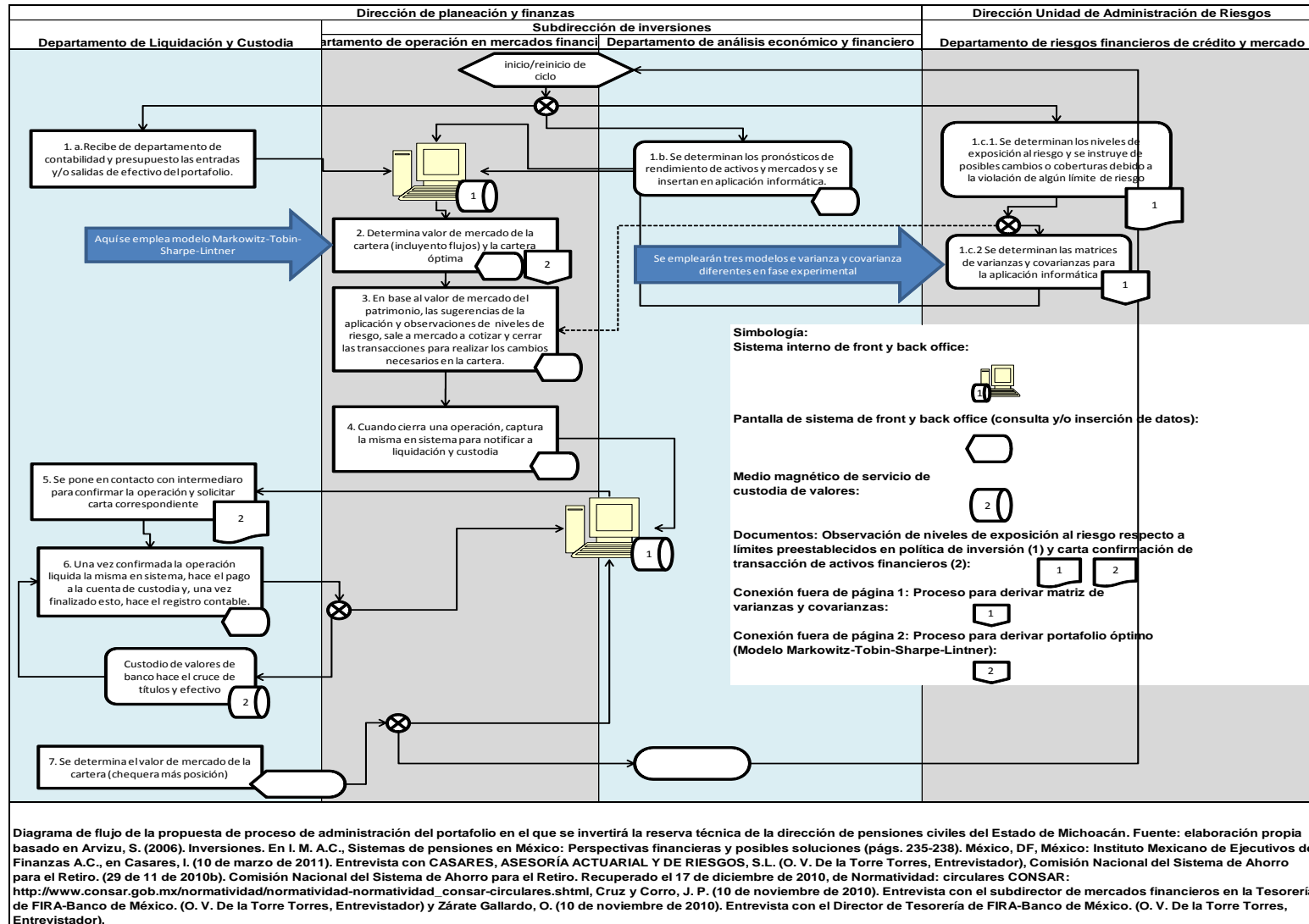
1.b. Departamento de análisis económico y financiero: Determina los pronósticos de rendimiento de activos y mercados que da de alta en la aplicación informática del sistema de front y backoffice.

1.c.1. Departamento de riesgos financieros de crédito y de mercado: Determina los niveles de exposición al riesgo en el total de la cartera, por mercado y activo y emite un documento informando estos datos así como posibles violaciones a los límites de exposición al riesgo establecidos en la política de inversión. Lo anterior con la finalidad de sugerir los cambios y/o coberturas financieras a realizar¹⁵⁷.

1.c.2. Departamento de riesgos financieros de crédito y mercado: Realiza y/o supervisa el cálculo de la matriz de varianzas y covarianzas que inserta en el sistema de front y backoffice.

¹⁵⁷ Como está por establecerse, las operaciones de cobertura no se considerarán como una actividad dentro del proceso sin que esto no se considere como una alternativa a futuro en pruebas posteriores.

Figura 8.6 Diagrama de flujo del proceso de administración de portafolio propuesto.



Proceso sin partes alternas:

2. Sistema de front y back office: El sistema determina el valor de mercado del portafolio y realiza el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (MTSL) para determinar los niveles óptimos de inversión por mercado en la asignación de activos que, como se estipuló, será el caso hasta el que llegará el presente estudio.

3. Departamento de operación en mercados financieros: En base al valor de mercado de la cartera, las recomendaciones del departamento de riesgos financieros de crédito y de mercado, así como a la posición óptima sugerida por el sistema de front y back office, se cotizan y realizan las operaciones de compra y/o venta de títulos en el portafolio administrado.

4. Departamento de operación en mercados financieros: Cuando se cierra una transacción, se captura en el sistema de front y backoffice para que el departamento de liquidación y custodia de valores se entere de la misma.

5. Departamento de liquidación y custodia de valores: Contacta al intermediario¹⁵⁸ con el que el departamento de operación en mercados financieros cerró la transacción para confirmar la misma y solicitar su documento probatorio, la cual llevará la firma tanto del encargado del departamento de operación en mercados financieros como del titular de la mesa de operaciones o de comercialización de la contraparte.

6. Departamento de liquidación y custodia de valores:

6.a. Una vez confirmada la operación, captura en el sistema electrónico del proveedor del servicio de custodia de valores la operación transada.

6.b. Realiza los depósitos o retiros correspondientes de la chequera de la DPCEM de o a la cuenta de custodia de valores.

¹⁵⁸ Con su propia área de liquidación de operaciones.

6.c. Realiza el registro de liquidación así como el asiento contable en el sistema de front y backoffice, afectando con esto la posición en chequera y activos financieros.

6.d Servicio de custodia de valores: Realiza, a nombre de la DPCEM, el cruce de títulos y efectivo con el intermediario interesado en la operación.

7. Departamento de liquidación y custodia de valores: Realiza, al final de la jornada, la valuación de los activos al obtener el vector de precios oficiales (*mark to market*) o modelo de valuación de mercado (*mark to model*) de cada activo objeto de inversión e insertarlo en el sistema de front y backoffice.

Respecto a la simbología empleada en la figura 8.6, destacan las dos conexiones fuera de página (☐) correspondientes a la relación que se hace del proceso propuesto con la ejecución de los algoritmos o procesos informáticos de derivación de la matriz de varianzas y covarianzas de la figura 5.4 y del portafolio óptimo empleando el modelo Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner expuesto en la 5.5.

Para derivar la matriz de varianzas y covarianzas solo se sugiere, en base a las conclusiones a las que se llega en el presente trabajo, que el sistema del departamento de riesgos financieros de crédito y mercado derive dicha matriz empleando el método multivariado GARCH ortogonal (O-GARCH) con función de verosimilitud t-Student.

En el presente apéndice se hizo la propuesta de una estructura organizacional tipo para poder invertir, de manera estructurada e institucional, el objeto de estudio en los mercados financieros, de tal forma que pueda este lograr e incluso superar los objetivos actuariales planteados para el mismo. Esta propuesta se hace en fundamento a los resultados logrados en la fase experimental del presente estudio y se deja como una propuesta preliminar sujeta a mejoras y adaptaciones en trabajos de implementación más detallados y completos que salen del alcance temático del presente trabajo.

8.2 Apéndice B pruebas de raíces unitarias de las series de tiempo de los mercados objeto de inversión

En el presente apéndice se llevará a cabo la comprobación necesaria y mencionada en el capítulo del marco teórico conceptual donde se estableció, como supuesto, que las series de tiempo de los rendimientos de un activo financiero o mercado (variaciones porcentuales en el valor de sus precios) son estacionarias. Esto se hace con la intención de fundamentar el empleo de series de tiempo de rendimientos, de tal forma que se de validez teórica a los conceptos de probabilidad conjunta en los que se fundamenta la teoría moderna de portafolios y los modelos de selección de portafolios derivados de la misma.

Para demostrar que las series de tiempo de los rendimientos de un activo financiero tienen esta propiedad de estacionariedad, se realizará un estudio empírico tanto en los precios como en los rendimientos.

Para ello se emplearon los valores base 100 el 2 de enero de 2001 de los seis índices objeto de inversión en el presente estudio, los cuales son mencionados en la tabla 2.3 y los cuales se citan de nuevo con sus correspondientes tickers de identificación:

Tabla 8.1 Instrumentos a los que se aplicarán las pruebas de estacionariedad en su serie de tiempo.

Denominación	Tipo de activo	índice que modela el comportamiento del mercado en cuestión	Ticker o identificador empleado en el estudio
Instrumentos denominados en Moneda Nacional	Mercado de renta fija	MEX_GUBERNAMENTAL	VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL
		MEX_UMS	VLMR_MEX_UMS
	Mercado de capitales	IPC	IPCB100
Instrumentos denominados en Divisas	Mercado de renta fija	S&P-Citigroup Internacional Treasury Bond ex US de Rendimiento Total	S%P-CITB100
		EFFA-Bloomberg Estados Unidos de rendimiento Total	EFFAUSB100
	Mercado de capitales	MSCI Global Gross Equity Index	MSCIWORLDGB100
Fuente: Elaboración propia.			

Para realizar este estudio de presencia de estacionariedad se hicieron tres tipos de pruebas:

1. Conteo de número de rezagos que violaron los intervalos de confianza del autocorrelograma parcial en cada periodo semanal t para demostrar que, asintóticamente, no existe autocorrelación en los mercados o activos financieros objeto de inversión.
2. La aplicación del prueba con el estadístico Q de Ljung-Box (1978).
3. La revisión de la presencia de raíces unitarias más comunes en este tema que son:
 - a. La prueba de significancia de β se realizará con los estadísticos desarrollados por Dickey y Fuller (1981) en su forma simple y en la aumentada con un rezago en el término ε_t .
 - b. La relativa al empleo de la metodología para desarrollar estadísticos de prueba de estacionariedad propuesta por Phillips y Perron (1987).

8.2.1 Conteo de violaciones a los intervalos de confianza de los autocorrelogramas parciales

Esta primera prueba tiene como fin el determinar para cada mercado y en cada periodo semanal t (470 observaciones) la cantidad de violaciones que se tuvieron a los autocorrelogramas parciales de cada mercado objeto de inversión por parte de los rezagos que forman parte de un truncamiento del intervalo dato por $AR([t - 1, t - 5])$. Para establecer el concepto de violación de intervalo de confianza se parte de la definición de coeficiente de autocorrelación parcial del rezago k como γ en el siguiente proceso AR(5):

$$x_{M,t} = \alpha + \gamma_{M,1} \cdot x_{M,t-1} + \gamma_{M,2} \cdot x_{M,t-2} + \gamma_{M,3} \cdot x_{M,t-3} + \gamma_{M,4} \cdot x_{M,t-4} + \gamma_{M,5} \cdot x_{M,t-5} + \varepsilon_{M,t} \quad (\text{Fórmula 8.1})$$

En la expresión anterior $x_{M,t}$ representará la serie de tiempo del precio ($p_{M,t}$) o el rendimiento ($r_{M,t}$) según sea el escenario de análisis. Para definir una violación a un intervalo de confianza del 95% establecido por $Z_{95\%} = 1.644853627$ y la desviación estándar dada por el número de observaciones \sqrt{T} , se tiene la expresión:

$$\phi_{M,t} = Z_{95\%} \cdot \sqrt{T} = 1.644853627 \cdot \sqrt{T} \quad (\text{Fórmula 8.2})$$

Por tanto la codificación de una violación por parte del coeficiente de autocorrelación k de un mercado o índice M en la semana t se dará por:

$$\forall k = [1,2,3,4,5], \quad IV_{M,t-k} = \begin{cases} 1 & \text{si } |\gamma_{M,t-k}| > |\phi_{M,t}| \\ 0 & \text{si } |\gamma_{M,t-k}| \leq |\phi_{M,t}| \end{cases} \quad (\text{Fórmula 8.3})$$

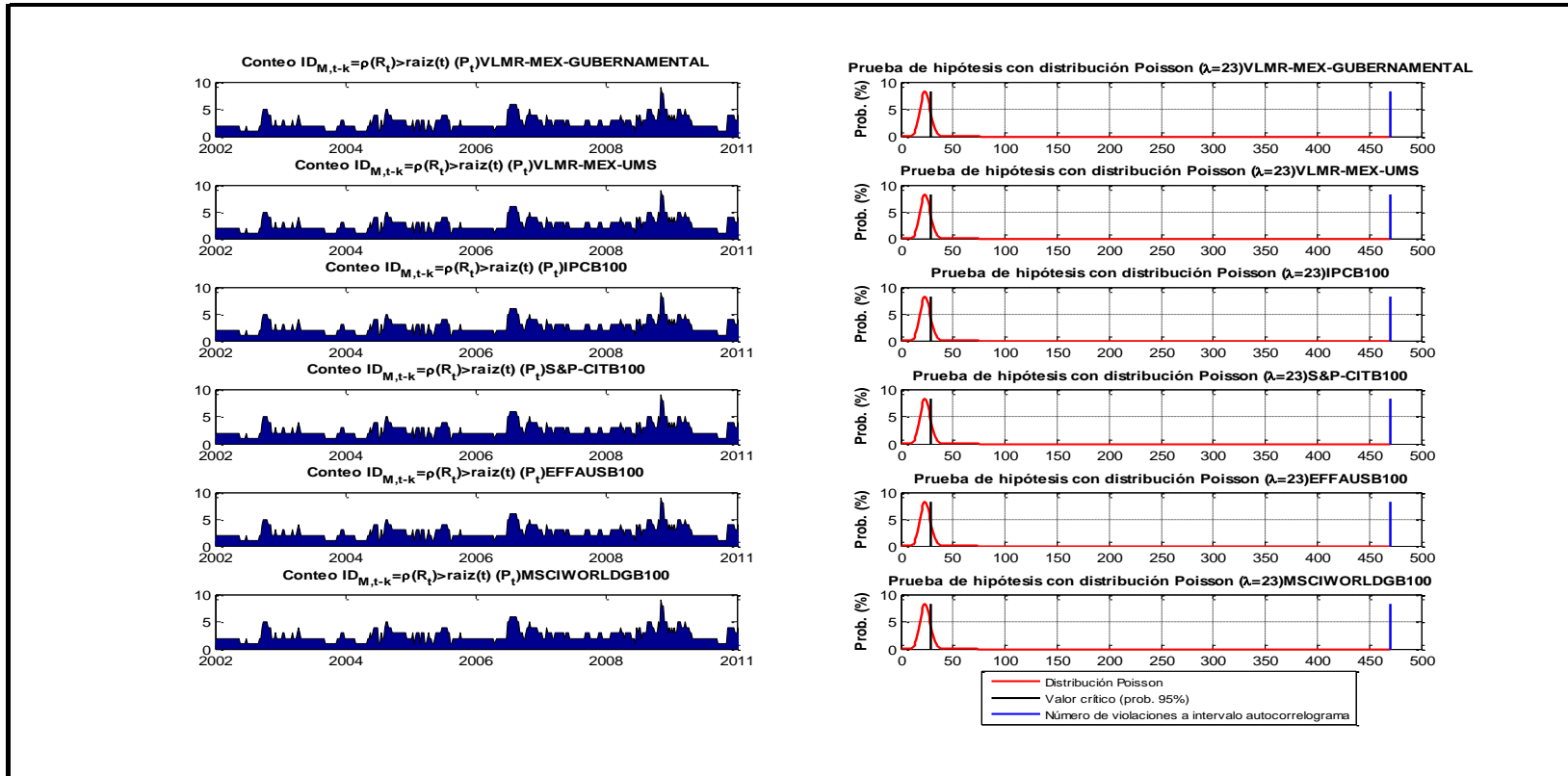
Con esta codificación se llega a dos objetivos. El primero determinar el número de rezagos (dentro de un intervalo de uno a cinco como se especificó) por periodo en cada mercado que llega a un valor de $IV_{M,t-k} = 1$. Este conteo se definirá como $NV_{M,t-k} = \sum_{k=1}^T IV_{M,t-k}$. Con $T = 470$ o número de semanas estudiadas.

Ya que se tiene un número de violaciones por mercado M , se realiza una prueba estimación de intervalo con una distribución de Poisson para valores de 1 a 470 con un valor de $\lambda = 23.5$ que equivale a un 5% de error u holgura en el número de violaciones permitidas en toda la muestra lograda. Es decir, de 470 observaciones, solo 23.5 pueden tener un valor de $IV_{M,t-k} = 1$. La media de la distribución se dará por $\lambda = 23.5$, así como su desviación estándar. Por lo que se calcula un intervalo superior de 95% de confianza que lleva a $\lambda + (95\% \cdot \lambda) = 28.10$. Esto lleva a establecer la siguiente hipótesis nula para determinar si existe, de manera asintótica o sistemática autocorrelación dado que alguno de los k rezagos de la serie de tiempo del mercado estudiado a lo largo del tiempo viola el intervalo de confianza dado en la fórmula A.2:

$$H_0: \text{Existe autocorrelación en las serie de tiempo dado que } NV_{M,t-k} > 28.10 \quad (\text{Fórmula 8.4})$$

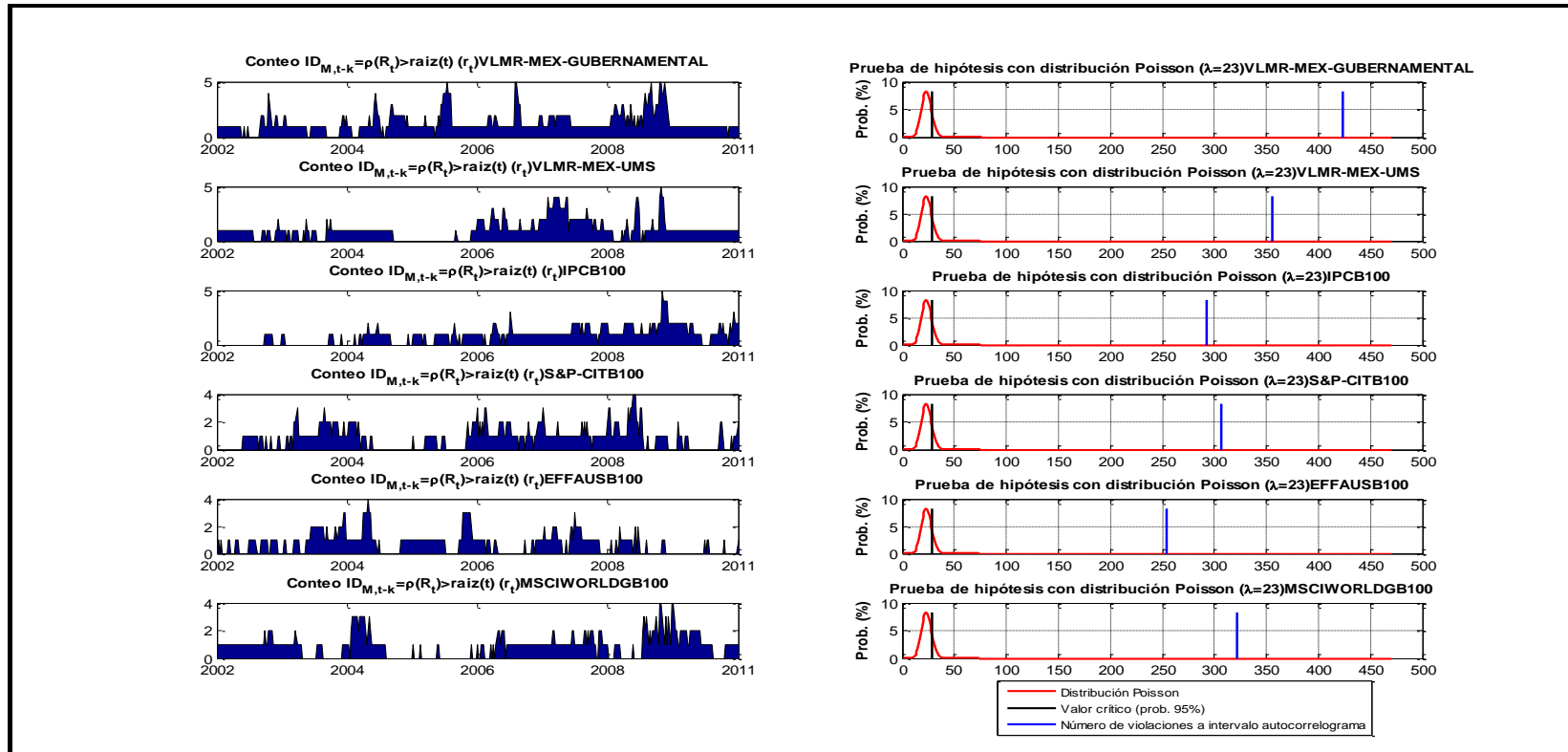
Al realizar esta prueba con una rutina especialmente programada en Matlab, se observaron los resultados de las gráficas 8.1 y 8.2.

Gráfica 8.1 Conteo de violaciones al intervalo de confianza del autocorrelograma parcial en t por la serie de tiempo de precios de cada mercado, así como prueba de hipótesis con distribución de probabilidad de Poisson.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Gráfica 8.2 Conteo de violaciones al intervalo de confianza del autocorrelograma parcial en t por la serie de tiempo de rendimientos de cada mercado, así como prueba de hipótesis con distribución de probabilidad de Poisson.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd----p----->

En la parte izquierda de la gráfica 8.1 se observa el número de violaciones a $\phi_{M,t}$ en cada mercado en t . En la parte derecha se grafica, dado $NV_{M,t-k}$, el resultado de esta prueba de hipótesis H_0 donde se comprueba que efectivamente el número de violaciones es significativamente alto, conduciendo a la conclusión de que existe autocorrelación en las series de tiempo (precios) estudiadas.

Para el caso de los rendimientos ($r_{M,t}$) se tienen los resultados de la gráfica 8.2. Siguiendo la misma lógica de presentación, se observa que, contrario a lo que se suponía de manera teórica, existen múltiples violaciones a los correlogramas (aunque en menor magnitud que la serie de tiempo de precios) que llevan a establecer que podría existir algún efecto de autocorrelación en los rezagos de los rendimientos o variaciones porcentuales llevando a la potencial ausencia de la estacionariedad buscada en un activo financiero o mercado. Sin embargo, esto debe corroborarse a la luz de pruebas más exhaustivas como es la autocorrelación conjunta medida por el estadístico Q de Ljung-Box o las pruebas de raíz unitaria comúnmente empleadas.

8.2.2 Resultados de la prueba del estadístico de autocorrelación Q Ljung-Box

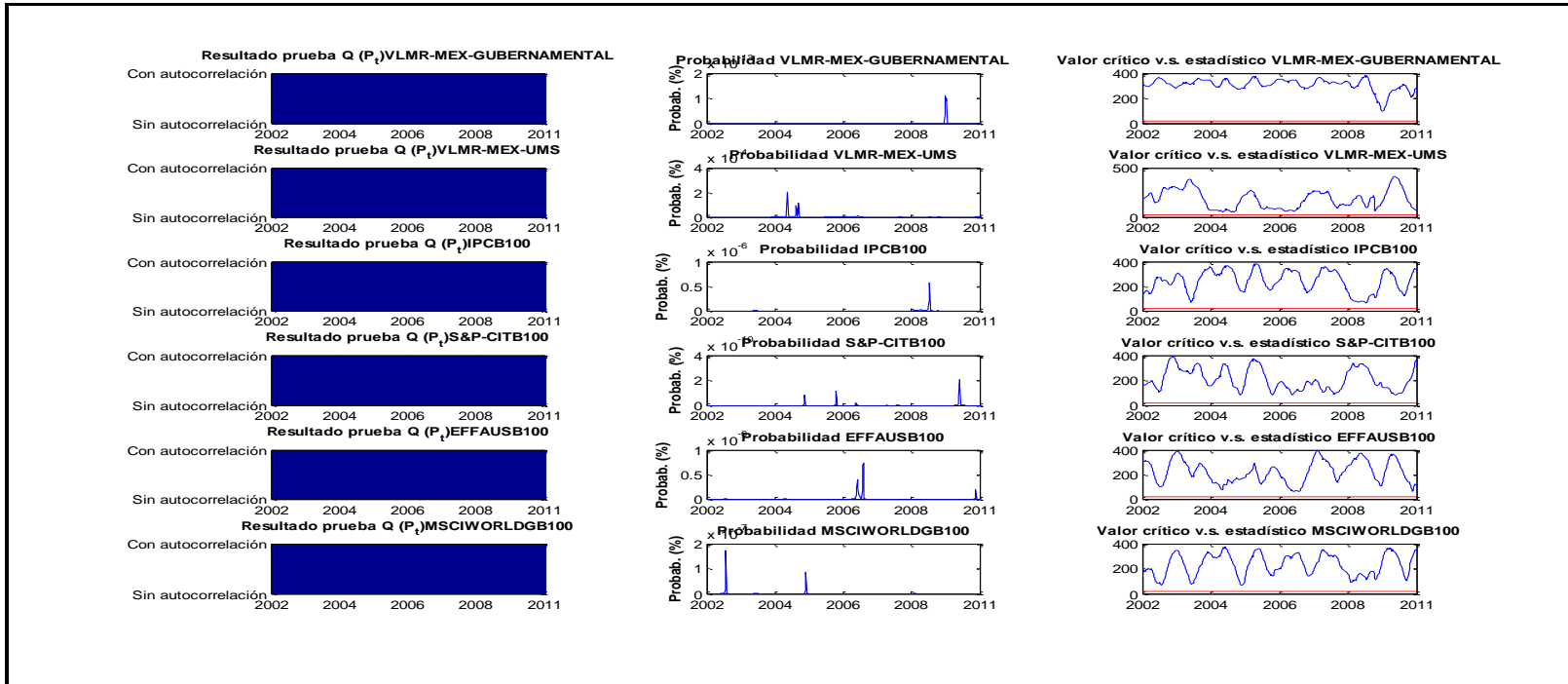
Partiendo de la propuesta de Lung y Box (1978) para medir la autocorrelación de los $k = 5$ rezagos ya no de manera individual como en la prueba anterior sino de manera conjunta, se corrió dicho estadístico de manera progresiva en las mismas series de tiempo y periodos semanales, haciendo empleo de la siguiente hipótesis nula en cada periodo t :

$$H_0: \text{Existe autocorrelación conjunta dado } Q_{M,t} > \chi_{1-5\%,5}^2 \quad (\text{Fórmula 8.5})$$

En esta hipótesis $Q_{M,t}$ es el estadístico Q dado por:

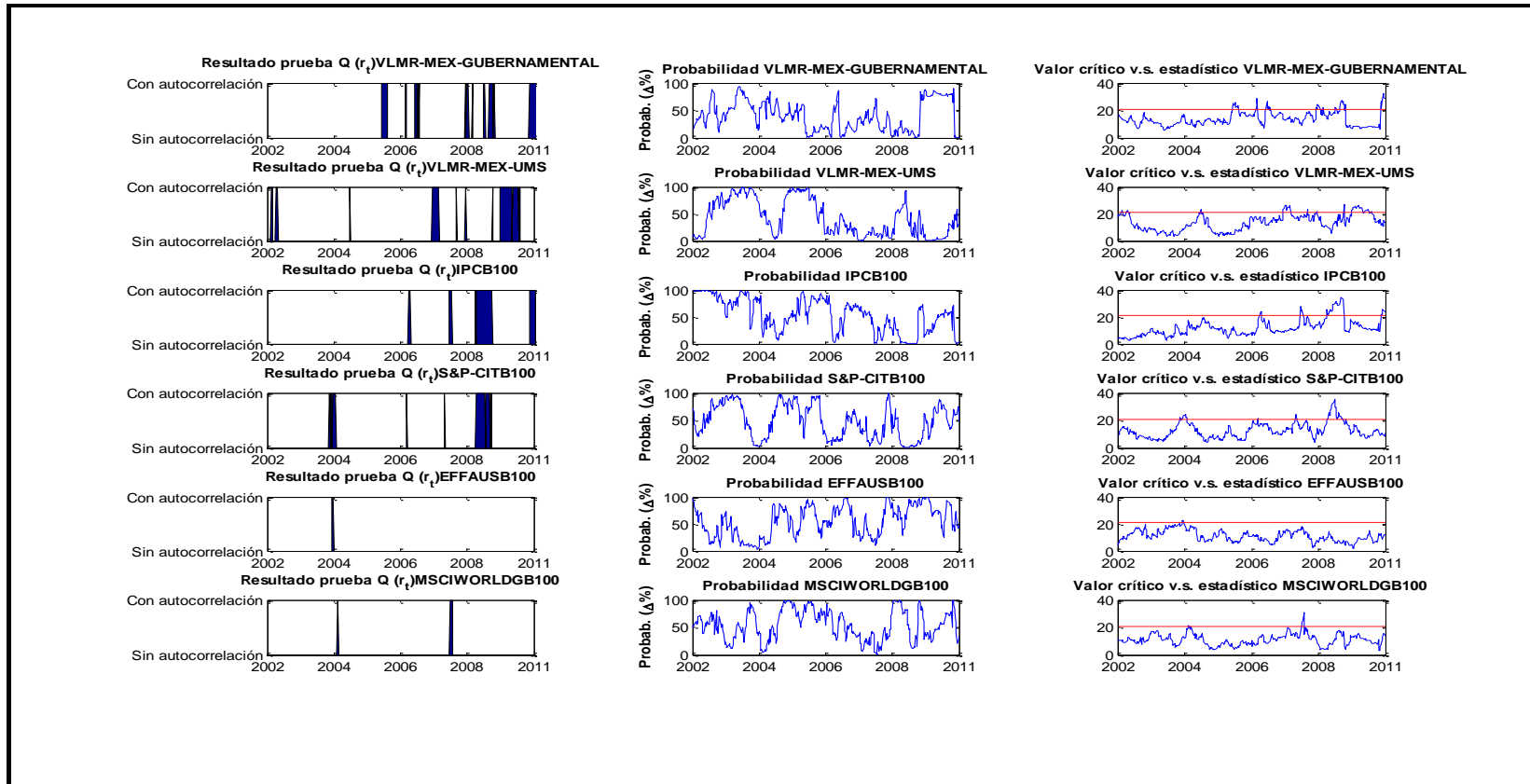
$$Q_{M,t} = T(T + 2) \sum_{k=1}^5 \frac{\gamma_k^2}{T - k} \quad (\text{Fórmula 8.6})$$

Gráfica 8.3 Resultado de prueba Q de Ljung-Box para la presencia de autocorrelación conjunta en cinco rezagos de la serie de tiempo de precios.



Fuente: Elaboración propia con datos de Bloomberg Professional Software. New York, NY, USA, Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. (31 de 10 de 2010). Valor de Mercado . Recuperado el 16 de 03 de 2011, de Metodología Benchmarks: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010). MSCI a clear view of risk and return. Recuperado el 16 de 02 de 2011, de Index Definitions: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2010) y Standard & Poors Financial Services LLC. (31 de 12 de 2008). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de S&P/Citigroup International Treasury Bond Indices: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p-----> Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->

Gráfica 8.4 Resultado de prueba Q de Ljung-Box para la presencia de autocorrelación conjunta en cinco rezagos de la serie de tiempo de rendimientos.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd----p----->

Este está distribuido $Q_{M,t} \sim \chi^2_{1-\alpha, gl}$ con α el nivel de significancia (5% para este ejercicio) y $gl = 5$ correspondientes al número de rezagos máximo empleado.

En base al planteamiento anterior se aprecia en la siguiente gráfica el resultado de la prueba del estadístico Q . En la parte izquierda se presenta la codificación binaria siendo 1 la presencia de autocorrelación y 0 la ausencia de la misma. En la parte intermedia se presenta a probabilidad de cometer error tipo I dado H_0 y a la derecha se observa el valor histórico de $Q_{M,t}$ en comparación de la línea roja que representa el valor crítico de $\chi^2_{95\%,5}$. De la misma se concluye que en todos los mercados en todas las semanas se cumple con la relación $Q_{M,t} > \chi^2_{1-5\%,5}$. Por tanto, en la serie de tiempo de precios existe autocorrelación conjunta y se puede anticipar que esta no es estacionaria.

La situación contraria sucede en las series de tiempo de rendimientos (ver gráfica 8.4). En esta última gráfica se aprecia cómo existe baja evidencia de autocorrelación en las series de tiempo de rendimientos. Esto se da salvo en momentos identificados (algunos de ellos) como de alta volatilidad o nerviosismo en los mercados o “atípicos” (término a definir en el apéndice C).

A la luz de estos resultados puede aceptarse, contrario a la prueba anterior, que no existe autocorrelación y, por ende, una potencial fuente de estacionariedad en la serie de tiempo de interés (rendimientos o variaciones porcentuales), la cual evita relaciones estadísticas espurias que atenten con los principios matemáticos de la Teoría Moderna de Portafolios.

Sin embargo, para comprobar esto con un criterio de mayor peso, se aplican las pruebas de raíz unitaria.

8.2.3 Resultados de las pruebas de raíz unitaria

8.2.3.1 Prueba Dickey-Fuller

Dado que, como se apreció en los sub capítulos anteriores, para la serie de tiempo que interesa (rendimientos) se tienen resultados de pruebas de autocorrelación que se

contradican a sí mismos, un criterio de conclusión podría ser el aplicar tres pruebas de raíces unitarias que llevarán las siguientes consideraciones:

1. La forma funcional del proceso autorregresivo a considerar será el de un proceso de caminata aleatoria con variación constante¹⁵⁹ del tipo:

$$x_{M,t} = \alpha + \beta \cdot x_{M,t} + v_t \quad (\text{Fórmula 8.7})$$

Siendo $x_{M,t}$, tanto la serie de tiempo de precios como la de rendimientos.

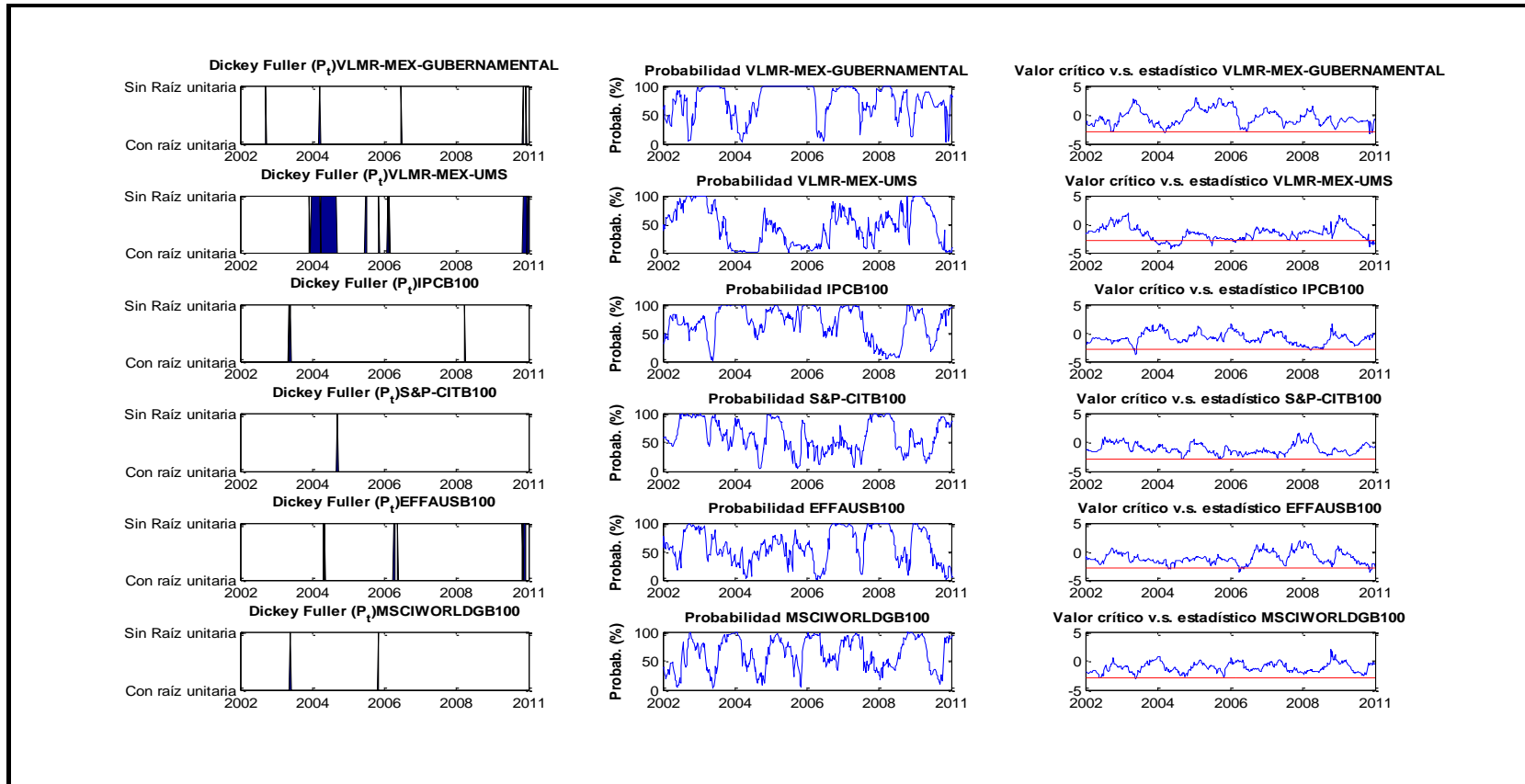
No se modelará el proceso de caminata aleatoria con variación constante alrededor de una tendencia estacionaria debido a que este es un caso más general que sí se observa en las series de tiempo de precios pero no en las de los rendimientos que son las de interés. Esto se interpreta como que en raras ocasiones se ve una influencia de la tendencia o “tiempo” (t) de manera asintótica.

2. El número de rezagos empleados en el término v_t para la prueba Dickey-fuller en su versión aumentada y en la prueba Phillips-Perron será de solo uno ya que se estima que, a lo mucho, existirá influencia de solo una observación atrás en v_t .
3. Se aplicarán entonces las pruebas Dickey-fuller, Dickey-Fuller aumentada y Phillips-Perron (con un rezago).

Los resultados de cada una de las 470 corridas realizadas con cada una de las pruebas en los seis mercados estudiados se presentan en las siguientes dos gráficas, siguiendo la misma lógica de presentación de las gráficas de la prueba Q. En la parte izquierda de las mismas se presenta la codificación binaria de presencia o ausencia de raíz unitaria, en la intermedia la probabilidad de cometer error tipo I y a la derecha la relación entre el estadístico en cuestión y sus valores críticos (τ) obtenidos con las tablas desarrolladas por Dickey y Fuller (1981). En esta prueba la hipótesis nula dada por:

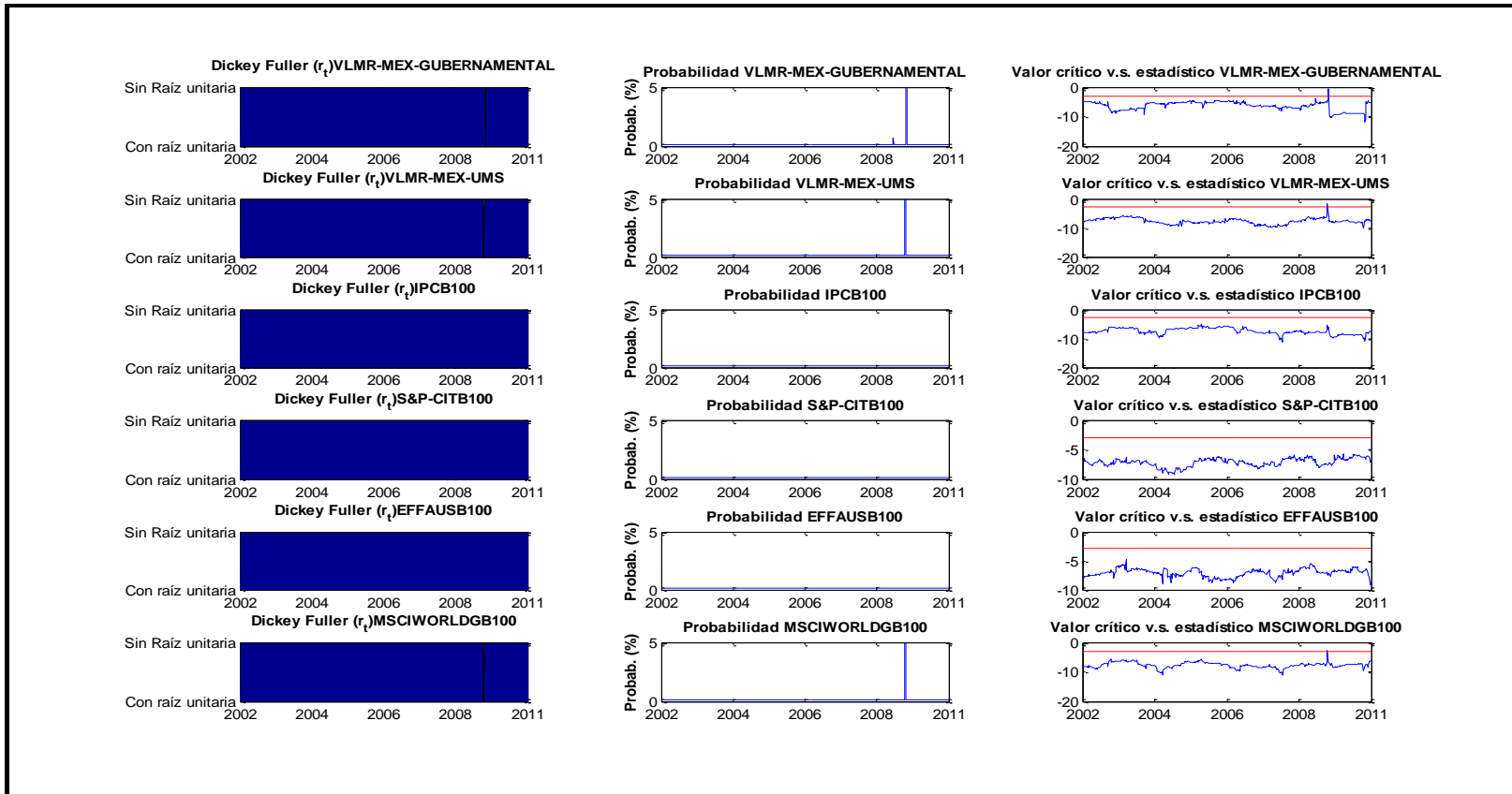
¹⁵⁹ Ya que un proceso estocástico simple $x_t = \beta \cdot x_t + \varepsilon_t$ es un caso especial del expuesto y el proceso estocástico con tendencia resulta poco aplicable en la serie de tiempo de rendimientos de interés.

Gráfica 8.5 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller para la serie de tiempo de precios en los mercados objeto de inversión.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd----p----->

Gráfica 8.6 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller para la serie de tiempo de rendimientos en los mercados objeto de inversión.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/spfi--bdx-usd----p----->

H_0 : Existe raíz unitaria dado que el estadístico de β es $t > \tau$ (Fórmula 8.8)

En la prueba Dickey Fuller simple de la serie de tiempo de precios (gráfica 8.5) se observa que, salvo en algunas fechas específicas del año 2004 y 2006, la hipótesis nula de la presencia de raíces unitarias se acepta. Lo que confirma la no estacionariedad de las pruebas previamente realizadas. En la gráfica 8.6 se presentan las conclusiones del análisis realizado a las series de tiempo de los rendimientos. En la misma se rechaza la presencia de raíces unitarias, sugiriendo la presencia de estacionariedad en la misma. Esto último se establece así dado que los estadísticos t del coeficiente β del proceso $AR(p)$ empleados en la fórmula 10.7 son menores a la magnitud del valor crítico τ .

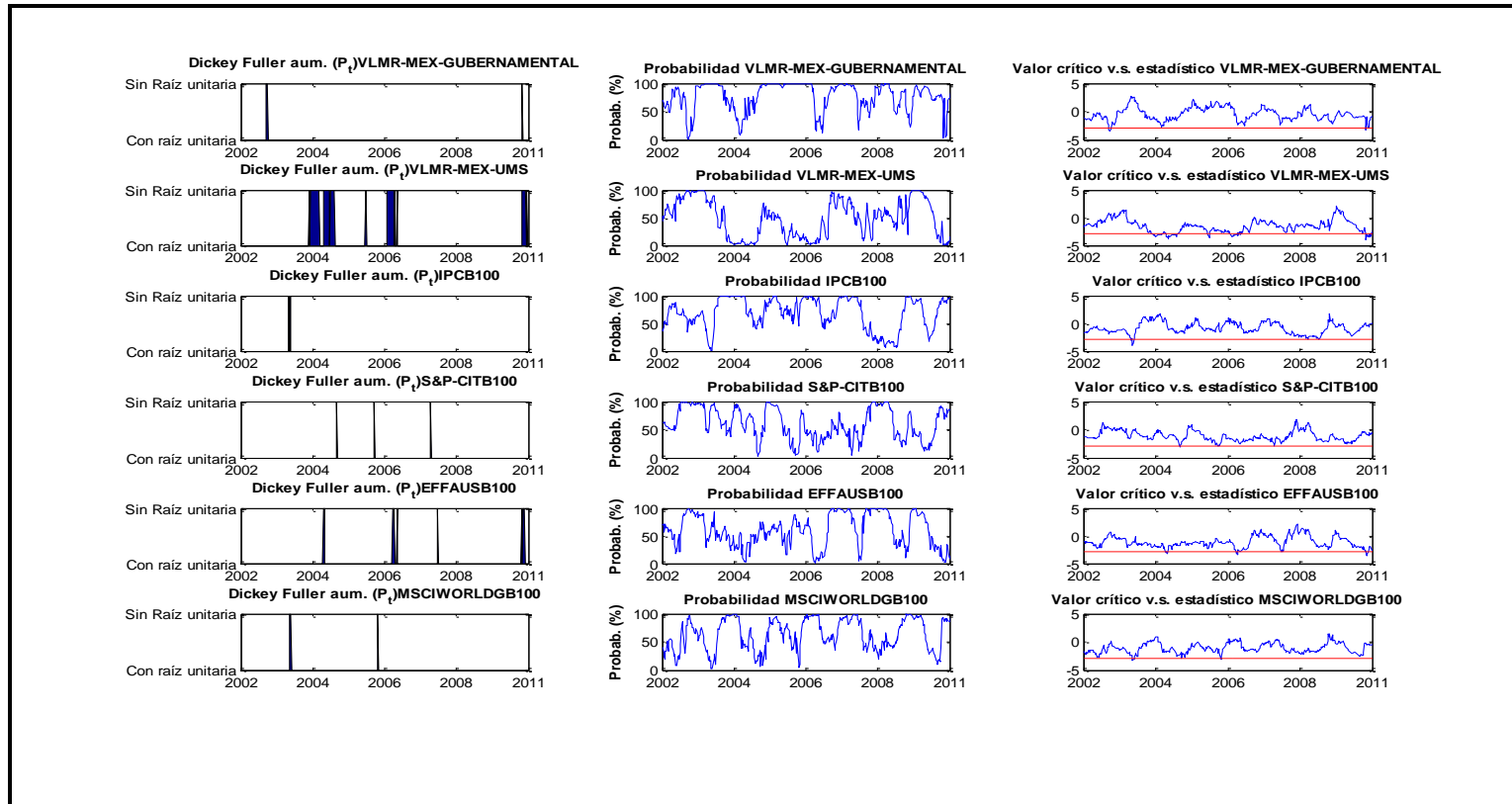
8.2.3.2 Prueba Dickey-Fuller aumentada

Aplicando la prueba Dickey-Fuller Aumentada con un rezago del término ε_{t-1} , se puede apreciar que se llega prácticamente a las mismas conclusiones que la prueba anterior. Esto se expone para precios y rendimientos en las gráficas 8.7 y 8.8 de manera respectiva.

8.2.3.3 Prueba Phillips-Perron

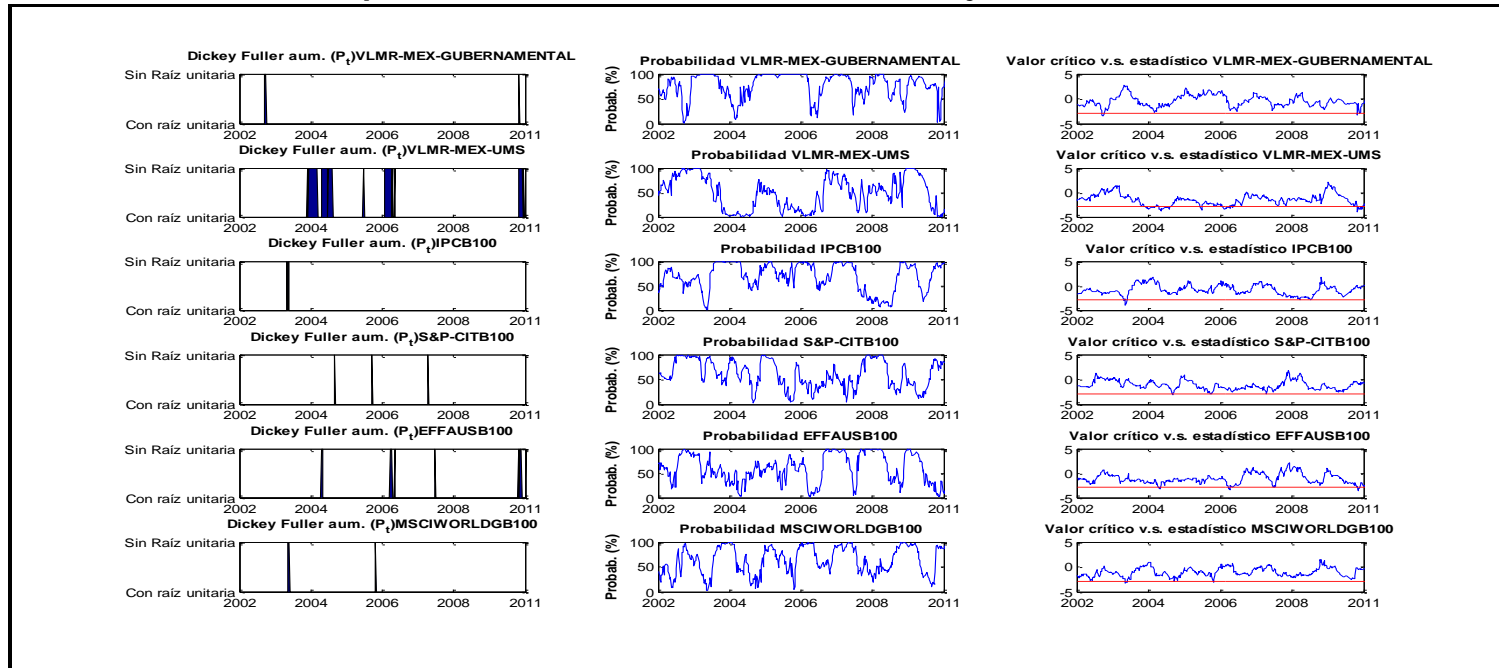
Por último se presentan, en la siguiente página, los resultados de la prueba Phillips-Perron con un rezago en el término ε_{t-1} . Los resultados para la serie de tiempo de los precios presentan, de nuevo con algunos datos atípicos, raíces unitarias; situación contraria en el caso de los rendimientos. Esto se expone en las gráficas de precios y rendimientos en las gráficas 10.9 y 10.10 de manera respectiva.

Gráfica 8.7 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller aumentada para las series de tiempo de precios de los mercados objeto de inversión.



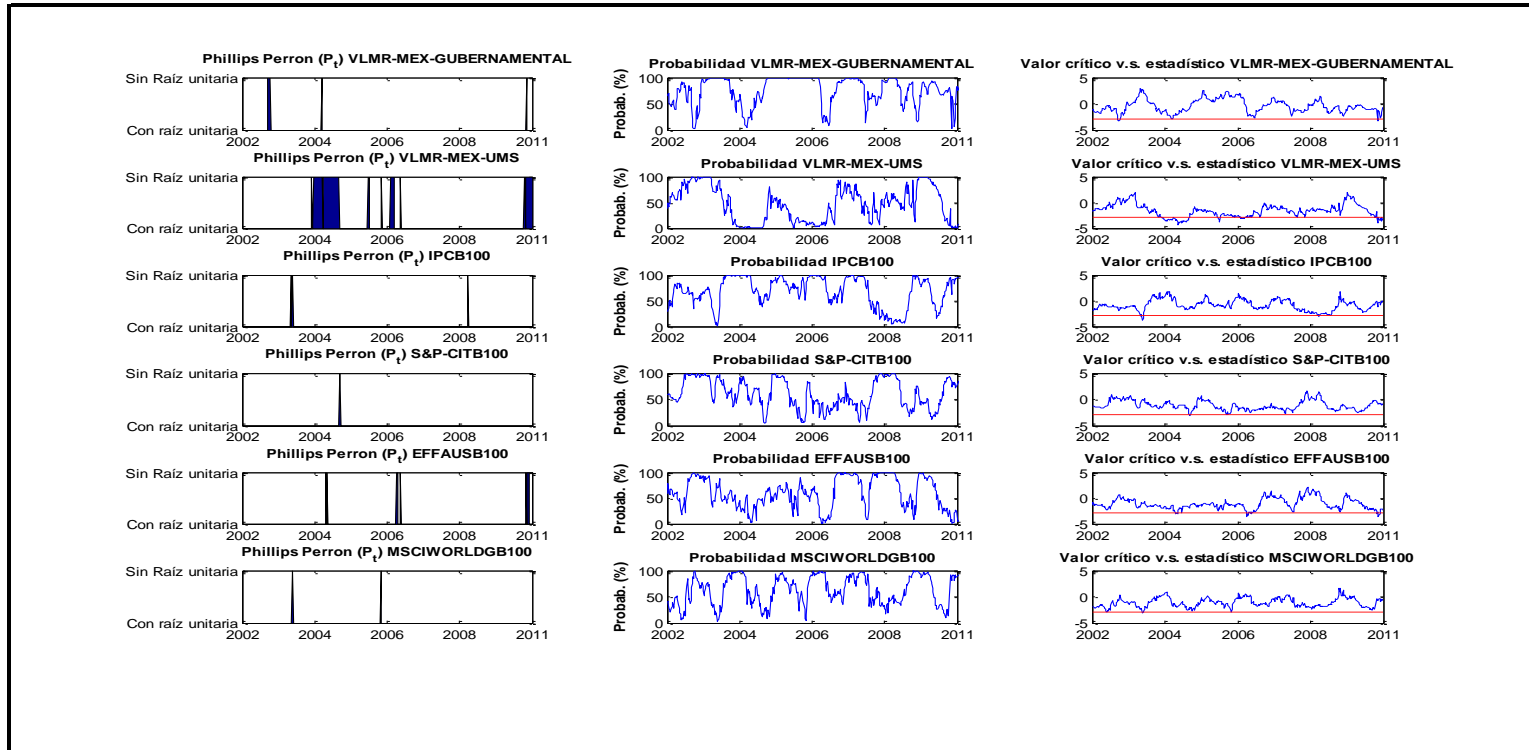
Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Gráfica 8.8 Resultados de la prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller aumentada para las series de tiempo de rendimientos de los mercados objeto de inversión.



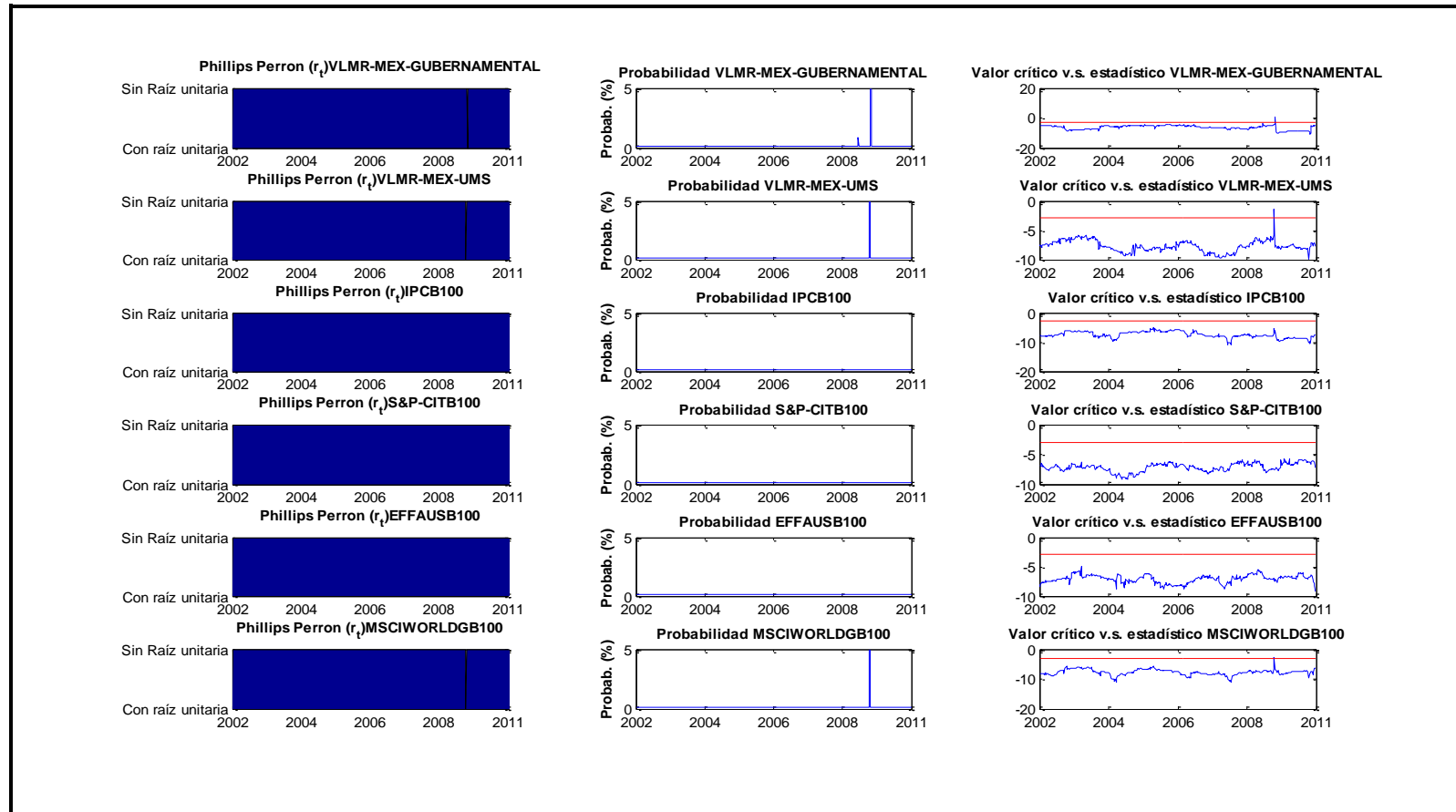
Fuente: Elaboración propia con datos de Bloomberg Professional Software. New York, NY, USA, Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. (31 de 10 de 2010). Valor de Mercado . Recuperado el 16 de 03 de 2011, de Metodología Benchmarks: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010). MSCI a clear view of risk and return. Recuperado el 16 de 02 de 2011, de Index Definitions: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2010) y Standard & Poors Financial Services LLC. (31 de 12 de 2008). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de S&P/Citigroup International Treasury Bond Indices: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->Fuente: Elaboración propia con información de Bloomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->

Gráfica 8.9 Prueba de raíz unitaria Phillips-perron para las series de tiempo de precios de los mercados objeto de inversión.



Fuente: Elaboración propia con datos de Bloomberg Professional Software. New York, NY, USA, Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. (31 de 10 de 2010). Valor de Mercado. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de Metodología Benchmarks: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010). MSCI a clear view of risk and return. Recuperado el 16 de 02 de 2011, de Index Definitions: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2010) y Standard & Poors Financial Services LLC. (31 de 12 de 2008). Standard & Poors Benchmarks, Research, Daa and Analytics. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de S&P/Citigroup International Treasury Bond Indices: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p-----> Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->

Gráfica 8.10 Prueba de raíz unitaria Phillips-Perron para las series de tiempo de rendimientos de los mercados objeto de inversión.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->

8.2.4 Conclusiones a la serie de pruebas realizadas

Se han realizado una serie de pruebas de autocorrelación para determinar si existe este efecto en la serie de tiempo tanto de precios como de rendimientos, siendo de interés el segundo tipo para los fines buscados en el presente estudio. Del conjunto de resultados observados se observa que, para las series de tiempo $r_{M,t}$, se tienen elementos suficientes como para concluir que este tipo de series de tiempo es estacionaria y, por ende, útil para fijar relaciones estadísticas no espurias, lo cual es fundamental para emplear los principios de probabilidad conjunta que rigen a la teoría moderna de portafolios. En una dimensión más práctica, de todos los resultados se observó que solo la prueba de conteos a las violaciones del intervalo de confianza del autocorrelograma parcial sugiere resultados contradictorios a lo teóricamente esperado. A pesar de ello, la cantidad de pruebas que refutan este resultado (prueba Q y las tres pruebas de raíz unitaria) llevan a la conclusión de presencia de estacionariedad. Sin embargo, es de interés observar que la contradicción que esta prueba aporta sienta la base para realizar futuras investigaciones para emplear otro tipo de modelos de series de tiempo ya no solo para modelar el valor esperado del rendimiento de un activo a través de su media aritmética ($E(r_i) = \bar{r}_i$) como se opera en el presente estudio; sino a través de modelos de series temporales más complejos en términos del manejo de la potencial presencia de autocorrelación y, por ende, no estacionariedad en momentos atípicos en los mercados financieros.

8.3 Apéndice C Presencia del efecto ARCH y del conglomerado de correlación en las series de tiempo de rendimientos de los mercados objeto de inversión

En el presente apéndice se buscará determinar la presencia sistemática o estructural del efecto ARCH en las series de tiempo de rendimiento $r_{M,t}$ correspondientes a cada uno de los mercados objeto de inversión en el presente estudio. A su vez, se buscará establecer si persiste el fenómeno de conglomerado de correlaciones que dará fundamento al empleo de los modelos GARCH ortogonales como estimadores de la covarianza entre mercados.

8.3.1 Prueba de persistencia del efecto ARCH

Para realizar la primera prueba (presencia de efecto ARCH) se aplicó, de manera progresiva al igual que en la pruebas de estacionariedad, la prueba ARCH (Engle, 1982, pp. 999-1000) en una serie de 470 periodos semanales con 52 observaciones (un año laboral de 52 semanas), iniciando el 2 de enero de 2002 y concluyendo el 31 de diciembre de 2010, dando un total de 470 pruebas en cada una de las seis series de tiempo correspondientes a las variaciones porcentuales o rendimientos de los mercados objeto de inversión en el presente estudio. En cada periodo se aplicó la siguiente regresión auxiliar con $p \in [1,5]$ rezagos:

$$\varepsilon_t^2 = \lambda + \sum_{i=1}^p \gamma_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + v_t, \quad cov(v_t^2, v_{t-1}^2) \neq 0 \quad (\text{Fórmula 8.9})$$

Con los valores logrados en v_t se llega al siguiente estadístico dado el valor el R^2 de la regresión auxiliar:

$$T \cdot R^2 \sim \chi_{95\%,T}^2 \quad (\text{Fórmula 8.10})$$

Por tanto, la hipótesis nula para esta primera prueba se dará por:

$$H_0: \text{Existe presencia de efecto ARCH dado que } T \cdot R^2 > \chi_{95\%,T}^2 \quad (\text{Fórmula 8.11})$$

Por tanto, en cada periodo y cada mercado se corrió la prueba de la fórmula 10.11 y se contó, para cada caso, el número de veces que se cumplió la misma a través de la siguiente función indicatriz:

$$IV_{m,t-k} = \begin{cases} 1 & \text{si } T(R^2) > \chi_{1-5\%,T}^2 \\ 0 & \text{si } T(R^2) \leq \chi_{1-5\%,T}^2 \end{cases} \quad (\text{Fórmula 8.12})$$

Con el conteo observado en cada mercado M , se siguió la misma sumatoria de valores de la función indicatriz ($NV_{M,t-k} = \sum_{k=1}^T IV_{M,t-k}$) que en el caso de la prueba de número de violaciones a los autocorrelogramas parciales, llevando a la siguiente hipótesis nula:

$$H_0: \text{Se acepta que, en el largo plazo puede haber incidencia en el efecto ARCH dado que } NV_{M,t-k} > \text{Valor crítico}_{\lambda,5\%} = 28.10 \quad (\text{Fórmula 8.13})$$

Donde, partiendo de una distribución de probabilidad Poisson para calcular un intervalo superior al 95% de confianza con $\lambda = 5\% \text{ de error} * T = 5\% * 470 = 23.5$, se llega al valor crítico de 28.10 observaciones.

Como consideración a esta última prueba, es necesario observar que, tal como observa Engle (1982, p. 999):

“Dada una serie de tiempo, que es muestral y que el modelo ARCH es iterativo, debe saberse previamente si es necesario llevar a cabo tal cálculo. Para ello es deseable realizar una prueba de la presencia de este efecto”.

Dado que esta presencia puede ser muestral y no persistente a lo largo del tiempo ya que se presupuso, por simplicidad en las simulaciones y su programación, que este efecto siempre es sistemático, es de interés determinar si al menos se tienen elementos empíricos para aceptar que, como se dice en la H_0 de la fórmula 8.13, en el largo plazo puede haber una incidencia frecuente del efecto ARCH buscado, de tal modo que sea de utilidad el empleo de modelos $ARCH(p, q)$ o $GARCH(p, q)$, de manera sistemática en cada fecha simulada, para la cuantificación de volatilidades.

Por tanto, para cada mercado con rezagos $p \in [1,5]$ en la regresión auxiliar de la fórmula 8.9, se llega a que, para una regresión auxiliar considerando solo un rezago del efecto ARCH se observa que solo en algunos periodos de tiempo¹⁶⁰ el efecto ARCH es aceptado, situación que se sugiere congruente con las propuestas teóricas de Engle. Esto se apreciará en la parte izquierda de la gráfica 8.10 (conteos de H_0 aceptada). En el centro se observa el resultado de las diferentes pruebas de hipótesis (estadístico y valor crítico) en cada mercado estudiado.

Sin embargo, podría sospecharse, que dada la baja cantidad de periodos en esta situación, podría no ser necesario emplear los modelos $ARCH(p, q)$ o $GARCH(p, q)$ como se ha realizado en las simulaciones efectuadas en el presente estudio. Para justificar su uso sistemático, adicional a los resultados observados en el desempeño de los portafolios revisados en la fase experimental del presente estudio, se presenta el resultado de la prueba con distribución Poisson de la fórmula 8.13 en la parte derecha. De esta se destaca que solo el mercado de bonos del Tesoro de los Estados Unidos no mostró sistemáticamente la presencia del efecto ARCH (ver tabla de resumen de resultados al final de este apéndice). Esto último se sugiere congruente con estudios como los realizados por Kahn y Stefeck (1996) los cuales son revisados en Scherer (2007, pp. 53-55) en donde se observa que, para el periodo de 1994 a 2001, dicho mercado¹⁶¹ es el único caso donde se observó una persistencia de normalidad, siendo el MSCI global equity index (*benchmark* empleado en el presente estudio), el JP Morgan EMBI+ y el Salomon Brothers Global bond Index¹⁶² tres casos donde existían tanto sesgos positivos como niveles de kurtosis mayores a 3 (efecto de colas largas resultante el efecto ARCH).

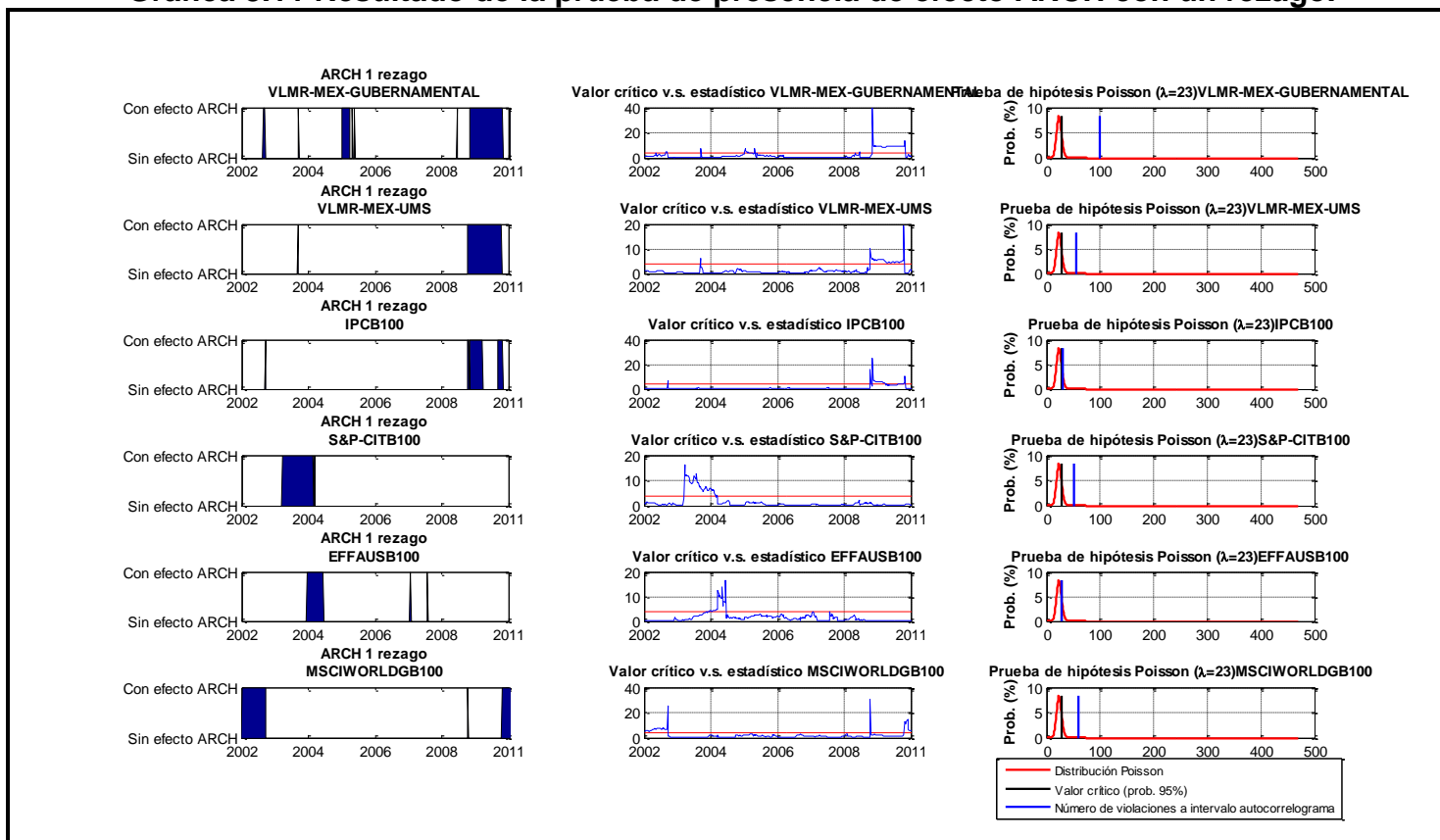
El resto de pruebas aplicadas a rezagos de dos a cinco se presenta en las gráficas 8.12 a 8.15. El resumen de los resultados se presenta en la tabla 10.2

¹⁶⁰ En concreto aquellos en los que la inestabilidad en la aversión al riesgo por parte de los inversionistas se vio incrementada dado los eventos financieros y económicos

¹⁶¹ Aproximado en estos estudios con el JP Morgan US Bond, símil del EFFA-BLOOMBERG US Treasury empleado en el presente.

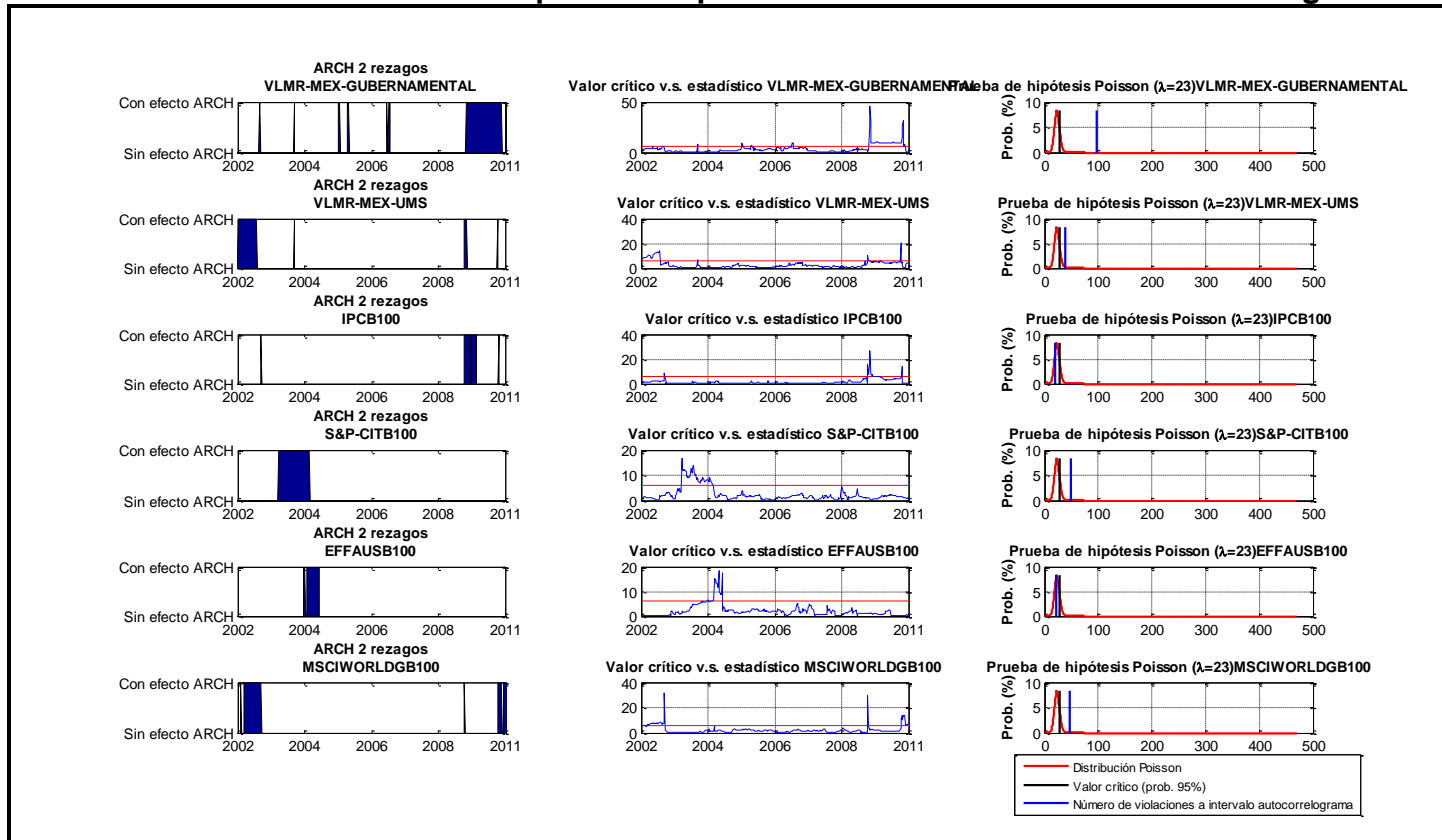
¹⁶² Aproximaciones globales de los índices VALMER_UMS, VALMER_GUBERNAMENTAL y del S&P-Citigroup Global Bund Index.

Gráfica 8.11 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con un rezago.



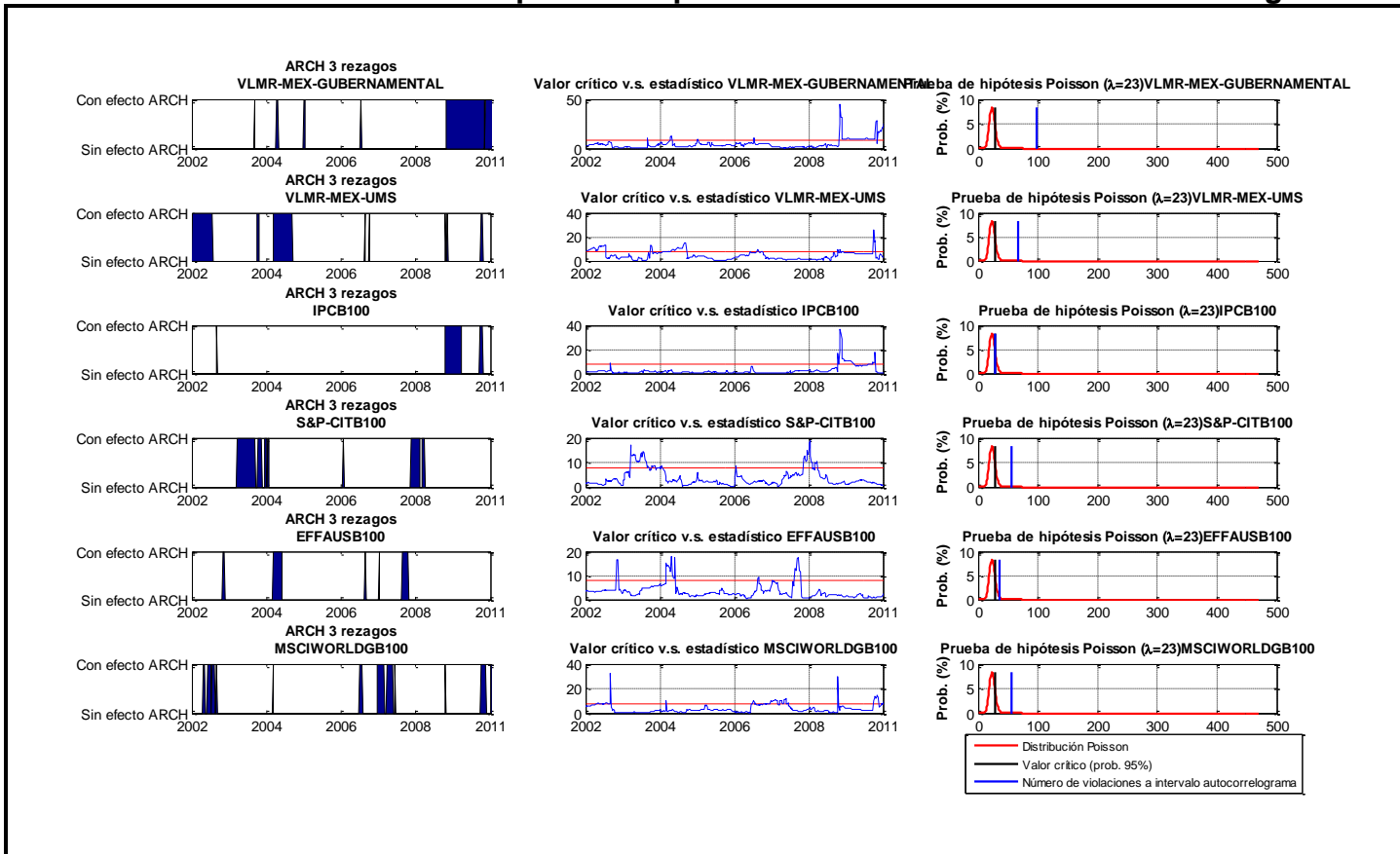
Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Gráfica 8.12 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con dos rezagos.



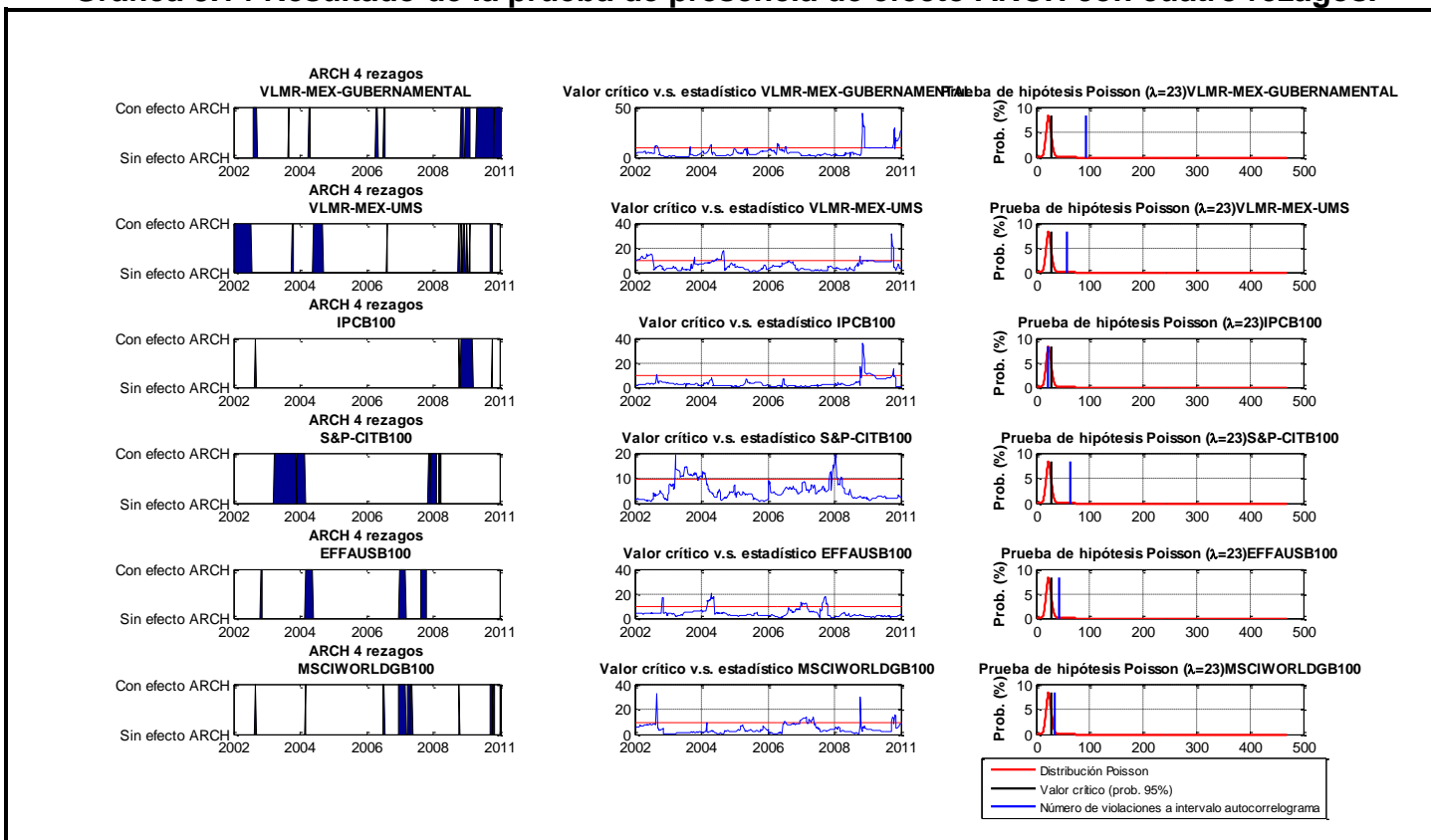
Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi--bdx-usd---p----->

Gráfica 8.13 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con tres rezagos.



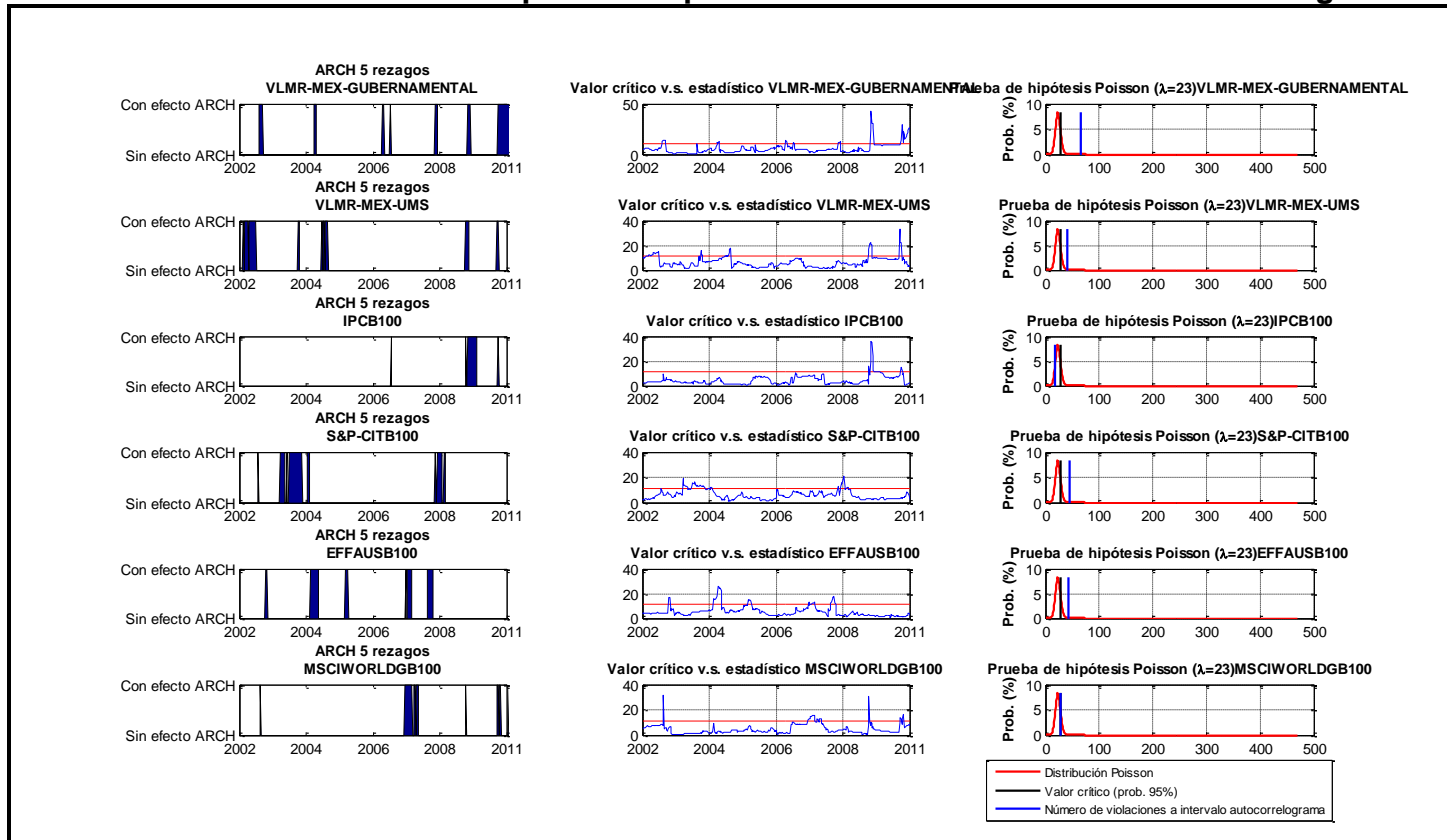
Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/spfi-bdx-usd---p----->

Gráfica 8.14 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con cuatro rezagos.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf, MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitivos. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Gráfica 8.15 Resultado de la prueba de presencia de efecto ARCH con cinco rezagos.



Fuente: Elaboración propia con información de Blomberg (2010). Bloomberg professional software. New York, USA, de VALMER (2010). Valor de Mercado. Metodología Benchmarks. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf ,MSCI Inc. (31 de 12 de 2010), de MSCI (2011) Index definitios. Recuperado el 16 de febrero de 2011 de: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, de Thomson Reuters (2010). Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, USA; Thomson Reuters(2010). Standard & Poors Benchmarks, Research, Data and Analytics. Recuperado el 16 de marzo de 2011, de: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

Tabla 8.2 Tabla de resume de resultados de prueba Poisson para determinar si el número de periodos con efecto ARCH es significativo para modelar en cada serie de tiempo en base a un modelo ARCH o GARCH.

Mercado	Prueba H ₀ : ARCH con un rezago			ARCH con dos rezagos		
	Valor crítico Poisson	Número de periodos con fenómeno ARCH	Resultado de la prueba	Valor crítico Poisson	Número de periodos con fenómeno ARCH	Resultado de la prueba
VLMMR-MEX-GUBERNAMENTAL	28.1052959	100	Con efecto ARCH	28.1052959	97	Con efecto ARCH
VLMMR-MEX-UMS	28.1052959	55	Con efecto ARCH	28.1052959	38	Con efecto ARCH
IPCB100	28.1052959	31	Con efecto ARCH	28.1052959	20	Sin efecto ARCH
S&P-CITB100	28.1052959	51	Con efecto ARCH	28.1052959	49	Con efecto ARCH
EFFAUSB100	28.1052959	28	Sin efecto ARCH	28.1052959	21	Sin efecto ARCH
MSCIWORLDGB100	28.1052959	60	Con efecto ARCH	28.1052959	47	Con efecto ARCH
Mercado	ARCH con tres rezagos			ARCH con cuatro rezagos		
	Valor crítico Poisson	Número de periodos con fenómeno ARCH	Resultado de la prueba	Valor crítico Poisson	Número de periodos con fenómeno ARCH	Resultado de la prueba
VLMMR-MEX-GUBERNAMENTAL	28.1052959	98	Con efecto ARCH	28.1052959	93	Con efecto ARCH
VLMMR-MEX-UMS	28.1052959	66	Con efecto ARCH	28.1052959	58	Con efecto ARCH
IPCB100	28.1052959	29	Con efecto ARCH	28.1052959	23	Sin efecto ARCH
S&P-CITB100	28.1052959	55	Con efecto ARCH	28.1052959	63	Con efecto ARCH
EFFAUSB100	28.1052959	36	Con efecto ARCH	28.1052959	43	Con efecto ARCH
MSCIWORLDGB100	28.1052959	55	Con efecto ARCH	28.1052959	34	Con efecto ARCH
Mercado	ARCH con cinco rezagos					
	Valor crítico Poisson	Número de periodos con fenómeno ARCH	Resultado de la prueba			
VLMMR-MEX-GUBERNAMENTAL	28.1052959	65	Con efecto ARCH			
VLMMR-MEX-UMS	28.1052959	41	Con efecto ARCH			
IPCB100	28.1052959	18	Sin efecto ARCH			
S&P-CITB100	28.1052959	46	Con efecto ARCH			
EFFAUSB100	28.1052959	42	Con efecto ARCH			
MSCIWORLDGB100	28.1052959	29	Con efecto ARCH			

Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas, las pruebas ARCH y las pruebas con distribución de probabilidad Poisson previamente revisadas.

De los resultados se destaca que solo a tres rezagos existe presencia del efecto ARCH en todos los mercados. Sin embargo, a pesar de que algunos mercados específicos no presentan fenómeno ARCH de manera sistemática y dados los resultados de conteos realizados y en función de los datos empleados, se puede llegar a concluir que la presencia del efecto ARCH es observable en prácticamente todos los casos.

La justificación teórica de esta conclusión, dadas algunas contradicciones empíricas y particulares observadas en la pruebas, radica en que la influencia de los

rezagos de ε_t^2 lleva a aceptar la presencia del efecto ARCH y, por tanto, se podrían emplear los modelos $ARCH(p, q)$ o $GARCH(p, q)$ para derivar una matriz de varianzas y covarianzas empleando la forma ortogonal de los mismos. Esta conclusión se sugiere consistente con los resultados de múltiples pruebas de presencia del efecto ARCH y la presencia de un efecto de “*memoria larga*” planteada en investigaciones o estudios empíricos relacionados al estudio de este efecto en la volatilidad de los mercados financieros como son las primeras propuestas de Hurst (1951), Mandelbrot y Wallis (1969) o las aplicaciones a mercados bursátiles específicos en Estados Unidos, México y Latinoamérica como las desarrolladas por Mandelbrot (1971), Crato (1994), Islas y Venegas (2003) y Venegas e Islas (2005).

8.3.2 Prueba del efecto de conglomerado de correlaciones

En base a los resultados del apéndice anterior, se apreció que el efecto de los rezagos de ε_t^2 , resultantes de la diferencia entre la observación del rendimiento y su media elevada al cuadrado $\varepsilon_t^2 = (r_{i,t} - r_i)^2$, lleva a un conglomerado de volatilidad resultante de los cambios de las expectativas de corto plazo en los inversionistas, así como a valores estadísticamente significativos de γ_i en la siguiente expresión:

$$\varepsilon_t^2 = \lambda + \sum_{i=1}^p \gamma_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 + v_t$$

Por otro lado, se observó en el marco teórico que existe el efecto de conglomerado de covarianzas ya que, en tiempos “inusuales” o “atípicos” (como puede ser, a manera de ejemplo, la expectativa de un cambio en la política monetaria de un país de influencia en los activos objeto de inversión) los agentes en los mercados financieros prefieren reasignar sus niveles de inversión en activos riesgosos a activos menos riesgosos o, en su defecto, en aquellos que les representen un beneficio (eficiencia financiera) marginal. Por tanto, la covariación en los rendimientos de los activos no puede ser estable, lo que lleva a observar que el modelo de derivación de una matriz de varianzas y covarianzas propuesto primigeniamente por Bollerslev (1990) puede ser limitado a la luz de este efecto.

Para determinar la presencia del conglomerado de covarianzas se parte del hecho de que estas últimas se derivan a través de los coeficientes de correlación, tal como se estableció en la fórmula 4.9:

$$\sigma_{i,j} = \sigma_i \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_j$$

Por tanto, el efecto de conglomerado de covarianzas se da a partir de dos tipos de conglomerados: 1) El conglomerado de volatilidades de cada activo en lo individual (modelado con el efecto ARCH previamente revisado y estudiado en su persistencia) y 2) El conglomerado de correlaciones. Para dar una idea inicial de la presencia de este efecto, se calculó en cada una de las semanas en que se realizaron las simulaciones del presente estudio el coeficiente de correlación de Pearson expresado en la fórmula 4.15 y dado por:

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

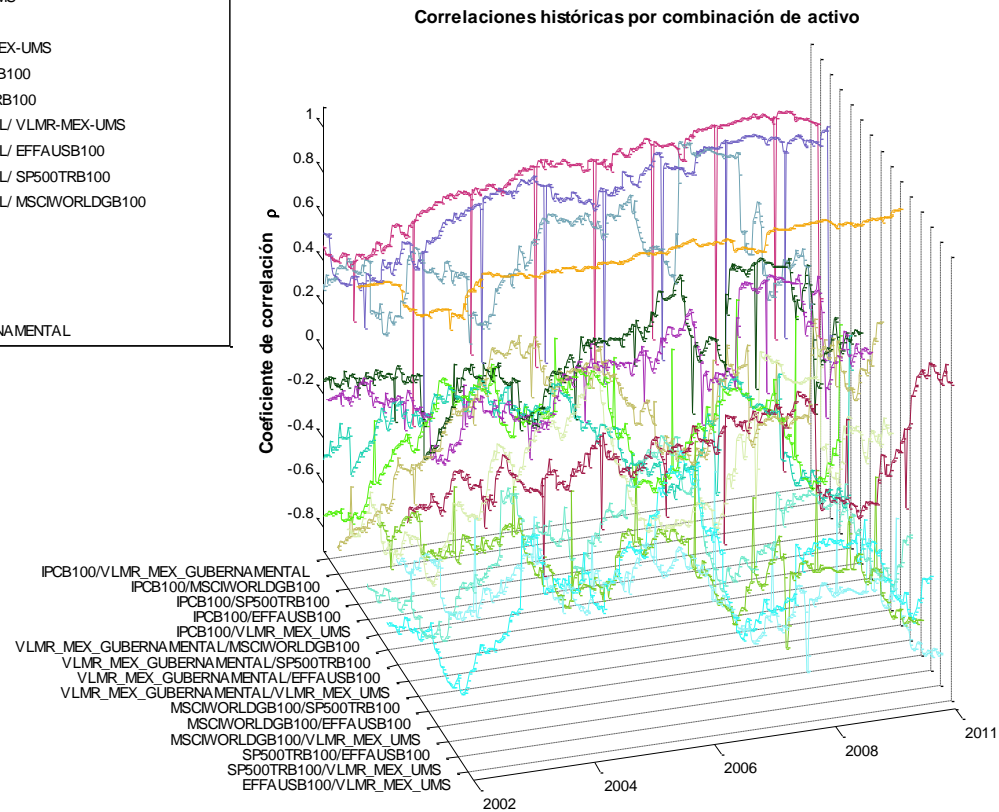
Los valores históricos de todas las permutaciones de activos (mercados) en donde $i \neq j$ se expusieron en la 8.3, aplicando la expresión anterior en la serie de tiempo de 52 semanas para cada intervalo de tiempo dentro de la simulación.

De la misma se aprecia que las correlaciones muestrales no son constantes. Sin embargo, no se alcanza a distinguir con total precisión el efecto del incremento de correlaciones en momentos considerados “inusuales” o atípicos en los mercados financieros. Una prueba que se aplica en este caso es la propuesta por Chow, Kritzman y Lowry (1999) consistente en separar las observaciones de las series de tiempo de rendimientos que se considera pertenecen a momentos “inusuales”¹⁶³ (o atípicos), denotados por $r_{t(i)}$ y los que pertenecen a momentos “usuales” $r_{t(u)}$. Para hacer esto se establece el siguiente estadístico:

¹⁶³ Que no necesariamente son momentos de baja en los mercados financieros (Scherer, 2007, p. 31).

Tabla 8.3 Gráfico de correlaciones históricas en las permutaciones de los seis mercados objeto de inversión.

- EFFAUSB100/ VLMR-MEX-UMS
- SP500TRB100/ VLMR-MEX-UMS
- SP500TRB100/ EFFAUSB100
- MSCWORLDGB100/ VLMR-MEX-UMS
- MSCWORLDGB100/ EFFAUSB100
- MSCWORLDGB100/ SP500TRB100
- VLMR-MEX-GUBERNAMENTAL/ VLMR-MEX-UMS
- VLMR-MEX-GUBERNAMENTAL/ EFFAUSB100
- VLMR-MEX-GUBERNAMENTAL/ SP500TRB100
- VLMR-MEX-GUBERNAMENTAL/ MSCWORLDGB100
- IPCB100/ VLMR-MEX-UMS
- IPCB100/ EFFAUSB100
- IPCB100/ SP500TRB100
- IPCB100/ MSCWORLDGB100
- IPCB100/ VLMR-MEX-GUBERNAMENTAL



Fuente: Elaboración propia con datos de las simulaciones realizadas.

$$q = \mathbf{d}'_t \cdot \mathbf{C}_0^{-1} \cdot \mathbf{d}_t \sim \chi^2_{\alpha, gl}$$

(Fórmula 8.14)

En el mismo, el vector d es la distancia entre el rendimiento del i -ésimo observado en el tiempo t menos la media poblacional o incondicional de las observaciones de este ($d_{i,t} = r_{i,t} - \bar{r}_{i,0}$) y \mathbf{C}_0 es la matriz de varianzas y covarianzas incondicional para todas las observaciones $t = 1, 2, \dots, T$. Para determinar si un conjunto de observaciones de las series de rendimientos en t pertenece al subconjunto de observaciones inusuales, se aplica la siguiente función indicatriz:

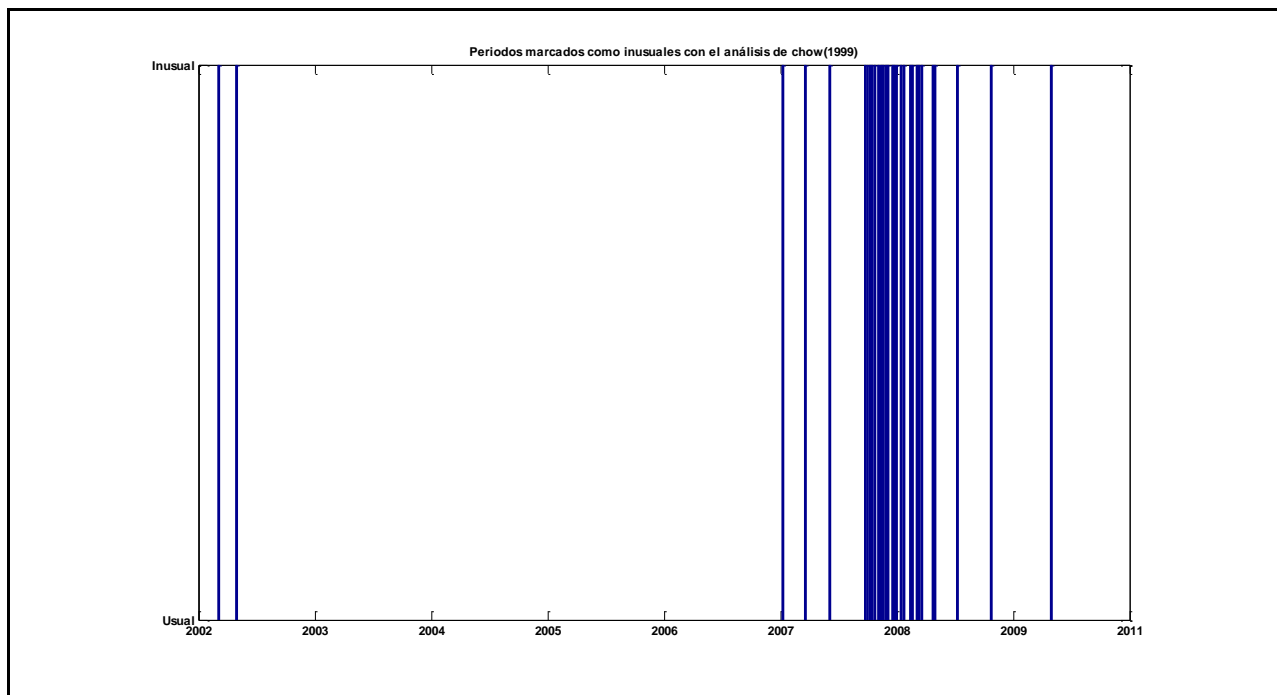
$$\mathcal{I}_t = \begin{cases} 1 & \text{si } r_{i,t} \text{ pertenece a las observaciones inusuales dado } q > \chi^2_{95\%, gl} \\ 0 & \text{si } r_{i,t} \text{ no pertenece a las observaciones inusuales dado } q \leq \chi^2_{95\%, gl} \end{cases}$$

(Fórmula 8.15)

En esta los grados de libertad ($gl = 6$) son el número de activos que se utilizan en la matriz de correlaciones a determinar. Al aplicar este análisis en las series de tiempo de los rendimientos de los mercados objeto de inversión se tienen los resultados de la gráfica 8.16. Con estos datos se calcularon y se reagruparon los rendimientos de los activos en t en donde $\mathcal{I}_t = 1$ y en donde $\mathcal{I}_t = 0$. A estos se les determinaron dos matrices de correlaciones de “periodos inusuales” presentadas en la tabla 8.14.

En la misma se puede apreciar que la correlación existente entre la mayoría de los mercados se incrementa en periodos inusuales. A su vez, se observa cómo la correlación entre Mercados como el gubernamental mexicano respecto al de los UMS o el del IPC respecto a los bonos del tesoro de los Estados Unidos aumentan de magnitud. Esto muestra cómo es que, en determinados momentos, las correlaciones entre activos cambian dada la modificación de expectativas. Esta situación perdura durante algunos periodos de tiempo como los observados durante el año 2008, lo que sugiere la presencia ocasional de conglomerado de correlaciones. Este comparativo se presenta en la superficie de la gráfica 8.17.

Gráfica 8.16 Identificación de fechas con observaciones de rendimientos "atípicas" o inusuales.



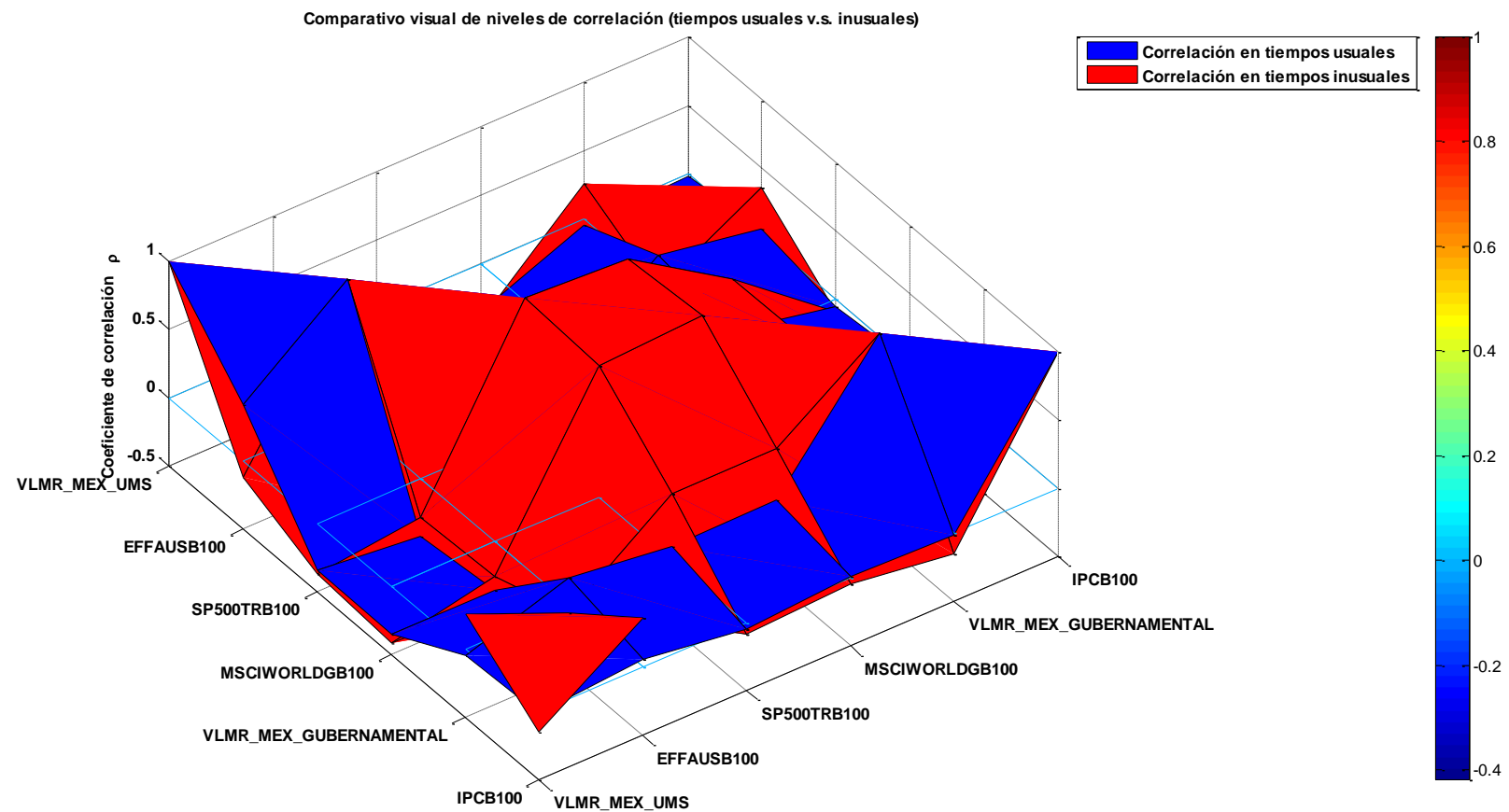
Fuente: Elaboración propia con datos de las series de tiempo empleadas en las simulaciones.

Tabla 8.4 Comparativo de matrices de correlaciones en tiempos usuales e inusuales en los mercados objeto de inversión.

Matriz de correlaciones en periodos de tiempo "usuales"						
Tipo activo	VLMR_MEX_UMS	EFFAUSB100	SP500TRB100	MSCIWORLDGB100	VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	IPCB100
VLMR_MEX_UMS	1	0.408287007	-0.340421318	-0.352979265	-0.04527618	-0.010496348
EFFAUSB100	0.408287007	1	-0.417051245	-0.354964665	0.196305779	0.05721501
SP500TRB100	-0.340421318	-0.417051245	1	0.91810741	0.099137752	-0.052602401
MSCIWORLDGB100	-0.352979265	-0.354964665	0.91810741	1	0.110340901	0.008871604
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	-0.04527618	0.196305779	0.099137752	0.110340901	1	-0.019101146
IPCB100	-0.010496348	0.05721501	-0.052602401	0.008871604	-0.019101146	1
Determinante	0.0896					
Matriz de correlaciones en periodos de tiempo "inusuales"						
Tipo activo	VLMR_MEX_UMS	EFFAUSB100	SP500TRB100	MSCIWORLDGB100	VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	IPCB100
VLMR_MEX_UMS	1	-0.117425925	-0.369673719	-0.416630382	0.255163266	-0.143888126
EFFAUSB100	-0.117425925	1	-0.286097744	-0.255187292	-0.057908116	0.365550275
SP500TRB100	-0.369673719	-0.286097744	1	0.9557821	0.481861901	-0.08956764
MSCIWORLDGB100	-0.416630382	-0.255187292	0.9557821	1	0.49041005	-0.049046676
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	0.255163266	-0.057908116	0.481861901	0.49041005	1	-0.151424226
IPCB100	-0.143888126	0.365550275	-0.08956764	-0.049046676	-0.151424226	1
Determinante	0.0232					
Análisis de diferencias de los valores de cada entrada en las matrices comparadas						
Tipo activo	VLMR_MEX_UMS	EFFAUSB100	SP500TRB100	MSCIWORLDGB100	VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	IPCB100
VLMR_MEX_UMS	0	-0.525712932	-0.0292524	-0.063651118	0.300439446	-0.133391778
EFFAUSB100	-0.525712932	0	0.130953501	0.099777373	-0.254213895	0.308335266
SP500TRB100	-0.0292524	0.130953501	0	0.03767469	0.382724149	-0.036965239
MSCIWORLDGB100	-0.063651118	0.099777373	0.03767469	0	0.380069149	-0.05791828
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	0.300439446	-0.254213895	0.382724149	0.380069149	0	-0.132323079
IPCB100	-0.133391778	0.308335266	-0.036965239	-0.05791828	-0.132323079	0

Fuente: Elaboración propia con las series de tiempo empleadas en las simulaciones del presente estudio.

Gráfica 8.17 Superficies comparativas de las matrices de correlaciones de momentos usuales e inusuales.



Fuente: Elaboración propia con datos de las series de tiempo empleadas en las simulaciones.

En base a las dos matrices de correlaciones (tiempos usuales y tiempos inusuales o atípicos), se observa que las correlaciones no son constantes y que incluso existen efectos de conglomerados, tal como se aprecia en la gráfica comparativa donde se identifican los periodos atípicos de las series de tiempo utilizadas.

Por tanto, aunque la propuesta es matemática y computacionalmente atractiva, el método de derivar la matriz de covarianzas GARCH propuesto por Bollerslev (1990) resultaría limitado para derivar el portafolio óptimo en los mercados objeto de inversión del presente estudio. Es por ello que se proponen otros métodos de cálculo de la matriz de covarianzas, siendo el modelo O-GARCH una sugerencia más apropiada, en términos de simplicidad matemática e informática, para capturar el conglomerado de volatilidades y correlaciones así como para reducir en el número de iteraciones y capacidad de cómputo a emplear.

8.4 Apéndice D La determinación de un benchmark o cartera de mercado empleada para una asignación estratégica de activos en una administración pasiva de portafolios

En el presente apéndice se realiza la propuesta de un “*benchmark*” o referencia consistente en el diseño de un portafolio que se administrará de manera pasiva o sin cambios en su conformación porcentual de niveles de inversión¹⁶⁴.

A este respecto es importante señalar que, para determinar un benchmark se debe tener presente que el benchmark resultante cumpla con las siguientes características (Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto, 2007, pp. 733-734):

1. No ser ambiguo: Los niveles de inversión por activo deben estar claramente definidos y cuantificados y, por ende, bien comprendidos por el inversionista o el administrador de portafolio.
2. Ser invertible u objeto de inversión: Debe poderse, en la medida de lo posible, replicar el índice ya sea de forma directa o con otro tipo de asignación de activos que emule su comportamiento.
3. Debe ser medible y replicable en su cálculo por terceros.
4. Debe ser apropiado: Esto implica que describa el estilo y política del inversionista. Circunstancia que es la principal motivación de su cálculo en la administración de protafolios y en el presente trabajo de investigación.
5. Ser, preferentemente, aceptado o reconocido¹⁶⁵.

En ocasiones se determinan benchmarks que quizá no cumplan con el último requisito pero que si deben modelar la política de inversión del agente en el largo plazo, de tal forma que esta sea la referencia de medición de desempeño de una cartera administrada así como la alternativa de última instancia cuando las condiciones del mercado no permitan llevar una administración activa (si así lo decide el inversionista). A su vez, y tal es el único interés en el presente estudio, esta referencia se puede utilizar como insumo para realizar el cálculo de medidas de desempeño ajustadas a riesgo de la administración de portafolios como son las ya revisadas razón de Treynor y el Alpha de

¹⁶⁴ Esto consiste en un tipo de administración pasiva denominada “*posición objetivo*” o “*Target position*”.

¹⁶⁵ En los índices fijados en una política de inversión este puede no ser un requerimiento del todo necesario.

Jensen que fueron los criterios de selección del método de cálculo de matriz de varianzas y covarianzas en el contexto del capítulo experimental.

El desarrollo del benchmark, tal como se ha mencionado en la presentación de resultados, es una parte fundamental para determinar si la política de inversión propuesta al inversionista es consistente y apropiada para sus objetivos de riesgo y rendimiento en el largo plazo. Por tanto, una vez que el administrador o manejador de portafolios realizó la recopilación de datos, elabora una propuesta de política de inversión preliminar en base a información relevante como puede ser:

1. El patrimonio actual del cliente.
2. Los objetivos o metas actuariales (con plazos montos y forma de realización) de riesgo y rendimiento.
3. Las proyecciones e hipótesis actuariales (para inversionistas institucionales).
4. Los mercados en que interesa invertir.
5. Los límites máximo y mínimo de inversión por mercado, tipo de instrumento, y por activo financiero en lo particular.

Para fines del presente estudio y tal como se mencionó en el capítulo del planteamiento del problema, se tiene que el diagnóstico anterior se omite para el objeto de estudio debido a las siguientes consideraciones:

1. Dado que la junta directiva del objeto de estudio desea saber si le es conveniente la posibilidad de invertir su reserva técnica en activos financieros a través de un portafolio internacionalmente diversificado, el que exista una propuesta inicial (más puntual a la empleada) de los tipos de activos financieros y mercados a invertir resulta limitado.
2. Dado que las sociedades de inversión especializadas en fondos para el Retiro (SIEFORE) son símiles del objeto de estudio, se replica su política de inversión con las restricciones de cardinalidad correspondientes.
3. Dado que no existe un dato concluyente de la etapa (acumulación o desacumulación) en la que se encuentra la Reserva Técnica y dado el poco uso

que actualmente se da a la misma se considerará que la política de inversión a emplear es la correspondiente a una SIEFORE 5.

Por tanto, tomando en cuenta solo los objetivos de rendimiento partiendo de las dos hipótesis o referencias actuariales de 3.5% y 4.5% real, se propone establecer la política de inversión¹⁶⁶, la cual fue expuesta en la tabla 2.5 y que se presenta de cuenta nueva en la 8.5.

Para proponer cuáles serán los niveles de inversión por mercado que representen un benchmark o cartera pasiva, se siguieron los pasos generalmente realizados en el proceso de asignación de activos descritos en Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007, pp. 236-248):

1. Con las restricciones de cardinalidad de la política de inversión se derivó el conjunto de portafolios eficientes¹⁶⁷ ξ .
2. Se calcula una riqueza objetivo al inicio de la etapa de desacumulación RT .
3. Se realiza, para cada uno de los portafolios que pertenecen a ξ , una simulación Montecarlo a diez años¹⁶⁸ partiendo de la premisa de que el comportamiento de los índices modelados sigue un movimiento geométrico browniano discretizado:

$$dS = \mu + (\sigma \cdot \sqrt{t} \cdot \delta)$$
$$S = S_0 \cdot e^{[\mu + (\sigma \cdot \sqrt{t} \cdot \delta)]} \quad (\text{Fórmula 10.16})$$

En donde S_0 es el precio del activo al inicio de la simulación y δ es un proceso de Wiener distribuido como $\delta \sim \mathcal{N}(0,1)$.

¹⁶⁶ La política de inversión es más extensa y lleva descripciones e historia cualitativas del inversionista. Al salir de la propuesta “formal” de un documento de esta naturaleza se deja para la aplicación práctica de lo revisado en las presentes líneas. Por tanto solo se presentan las restricciones de cardinalidad para el conjunto de fronteras eficientes ξ de donde se realiza el análisis de portafolios.

¹⁶⁷ Se derivaron 100 portafolios para definir ξ .

¹⁶⁸ No se proyectó a 32 años como dicta el “deber ser” en estos casos, dado que se realizaron solo 31,200,000 (6x52x10x10,000) simulaciones de variaciones aleatorias (δ) dada la capacidad de cómputo (memoria RAM), dejando pendiente las 68,640,000 (6x50x22x10,000) derivaciones restantes para cubrir los 32 años con intervalo semanal en los 6 activos estudiados.

Tabla 8.5 Los mercados (índices) donde se invertirá el fondo de la DPCEM –Réplica de la tabla2.5-

Intervalo de exposición cambiaria (del total del portafolio)			Intervalo de exposición (del total de la cartera) por mercado			Detalle de submercados comprendidos y el benchmark en el que se agrupan y que modela su comportamiento a nivel agregado				
Tipo de Denominación a invertir	Mínimo	Máximo	Tipo de Mercado a invertir	Mínimo /1	Máximo	Mercado estudiado	Moneda	índice	Ticker o identificador empleado en el estudio	Emisor del Benchmark
Instrumentos denominados en Moneda Nacional	70%	100%	Deuda Nacional en MXN	0%	100%	Mercado de CETES (todos los vencimientos)	MXN	MEX_GUBERNAMENTAL	MEX_GUBERNAMENTAL	Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. -VALMER-
						Mercado de Bonos M	MXN			
						Mercado de Bonos IPAB	MXN			
						Mercado de Bonos	MXN			
Mercado de Brems	MXN									
Mercado de Udibonos	MXN									
			Deuda Nacional en USD y Euros	0%	20%	Mercado de bonos UMS	MXN /2	MEX_UMS	MEX_UMS	Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. -VALMER-
			Bolsa Mexicana de Valores	0%	35%	Mercado de las 35 emisoras más bursátiles de la BMV	MXN	IPC	IPC	Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V.
Instrumentos denominados en Divisas	0%	30%	Bonos del Tesoro de economías desarrolladas (excepto Estados Unidos)	0%	20%	Mercado de bonos del Tesoro de países como Alemania, Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, España, Finlandia, Francia, Grecia, Holanda, Irlanda, Italia, Japón, Nueva Zelanda, Noruega, Portugal, Reino Unido, Singapur, Suecia y Suiza.	USD/3	S&P-Citigroup International Treasury Bond ex US de Rendimiento Total	S&PCITREU	S&P Stock Indexes
			Bonos del Tesoro Norteamericano	0%	20%	Mercado de Bonos del Tesoro de los Estados Unidos	USD	EFFA-Bloomberg Estados Unidos de rendimiento Total	USTATR	Bloomberg- European Federation of Financial Analysts
			Mercados de Capitales de Economías desarrolladas excepto México	0%	20%	Mercados de Capitales de Mercados de economías como Alemania, Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Estados Unidos, Finlandia, Francia, Grecia, Holanda, Hong Kong, Irlanda, Israel, Italia, Japón, Nueva Zelanda, Noruega, Reino Unido, Singapur, Suecia y Suiza.	USD/3	MSCI Global Gross Equity Index	MSCI-WORLDG	MSCI Incorporated.

/1 Se propone un nivel mínimo de inversión en estos activos, a diferencia del régimen habitual de SIEFORES, de 0.00%.

/2 Los instrumentos modelados con este índice están denominados en dólares norteamericanos y en euros. Sin embargo su valuación se realiza en pesos Mexicanos, incorporando en su precio el efecto cambiario.

/3 Estos índices consideran activos valuados en euros, libras esterlinas, dólares canadienses y otro tipo de divisas propias de los países objeto de estudio. Sin embargo, como el caso del MEX_UMS, estos son valuados en Dólares norteamericanos por lo que incorporan el efecto cambiario de cada moneda respecto al dólar norteamericano, dejando como observable de manera directa (sin considerar el anterior) el impacto cambiario total a través de la paridad USD/MXN

Fuente: Elaboración propia con información de: Bloomberg Professional Software. New York, NY, USA, Bolsa Mexicana de Valores S.A.B. de C.V. (31 de 10 de 2010). Valor de Mercado . Recuperado el 16 de 03 de 2011, de Metodología Benchmarks: http://www.valmer.com.mx/VAL/Web_Benchmarks/Docs/Metodologias_Indices.pdf MSCI Inc. (31 de 12 de 2010). MSCI a clear view of risk and return. Recuperado el 16 de 02 de 2011, de Index Definitions: <http://www.msci.com/products/indices/tools/index.html#WORLD>, Reuters Quote Center. Mexican Equity Market. New York, NY, USA; Thomson Reuters. (03 de Feb de 2010) y Standard & Poors Financial Services LLC. (31 de 12 de 2008). Standard & Poors Benchmarks, Research, Daa and Analytics. Recuperado el 16 de 03 de 2011, de S&P/Citigroup International Treasury Bond Indices: <http://www.standardandpoors.com/indices/sp-citigroup-international-treasury-bond-indices/en/us/?indexId=spfi-bdx-usd---p----->

4. En base a los objetivos de rendimiento, riesgo y meta de desviación respecto a la riqueza objetivo¹⁶⁹, se realiza una serie de filtrados de ξ :

a. Se eliminan de ξ todos aquellos portafolios que no cumplen con:

$$\forall P_i \in \xi, \quad P_i \notin \xi \Leftrightarrow E_i < r_{objetivo} \quad (\text{Fórmula 8.17})$$

Esto implica que se eliminan de ξ aquellas carteras cuyo rendimiento esperado anualizado (E_i) sea menor al rendimiento objetivo anualizado ($r_{objetivo}$ = tasa real en hipótesis actuarial más hipótesis actuarial de inflación).

b. Se eliminan aquellos portafolios cuyo primer decil se encuentra por debajo del nivel de patrimonio objetivo en RT .

5. Una vez que se hizo un primer filtrado se aplica una función de utilidad dada por el criterio de “*primero la seguridad*” (Roy, 1952):

$$U = \frac{(E_{P_i} - r_{objetivo})}{\sigma_{P_i}} \quad (\text{Fórmula 8.18})$$

Por tanto se llega al portafolio óptimo con la siguiente regla de selección:

$$\exists P_i^* \Leftrightarrow U(P_i) = \operatorname{argmax} \left(\frac{(E_{P_i} - r_{objetivo})}{\sigma_{P_i}} \right) \quad (\text{Fórmula 10.19})$$

6. Se contrasta el comportamiento de este portafolio logrado en una simulación Montecarlo con el logrado históricamente (en periodos quincenales) de enero de 2000 a diciembre de 2010 con el desempeño de una inversión que lograrse los dos objetivos actuariales buscados (backtest) y que tenga las ponderaciones por activo (mercado) estudiadas.

¹⁶⁹ Una parte importante que debe considerarse es cuánto es lo que el cliente está dispuesto a tener de “menos” en la riqueza objetivo en el periodo objetivo RT (inicio de etapa de desacumulación). En el presente estudio se utiliza 10% dado que es una diferencia que alcanza a cubrirse (de ser necesario) con partidas extraordinarias por parte del Gobierno del Estado de Michoacán a lo largo de la etapa de desacumulación, sin que esto represente un problema significativo para las finanzas públicas.

Es importante señalar que, adicional al conjunto de portafolios en ξ , se realizaron los pasos cuatro, cinco y seis a dos portafolios adicionales. Uno derivado con el criterio de igualdad de ponderación o nivel de inversión ($w_i = 1/n$) en todos los activos y otro empleando el criterio de ponderaciones neutrales (punto intermedio entre máximos y mínimos permitidos, ajustado a las restricciones neutrales de nivel de inversión por tipo de divisa). Esto último llevó a los niveles de inversión dados por la tabla 8.6.

Tabla 8.6 Proporciones de inversión en benchmark propuesto con ponderaciones neutrales

Mercado	Ponderación
MEX_UMS	2.37%
EFFAUSB100	2.37%
S&P-CITB100	2.37%
MSCIWORLDGB100	2.37%
MEX_GUBERNAMENTAL	67.06%
IPCB100	23.46%
TOTAL DE PONDERACIONES POR MERCADO EN BENCHMARK	100.00%
Fuente: Elaboración propia	

La razón de obtener tres tipos de derivaciones diferentes responde a los pasos sugeridos (análogos a los de la asignación de activos) en Maggin, Tuttle, McLeavey y Pinto (2007, p. 738) para construir un benchmark:

1. Identificar los aspectos prominentes del proceso de inversión (diseño de política de inversión como principal foco).
2. Seleccionar los activos que son consistentes con el proceso de inversión¹⁷⁰.
3. Desarrollar el esquema de ponderaciones necesario, incluyendo una posición en efectivo¹⁷¹.
4. Revisar el benchmark preliminar y realizar las modificaciones (pasos uno a seis anteriores) si no se cumplen con los objetivos de riesgo y rendimiento así como con los parámetros y restricciones a los niveles de inversión.

¹⁷⁰ Estos dos primeros pasos ya se lograron al replicar las restricciones de cardinalidad de la SIEFORE 5.

¹⁷¹ Los esquemas de ponderaciones a emplear se revisaran en breve. No se considera una posición en efectivo ya que esa está contabilizada en el resto del patrimonio de la DPCEM y no en la Reserva Técnica. Por tanto se supondrá que no es necesario mantener efectivo en esa parte del patrimonio.

5. Reajustar el benchmark de manera periódica si así se considera necesario en base al esquema de ponderaciones

Los esquemas de ponderaciones porcentuales de un benchmark pueden ser:

1. Estableciendo criterios de nivel de capitalización. Esto consiste en verificar el nivel de capitalización (títulos en circulación por precio más reciente) de cada activo o sub índice y dividirlo entre la sumatoria. Dado que no se tiene el dato de nivel de capitalización histórica en muchos casos como son los índices de VALMER, se deja a un lado esta posibilidad a pesar de lo idónea que resulta ser al aproximar, de manera agregada, las preferencias y expectativas de los inversionistas.
2. Manejando la misma ponderación en todos los activos (ponderación promedio o $w_i = 1/n$) miembro del benchmark.
3. Estableciendo un criterio de ponderaciones fijas a través de modelos de optimización como es el caso del modelo estándar de Markowitz o el Markowitz-Tobin-Sharpe-Lintner (por citar los empleados en el presente estudio)¹⁷².
4. Estableciendo un criterio de ponderaciones fijas a través de valores neutrales (intermedios) de nivel de inversión logrados a partir de los máximos y mínimos permitidos en la política de inversión, los cuales serán ajustados a través de los valores neutrales por tipo de activo y divisa.

Una vez que se describieron los pasos a seguir para el diseño del benchmark y la forma de determinar los niveles de ponderación por activo, se procederá a revisar los resultados de la revisión de los benchmarks preliminares logrados a través de tres métodos de derivación de w_i :

- a) Empleando la optimización del modelo estándar de Markowitz,
- b) Empleando el criterio $w_i = 1/n$ y
- c) Empleando el criterio de los valores neutrales.

¹⁷² Otros modelos no serán revisados debido a que requieren la preexistencia de un benchmark o los datos del nivel de capitalización los cuales son una carencia de información y limitante en el presente estudio.

8.4.1 Resultados de la selección del portafolio óptimo derivado directamente del conjunto de portafolios eficientes con el modelo estándar de Markowitz

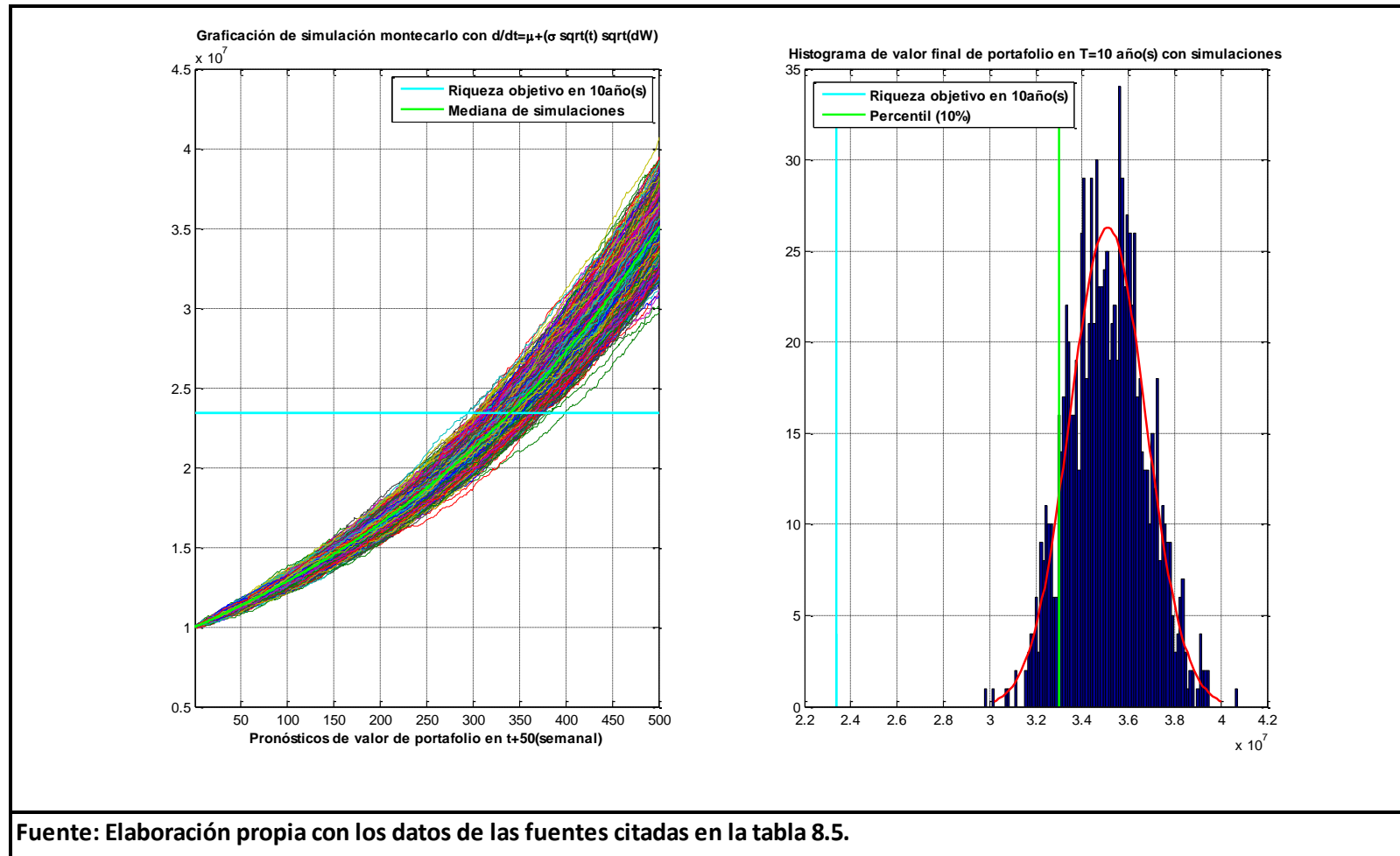
En el presente sub capítulo se exponen los resultados logrados al aplicar la simulación montecarlo y aplicar los criterios de selección previamente descritos en el conjunto de portafolios eficientes ξ . Todo el proceso llevó a elegir como óptimo el portafolio de la tabla 8.7. Los resultados de la simulación Montecarlo se presentan en la gráfica 8.18.

Tabla 8.7 Resultados de simulación montecarlo y selección de diseño de benchmark óptimo.

Activo	Nivel de inversión	Parámetros cartera	valor parámetro
IPCB100	0.000%	Riesgo portafolio	0.2061%
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	92.645%	Rendimiento portafolio	0.2516%
VLMR_MEX_UMS	1.178%	Rendimiento actuarial	0.1700%
MSCIWORLDGB100	0.000%	VaR portafolio(semanal)	0.0874%
S&P-CITB100	0.000%	VaR actuarial(semanal)	0.2000%
EFFAUSB100	6.176%	Utilidad (Roy,1952)	39.5946%
		Patrimonio final (máximo)	\$ 40,707,814.84
		Patrimonio final (mínimo)	\$ 29,773,062.19
		Mediana de patrimonio final	\$ 35,085,173.78
		Patrimonio objetivo actuarial	\$ 23,396,468.52
Fuente: Elaboración propia con datos de las fuentes citadas en la tabla 8.5			

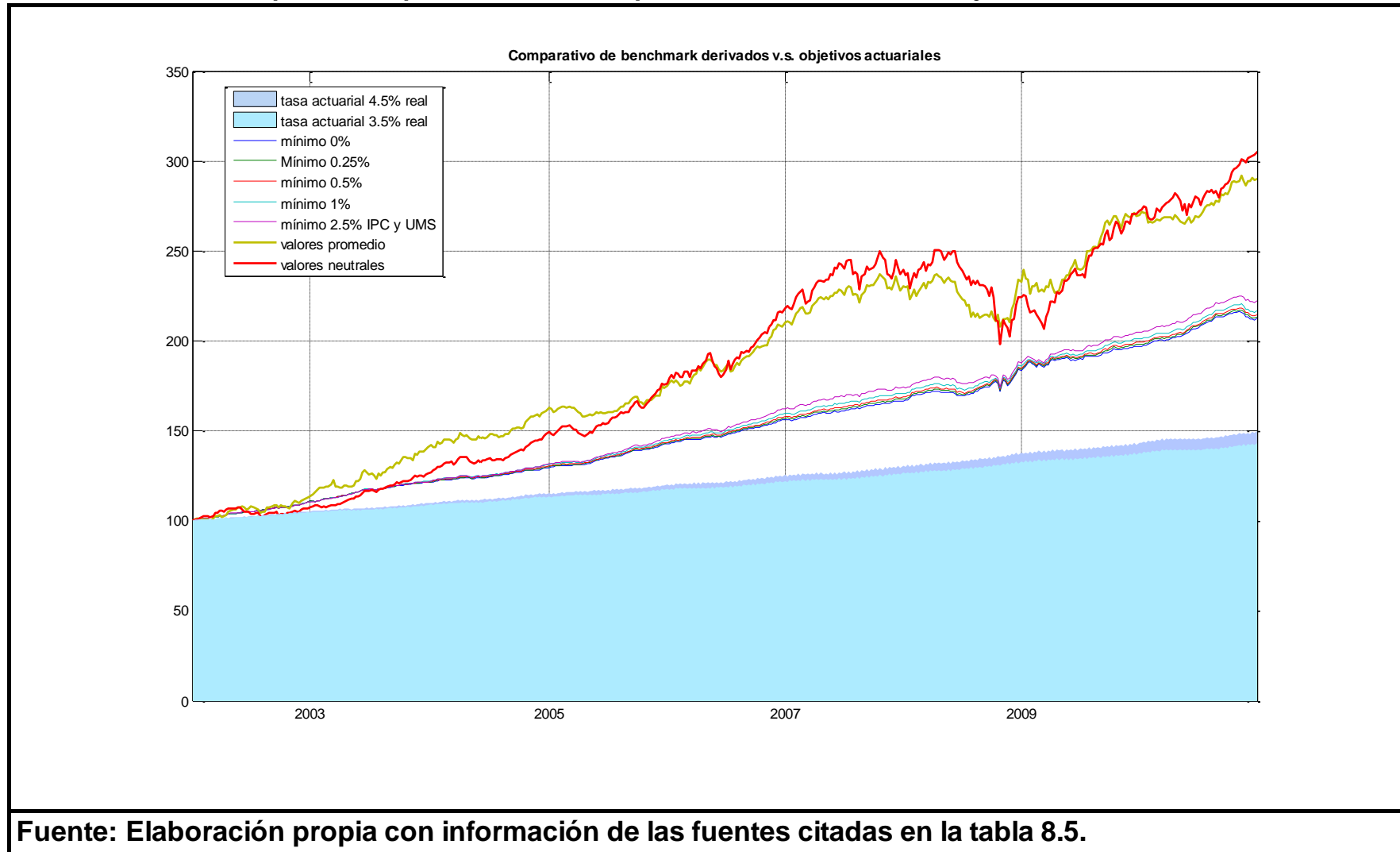
A pesar de que se cumplen con las restricciones de patrimonio, rendimiento y desviación de riqueza objetivo, se puede observar que el nivel sugerido en los mercados accionario mexicano, accionario internacional y el de bonos del tesoro internacional (excluyendo a Estados Unidos) es de cero. Esto ciertamente es congruente con los niveles de máximo y mínimo de la política de inversión pero, cuando se contrastó esto con el desempeño observado de enero de 2000 a diciembre de 2010, se aprecia que no resulta ser una alternativa adecuada a la luz del backtesting realizado. El desempeño de todos los portafolios simulados, respecto a los dos objetivos tasa actuariales, se presenta en la gráfica 8.19. En la misma se resalta el comportamiento superior de los benchmarks con ponderaciones iguales y neutrales respecto a esta alternativa.

Gráfica 8.18 Resultados de simulación montecarlo del portafolio óptimo derivado con la política de inversión.



Fuente: Elaboración propia con los datos de las fuentes citadas en la tabla 8.5.

Gráfica 8.19 Comparativo del desempeño observado en el backtest de los benchmarks derivados con los tres esquemas de ponderaciones empleados en relación a los objetivos actuariales.



El resultado del empleo del modelo estándar de Markowitz no implica que este sea inadecuado o incorrecto a la luz de la política de inversión o de la Teoría Moderna de Portafolios. Este es adecuado ya que respeta las restricciones lineales impuestas (niveles de máximo y mínimo). Sin embargo, se aprecia en la gráfica 8.19 que otras conformaciones han dado mayor valor agregado en el largo plazo. Por tanto se desecha esta alternativa.

Tabla 8.8 Escenarios alternativos para realizar el modelo de optimización en las simulaciones montecarlo para elegir el portafolio óptimo.

ESCENARIO 1	Mínimo por activo	Mínimo por divisa	ESCENARIO 2	Mínimo por activo	Mínimo por divisa
VLMR_MEX_UMS	0.00%		VLMR_MEX_UMS	0.25%	
EFFAUSB100	0.00%		EFFAUSB100	0.50%	
S&P-CITB100	0.00%	MXN 70.00%	S&P-CITB100	0.50%	MXN 70.00%
MSCIWORLDGB100	0.00%		MSCIWORLDGB100	0.50%	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	0.00%		VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	0.50%	
IPCB100	0.00%	USD 0.00%	IPCB100	0.50%	USD 25.00%
ESCENARIO 3	Mínimo por activo	Mínimo por divisa	ESCENARIO 4	Mínimo por activo	Mínimo por divisa
VLMR_MEX_UMS	0.50%		VLMR_MEX_UMS	1.00%	
EFFAUSB100	0.50%		EFFAUSB100	1.00%	
S&P-CITB100	0.50%	MXN 70.00%	S&P-CITB100	1.00%	MXN 70.00%
MSCIWORLDGB100	0.50%		MSCIWORLDGB100	1.00%	
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	0.50%		VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	1.00%	
IPCB100	0.50%	USD 0.50%	IPCB100	1.00%	USD 1.00%
ESCENARIO 5	Mínimo por activo	Mínimo por divisa			
VLMR_MEX_UMS	0.25%				
EFFAUSB100	0.00%				
S&P-CITB100	0.00%	MXN 70.00%			
MSCIWORLDGB100	0.00%				
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	0.50%				
IPCB100	0.25%	USD 0.25%			

Fuente: Elaboración propia con datos de las fuentes citadas en la tabla 8.5.

Tabla 8.9 Tabla de sensibilidades de los diferentes parámetros de inversión mínima empleados de manera iterativa.

Parámetros de riesgo y rendimiento anualizados							
Parámetros cartera	mínimo 0%	mínimo 0.25%	mínimo 0.5%	mínimo 1%	mínimo 2.5%	valores promedio	valores neutrales
Riesgo portafolio	0.2061%	0.2108%	0.2171%	0.2332%	0.3062%	1.1197%	0.9951%
Rendimiento portafolio	0.2516%	0.2499%	0.2484%	0.2454%	0.2378%	0.1071%	0.2318%
Rendimiento actuarial	0.1700%	0.1700%	0.1700%	0.1700%	0.1700%	0.1700%	0.1700%
VaR portafolio(semanal)	0.0874%	0.0968%	0.1087%	0.1382%	0.2659%	1.7346%	1.4051%
VaR actuarial(semanal)	0.2000%	0.2000%	0.2000%	0.2000%	0.2000%	0.2000%	0.2000%
Utilidad (Roy,1952)	39.5946%	37.8921%	36.0942%	32.3472%	22.1350%	-5.6177%	6.2064%
Comparativo de patrimonio después de simulaciones							
Patrimonio final (máximo)	\$ 40,707,814.84	\$ 40,195,367.26	\$ 39,297,217.13	\$ 40,051,509.36	\$ 41,385,542.97	\$ 35,853,254.03	\$ 63,214,864.02
Patrimonio final (mínimo)	\$ 29,773,062.19	\$ 30,127,601.04	\$ 30,289,300.24	\$ 28,336,338.09	\$ 26,179,162.94	\$ 7,370,374.79	\$ 14,428,942.55
Mediana de patrimonio final	\$ 35,085,173.78	\$ 34,775,052.75	\$ 34,664,994.19	\$ 34,041,226.65	\$ 32,742,290.91	\$ 16,618,995.18	\$ 31,485,459.15
Patrimonio objetivo actuarial	\$ 23,396,468.52	\$ 23,396,468.52	\$ 23,396,468.52	\$ 23,396,468.52	\$ 23,396,468.52	\$ 23,396,468.52	\$ 23,396,468.52
Niveles de inversión por mercado							
IPCB100	0.0000%	0.2500%	0.5000%	1.0000%	2.5000%	16.6667%	23.4700%
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	92.6453%	91.9117%	91.3482%	90.1842%	89.3263%	16.6667%	67.0660%
VLMR_MEX_UMS	1.1784%	0.9181%	0.6241%	1.0000%	2.5000%	16.6667%	2.3660%
MSCIWORLDGB100	0.0000%	0.2500%	0.5000%	1.0000%	0.0000%	16.6667%	2.3660%
S&P-CITB100	0.0000%	0.2500%	0.5000%	1.0000%	0.0000%	16.6667%	2.3660%
EFFAUSB100	6.1763%	6.4202%	6.5277%	5.8158%	5.6737%	16.6667%	2.3660%

Fuente: Elaboración propia con datos de las fuentes citadas en la tabla 8.5

La limitante a los resultados de este método de cálculo de benchmark propuesto podría estar en las restricciones de cardinalidad. Para solventar esto, se hizo un ejercicio iterativo en el que se impusieron diferentes límites de niveles de inversión mínimo por mercado (Aunque esto represente un sesgo ligeramente superior a los parámetros originalmente planteados). Los mismos se presentan en la tabla 8.8, la cual llevó a las sensibilidades observadas en la 8.9.

Como se aprecia, partiendo de la simulación montecarlo casi todas las opciones presentan un nivel de inversión superior al requerido semanalmente por el objetivo actuarial máximo de 4.5% real (8.5% nominal). Incluso casi todas presentan niveles de riesgo (σ_p) o pérdida potencial (Value at Risk, VaR o “valor en riesgo”¹⁷³) superiores al objetivo actuarial planteado por la Dirección de Pensiones Civiles del Estado (La pérdida potencial no debe ser superior a 10% en un año o 0.2% semanal).

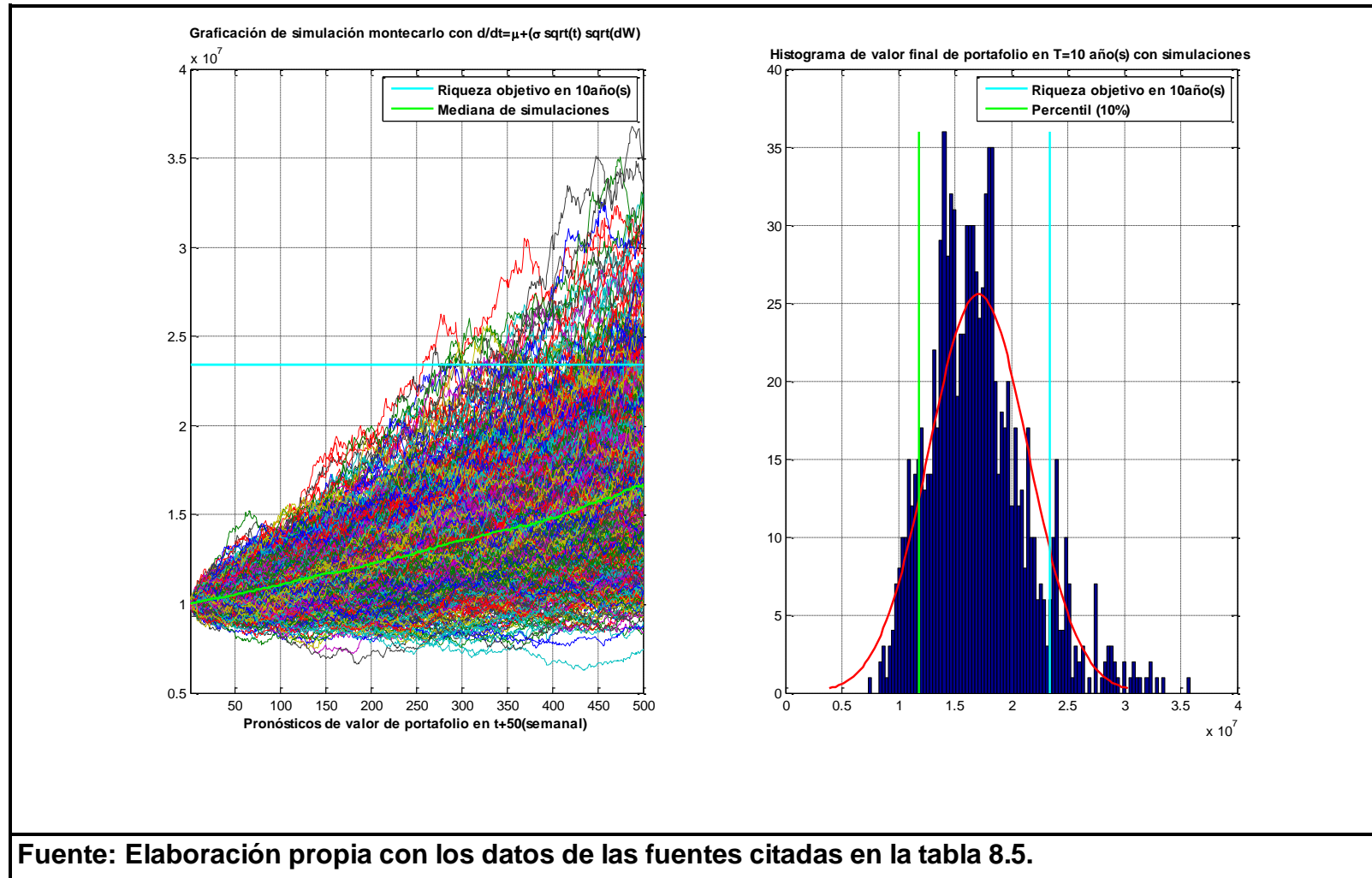
A su vez, se aprecia que el patrimonio final de cada caso es superior a la meta actuarial a diez años por lo que se podrían aceptar como sugerentes estas alternativas. Sin embargo, cuando se revisa la prueba en retrospectiva de la gráfica 8.19, estas cinco opciones son desechadas ya que ninguna de ellas logró superar los benchmarks derivados con ponderaciones iguales o con niveles de inversión neutrales. Por tanto, se busca la posibilidad de determinar un benchmark con los otros dos criterios de esquema de ponderación.

8.4.2 Resultados logrados con el esquema de ponderaciones iguales en todos los activos

Este esquema es claramente una violación expresa a la política de inversión y por tanto sus resultados representarían un sesgo tanto cualitativo como cuantitativo respecto a la misma. Sin embargo, se revisa esta opción para considerar los posibles resultados en la gráfica 8.20.

¹⁷³ Este se calcula empleando el método de Riskmetrics (Risk Metrics Group, 2006):
 $VaR\ relativo = \frac{\$P \cdot (Z \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{t})}{\$P}$ en donde $\$P$ es el valor monetario del portafolio, Z el número de desviaciones estándar dada una probabilidad normal estándar, σ_p la desviación estándar del portafolio y $t = 1$

Gráfica 8.20 Resultados de simulación montecarlo de portafolio óptimo derivado con esquema de ponderaciones iguales o promedio.



Fuente: Elaboración propia con los datos de las fuentes citadas en la tabla 8.5.

En la misma se aprecia, a pesar del buen desempeño observado en la gráfica 8.20 que este esquema no resulta atractivo con la simulación Montecarlo dado que ni la mediana ni el primer decil logran el nivel de riqueza o patrimonio objetivo para la reserva técnica. Por tanto, aunado a que este esquema de ponderación no se apega a las restricciones de cardinalidad de la política de inversión, esta opción de esquema de ponderaciones también se desecha como potencial benchmark. La razón de su estudio se debe a cuestiones de consistencia ya que índices ampliamente aceptados como el Dow Jones industrial average se calculan como promedios aritméticos y era de interés considerar el efecto que tendría en la política de inversión este tipo de esquemas de ponderación.

8.4.3 Resultados logrados con el esquema de ponderaciones neutrales

Una vez que se aplicaron el esquema de ponderaciones neutrales se llegó a la siguiente conformación:

En la misma se aprecia que se da un peso tal que se tengan niveles de inversión en todos los mercados. Se puede observar que se tienen rendimientos superiores al objetivo actuarial y que también se tiene una riqueza o patrimonio final superior al objetivo actuarial. Sin embargo el nivel de riesgo es consistentemente mayor. Esto lleva a dos circunstancias a considerar:

1. Como se aprecia en la gráfica 8.21, tanto el primer decil como la riqueza objetivo de la simulación montecarlo son casi iguales (la riqueza final sigue siendo superior por parte del primer decil). Por lo que el portafolio se sugiere como “deseable” con la atenuante de que ya no se cuentan con métodos alternativos de derivación de portafolios.
2. Se observa en la gráfica 8.22 que este portafolio otorga tasas de rendimiento superiores al objetivo actuarial pero el nivel de riesgo es significativamente alto con fluctuaciones 1.4% semanales lo que lleva a esta opción a un lugar por debajo de la frontera eficiente (no es tan eficiente como el modelo estándar de Markowitz podría sugerir).

Tabla 8.10 Resultados de simulación montecarlo y selección de diseño de benchmark con esquema de ponderaciones neutrales.

Activo	Nivel de inversión	Parámetros cartera	valor parámetro
IPCB100	23.4700%	Riesgo portafolio	0.9951%
VLMR_MEX_GUBERNAMENTAL	67.0660%	Rendimiento portafolio	0.2318%
VLMR_MEX_UMS	2.3660%	Rendimiento actuarial	0.1700%
MSCIWORLDGB100	2.3660%	VaR portafolio(semanal)	1.4051%
S&P-CITB100	2.3660%	VaR actuarial(semanal)	0.2000%
EFFAUSB100	2.3660%	Utilidad (Roy,1952)	6.2064%
		Patrimonio final (máximo)	\$ 63,214,864.02
		Patrimonio final (mínimo)	\$ 14,428,942.55
		Mediana de patrimonio final	\$ 31,485,459.15
		Patrimonio objetivo actuarial	\$ 23,396,468.52
Fuente: Elaboración propia con información de las fuentes citadas en la tabla 8.5.			

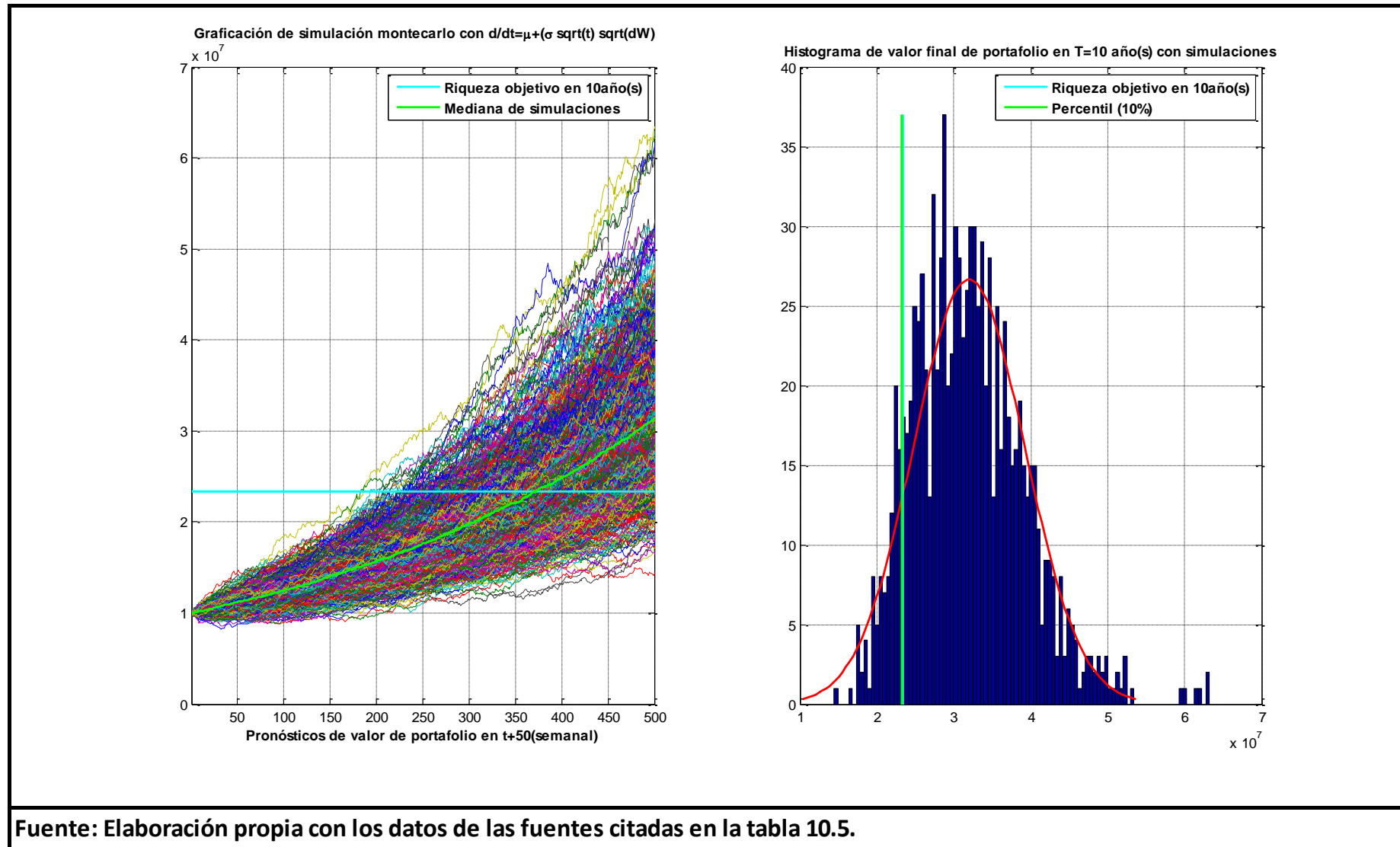
A pesar de esta limitante en el nivel de riesgo, dado el “*sesgo nacional*” que se define como la sobre ponderación en activos financieros del país por parte del inversionista respecto a los internacionales, se aprecia que esta opción resulta la más adecuada como referencia respecto a las comparadas.

Observando la gráfica 8.19, se puede apreciar un desempeño superior a todos los casos previamente simulados así como al método anteriormente descrito. Esto a pesar de que en algunos periodos el esquema de niveles de inversión homogéneos tuvo, en algunos periodos, desempeños superiores al presente.

8.4.4 Consideraciones al benchmark seleccionado

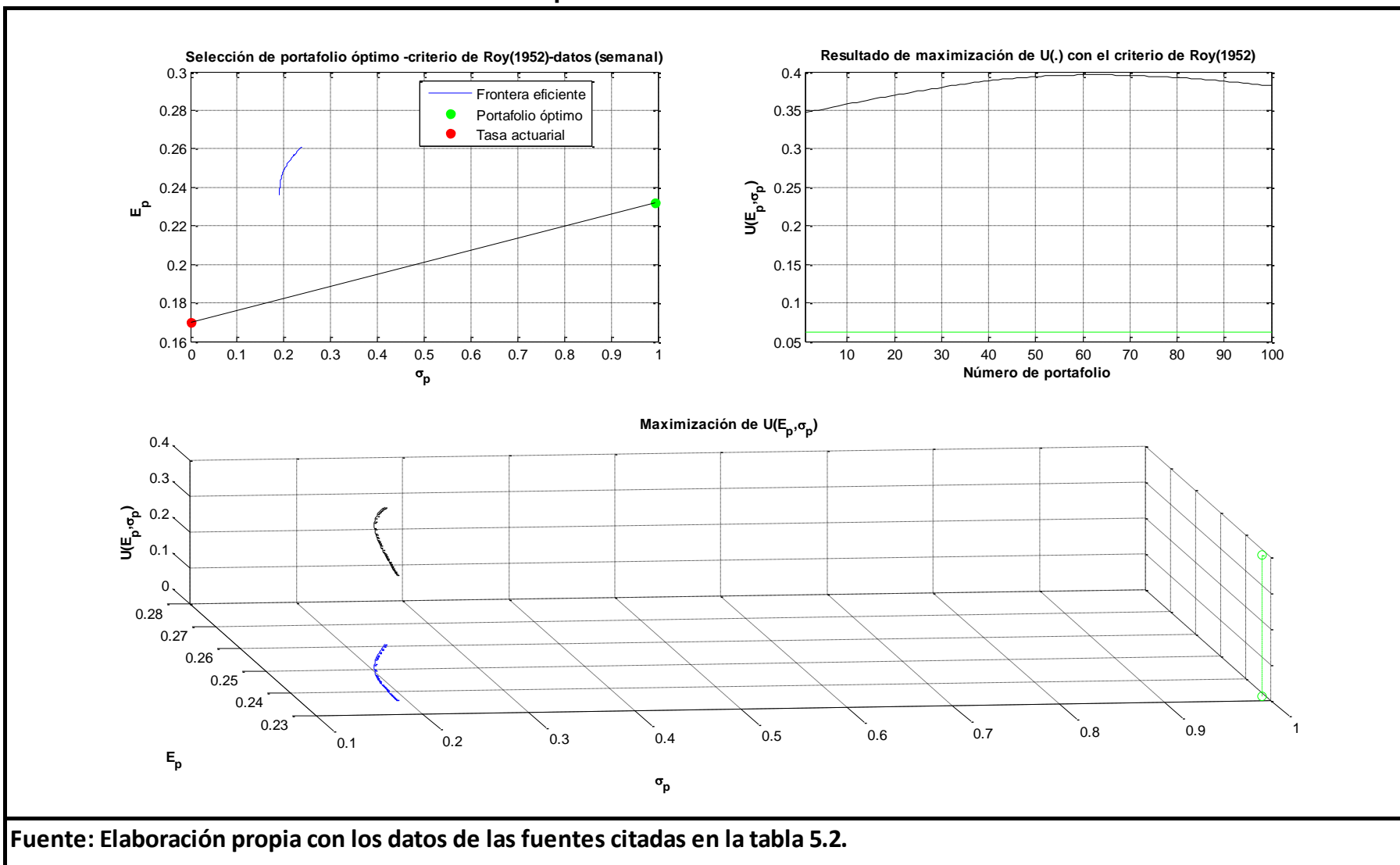
Es importante que observar que este benchmark tiene varias limitaciones. La primera de ellas es que, a pesar de que el criterio de valores neutrales es ampliamente utilizado, en este caso tiene algunos pormenores a considerar. El primero de ellos es el nivel de riesgo que genera una ineficiencia financiera respecto a un conjunto de portafolios eficientes derivados con un programa cuadrático paramétrico (ver gráfica 8.23). A pesar de esta situación, el benchmark se sugiere apropiado y útil como una aproximación preliminar del desempeño de la política de inversión así como para fines de aproximar una administración pasiva de portafolios.

Gráfica 8.21 Resultados de simulación montecarlo de portafolio óptimo derivado con esquema de ponderaciones neutrales.



Fuente: Elaboración propia con los datos de las fuentes citadas en la tabla 10.5.

Gráfica 8.22 Comparativo de los niveles de eficiencia y utilidad con el criterio de Roy (1952) de la cartera con ponderaciones neutrales.



Fuente: Elaboración propia con los datos de las fuentes citadas en la tabla 5.2.

Glosario de Términos

El presente glosario se hace para dar apoyo a la concepción de algunos de los términos que se consideran de importancia en su comprensión para la exposición del presente trabajo de investigación. Los mismos son traducciones de la definición extraída de referencias bibliográficas especializadas en la Teoría moderna de portafolios. Para fines de exposición, se pone el término original en idioma inglés entre paréntesis del cuál fue traducido al español. En algunos casos se utilizan fuentes diferentes para establecer la definición, por lo que, en algunos casos se tienen más de una descripción que se presentan con la finalidad de exponer de manera completa el término.

- **Activo financiero:** (Financial asset) Activos financieros como bonos y acciones son reclamaciones de ingresos generados de activos reales o reclamaciones de ingreso del gobierno. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-5).
- **Activo libre de riesgo:** (Risk-free asset) Un activo con una tasa de rendimiento considerada “cierta” (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Activo riesgoso:** Un activo con una tasa de rendimiento incierta. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Administración Activa:** (Active management) Una aproximación de construcción de portafolios en la cual la composición de portafolio responde a cambios en las expectativas relativas a los rendimientos de los activos financieros.|| Forma de administración de portafolios (v.) en la que el agente busca superar el desempeño de un índice de referencia o *Benchmark* (v.). (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.864).|| Esfuerzo de lograr rendimientos de portafolio mayores que lo que proporcionalmente corresponde a la exposición al riesgo, ya sea pronosticando las tendencias del mercado en su totalidad o al identificar ya sea sectores subvaluados en un mercado o activos en esta condición dentro del mismo mercado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-1).
- **Administración de activos y pasivos:** (Asset-Liability management) La administración de riesgos financieros dada con la interacción de activos y pasivos.|| En el contexto de realizar la asignación de activos, la administración de activos y pasivos involucra modelar explícitamente los pasivos y adoptar la asignación de

activos óptima para fondear los pasivos. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865).

- **Administración de activos:** (Asset-only approach) En el contexto de la asignación de activos,, el método que se enfoca en las características de los activos sin modelar explícitamente los pasivos. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865).
- **Administración pasiva:** (Passive management) Una estrategia de inversión de tipo “comprar y retener” en la cual la composición del portafolio no reacciona a cambios en las expectativas de los mercados de capitales; en este tipo se incluyen la indexación o *Index tracking* (v.), o estrategias de “comprar y retener”. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.879). || Comprar un portafolio que represente un índice ampliamente diversificado sin intentar la búsqueda de activos financieros subvaluados. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-9).
- **Administración de portafolios:** (Portfolio management) Un proceso en el cual los objetivos y parámetros de inversión son identificados y especificados, las estrategias de inversión son desarrolladas, la composición del portafolio es decidida en detalle, las decisiones sobre el portafolio son iniciadas por el administrador del portafolio y ejecutada por los operadores, el desempeño del portafolio es medido y evaluado, las condiciones del inversionistas y mercados son monitoreadas y cualquier ajuste o rebalanceo necesario es realizado. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.880). || Proceso de combinar activos financieros en un portafolio hecho a la medida de las preferencias y necesidades del inversionista, monitorear el mismo y evaluar su desempeño. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-9).
- **Alfa:** (Alpha) Rendimiento adicional respecto a uno libre de riesgo ajustado a riesgo. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.864).
- **Asignación de activos:** (Asset Allocation) La elección entre una amplia gama de activos como acciones y bonos. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-1).
- **Asignación de activos estratégica:** 1) El proceso de asignar dinero en activos permitidos en la política de inversión que integra los objetivos del inversionista, su tolerancia al riesgo y restricciones de inversión con las expectativas de largo plazo en los mercados financieros, 2) El resultado de este proceso también conocido como política de portafolio. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.884).

- **Asignación de activos táctica:** (Tactical asset allocation) Asignación de activos que involucra ajustes de corto plazo en los niveles de inversión en los tipos de activo basados en las predicciones de corto plazo. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.885).
- **Arbitrage:** (Arbitrage) Una estrategia de inversión de riesgo cero y nivel de inversión cero que aún así genera ganancias. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p.G-1).
- **Arbitraje estadístico:** (Statistical arbitrage) El uso de sistemas cuantitativos para descubrir desalineaciones en valuación relativa y aseguramiento de ganancias al promediar respecto todas estas pequeñas apuestas. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-12).
- **Aversión al riesgo:** (Risk aversión) El grado de la indisposición del inversionista a tomar riesgos. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.882).
- **Backoffice:** Funciones administrativas en una firma de inversiones relacionadas al procesamiento de transacciones, manejo de registros y reportes regulatorios. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865).
- **Backtesting:** Método utilizado para generar información respecto a un modelo utilizando datos pasados. Es utilizado en el cálculo del Valor en Riesgo para comparar el número de violaciones de esta magnitud en el umbral de valores en riesgo en un periodo determinado. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865).
- **Benchmark:** Algo tomado como estándar de comparación, un portafolio de referencia, una colección de activos o factores de riesgo y niveles de inversión asociados que representan las características prominentes de inversión de una categoría de activos o proceso de administración de portafolios. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865).
- **Benchmark del inversionista:** (Investor's benchmark) El benchmark que utiliza un inversionista para evaluar el desempeño de un portafolio o tipo de activo. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.875).
- **Beta:** La medida de riesgo sistemático de un activo financiero. La tendencia del rendimiento de un activo a responder a movimientos del mercado en su totalidad. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-1). || Una medida de sensibilidad de un portafolio de inversiones determinado a movimientos en la totalidad del mercado. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865).

- **Bolsa:** (Exchange) Mercado regional o nacional de subastas que proveen de infraestructura a sus miembros para comerciar activos financieros. Un asiento es una membresía en una bolsa. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-5).
- **Bono:** (Bond) Un activo financiero emitido por un prestatario que obliga al mismo a realizar una serie de pagos al tenedor en un periodo de tiempo específico. Un bono de cupones obliga al emisor a realizar pagos de intereses llamados “cupones” durante la vida del bono para, posteriormente, pagar el valor nominal del activo en el periodo a vencimiento del mismo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-2).
- **Burbujas:** (Bubbles) Episodios en los cuales los precios de los activos en los mercados se mueven a valores extremadamente altos en relación a su valor intrínseco estimado. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.866).
- **Capital humano:** El valor presente del ingreso laboral futuro. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.873).
- **CAPM:** Siglas en idioma inglés de Modelo de valuación de activos de capital (Capital Asset Pricing Model), el cual es un modelo que relaciona el rendimiento esperado en un activo financiero con el rendimiento esperado de un portafolio de mercado. (Riskmetricsgroup, 20067, p.271)
- **Choque exógeno:** (Exogenous shocks) Eventos fuera del sistema económico que afectan su curso. Estos pueden ser eventos políticos de corta duración, cambios en la política del gobierno o desastres naturales por citar algunos ejemplos. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.871).
- **Compensación por el riesgo y el rendimiento:** Si un inversionista está dispuesto a tomar un riesgo, este tendrá una compensación, en términos de rendimiento, por ello. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-8).
- **Conjunto de oportunidades de inversión:** (Portfolio opportunity set) Todas las combinaciones de riesgo y rendimiento que se pueden lograr con el conjunto de portafolios que pueden construirse dado un conjunto de activos financieros. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-9).
- **Criterio media-varianza:** (Mean-variance criterion) Se refiere a la selección de portafolios basada en las medias y varianzas de los rendimientos de sus activos financieros. En concreto, a la selección con este criterio consiste en preferir la opción con el mayor rendimiento esperado dado un nivel de varianza o, lo que es lo

mismo, aquella con la menor variabilidad dado un nivel de rendimiento esperado (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-8).

- **Curva de tasas de interés:** (yield curve) Una gráfica del rendimiento a vencimiento como función del plazo a vencimiento. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-14).
- **Decisión de asignación de capital:** (Capital allocation decisión) La asignación de los fondos invertidos entre el activo libre de riesgo y el activo riesgoso. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-2).
- **Diversificación:** (Diversification) Repartir un portafolio entre múltiples inversiones para evitar cualquier exposición excesiva a cualquier fuente de riesgo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Diversificación eficiente:** (Efficient diversification) El principio fundamental de la Teoría moderna de portafolios, el cual mantiene que cualquier inversionista averso al riesgo buscará encontrar el máximo rendimiento esperado para cualquier nivel de riesgo de portafolio. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Especulación:** (Speculation) Tomar una inversión riesgosa con el objetivo de obtener una ganancia mayor que una inversión alternativa libre de riesgo
- **Estadística inferencial:** Métodos de hacer estimaciones o pronósticos respecto a un grupo de datos grandes, partiendo de uno más pequeño actualmente observado. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.874).
- **Estrategia de inversión:** El método del inversionista para realizar el análisis de inversiones y selección de activos financieros. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.875).
- **Expectativas homogéneas:** (Homogeneous expectations) Supuesto de que todos los inversionistas tienen los mismos rendimientos esperados y matrices de covarianzas de rendimientos de activos financieros como insumos de su análisis financiero. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-6).
- **Finanzas conductistas:** (Behavioral finance) Un método de finanzas basado en la observación del efecto de variables psicológicas que afectan y distorsionan el proceso de toma de decisiones de inversión. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.865). || Modelos de mercados financieros que enfatizan las implicaciones de factores psicológicos que afectan el comportamiento de los inversionistas. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-1).

- **Fondo cotizado en bolsa:** (Exchange traded fund –ETF-) Tipo de fondo de inversión que permite a los inversionistas comerciar portafolios como si fuesen estos títulos de acciones. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-5).
- **Fondo de inversión:** (Mutual fund) Una empresa dedicada a manejar el conjunto de fondos de varios inversionistas. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-8).
- **Fondo indexado:** (Index fund) Fondo de inversión que tiene acciones en proporción a su representatividad en un índice de mercado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-6).
- **Fondo de pensiones:** (Pension fund) Fondos consistentes de activos reservados para respaldar un ingreso en la etapa de retiro. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.879).
- **Frontera eficiente:** (Efficient frontier) Gráfica que representa un conjunto de portafolios que maximizan el rendimiento esperado en cada nivel de riesgo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4). || La gráfica del conjunto de portafolios eficientes que maximiza el rendimiento esperado y su nivel de riesgo (desviación estándar del rendimiento). (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.871).
- **Frontera eficiente de activos riesgosos:** (Efficient frontier of risky assets) La porción de la frontera eficiente que se encuentra geométricamente por encima de del portafolio de mínima varianza global. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Front office:** Las funciones generadoras de ingreso en una firma de inversiones como las relativas al corretaje de activos financieros y ventas. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.872).
- **Habilidad para invertir:** (Investment skill) la habilidad para superar una referencia o benchmark de manera consistente durante el tiempo. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.875).
- **Horizonte de inversión:** (Investment horizon) Horizonte de tiempo para propósitos de decisiones de inversión. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-7).
- **Indexación:** (Indexing) Un método de administración pasiva común que comprende tener un portafolio de activos financieros diseñado para replicar los rendimientos de un índice específico de inversiones. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.874).
- **Ingeniería financiera:** (Financial engineering) Crear y diseñar activos financieros con características a la medida. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-5).

- **Intermediario financiero:** (Financial intermediary) Una institución como un banco, un fondo de inversiones, una compañía de inversiones o compañía de seguros que sirve para enlazar inversionistas y organizaciones de tal forma que los primeros puedan invertir y los segundos puedan financiar su producción. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-5).
- **Intervalo de confianza:** (Confidence interval) Un intervalo al que tiene una probabilidad de contener el parámetro que se intenta estimar. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.867).
- **Inversión:** (Investment) Entrega actual de recursos con la expectativa de generar mayores recursos en el futuro. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-7).
- **Inversionista averso al riesgo:** (Risk-averse investor) Individuo que considerará portafolios riesgosos solo si estos le proveen una compensación del riesgo tomado vía la prima de riesgo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Inversionista neutral al riesgo:** (Risk-neutral investor) Individuo que encuentra irrelevante el nivel de riesgo y toma en consideración solo el rendimiento pagado en los prospectos riesgosos. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Inversionista preferente por el riesgo:** (Risk lover investor) Individuo que está dispuesto a aceptar rendimientos esperados más bajos a cambio de una mayor exposición al riesgo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Kurtosis:** Medida del grosor de las colas de una función de densidad de probabilidad. Indica la probabilidad de observar valores extremos altos o bajos. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-7).
- **Línea de asignación de capital (LAC):** (Capital Allocation Line –CAL-) Curva que muestra todas las combinaciones de riesgo y rendimiento de un activo riesgoso y uno libre de riesgo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-2). || Una línea gráfica que describe las combinaciones de rendimiento esperado y desviación estándar de rendimiento disponible para un inversionista al combinar un portafolio óptimo de activos riesgosos con el activo libre de riesgo. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.866).
- **Línea del mercado de capitales (LMC):** (Capital Market Line –CML-) Una línea de asignación de capital provista por el portafolio de mercado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-2).

- **Línea del mercado de activos financieros:** (Security market line –SML-) Representación gráfica de la relación beta-rendimiento esperado en el modelo de valuación de activos de capital (CAPM).
- **Liquidez:** (Liquidity) Se refiere a la velocidad y facilidad con la que un activo financiero puede ser intercambiado por efectivo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-7).
- **Mercaderías:** (comodities). También conocidas como “mercancías”, son artículos de comercio como bienes agrícolas, metales y petróleo; activos tangibles que son típicamente homogéneos en naturaleza. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.866).
- **Modelo de índice:** (Index model) Un modelo de rendimientos de activos financieros que utiliza un índice de mercado para representar los factores de riesgo común. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-6).
- **Modelos financieros de equilibrio:** (Financial equilibrium models) Modelos que describen la relación entre rendimientos esperados y riesgos en los cuales la oferta y la demanda están en balance. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.872).
- **Objetivos de inversión:** (Investment objectives) Resultados de inversión buscados, principalmente relacionados al riesgo y rendimiento. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.875).
- **Patrocinador del plan de pensiones:** (Plan sponsor) Una empresa u organización –como negocios, uniones laborales, gobiernos municipales o estatales u organizaciones no lucrativas- que respaldan el plan de pensiones (v.). (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.880).
- **Plan de pensiones de beneficio definido:** (Defined benefit plans) planes de pensiones en los cuales los beneficios de retiro se establecen de acuerdo a una fórmula predefinida. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Plan de pensiones de contribución definida:** (Defined contribution plans) Planes de pensiones en los cuales el empleador está comprometido a realizar contribuciones en base a una fórmula predefinida. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Plan de pensiones totalmente financiado:** (Fully funded plan) Un plan de pensiones en el cual la razón del valor de los activos del plan en relación al de los pasivos es de uno o más. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.872).

- **Política de inversión:** (Investmen policy statement) Un documento escrito que establece los objetivos de rendimiento y tolerancia al riesgo respecto a un horizonte de tiempo relevante, así como las restricciones aplicables como son las necesidades de liquidez, regímenes fiscales, requerimientos regulatorios y circunstancias únicas. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.875).
- **Portafolio (de inversiones):** (Investment portfolio) conjunto de activos financieros seleccionados por un inversionista.
- **Portafolio esquina:** (Corner portfolio) Los portafolios esquina adyacentes definen un segmento de la frontera eficiente en el cual los portafolios contienen activos idénticos y la tasa de cambio de los niveles de inversión por activo de un portafolio a otro es constante. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.868).
- **Portafolio riesgoso óptimo:** La mejor combinación de activos riesgosos que puede lograr un inversionista para combinarlo con activos libres de riesgo que le permitirán formar un portafolio totalmente diversificado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-9).
- **Portafolio de mercado:** (Market portfolio) El portafolio en el cual cada activo financiero se tiene en proporción a su valor de mercado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-8).
- **Prima de riesgo:** (Risk premium) El diferencial del rendimiento esperado respecto al de los activos considerados “libres de riesgo” La prima provee de compensación por el riesgo de una inversión. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Propiedad de separación:** (Separation property) Propiedad en la que la selección de portafolios puede realizarse con dos tareas: 1) determinar el portafolio riesgoso óptimo y 2) la selección personal de la mejor combinación de portafolio riesgoso y activo libre de riesgo. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-11).
- **Rebalanceo:** (Rebalancing) Realineo de las proporciones de inversión en activos conforme se necesita. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-10). || Ajuste de la asignación de activos del portafolio actual debido a cambios en las expectativas de las tenencias del mismo. También puede referirse a las revisiones de los pesos por tipo de activo debido a cambios en los objetivos o restricciones del individuo o debido a cambios en las expectativas de los mercados. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.882).

- **Relación causa y efecto:** (cause-and-effect relationship) Una relación en la cual la ocurrencia de un evento lleva a la ocurrencia de otro. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.866).
- **Relación de rendimiento esperado-beta:** Implicación del Modelo de Valuación de Activos de Capital (CAPM) que sugiere que las primas de riesgo (rendimientos excedentes respecto a un activo libre de riesgo) serán proporcionales a su beta.
- **Rendimiento activo:** (Active return) El rendimiento adicional de un portafolio respecto al de un índice de desempeño o benchmark (v.). (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.864).
- **Rendimiento a vencimiento:** Una medida de la tasa de rendimiento promedio que se ganaría si un bono es adquirido a vencimiento. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-14).
- **Rendimiento esperado:** (Expected return) Un promedio ponderado por probabilidades de los posibles resultados de un rendimiento (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-5).
- **Restricciones:** (Constraints) 1) condiciones de restricción, 2) En relación a una política de inversión, los límites al inversionista para tomar una ventaja total o parcial en inversiones particulares. Tales restricciones son tanto internas (como las necesidades específicas de liquidez por parte del cliente, horizonte de inversión y circunstancias únicas) o externas (situaciones fiscales o requerimientos legales y regulatorios). (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.868).
- **Riesgo diversificable:** (Diversifiable risk) El riesgo atribuible al riesgo específico del activo o riesgo no sistemático (no propio del mercado). El riesgo no diversificable se refiere al sistemático o propio del mercado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Selección de activos financieros:** (Security selection) Habilidad de seleccionar activos financieros individuales dentro de un grupo o tipo de ellos. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.883).
- **Sesgo (skew):** Medida de asimetría de una distribución de probabilidad. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-12).
- **Segmentación de portafolios:** (Portfolio segmentation) La creación de sub portafolios de acuerdo a la combinación de segmentos individuales o líneas de negocios. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.880).

- **Tasa en equivalente de certeza:** (Certainty equivalent rate) El rendimiento cierto que logra la misma utilidad que el portafolio riesgoso.
- **Teoría de los mercados eficientes:** (Efficient market hypothesis) Propuesta que establece que los precios de los activos financieros reflejan toda la información disponible. Los inversionistas que compran activos en un mercado eficiente deberían esperar obtener una tasa de rendimiento de equilibrio. La forma débil de esta teoría establece que los precios de los activos ya reflejan toda la información contenida en los precios pasados. La forma semifuerte sugiere que los precios descuentan toda la información pública y la forma fuerte que estos contienen toda la información relevante. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-4).
- **Teoría moderna de portafolios:** (Modern portfolio theory) Conjunto de principios de análisis y evaluación de selecciones racionales basado en el intercambio de riesgo y rendimiento y diversificación eficiente. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-8).
- **Teorema del portafolio esquina:** (Corner portfolio theorem) en una optimización media-varianza con restricciones, se define como el resultado en el que los niveles de inversión en activos financieros de cualquier portafolio de la frontera eficiente resultan de una combinación lineal positiva de los pesos correspondientes a dos portafolios esquina adyacentes. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.868).
- **Tolerancia al riesgo:** (Risk tolerance) La capacidad de aceptar riesgo; el nivel de riesgo que un inversionista u organización está dispuesta a tomar. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.883).
- **Tracking error:** La diferencia entre el rendimiento logrado en un portafolio y aquel de un portafolio benchmark diseñado para ser replicado. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-13). || La desviación estándar de las diferencias de los rendimientos entre un portafolio y un benchmark. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.886).
- **Utilidad:** (utility) La medida de bienestar o satisfacción de un inversionista. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-13).
- **Valor de utilidad:** El bienestar que un determinado agente asigna a una inversión con un nivel particular de riesgo y rendimiento. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-13).

- **Valor en riesgo:** (Value at Risk) Medida de riesgo de pérdida incurrida en el evento de un cambio adverso y extremo de precio, dada una probabilidad típicamente baja. (Bodie, Kane y Marcus, 2009, p. G-13).
- **Variable exógena:** (Exogenous variable) Una variable cuyos valores se determinan fuera del sistema. (Maggin, Tuttle, Pinto y McLeavey, 2007, p.871).