

**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**

**POSGRADO DE INGENIERÍA CIVIL
(ÁREAS DE ESTRUCTURAS)**

**“SIMULACIÓN DE RÁFAGAS DE VIENTO Y SUS EFECTOS
SOBRE ESTRUCTURAS FLEXIBLES”**



TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA**

PRESENTA

ING. SALVADOR ELVIRA CEJA

ASESOR

DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS

Morelia, Michoacán Noviembre de 2005

SIMULACIÓN DE RÁFAGAS DE VIENTO Y SUS EFECTOS SOBRE ESTRUCTURAS FLEXIBLES

ÍNDICE

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
LISTA DE TABLAS	III
LISTA DE FIGURAS	V
CAPÍTULO 1	
INTRODUCCIÓN	
1.1 Generalidades	2
CAPÍTULO 2	
EL VIENTO Y SUS CARACTERÍSTICAS	
2.1 Efectos del viento	6
2.2 Factores que gobiernan la respuesta estructural	7
2.3 Tiempo de promediación de la velocidad de referencia	7
2.4 Descripción matemática	9
2.5 Propiedades de la velocidad media del viento	10
2.6 Fuerzas estáticas en la dirección del viento	13
2.7 Propiedades de la turbulencia del viento	15
2.7.1 Índice de turbulencia $I_z(u)$ y desviación estándar $\sigma_z(u)$	16
2.7.2 Varianza $\sigma_z^2(u)$	19
2.7.3 Función de autocovarianza $C_u(\tau)$ y autocorrelación $R_u(\tau)$	19
2.7.4 Escala de tiempo θ_u y escala de longitud L_u	20
2.7.5 Espectro de densidad de potencia $S_u(\eta)$	21
2.8 Admitancia aerodinámica χ^2	26
CAPÍTULO 3	
SIMULACIÓN DE TURBULENCIA	
3.1 Introducción	28
3.2 Generación de vientos por series de Fourier	28
3.3 Generación de vientos simulando ráfagas grandes y pequeñas	29
CAPÍTULO 4	
ANÁLISIS DINÁMICO	
4.1 Ecuación de movimiento	34
4.2 Desarrollo del método de superposición modal	36
4.3 Factores de participación modal	41

4.4	Análisis de un sistema de 3 masas	43
CAPÍTULO 5		
EJEMPLOS DE APLICACIÓN		
5.1	Procedimiento de cálculo	59
5.2	Chimenea de 80 m de altura	60
5.3	Edificio de 157.9m de altura	72
CAPÍTULO 6		
COMENTARIOS FINALES		87
REFERENCIAS		89
APÉNDICES		92
A1	Programa Vestatico	92
A2	Programa Simul1	94
A3	Programa Simul2	97

RESUMEN

En este trabajo se describen los principales parámetros que influyen en las acciones eólicas, entre estos, las leyes de variación de la velocidad con la altura, los índices de turbulencia y espectros de densidad de potencia que proponen los siguientes códigos: ASCE7-98 (Estados Unidos), AS1170.2-89 (Australia), NBC-1995 (Canadá), RLB-AIJ-1993 (Japón), Eurocódigo-1993 (Europa), RCDF-NTC-2004 (México) y MDOC-1993 (México).

Se presentan dos técnicas de simulación de la acción turbulenta del viento en función de la velocidad media y de un espectro de densidad de potencia. Se utilizan los espectros de densidad de potencia propuestos en los códigos y reglamentos descritos anteriormente. En un primer método se generan ráfagas de viento en un intervalo de tiempo y a diferentes alturas por medio de series de Fourier, con base en un espectro de densidad de potencia. En el segundo método las ráfagas de viento en cualquier tiempo t y a diferentes alturas se obtienen simulando ráfagas grandes y pequeñas, con base en un espectro de densidad de potencia propuesto (Davenport o Harris). En ambas técnicas se verifica que la desviación estándar de la simulación corresponda a la desviación estándar del espectro de potencia. Las velocidades longitudinales de viento se obtienen con la velocidad media y la velocidad de ráfagas.

Las velocidades longitudinales se aplican a una estructura y se obtiene el Factor de Amplificación Dinámico (FAD) para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. La estructura se representa como un sistema de n grados de libertad, mediante el método de las masas concentradas, en donde se simula el efecto de las fuerzas inerciales que tiene la estructura cuando ésta es excitada por los vientos longitudinales. La respuesta del sistema se obtiene mediante el método de superposición modal en donde la contribución de los modos superiores es considerada.

ABSTRACT

This work describes the main parameters that influence eolic actions, among these, the laws of variation of the speed with height, the turbulence indexes and wind spectra that propose the following codes: ASCE7-98 (United States), AS1170.2-89 (Australia), NBC-1995 (Canada), RLB-AIJ-1993 (Japan), Eurocódigo-1993 (Europe), RCDF-NTC-2004 (Mexico) and MDOC-1993 (Mexico).

Two simulation techniques of wind histories are presented as a function of the mean velocity and wind spectrum. The used spectra are from the proposed codes and standards previously described. In a first method, wind histories are generated into different heights by Fourier series, based on a power spectral density function. In second method, the wind histories of different heights are obtained simulating large and small gusts, based on a proposed wind spectrum (Davenport or Harris). In both techniques it is verified that standard deviation of the simulation corresponds to the standard deviation of the power spectrum. The alongwind velocities are obtained from the mean speed and gusts speed.

The alongwind velocities are applied to a structure to obtain the “gust loading factor” (FAD) for displacement, shear force and overturning moment. The structure is represented as a system of n degree of freedom, by means of concentrated masses where the effect of inertial forces is simulated on the structure when this is excited by the alongwind. The response of the system is obtained through the modal superposition method where the contribution of superior modes is considered.

LISTA DE TABLAS

2.1	Tiempos de promediación en códigos de diseño	8
2.2	Factor de variación de la velocidad del viento y factor de rugosidad, según el terreno	11
2.3	Coeficientes para definir el perfil de velocidad media	12
2.4	Relación entre la altitud y la presión barométrica (MDOC, 1993)	15
2.5	Coeficientes para definir los índices de turbulencia de los diversos códigos	18
2.6	Función de densidad espectral de potencia y escala de longitud de diversos códigos	24
4.1	Registro de velocidades	42
4.2	Resumen de resultados	57
5.1	Parámetros para obtener la respuesta eólica de los ejemplos tratados	59
5.2	Alturas y áreas de las masas de la chimenea	60
5.3	Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona I de México, DF (chimenea)	61
5.4	Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	61
5.5	Respuestas estáticas y dinámicas, según el Eurocódigo-93 y simulando ráfagas por medio de series de Fourier (chimenea)	63
5.6	Frecuencias, periodos y porcentajes de amortiguamiento (chimenea)	63
5.7	Factores de Amplificación Dinámicos, según el Eurocódigo-93 y simulando ráfagas por medio de series de Fourier (chimenea)	64
5.8	Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona I de México, DF (chimenea)	64
5.9	Velocidades medias obtenidas según Davenport, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	64
5.10	Respuestas estáticas y dinámicas, según Davenport, simulando ráfagas grandes y pequeñas (chimenea)	66
5.11	Factores de Amplificación Dinámicos, según Davenport y simulando ráfagas grandes y pequeñas (chimenea)	66
5.12	Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (chimenea)	67
5.13	Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	68
5.14	Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (chimenea)	69
5.15	Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	69
5.16	Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona I de México, DF (chimenea)	70
5.17	Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	70
5.18	Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas,	71

para la zona I de México, DF (chimenea)	
5.19 Factor de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	72
5.20 Alturas y áreas de las masas del edificio	72
5.21 Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona I de México, DF (edificio)	73
5.22 Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	74
5.23 Respuestas estáticas y dinámicas, según el Eurocódigo-93 y simulando ráfagas por medio de series de Fourier (edificio)	75
5.24 Frecuencias, periodos y porcentajes de amortiguamiento (edificio)	76
5.25 Factores de amplificación dinámicos, según el Eurocódigo-93 (edificio)	76
5.26 Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona I de México, DF (edificio)	77
5.27 Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	77
5.28 Respuestas estáticas y dinámicas, según Davenport, simulando ráfagas grandes y pequeñas (edificio)	79
5.29 Factores de Amplificación Dinámicos, según Davenport y simulando ráfagas grandes y pequeñas (edificio)	79
5.30 Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (edificio)	80
5.31 Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	81
5.32 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (edificio)	82
5.33 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	83
5.34 Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona I de México, DF (edificio)	83
5.35 Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	84
5.36 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona I de México, DF (edificio)	85
5.37 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	85

LISTA DE FIGURAS

1.1	Primeros tres modos de vibrar, de una chimenea de 80 m de altura	3
1.2	Primeros tres modos de vibrar, de una torre de 180 m de altura	4
2.1	Espectro de potencia de la velocidad del viento, según Van der Hoven	8
2.2	Velocidades del viento en la dirección del flujo y a diferente altura	10
2.3	Perfil de velocidades normalizadas	13
2.4	Perfil de índices de turbulencia con la altura	18
2.5	Espectros de densidad espectral de potencia según Davenport, Harris y Kaimal, exposición A	23
2.6	Espectros de densidad espectral de potencia según Davenport, Harris y Kaimal, exposición C	23
2.7	Espectros de densidad espectral de potencia de los diferentes códigos, centro de ciudad	25
2.8	Espectros de densidad espectral de potencia de los diferentes códigos, campo libre	25
4.1	Sistema continuo (Chimenea de 80m)	34
4.2	Representación del sistema con grados de libertad horizontales	35
4.3	Función de excitación lineal	40
4.4	Estructura discretizada	43
4.5	Deformada de los tres primeros modos de vibrar	47
5.1	Velocidades instantáneas simuladas con series de Fourier, zona I de México, DF (chimenea)	62
5.2	Velocidades instantáneas simuladas con series de Fourier, zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	62
5.3	Velocidades instantáneas obtenidas simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona I de México, DF (chimenea)	64
5.4	Velocidades instantáneas obtenidas simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)	64
5.5	Velocidades instantáneas simuladas con series de Fourier, zona I de México, DF (edificio)	74
5.6	Velocidades instantáneas simuladas con series de Fourier, zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	75
5.7	Velocidades instantáneas obtenidas simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona I de México, DF (edificio)	77
5.8	Velocidades instantáneas obtenidas simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)	77

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN

1.1 Generalidades

Los efectos de cargas dinámicas de viento en las estructuras no deben de ser minimizados, debido a que existe evidencia de las graves consecuencias que puede ocasionar a éstas, principalmente en aquellas estructuras consideradas como flexibles, tal es el caso de torres, chimeneas, edificios altos, puentes colgantes, cubiertas soportadas por cables, tuberías, líneas de transmisión, etc.

Se ha observado que la variación de la velocidad del viento ocurre dentro de un amplio intervalo de escalas de tiempo, el cual varía de años a unos cuantos segundos; y que la variación es altamente irregular y compleja, con características aleatorias. Los ingenieros e investigadores han tratado de representarla por una velocidad media y otra fluctuante, capaz de ocasionar que la respuesta de la estructura sea dinámica.

La acción dinámica es uno de los efectos más importantes que el viento ejerce sobre las estructuras. Davenport (1967) propuso el método del Factor de Amplificación Dinámico (FAD) para estimar las cargas dinámicas debidas al viento y que obran sobre una estructura. Las cargas dinámicas de viento se obtienen por medio del cálculo de cargas estáticamente equivalentes, es decir, se multiplica la respuesta de la estructura, ante cargas medias del viento, por un factor normalmente mayor que uno.

El modelo original del FAD propuesto por Davenport, considera únicamente la contribución del primer modo de vibrar de la estructura en la respuesta, además de que la forma modal fundamental de la estructura es lineal.

Diversos autores han propuesto modificaciones al primer modelo del FAD de Davenport, algunas de esas variaciones han sido adoptadas por algunos códigos de diseño eólico. En México, el Manual de Diseño de Obras Civiles por Viento (MDOC-1993) y el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal en sus Normas Técnicas complementarias para el diseño por viento (1976-1987-1992-2004) proponen utilizar el modelo original propuesto por Davenport.

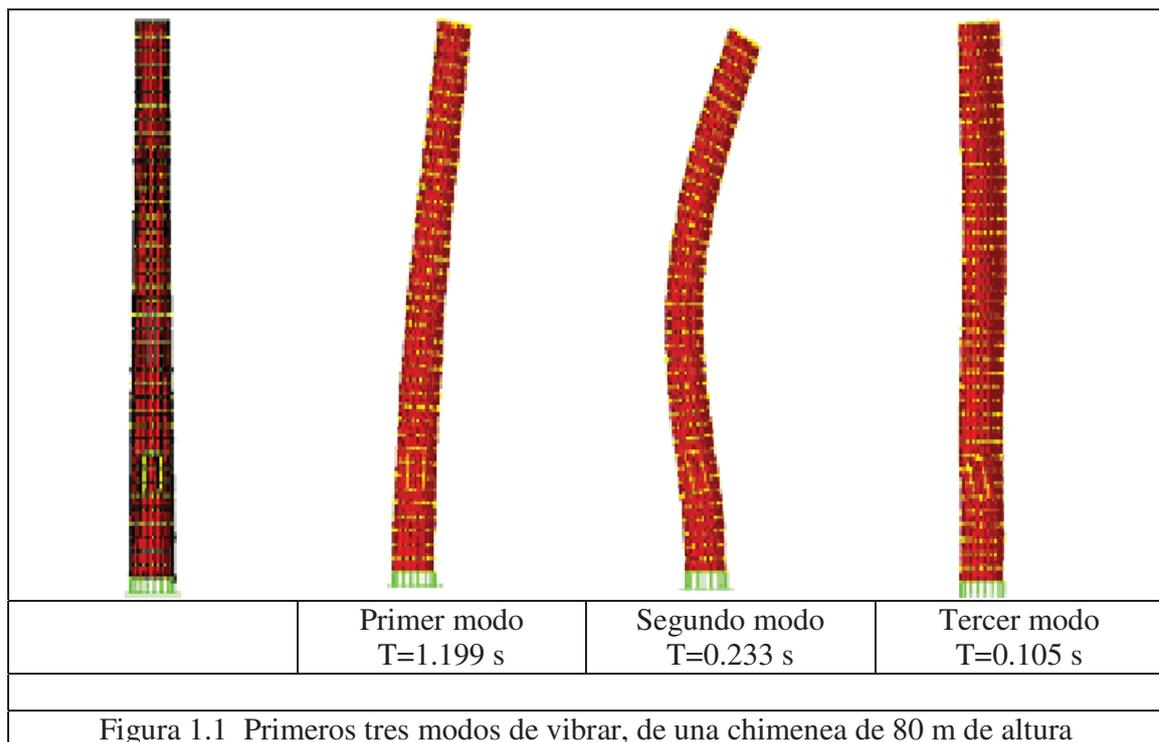
Aunque las bases teóricas utilizadas en esas formulaciones son similares, se han reportado diferencias en la predicción de la respuesta estructural al utilizar diferentes códigos (Loh y Isyumov, 1985). Originalmente el FAD fue definido para cualquier efecto de la carga, sin embargo, en realidad se basa en la respuesta al desplazamiento, i.e., el FAD es referido como la relación entre la respuesta máxima y la media de la estructura (en términos de desplazamientos) lo anterior es utilizado indiscriminadamente en la práctica para cualquier componente de la respuesta estructural, lo cual genera algunos errores. Como referencia importante se debe decir que el Código Australiano (AS1170.2-89) y el ACI (1988) proponen el uso de un FAD basado en términos de momentos de volteo en la base y no en términos de desplazamientos.

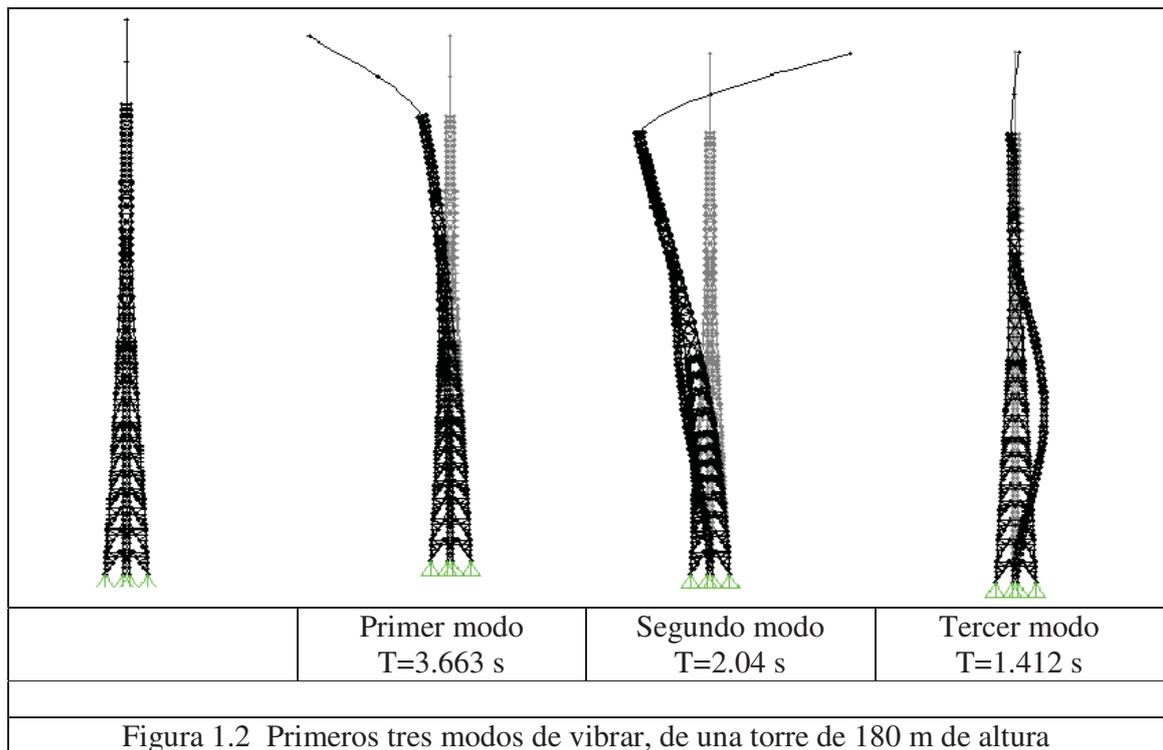
En la derivación del FAD solamente se incluyen la fluctuación y la respuesta media del desplazamiento en el primer modo de vibrar por lo que se considera constante para una estructura en particular. Una contribución importante para el cálculo del FAD, en estructuras cuya forma modal en el primer modo no es lineal, fue propuesta por Drybre y Hansen (1997),

quienes proponen un procedimiento de cálculo del FAD para estructuras cuya forma modal es complicada o bien presentan o no cambio de signo, sin embargo, siguen tomando un FAD constante para la estructura además de que suponen que la estructura tiene masa uniforme con la altura, lo cual es válido solamente para algunas estructuras.

En las Figuras 1.1 y 1.2 se muestran estructuras cuya característica dinámica no presenta una variación lineal en la forma de la deformada del primer modo, y que no pueden considerarse como una masa uniformemente distribuida con la altura.

Mediante simulación del efecto del viento sobre la estructura, actualmente, se puede tener un procedimiento alternativo al método del FAD, logrando incorporar el efecto dinámico de una forma más racional. Se han propuesto diversos métodos para realizar simulaciones, los métodos de simulación de ráfagas de viento más usados son: 1) Métodos basados en el uso de series de funciones senos y/o cosenos y 2) Métodos basados en la aplicación de filtros a series de números aleatorios.





En este trabajo se presentan dos técnicas para simular un proceso aleatorio y representar a las ráfagas longitudinales del viento en un rango de frecuencias de interés, que depende del tipo de estructura a analizar. Los procesos obtenidos de las simulaciones tienen una correlación coincidente con la del proceso original. En este caso, para obtener esa correlación se utiliza la función de densidad espectral del viento. Si bien, se generan muestras representativas de las fluctuaciones longitudinales de la velocidad del viento, los métodos pueden extenderse a las fluctuaciones transversales. En una primera simulación se generan vientos por medio de series de Fourier; en la segunda se generan vientos simulando ráfagas grandes y pequeñas, se consideran las correlaciones temporales y espaciales. La velocidad del viento en cualquier punto del espacio se representa por la velocidad media y la acción turbulenta del viento con valor medio nulo. Se consideran únicamente los efectos longitudinales del viento, un modelo más completo requiere la superposición de velocidades de vientos en las tres direcciones ortogonales y sus correspondientes correlaciones cruzadas, sin embargo, aún hay poca información disponible respecto a las correlaciones cruzadas entre las direcciones longitudinales, transversales y verticales de la turbulencia del viento.

CAPÍTULO 2

EL VIENTO Y SUS CARACTERÍSTICAS

2.1 Efectos del viento

El viento se puede definir como el movimiento de masas de aire en la atmósfera. Los movimientos son producidos principalmente por la radiación solar, la acción de la gravedad, cambios de posición de masas de aire de diferentes densidades, posición geográfica, fuerzas de Coriolis debidas a la rotación de la tierra y fuerzas centrífugas debidas a la trayectoria curva del viento sobre la superficie terrestre. Además, son factores importantes en la generación de vientos intensos: la rugosidad de la superficie terrestre, la viscosidad del aire, la presión y la temperatura.

En general se puede considerar que los efectos de la acción del viento, sobre las estructuras se pueden clasificar como: Efectos estáticos que generan presiones y succiones, debidas a la acción media del viento, y los efectos dinámicos que son en parte debidos a un patrón de flujo medio alrededor de la estructura y en parte a la turbulencia atmosférica.

La acción dinámica del viento genera dos tipos de vibraciones estructurales:

- 1) vibraciones forzadas, las cuales son aleatorias y deben ser tratadas por medios estadísticos.
- 2) vibraciones auto-excitables, las cuales son deterministas.

Las vibraciones auto-excitables son un fenómeno de inestabilidad, lo cual implica que el movimiento del sistema induce fuerzas aerodinámicas que pueden aumentar las vibraciones. En el área de ingeniería civil, existen dos tipos de vibraciones auto-excitables: el galopeo y el aleteo (flutter). De los anteriores el tipo de vibración más común es el galopeo, el cual está asociado al desacoplamiento de un modo de vibración. Este fenómeno se presenta en los cables de las líneas de transmisión eléctrica, cuando se forma hielo alrededor de ellas. Por otro lado el aleteo está asociado al acoplamiento de modos de vibrar y es común en puentes atirantados.

En muchas ocasiones es posible diseñar las estructuras de tal forma que las vibraciones de tipo auto-excitable sean secundarias o que sean tan pequeñas que se puedan despreciar.

Las vibraciones forzadas son debido a dos tipos de fuerzas: 1) las fuerzas inducidas por las ráfagas y 2) las fuerzas inducidas por las estelas. Las fuerzas inducidas por las estelas son debidas a desprendimiento de vórtices, las cuales depende de la geometría de la estructura y de las características del viento. Las fuerzas debidas a ráfagas son debidas fundamentalmente a la naturaleza de la turbulencia atmosférica, pero es obvio que las condiciones circundantes de la estructura, como obstáculos, pueden aumentar la turbulencia y por tanto la intensidad de las cargas. Lo mismo puede decirse de las condiciones topográficas, ya que en una zona montañosa la estructura del viento puede ser complicada.

2.2 Factores que gobiernan la respuesta estructural

Es casi imposible listar todos los factores que influyen en la respuesta estructural debido a cargas eólicas, sin embargo, se puede decir que estos factores se pueden dividir en tres grupos: 1) factores ambientales, 2) los parámetros estructurales y 3) los parámetros aerodinámicos.

Estos factores varían según su importancia dependiendo del tipo de estructura y de las condiciones ambientales.

Factores ambientales:

- La velocidad y perfil de velocidades del viento con la altura.
- Espectro de potencia, el cual contiene la potencia del flujo de viento para cierto contenido de frecuencias de las componentes turbulentas del viento.
- La correlación entre los diferentes componentes de la fluctuación de la velocidad.
- Rugosidad de las áreas circunvecinas las cuales influyen en la intensidad de la turbulencia.
- Efectos de topografía de la zona y estructuras vecinas, las cuales también influyen en la intensidad de la turbulencia.
- La orientación de la estructura relativa al flujo de aire.

Parámetros estructurales:

- La forma de la sección transversal de la estructura.
- La relación de aspecto, definida como la relación de la altura a la dimensión de la sección transversal de la estructura.
- Las propiedades de amortiguamiento estructural.
- La frecuencia natural y principalmente la rigidez dinámica de la estructura.
- Rugosidad de la superficie expuesta de la estructura, incluyendo ventanas, cornisas y otros elementos arquitectónicos.

Parámetros aerodinámicos:

- El número de Reynolds del flujo, el cual es adimensional y se define como la relación entre la fuerza de inercia del viento sobre la estructura y la fuerza de viscosidad que se genera sobre una superficie.
- El número de Strouhal, que determina la frecuencia del desprendimiento de vórtices.

Por supuesto, la lista anterior no está completa pero son los parámetros más importantes que intervienen en el diseño eólico de una estructura.

2.3 Tiempo de promediación de la velocidad

El periodo de promediación de la medición del viento es importante, ya que debe ser seleccionado demasiado corto tal que refleje los efectos de las ráfagas pequeñas y a la vez tan largo que permita identificar su efecto sobre las estructuras.

Con el tiempo de promediación se determina la velocidad máxima promedio. Se ha observado que conforme el tiempo de promediación disminuye, la velocidad máxima media que le corresponde aumenta.

Analizando registros de las velocidades de viento se pueden crear espectros de potencia de las velocidades (Figura 2.1). El espectro muestra un amplio intervalo de frecuencias y permite

observar los intervalos con mayor o menor contenido de energía. En la zona de frecuencias bajas, intervalo macrometeorológico, se observan picos característicos asociados a las brisas diarias y al paso de los sistemas meteorológicos. En la zona de frecuencias altas, periodos entre 2 segundos ($f \approx 0.5$ Hz) y 5 minutos ($f \approx 3 \times 10^{-3}$ Hz), aparece un pico que señala el régimen de ráfagas de la escala micrometeorológica y son de importancia en el cálculo de la respuesta dinámica de una estructura. Así pues, aparece una zona de poca energía, la existencia de este intervalo permite asegurar que las velocidades medias tomadas con tiempo de promediación entre 2 horas y 10 minutos son magnitudes estables cuyo valor cambia poco al modificar la duración del tiempo de promediación.

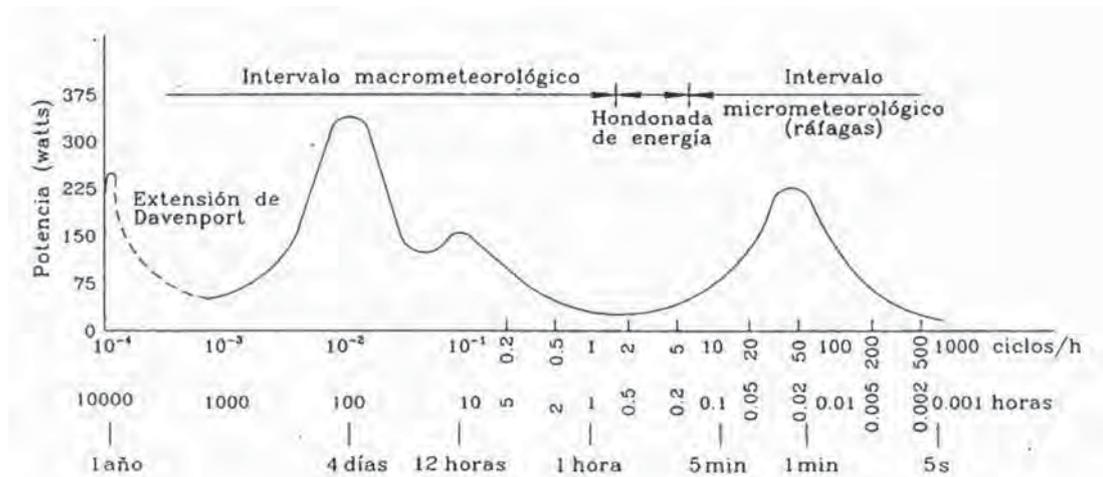


Figura 2.1 Espectro de potencia de la velocidad del viento, según Van der Hoven

En la Tabla 2.1 se muestra el tiempo de promediación de los códigos de diseño ASCE7-98 (Estados Unidos), AS1170.2-89 (Australia), NBC-1995 (Canadá), RLB-AIJ-1993 (Japón), Eurocódigo-1993 (Europa), RCDF-NTC-2004 (México) y MDOC-1993 (México).

Tabla 2.1 Tiempo promedio en Códigos de diseño

	ASCE 7	AS1170.2	NBC	RLB-AIJ	Eurocódigo	MDOC 93	RCDF 2004
Velocidad básica de viento	3 s	3 s	1 h	10 min	10 min	3 s	3s
Respuesta inducida por el viento	1 h	1 h	1 h	10 min	10 min	1 h	1 h

De estudios experimentales Mackey (Ghiocel y Lungu, 1975) propuso la siguiente expresión para relacionar una velocidad promediada en un lapso de tiempo t_1 y otra promediada sobre un lapso mayor t_2 .

$$g\left(\frac{t_1}{t_2}\right) = 1 - \left[0.6226(I_z)^{1.2716} \ln\left(\frac{t_1}{t_2}\right) \right] \quad t_1 < t_2 \quad (2.2)$$

Donde:

$g\left(\frac{t_1}{t_2}\right)$ es un factor adimensional entre velocidades promediadas sobre lapsos de t_1 y t_2 segundos.

I_z es el índice de turbulencia.

2.4 Descripción matemática

La velocidad del viento se puede separar en la suma de una cantidad media, independiente del tiempo (velocidad media del viento) y de otra fluctuante dependiente del tiempo.

En un sistema coordenado cartesiano X, Y, Z; con el eje X en la dirección media del viento y el eje Z vertical, la velocidad del viento se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} U_x(x, y, z, t) &= \bar{U}(z) + u_x(x, y, z, t) \\ U_y(x, y, z, t) &= 0 + u_y(x, y, z, t) \\ U_z(x, y, z, t) &= 0 + u_z(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Donde:

$\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento, supuesta únicamente como función de la altura sobre el terreno.

U_x , U_y y U_z son las componentes de la velocidad del viento en función del tiempo en las direcciones X, Y y Z, respectivamente.

u_x , u_y y u_z son la parte aleatoria de la fluctuación (turbulencia).

Frecuentemente la componente de la turbulencia en la dirección del viento, u_x , es la más importante para estructuras tipo edificio, debido a que contribuye de manera principal en las cargas de viento que actúan en la estructura, por tanto, las componentes restantes no se consideran.

En la Figura 2.2 se muestra la variación de la velocidad del viento con la altura, con la línea continua se muestra la velocidad en un instante "t"; esta velocidad está compuesta por la velocidad media y una componente de la turbulencia. La velocidad media se indica con la línea punteada aumentando suavemente con la altura z. La componente de la turbulencia es representada por la diferencia entre la curva continua y la punteada, mostrando que esta componente puede tomar valores negativos o positivos, con respecto a la anterior.

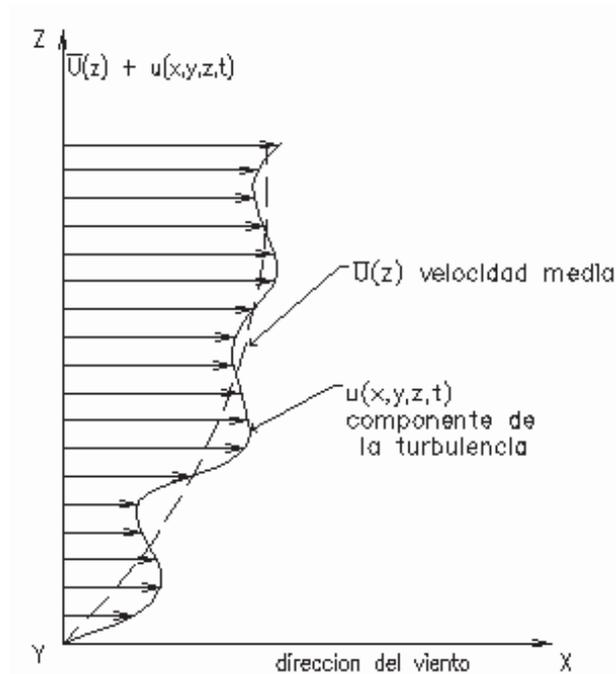


Figura 2.2 Velocidades del viento en la dirección del flujo y a diferente altura

2.5 Propiedades de la velocidad media del viento

La velocidad media del viento depende de la altura con respecto al nivel del terreno a la que se mida, de la rugosidad del terreno y del tiempo de promediación de la medición.

Se ha estudiado por muchos años la variación que sufre la velocidad del viento respecto a la altura; existen dos grandes criterios para definir matemáticamente esta variación: un modelo tipo exponencial y otro tipo logarítmico. El modelo exponencial está basado en apreciaciones empíricas, mientras que la ley logarítmica se deduce de las ecuaciones de la Mecánica de Fluidos (simplificadas y adaptadas) y del análisis dimensional.

El modelo exponencial se representa con la siguiente expresión:

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_R \left(\frac{z}{z_R} \right)^\alpha \quad (2.4)$$

Donde:

$\bar{U}(z)$ es la velocidad media a una altura z .

\bar{U}_R es la velocidad media de referencia a una altura z_R , comúnmente tomada de 10 m (altura usual de los anemómetros), y α es el exponente de la ley de variación que depende de las condiciones de rugosidad del terreno.

La ley de variación exponencial es ampliamente usada y con resultados más próximos a las mediciones reales que la ley de variación logarítmica.

En la Tabla 2.2 se muestra el factor de variación de la velocidad del viento α y el factor de rugosidad k para diferentes condiciones de terreno (Davenport, 1961). Estos valores son mayores que los expuestos por otros autores por lo que se consideran como valores extremos.

Tabla 2.2 Factor de variación de la velocidad del viento y factor de rugosidad, según el terreno

Tipo de terreno	α	k
<i>Campo abierto con muy pocos obstáculos, como son campos de pastoreo o de cultivo con pocos árboles.</i>	0.16	0.005
<i>Terrenos cubiertos con obstáculos uniformes de 10 a 15 m de altura como son zonas residenciales, poblados pequeños, praderas con arbustos pequeños, campos con matorrales, hileras de árboles y vallas.</i>	0.28	0.015
<i>Terreno con grandes irregularidades como son centros de ciudades grandes o campo muy accidentado con barrancas.</i>	0.40	0.05

El AS1170.2, el Eurocódigo y el CIRSOC 102 (Argentina INTI-1994) son los únicos códigos que utilizan la variación logarítmica. Para realizar una comparación de los códigos de diseño, se reescribirá la ecuación de la variación de la velocidad (2.4) de la siguiente forma:

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_{10} b \left(\frac{z}{10} \right)^{\alpha} \quad (2.5)$$

Donde: $\bar{U}(z)$ es la velocidad media a una altura z ; \bar{U}_{10} es la velocidad media de referencia a 10 m de altura; b y α son constantes que dependen del tipo de terreno (Tabla 2.3).

En la Tabla 2.3 se muestran los valores de b y α , propuestos por los códigos estudiados, para distintos tipos de terreno o exposiciones. Los terrenos se clasifican como Tipo A o centro de ciudades con numerosas obstrucciones largas, altas y estrechamente espaciadas; Tipo B o zonas suburbanas; Tipo C o terreno abierto con pocas obstrucciones y Tipo D y E para construcciones en la costa.

Tabla 2.3 Coeficientes para definir el perfil de velocidad media

Tipo	ASCE 7-98				NBC-95		RLB-AIJ-93		Eurocódigo-93 ¹	
	3s		1h		1h		10 min		10 min	
	b	α	b	α	b	α	b	α	b	α
A	0.66	0.20	0.30	0.33	0.43	0.36	0.39	0.35	0.55	0.29
B	0.85	0.14	0.45	0.25	0.67	0.25	0.58	0.27	0.77	0.21
C	1.00	0.11	0.65	0.15	1.0	0.14	0.79	0.20	1.00	0.16
D	1.09	0.09	0.80	0.11			1.00 ³	0.15 ³	1.17	0.12
E							1.23	0.10		

Tipo	AS1170.2-89 ¹				RCDF-NTC-2004		MDOC-93 ²	
	3s		1h		3s		3s	
	b	α	b	α	b	α	b	α
A	0.76	0.14	0.29	0.28	1.0	0.170	0.747	0.193
B	0.91	0.10	0.45	0.20	1.0	0.156	0.834	0.171
C	1.04	0.07	0.58	0.16	1.0	0.128	0.969	0.138
D	1.18	0.04	0.69	0.13	1.0	0.099	1.115	0.105
E								

¹ El reglamento utiliza una variación logarítmica y para los fines de comparación se ajusta a una variación exponencial.

² Los valores corresponden a una estructura de clase A, según el MDOC-93.

³ Valor que corresponde al terreno tipo C (terreno abierto con pocas obstrucciones) de los otros reglamentos.

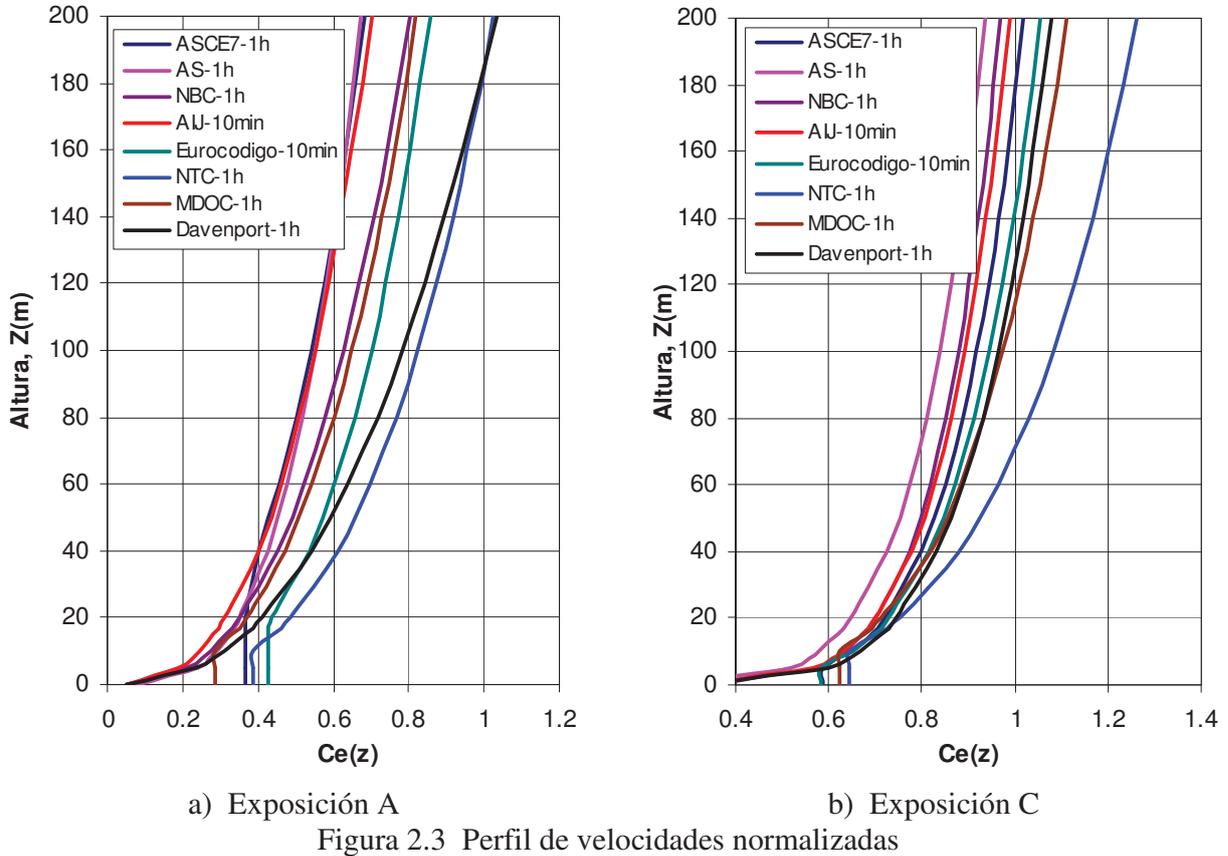
La variación de la velocidad del viento con la altura para diferentes factores de exposición se muestran en las Figuras 2.3a y 2.3b, en donde la exposición A pertenece a centros de ciudades y la exposición C a terreno abierto, excepto para el AIJ que para terreno abierto le corresponde un factor de exposición D, además, se incluye la ley de variación propuesta por Davenport (1961). Para efectos de comparar el perfil de velocidades de los diferentes códigos, se despreciarán los efectos de topografía.

Para graficar velocidades medias normalizadas a una velocidad de referencia con tiempo de promediación de 3s, se aplica la siguiente expresión:

$$C_e(z) = \frac{\bar{U}(z)}{\bar{U}_{10}^{3s}} \quad (2.6)$$

En las Figuras 2.3a y 2.3b, se muestran los perfiles de velocidad de viento con la altura de los diferentes códigos de diseño y se incluye el perfil de velocidad según Davenport. Se pueden observar algunas diferencias, lo cual influye en el cálculo de las cargas medias de viento y podrían influir en el cálculo de la respuesta dinámica de una estructura. Los valores máximos de velocidades medias se obtienen al emplear NTC-2004, MDOC-1993 y Davenport, los valores mínimos se obtienen con el AS1170-89; por ejemplo, a una altura de 80 m la velocidad

media según NTC-2004 es 48% mayor a la obtenida con AS1170-89 para exposición A y 27% mayor para exposición C.



2.6 Fuerzas estáticas en la dirección del viento

Si el viento es un fenómeno aleatorio y de tipo dinámico, entonces se debe aplicar un análisis de tipo dinámico para el cálculo de la carga dinámica, sin embargo, actualmente se acepta un análisis de tipo estático para estructuras poco sensibles a los efectos del viento. Algunos de los códigos y reglamentos aquí tratados consideran ambas posibilidades.

De la ecuación de Bernoulli, la presión que ejerce la velocidad del viento sobre una superficie, se define por:

$$p_e = \frac{1}{2} \rho \bar{U}^2 \quad (2.7)$$

Donde:

P_e es la presión estática del flujo.

ρ es la densidad del aire.

\bar{U} es la velocidad media del flujo.

Actualmente, los códigos más modernos, para obtener la presión estática producida por el viento, suelen incluir factores que toman en cuenta la forma geométrica de la estructura, su altura y la topografía del sitio, entre otras condiciones específicas a las cuales se encuentra expuesta la estructura.

La presión actuante sobre una estructura, se obtiene tomando en cuenta principalmente su forma y de acuerdo con la ecuación (2.7), resulta:

$$p_z = \frac{1}{2} \rho C_p \bar{U}^2(z) \quad (2.8)$$

En donde:

P_z es la presión estática del viento a una altura z .

ρ es la densidad del aire.

$\bar{U}(z)$ la velocidad media del flujo a la altura z .

C_p es el coeficiente de presión, adimensional.

Los valores de los coeficientes de presión para diversas formas estructurales se pueden obtener de pruebas con modelos de túnel de viento o de investigaciones realizadas en prototipos a escala natural (Dalglish, 1970; Newberry et al, 1968; Vellozzi y Cohen, 1970).

Para obtener la fuerza estática sobre una estructura, la presión estática calculada con la ecuación (2.8) se multiplica por el área de exposición proyectada en dirección normal a la dirección del viento. Por tanto, la fuerza estática a una altura z sobre el nivel del terreno es:

$$F_e(z) = \frac{1}{2} \rho C_p \bar{U}^2(z) A(z) \quad (2.9)$$

En la que:

$F_e(z)$ es la fuerza estática a una altura z .

$\bar{U}(z)$ es la velocidad media.

ρ la densidad del viento.

$A(z)$ es el área de exposición a una altura z .

En la ecuación (2.9) si la velocidad está dada en m/s , el área en m^2 y ρ se calcula con la ecuación (2.12), entonces, $F_e(z)$ estará expresada en kilogramos.

La densidad del aire (Koloušek et al, 1984) a una temperatura de 15°C y a nivel del mar es $\rho_o = 1.2255 \text{ kg}_m/m^3$, cambiando las unidades de ρ_o para ser consistente con las unidades de la ecuación (2.9), se obtiene:

$$\rho_o = 0.1249 \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^4} \quad (2.10)$$

Para otras temperaturas y alturas sobre el nivel del mar (msnm) se utiliza el factor de corrección adimensional f_ρ (MDOC, 1993) expresado por:

$$f_{\rho} = \frac{0.392P_{bar}}{T + 273} \quad (2.11)$$

De las ecuaciones (2.10) y (2.11) resulta la siguiente expresión para calcular la densidad de aire ρ que varia con la temperatura y altitud (la altitud es función directa de la presión barométrica).

$$\rho = 0.04897 \frac{P_{bar}}{T + 273} \quad (2.12)$$

Donde las unidades de la densidad de aire, ρ , son $kg \ s^2/m^4$; P_{bar} es la presión barométrica en *mm de Hg* (ver Tabla 2.4) y T la temperatura media del lugar en grados centígrados.

Tabla 2.4 Relación entre la altitud y la presión barométrica
(MDOC, 1993)

Altitud (msnm)	Presión barométrica (mm de Hg)
0	760
500	720
1000	675
1500	635
2000	600
2500	565
3000	530
3500	495

Nota: Puede interpolarse para valores intermedios

2.7 Propiedades de la turbulencia

La turbulencia atmosférica es un fenómeno tridimensional cuya principal característica es la aleatoriedad. Las fluctuaciones a las que se les denomina ráfagas o turbulencias, son altamente irregulares y complejas, ya que la variabilidad que presenta la velocidad del viento ocurre dentro de un amplio intervalo de escalas de tiempo, modificándose en una fracción de segundo. Análisis de los registros de viento obtenidos con anemómetros muestran que la velocidad puede idealizarse como un proceso estocástico.

La velocidad promedio de la ráfaga en un intervalo de tiempo, es cero, debido a que la velocidad media es el promedio de la velocidad total del viento, o sea:

$$\frac{1}{T} \int_0^T U(t) dt = \bar{U} \quad (2.13)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = 0 \quad (2.14)$$

Así que, las características de las fluctuaciones del viento pueden ser cuantificadas por funciones estadísticas.

2.7.1 Índice de turbulencia $I_z(u)$ y desviación estándar $\sigma_z(u)$

El índice de turbulencia o intensidad de turbulencia $I_z(u)$ es la relación entre la desviación estándar de la componente longitudinal de la velocidad turbulenta y la velocidad media del viento a una altura z .

La desviación estándar $\sigma_z(u)$ sólo dependen de la altura z , siendo nula a la altura gradiente¹. $\sigma_z(u)$ proporciona una medida de la dispersión de las velocidades del viento alrededor de su valor medio $\bar{U}(z)$ y es usada como una medida del índice de turbulencia.

$$I_z(u) = \frac{\sigma_z(u)}{\bar{U}(z)} \quad (2.15)$$

$\bar{U}(z)$ es la velocidad media del viento a una altura z y $I_z(u)$ es el índice de turbulencia. Como se observa en la ecuación (2.15), el índice de turbulencia disminuye con la altura, debido fundamentalmente al aumento de velocidad media con la altura.

Como se vera más adelante en la ecuación (2.37), tenemos:

$$\sigma_z(u) = \sqrt{\sigma_z^2(u)} = \sqrt{\int_0^\infty S_u(\eta) d\eta} \quad (2.16)$$

Donde $\sigma_z^2(u)$ es la varianza y $S_u(\eta)$ la función de densidad espectral definida en la sección 2.7.5.

El índice de turbulencia puede quedar expresado por:

$$I_z(u) = \frac{\sqrt{\int_0^\infty S_u(\eta) d\eta}}{\bar{U}(z)} \quad (2.17)$$

Utilizando el espectro de Davenport (1961) y realizando la integral, resulta:

$$\int_0^\infty S_u(\eta) d\eta = \int_0^\infty \frac{4k\bar{U}_{10}^2}{\eta} \frac{X^2}{[1+X^2]^{4/3}} d\eta = 6.00k\bar{U}_{10}^2 \quad (2.18)$$

¹ Altura donde la velocidad del viento no se ve afectada por la rugosidad del terreno.

$$I_z(u) = \frac{\sqrt{6.00k\bar{U}_{10}^2}}{\bar{U}_{10}\left(\frac{z}{10}\right)^\alpha} \quad (2.19)$$

$$I_z(u) = 2.45k^{1/2}\left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha} \quad (2.20)$$

De igual forma, para el espectro propuesto por Harris (1970) se obtiene:

$$\int_0^\infty S_u(\eta)d\eta = \int_0^\infty \frac{4k\bar{U}_{10}^2}{\eta} \frac{X}{[2+X^2]^{5/6}} d\eta = 6.678k\bar{U}_{10}^2 \quad (2.21)$$

$$I_z(u) = 2.58k^{1/2}\left(\frac{z}{10}\right)^{-\alpha} \quad (2.22)$$

En (2.20) y (2.22), k es el coeficiente de rugosidad, z representa la altura y α es el exponente de la ley de variación que depende de las condiciones de rugosidad del terreno (Tabla 2.2).

De las ecuaciones (2.20) y (2.22), se observa que:

- Para una altura fija, la intensidad de turbulencia se incrementa al incrementar la rugosidad del terreno.
- Para la misma rugosidad del terreno, la intensidad de turbulencia decrece al incrementarse la altura sobre el terreno.

Para representar el índice de turbulencia de cada uno de los códigos y reglamentos se hace uso de la siguiente expresión:

$$I_z(u) = c \times \left(\frac{z}{10}\right)^{-d} \quad (2.23)$$

Donde c y d son constantes que dependen del tipo de terreno y se muestran en la Tabla (2.5).

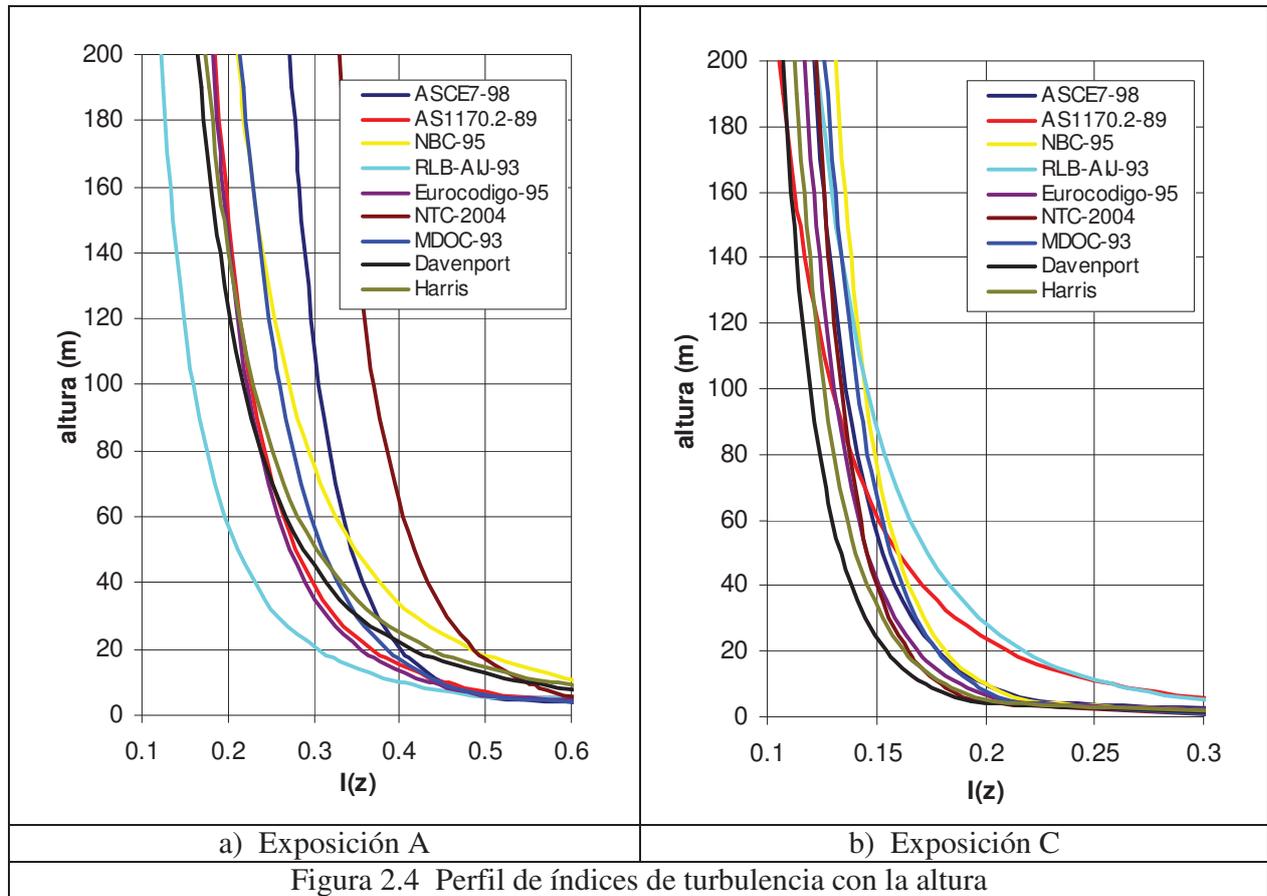
Tabla 2.5 Coeficientes para definir los índices de turbulencia de los diversos códigos

Terreno	ASCE7-98		AS1170.2-89 ¹		NBC-95 ²		RLB-AIJ-93		Eurocódigo-93 ¹	
	c	d	c	d	c	d	c	d	c	d
A	0.45	0.167	0.453	0.30	0.621	0.36	0.402	0.40	0.434	0.40
B	0.30	0.167	0.323	0.30	0.335	0.250	0.361	0.32	0.361	0.32
C	0.20	0.167	0.259	0.30	0.20	0.140	0.259	0.25	0.259	0.25
D	0.15	0.167	0.194	0.30			0.204	0.20	0.204	0.20
E								0.15	0.162	0.15

Terreno	NTC-2004 ^{2,3}		MDOC-93 ³	
	c	d	c	d
A	0.644	0.151	0.644	0.151
B	0.516	0.096	0.516	0.096
C	0.460	0.054	0.460	0.054
D	0.433	0.032	0.433	0.032
E				

¹ Coeficientes ajustados; ² Coeficientes deducidos; ³ Al valor que resulte de aplicar la ecuación (1.15) se le debe restar 0.195, 0.227, 0.265 y 0.295 para terreno A, B, C y D respectivamente, y de esta forma se obtiene el índice de turbulencia propuesto por tal reglamento.

En la Figura 2.4 se muestran curvas que representan los índices de turbulencia de los diferentes códigos de diseño y se incluyen los índices de turbulencia según Davenport y Harris (1970). Se observa que las curvas propuestas para exposición A están más dispersas entre ellas, no así en las de exposición C. Los valores máximos para centro de ciudad se obtienen con NTC-2004 y los valores mínimos con el RLB-AIJ-93, no así para terreno abierto, los valores máximos se obtienen con el RLB-AIJ-93 y los valores mínimos con Davenport



2.7.2 Varianza $\sigma^2(u)$

Es el valor medio del cuadrado de la desviación de la velocidad de fluctuación con respecto a su nivel medio. De mediciones se ha observado que la mayor parte de la variancia es asociada con las fluctuaciones de la velocidad en dirección del flujo medio (dirección horizontal) aproximadamente,

$$\sigma^2(u_x) \approx 10\sigma^2(u_y) \quad (2.24)$$

$$\sigma^2(u_y) > \sigma^2(u_z) \quad (2.25)$$

Por tanto, se asume:

$$\sigma^2(u) \approx \sigma^2(u_x) \quad (2.26)$$

La variancia $\sigma^2(u)$ es función directamente de la rugosidad del suelo, por tanto, puede ser expresada como:

$$\sigma^2(u) \approx \beta u_*^2 \quad (2.27)$$

$$u_* = \sqrt{k \bar{U}_{10}} \quad (2.28)$$

Donde:

β es una constante que con base a un gran número de mediciones y para fines de diseño estructural, se sugiere $\beta \approx 6.0$ o para terrenos muy rugosos $\beta \approx 4.0$.

u_* es la velocidad de cortante o velocidad de fricción y k es el coeficiente de rugosidad, adimensional.

2.7.3 Función de autocovarianza $C_u(\tau)$ y autocorrelación $R_u(\tau)$

La función de autocovarianza se define como el valor medio del producto $u(t)u(t+\tau)$, correspondiente al proceso aleatorio estacionario¹ $u(t)$, definida por:

$$C_u(\tau) = E[u(t)u(t+\tau)] \quad (2.29)$$

Donde:

$C_u(\tau)$ representa la función de autocovarianza.

$u(t)$ es la componente longitudinal de las velocidades ráfagas.

t es el tiempo.

τ es la diferencia de tiempos.

$E[]$ denota el valor medio de conjunto de la magnitud contenida entre los corchetes.

De la definición anterior, para $\tau = 0$, resulta:

$$C_u(0) = E[u(t)^2] = \sigma_u^2 \quad (2.30)$$

Es decir, si la diferencia de tiempos es igual a cero, entonces $C_u(\tau)$ es igual a la varianza (σ_u^2) de $u(t)$.

La función de autocorrelación $R_u(\tau)$ se obtiene normalizando la función $C_u(\tau)$,

$$R_u(\tau) = \frac{C_u(\tau)}{C_u(0)} = \frac{C_u(\tau)}{\sigma_u^2} \quad (2.31)$$

La función de autocorrelación es adimensional y describe matemáticamente la covarianza en el tiempo de las ráfagas de viento. $R_u(\tau)$, toma el valor de 1.0 cuando $\tau=0$ y para valores muy grandes de τ tiende a cero, es decir, para intervalos muy largos, $\tau \rightarrow \infty$, el proceso aleatorio estará no correlacionado, pues no habrá una relación coherente entre los valores $u(t)u(t+\tau)$. Por tanto, la función de autocorrelación proporciona una medida de la interdependencia de la velocidad de fluctuación $u(t)$ en dos instantes distintos.

¹ Un proceso estacionario es independiente del tiempo t y depende solamente de la diferencia de tiempos τ .

2.7.4 Escala de tiempo θ_u y escala de longitud L_u

La función de autocorrelación se puede caracterizar por la escala de tiempo θ , en la cual se representan los efectos más importantes del proceso aleatorio del viento.

La escala de tiempo se define como:

$$\theta_u = \int_0^{\infty} R_u(\tau) d\tau \quad (2.32)$$

Así, para valores de $\tau \ll \theta$ el valor de la componente $u(t)$ proporciona mucha información sobre el valor de la componente τ segundos después, $u(t+\tau)$, pero muy poca información en el caso contrario, cuando $\tau \gg \theta$.

Al multiplicar la escala de tiempo por la velocidad media se obtiene una longitud que viene a representar una medida del tamaño de una ráfaga en una determinada dirección.

La escala de longitud L_u resulta:

$$L_u = \bar{U}(z) \theta_u \quad (2.33)$$

Se han realizado numerosas mediciones a escala real para estimar la escala de longitud de los vientos, pero los resultados muestran una amplia dispersión generada por la variabilidad de la longitud.

Existen varias estimaciones de la escala de longitud. Por ejemplo, basándose en datos empíricos se ha sugerido una ley de variación con la altura de tipo exponencial. La mayoría de los códigos aquí tratados determinan la escala de longitud en función de la altura y con base en una variación exponencial (ver la Tabla 2.6).

2.7.5 Espectro de densidad de potencia $S_u(\eta)$

El espectro de densidad de potencia o función de densidad espectral $S_u(\eta)$, es de gran interés para conocer la distribución de frecuencias de las ráfagas y así poder determinar si existe riesgo de que las componentes fluctuantes de la velocidad de viento exciten la estructura en estudio. $S_u(\eta)$ puede ser expresado como la transformada de Fourier de la función de autocovarianza $C_u(\tau)$ y recíprocamente, la función de autocovarianza es igual a la transformada inversa de Fourier de la densidad espectral de potencia (Newland, 1975).

$$S_u(\eta) = 4 \int_0^{\infty} C_u(\tau) \cos(2\pi\eta\tau) d\tau \quad (2.34)$$

$$C_u(\tau) = \int_0^{\infty} S_u(\eta) \cos(2\pi\eta\tau) d\eta \quad (2.35)$$

Donde:

η es la frecuencia en Hz.

τ representa diferencias de tiempos.

Nótese que haciendo $\tau=0$ en la ecuación (2.29) se obtiene la expresión (2.30), es decir $C_u(0)=\sigma_u^2$. De igual modo para la ecuación (2.35) y cambiando el intervalo de frecuencias (las frecuencias η positivas, por la propiedad de simetría) resulta:

$$C_u(0) = \int_0^{\infty} S_u(\eta) d\eta = \sigma_u^2 \quad (2.36)$$

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(\eta) d\eta \quad (2.37)$$

ó

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} S_u(\omega) d\omega \quad (2.38)$$

Donde ω es la frecuencia en *rad/s*. Así, la integral extendida en todo el intervalo de frecuencias del espectro de densidad de potencia es igual a la varianza de la distribución de velocidades ráfagas.

Davenport (1961), analizó densidades espectrales de numerosos registros de viento a diversas alturas. Basados en éstos propuso la siguiente expresión para representar la función de densidad espectral de la velocidad del viento en la dirección longitudinal para alturas de 8 a 150m:

$$S_u(\eta) = \frac{4k\bar{U}_{10}^2}{\eta} \frac{X^2}{[1 + X^2]^{4/3}} \quad (2.39)$$

Harris (1970), modificó la expresión de Davenport y sugirió siguiente expresión:

$$S_u(\eta) = \frac{4k\bar{U}_{10}^2}{\eta} \frac{X}{[2 + X^2]^{5/6}} \quad (2.40)$$

Donde:

$$X = \frac{l\eta}{\bar{U}_{10}}$$

$S_u(\eta)$ es el espectro de densidad de potencia.

η la frecuencia en Hz.

l es una longitud característica, de 1200 m y 1800 m según Davenport y Harris respectivamente.

\bar{U}_{10} es la velocidad media a una altura de referencia de 10 m.

Kaimal (Buchholdt, 1997), sugiere una función de densidad espectral, más conveniente al variar con la altura, dada por:

$$S_u(z, \eta) = \frac{200k\bar{U}_{10}^2}{\eta} \frac{X}{[1 + 50X]^{5/3}} \quad (2.41)$$

Donde:

$$X = \frac{z\eta}{\bar{U}(z)}$$

$S_u(z, \eta)$ es el espectro de densidad de potencia, en función de la altura, z , y la frecuencia, η .

$\bar{U}(z)$ es la velocidad media a una altura z .

η es la frecuencia en Hz.

En las Figuras 2.5 y 2.6 se grafican las ecuaciones (2.39), (2.40) y (2.41); se utilizaron velocidades medias horarias¹ equivalentes a una velocidad básica de 40 m/s promediada a 3 segundos y 10 m de altura de referencia ($U_{10}^{3s} = 40$ m/s). La variación de la velocidad con la altura, ecuación (2.4) es la propuesta por Davenport (los valores de α se obtienen de la Tabla 2.2). Las Figuras 2.5 y 2.6 corresponden a centro de ciudad y campo libre, respectivamente.

Como se puede ver en las Figuras 2.5 y 2.6, con el espectro de Davenport y Harris se obtienen las ordenadas espectrales máximas y se presentan en un intervalo de frecuencias que oscila entre 0.02-0.05 Hz; según el espectro propuesto por Kaimal, las ordenadas espectrales máximas se presentan en frecuencias más altas al incrementar la altura. Las ecuaciones (2.39) y (2.40) solamente son función de una velocidad media con altura de referencia de 10m y de la rugosidad del terreno.

¹ La conversión de velocidades se realiza con la ecuación 2.2.

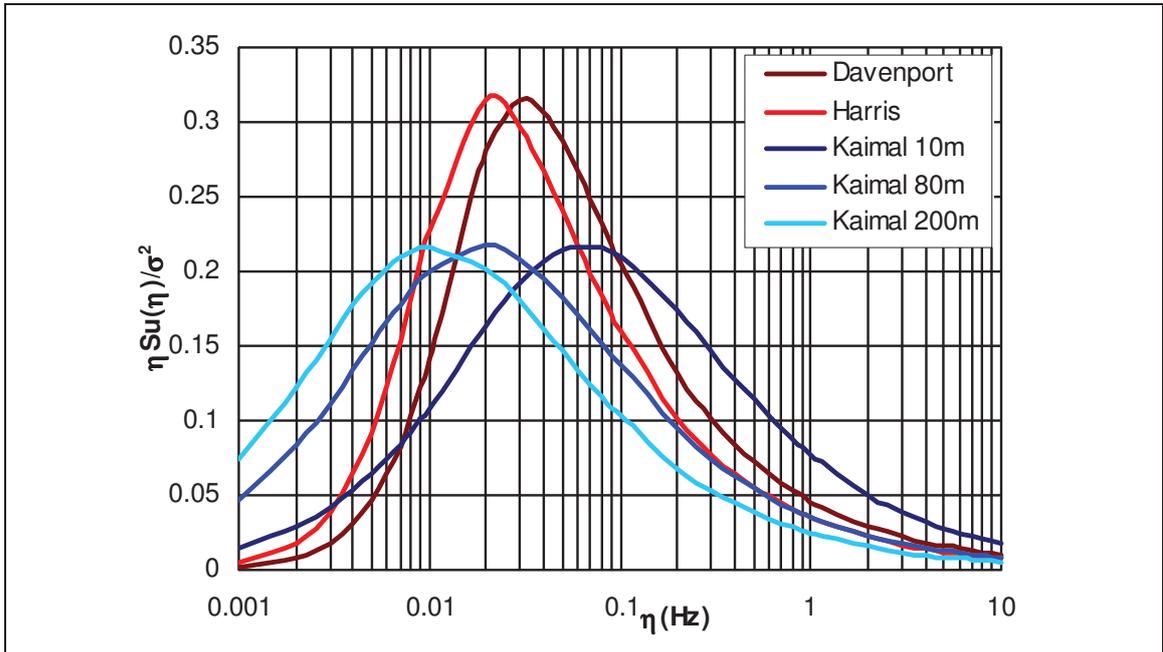


Figura 2.5 Espectros de densidad espectral de potencia según Davenport, Harris y Kaimal, exposición A

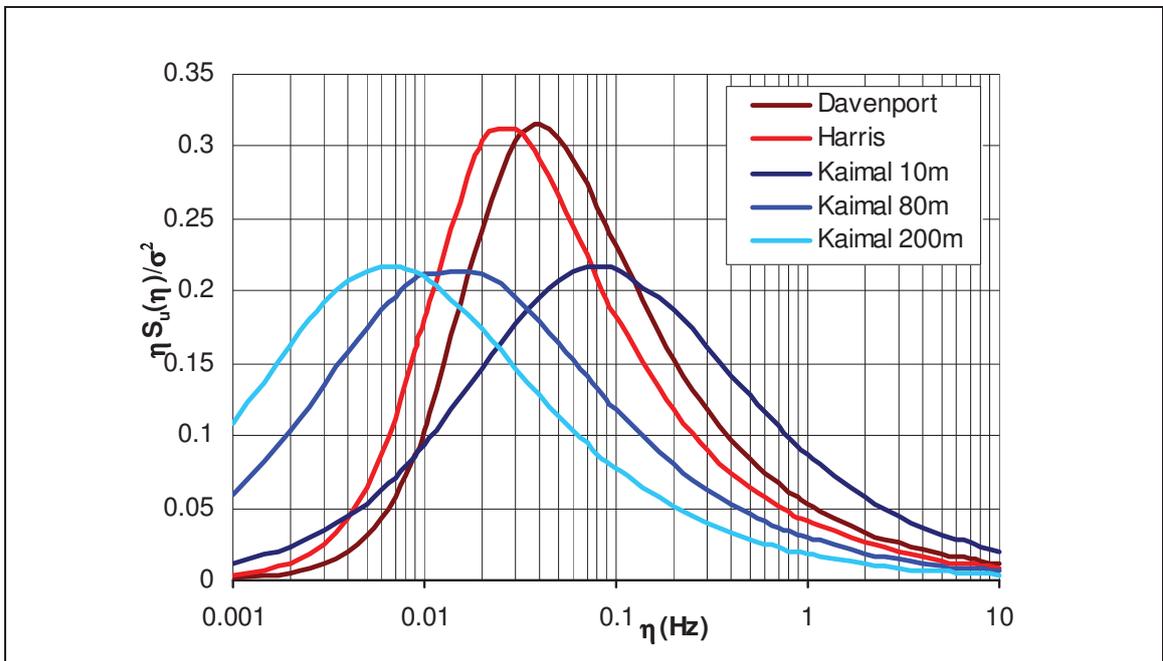


Figura 2.6 Espectros de densidad espectral de potencia según Davenport, Harris y Kaimal, exposición C

En la Tabla 2.6 se listan las expresiones que definen los espectros de densidad de potencia de los diferentes códigos analizados y en las Figuras 2.7 y 2.8 se observa la variación entre ellos.

Tabla 2.6 Función de densidad espectral de potencia y escala de longitud de diversos códigos

Código	Función de densidad espectral de potencia	Escala de longitud de turbulencia (m)
ASCE 7	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{6.868x}{(1+10.302x)^{5/3}}, x = \frac{fL_z(\bar{z})}{V(\bar{z})}$	$L_z = 1 \left(\frac{\bar{z}}{10} \right)^{\bar{\epsilon}}$ 1 y $\bar{\epsilon}$ dependen del terreno
AS1170.2	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{4x}{6.677(2+x^2)^{5/6}}, x = \frac{L_H f}{\bar{V}_H}$	$L_H = 1000 \left(\frac{H}{10} \right)^{0.25}$ como medida de la escala de turbulencia
NBC	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{2x^2}{3(1+x^2)^{4/3}}, x = \frac{1200f}{\bar{V}_H}$	1200 m escala de longitud, Davenport (1967)
RLB-AIJ	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{4x}{(1+70.8x^2)^{5/6}}, x = \frac{fL_H}{\bar{V}_H}$	$L_H = 100 \left(\frac{H}{30} \right)^{0.5}$
Eurocódigo	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{6.868x}{(1+10.302x)^{5/3}}, x = \frac{fL_z(\bar{z})}{V(\bar{z})}$	$L_z = 300 \left(\frac{\bar{z}}{300} \right)^{\bar{\epsilon}}$ $\bar{\epsilon}$ depende del terreno
RCDF	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{x^2}{(1+x^2)^{4/3}}, x = \frac{1220f}{\bar{V}_H}$	1220 m escala de longitud, Davenport (1961)
MDOC-93	$\frac{fS_v(f)}{\sigma_v^2} = \frac{x^2}{(1+x^2)^{4/3}}, x = \frac{1200f}{\bar{V}_H}$	1200 m escala de longitud, el valor propuesto es: 1220 m x 3.6 km/h = 4392 m km/h, ya que la velocidad se establece en km/h.

S_v es el espectro de densidad de potencia.

f la frecuencia en Hz.

σ_v^2 es la varianza.

$V_{(\bar{z})}$ ó \bar{V}_H es la velocidad media a una altura z .

De las Figuras 2.7 y 2.8 se observa lo siguiente: El NBC, RCDF y MDOC dan los valores máximos del espectro de densidad de potencia, ambos basados en el espectro de potencia propuesto por Davenport; Con el AIJ y EUROCODIGO se obtienen los valores más pequeños del espectro, para frecuencias entre 0.1 y 1, no así para frecuencias bajas.

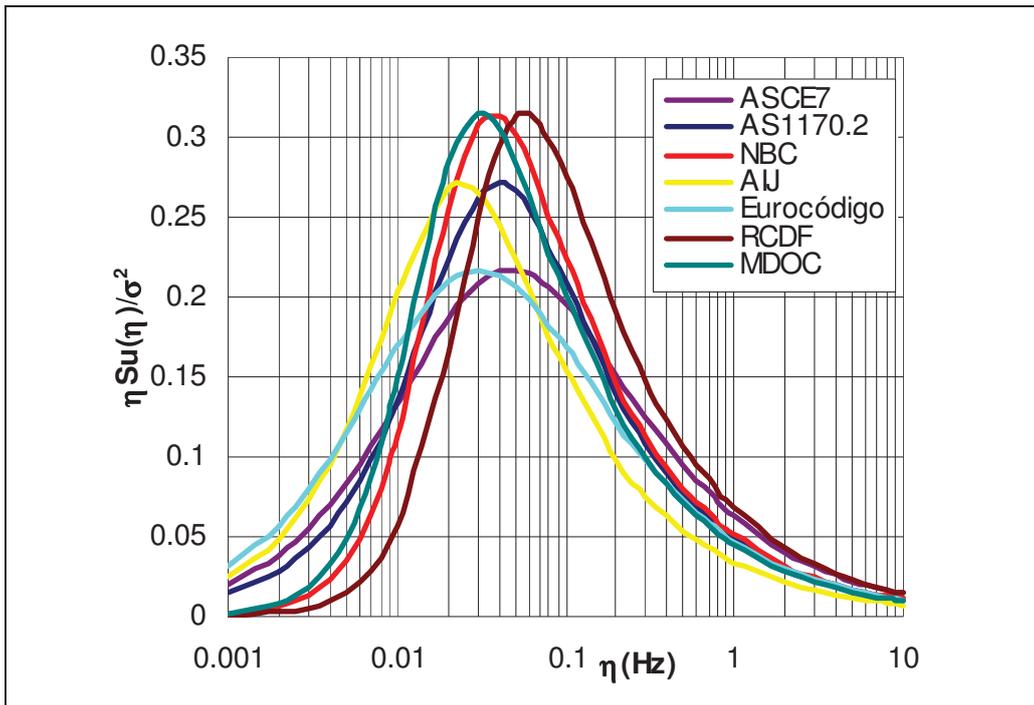


Figura 2.7 Espectros de densidad espectral de potencia de los diferentes códigos, centro de ciudad

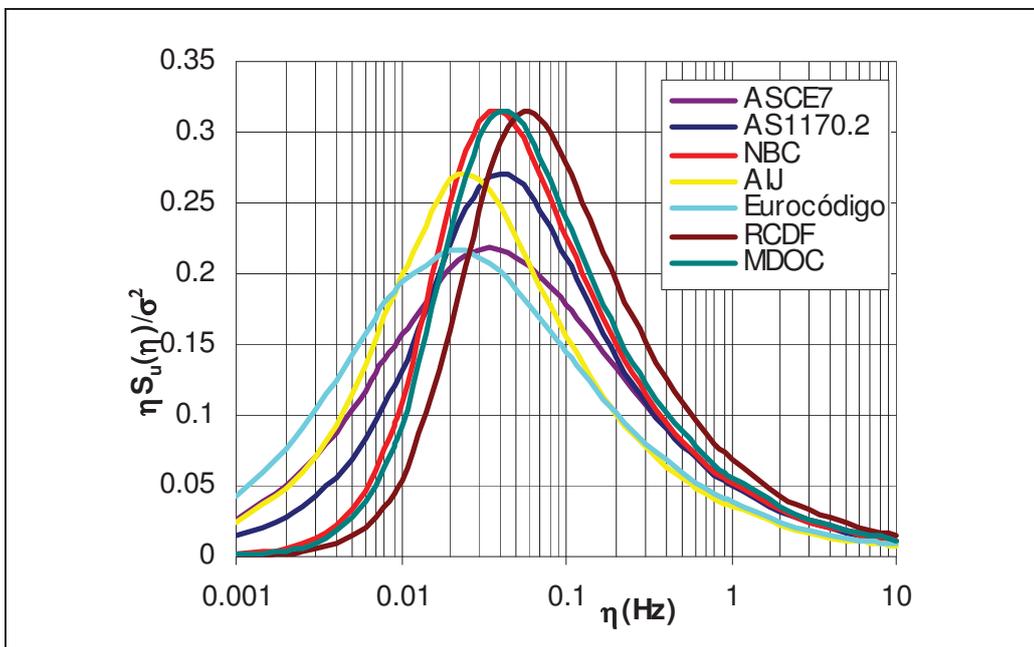


Figura 2.8 Espectros de densidad espectral de potencia de los diferentes códigos, campo libre

2.8 ADMITANCIA AERODINÁMICA χ^2

El concepto de admitancia aerodinámica se utiliza para tomar en cuenta la existencia del choque del aire contra la estructura. De investigaciones de pruebas de campo (Smart, 1968), la admitancia aerodinámica se puede aproximar con la siguiente expresión:

$$\chi_a^4 \approx \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{A}}{T\bar{U}_{10}} \right)^{4/3}} \quad (2.42)$$

Donde:

χ^2 es la admitancia aerodinámica.

A es el área expuesta total.

T es el periodo fundamental de la estructura.

\bar{U}_{10} es la velocidad media de diseño a una altura de referencia de 10 metros.

Normalmente la admitancia hace que las fuerzas del viento resulten ser inferiores a las que se utilizan para fines de flujo laminar. A pesar de que las fuerzas sean menores, los desplazamientos que se generan en la estructura por vibración por la acción del viento pueden resultar mayores que aquellos que se estiman por flujo laminar.

En términos generales, cuando existe turbulencia, el fenómeno físico indica que las fuerzas medias del viento son menores a las que se estiman en flujo laminar y la χ^2 intenta modificar el coeficiente de presión para tomar en cuenta la aparición de turbulencia, normalmente se toma $\chi^2 < 1$ y su valor es altamente dependiente del área expuesta.

CAPÍTULO 3

SIMULACIÓN DE TURBULENCIA

3.1 Introducción

Con el progreso de las computadoras, se está logrando representar de una forma más realista y compleja un gran número de fenómenos involucrados en el diseño y análisis de obras civiles, mediante métodos de simulación, en particular, muchos problemas relacionados con cantidades físicas que sólo pueden ser definidos por medios estadísticos.

En la actualidad existen varios métodos de simulación, de manera general se pueden mencionar dos grupos: 1) Métodos basados en el uso de series de funciones senos y/o cosenos, y 2) Métodos basados en la aplicación de filtros lineales. Para que una técnica de simulación sea aplicable, se requiere que el viento simulado sea realista, posible y que el método de simulación sea eficiente.

3.2 Generación de vientos por series de Fourier

Goto y Toki (1969) proponen un método para obtener muestras artificiales a partir de procesos aleatorios, con media cero y dada una función de densidad espectral. Originalmente el método se basa en la superposición cosenos, con amplitudes constantes y frecuencias calculadas de tal manera que cada onda es asociada con una porción igual del espectro. Este método se define con las siguientes expresiones:

$$u(t) = \sqrt{2} \left(\frac{\sigma_u^2}{N} \right)^{1/2} \sum_{k=1}^N \cos(2\pi n_k t + \phi_k) \quad (3.1)$$

$$\sigma_u^2 = \int_0^{\infty} S_u(n) dn \quad (3.2)$$

$$\sum_{j=1}^k S_u(n_j) \Delta n_j = \frac{k}{N} \sigma_u^2 \quad (3.3)$$

Donde:

$u(t)$ es la velocidad de ráfaga.

N es el número total de intervalos.

σ_u^2 la varianza.

n_k , $k = 1, 2, \dots, N$ es la frecuencia de los intervalos Δn_k , la cuál satisface la ecuación (3.3).

$S_u(n)$ es la función de densidad espectral de potencia.

ϕ_k son ángulos de fase aleatorios distribuidos uniformemente entre 0 y 2π .

Shinozuka (1985) mejora la ecuación 3.1 para poder realizar los cálculos por medio de la Transformada Rápida de Fourier (FFT¹), y de esta forma reducir el tiempo de cálculo, resultando:

¹ Fast Fourier Transform.

$$u(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N \sqrt{S_u(n_k) \Delta n} \cos(2\pi n_k t + \phi_k) \quad (3.4)$$

Donde:

$n_k, k = 1, 2, \dots, N$ es la frecuencia de los intervalos Δn .

ϕ_k son ángulos de fase aleatorios distribuidos uniformemente entre 0 y 2π .

El barrido de frecuencias, de la ecuación (3.4), debe contener todas las frecuencias naturales significantes de la estructura en estudio.

3.3 Generación de vientos simulando ráfagas grandes y pequeñas

Las velocidades de los vientos longitudinales se representan por:

$$U(z, t) = \bar{U}(z) + u(z, t) \quad (3.5)$$

En donde:

$U(z, t)$ representa las velocidades de los vientos instantáneos y se modelan como un proceso estocástico multivariacional.

$\bar{U}(z)$ es la velocidad media, invariante en el tiempo.

$u(z, t)$ representa las ráfagas del viento, con valor medio nulo.

Las ráfagas se consideran formadas por dos componentes:

$$u(z, t) = u_g(z, t) + u_p(z, t) \quad (3.6)$$

Donde:

$u_g(z, t)$ se le denomina ráfagas grandes, con un contenido de frecuencias menores a la mitad de la frecuencia fundamental de la estructura, con velocidades altamente correlacionadas y con gran extensión espacial.

$u_p(z, t)$ representa las ráfagas pequeñas, con una parte importante de su energía en las frecuencias altas de la estructura, con poca correlación y menor extensión espacial, que causa una respuesta dinámica capaz de producir vibraciones importantes.

Así, la ecuación (3.6) se puede escribir:

$$U(z, t) = \bar{U}(z) + u_g(z, t) + u_p(z, t) \quad (3.7)$$

La función de correlación cruzada de ráfagas grandes entre dos elementos u_i y u_j , y tiempo de retraso nulo, define los valores simultáneos de las componentes de ráfaga i y j del espacio, con:

$$CR^{u_i u_j}(\tau = 0) = e^{-\frac{r_{i,j}}{\lambda}} \quad \forall i \text{ y } j \quad (3.8)$$

Donde

$r_{i,j}$ es la distancia vertical entre puntos i y j .

λ es la escala de longitud de ráfagas grandes.

La escala de longitud se relaciona con la escala de tiempo de los espectros estándares de ráfagas (Hipótesis de Taylor), mediante:

$$\lambda = \bar{U}(z) \theta \quad (3.9)$$

$$\theta = \frac{0.084\lambda}{\bar{U}_{10}} \quad (3.10)$$

Donde:

θ es la escala de tiempo.

\bar{U}_{10} la velocidad media a una altura de referencia de 10m.

λ es una longitud característica ($\lambda=1200\text{m}$ para Davenport y $\lambda=1800\text{m}$ para Harris).

La correlación cruzada de ráfagas pequeñas entre dos elementos u_i y u_j y tiempo de retraso nulo, se define con:

$$CR^{u_i u_j}(\tau = 0) = e^{-\frac{r_{i,j}}{\beta}} \quad \forall i \text{ y } j \quad (3.11)$$

β es la escala de longitud de ráfagas pequeñas. Y se calculan de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{U}_i)}{cf_1} \quad (3.12)$$

Donde $7 < c < 8$ para la componente longitudinal del viento y f_1 es la frecuencia fundamental de la estructura en Hz.

Las velocidades de ráfagas grandes, $u_g(z,t)$, se obtienen primero al generar “n” procesos de varianza unitaria sin correlación, posteriormente se transforman en “n” procesos de varianza unitaria correlacionados, con correlaciones cruzadas especificadas por la ecuación (3.8). Los “n” procesos de varianza unitaria correlacionados, se forman mediante una transformación lineal.

Espectro de potencia de ráfagas grandes.

Según Bendat (1958), si la función de autocorrelación está representada por una función exponencial, de la forma:

$$R(\tau) = e^{-\frac{\tau}{\theta}} \quad (3.13)$$

Entonces la función de densidad espectral de potencia de ráfagas grandes $S_g(\omega)$ puede aproximarse por:

$$S_g(\omega) = \frac{2kA_k}{k^2 + \omega^2} \quad (3.14)$$

Con $k = 1/\lambda$ y $A_k = 4k\bar{U}_{10}^2$ se llega a establecer:

$$S_g(\eta) = \frac{4k\bar{U}_{10}^2}{\eta} \frac{x}{1+x^2} \quad (3.15)$$

Donde:

$$x = \omega\lambda$$

$$x = 2\pi\eta\lambda$$

λ se obtiene con la ecuación (3.9), la frecuencia ω en rad/s y η en Hz.

Simulación de ráfagas pequeñas.

Las velocidades de ráfagas pequeñas, $u_p(z,t)$, se obtiene primero al generar n procesos $p(z,t)$ en intervalos de tiempo discretos, Δ_s , cada proceso $p(z,t)$ se simula con la siguiente serie:

$$p(z,t) = \sum_{j=1}^{N_i} \text{sgn}[S(\eta_j)] \left\{ 2|S(\eta_j)\Delta\eta_j| \right\}^{1/2} \cos(2\pi\eta_j t + \phi_j) \quad (3.16)$$

Donde:

η_j Es el intervalo de frecuencias que comprende las frecuencias en las cuales se espera una respuesta importante de la estructura (η en Hz).

Los límites del intervalo de frecuencias (Saul et al, 1976) para la ecuación (3.16), se pueden tomar de η_l a η_u , donde η_l es la frecuencia del primer modo dividida entre dos ($\eta_l = f_1/2$) y η_u es el doble de la frecuencia del último modo de vibrar de la estructura ($\eta_u = 2f_u$).

$S(\eta_j)$ Es la diferencia entre el valor calculado con el espectro de potencia de Davenport o Harris y el calculado para ráfagas grandes, ecuación (3.15).

ϕ_j es el ángulo de fase y se representa mediante desviaciones aleatorias uniformemente distribuidas entre 0 y 2π .

El proceso $p(z,t)$ se transforma en n procesos correlacionados, mediante la matriz de correlación cruzada, ecuación (3.11).

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DINÁMICO

4.1 Ecuación de movimiento

Las estructuras se pueden modelar como un sistema de múltiples grados de libertad. En realidad, las estructuras son sistemas continuos (Figura 4.1) caracterizadas por geometrías más o menos complicadas, compuestas por materiales con ecuaciones constitutivas complejas y como tales poseen un número infinito de grados de libertad.



Figura 4.1 Sistema continuo (Chimenea de 80m)

En este trabajo las estructuras se discretizan en “ n ” masas y se analizan como sistemas masa-resorte-amortiguamiento (Figura 4.2); se consideran únicamente desplazamientos laterales como grado de libertad, debido a que estos desplazamientos dominan el movimiento y se desprecian las deformaciones axiales y las rotaciones de los nodos.

La ecuación de movimiento, en notación matricial, para un sistema con “ n ” grados de libertad sometido a una excitación, es:

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{F(t)\} \quad (4.1)$$

Donde:

$[M]$ es la matriz de masas.

$[C]$ la matriz de amortiguamiento.

$[K]$ la matriz de rigideces.

$\{\ddot{X}(t)\}$ el vector de aceleraciones en función del tiempo.

$\{\dot{X}(t)\}$ es el vector de velocidades en función del tiempo.

$\{X(t)\}$ el vector de desplazamientos en función del tiempo.

$\{F(t)\}$ el vector que representa las fuerzas del viento en función del tiempo.

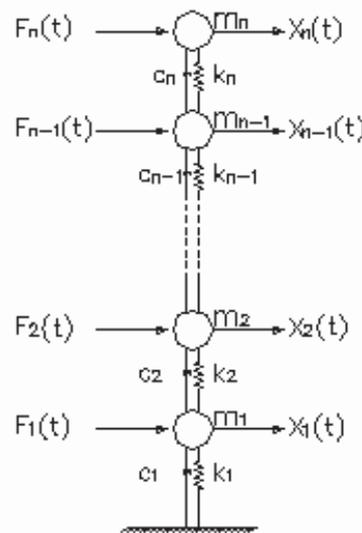


Figura 4.2 Representación del sistema con grados de libertad horizontales

El amortiguamiento en estructuras esbeltas se debe a la interacción de sus componentes estructurales y a la interacción de la estructura con su medio ambiente y elementos no estructurales. Un amortiguamiento viscoso equivalente modela razonablemente los efectos de amortiguamiento y es matemáticamente tratable.

Para representar el amortiguamiento de los modos superiores, se utiliza el modelo de disipación tipo *Rayleigh* mediante una combinación lineal de la matriz de masas y de rigideces, representada por la siguiente expresión:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4.2)$$

Donde α y β son constantes de proporcionalidad.

El amortiguamiento de *Rayleigh* es adecuado, ya que representa la participación de las masas y rigideces en la disipación de la energía, especialmente cuando la estructura se modela como un sistema dinámico de “n” grados de libertad, obtenido por la unión de masas discretas con resortes y amortiguadores. Los porcentajes de amortiguamiento crítico ξ_i , correspondientes a los modos inferiores se estiman o se obtienen de mediciones durante pruebas y el resto se calcula con base a estos.

Las constantes α y β se definen mediante:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \quad (4.3)$$

Los restantes (n-2) porcentajes de amortiguamiento se obtienen de:

$$\xi_i = \frac{1}{2\omega_i}(\alpha + \beta\omega_i^2) \quad (4.4)$$

Donde

ξ_i es el porcentaje de amortiguamiento crítico, correspondiente al i -ésimo modo.
 ω_i es la frecuencia natural de vibración del i -ésimo modo.

Para solucionar la ecuación de movimiento, ecuación (4.1), se utiliza el Método de superposición modal.

4.2 Desarrollo del método de superposición modal

De la siguiente transformación de coordenadas:

$$\{X(t)\} = [\Phi]\{Z(t)\} \quad (4.5.a)$$

$$\{\dot{X}(t)\} = [\Phi]\{\dot{Z}(t)\} \quad (4.5.b)$$

$$\{\ddot{X}(t)\} = [\Phi]\{\ddot{Z}(t)\} \quad (4.5.c)$$

Donde:

$Z(t)$, $\dot{Z}(t)$ y $\ddot{Z}(t)$ son las respuestas modales, de desplazamientos, velocidades y aceleraciones respectivamente; $[\Phi]$ es la matriz modal normalizada del sistema.

La matriz modal $[\Phi]$ se obtiene resolviendo el problema de valores característico:

$$[[k] - \omega^2[M]]\{a\} = 0, \quad (4.6)$$

para soluciones no triviales,

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0. \quad (4.7)$$

De la ecuación (4.7) se obtienen los valores característicos ω_i^2 .

Para obtener las formas modales, se sustituye cada uno de los valores ω_i^2 en la ecuación (4.6); eliminando una ecuación redundante y resolviendo las dos ecuaciones restantes para dos de las incógnitas en términos de la primera ($a_{1,i} = 1$), se obtiene la matriz de formas modales:

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & a_{n-1,k} \\ a_{n1} & \mathbf{K} & a_{n,k-1} & a_{nk} \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

donde “ a_{ji} ” es el valor modal de la j -ésima masa e i -ésimo modo, k es el total de modos y n el total de masas.

Debido a que las formas modales son conocidas solamente en números proporcionales, entonces, cualquier modo podrá ser normalizado por un factor arbitrario. Por tanto se realiza la siguiente normalización:

$$\varphi_{ji} = \frac{a_{ji}}{\sqrt{\{a\}_i^T [M] \{a\}_i}}, \quad (4.9)$$

φ_{ji} es la forma modal normalizada, correspondiente al i -ésimo modo y masa j .

Ahora, sustituyendo la ecuación (4.5) en (4.1), resulta:

$$[M][\Phi]\{\ddot{Z}\} + [C][\Phi]\{\dot{Z}\} + [K][\Phi]\{Z\} = \{F(t)\}, \quad (4.10)$$

en el que

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \ \{\phi_2\} \ \dots \ \{\phi_k\}] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1k} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \mathbf{K} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \varphi_{n-1,k} \\ \varphi_{n1} & \mathbf{K} & \varphi_{n,k-1} & \varphi_{nk} \end{bmatrix},$$

$$\{Z(t)\} = \begin{Bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ \mathbf{M} \\ z_k(t) \end{Bmatrix},$$

donde:

k indica en total de modos a considerar.

n es el total de masas en que se discretiza el sistema.

$\{\phi_i\}$ es el vector de formas modales del i -ésimo modo.

ϕ_{ji} es la forma modal normalizada, correspondiente al i -ésimo modo y masa j .

Premultiplicando la ecuación (4.10) por $[\Phi]^T$, resulta:

$$[\Phi]^T [M][\Phi]\{\ddot{Z}(t)\} + [\Phi]^T [C][\Phi]\{\dot{Z}(t)\} + [\Phi]^T [K][\Phi]\{Z(t)\} = \{[\Phi]^T \{F(t)\}\}, \quad (4.11)$$

de las propiedades de ortogonalidad

$$[\Phi]^T [M][\Phi] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & K & M \\ M & O & O & 0 \\ 0 & K & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.12 a)$$

$$[\Phi]^T [C][\Phi] = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\xi_2 \omega_2 & K & M \\ M & O & O & 0 \\ 0 & K & 0 & 2\xi_k \omega_k \end{bmatrix}, \quad (4.12 b)$$

$$[\Phi]^T [K][\Phi] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & K & M \\ M & O & O & 0 \\ 0 & K & 0 & \omega_k^2 \end{bmatrix}, \quad (4.12 c)$$

y sustituyendo la ec. (4.12) en (4.11),

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & K & M \\ M & O & O & 0 \\ 0 & K & 0 & 1 \end{bmatrix} \{\ddot{Z}(t)\} + \begin{bmatrix} 2\xi_1 \omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\xi_2 \omega_2 & K & M \\ M & O & O & 0 \\ 0 & K & 0 & 2\xi_k \omega_k \end{bmatrix} \{\dot{Z}(t)\} + \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & K & M \\ M & O & O & 0 \\ 0 & K & 0 & \omega_k^2 \end{bmatrix} \{Z(t)\} = \{[\Phi]^T \{F(t)\}\} \quad (4.13)$$

La ecuación (4.13) representa k ecuaciones desacopladas en términos de las coordenadas modales “ z_i ”, de las cuales cada una de ellas toma la forma:

$$z_i''(t) + 2\xi_i z_i'(t) + \omega_i^2 z_i(t) = F_i'(t), \quad (4.14)$$

donde:

$$F_i'(t) = \sum_{j=1}^n \varphi_{ji} F_j(t)$$

$\ddot{z}_i(t)$, $\dot{z}_i(t)$ y $z_i(t)$ es la aceleración, velocidad y desplazamiento, de las ecuaciones desacopladas, respectivamente.

i indica el modo.

j indica la masa.

k es el total de modos.

φ_{ji} es la forma modal normalizada.

ξ_i es la razón de amortiguamiento correspondiente al modo i .

ω_i es la frecuencia natural del modo i .

La solución de la ecuación (4.14) se obtiene con la integral de Duhamel, considerando una función de excitación $F_i'(t)$ lineal en un sub-intervalo de tiempo Δt , con aproximación:

$$F_i'(t) = F_i^*(t) + r_i \Delta t, \quad (4.15)$$

donde:

$F_i^*(t)$ es el valor inicial de la función en el sub-intervalo considerado.

r_i es la pendiente de la recta que une el valor inicial con el valor final de la función.

$$z_i(t) = e^{-\xi_i \omega_i \Delta t} [c_1 \cos \omega_{d_i} \Delta t + c_2 \text{sen} \omega_{d_i} \Delta t] + [F_i^*(t) - \frac{2\xi_i r_i}{\omega_i} + r_i \Delta t] / \omega_i^2 \quad (4.16)$$

a)

$$\dot{z}_i(t) = e^{-\xi_i \omega_i \Delta t} \{ [-c_1 \text{sen} \omega_{d_i} \Delta t + c_2 \cos \omega_{d_i} \Delta t] \omega_{d_i} - \xi_i \omega_i [c_1 \cos \omega_{d_i} \Delta t + c_2 \text{sen} \omega_{d_i} \Delta t] \} + \frac{r_i}{\omega_i^2} \quad (4.16 \text{ b})$$

$$\ddot{z}_i(t) = e^{-\xi_i \omega_i \Delta t} \{ (\xi_i^2 \omega_i^2 - \omega_{d_i}^2) [c_1 \cos \omega_{d_i} \Delta t + c_2 \text{sen} \omega_{d_i} \Delta t] - 2\xi_i \omega_i [-c_1 \text{sen} \omega_{d_i} \Delta t + c_2 \cos \omega_{d_i} \Delta t] \omega_{d_i} \}, \quad (4.16 \text{ c})$$

donde los coeficientes c_1 y c_2 son para simplificar las ecuaciones y valen:

$$c_1 = z_{oi}(t) - \frac{1}{\omega_i^2} [F_i^*(t) - \frac{2\xi_i r_i}{\omega_i}] \quad (4.17 \text{ a})$$

$$c_2 = \frac{\dot{z}_{oi}(t) + \xi_i c_1 \omega_i}{\omega_{d_i}} \quad (4.17 \text{ b})$$

ω_{d_i} es la frecuencia natural amortiguada del modo i , y se calcula con:

$$z_i(t) = \{\phi\}_i^T [M] \{X(t)\} \quad (4.22 \text{ a})$$

$$\dot{z}_i(t) = \{\phi\}_i^T [M] \{\dot{X}(t)\} \quad (4.22 \text{ b})$$

$$\ddot{z}_i(t) = \{\phi\}_i^T [M] \{\ddot{X}(t)\} \quad (4.22 \text{ c})$$

Finalmente, para regresar de las respuestas modales a la respuesta generalizada:

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^k \phi_{j,i} z_i(t) \quad (4.23 \text{ a})$$

$$\dot{x}_j(t) = \sum_{i=1}^k \phi_{j,i} \dot{z}_i(t) \quad (4.23 \text{ b})$$

$$\ddot{x}_j(t) = \sum_{i=1}^k \phi_{j,i} \ddot{z}_i(t) \quad (4.23 \text{ c})$$

Donde $\phi_{j,i} z_i(t)$ representa la contribución del modo i al determinar el desplazamiento de la masa j en el tiempo tratado.

4.3 Factores de participación modal

Los factores de participación se obtienen al evaluar el trabajo virtual que realizan las fuerzas F_i en las configuraciones modales normalizadas, es decir:

$$T_i = \sum_{j=1}^n F_j \phi_{j,i} \quad (4.24)$$

Donde:

- i y j indican el modo y la masa, respectivamente.
- T es el trabajo virtual.
- F_j es la fuerza que ejerce el viento en la estructura.
- $\phi_{j,i}$ es la forma modal normalizada.
- n indica el total de masas.

Si consideramos que cada una de las configuraciones modales son producidas al aplicar a la estructura cargas características de modo $f_{j,i}$, se puede demostrar al plantear las ecuaciones de movimiento y aceptar la descomposición modal que las cargas características son:

$$f_{j,i} = \frac{W_j}{g} \omega_i^2 \phi_{j,i} \quad (4.25)$$

Donde:

- i y j indican el modo y la masa, respectivamente.
- f es una carga característica de modo.

W_j es peso de la masa j .
 ω_i es la frecuencia del modo i .
 ϕ_{ji} es la forma modal normalizada.
 g es la aceleración de la gravedad

Si la fuerza F_j de la ecuación (4.24) se expresa en términos de la carga f y un factor Γ . El trabajo virtual resulta:

$$T_{i'} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k f_{ji} \Gamma_i \phi_{j,i'} \quad (4.26)$$

Sustituyendo el valor de $f_{j,i}$:

$$T_{i'} = \sum_{i=1}^k \omega_i^2 \Gamma_i \sum_{j=1}^n \frac{W_j}{g} \phi_{j,i} \phi_{j,i'} \quad (4.27)$$

De las propiedades de ortogonalidad:

$$\sum_{j=1}^n \frac{W_j}{g} \phi_{j,i} \phi_{j,i'} = 0 \quad \text{cuando } i \neq i' \quad (4.28)$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{W_j}{g} \phi_{j,i} \phi_{j,i'} = 1 \quad \text{cuando } i = i' \quad (4.29)$$

Por tanto:

$$T_i = \omega_i^2 \Gamma_i(1) \quad (4.30)$$

$$\Gamma_i = \frac{T_i}{\omega_i^2} = \frac{\sum_{j=1}^n F_j \phi_{j,i}}{\omega_i^2} \quad (4.31)$$

Finalmente el factor de participación modal $\Gamma_i(t)$ se obtiene con:

$$\Gamma_i(t) = \frac{\sum_{j=1}^n F_j(t) \phi_{j,i}}{\omega_i^2} \quad (4.32)$$

Donde:

i, j y t indican el modo, la masa y el tiempo, respectivamente.
 $\Gamma_i(t)$ es el factor de participación modal del i -ésimo modo.
 $F_j(t)$ es la fuerza como función del tiempo, que actúa en la j -ésima masa.
 ϕ_{ji} es la forma modal normalizada.
 ω_i es la frecuencia natural.
 n indica el total de masas.
 k indica el total de modos.

4.4 Análisis de un sistema de 3 masas

Para ejemplificar el procedimiento de cálculo se analiza una estructura de 30 metros de altura, discretizada en 3 masas con porcentajes de amortiguamiento respecto al crítico del primer y segundo modo de $\xi_1=1.5\%$ y $\xi_2=1.4\%$, respectivamente; se obtiene, la fuerza y el desplazamiento en cada masa, el momento de volteo y la fuerza cortante, en diferentes instantes de tiempo. En la Figura 4.4 se representa el sistema estructural, donde: m es la masa, h es la altura de la masa, k es la rigidez y A es el área de exposición. Las masas están a cada 10 metros de altura; los valores de m_1 , m_2 y m_3 son 4.0775, 4.0775 y 2.03875 $t s^2/m$, respectivamente; los valores de k_1 , k_2 y k_3 son 200, 200 y 80 t/m , respectivamente; los valores de A_1 , A_2 y A_3 son 44.0, 40.2 y 36.5 m^2 , respectivamente. Los parámetros del viento son: coeficiente de presión unitario, presión barométrica de 585.4 mm de Hg y temperatura media de 25.0 $^{\circ}C$.

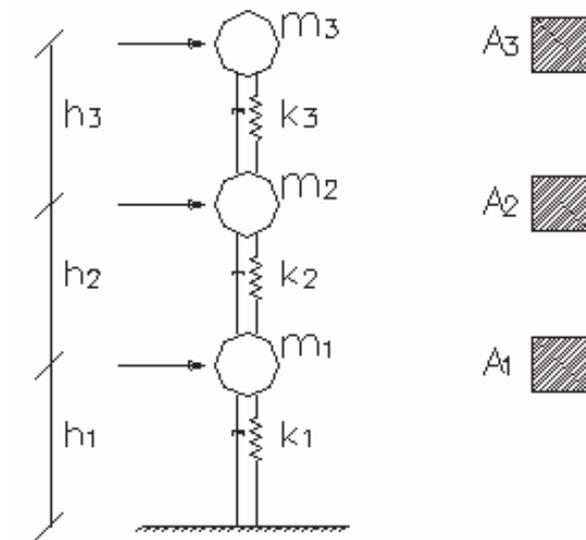


Figura 4.4 Estructura discretizada

El registro de velocidades que excita la estructura se muestra en la Tabla 4.1, las velocidades corresponden a incrementos de tiempo de 1.452 s .

Tabla 4.1 Registro de velocidades

Tiempo (s)	Velocidades (m/s)		
	masa 1	masa 2	masa 3
0.000	39.00	47.00	55.00
1.452	42.00	52.00	59.00
2.904	38.00	49.00	53.00
4.356	43.00	54.00	61.00

La finalidad de éste análisis detallado es aplicar las expresiones desarrolladas en el presente capítulo, pues, un procedimiento similar se utilizará en los ejemplos del Capítulo 5.

a) Cálculo de las fuerzas

Con el registro de velocidades y para cada instante de tiempo se calculan las fuerzas que actúan en cada una de las masas, con la ecuación (2.9):

$$F_j(t) = \frac{1}{2} \rho C_p A_j V_j^2(t)$$

Donde: $F_j(t)$ es la fuerza que actúa en la masa j en un instante de tiempo, en toneladas; C_p es el coeficiente de presión, adimensional; A_j es el área de exposición en la masa j , en m^2 , V_j es la velocidad del viento que actúa en la masa j en un instante de tiempo, en m/s ; ρ es la densidad del viento, y se obtiene con la ecuación (2.12):

$$\rho = 0.04897 \frac{P_{bar}}{T + 273}$$

En la que, ρ es la densidad del aire, en $kg \ s^2/m^4$; P_b es la presión barométrica, en $mm \ de \ Hg$ y T es la temperatura media, en $^{\circ}C$.

Sustituyendo los datos en la ecuación (2.12):

$$\rho = 0.04897 \frac{(585.4)}{(25.0 + 273)}; \quad \rho = 0.0481 \ kg \ s^2/m^4$$

Con la ecuación 2.9 y conocido ρ , se obtienen las fuerzas en las masas, en los siguientes tiempos:

$$t = 0.000 \ s$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \rho C_p A_1 V_1^2 \\ F_1 &= (0.0481)(1.00)(44.0)(39.00)^2 \\ F_1 &= 3.2205 \ t. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2 &= \rho C_p A_2 V_2^2 \\ F_2 &= (0.0481)(1.00)(40.2)(47.00)^2 \\ F_2 &= 4.2733 \ t. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_3 &= \rho C_p A_3 V_3^2 \\ F_3 &= (0.0481)(1.00)(36.5)(55.00)^2 \\ F_3 &= 5.3133 \ t. \end{aligned}$$

$$t = 1.452 \ s$$

$$\begin{aligned} F_1 &= 3.7350 \ t. \\ F_2 &= 5.2309 \ t. \\ F_3 &= 6.1142 \ t. \end{aligned}$$

$$t = 2.904 \text{ s}$$

$$F_{11}=3.0575 \text{ t.}$$

$$F_{21}=4.6447 \text{ t.}$$

$$F_{31}=4.9339 \text{ t.}$$

$$t = 4.356 \text{ s}$$

$$F_{11}=3.9150 \text{ t.}$$

$$F_{21}=5.6410 \text{ t.}$$

$$F_{31}=6.5358 \text{ t.}$$

b) *Cálculo de los vectores característicos*

Se escriben las masas en forma matricial:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix},$$

sustituyendo,

$$[M] = \begin{bmatrix} 4.0775 & 0 & 0 \\ 0 & 4.0775 & 0 \\ 0 & 0 & 2.03875 \end{bmatrix} \text{ t s}^2/\text{m.}$$

La matriz de rigideces en forma matricial es:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix},$$

sustituyendo valores,

$$[K] = \begin{bmatrix} 400 & -200 & 0 \\ -200 & 280 & -80 \\ 0 & -80 & 80 \end{bmatrix} \text{ t/m.}$$

Resolviendo el problema característico, ecuación (4.6) y para soluciones no triviales, ecuación (4.7):

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0,$$

sustituyendo valores y simplificando,

$$\begin{vmatrix} 400 - 4.0775\omega^2 & -200 & 0 \\ -200 & 280 - 4.0775\omega^2 & -80 \\ 0 & -80 & 80 - 2.03875\omega^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Desarrollando el determinante, resulta una ecuación de tercer grado en términos de ω^2 :

$$3200,000 - 3.4251 \times 10^5 (\omega^2)^2 + 6982.9 (\omega^2)^2 - 33.896 (\omega^2)^3 = 0$$

Las raíces del polinomio o valores característicos, son:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= 12.1955 \\ \omega_2^2 &= 56.2878 \\ \omega_3^2 &= 137.5252 \end{aligned}$$

Con $T_i = 2\pi/\omega_i$ se obtienen los periodos naturales:

$$\begin{aligned} T_1 &= 1.7992 \text{ s} \\ T_2 &= 0.8375 \text{ s} \\ T_3 &= 0.5358 \text{ s} \end{aligned}$$

c) Formas modales

Con la ecuación (4.6) y el valor de ω_1^2 , se obtiene la deformada del primer modo:

$$\begin{bmatrix} 350.27 & -200 & 0 \\ -200 & 230.27 & -80 \\ 0 & -80 & 80 - 55.136 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{1,1} \\ a_{2,1} \\ a_{3,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix},$$

resulta el siguiente sistema de ecuaciones,

$$\begin{aligned} 350.27 a_{11} - 200.0 a_{21} &= 0 & \text{(a)} \\ -200.0 a_{11} + 230.27 a_{21} - 80 a_{31} &= 0 & \text{(b)} \\ -80.00 a_{21} + 55.136 a_{31} &= 0 & \text{(c)} \end{aligned}$$

Haciendo $a_{11} = 1.000$, y resolviendo las dos ecuaciones restantes, se obtienen las siguientes formas modales:

$$\begin{Bmatrix} a_{1,1} \\ a_{2,1} \\ a_{3,1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.7514 \\ 2.5411 \end{Bmatrix}$$

Repetiendo el procedimiento, se obtienen las formas modales que corresponden a ω_2^2 y ω_3^2 , y son:

$$\begin{cases} a_{1,2} \\ a_{2,2} \\ a_{3,2} \end{cases} = \begin{cases} 1.000 \\ 0.8524 \\ -1.962 \end{cases} \quad \begin{cases} a_{1,3} \\ a_{2,3} \\ a_{3,3} \end{cases} = \begin{cases} 1.000 \\ -0.8038 \\ 0.3209 \end{cases}$$

En la Figura 4.5 se representan las primeras tres formas modales del sistema:

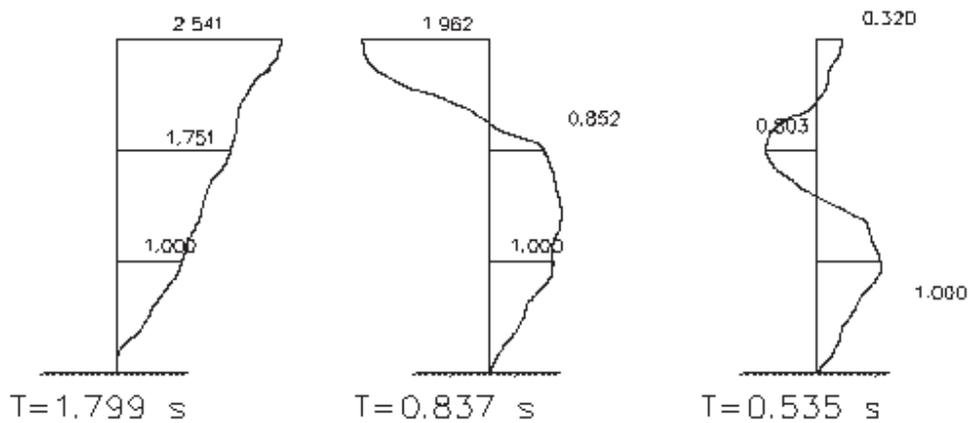


Figura 4.5 Deformada de los tres primeros modos de vibrar

d) Formas modales normalizadas respecto a la matriz de masas

Las formas modales normalizadas se obtienen con la ecuación (4.9):

$$\{\phi\}_i = \frac{\{a\}_i}{\sqrt{\{a\}_i^T [M] \{a\}_i}},$$

para el modo 1 se tiene,

$$\{\phi\}_1 = \frac{\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.7514 \\ 2.5411 \end{Bmatrix}}{\sqrt{\begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.7514 \\ 2.5411 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4.0775 & 0 & 0 \\ 0 & 4.0775 & 0 \\ 0 & 0 & 2.03875 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.7514 \\ 2.2411 \end{Bmatrix}}}.$$

Repetiendo el procedimiento y realizando operaciones, se obtienen las formas modales normalizadas,

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} 0.1833 \\ 0.3211 \\ 0.4659 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix}_2 = \begin{Bmatrix} 0.2592 \\ 0.2209 \\ -0.5085 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix}_3 = \begin{Bmatrix} 0.3801 \\ -0.3055 \\ 0.1220 \end{Bmatrix}$$

e) Factores de participación

Los factores de participación modal se obtienen con la ecuación (4.32):

$$\Gamma_i(t) = \frac{\sum_{j=1}^n F_j(t) \varphi_{j,i}}{\omega_i^2}$$

$t = 0.000 \text{ s}$

Modo 1

$$\Gamma_1 = \frac{(3.22025)(0.1833) + (4.2733)(0.3211) + (5.3133)(0.4659)}{(12.1955)}$$

$$\Gamma_1 = 0.3639$$

Modo 2

$$\Gamma_2 = \frac{(3.22025)(0.2592) + (4.2733)(0.2209) + (5.3133)(-0.5085)}{(56.2878)}$$

$$\Gamma_2 = -0.01640$$

Modo 3

$$\Gamma_3 = \frac{(3.22025)(0.3801) + (4.2733)(-0.3055) + (5.3133)(0.1220)}{(137.5252)}$$

$$\Gamma_3 = 0.004120$$

De manera similar se obtienen los restantes factores de participación y son:

$t = 1.452 \text{ s}$

$$\Gamma_1 = 0.4275$$

$$\Gamma_2 = -0.01751$$

$$\Gamma_3 = 0.004125$$

$t = 2.904 \text{ s}$

$$\Gamma_1 = 0.3567$$

$$\Gamma_2 = -0.01226$$

$$\Gamma_3 = 0.002508$$

$t = 4.356 \text{ s}$

$$\Gamma_1 = 0.4571$$

$$\Gamma_2 = -0.01888$$

$$\Gamma_3 = 0.004085$$

f) *Calculo del porcentaje de amortiguamiento del modo 3 (ξ_3)*

El valor del ξ_3 , se obtiene con las ecuaciones (4.3) y (4.4), y resulta:

$$\alpha = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$$

$$\alpha = \frac{2(3.4922)(7.5025)\{(0.015)(7.5025) - (0.014)(3.4922)\}}{(7.5025)^2 - (3.4922)^2}$$

$$\alpha = 0.07564$$

$$\beta = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$$

$$\beta = \frac{2\{(0.014)(7.5025) - (0.015)(3.4922)\}}{(7.5025)^2 - (3.4922)^2}$$

$$\beta = 0.002388$$

$$\xi_i = \frac{1}{2\omega_i}(\alpha + \beta\omega_i^2)$$

$$\xi_3 = \frac{1}{2(11.7271)}\{0.07564 + (0.002388)(11.7271)^2\}$$

$$\xi_3 = 0.01723$$

g) *Calculo de las frecuencias amortiguadas (ω_{di})*

Las frecuencias amortiguadas se obtienen con la ecuación (4.18):

$$\omega_{d_i} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$$

Para ω_{d_1}

$$\omega_{d_1} = \omega_1 \sqrt{1 - \xi_1^2}$$

$$\omega_{d_1} = (3.4922) \sqrt{1 - (0.015)^2} ; \quad \omega_{d_1} = 3.4918 \text{ rad/s}$$

De igual forma se obtiene:

$$\omega_{d_2} = 7.50180 \text{ rad/s} \quad \text{y} \quad \omega_{d_3} = 11.7254 \text{ rad/s}$$

h) calculo de los valores $F_i^*(t)$

Se obtienen con la ecuación (4.20),

$$F_i^*(t) = \Gamma_i(t) \omega_i^2$$

$t = 0.000 \text{ s}$

Modo 1

$$F_1^* = \Gamma_1 \omega_1^2$$

$$F_1^* = (0.3639)(3.4922)^2$$

$$F_1^* = 4.4380$$

Modo 2

$$F_2^* = \Gamma_2 \omega_2^2$$

$$F_2^* = (-0.01640)(7.5025)^2$$

$$F_2^* = -0.9230$$

Modo 3

$$F_3^* = \Gamma_3 \omega_3^2$$

$$F_3^* = (0.0041)(11.7271)^2$$

$$F_3^* = 0.5666$$

De manera similar se obtienen los valores restantes,

$t = 1.452 \text{ s}$

$$F_1^* = 5.2130$$

$$F_2^* = -0.9854$$

$$F_3^* = 0.56731$$

$t = 2.904 \text{ s}$

$$F_1^* = 4.3507$$

$$F_2^* = -0.6903$$

$$F_3^* = 0.3449$$

$t = 4.356 \text{ s}$

$$F_1^* = 5.5741$$

$$F_2^* = -1.0630$$

$$F_3^* = 0.5618$$

i) Calculo de las respuestas al inicio del análisis dinámico ($t = 0.000 \text{ s}$)

Las respuestas globales se calculan con la ecuación (4.21):

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^k \Gamma_i(t) \varphi_{j,i}$$

$$\dot{x}_j(t) = 0$$

Masa 1

$$x_1 = \sum_{i=1}^k \Gamma_i \varphi_{1,i}$$

$$x_1 = (0.3639)(0.1833) + (-0.01640)(0.2592) + (0.004120)(0.3801)$$

$$x_1 = 0.064035 \text{ m.}$$

$$\dot{x}_1 = 0$$

Masa 2

$$x_2 = \sum_{i=1}^k \Gamma_i \varphi_{2,i}$$

$$x_2 = (0.3639)(0.3211) + (-0.01640)(0.2209) + (0.004120)(-0.3055)$$

$$x_2 = 0.11197 \text{ m.}$$

$$\dot{x}_2 = 0$$

Masa 3

$$x_3 = \sum_{i=1}^k \Gamma_i \varphi_{3,i}$$

$$x_3 = (0.3639)(0.4659) + (-0.01640)(-0.5085) + (0.004120)(0.1220)$$

$$x_3 = 0.17838 \text{ m.}$$

$$\dot{x}_3 = 0$$

Las respuestas modales se obtienen con la ecuación (4.22):

Modo 1

$$z_1 = \{\phi\}_1^T [M] \{X\}$$

$$z_1 = \begin{Bmatrix} 0.1833 \\ 0.3211 \\ 0.4659 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4.0775 & 0 & 0 \\ 0 & 4.0775 & 0 \\ 0 & 0 & 2.03875 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.064035 \\ 0.11197 \\ 0.17838 \end{Bmatrix}$$

$$z_1 = 0.36391$$

$$\dot{z}_1(t) = \{\phi\}_1^T [M] \{\dot{X}\}$$

$$\dot{z}_i(t) = \begin{Bmatrix} 0.1833 \\ 0.3211 \\ 0.4659 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4.0775 & 0 & 0 \\ 0 & 4.0775 & 0 \\ 0 & 0 & 2.03875 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{Bmatrix}$$

$$\dot{z}_1 = 0.0000$$

Modo 2

$$z_2 = -0.016399$$

$$\dot{z}_2 = 0.0000$$

Modo 3

$$z_3 = 0.36391$$

$$\dot{z}_3 = 0.0000$$

j) *Cálculo de las respuestas en $t+\Delta t$*

Las respuestas modales se calculan con las ecuaciones (4.16), (4.17) y (4.19); las respuestas globales se calculan con la ecuación (4.23).

Respuestas modales ($t=0.000$ s):

Modo 1

$$r_1 = \frac{F_1^*(t + \Delta t) - F_1^*(t)}{\Delta t}$$

$$r_1 = \frac{5.2130 - 4.4380}{1.452}$$

$$r_1 = 0.53372$$

$$c_1 = z_{o1}(t) - \frac{1}{\omega_1^2} [F_1^*(t) - \frac{2\xi_1 r_1}{\omega_1}]$$

$$c_1 = (0.36391) - \frac{1}{(3.4922)^2} \left[4.4338 - \frac{2(0.015)(0.53372)}{(3.4922)} \right]$$

$$c_1 = 3.75966 \times 10^{-4}$$

$$\dot{c}_2 = \frac{z_{o1}(t) + \xi_1 c_1 \omega_1}{\omega_{d1}}$$

$$c_2 = \frac{(0.000) + (0.015)(3.75966 \times 10^{-4})(3.4922)}{(3.4918)}$$

$$c_2 = 5.64012 \times 10^{-6}$$

$$z_{1(t+\Delta t)} = e^{-\xi_1 \omega_1 \Delta t} [c_1 \cos \omega_{d_1} \Delta t + c_2 \text{sen} \omega_{d_1} \Delta t] + [F_1^*(t) - \frac{2\xi_1 r_1}{w_1} + r_1 \Delta t] / w_1^2$$

$$z_{1(1.452)} = e^{-(0.015)(3.4922)(1.452)} \left[\left(3.75966 \times 10^{-4} \right) \cos \left(3.4918 \times \frac{180}{\pi} \times 1.452 \right) + \right. \\ \left. \left(5.64012 \times 10^{-6} \right) \text{sen} \left(3.4918 \times \frac{180}{\pi} \times 1.452 \right) \right] + \\ \left[(4.4380) - \frac{2(0.015)(0.53372)}{(3.4922)} + (0.53372)(1.452) \right] / (3.4922)^2$$

$$z_{1(1.452)} = 0.4271930$$

$$\dot{z}_{1(t+\Delta t)} = e^{-\xi_1 \omega_1 \Delta t} \{ [-c_1 \text{sen} \omega_{d_1} \Delta t + c_2 \cos \omega_{d_1} \Delta t] \omega_{d_1} - \xi_1 \omega_1 [c_1 \cos \omega_{d_1} \Delta t + c_2 \text{sen} \omega_{d_1} \Delta t] \} + \frac{r_1}{\omega_1^2}$$

$$\dot{z}_{1(1.452)} = e^{-(0.015)(3.4922)(1.452)} \{ [-(3.75966 \times 10^{-4}) \text{sen} \left(3.4918 \times \frac{180}{\pi} \times 1.452 \right) + \\ (5.64012 \times 10^{-6}) \cos \left(3.4918 \times \frac{180}{\pi} \times 1.452 \right)] (3.4918) - \\ (0.015)(3.4922) [(3.75966 \times 10^{-4}) \cos \left(3.4918 \times \frac{180}{\pi} \times 1.452 \right) + \\ (5.64012 \times 10^{-6}) \text{sen} \left(3.4918 \times \frac{180}{\pi} \times 1.452 \right)] \} + \frac{(0.53372)}{(3.4922)^2}$$

$$\dot{z}_{1(1.452)} = 4.490367 \times 10^{-2}$$

De igual forma, para los modos 2 y 3, se tiene:

Modo 2

$$r_2 = -4.29607 \times 10^{-2}$$

$$c_1 = -2.846998 \times 10^{-6}$$

$$c_2 = -3.98619 \times 10^{-8}$$

$$z_{2(1.452)} = -1.750370 \times 10^{-2}$$

$$\dot{z}_{2(1.452)} = -7.81475 \times 10^{-4}$$

Modo 3

$$r_3 = 4.84896 \times 10^{-4}$$

$$c_1 = 8.111434 \times 10^{-9}$$

$$c_2 = 1.39771 \times 10^{-10}$$

$$z_{3(1.452)} = 4.125146 \times 10^{-3}$$

$$\dot{z}_{3(1.452)} = 3.594551 \times 10^{-6}$$

Respuestas globales (t=1.452 s):

Masa 1

$$x_{1(1.452)} = \sum_{i=1}^3 \varphi_{1,i} z_{i(1.452)}$$

$$x_{1(1.452)} = (0.1833)(0.4271930) + (0.2592)(-1.75037 \times 10^{-2})$$

$$+ (0.3801)(4.125146 \times 10^{-3})$$

$$x_{1(1.452)} = 7.53540 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

Masa 2

$$x_{2(1.452)} = \sum_{i=1}^3 \varphi_{2,i} z_{i(1.452)}$$

$$x_{2(1.452)} = (0.3211)(0.4271930) + (0.2209)(-1.75037 \times 10^{-2})$$

$$+ (-0.3055)(4.125146 \times 10^{-3})$$

$$x_{2(1.452)} = 0.1320437 \text{ m.}$$

Masa 3

$$x_{3(1.452)} = \sum_{i=1}^3 \varphi_{3,i} z_{i(1.452)}$$

$$x_{3(1.452)} = (0.4659)(0.4271930) + (-0.5085)(-1.75037 \times 10^{-2})$$

$$+ (0.1220)(4.125146 \times 10^{-3})$$

$$x_{3(1.452)} = 0.2084351 \text{ m.}$$

Respuestas modales (t=1.452 s):

Modo 1

$$r_1 = -5.93906 \times 10^{-1}$$

$$c_1 = -6.77195 \times 10^{-4}$$

$$c_2 = 1.284952 \times 10^{-2}$$

$$z_{1(2.904)} = 0.3457855$$

$$\dot{z}_{1(2.904)} = -3.55955 \times 10^{-2}$$

Modo 2

$$r_2 = 0.2032345$$

$$c_1 = 1.66089 \times 10^{-5}$$

$$c_2 = -1.039394 \times 10^{-4}$$

$$z_{2(2.904)} = -1.219038 \times 10^{-2}$$

$$\bullet$$

$$z_{2(2.904)} = 3.77668 \times 10^{-3}$$

Modo 3

$$r_3 = -1.531856 \times 10^{-1}$$

$$c_1 = -3.28485 \times 10^{-6}$$

$$c_2 = 2.49959 \times 10^{-7}$$

$$z_{3(2.904)} = 2.511522 \times 10^{-3}$$

$$\bullet$$

$$z_{3(2.904)} = -1.142314 \times 10^{-3}$$

Respuestas globales (t=2.904 s):

$$x_{1(2.904)} = 6.11923 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

$$x_{2(2.904)} = 0.1075707 \text{ m.}$$

$$x_{3(2.904)} = 0.1676054 \text{ m.}$$

Respuestas modales (t=2.904 s):

Modo 1

$$r_1 = 0.842586$$

$$c_1 = -1.036243 \times 10^{-2}$$

$$c_2 = -1.03494 \times 10^{-2}$$

$$z_{1(4.356)} = 0.4620876$$

$$\bullet$$

$$z_{1(4.356)} = 2.565730 \times 10^{-2}$$

Modo 2

$$r_2 = 0.256339$$

$$c_1 = 5.68271 \times 10^{-5}$$

$$c_2 = 5.04233 \times 10^{-4}$$

$$z_{2(4.356)} = -1.92953 \times 10^{-2}$$

$$\bullet$$

$$z_{2(4.356)} = -4.478098 \times 10^{-3}$$

Modo 3

$$r_3 = -0.149418$$

$$c_1 = 6.89919 \times 10^{-6}$$

$$c_2 = -9.73035 \times 10^{-5}$$

$$z_{3(4.356)} = 4.15114 \times 10^{-3}$$

$$\bullet$$

$$z_{3(4.356)} = 1.34434 \times 10^{-3}$$

Respuestas globales (t=4.3564 s):

$$x_{1(4.356)} = 8.12972 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

$$x_{2(4.356)} = 0.142845 \text{ m.}$$

$$x_{3(4.356)} = 0.225603 \text{ m.}$$

k) Cálculo del cortante basal $V_b(t)$ y momento de volteo $M_v(t)$

Se calculan con las siguientes expresiones:

$$V_b(t) = \sum_{j=1}^n F_j(t)$$

$$M_v(t) = \sum_{j=1}^n h_j \times F_j(t)$$

Donde: n es el total de masas; $F_j(t)$ es la fuerza eólica que incide en la masa j y es función del tiempo; h_j es la altura de la masa j .

t=0.000 s.

$$V_{b(0.000)} = F_1 + F_2 + F_3$$

$$V_{b(0.000)} = (3.2205) + (4.2733) + (5.3133)$$

$$V_{b(0.000)} = 12.807 \text{ t}$$

$$M_{v(0.000)} = h_1 \times F_1 + h_2 \times F_2 + h_3 \times F_3$$

$$M_{v(0.000)} = (10.000)(3.2205) + (20.000)(4.2733) + (30.000)(5.3133)$$

$$M_{v(0.000)} = 277.07 \text{ t.m}$$

t=1.452 s.

$$V_{b(1.452)} = 15.080 \text{ t}$$

$$M_{v(1.452)} = 325.39 \text{ t.m}$$

$t=2.904$ s.

$$V_{b(2.904)} = 12.636 \text{ t}$$

$$M_{v(2.904)} = 271.49 \text{ t.m}$$

$t=4.356$ s.

$$V_{b(4.556)} = 16.092 \text{ t}$$

$$M_{v(4.356)} = 348.04 \text{ t.m}$$

l) Resumen de resultados

Tabla 4.2 Resumen de resultados

Tiempo (s)	Fuerzas (t)			Desplazamientos (cm)			Fuerza cortante en la base (t)	Momento de volteo (t.m)
	masa 1	masa 2	masa 3	masa 1	masa 2	masa 3		
0.000	3.221	4.273	5.313	6.404	11.197	17.838	12.807	277.07
1.452	3.735	5.231	6.114	7.535	13.204	20.843	15.080	325.39
2.904	3.058	4.645	4.934	6.119	10.757	16.761	12.636	271.49
4.356	3.915	5.641	6.536	8.129	14.285	22.560	16.092	348.04

CAPÍTULO 5

EJEMPLOS DE APLICACIÓN

5.1 Procedimiento de cálculo

Como ejemplos de aplicación se estudian dos estructuras, una chimenea de 80 m de altura y un edificio de 180 m de altura. Cada estructura se discretiza en un sistema masa-resorte-amortiguamiento y se obtiene:

- Las velocidades medias.
- Se simulan las ráfagas de viento.
- La respuesta estática. Se calcula el desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, que generan los vientos medios al sistema estructural.
- La respuesta dinámica. Se obtienen los desplazamientos, las fuerzas cortantes en la base y los momentos de volteo, que generan al sistema los vientos medios y la acción turbulenta en un intervalo de tiempo.
- El Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. El Factor de amplificación se obtiene al dividir la respuesta dinámica máxima entre la respuesta estática.

Los cálculos se realizan para dos casos:

Caso I. Simulando ráfagas de viento por medio de series de Fourier y utilizando el Eurocódigo-93.

Caso II. Simulando ráfagas grandes y pequeñas, empleando la ley de variación de la velocidad con la altura y el espectro de potencia, según Davenport.

El estudio se hace para dos tipos de exposición, A y C, es decir, Zona I de México, DF y Costa de Lázaro Cárdenas, Michoacán, respectivamente.

Empleando el mismo procedimiento; se obtienen la respuestas estáticas, las respuestas dinámicas y los Factores de Amplificación Dinámicos para los diversos códigos tratados o utilizando los espectros de densidad de potencia de Davenport, Harris y Kaimal.

Los resultados se obtienen con los programas Vestatico, Simul1 y Simul2. El diagrama de flujo y las principales subrutinas de éstos programas se exponen en los Apéndices de este trabajo.

Los cálculos se realizan con los parámetros que se muestran en la Tabla 5.1, donde \bar{U}_{10}^{3s} es la velocidad media de referencia a 10 m de altura y promediada a 3 segundos.

Tabla 5.1 Parámetros para obtener la respuesta eólica de los ejemplos tratados

Zona	Exposición	Ft	T°C	P _{bar} en mm de Hg	k	\bar{U}_{10}^{3s} (m/s)
Zona I México, DF	A	1.0	15°	585.15	0.05	39.0
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich.	C	1.0	27°	760	0.005	58.138

Ft es el factor de topografía, k es el coeficiente de rugosidad y P_{bar} la presión barométrica

5.2 Chimenea de 80 m de altura

Se trata de una chimenea de concreto, con una sección transversal circular que varía con la altura. Se utiliza un coeficiente de presión $C_p=0.62$. La estructura se discretiza en un sistema masa-resorte-amortiguamiento con 8 masas, los porcentajes de amortiguamiento respecto al crítico del primer y segundo modo son $\xi_1=1.5\%$ y $\xi_2=1.4\%$, respectivamente, (Durand, 1974); las alturas de las masas respecto al terreno y las áreas de exposición se muestran en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2 Alturas y áreas de las masas de la chimenea

Masa	Altura (m)	Área (m ²)
1	10	89.230
2	20	85.950
3	30	82.680
4	40	79.400
5	50	76.130
6	60	72.840
7	70	69.580
8	80	33.560

La matriz de rigideces $[K]$ es:

$$[K] = \begin{bmatrix} 1279100 & -669600 & 130800 & 11900 & -1200 & -800 & 2000 & -800 \\ -669600 & 994300 & -589100 & 112200 & 8400 & -1400 & 1600 & -400 \\ 130800 & -589100 & 844800 & -503600 & 99300 & 7100 & -2100 & 800 \\ 11900 & 112200 & -503600 & 715900 & -425000 & 85000 & 3800 & 100 \\ -1200 & 8400 & 99300 & -425000 & 595000 & -352000 & 72400 & 2100 \\ -800 & -1400 & 7100 & 85000 & -352000 & 485700 & -286500 & 61600 \\ 2000 & 1600 & -2100 & 3800 & 72400 & -286500 & 341000 & -130400 \\ -800 & -400 & 800 & 100 & 2100 & 61600 & -130400 & 66400 \end{bmatrix} \quad t/m$$

Y la matriz de masas $[M]$ es:

$$[M] = \begin{bmatrix} 44.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 40.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 32.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 29.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 26.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5.5 \end{bmatrix} \quad t \, s^2/m$$

Resultados del análisis de la chimenea:

Caso I. Simulando ráfagas de viento por medio de series de Fourier, empleando la ley de variación de la velocidad con la altura y el espectro de potencia, del Eurocódigo-93.

Velocidades medias. Las velocidades medias a diferentes alturas, se muestran en las Tablas 5.3 y 5.4, para la zona I de México, DF y la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. En la Tabla 5.3, se observa una velocidad media de 14.011 *m/s* a 10 metros de altura, incrementando con la altura y a 80 *m* una velocidad de 25.606 *m/s*; de manera similar, en la Tabla 5.4, las velocidades medias a 10 y 80 metros de altura, son de 37.974 *m/s* y 52.964 *m/s*, respectivamente. Se observa que las velocidades medias en la zona I de México, DF son menores a las velocidades en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich.

Tabla 5.3 Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona I de México, DF (chimenea)

Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	10	14.011
2	20	17.130
3	30	19.267
4	40	20.944
5	50	22.344
6	60	23.557
7	70	24.634
8	80	25.606

Tabla 5.4 Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	10	37.974
2	20	42.428
3	30	45.271
4	40	47.404
5	50	49.127
6	60	50.581
7	70	51.844
8	80	52.964

Velocidades de viento simuladas. En las Figuras 5.1 y 5.2 se grafican las velocidades de viento para cada instante de tiempo, simuladas por medio de series de Fourier, de acuerdo a la velocidad media y el espectro de densidad de potencia, propuestos por el Eurocódigo, las velocidades corresponden a dos tipos de terreno: zona I de México, DF y zona de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. Las líneas de color negro representan velocidades a 10 *m* de altura y que van a incidir en la masa 1 del sistema estructural, las de color azul representan velocidades a 80 *m* de altura y que van a incidir en la masa 8. En éstas figuras se observa que la velocidad presenta menor turbulencia en la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán, y con forme la altura aumenta la turbulencia disminuye.

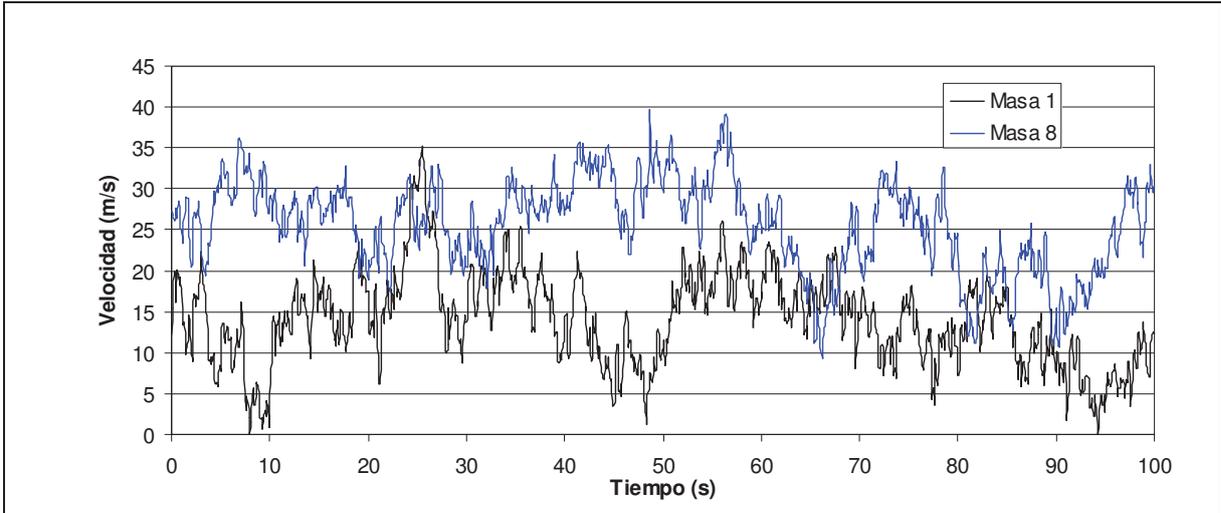


Figura 5.1 Velocidades instantáneas simuladas con series de Fourier, zona I de México, DF (chimenea)

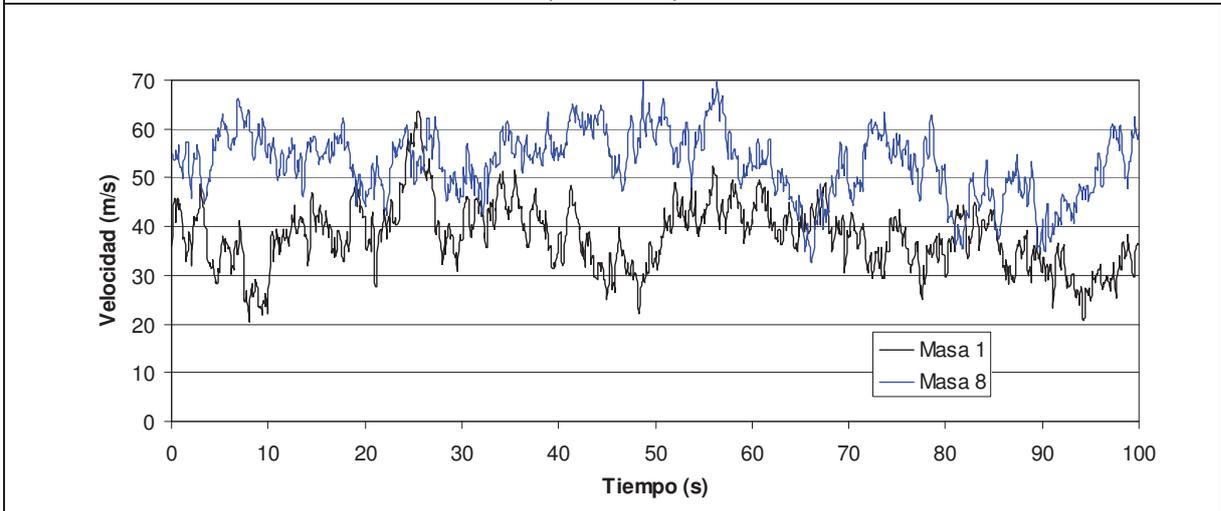


Figura 5.2 Velocidades instantáneas simuladas con series de Fourier, zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

Respuesta estática. El desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, obtenidos del análisis estático, se muestran en la Tabla 5.5; se observa que, si la estructura se localiza en la zona I de México, DF, el desplazamiento de la masa 8 es de $2.8 \times 10^{-3} \text{ m}$, la fuerza cortante en la base es 7.74 t y el momento de volteo es 371.2 t.m ; para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán, las respuestas se incrementan notablemente, el desplazamiento de la masa 8 es $15.9 \times 10^{-3} \text{ m}$, la fuerza cortante en la base es 49.32 t y el momento de volteo es 2214.9 t.m .

Tabla 5.5 Respuestas estáticas y dinámicas, según el Eurocódigo-93 y simulando ráfagas por medio de series de Fourier (chimenea)

Exposición	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Zona I de México, DF	0.0028	0.0064	7.74	11.59	371.2	510.9
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich.	0.0159	0.0308	49.32	60.62	2214.9	2591.4

X es el desplazamiento de la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

Respuesta dinámica. En la Tabla 5.5 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo, obtenidos del análisis dinámico y para dos exposiciones; para la zona I de México, DF, el desplazamiento máximo de la masa 8 es de $6.4 \times 10^{-3} m$, la fuerza cortante máxima en la base es $11.59 t$ y el momento de volteo máximo es $510.9 t.m$; para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., las respuestas se incrementan, el desplazamiento máximo de la masa 8 es de $30.8 \times 10^{-3} m$, la fuerza cortante máxima en la base es $60.62 t$ y el momento de volteo máximo es $2591.4 t.m$.

Las frecuencias, periodos y porcentajes de amortiguamiento, obtenidos del análisis, se muestran en la Tabla 5.6; es importante notar que el periodo fundamental de la chimenea (1.123 s) es mayor de 1 segundo, por tanto, se considera estructura flexible.

Tabla 5.6 Frecuencias, periodos y porcentajes de amortiguamiento (chimenea)

Modo	ω (rad/s)	T(s)	ξ (%)
1	5.596	1.123	1.50
2	25.292	.248	1.40
3	59.602	.105	2.76
4	100.972	.062	4.55
5	142.504	.044	6.38
6	179.764	.035	8.02
7	207.424	.030	9.24
8	232.627	.027	10.36

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En la Tabla 5.7 se muestra el Factor de Amplificación Dinámico, para desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M). Los Factores de Amplificación resultaron ser diferentes. Para la zona I de México, DF, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , fue de 1.71, 1.29 y 1.18, respectivamente; para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., el FAD_X , FAD_V y FAD_M , fue de 2.33, 1.50 y 1.38, respectivamente. Los Factores de Amplificación para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., resultaron ser mayores, por ejemplo, el FAD_X en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., fue mayor que en la zona I de México, DF. El FAD_X resultó mayor al FAD_V y al FAD_M , en ambas exposiciones.

Tabla 5.7 Factores de Amplificación Dinámicos, según el Eurocódigo-93 y simulando ráfagas por medio de series de Fourier (chimenea)

EXPOSICIÓN	FAD _X	FAD _V	FAD _M
Zona I de México, DF	1.71	1.29	1.18
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich	2.33	1.50	1.38

Caso II. Simulando ráfagas grandes y pequeñas, empleando variación de la velocidad con la altura y el espectro de potencia de Davenport.

Velocidades medias. Las velocidades medias se muestran en las Tablas 5.8 y 5.9, para la zona I de México, DF y la zona costera de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. Se observa en la Tabla 5.8, que la velocidad media a 10 metros de altura es de 12.157 m/s, incrementando con la altura y a 80 m la velocidad es de 27.930 m/s; de manera similar, en la Tabla 5.9, la velocidad media a 10 y 80 metros de altura, son 38.785 m/s y 54.095 m/s, respectivamente. Se observa que las velocidades medias en la zona de México, DF son menores que en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich.

Tabla 5.8 Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona I de México, DF (chimenea)

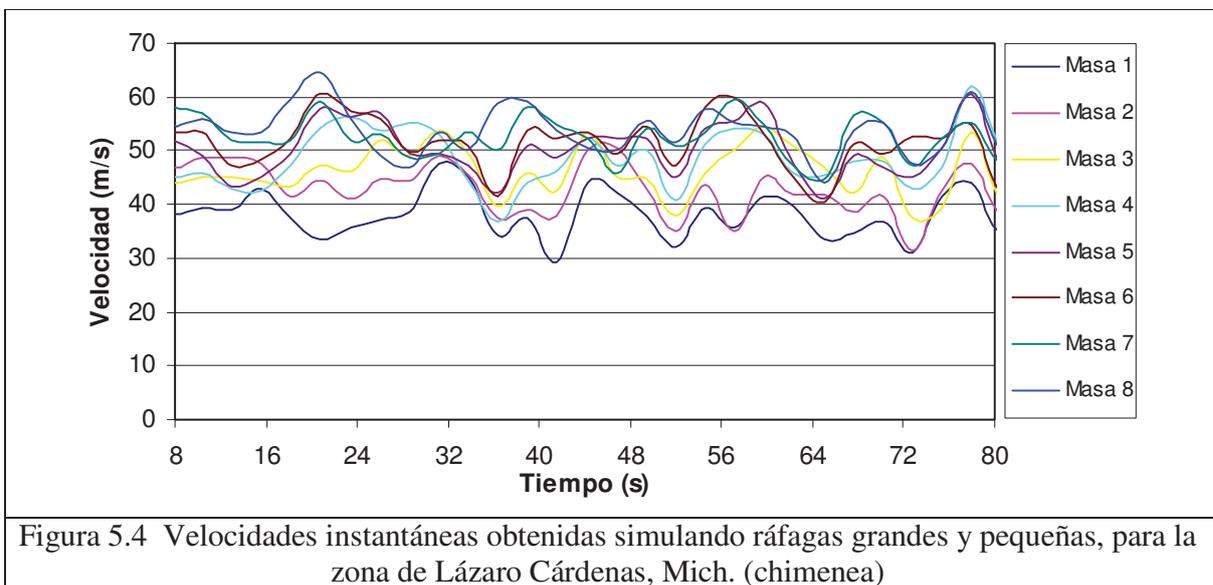
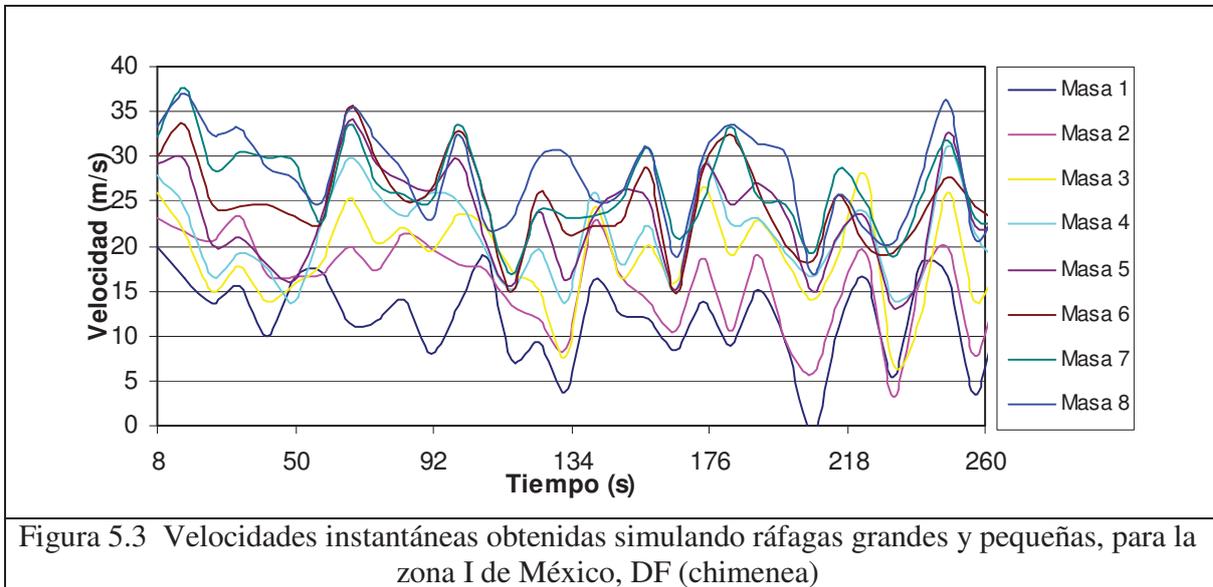
Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	10	12.157
2	20	16.041
3	30	18.866
4	40	21.167
5	50	23.143
6	60	24.894
7	70	26.477
8	80	27.930

Tabla 5.9 Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	10	38.785
2	20	43.333
3	30	46.238
4	40	48.416
5	50	50.176
6	60	51.661
7	70	52.951
8	80	54.095

Velocidades de viento simuladas. En las Figuras 5.3 y 5.4 se muestran las velocidades de viento para cada instante de tiempo y corresponden a las alturas de las masas, la velocidades

se obtuvieron simulando ráfagas grandes y pequeñas, con base en la velocidad media y el espectro de densidad de potencia de Davenport, las velocidades corresponden a dos tipos de terreno: zona I de México, DF y zona de Lázaro Cárdenas, Mich, respectivamente. Se observan velocidades más altas y con menor turbulencia, en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich.



Respuesta estática. En la Tabla 5.10 se muestra el desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, obtenidos del análisis estático, para dos exposiciones. Para la zona I de México, DF, se tiene un desplazamiento de la masa 8 de $3.07 \times 10^{-3} \text{ m}$, una fuerza cortante en la base de 8.056 t y un momento de volteo de 405.159 t.m ; para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán, las respuestas incrementan notablemente, el desplazamiento de la masa 8 es $16.55 \times 10^{-3} \text{ m}$, la fuerza cortante en la base es 51.451 t y el momento de volteo es 2310.455 t.m .

Tabla 5.10 Respuestas estáticas y dinámicas, según Davenport, simulando ráfagas grandes y pequeñas (chimenea)

EXPOSICIÓN	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Zona I de México, DF	0.00307	0.01218	8.056	25.984	405.159	1463.567
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich.	0.01655	0.02328	51.451	55.351	2310.455	2870.413

X es el desplazamiento de la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

Respuesta dinámica. En la Tabla 5.10 se incluyen los valores máximos de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo, obtenidos del análisis dinámico para dos tipos de exposición; se observa en la zona I de México, DF, un desplazamiento máximo de la masa 8 de $12.18 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $25.984 t$ y un momento de volteo máximo de $1463.567 t.m$; para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán, las respuestas incrementan, el desplazamiento máximo de la masa 8 es $23.28 \times 10^{-3} m$, la fuerza cortante máxima en la base es $55.351 t$ y el momento de volteo máximo es $2870.413 t.m$.

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En la Tabla 5.11 se muestran los Factores de Amplificación Dinámicos, para desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M), de dos exposiciones. Para la zona I de México, DF, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es de 3.97, 3.23 y 3.61, respectivamente. Para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., el FAD_X , FAD_V y FAD_M , fue de 1.41, 1.08 y 1.24, respectivamente. Los Factores de Amplificación en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., resultaron ser menores que en la zona I de México, DF; el FAD_X , respecto al FAD_V y al FAD_M , resultó mayor, para ambas exposiciones.

Tabla 5.11 Factores de Amplificación Dinámicos, según Davenport y simulando ráfagas grandes y pequeñas (chimenea)

EXPOSICIÓN	FAD_X	FAD_V	FAD_M
Zona I de México, DF	3.97	3.23	3.61
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich	1.41	1.08	1.24

Repetiendo el procedimiento, se obtienen las respuestas del sistema y los Factores de Amplificación Dinámicos, para los códigos o autores aquí tratados, es decir, al utilizar la velocidad media y el espectro de densidad de potencia, que formula cada uno de éstos; los resultados son:

Caso I. Simulando ráfagas de viento por medio de series de Fourier.

Respuestas estáticas. En las Tablas 5.12 y 5.13 se muestran las respuestas normalizadas (con NTC-2004), es decir, el desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, obtenidos del análisis estático, según la variación de la velocidad media con la altura que proponen los códigos o autores tratados, y para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

De la Tabla 5.12, al emplear NTC-2004 se tienen las respuestas estáticas más grandes; con el RLB-AIJ-93 se obtienen los valores normalizados más pequeños, un desplazamiento en la masa 8 de 0.432, una fuerza cortante en la base de 0.428 y un momento de volteo de 0.249.

Tabla 5.12 Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (chimenea)

CÓDIGO/ Autor	X _{estático} (m)	X _{dinámico} (m)	V _{estático} (t)	V _{dinámico} (t)	M _{estático} (t.m)	M _{dinámico} (t.m)
ASCE7-98	0.595	0.479	0.600	0.490	0.600	0.489
AS1170.2-89	0.459	0.353	0.485	0.357	0.475	0.334
NBC-95	0.568	0.454	0.547	0.457	0.554	0.441
RLB-AIJ-93	0.432	0.227	0.428	0.255	0.432	0.249
Eurocódigo-93	0.757	0.538	0.766	0.531	0.753	0.507
NTC-2004	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
MDOC-93	0.595	0.437	0.597	0.473	0.603	0.476
Davenport	0.838	0.437	0.798	0.473	0.822	0.462
Kaimal*	0.838	0.437	0.798	0.450	0.822	0.437
Harris*	0.838	0.429	0.798	0.467	0.822	0.454

X es el desplazamiento en la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

En la Tabla 5.13, se observa que NTC-2004 y Davenport dan las respuestas estáticas normalizadas más grandes, según Davenport el desplazamiento en la masa 8, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, es 0.988, 1.004 y 0.992, respectivamente; con el AS1170.2-89 se obtienen los valores normalizados más pequeños, un desplazamiento en la masa 8, una fuerza cortante en la base y un momento de volteo, de 0.744, 0.759 y 0.750, respectivamente.

Tabla 5.13 Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

CÓDIGO/ Autor	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
ASCE7-98	0.905	0.997	0.928	0.944	0.911	0.903
AS1170.2-89	0.744	0.915	0.759	0.802	0.750	0.762
NBC-95	0.839	0.943	0.868	0.866	0.847	0.840
RLB-AIJ-93	0.851	0.943	0.875	0.840	0.859	0.818
Eurocódigo-93	0.946	0.969	0.963	0.929	0.951	0.899
NTC-2004	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
MDOC-93	0.970	1.019	0.965	0.998	0.970	1.001
Davenport	0.988	0.975	1.004	0.950	0.992	0.931
Kaimal*	0.988	1.031	1.004	0.930	0.992	0.911
Harris*	0.988	0.994	1.004	0.973	0.992	0.937

X es el desplazamiento en la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

Respuestas dinámicas. En las Tablas 5.12 y 5.13 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo normalizados con los obtenidos con NTC-2004, derivados del análisis dinámico, según la variación de la velocidad media con la altura y el espectro de potencia, que proponen los códigos o autores tratados, y para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.12, nuevamente se observa que al emplear NTC-2004 se tienen las respuestas dinámicas normalizadas más grandes; con el RLB-AIJ-93 se obtienen los valores normalizados más pequeños, un desplazamiento máximo en la masa 8 de 0.227, una fuerza cortante máxima en la base de 0.255 y un momento de volteo máximo de 0.249.

En la Tabla 5.13, se observa que al utilizar el espectro de Kaimal, las NTC-2004 y el MDOC-93 se obtienen las respuestas dinámicas normalizadas más grandes; con Kaimal se da el desplazamiento más grande, con NTC-2004 se tiene el valor más grande de la fuerza cortante máxima y empleando el MDOC-93 se tiene el valor más grande del momento de volteo máximo, y son: 1.031, 1.000 y 1.001, respectivamente. Con el AS1170.2-89 se obtienen los valores normalizados más pequeños, un desplazamiento máximo en la masa 8 de 0.915, una fuerza cortante máxima en la base de 0.802 y un momento de volteo máximo de 0.762.

De manera general, para ésta chimenea, los desplazamientos, las fuerzas cortantes y los momentos de volteos, obtenidos del análisis estático y dinámico, son mayores para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán que para la zona I de México, DF.

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En las Tablas 5.14 y 5.15 se muestran los Factores de Amplificación Dinámicos, de

desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M) de los códigos y autores tratados, para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.14, se observa que NTC-2004 da los Factores de Amplificación más grandes respecto a los obtenidos con los otros códigos y equivalentes; según las NTC-2004 el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es 3.23, 2.16 y 2.04, respectivamente. Con Kaimal y Harris se obtienen los Factores de Amplificación más pequeños; con Harris se tiene el FAD_X más chico, de 1.66; con Kaimal se tienen los FAD_V y FAD_M más chicos, y son: 1.22 y 1.09, respectivamente.

Tabla 5.14 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (chimenea)

CÓDIGO / Autor	FAD_X	FAD_V	FAD_M
ASCE7-98	2.59	1.77	1.67
AS1170.2-89	2.41	1.59	1.44
NBC-95	2.61	1.81	1.63
RLB-AIJ-93	1.71	1.29	1.18
Eurocódigo-93	2.33	1.50	1.38
NTC-2004	3.23	2.16	2.04
MDOC-93	2.33	1.71	1.61
Davenport	1.70	1.28	1.15
Kaimal	1.70	1.22	1.09
Harris	1.66	1.27	1.13

Tabla 5.15 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

CÓDIGO / Autor	FAD_X	FAD_V	FAD_M
ASCE7-98	2.09	1.30	1.23
AS1170.2-89	2.32	1.35	1.26
NBC-95	2.13	1.27	1.23
RLB-AIJ-93	2.10	1.22	1.18
Eurocódigo-93	1.94	1.23	1.17
NTC-2004	1.89	1.27	1.24
MDOC-93	1.98	1.32	1.28
Davenport	1.87	1.21	1.16
Kaimal	1.98	1.18	1.14
Harris	1.91	1.23	1.17

De la Tabla 5.15, se puede observar que los Factores de Amplificación más grandes se dieron con el AS1170.2-89 y el MDOC-93, respecto a los obtenidos con los otros códigos y equivalentes. Con el AS1170.2-89 se tienen los FAD_X y FAD_V más grandes, y son: 2.32 y 1.35, respectivamente; con el MDOC-93 se tiene el FAD_M más grande, de 1.28. Con Davenport y Kaimal se obtuvieron los Factores de Amplificación más pequeños; con

Davenport resulta el FAD_X más chico, de 1.87; con Kaimal se tienen los FAD_V y FAD_M más chicos, y son: 1.18 y 1.14, respectivamente.

Comparando los Factores de Amplificación de las Tablas 5.14 y 5.15, se observa que los Factores de Amplificación más grandes, son los Factores que relacionan los desplazamientos, en ambas exposiciones.

Caso II. Simulando ráfagas grandes y pequeñas, empleando la ley de variación de la velocidad con la altura y el espectro de potencia, de Davenport o Harris.

Respuestas estáticas. En las Tablas 5.16 y 5.17, se muestran los desplazamientos de la masa superior, las fuerzas cortante en la base y los momentos de volteo, obtenidos del análisis estático, para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En las Tablas 5.16 y 5.17 las respuestas estáticas coinciden para Davenport y Harris, en ambos casos se utiliza la variación de la velocidad media con la altura que se indica en la Tabla (2.2).

Tabla 5.16 Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona I de México, DF (chimenea)

Según:	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Davenport	0.00307	0.01218	8.056	25.984	405.159	1463.567
Harris*	0.00307	0.01735	8.056	39.044	405.159	2136.505

X es el desplazamiento.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

Tabla 5.17 Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

Según:	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Davenport	0.01655	0.02328	51.4512	55.351	2310.455	2870.413
Harris*	0.01655	0.03375	51.4512	84.023	2310.455	4282.934

X es el desplazamiento.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

Respuestas dinámicas. En las Tablas 5.16 y 5.17 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo, obtenidos

del análisis dinámico, para la zona I de México, DF y la costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.16 se observa que al emplear el espectro de Harris se tienen los valores más grandes, es decir, un desplazamiento máximo en la masa 8 de $17.35 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $39.044 t$ y un momento de volteo máximo de $2136.505 t.m$; con Davenport se obtienen los valores más pequeños, un desplazamiento máximo en la masa 8 de $12.18 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $25.984 t$ y un momento de volteo máximo de $1463.567 t.m$.

Nuevamente en la Tabla 5.17, se observa que al emplear el espectro de Harris se tienen los valores más grandes, un desplazamiento máximo en la masa 8 de $33.75 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $84.023 t$ y un momento de volteo máximo de $4282.934 t.m$; con Davenport se obtienen los valores más pequeños, un desplazamiento máximo en la masa 8 de $23.28 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $55.351 t$ y un momento de volteo máximo de $2870.413 t.m$. En general, las respuestas dinámicas para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán resultaron superiores a las de la zona I de México, DF.

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En las Tablas 5.18 y 5.19 se muestran los Factores de Amplificación Dinámicos, de desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M); para la zona I de México, DF y la costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.18, se observa que los Factores de Amplificación más grandes se generan al emplear el espectro de Harris, un FAD_X de 5.65, un FAD_V de 4.85 y un FAD_M igual a 5.27; con Davenport se obtienen los Factores de Amplificación más pequeños, un FAD_X de 3.97, un FAD_V de 3.23 y un FAD_M de 3.61.

En la Tabla 5.19, al igual que en la Tabla 5.18, los Factores de Amplificación más grandes se presentan al utilizar el espectro de Harris; un FAD_X de 2.04, un FAD_V de 1.63 y un FAD_M igual a 1.85; con Davenport se obtuvieron los Factores de Amplificación más pequeños, un FAD_X de 1.41, un FAD_V de 1.08 y un FAD_M de 1.24. Se observa que los Factores de Amplificación obtenidos para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán son inferiores a los de la zona I de México, DF.

Comparando los Factores de Amplificación de las Tablas 5.18 y 5.19, se observa que los Factores de Amplificación más grandes, son los Factores que relacionan los desplazamientos, en ambas exposiciones.

Tabla 5.18 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona I de México, DF (chimenea)

Autor	FAD_X	FAD_V	FAD_M
Davenport	3.97	3.23	3.61
Harris	5.65	4.85	5.27

Tabla 5.19 Factor de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (chimenea)

Autor	FAD _X	FAD _V	FAD _M
Davenport	1.41	1.08	1.24
Harris	2.04	1.63	1.85

5.3 Edificio de 159.7 m de altura

Se trata un edificio de acero de 40 pisos y 159.7 m de altura. Se utiliza un coeficiente de presión $C_p=1.23$. La estructura se discretiza en 9 masas, los porcentajes de amortiguamiento respecto al crítico del primer y segundo modo son $\xi_1 = 1.5 \%$ y $\xi_2 = 0.75 \%$ respectivamente (Amavizca, 1984); las alturas de las masas respecto al terreno y las áreas de exposición se muestran en la Tabla 5.20.

Tabla 5.20 Alturas y áreas de las masas del edificio

Masa	Altura (m)	Área (m ²)
1	6.4	17.00
2	24.8	31.37
3	44.8	28.59
4	63.6	28.59
5	82.1	28.59
6	100.6	28.22
7	119.1	29.98
8	137.6	29.67
9	159.7	19.16

La matriz de rigideces [K] es:

$$K = \begin{bmatrix} 1464546 & -500642 & 43476 & -3894 & 316 & -20 & 0 & 0 & 0 \\ -500642 & 688675 & -316534 & 28716 & -2361 & 173 & -102 & 0 & 0 \\ 43476 & -316534 & 578563 & -320122 & 26728 & -1957 & 122 & -10 & 0 \\ -3894 & 28716 & -320122 & 581641 & -308828 & 22905 & -1407 & 61 & 0 \\ 316 & -2361 & 26728 & -308828 & 557166 & -290092 & 17921 & -785 & 20 \\ -20 & 173 & -1957 & 22905 & -290092 & 505810 & -247462 & 10867 & -214 \\ 0 & -102 & 122 & -1407 & 17921 & -247462 & 426687 & -199847 & 3996 \\ 0 & 0 & -10 & 61 & -785 & 10867 & -199847 & 280245 & -90530 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & -214 & 3996 & -90530 & 86738 \end{bmatrix}$$

t/m

La matriz de masas [M] es:

$$M = \begin{bmatrix} 3170.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6106.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6106.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6106.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6106.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6106.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6106.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6106.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4566.8 \end{bmatrix} \quad t \, s^2/m$$

Resultados del análisis del edificio:

Caso I. Simulando ráfagas de viento por medio de series de Fourier, empleando la ley de variación de la velocidad con la altura y el espectro de potencia del Eurocódigo-93.

Velocidades medias. Las velocidades medias, a la altura de las masas, se muestran en las Tablas 5.21 y 5.22, para la zona I de México, DF y la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. En la Tabla 5.21, se observa una velocidad media de 12.31 m/s a 6.4 metros de altura, incrementando con la altura y a 159.7 m una velocidad de 31.290 m/s; de forma análoga, en la Tabla 5.22, las velocidades medias a 6.4 y 159.7 metros de altura, son de 35.357 m/s y 59.158 m/s, respectivamente. Se observa que las velocidades medias de la zona I de México, DF son menores a las velocidades de la zona de Lázaro Cárdenas, Mich.

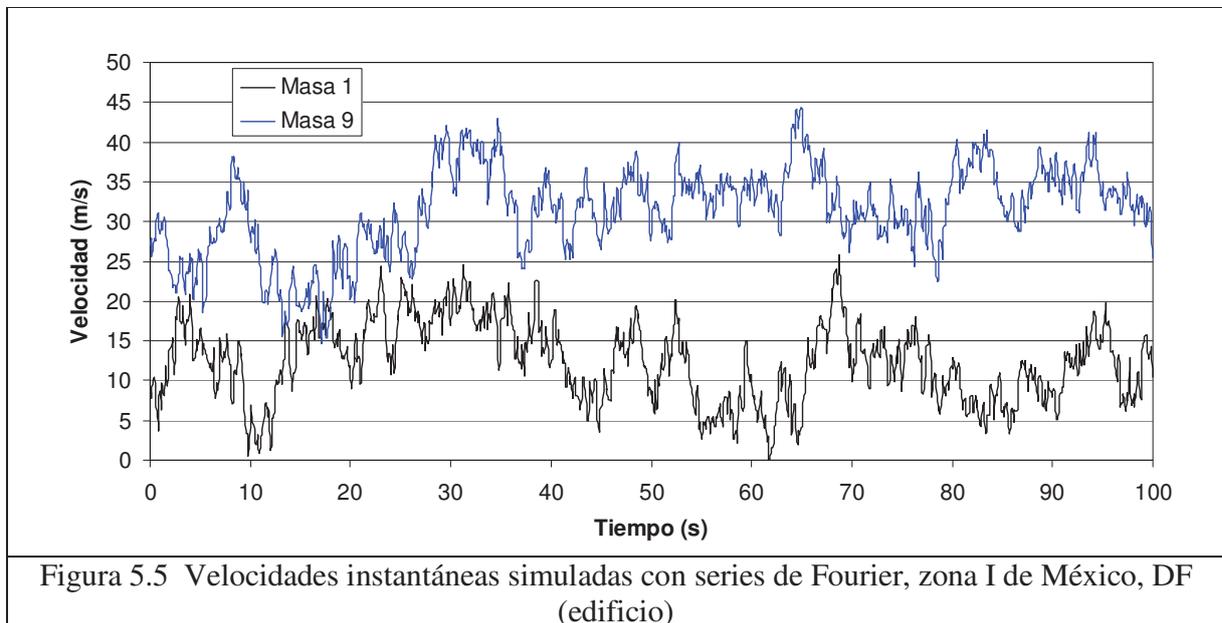
Tabla 5.21 Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona I de México, DF (edificio)

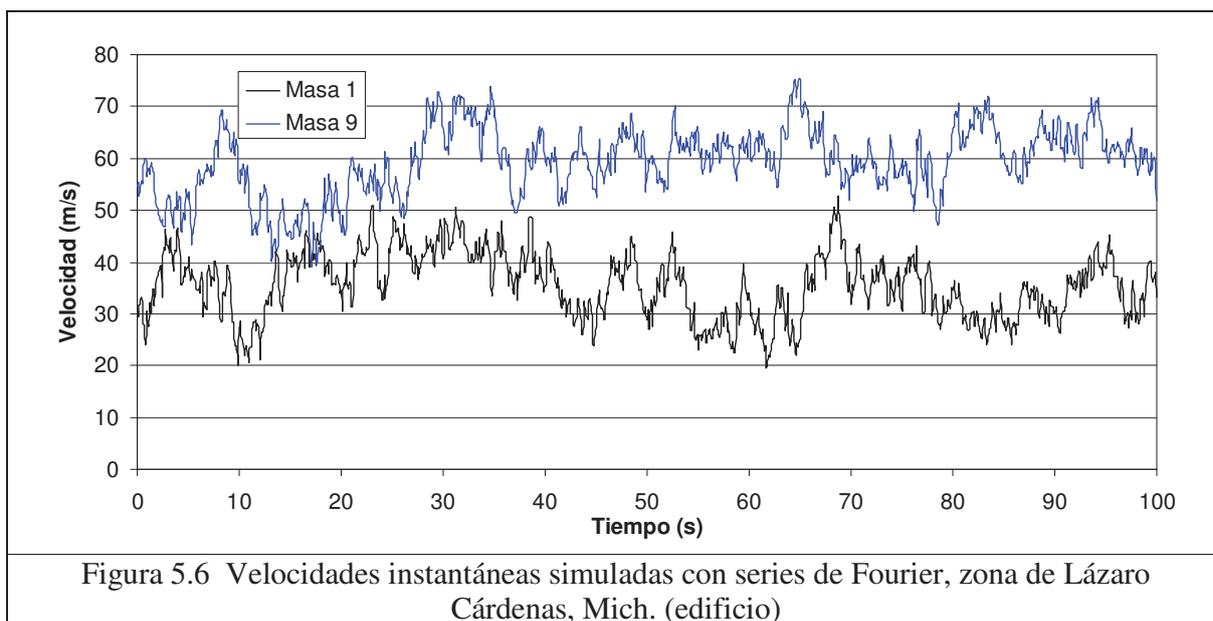
Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	6.4	12.310
2	24.8	18.232
3	44.8	21.643
4	63.6	23.958
5	82.1	25.799
6	100.6	27.366
7	119.1	28.739
8	137.6	29.968
9	159.7	31.290

Tabla 5.22 Velocidades media obtenidas con el Eurocódigo-93, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	6.4	35.357
2	24.8	43.913
3	44.8	48.271
4	63.6	51.055
5	82.1	53.184
6	100.6	54.942
7	119.1	56.446
8	137.6	57.765
9	159.7	59.158

Velocidades de viento simuladas. En las Figuras 5.5 y 5.6 se grafican las velocidades de viento para cada instante de tiempo, simuladas por medio de series de Fourier, de acuerdo a la velocidad media y el espectro de densidad de potencia del Eurocódigo-93, las velocidades corresponden a dos tipos de terreno: zona I de México, DF y zona de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. Las líneas de color negro representan velocidades a 6.4 m de altura y que van a incidir en la masa 1, las líneas de color azul representan velocidades a 159.7 m de altura y que van a incidir en la masa 9. En éstas figuras se observa que la velocidad presenta menor turbulencia para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán, y además, con forme la altura aumenta la turbulencia disminuye.





Respuesta estática. El desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, obtenidos del análisis estático, se muestran en la Tabla 5.23; se observa que, si la estructura se localiza en la zona I de México, DF, el desplazamiento de la masa 9 es de $2.3 \times 10^{-4} \text{ m}$, la fuerza cortante en la base es 9.37 t y el momento de volteo es 1488.5 t.m ; para la zona de Lázaro cárdenas, Michoacán, las respuestas incrementan notablemente, el desplazamiento de la masa 9 es $1.1 \times 10^{-3} \text{ m}$, la fuerza cortante en la base es 49.63 t y el momento de volteo es 6120.3 t.m .

Tabla 5.23 Respuestas estáticas y dinámicas, según el Eurocódigo-93 y simulando ráfagas por medio de series de Fourier (edificio)

Exposición	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Zona I de México, DF	0.00023	0.00185	9.37	14.81	931.2	1488.5
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich.	0.00110	0.0073	49.63	64.95	4598.8	6120.3

X es el desplazamiento de la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

Respuesta dinámica. En la Tabla 5.23 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo, obtenidos del análisis dinámico; se observa para la zona I de México, DF, un desplazamiento máximo de la masa 9 de $1.85 \times 10^{-3} \text{ m}$, una fuerza cortante máxima en la base de 9.37 t y un momento de volteo máximo de 1488.5 t.m ; para la zona de Lázaro cárdenas, Michoacán, las respuestas incrementan, el desplazamiento máximo de la masa 9 es de $7.3 \times 10^{-3} \text{ m}$, la fuerza cortante máxima en la base es 64.95 t y el momento de volteo máximo es 6120.3 t.m .

Las frecuencias, periodos y porcentajes de amortiguamiento, obtenidos del análisis, se muestran en la Tabla 5.24; el periodo fundamental del edificio, es de 5.586 s, es decir, muy superior a 1 s, por tanto, se considera edificio flexible. Además, es importante notar que los periodos correspondientes a los tres primeros modos de vibrar, son mayores a 1 s.

Tabla 5.24 Frecuencias, periodos y porcentajes de amortiguamiento (edificio)

Modo	ω (rad/s)	T(s)	ξ (%)
1	1.1247	5.586	1.00
2	3.1165	2.016	.7500
3	4.8473	1.296	.7011
4	6.5275	.9626	.7460
5	8.3710	.7506	.8343
6	10.1388	.6197	.9373
7	11.8925	.5283	1.491
8	13.5980	.4621	1.637
9	22.3010	.2817	1.880

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En la Tabla 5.25 se muestra el Factor de Amplificación Dinámico, para desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M). Los Factores de Amplificación resultaron ser diferentes. Para la zona I de México, DF, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , fue de 8.04, 1.58 y 1.60, respectivamente. Para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., el FAD_X , FAD_V y FAD_M , fue de 6.59, 1.31 y 1.33, respectivamente. Los Factores de Amplificación para la zona I de México, DF, son mayores que para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., por ejemplo, el FAD_X en la zona I de México, DF fue mayor que en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. Se observa que los Factores de Amplificación más grandes, son los Factores que relacionan los desplazamientos, para ambas exposiciones.

Tabla 5.25 Factores de amplificación dinámicos, según el Eurocódigo-93 (edificio)

EXPOSICIÓN	FAD_X	FAD_V	FAD_M
Zona I de México, DF	8.04	1.58	1.60
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich	6.59	1.31	1.33

Caso II. Simulando ráfagas grandes y pequeñas, empleando la ley de variación de la velocidad con la altura y el espectro de potencia de Davenport.

Velocidades medias. Las velocidades medias, se muestran en las Tablas 5.26 y 5.27, para la zona I de México, DF y la zona costera de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. Se observa en la Tabla 5.26, una velocidad media de 10.170 m/s a 6.4 metros de altura, incrementando con la altura, y una velocidad de 36.826 m/s a 159.7 m; de manera similar, en la Tabla 5.27, las velocidades medias a 6.4 y 159.7 metros de altura, son 36.112 m/s y 60.421

m/s, respectivamente. Se observa que las velocidades medias para la zona I de México, DF son menores que para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich.

Tabla 5.26 Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona I de México, DF (edificio)

Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	6.4	10.170
2	24.8	17.483
3	44.8	22.148
4	63.6	25.481
5	82.1	28.221
6	100.6	30.610
7	119.1	32.749
8	137.6	34.696
9	159.7	36.826

Tabla 5.27 Velocidades media obtenidas según Davenport, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

Masa	Altura (m)	Velocidad media (m/s)
1	6.4	36.112
2	24.8	44.851
3	44.8	49.302
4	63.6	52.145
5	82.1	54.319
6	100.6	56.114
7	119.1	57.651
8	137.6	58.998
9	159.7	60.421

Velocidades de viento simuladas. En las Figuras 5.7 y 5.8 se grafican las velocidades de viento para cada instante de tiempo y corresponden a las alturas de las masas, la velocidades se obtuvieron simulando ráfagas grandes y pequeñas, con base en la velocidad media y el espectro de densidad de potencia de Davenport, las velocidades corresponden a dos tipos de terreno: zona I de México, DF y zona de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente. Se observa que las velocidades son más altas y presenta menor turbulencia en la zona de Lázaro Cárdenas, Mich.

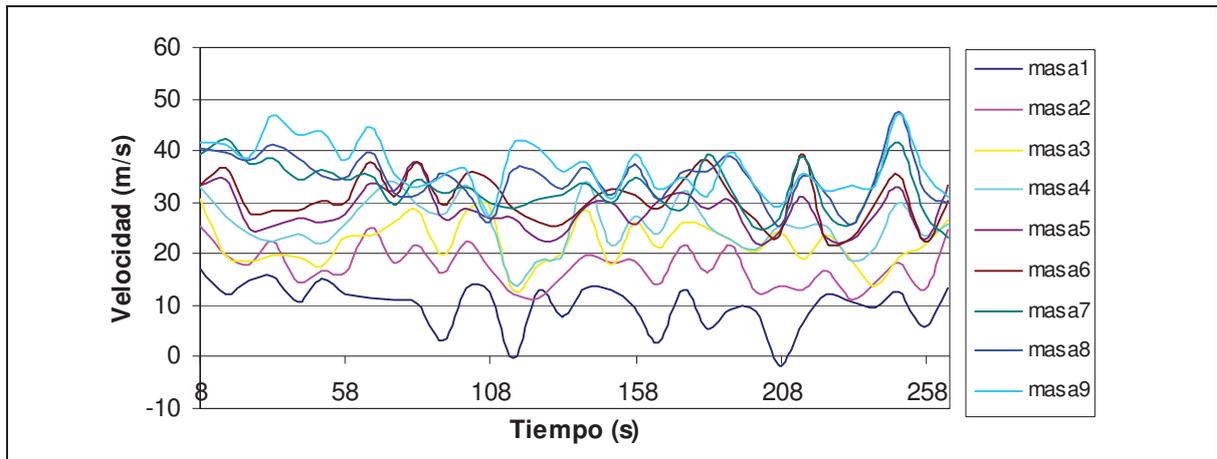


Figura 5.7 Velocidades instantáneas obtenidas simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona I de México, DF (edificio)

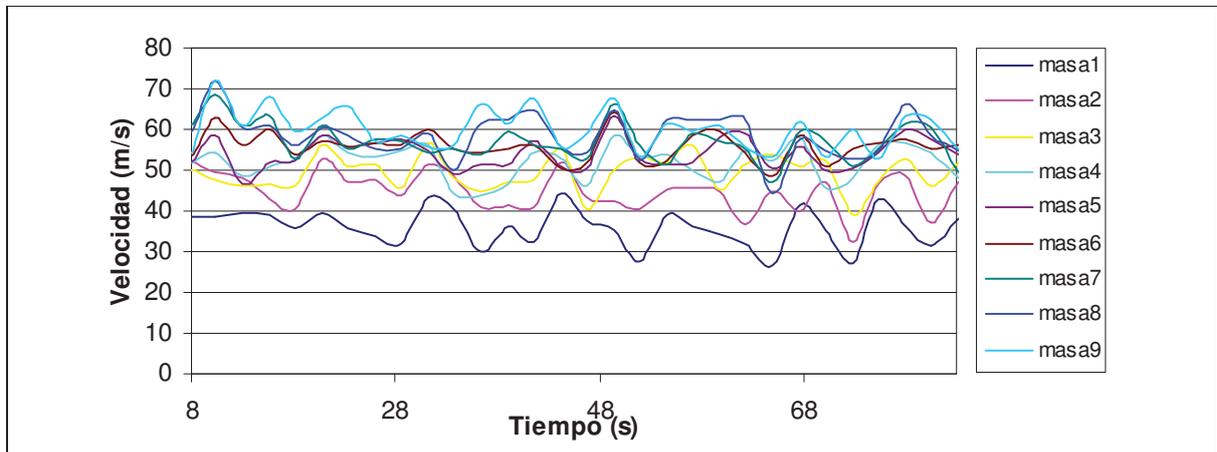


Figura 5.8 Velocidades instantáneas obtenidas simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

Respuesta estática. En la Tabla 5.28 se muestra el desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, obtenidos del análisis estático, para dos exposiciones. Para la zona I de México, DF, se tiene un desplazamiento de la masa 9 de $2.9 \times 10^{-4} \text{ m}$, una fuerza cortante en la base de 11.442 t y un momento de volteo de 1192.0 t.m ; para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán, las respuestas incrementan, el desplazamiento de la masa 9 es de $1.15 \times 10^{-3} \text{ m}$, la fuerza cortante en la base es 51.772 t y el momento de volteo es 4797.3 t.m .

Tabla 5.28 Respuestas estáticas y dinámicas, según Davenport, simulando ráfagas grandes y pequeñas (edificio)

EXPOSICIÓN	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Zona I de México, DF	0.00029	0.0039	11.442	133.328	1192.0	15511.7
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich.	0.00115	0.0046	51.772	172.462	4797.3	17807.1

X es el desplazamiento de la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

Respuesta dinámica. En la Tabla 5.28 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo, obtenidos del análisis dinámico, para dos tipos de exposición; se observa que para la zona I de México, DF, el desplazamiento máximo de la masa 9 es de $3.9 \times 10^{-3} m$, la fuerza cortante máxima en la base es $133.328 t$ y el momento de volteo máximo es $15511.7 t.m$; para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., las respuestas incrementan, el desplazamiento máximo de la masa 9 es de $4.6 \times 10^{-3} m$, la fuerza cortante máxima en la base es $172.462 t$ y el momento de volteo máximo es $17807.1 t.m$.

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En la Tabla 5.29 se muestran los Factores de Amplificación Dinámicos, para desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M), para dos exposiciones. Para la zona I de México, DF, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es de 13.45, 11.65 y 13.01, respectivamente. Para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., el FAD_X , FAD_V y FAD_M , fue de 3.99, 3.33 y 3.71, respectivamente. Los Factores de Amplificación para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich., resultaron ser menores que para la zona I de México, DF; al relacionar los desplazamientos se obtienen los factores más grandes, y al relacionar las fuerzas cortante se obtienen los factores más chicos, para ambas exposiciones.

Tabla 5.29 Factores de Amplificación Dinámicos, según Davenport y simulando ráfagas grandes y pequeñas (edificio)

Exposición	FAD_X	FAD_V	FAD_M
Zona I de México, DF	13.45	11.65	13.01
Costa de Lázaro Cárdenas, Mich	3.99	3.33	3.71

Repitiendo el procedimiento, se obtienen las respuestas del sistema y los Factores de Amplificación Dinámicos, para los códigos o autores aquí tratados y los resultados son:

Caso I. Simulando ráfagas de viento por medio de series de Fourier.

Respuestas estáticas. En las Tablas 5.30 y 5.31 se muestran las respuestas normalizadas (con NTC-2004), es decir, el desplazamiento de la masa superior, la fuerza cortante en la base y el momento de volteo, obtenidos del análisis estático, según la variación de la velocidad media con la altura que proponen los códigos o autores tratados, y para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

De la Tabla 5.30, al emplear NTC-2004 se tienen las respuestas estáticas normalizadas más grandes. Con el RLB-AIJ-93 y AS1170.2-89 se obtienen los valores más pequeños; aplicando el RLB-AIJ-93 se tiene un desplazamiento en la masa 9, una fuerza cortante en la base y un momento de volteo, de 0.452, 0.444 y 0.450, respectivamente; con el AS1170.2-89 resulta un desplazamiento en la masa 9, una fuerza cortante en la base y un momento de volteo, de 0.452, 0.455 y 0.447, respectivamente.

Tabla 5.30 Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (edificio)

CÓDIGO/ Autor	X _{estático} (m)	X _{dinámico} (m)	V _{estático} (t)	V _{dinámico} (t)	M _{estático} (t.m)	M _{dinámico} (t.m)
ASCE7-98	0.613	0.442	0.605	0.489	0.608	0.519
AS1170.2-89	0.452	0.249	0.455	0.318	0.447	0.319
NBC-95	0.581	0.401	0.575	0.469	0.585	0.470
RLB-AIJ-93	0.452	0.176	0.444	0.266	0.450	0.275
Eurocódigo-93	0.742	0.439	0.729	0.506	0.719	0.504
NTC-2004	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
MDOC-93	0.645	0.409	0.617	0.484	0.623	0.497
Davenport	0.935	0.425	0.890	0.601	0.920	0.644
Kaimal*	0.935	0.404	0.890	0.559	0.920	0.586
Harris*	0.935	0.397	0.890	0.591	0.920	0.639

X es el desplazamiento en la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

En la Tabla 5.31, se observa que las NTC-2004 dan las respuestas estáticas normalizadas más grandes; con el AS1170.2-89 se obtienen los valores normalizados más pequeños, un desplazamiento en la masa 9, una fuerza cortante en la base y un momento de volteo, de 0.725, 0.736 y 0.726, respectivamente.

Tabla 5.31 Respuestas estáticas y dinámicas, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

CÓDIGO/ Autor	X _{estático} (m)	X _{dinámico} (m)	V _{estático} (t)	V _{dinámico} (t)	M _{estático} (t.m)	M _{dinámico} (t.m)
ASCE7-98	0.867	0.795	0.887	0.878	0.870	0.887
AS1170.2-89	0.725	0.739	0.736	0.738	0.726	0.728
NBC-95	0.792	0.932	0.818	0.847	0.797	0.824
RLB-AIJ-93	0.817	0.807	0.836	0.821	0.820	0.823
Eurocódigo-93	0.917	0.830	0.933	0.912	0.921	0.928
NTC-2004	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
MDOC-93	0.983	1.057	0.979	1.008	0.984	1.009
Davenport	0.958	0.898	0.973	0.952	0.961	0.950
Kaimal*	0.958	0.761	0.973	0.907	0.961	0.923
Harris*	0.958	0.841	0.973	0.963	0.961	0.979

X es el desplazamiento en la masa superior.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

Respuestas dinámicas. En las Tablas 5.30 y 5.31 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo normalizados con los obtenidos con NTC-2004, derivados del análisis dinámico, según la variación de la velocidad media con la altura y el espectro de potencia, que proponen los códigos o autores citados, y para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.30, se observa que al emplear NTC-2004 se tienen las respuestas dinámicas normalizadas más grandes. Con el RLB-AIJ-93 y AS1170.2-89 se obtienen las respuestas normalizadas más pequeñas; aplicando el RLB-AIJ-93 se tiene un desplazamiento máximo en la masa 9, una fuerza cortante en la base y un momento de volteo, de 0.176, 0.266 y 0.275, respectivamente; con el AS1170.2-89 resulta un desplazamiento máximo en la masa 9, una fuerza cortante máxima en la base y un momento de volteo máximo, de 0.249, 0.318 y 0.319, respectivamente.

De la Tabla 5.31, con el MDOC-93 se obtienen las respuestas dinámicas normalizadas más grandes, un desplazamiento máximo en la masa 9, una fuerza cortante en la base y un momento de volteo, de 1.057, 1.008 y 1.009, respectivamente. Con el AS1170.2-89 se obtienen los valores normalizados más pequeños, un desplazamiento máximo en la masa 9 de 0.739, una fuerza cortante máxima en la base de 0.738 y un momento de volteo máximo de 0.728.

De manera general, para éste edificio, los desplazamientos, las fuerzas cortantes y los momentos de volteos, obtenidos del análisis estático y dinámico, son mayores para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán que para la zona I de México, DF.

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En las Tablas 5.32 y 5.33 se muestran los Factores de Amplificación Dinámicos, de desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M), de los códigos y autores tratados, para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.32, se observa que las NTC-2004 da los Factores de Amplificación más grandes respecto a los obtenidos con los otros códigos y equivalentes; según las NTC-2004 el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es 13.58, 2.28 y 2.28, respectivamente. Con el RLB-AIJ-93 se obtienen los Factores de Amplificación más pequeños, es decir, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es 5.29, 1.36 y 1.39, respectivamente. Los factores FAD_V y FAD_M son muy similares.

Tabla 5.32 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona I de México, DF (edificio)

CÓDIGO / Autor	FAD_X	FAD_V	FAD_M
ASCE7-98	9.79	1.84	1.95
AS1170.2-89	7.50	1.59	1.63
NBC-95	9.39	1.86	1.83
RLB-AIJ-93	5.29	1.36	1.39
Eurocódigo-93	8.04	1.58	1.60
NTC-2004	13.58	2.28	2.28
MDOC-93	8.60	1.79	1.82
Davenport	6.17	1.54	1.60
Kaimal	5.86	1.43	1.45
Harris	5.76	1.51	1.58

En la Tabla 5.33, se puede observar que los Factores de Amplificación más grandes se dieron con el NBC-95, respecto a los obtenidos con los otros códigos y equivalentes; según el NBC-95 el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es 8.59, 1.39 y 1.36, respectivamente. Con Kaimal se obtienen los Factores de Amplificación más pequeños, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es 5.80, 1.25 y 1.27, respectivamente.

Comparando los Factores de Amplificación de las Tablas 5.32 y 5.33, se observa que los Factores de Amplificación más grandes, son los Factores que relacionan los desplazamientos, en ambas exposiciones. Los FAD_V y FAD_M , resultaron muy similares en cada uno de los códigos y autores tratados.

Tabla 5.33 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas por medio de series de Fourier, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

CÓDIGO / Autor	FAD _x	FAD _v	FAD _M
ASCE7-98	6.76	1.32	1.35
AS1170.2-89	7.52	1.34	1.32
NBC-95	8.59	1.39	1.36
RLB-AIJ-93	7.26	1.32	1.33
Eurocódigo-93	6.59	1.31	1.33
NTC-2004	7.32	1.34	1.32
MDOC-93	7.85	1.38	1.35
Davenport	6.89	1.31	1.31
Kaimal	5.80	1.25	1.27
Harris	6.46	1.32	1.35

Caso II. Simulando ráfagas grandes y pequeñas, empleando la ley de variación de la velocidad media con la altura y el espectro de potencia, de Davenport o Harris.

Respuestas estáticas. En las Tablas 5.34 y 5.35, se muestran los desplazamientos de la masa superior, las fuerzas cortante en la base y los momentos de volteo, obtenidos del análisis estático, para dos tipos de exposición: zona I de México, DF y costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En las Tablas 5.34 y 5.35 las respuestas estáticas coinciden para Davenport y Harris, en ambos casos se utiliza la variación de la velocidad media con la altura que se indica en la Tabla (2.2).

Tabla 5.34 Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona I de México, DF (edificio)

Según:	X _{estático} (m)	X _{dinámico} (m)	V _{estático} (t)	V _{dinámico} (t)	M _{estático} (t.m)	M _{dinámico} (t.m)
Davenport	0.00029	0.0039	11.442	133.328	1192.0	15511.7
Harris*	0.00029	0.0058	11.442	215.416	1192.0	23253.2

X es el desplazamiento.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.

Tabla 5.35 Respuesta estática y dinámica, según Davenport y Harris, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

Según:	X estático (m)	X dinámico (m)	V estático (t)	V dinámico (t)	M estático (t.m)	M dinámico (t.m)
Davenport	0.00115	0.0046	51.773	172.462	4797.3	17807.1
Harris*	0.00115	0.0061	51.773	258.625	4797.3	25464.6

X es el desplazamiento.

V es la fuerza cortante en la base.

M es el momento de volteo.

* *El autor solamente propone el espectro de potencia, por tanto, se utiliza la variación de la velocidad media con la altura mostrada en la Tabla 2.2.*

Respuestas dinámicas. En las Tablas 5.34 y 5.35 se incluyen los valores máximos, de desplazamiento de la masa superior, de fuerza cortante, y de momento de volteo, obtenidos del análisis dinámico, para la zona I de México, DF y la costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.34 se observa que al emplear el espectro de Harris se tienen los valores más grandes, es decir, un desplazamiento máximo en la masa 9 de $5.8 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $215.416 t$ y un momento de volteo máximo de $23253.2 t.m$; con Davenport se obtienen los valores más chicos, un desplazamiento máximo en la masa 9 de $3.9 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $133.328 t$ y un momento de volteo máximo de $15511.7 t.m$.

Nuevamente en la Tabla 5.35, con el espectro de Harris se tienen los valores más grandes, un desplazamiento máximo en la masa 9 de $6.1 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $258.625 t$ y un momento de volteo máximo de $25464.6 t.m$; con Davenport se obtienen los valores más chicos, un desplazamiento máximo en la masa 9 de $4.6 \times 10^{-3} m$, una fuerza cortante máxima en la base de $172.462 t$ y un momento de volteo máximo de $17807.1 t.m$. En general, las respuestas dinámicas para la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán son mayores a las de la zona I de México, DF.

Factor de Amplificación Dinámico para desplazamiento, fuerza cortante y momento de volteo. En las Tablas 5.36 y 5.37 se muestran los Factores de Amplificación Dinámicos, de desplazamiento (FAD_X), cortante basal (FAD_V) y momento de volteo (FAD_M); para la zona I de México, DF y la costa de Lázaro Cárdenas, Mich., respectivamente.

En la Tabla 5.36, se observa que los Factores de Amplificación más grandes se dan al emplear el espectro de Harris, los FAD_X , FAD_V y FAD_M , son 19.83, 18.83 y 19.51, respectivamente; con Davenport se obtienen los Factores de Amplificación más chicos, un FAD_X de 13.45, un FAD_V de 11.65 y un FAD_M de 13.01.

En la Tabla 5.37, al igual que en la Tabla 5.36, los Factores de Amplificación más grandes se presentan al utilizar el espectro de Harris, el FAD_X , FAD_V y FAD_M , es 5.28, 5.00 y 5.31, respectivamente; con Davenport se obtuvieron los Factores de Amplificación más chicos, un FAD_X de 3.99, un FAD_V de 3.33 y un FAD_M de 3.71. Los Factores de Amplificación

obtenidos en la zona de Lázaro Cárdenas, Michoacán son menores a los de la zona I de México, DF.

Tabla 5.36 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona I de México, DF (edificio)

Autor	FAD _X	FAD _V	FAD _M
Davenport	13.45	11.65	13.01
Harris	19.83	18.83	19.51

Tabla 5.37 Factores de Amplificación Dinámicos, simulando ráfagas grandes y pequeñas, para la zona de Lázaro Cárdenas, Mich. (edificio)

Autor	FAD _X	FAD _V	FAD _M
Davenport	3.99	3.33	3.71
Harris	5.28	5.00	5.31

CAPÍTULO 6
COMENTARIOS FINALES

Se han mostrado dos técnicas para simular un proceso aleatorio Gaussiano y representar a las ráfagas longitudinales de viento, determinando su estructura de correlación mediante los espectros de potencia que proponen los siguientes códigos y autores reconocidos: el ASCE7-98 (Estados Unidos), AS1170.2-89 (Australia), NBC-1995 (Canadá), RLB-AIJ-1993 (Japón), Eurocódigo-1993 (Europa), RCDF-NTC-2004 (México), MDOC-1993 (México), Davenport, Harris y Kaimal. Las técnicas son: 1) Simulando ráfagas de viento por medio de series de Fourier y 2) Simulando ráfagas grandes y pequeñas; en la segunda técnica se manejan dos espectros (Davenport o Harris), se incluyen correlaciones espaciales y escalas de tiempo.

La efectividad de la simulación se comprobó al comparar su desviación estándar con la del espectro de potencia, permitiendo cierto límite de error. Así mismo, se verificó la media nula de las simulaciones, tal y como se asumió inicialmente, por tanto, la media de la velocidad longitudinal de viento en un intervalo de tiempo es la velocidad media.

Se revisaron y compararon los parámetros que influyen en la acción turbulenta del viento, es decir, el tiempo de promediación de la velocidad media, la ley de variación de la velocidad con la altura, el índice de turbulencia y el espectro de potencia que proponen los códigos y autores tratados. Los valores máximos de velocidades medias se obtienen al emplear NTC-2004, MDOC-1993 y Davenport, los valores mínimos se obtienen con el AS1170-89; los valores máximos del índice de turbulencia para centro de ciudad se obtienen con NTC-2004 y los valores mínimos con el RLB-AIJ-93, no así para terreno abierto, los valores máximos se obtienen con el RLB-AIJ-93 y los valores mínimos con Davenport; Respecto a los espectros de potencia, los espectros del RLB-AIJ-1993, ASCE 7-98 y AS1170.2-89 distribuyen la mayor parte de su energía en frecuencias bajas, los espectros del NBC-1995, NTC-2004, MDOC-1993 y Davenport distribuyen el mayor contenido de energía en frecuencias entre 0.30 y 2 Hz (3.33 y 0.5 s) que es el intervalo de frecuencias que presentan las estructuras esbeltas; el AS1170.2-89, NBC-1995 y RLB-AIJ-93 son los únicos códigos que asumen una escala de longitud que varía con la rugosidad del terreno.

Las velocidades de viento se aplicaron a dos estructuras, se calcularon las respuestas estáticas, respuestas dinámicas máximas y se calculó el Factor de Amplificación Dinámico (FAD), encontrándose que el FAD es diferente para desplazamiento, fuerza cortante en la base y momento de volteo. Las estructuras se representaron como sistemas de n grados de libertad y las respuestas de los sistemas se obtuvieron mediante el método de superposición modal en donde la contribución de los modos superiores es considerada. Simulando ráfagas por series de Fourier y de manera general, se observa que, los valores máximos de respuesta estática se obtuvieron al emplear NTC-2004 y Davenport, los valores mínimos resultaron con el RLB-AIJ-93 y AS1170.2-89; los valores máximos de respuesta dinámica se obtuvieron con NTC-2004 y MDOC-93, los valores mínimos resultaron con el RLB-AIJ-93 y AS1170.2-89; finalmente, los valores máximos del FAD se obtuvieron al emplear NTC-2004, NBC-1995, MDOC-93 y AS1170.2-89, los valores mínimos resultaron con Kaimal y RLB-AIJ-93. Al simular ráfagas grandes y pequeñas se obtienen los valores máximos de respuestas y de FAD al emplear el espectro de Harris. Los FAD de desplazamiento resultaron ser mayores respecto a sus correspondientes FAD de fuerza cortante en la base y momento de volteo, en ambas exposiciones (centro de ciudad y terreno abierto).

Es interesante notar que las respuestas más grandes se obtienen al emplear los reglamentos mexicanos, NTC-2004 y MDOC-1993, debido a que los espectros de potencia que propones

son idénticos al propuesto por Davenport y al tiempo de promediación que emplean, por tanto es importante actualizarlos.

Las técnicas de simulación de ráfagas de viento podrán ser de interés para realizar “estudios de confiabilidad”.

En este trabajo se simularon las fluctuaciones longitudinales de la velocidad del viento, pero los métodos pueden extenderse a las fluctuaciones transversales y verticales, para simular un campo de velocidades que tome en cuenta éstas variaciones, es necesario considerar las correlaciones cruzadas entre las direcciones longitudinales, transversales y verticales de la turbulencia del viento.

REFERENCIAS

1. Architectural Institute of Japan (AIJ), (1996), "Recommendations for loads on buildings", Architectural Institute of Japan, Tokio.
2. Amavizca R. (1984), "Respuesta Dinámica de Estructuras Bajo la Acción Turbulenta del Viento", Tesis DEPMI UNAM.
3. ASCE. (1999), "Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures", ASCE 7-98.
4. Augusti G., Borri C. y Gusella V. (1989), "Simulation of Wind Loading and Response of Geometrically Non-Linear Structures with Particular Reference to Large Antennas", artículo presentado en la conferencia titulada -Nonlinear Structural Systems under Random Conditions-, Italia.
5. Australian Standards SAA: (1989), "Loading code, Part 2-wind loads", AS1170.2-89, Australia.
6. Bendat J.S. (1958), "Principles and Application of Random Noise Theory", John Wiley and Sons, Inc., New York.
7. Buchholdt H. A. (1997), "Structural Dynamics for Engineers", Telford, Londres.
8. Dalgliesh W. A. (1970), "Experience with Wind Pressure Measurements on a Full-Scale Building", Proceedings of the Technical Meeting Concerning Wind Load on Buildings and Structure, Building Science Series 30, National Bureau of Standards, Washington.
9. Davenport, A. G. (1967), "Gust loading factors", J. Struct. Div., ASCE, 93(3).
10. Davenport, A. G. (1962), "The application of statistical concepts to the wind loading of structures", Proc. Institution of Civil Engineers.
11. Davenport A. G. (1961), "The Spectrum of Horizontal Gustiness Near the Ground in High Winds".
12. Durand Limon A. (1974), "Diseño estructural de una chimenea de concreto reforzado de 80 m de altura", Tesis UNAM, Facultad de Ingeniería, México.
13. Dyrbye C. y Hansen S. (1999), "Wind Loads on Structures", Wiley, Dinamarca.
14. Eurocode 1. (1995), "Basis of Design and Actions on Structures-Part 2-4: Actions on Structures-Wind actions", European Prestandard ENV 1991-2-4.
15. Ghiocel D. y Lungu D. (1975), "Wind, Snow and Temperature Effects on Structures Based on Probability", Abacus Press, Inglaterra.

16. Harris, R. I. (1970), "The nature of the wind", The Modern design of wind-sensitive structures, Proceedings of the seminar held on 18 June 1970 at the Institution of Civil Engineers, Construction Industry Research and Information Association.
17. Hernández Barrios H. y Elvira Ceja S. (2004), "Respuesta dinámica de estructuras esbeltas ante cargas eólicas", SMIE, México.
18. Holmes J. D., Melbourne W. H., y Walker G. R. (1990), "A commentary on the Australian Standard for wind loads AS1170 part 2, 1989". Australian Wind Engineering Society.
19. Holmes J. D. (2003), "Wind Load of Structures", Spon Press, Londres.
20. Koloušek V., Pier M., Fischer O. y Náprstek J. (1984), "Wind Effects on Civil Engeneering Structures", Elsevier, Amsterdam.
21. Katafygiotis L. S. y Yuen K. V. (1999), "Statistical Modal Identification Using Ambient or Strong Wind Response Data", Republica de China.
22. Lannuzzi A. y Spinelli P. (1987), "Artificial Wind Generation and Structural", J. Struct. Eng. Vol. 113, No. 12.
23. Lawson T. V. (1980), "Wind effects on buildings", Applied Science, Londres.
24. Liepmann H. W. (1952), "On the application of statistical concepts to the buffeting problem", J. Aeronaut. Sci., 19(12), 793-800
25. Manual de Diseño de Obras Civiles (1993), "Diseño por Viento", Comisión Federal de Electricidad-Instituto de Investigaciones Eléctricas, México.
26. Meseguer J., Sanz A., Perales J. M. y Pindado S. (2001), "Aerodinámica Civil, cargas de viento en las edificaciones", McGraw-Hill/Interamericana de España, 270 pp.
27. Newberry C.W., Eation K. J. y Mayne J.R. (1968), "Wind Loading of a Tall Building in a Urban Environment", Building Research Station, Garston, Watford, U. K.
28. Newland D. E. (1975), "An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis", Longman, Londres.
29. Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Viento (2004), Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, México.
30. NRCC, (1996), "Commentary B-wind loads", User's Guide-NBC 1995 Structural Commentaries, Canadian Commission on Building and Fire Code, National Research Council of Canada, Ottawa, Part 4.
31. Saul W. E., Jayachandran P. y Peyrot A. H. (1976), "Response to Stochastic Wind of N-Degree Tall Buildings", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 78, No. ST5.

32. Shinozuka M. y Levy R., "Digital Generation of Alongwind Velocity Field", J. Eng. Mechanics, Vol 103, No. EM4.
33. Smart H. R., Stevens L. K. y Joubert P. N. (1968), "Dynamic Structural Response to Natural Wind", Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures, University of Toronto Press, Toronto.
34. Simiu E. y Scanlan R. (1996), "Wind effects on structures: Fundamentals and applications to design", 3rd Ed., Wiley, New York.
35. Smith P. D. (1988), "Mecánica de Fluidos e Hidráulica, Teoría y programas en Basic", Amaya Multimedia, Madrid, España.
36. Van Koten, H. (1968), "Wind Measurements of High Buildings in the Netherlands", Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures, University of Toronto Press, Toronto.
37. Vellozzi J. y Cohen E. (1970), "Dynamic Response of Tall Flexible Structures to Wind Loading", Proceeding of the Technical Meeting Concerning Wind Load on Buildings and Structures, Building Science Series 30, National Bureau of Standard, Washington, D. C.
38. Vellozzi J. y Cohen E. (1968), "Gust response factors", J. Struct. Div., ASCE, 94 (6).
39. Yun C.B. y Shinozuka M. (1990), "Program Linearid for identification of Linear Structural Dynamic Systems", Reporte tecnico NCEER-9000011, Universidad de Buffalo, NY.
40. Zho Y. y Kareem A. (2001), "Gust loading factor: A new model", J. Struct. Eng. Ind. Aerodyn., 79 (1-2).

APENDICES

A.1 Programa Vestatico

El programa calcula los desplazamientos, fuerza cortante en la base y momento de volteo de un sistema de varios grados de libertad, generados por la acción media del viento. La variación de la velocidad con la altura se obtiene según los siguientes códigos: ASCE7-98 (Estados Unidos), AS1170.2-89 (Australia), NBC-1995 (Canadá), RLB-AIJ-1993 (Japón), Eurocódigo-1993 (Europa), RCDF-NTC-2004 (México) y MDOC-1993 (México). Además, se incluye la opción de obtener la respuesta del sistema al emplear la variación de la velocidad con la altura propuesta por Davenport (Tabla 2.2).

El programa requiere los siguientes datos: Una velocidad básica promediada a 3 segundos (\bar{U}_{10}^{3s}), elegir el código o reglamento a utilizar, el tipo de terreno, la presión barométrica y la temperatura del lugar donde se encuentra la estructura.

Las velocidades medias \bar{U}_z se obtienen en m/s , con el tiempo de promediación según el código seleccionado (Tabla 2.1) y con el siguiente procedimiento:

Para el ASCE7-98 y AS1170.2-89, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se multiplica directamente por los correspondientes coeficientes horarios de la Tabla 2.3.

Para el RLB-AIJ-93 y Eurocódigo-93, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte en velocidad promediada a 10 *min* y se multiplica por sus correspondientes coeficientes de la Tabla 2.3.

En el caso del NBC-95, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte en velocidad horaria y se multiplica por sus coeficientes de la Tabla 2.3.

Para el RCDF-2004 y MDOC-93, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se multiplica por sus correspondientes coeficientes de la Tabla 2.3 y de acuerdo con la ecuación 2.2 se convierten en velocidades \bar{U}_z horarias.

En el caso de Davenport la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte en velocidad horaria como se indica en la ecuación 2.2, posteriormente con la velocidad horaria y los coeficientes de la Tabla 2.2 se obtienen las velocidades \bar{U}_z horarias.

Las fuerzas actuantes se obtienen con la ecuación (2.9), para determinar los desplazamientos se utiliza un sistema de ecuaciones de la forma:

$$[A]\{X\}=\{B\} \quad (A1.1)$$

Donde [A] representa la matriz de rigideces (t/m), {X} es el vector de desplazamientos (m) y {B} el vector de fuerzas (t), y se resuelve con el método de Gauss Jordán.

El diagrama de flujo del programa se muestra en la Figura A.1, en donde, N_m es el total de masas del sistema, h_i la altura de las masas i y A_i el área de exposición de la masa i .



Figura A.1 Diagrama de flujo del programa Vestatico

Subrutinas principales del programa:

VELMED

Subrutina que calcula e imprime las velocidades medias a diferentes alturas, en m/s , con base en la ecuación 2.5.

RHO

Calcula e imprime la densidad del aire, en $kg\ s^2/m^4$, en función de la temperatura media y la altura sobre el nivel del mar, con la ecuación 2.12.

FUERZAS

Obtiene e imprime las presiones en t/m^2 y las fuerzas en t , en cada una de las masas del sistema, con la ecuación 2.9.

GAUSJORD

Calcula e imprime los desplazamientos de las masas en m , los desplazamientos se obtienen al resolver un sistema de ecuaciones con el método de Gauss Jordán.

FVYMV

Calcula e imprime la fuerza cortante en la base en t , y el momento de volteo en $t.m$.

A.2 Programa Simul1

El programa simula historias de velocidades de viento por medio de series de Fourier a diferentes alturas, con base en una variación de la velocidad media con la altura y un espectro de potencia, las velocidades se superponen en un sistema de n grados de libertad y por medio del análisis dinámico desarrollado en el Capítulo 4 se obtienen los desplazamientos, las fuerzas cortantes en la base y los momentos de volteo. Durante el proceso de simulación se verifica que la desviación estándar de la simulación corresponda a la desviación estándar del espectro de potencia.

El programa tiene como opción emplear la variación de la velocidad media con la altura y el espectro de potencia que proponen los siguientes códigos: ASCE7-98 (Estados Unidos), AS1170.2-89 (Australia), NBC-1995 (Canadá), RLB-AIJ-1993 (Japón), Eurocódigo-1993 (Europa), RCDF-NTC-2004 (México) y MDOC-1993 (México). Además de tener como opción los códigos anteriores, también se pueden obtener velocidades simuladas utilizando el espectro de potencia de Kaimal, Davenport o Harris, y para obtener las velocidades medias a diferentes alturas se utiliza la Tabla 2.2.

El diagrama de flujo del programa se muestra en la Figura A.2, en donde, N_m es el número de masas del sistema, N_p es el total de velocidades simuladas, Δt el incremento de tiempo, W_{min} y W_{max} la frecuencia mínima y máxima, respectivamente, y forman el intervalo del espectro de potencia, kt representa el tipo de terreno, $V10$ es la velocidad básica a 10 m de altura y promediada a 3s, Cd es el coeficiente de arrastre y Ft el factor de topografía.

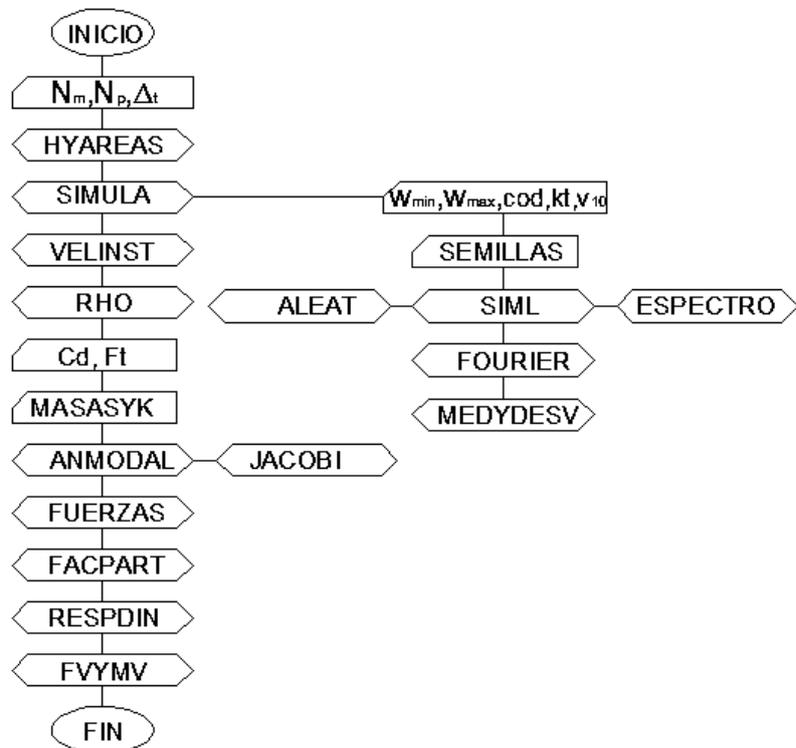


Figura A.2 Diagrama de flujo del programa Simul1

Subrutinas principales del programa:

HYAREAS

Lee e imprime las alturas de las masas respecto al nivel del terreno, en m ; lee e imprime las áreas de exposición respecto al nivel del terreno, en m^2 .

SIMULA

Esta subrutina lee los siguientes datos: las frecuencias mínima y máxima en rad/s , las cuales forman el intervalo del espectro de densidad de potencia seleccionado, lee el número que define el código o reglamento a utilizar, el número que representa el tipo de terreno a utilizar y la velocidad básica \bar{U}_{10}^{3s} a 10 m de altura promediada a 3s, en m/s .

Llama a las subrutinas SIML y MEDYDESV para cada masa del sistema e imprime la desviación estándar de la simulación.

Imprime las velocidades medias y la desviación estándar del espectro de potencia, ambas en m/s .

SIML

Calcula las velocidades medias \bar{U}_z en m/s , con el tiempo de promediación indicado en la Tabla 2.1 y con el siguiente procedimiento:

Para el ASCE7-98 y AS1170.2-89, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se multiplica directamente por los correspondientes coeficientes horarios de la Tabla 2.3.

Para el RLB-AIJ-93 y Eurocódigo-93, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte en velocidad promediada a 10 *min* y se multiplica por sus correspondientes coeficientes de la Tabla 2.3.

En el caso del NBC-95, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte en velocidad horaria y se multiplica por sus coeficientes de la Tabla 2.3.

Para NTC-2004 y MDOC-93, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se multiplica por sus correspondientes coeficientes de la Tabla 2.3 y con la ecuación 2.2 se convierten a velocidades \bar{U}_z horarias.

En el caso de Kaimal, Davenport y Harris, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte en una velocidad horaria con la ecuación 2.2, posteriormente con la velocidad horaria y los coeficientes de la Tabla 2.2 se obtienen las velocidades \bar{U}_z horarias.

Y llama a las subrutinas FUNSP, ALEAT y DFOUR2.

ESPECTRO

Calcula el índice de turbulencia de acuerdo a la Tabla 2.5; obtiene la varianza del espectro de potencia; y calcula los valores del espectro de potencia con intervalo de frecuencias uniforme.

ALEAT

Obtiene números reales aleatorios distribuidos uniformemente entre 0 y 1. Para poder generar los números aleatorios, la subrutina requiere semillas de números enteros dados por el usuario.

FOURIER

Subrutina que calcula la Transformada Rápida de Fourier

VELINST

Subrutina que imprime las velocidades instantáneas en m/s , se obtienen con la velocidad media y velocidad turbulenta.

RHO

Calcula el valor de ρ con la ecuación (2.12) en $kg\ s^2/m^4$, en función de la presión barométrica y la temperatura media del lugar.

MASASYK

Lee e imprime las matrices de masas en $t\ s^2/m$ y rigideces en t/m de la estructura.

ANMODAL

Llama a la subrutina JACOBI, calcula e imprime las frecuencias en rad/s , periodos en s y configuraciones modales.

JACOBI

Obtiene los valores y vectores característicos.

FUERZAS

Calcula el coeficiente de presión dinámico con la ecuación (2.42), con base en las ecuaciones (2.8) y (2.9) se calculan las presiones en Kg/m^2 y las fuerzas en Kg actuantes sobre la estructura, se realiza un cambio de unidades y se imprimen las presiones en t/m^2 y las fuerzas en t .

FACPART

Con las fuerzas y las formas características normalizadas se obtienen para los diferentes instantes de tiempo los factores de participación de cada uno de los modos mediante la expresión (4.32).

RESPDIN

Lee e imprime los porcentajes de amortiguamiento respecto al crítico del primer y segundo modo; se obtienen los porcentajes de amortiguamiento para los modos restantes y se imprimen.

Al inicio del análisis se considera que la estructura se encuentra deformada bajo las presiones provocadas por la acción de la velocidad media del viento. Calcula e imprime los desplazamientos del sistema para cada instante de tiempo en m . Además obtiene e imprime el desplazamiento máximo del sistema en m .

FVYMV

Subrutina que calcula e imprime la fuerza cortante en la base del sistema en t y el momento de volteo en $t.m$, para cada instante de tiempo. También obtiene e imprime la fuerza cortante máxima en t y el momento de volteo máximo del sistema en $t.m$.

A.3 Programa Simul2

El programa genera historias de velocidades de viento simulando ráfagas grandes y pequeñas a diferentes alturas con base en la variación de la velocidad media con la altura de la Tabla 2.2 y de un espectro de potencia (Davenport o Harris), las velocidades se superponen en un sistema de n grados de libertad y por medio del análisis dinámico desarrollado en el Capítulo 4 se obtienen los desplazamientos, las fuerzas cortantes en la base y los momentos de volteo. Durante el proceso de simulación se verifica que la desviación estándar de la simulación corresponda a la desviación estándar del espectro de potencia.

Para utilizar de forma correcta los espectros de Davenport y Harris, la velocidad \bar{U}_{10}^{3s} se convierte a velocidad horaria con la ecuación 2.2, posteriormente con la velocidad horaria y los coeficientes de la Tabla 2.2 se obtienen las velocidades \bar{U}_z horarias.

El diagrama de flujo del programa se muestra en la Figura A.3, en donde, N_m es el total de masas del sistema, $V10$ es la velocidad básica a 10 m de altura y promediada a 3s, $Pbar$ es la presión barométrica, $Temp$ la temperatura media, Cd el coeficiente de arrastre y Ft el factor de topografía, $Eps1$ y $Eps2$ son los porcentajes de amortiguamiento respecto al crítico del primer y segundo modo.

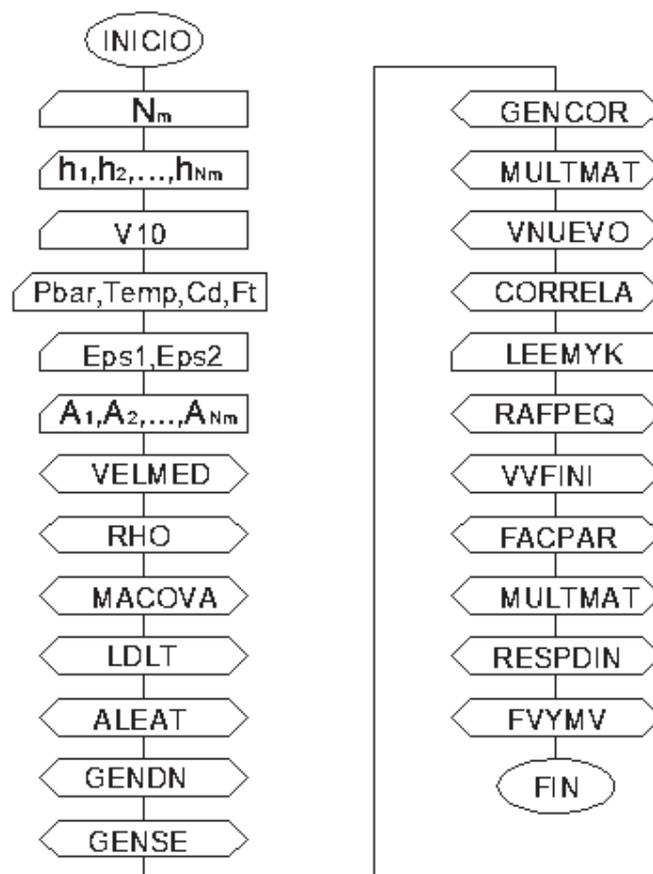


Figura A.3 Diagrama de flujo del programa Simul2

Subrutinas principales del programa:

VELMED

Obtiene la velocidad media del viento \bar{U}_z en cada una de las masas en m/s , con la ecuación (2.4).

RHO

Calcula el valor de ρ con la ecuación (2.12) en $kg\ s^2/m^4$, en función de la presión barométrica y la temperatura media del lugar.

MACOVA

Obtiene la matriz de correlación cruzada para los vientos que van a ser generados, usando la ecuación (3.8) y (3.11).

LDLT

Efectúa la descomposición de una matriz simétrica en el producto de una triangular inferior por una matriz identidad y por una triangular superior.

ALEAT

Genera un conjunto de números aleatorios, distribuidos uniformemente de 0 a 1. La subrutina requiere de semillas para cada una de las masas de la estructura, dentro del intervalo (0,1).

GENDN

Genera un conjunto de números aleatorios con distribución normal y varianza unitaria.

GENSE

Genera un conjunto de números, los cuales se obtienen de la solución de un sistema de ecuaciones no lineales.

GENCOR

Genera n procesos de varianza unitaria y cuyas autocorrelaciones están definidas por la ecuación (3.13).

VNUEVO

Obtiene los vientos finales de ráfagas grandes, verificando que la varianza de éstos sea unitaria y la velocidad media nula.

CORELA

Obtiene la matriz de correlación de los vientos finales de ráfagas grandes y pequeñas.

LEEMYK

Lee e imprime las matrices de masas en $t\ s^2/m$ y rigideces en t/m de la estructura; Llama a la subrutina MODAL y con el método de Jacobi se calculan y se imprimen las configuraciones modales, las frecuencias en rad/s y periodos en s .

RAFPEQ

Genera las velocidades de viento de ráfagas pequeñas. Se obtienen generando n procesos aleatorios sin correlación, en intervalos discretos de tiempo, mediante la ecuación (3.16). Se obtiene la matriz de covarianza y mediante la descomposición de la subrutina LDLT se llega a establecer una matriz con la cual se obtienen los vientos de ráfagas pequeñas correlacionados. Se verifica que el valor medio de los vientos generados sea nulo.

VVFINI

Esta subrutina hace que las varianzas de las velocidades de ráfagas sean las del espectro de potencia; obtiene las velocidades longitudinales finales con las velocidades medias y de ráfagas. Además se obtiene la media, desviación estándar e índice de turbulencia de los vientos finales, así como su matriz de correlación cruzada.

FACPAR

Calcula el coeficiente de presión dinámico con la ecuación (2.42); se obtienen las fuerzas provocadas por el viento en cada uno de los instantes de tiempo considerados y en cada una de las masas de la estructura. Con las fuerzas y la matriz de formas características normalizadas, se obtienen para todos los instantes de tiempo los factores de participación de cada uno de los modos, con la ecuación (4.32).

RESPDI

Se efectúa el análisis dinámico de la estructura bajo la acción de los vientos finales; lee e imprime los porcentajes de amortiguamiento respecto al crítico del primer y segundo modo, y se obtienen e imprimen los porcentajes de amortiguamiento para los modos restantes. Al inicio del análisis se considera que la estructura se encuentra deformada bajo las presiones provocadas por la acción de la velocidad media del viento. Calcula e imprime los desplazamientos del sistema para cada instante de tiempo en m . Además obtiene e imprime el desplazamiento máximo del sistema en m .

FVYMV

Calcula e imprime la fuerza cortante en la base en t y el momento de volteo del sistema en $t.m$, para cada instante de tiempo. También obtiene e imprime la fuerza cortante máxima en la base en t y el momento de volteo máximo en $t.m$.