



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

**MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS**

**“VULNERABILIDAD SÍSMICA PARA LAS  
TORRES Y FACHADA DE LA  
CATEDRAL DE MORELIA”**

**TESIS**

**QUE PRESENTA:**

**ING. RODOLFO GAYTAN RODRIGUEZ**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE MAESTRO  
EN INGENIERÍA EN EL ÁREA DE ESTRUCTURAS**

**ASESOR:**

**DR. GUILLERMO MARTÍNEZ RUIZ**

**MORELIA MICHOACÁN, JUNIO, 2010**

# ÍNDICE

	Pág.
ÍNDICE	I
ÍNDICE DE FIGURAS	IV
ÍNDICE DE CUADROS FIGURAS	XIII
<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCION</b>	
1.1 JUSTIFICACIÓN	1
1.2 ANTECEDENTES	2
1.3 OBJETIVOS DEL PROYECTO	2
1.3.1 <i>Generales</i>	2
1.3.2 <i>Particulares</i>	2
1.4 METAS DEL PROYECTO	3
1.5 METODOLOGIA	3
<b>CAPÍTULO 2. ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO SOBRE VULNERABILIDAD SISMICA DE EDIFICIOS HISTORICOS RELIGIOSOS</b>	
2.1 INTRODUCCIÓN	5
2.2 PANORAMA MUNDIAL	7
2.3 EVALUACIÓN DE LA VULNERABILIDAD	9
2.4 LA VULNERABILIDAD SISMICA DE IGLESIAS	12
2.4.1 <i>Aplicaciones realizadas</i>	16
<b>CAPÍTULO 3. LA CATEDRAL DE MORELIA</b>	
3.1 ANTECEDENTES	25
3.2 DESCRIPCIÓN ARQUITECTONICA DEL EDIFICIO	28
3.2.1 <i>Exterior</i>	28
3.2.2 <i>Torres</i>	33
3.2.3 <i>Estilo</i>	36
3.2.4 <i>Materiales de construcción</i>	36
3.2.5 <i>Conservación en general</i>	37
3.3 TRABAJOS DE RESTAURACIÓN REALIZADOS	37

## **CAPÍTULO 4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES PARA LA CATEDRAL DE MORELIA**

4.1 INTRODUCCIÓN	39
4.2 IDENTIFICACIÓN DINAMICA PARA EL CONJUNTO TORRES–FACHADA	39
4.2.1 <i>Propiedades Dinámicas Experimentales</i>	41
4.2.2 <i>Propiedades Dinámicas Analíticas</i>	44
4.3 INSTRUMENTACIÓN TEMPORAL DE LAS TORRES	47
4.3.1 <i>Análisis de Eventos Sísmicos Registrado</i>	48

## **CAPITULO 5. MODELO NUMERICO**

5.1 INTRODUCCION	58
5.2 MODELADO ANALITICO DEL CONJUNTO TORRES – FACHADA PARA CALIBRACIÓN	63
5.3 MODELO ANALÍTICO GLOBAL	69

## **CAPÍTULO 6. ANALISIS ESTRUCTURAL**

6.1 INTRODUCCIÓN	72
6.2 ANÁLISIS MODAL Y CALIBRACION DEL MODELO NUMERICO	72
6.3 ANÁLISIS LINEAL TEMPORAL	84
6.4 ANÁLISIS DE EMPUJE INCREMENTAL NO LINEAL	105
6.4.1 <i>Modelos Constitutivos</i>	106
6.4.1.1 <i>Daño distribuido (smeared cracking)</i>	107
6.4.1.2 <i>Modelo de plasticidad de Drucker-Prager</i>	110
6.4.2. <i>Parámetros del modelo constitutivo para el análisis no lineal, en el programa DIANA</i>	114
6.4.3. <i>Resultados del análisis de empuje incremental no lineal</i>	116

## **CAPÍTULO 7. EVALUACION DE LA VULNERABILIDAD SISMICA DEL CONJUNTO TORRES-FACHADA**

7.1 INTRODUCCIÓN	127
7.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ESPECTRO DE CAPACIDAD	127
7.2.1 <i>Espectro de Capacidad</i>	128
7.2.2 <i>Puntos de Desempeño</i>	135
7.2.2.1 <i>Estimación del Desempeño del Conjunto Torres-Fachada de la Catedral de Morelia</i>	145
7.2.3 <i>Curvas de Fragilidad</i>	147

## **CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN**

8.1 CONCLUSIONES	154
8.2 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACION	157

## **ANEXO A. CURVAS DE CAPACIDAD**

A.1 CURVAS DE CAPACIDAD PARA UN EMPUJE EN DIRECCIÓN Y EN SENTIDO POSITIVO	161
A.2 CURVAS DE CAPACIDAD PARA UN EMPUJE EN DIRECCIÓN X EN SENTIDO POSITIVO	165
A.3 CURVAS DE CAPACIDAD PARA UN EMPUJE EN DIRECCIÓN X EN SENTIDO NEGATIVO	171

<b>REFERENCIAS</b>	<b>177</b>
--------------------	------------

# ÍNDICE DE FIGURAS

## **CAPÍTULO 2. ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO SOBRE VULNERABILIDAD SISMICA DE EDIFICIOS HISTORICOS RELIGIOSOS**

Figura 2.1	<i>División de una iglesia en macroelementos (Lagomarsino, 1998)</i>	13
Figura 2.2	<i>Mecanismos de daño en iglesias (Lagomarsino, 1998)</i>	14
Figura 2.3	<i>Mecanismos de daño en iglesias (Lagomarsino, 1998)</i>	15
Figura 2.4	<i>Mecanismos de daño en iglesias (Lagomarsino, 1998)</i>	16
Figura 2.5	<i>(a) Modelo de elemento finito para el macroelemento analizado; (b) Vista superior de las bóvedas en el modelo (Irizarri et al., 2003)</i>	17
Figura 2.6	<i>Comparación entre los espectros de capacidad obtenidos en el análisis de elementos finitos y el análisis límite según Irizarri et al., 2003</i>	17
Figura 2.7	<i>Modelo de elemento finito catedral de Santa María Asunta (Casarin, 2006)</i>	18
Figura 2.8	<i>Curvas de capacidad para la fachada ante carga fuera del plano empleando elementos finitos tipo placa y análisis límite (Casarin, 2006)</i>	19
Figura 2.9	<i>Curvas de capacidad para el macroelemento longitudinal a la nave (Casarin,2006)</i>	19
Figura 2.10	<i>Curvas de capacidad para el macroelemento transversal a la nave (Casarin,2006)</i>	19
Figura 2.11	<i>Modelo global de elementos finitos para la Catedral de Mallorca, (Martínez 2007)</i>	21
Figura 2.12	<i>Ubicación esquemática de los diferentes Macroelementos. Fachada (verde), Pórtico tipo (rojo), Pórtico transepto (azul), Arco triunfal (amarillo) y Macroelemento longitudinal (naranja),(Martínez 2007)</i>	21
Figura 2.13	<i>Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para los pórticos tipo de la catedral, (Martínez 2007)</i>	22
Figura 2.14	<i>Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para los pórticos de la zona de transepto, (Martínez 2007)</i>	22
Figura 2.15	<i>Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para el arco triunfal, (Martínez 2007)</i>	23
Figura 2.16	<i>Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para la fachada, (Martínez 2007)</i>	23
Figura 2.17	<i>Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para el macroelemento longitudinal, (Martínez 2007)</i>	23

### **CAPÍTULO 3. LA CATEDRAL DE MORELIA**

Figura 3.1	<i>Catedral de Morelia, Mich.</i>	27
Figura 3.2	<i>Fachada norte de la Catedral de Morelia</i>	28
Figura 3.3	<i>Fachadas oriente(izquierda) y poniente respectivamente (derecha)</i>	29
Figura 3.4	<i>Reja principal, fachada norte</i>	29
Figura 3.5	<i>Portada central, fachada norte</i>	30
Figura 3.6	<i>Portada Oriente (izquierda) y portada Poniente (derecha)</i>	32
Figura 3.7	<i>Perspectiva del cubo de sillería de la torre oriente</i>	33
Figura 3.8	<i>Configuración de la torre poniente</i>	34
Figura 3.9	<i>Campana San Salvador en la torre poniente</i>	35
Figura 3.10	<i>Interior de la Catedral de Morelia</i>	36
Figura 3.11	<i>Órgano "San Gregorio Magno"</i>	38

### **CAPÍTULO 4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES PARA LA CATEDRAL DE MORELIA**

Figura 4.1	<i>a) Posición de los sensores en la primera medición. b) Segunda posición de sensores para medición (Campana sobre Torre Oriente)</i>	40
Figura 4.2	<i>a) Equipo de medición. b) Ubicación de sensor triaxial. c) Sensor Triaxial</i>	41
Figura 4.3	<i>a) Placa Uno, muro frontal. b) Placa Dos, primer campanario. c) Placa Tres, segundo campanario.</i>	42
Figura 4.4	<i>Consola de adquisición K2</i>	42
Figura 4.5	<i>a) Posición de la Placa Dos, primera medición. b) Segunda posición de la Placa Dos para medición, ventana poniente de linternilla</i>	43
Figura 4.6	<i>a) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 3. b) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 2 c) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 1, torre Oriente</i>	45
Figura 4.7	<i>a) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 3. b) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 2 c) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 1, torre Ponente</i>	46
Figura 4.8	<i>a) Equipo ETNA. b) Antena GPS. c) Estación sísmica</i>	48
Figura 4.9	<i>a) Equipo ETNA. b) Antena GPS sobre torre Poniente</i>	48
Figura 4.10	<i>Localización del epicentro</i>	49

Figura 4.11	<i>Acelerograma sobre la torre Oriente del sismo del 14 de abril, canal 1 (Norte-Sur)</i>	50
Figura 4.12	<i>Acelerograma sobre la torre Oriente del sismo del 14 de abril, canal 2 (Oriente-Poniente)</i>	50
Figura 4.13	<i>Espectro de fourier sobre la estructura, Canal 1</i>	51
Figura 4.14	<i>Curva experimental de respuesta de frecuencia</i>	52
Figura 4.15	<i>Espectro de amplitudes de Fourier para la torre Oriente, Canal 1</i>	53
Figura 4.16	<i>Curva mostrando los desplazamientos máximos y los desplazamientos en los puntos de tangencia</i>	54
Figura 4.17	<i>Registro de desplazamientos de la torre Oriente, para el canal 2</i>	55

## **CAPÍTULO 5. MODELO NUMERICO**

Figura 5.1	<i>Perspectiva de la fachada Norte de la Catedral de Morelia</i>	58
Figura 5.2	<i>Planta correspondiente al primer nivel de la torre Oriente</i>	59
Figura 5.3	<i>Plantas correspondientes al segundo y tercer nivel de la torre Oriente</i>	59
Figura 5.4	<i>Planta correspondiente a la cámara del reloj de la torre Oriente</i>	60
Figura 5.5	<i>Planta correspondiente al primer campanario de la torre Oriente</i>	61
Figura 5.6	<i>Planta correspondiente al segundo campanario de la torre Oriente</i>	61
Figura 5.7	<i>Alzado de la fachada norte de la Catedral de Morelia</i>	62
Figura 5.8	<i>Planta de conjunto de la Catedral de Morelia</i>	63
Figura 5.9	<i>Fachada Poniente de la Catedral de Morelia</i>	64
Figura 5.10	<i>a) Capilla de la Virgen de la Soledad, torre Oriente. b) Bóveda de cañón del segundo nivel. c) Bóveda de cañón del tercer nivel. d) Cámara del reloj. e) Primer campanario. f) Segundo campanario</i>	65
Figura 5.11	<i>a) Capilla de Las Religiosas, torre Poniente. b) Cámara del segundo nivel. c) Cámara del tercer nivel. d) Cámara del reloj. e) Primer campanario. f) Segundo campanario</i>	66
Figura 5.12	<i>Modelo de elementos finitos</i>	67
Figura 5.13	<i>Configuración interna del modelo</i>	68
Figura 5.14	<i>Asignación de materiales en el modelo</i>	69
Figura 5.15	<i>Isométrico del modelo global del conjunto torres fachada</i>	70
Figura 5.16	<i>Vista posterior del modelo global del conjunto torres fachada</i>	71

## **CAPÍTULO 6. ANALISIS ESTRUCTURAL**

Figura 6.1	<i>Configuración original de la estructura</i>	74
Figura 6.2	<i>Primer modo de vibrar (deformación normal a la fachada)</i>	75
Figura 6.3	<i>Segundo modo de vibrar (tipo torsional)</i>	75
Figura 6.4	<i>Tercer modo de vibrar de la estructura (desplazamiento paralelo al eje de la fachada)</i>	76
Figura 6.5	<i>Cuarto modo de vibrar de la estructura (desplazamiento opuesto de las torres comprimiendo el muro de la fachada)</i>	76
Figura 6.6	<i>Quinto modo de vibrar (torsión)</i>	77
Figura 6.7	<i>Primer modo de vibrar (periodo de 0.74 seg.)</i>	79
Figura 6.8	<i>Segundo modo de vibrar (0.7299 seg.)</i>	79
Figura 6.9	<i>Tercer modo de vibrar (0.6802 seg.)</i>	80
Figura 6.10	<i>Cuarto modo de vibrar (0.662 seg.)</i>	80
Figura 6.11	<i>Quinto modo de vibrar (0.3058 seg.)</i>	81
Figura 6.12	<i>Sexto modo de vibrar (0.2754 seg.)</i>	81
Figura 6.13	<i>Séptimo modo de vibrar (0.2544 seg.)</i>	82
Figura 6.14	<i>Octavo modo de vibrar (0.2457 seg.)</i>	82
Figura 6.15	<i>Noveno modo de vibrar (0.2262 seg.)</i>	83
Figura 6.16	<i>Decimo modo de vibrar (0.2150 seg.)</i>	83
Figura 6.17	<i>a) Modelo de elementos finitos izquierdo. b) Modelo de elementos finitos derecho</i>	84
Figura 6.18	<i>Modelos izquierdo y derecho con soportes en la base y resortes en la frontera central</i>	86
Figura 6.19	<i>Espectro de demanda artificial para un período de retorno de 475 años</i>	87
Figura 6.20	<i>Espectro de demanda artificial para un período de retorno de 975 años</i>	88
Figura 6.21	<i>Estado agrietado de arcos poligonales y arcos formeros del primer campanario de la torre oriente</i>	89
Figura 6.22	<i>Contornos de esfuerzos principales para un estado de cargas verticales</i>	90
Figura 6.23	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en sentido X para un período de retorno de 475 años</i>	91
Figura 6.24	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en sentido X para un período de retorno de 975 años</i>	91
Figura 6.25	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales</i>	92
Figura 6.26	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 475 años</i>	92



Figura 6.27	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 975 años</i>	93
Figura 6.28	<i>Contornos de esfuerzos principales para un estado de cargas verticales</i>	94
Figura 6.29	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección X para un período de retorno de 475 años</i>	94
Figura 6.30	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección X para un período de retorno de 475 años</i>	95
Figura 6.31	<i>Estado agrietado de arcos poligonales del primer campanario de la torre oriente</i>	96
Figura 6.32	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales para la torre Oriente</i>	96
Figura 6.33	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 475 años</i>	97
Figura 6.34	<i>Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 975 años</i>	97
Figura 6.35	<i>Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 475 años en dirección X y la señal obtenida en la punta de la torre Oriente, con un FAD= 2.732</i>	99
Figura 6.36	<i>Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 475 años en dirección Y y la señal obtenida en la punta de la torre Oriente, con un FAD= 1.971</i>	100
Figura 6.37	<i>Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 975 años en dirección X y la señal obtenida en la punta de la torre Poniente, con un FAD= 2.836</i>	101
Figura 6.38	<i>Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 975 años en dirección Y y la señal obtenida en la punta de la torre Poniente, con un FAD= 2.051</i>	101
Figura 6.39	<i>Espectro de Fourier, período de retorno de 475 años en sentido X, torre Orienté</i>	102
Figura 6.40	<i>Espectro de Fourier, período de retorno de 475 años en sentido Y, torre Orienté</i>	103
Figura 6.41	<i>Espectro de Fourier, período de retorno de 975 años en sentido X, torre Poniente</i>	104
Figura 6.42	<i>Espectro de Fourier, período de retorno de 975 años en sentido Y, torre Poniente</i>	104

Figura 6.43	<i>Modelo de fisuración fija multi-direccional en el sistema n-t</i>	108
Figura 6.44	<i>Relación entre parámetros de fisuración tradicional y secante</i>	109
Figura 6.45	<i>Condición de cedencia para los modelos de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager</i>	111
Figura 6.46	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección -Y</i>	116
Figura 6.47	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección -Y</i>	116
Figura 6.48	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección +Y</i>	117
Figura 6.49	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección +Y</i>	117
Figura 6.50	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección -X</i>	118
Figura 6.51	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección -X</i>	118
Figura 6.52	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección +X</i>	119
Figura 6.53	<i>Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección +X</i>	119
Figura 6.54	<i>Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección -Y</i>	121
Figura 6.55	<i>Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección -Y</i>	121
Figura 6.56	<i>Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección -Y</i>	122
Figura 6.57	<i>Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección -Y</i>	122
Figura 6.58	<i>Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección -Y</i>	123
Figura 6.59	<i>Curvas de capacidad para el piso de la primer cámara, empuje en dirección -Y</i>	123
Figura 6.60	<i>Curvas de capacidad para el plano del muro de la fachada, empuje en dirección -Y</i>	124
Figura 6.61	<i>Curvas de capacidad para la clave de naves, empuje en dirección -Y</i>	124
Figura 6.62	<i>Curvas de capacidad para la clave de arcos formeros, empuje en dirección -Y</i>	125

## **CAPÍTULO 7. EVALUACIÓN DE LA VULNERABILIDAD SÍSMICA DEL CONJUNTO TORRES–FACHADA**

Figura 7.1	<i>Espectro de capacidad</i>	130
Figura 7.2	<i>Espectro de capacidad para la punta de la torre Oriente, empuje en dirección +Y</i>	131
Figura 7.3	<i>Espectro de capacidad para la punta de la torre Poniente, empuje en dirección +Y</i>	131
Figura 7.4	<i>Espectro de capacidad para la clave de la nave central, empuje en dirección -X</i>	132
Figura 7.5	<i>Espectro de capacidad para la clave de la nave lateral izquierda, empuje en dirección +X</i>	132
Figura 7.6	<i>Espectros de capacidad continuo y bilineal para la punta de la torre Oriente</i>	133
Figura 7.7	<i>Espectros de capacidad continuo y bilineal para la punta de la torre Poniente</i>	134
Figura 7.8	<i>Espectros de capacidad continuo y bilineal para la clave de la nave central</i>	134
Figura 7.9	<i>Espectros de capacidad continuo y bilineal para la clave de la nave lateral izquierda</i>	135
Figura 7.10	<i>Punto de desempeño en el rango elástico de la curva de capacidad</i>	136
Figura 7.11	<i>Punto de desempeño en el rango inelástico del espectro de capacidad</i>	136
Figura 7.12	<i>Procedimiento para el espectro de capacidad (modelo de capacidad elástico perfectamente-plástico)</i>	137
Figura 7.13	<i>Espectros de demandad para un periodo de retorno de 475 y 975 años</i>	139
Figura 7.14	<i>Punto de desempeño para la torre Oriente correspondiente a un periodo de retorno de 475 años</i>	140
Figura 7.15	<i>Punto de desempeño para la torre Poniente correspondiente a un periodo de retorno de 475 años</i>	140
Figura 7.16	<i>Punto de desempeño para la nave central correspondiente a un periodo de retorno de 475 años</i>	141
Figura 7.17	<i>Punto de desempeño de la nave lateral izquierda para un periodo de retorno de 475 años</i>	141
Figura 7.18	<i>Punto de desempeño para la torre Oriente correspondiente a un periodo de retorno de 975 años</i>	142
Figura 7.19	<i>Punto de desempeño para la torre Poniente correspondiente a un periodo de retorno de 975 años</i>	143

Figura 7.20	<i>Punto de desempeño para la nave central correspondiente a un periodo de retorno de 975 años</i>	143
Figura 7.21	<i>Punto de desempeño de la nave lateral izquierda para un periodo de retorno de 975 años</i>	144
Figura 7.22	<i>Rangos para los umbrales de daño sobre un espectro de capacidad bilineal</i>	146
Figura 7.23	<i>Curvas de fragilidad correspondientes a la torre Oriente</i>	149
Figura 7.24	<i>Curvas de fragilidad correspondientes a la torre Poniente</i>	150
Figura 7.25	<i>Curvas de fragilidad correspondientes a la nave central</i>	150
Figura 7.26	<i>Curvas de fragilidad correspondientes a la nave lateral izquierda</i>	151

## **ANEXO A CURVAS DE CAPACIDAD**

Figura A.1	<i>Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección +Y</i>	161
Figura A.2	<i>Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección +Y</i>	161
Figura A.3	<i>Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección +Y</i>	162
Figura A.4	<i>Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección +Y.</i>	162
Figura A.5	<i>Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección +Y</i>	163
Figura A.6	<i>Curvas de capacidad para el piso de la primera cámara, empuje en dirección +Y</i>	163
Figura A.7	<i>Curvas de capacidad para el muro de la fachada, empuje en dirección +Y</i>	164
Figura A.8	<i>Curvas de capacidad para la clave de las naves, empuje en dirección +Y</i>	164
Figura A.9	<i>Curvas de capacidad para la clave de arcos principales, empuje en dirección +Y</i>	165
Figura A.10	<i>Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección +X</i>	165
Figura A.11	<i>Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección +X</i>	166
Figura A.12	<i>Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección +X</i>	166
Figura A.13	<i>Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección +X</i>	167
Figura A.14	<i>Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección +X</i>	167

Figura A.15	<i>Curvas de capacidad para el piso de la primer cámara, empuje en dirección +X</i>	168
Figura A.16	<i>Curvas de capacidad para el muro de la fachada, empuje en dirección +X</i>	168
Figura A.17	<i>Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de naves, empuje en dirección +X</i>	169
Figura A.18	<i>Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de arcos principales, empuje en dirección +X</i>	169
Figura A.19	<i>Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de naves, empuje en dirección +X</i>	170
Figura A.20	<i>Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de arcos principales, empuje en dirección +X</i>	170
Figura A.21	<i>Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección -X</i>	171
Figura A.22	<i>Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección -X</i>	171
Figura A.23	<i>Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección -X</i>	172
Figura A.24	<i>Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección -X</i>	172
Figura A.25	<i>Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección -X</i>	173
Figura A.26	<i>Curvas de capacidad para el piso de la primer cámara, empuje en dirección -X</i>	173
Figura A.27	<i>Curvas de capacidad para el muro de la fachada, empuje en dirección -X</i>	174
Figura A.28	<i>Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de naves, empuje en dirección -X</i>	174
Figura A.29	<i>Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de arcos principales, empuje en dirección +X</i>	175
Figura A.30	<i>Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de naves, empuje en dirección -X</i>	175
Figura A.31	<i>Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de arcos principales, empuje en dirección -X</i>	176

# ÍNDICE DE TABLAS

## **CAPÍTULO 4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES PARA LA CATEDRAL DE MORELIA**

Tabla 4.1	<i>Decremento Logarítmico y Coeficiente de Amortiguamiento para la torre Oriente</i>	56
-----------	--	----

## **CAPÍTULO 6. ANALISIS ESTRUCTURAL**

Tabla 6.1	<i>Propiedades mecánicas del modelo calibrado</i>	73
Tabla 6.2	<i>Periodos y frecuencias del modelo calibrado</i>	77
Tabla 6.3	<i>Propiedades mecánicas del segundo modelo calibrado</i>	78
Tabla 6.4	<i>Periodos y frecuencias del segundo modelo calibrado</i>	84
Tabla 6.5	<i>Parámetros empleados para el análisis no lineal del modelo de la Catedral de Morelia</i>	114
Tabla 6.6	<i>Parámetros a introducir para el análisis no lineal en el programa DIANA</i>	115

## **CAPÍTULO 7. EVALUACIÓN DE LA VULNERABILIDAD SÍSMICA DEL CONJUNTO TORRES-FACHADA**

Tabla 7.1	<i>Puntos de Desempeño</i>	144
Tabla 7.2	<i>Valores y descripción para los umbrales de daño.</i>	145
Tabla 7.3	<i>Valores de los umbrales de daño para los puntos de estudio</i>	145
Tabla 7.4	<i>Grados de daño esperados</i>	146
Tabla 7.5	<i>Matrices de probabilidad de daño para la torre Oriente en función del punto de desempeño obtenido</i>	151
Tabla 7.6	<i>Matrices de probabilidad de daño del punto de desempeño obtenido para la torre Poniente</i>	151
Tabla 7.7	<i>Matrices de probabilidad de daño para la nave central en función del punto de desempeño obtenido</i>	152
Tabla 7.8	<i>Matrices de probabilidad de daño del punto de desempeño obtenido para la nave lateral izquierda</i>	152

## DEDICATORIA

A Aquel en cuyo nombre fue erigida esta bella joya.

A quienes me dieron la oportunidad de gozar de esta vida.

A quienes me dieron la mano y más que mentores, son mis amigos.

A quienes recorrieron a mi lado el camino para llegar a este punto.

Al programa visionario cuya adopción hizo posible este proyecto.

A mi compañera de vida. Te amo Iraís.





### 1. INTRODUCCIÓN

#### 1.1 JUSTIFICACIÓN

La Catedral es un monumento emblemático de la ciudad de Morelia, y realza la arquitectura colonial del centro histórico el cual fue declarado Patrimonio Cultural de la Humanidad por la UNESCO en el año de 1991. Como es sabido, Morelia se encuentra ubicada en una zona de alta sismicidad, por lo que la antigua edificación de la Catedral es susceptible de sufrir deterioro estructural importante, esto debido a los drásticos cambios de rigideces que se presentan tanto en elevación como en planta, estos últimos son causados por la compleja interacción con los elementos existentes de menor altura.

Lo anterior, demanda entonces la realización de estudios que pongan de manifiesto los riesgos a los cuales se podría enfrentar ésta edificación ante sismos reales de gran intensidad en un futuro próximo. Sin embargo, para estimar adecuadamente el comportamiento de este tipo de estructuras, resulta necesario conocer las propiedades mecánicas de sus materiales, las cuales son sumamente complejas de obtener, ya que implicarían la necesidad de realizar pruebas destructivas o semidestructivas que están prohibidas para este tipo de estructura; por lo que, y con la finalidad de estimar su comportamiento estructural, será necesario realizar pruebas experimentales no destructivas, que permitan calibrar un modelo analítico 3D de las Torres en interacción con la fachada y las naves principales de Catedral. Adicionalmente, con la incorporación de niveles de demanda sísmica obtenidos específicamente para el sitio, será posible estimar razonablemente la vulnerabilidad sísmica de la estructura. De esta manera, se estará en las mejores condiciones para tomar decisiones relativas a posibles intervenciones estructurales encaminadas a la preservación de esta joya de la arquitectura nacional.



## 1.2 ANTECEDENTES

Los edificios históricos de la ciudad de Morelia se han visto sujetos principalmente a intervenciones superficiales de tipo estético, dejando de lado los estudios encaminados a la evaluación de la seguridad estructural de los mismos. Es importante reconocer que las estructuras con valor histórico son en su mayoría altamente vulnerables ante acciones sísmicas debido a que éstas en la mayoría de los casos presentan deterioros locales que ponen en riesgo su estabilidad estructural de las mismas, lo cual arroja un gran interés en la preservación de este tipo de edificios ante terremotos futuros. Es importante reconocer que los grandes avances en la tecnología y en técnicas numéricas, así como la existencia de pruebas no destructivas permiten ahora conocer de una forma aceptable el comportamiento dinámico de este tipo estructuras.

La magna Catedral de Morelia de estilo barroco del siglo XVII fue diseñada por Vicente Barroso de la Escayola, comenzó su construcción en el año de 1660 y para su edificación fueron necesarios ochenta y cuatro años durante los cuales fue suspendida la obra en diferentes etapas, lo que hizo que la estructura se viera sometida a diferentes estados de cargas no previstas en su época. Una vez concluida, la catedral se ha visto sujeta a terremotos históricos importantes, tales como el del 19 de junio de 1858, el cual muy seguramente indujo algún tipo de daño difícilmente detectable en la actualidad debido a las intervenciones más recientes.



### 1.3 OBJETIVOS DEL PROYECTO

#### 1.3.1 *Objetivo General*

- Obtener la vulnerabilidad sísmica de las Torres y fachada principal de la Catedral de Morelia.

#### 1.3.2 *Objetivos Particulares*

- Obtención experimental de las propiedades modales para las Torres y fachada principal de la Catedral de Morelia empleando técnicas de identificación dinámica.
- Construcción y calibración de un modelo analítico detallado de elementos finitos para la estructura.
- Estimación del binomio capacidad-demanda sobre el sistema estructural.
- Obtención de los estados de daño asociados a los niveles de demanda considerados.
- Formulación de conclusiones y líneas futuras de investigación.

### 1.4 METAS DEL PROYECTO

- Determinar experimentalmente las propiedades modales de la Catedral de Morelia empleando técnicas de identificación dinámica, considerando el presente trabajo como una primera contribución encaminada hacia la meta global.
- Finalizar la construcción del modelo analítico 3D a base elementos finitos para la estructura completa.
- Identificar el desempeño ante terremotos futuros para las Torres y fachada principal de la Catedral de Morelia, Michoacán, así como los niveles de daño esperados y sus probabilidades de ocurrencia asociadas.
- Con base en los resultados obtenidos, analizar el comportamiento de la estructura, la necesidad de estudios posteriores y el consecuente planteamiento de futuras propuestas de intervención.

- Establecer este trabajo como un primer paso hacia la obtención de escenarios de daño por sismo para los diferentes edificios históricos existentes en la ciudad de Morelia.

-

## 1.5 METODOLOGIA

- Recopilación de la información histórica y antecedentes estructurales relevantes (daños, restauraciones, reestructuraciones, reparaciones realizadas, etc).
- Medición de vibración ambiental en diferentes puntos sobre las Torres y fachada norte en interacción con las naves principales de la Catedral de Morelia, utilizando acelerómetros y unidades de adquisición de última generación.
- Instrumentación temporal sobre las Torres de la Catedral de Morelia para la obtención de registros sísmicos reales.
- Aplicación de técnicas de identificación estructural reconocidas a los registros acelerométricos obtenidos *in situ* para la obtención de las propiedades modales.
- Construcción de un modelo detallado 3D de elementos finitos para la estructura.
- Calibración del modelo numérico a partir de las propiedades dinámicas obtenidas experimentalmente.
- Definición de la demanda sísmica actuante considerando períodos de retorno de 475 y 975 años, además de las condiciones locales del terreno.
- Obtención del binomio capacidad-demanda.
- Generación de curvas de fragilidad y matrices de probabilidad de daño.
- Análisis y discusión de los resultados obtenidos.



### 2. ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO SOBRE VULNERABILIDAD SÍSMICA DE EDIFICIOS HISTÓRICOS RELIGIOSOS.

#### 2.1 INTRODUCCIÓN.

Durante varias décadas se ha gestionado el daño potencial al cual se encuentran expuestas las estructuras con valor histórico, patrimonio de la humanidad o símbolos de la sociedad a quien pertenecen. Por lo anterior, resalta la importancia de analizar el comportamiento que desempeñaría una estructura de este tipo ante cargas sísmicas, ya que en la actualidad presentan grandes deterioros debido a su antigüedad, al tipo de materiales usados y las técnicas constructivas con las que éstos fueron elaborados.

Se sabe que las estructuras antiguas han sufrido de forma despiadada el embate de los terremotos en diferentes partes del mundo, por ejemplo se puede comparar la peligrosidad sísmica existente al paso de los siglos en puntos distantes del planeta; como sucedió con el terremoto del 1° de noviembre de 1755 (M=8.6) en Lisboa, Portugal, el terremoto del 21 de enero de 2003 (M=7.6), en Colima, México, el terremoto del 6 abril del 2009 en L'Aquila, Abruzzo en Italia,

Otro ejemplo es el sismo del 15 de junio de 1999 (M=7.0) que sacudió la ciudad de Puebla, Puebla, con epicentro en Tehuacán. En el recuento de los daños: 800 inmuebles del patrimonio arquitectónico resultaron afectados en 120 municipios. Entre ellos las iglesias de la Compañía de Jesús, La Catedral, San Agustín, San Gabriel, el edificio Carolino y hasta el Palacio Municipal.

Sabiendo que las estructuras históricas son edificaciones sumamente susceptibles a sufrir daño ante este tipo de eventos sísmicos, sería conveniente tomar medidas de precaución para evitar pérdidas significativas en su estructuración que pueda llevarlas al colapso; pero para esto se tiene un factor en

contra, que es evitar en su totalidad cambios en la originalidad de la estructura en cuestión. Para esto es necesario hacer un análisis exhaustivo del estado actual de cada edificio en particular, debido a que por cuestiones de materiales y metodología constructiva, éstos presentan un comportamiento único ante cargas de servicio, solicitaciones accidentales, incluyendo para estas las reparaciones arquitectónicas y daños estructurales producto de fenómenos sísmicos a lo largo de su vida útil.

Sin embargo, para reducir las pérdidas debidas a los sismos, es necesario mejorar también el comportamiento de las estructuras antiguas. Tal mejora requiere una evaluación previa de su comportamiento sísmico esperado, lo que sienta las bases de los estudios de vulnerabilidad sísmica. Éstos están orientados hacia la predicción de daños esperados en estructuras, en el supuesto de que ocurra un terremoto de una cierta severidad. A partir de dicha predicción, pueden definirse soluciones de reducción de la vulnerabilidad estructural y, en consecuencia, de las pérdidas esperadas, es decir del riesgo sísmico.

La metodología Hazus (FEMA, 1999) revolucionó éste contexto en los Estados Unidos al lanzar una gran campaña para evaluar la vulnerabilidad de varios tipos de construcciones norteamericanas, combinando la observación con análisis estructurales no lineales. Sin embargo, las construcciones históricas de los Estados Unidos son relativamente recientes comparadas con las Europeas y las de Centro y Sudamérica, por lo que resulta de gran importancia desarrollar las herramientas necesarias para establecer funciones de vulnerabilidad para éstas últimas.



### 2.2 PANORAMA MUNDIAL.

En la actualidad no existen estadísticas mundiales de los daños causados por los sismos a las construcciones históricas, sin embargo existen algunas observaciones recientes llevadas a cabo por el Grupo Nazionale per la Difesa dai Terremoto (GNDT, 1999), la Dirección General de Edificios y Monumentos Nacionales (DGEMN, 1999), y el Colegio de Ingenieros Civiles del Estado de Puebla, A.C. en México, este último a través de la implementación de un Sistema Digital de Daños (SDD, aplicación al sismo de Tehuacán, Puebla, 1999).

Podemos mencionar algunos casos ocurridos en los últimos años que han tenido un gran impacto en el patrimonio histórico mundial, tales como el que se presentó en 1976 en Antigua, Guatemala, donde un gran terremoto destruyó la Catedral y causó daños en muchas otras iglesias. En el mismo año, la región de Udine en el norte de Italia fue seriamente afectada por otros terremotos (Doglioni *et al.*, 1994), y lo mismo ocurrió en noviembre de 1980 en el sur de Italia durante el terremoto de Irpinia.

El terremoto del 15 de junio de 1999 ( $M=7.0$ ) con epicentro al suroeste de la ciudad de Tehuacán, Puebla causó daños importantes en más de 600 iglesias (Jiménez, *et al.*, 1999). El patrón de comportamiento reportado indica fisuras diagonales en las zonas de unión entre las torres campanario y los muros frontales, grietas longitudinales en la clave de bóvedas cilíndricas producidas por la abertura de los muros longitudinales de apoyo, fisuras en cúpulas y caída de bloques ornamentales. Cabe mencionar que el terremoto del 19 de septiembre de 1985 ( $M=8.1$ ) que causó el colapso de más de 5000 edificios de concreto reforzado en la ciudad de México (edificaciones entre 15 y 20 niveles), no haya provocado daños en los edificios históricos como lo hizo el del 15 de junio de 1999; lo anterior lo explica el hecho de que la máxima ordenada espectral para la ciudad de México (en 1985) fue de prácticamente  $S_a=1.0g$  para  $T=2s$ , mientras

que para Puebla (en 1999) se tuvo un valor de  $S_a=0.66g$  asociado a un período de vibración  $T=0.85s$ , el cual es muy común encontrarlo en los edificios históricos de carácter religioso. Esto explica el hecho de que los desplazamientos en construcciones antiguas se vieran amplificados, por la coincidencia de frecuencias (ordenadas espectrales máximas) en los rangos de períodos propios típicos para este tipo de estructuras.

Pero han sido los terremotos de Umbria-Marcas (Italia) en 1997 los que más daños han causado al patrimonio histórico; más de 2250 iglesias sufrieron daños en la región cercana a Assisi en el centro de Italia. La crisis estuvo formada por 4 eventos principales con magnitud  $M_w$  del orden de 6. Dicha serie causó daños a 1815 iglesias en Umbria (D' Ayala, 2000) y a 1450 en Marcas, sin un gran número de colapsos totales pero con importantes pérdidas en el patrimonio histórico debido a colapsos parciales y fisuras. Cerca de un tercio de estas estructuras habían sido sometidas a algún tipo de refuerzo (vigas perimetrales, tensores transversales y/o longitudinales, forjados de concreto o combinaciones), y los patrones de daño resultantes fueron altamente dependientes de este tipo de intervenciones. Se observó que la eficiencia de la técnica empleada depende del tipo de daño involucrado, lo cual requiere de investigaciones adicionales (Lagomarsino, 1988).

El nivel de vulnerabilidad presentado por iglesias y otras estructuras monumentales ante acciones sísmicas, en general es mayor que en edificios ordinarios debido a la existencia de grandes claros y esbelteces, lo cual deberá tenerse muy en cuenta cuando se asignen intensidades a un sitio o región en función de la vulnerabilidad observada, ya que ésta última podría sobreestimarse.



### 2.3 EVALUACIÓN DE LA VULNERABILIDAD

La vulnerabilidad sísmica se define como la predisposición de una estructura de ser susceptible a sufrir un cierto daño, como consecuencia de un terremoto de cierta intensidad. Por otro lado, el riesgo sísmico es la probabilidad de pérdida de la estructura como consecuencia de un terremoto con una cierta intensidad durante un cierto período de exposición. La función de vulnerabilidad de una estructura es aquella que describe de forma gráfica o matemática su vulnerabilidad para varias intensidades de movimiento del terreno, siendo estos valores expresados mediante algún parámetro físico que bien puede ser la aceleración máxima del terreno, o la intensidad en cualquier escala macrosísmica (Caicedo *et al.*, 1994).

La vulnerabilidad es entonces una característica intrínseca de las estructuras, que depende del criterio empleado para su diseño y a su vez es independiente de la peligrosidad sísmica del sitio donde estén ubicadas. Se puede afirmar que cada estructura (o tipo de estructuras) tiene su propia función de vulnerabilidad, y la determinación de esta última variará para comportamientos estructurales distintos (Caicedo *et al.*, 1994).

La respuesta dinámica de una estructura en interacción con el movimiento del terreno es muy compleja ya que depende de varios parámetros interrelacionados, extremadamente complejos de predecir de forma precisa. Esto incluye el carácter exacto del movimiento del terreno que la estructura experimentará, la resistencia de los materiales, la calidad de la construcción (a nivel de elementos o de forma global), la interacción de la estructura principal con los elementos no estructurales, las cargas vivas existentes, entre otros factores. Muchos de los parámetros anteriores pueden ser estimados, pero nunca conocidos de forma precisa. Consecuentemente, las funciones de vulnerabilidad deben ser desarrolladas dentro de niveles de confianza.



Las funciones de vulnerabilidad (o modelos de fragilidad) de un elemento en riesgo representan la probabilidad de que su respuesta ante solicitaciones sísmicas exceda varios de sus límites o estados de desempeño, definidos en base a sus consideraciones físicas y socio-económicas.

La vulnerabilidad puede obtenerse a partir del análisis mediante modelos numéricos del daño sísmico en estructuras, de pruebas de laboratorio o de la inspección de edificios existentes. Lo anterior conlleva a realizar una clara distinción entre la *vulnerabilidad observada*, la cual es derivada de la observación de daños posteriores a un terremoto y del análisis estadístico de los mismos para algún tipo de estructura definida, y la *vulnerabilidad calculada*, que es la obtenida de un análisis matemático mediante un modelo estructural analítico, o a partir de ensayos en laboratorio de modelos a escala y cuyos resultados han sido expresados en términos probabilísticos (Caicedo *et al.*, 1994).

Evaluar la vulnerabilidad sísmica de edificios (en especial de tipo histórico religioso) conlleva enfrentarse a múltiples dificultades, por ejemplo, los métodos clasificados dentro de la conocida vulnerabilidad calculada emplean la modelación analítica para simular el comportamiento ante acciones sísmicas de diseño. Sin embargo, estos métodos no son analíticos del todo, ya que durante la calibración del modelo se requiere de parámetros que en algunas ocasiones se pueden obtener a partir de ensayos de laboratorio o bien de pruebas no destructivas en el sitio, las cuales permiten comprobar la eficiencia del método para predecir el daño observado en la estructura (Lagomarsino *et al.*, 2003). Debido a que estas pruebas se realizan a nivel de elementos estructurales aislados, para facilitar la identificación de los parámetros sensibles del modelo, estos métodos requieren de una combinación ponderada del daño calculado para dichos miembros con el fin de obtener un índice global de daño (Caicedo *et al.*, 1994). Este índice por sí solo es insuficiente para evaluar el comportamiento sísmico de un edificio completo.



Para darle una validez de tipo práctico, su valor numérico debe ser “calibrado” con el daño real observado en las estructuras, después de la ocurrencia de terremotos.

Los métodos clasificados para la vulnerabilidad observada se basan en la observación del daño ocurrido en estructuras durante sismos o, a falta de éstos, de la opinión subjetiva de expertos. Durante la fase de desarrollo de estos métodos subjetivos, en muchas ocasiones se utilizan características completamente objetivas desde el punto de vista estructural, como la utilización del coeficiente sísmico como una medida de capacidad de la estructura para resistir terremotos, o el uso de un parámetro de respuesta tal como lo es el desplazamiento del nivel superior de la estructura para determinar el daño en el sistema.

Cabe resaltar que los métodos subjetivos son más bien apropiados para la evaluación de la vulnerabilidad de edificios a escala local o regional, debido a que éstos permiten analizar una gran cantidad de estructuras a menor costo. Por otra parte, los métodos analíticos son adecuados para el análisis detallado de estructuras particulares o especiales, y son utilizados cuando los métodos simplificados o subjetivos indican que el sistema en estudio no tiene la capacidad necesaria para resistir las fuerzas cortantes horizontales de diseño.

El método del índice de vulnerabilidad utiliza los datos obtenidos mediante inspección para realizar una calificación de la calidad del diseño y construcción sismorresistente de los edificios mediante un coeficiente denominado índice de vulnerabilidad,  $I_v$ . El método hace una calificación numérica de once parámetros estructurales preestablecidos por expertos y calcula, a partir de estos valores, el índice de vulnerabilidad. En el caso de los edificios de mampostería no reforzada, estos parámetros son: 1) organización del sistema resistente; 2) calidad del sistema resistente; 3) resistencia convencional; 4) influencia de la cimentación; 5) elementos horizontales; 6) configuración en planta; 7) configuración en elevación;

8) separación máxima entre muros; 9) tipo de cubierta; 10) elementos no estructurales; y 11) estado de conservación. El método relaciona luego el índice de vulnerabilidad obtenido,  $I_v$ , con el grado de daño global,  $D$ , que sufre la estructura, a través de funciones de vulnerabilidad para cada grado de intensidad macrosísmica del terremoto o para diferentes niveles de aceleración máxima. Una de las ventajas del método es que es aplicable no sólo a diferentes subtipologías de edificios sino también a diferentes calidades de estructuras dentro de la misma subtipología, diferenciadas por rangos de índices de vulnerabilidad.

## 2.4 LA VULNERABILIDAD SÍSMICA DE IGLESIAS

Los daños en iglesias producidos por terremotos son muy variados. Los más frecuentes son:

- 1) Daños en la torres (implicando su caída en algunos casos)
- 2) Separación de los muros perimetrales principales, por rotación en relación a la línea de cimentación.
- 3) Agrietamiento de los muros perimetrales producido por fuerzas cortantes en el plano y grandes aberturas en los mismos
- 4) Colapso total o parcial en esquinas.
- 5) Aplastamiento de elementos verticales (columnas y muros) debido a cargas axiales altas.
- 6) Daños en regiones localizadas fuera de la estructura principal.

La naturaleza de estos daños depende de muchas variables tales como la presencia de conectores que restrinjan los muros, el estado de deterioro, el tipo de suelo o las características de la acción sísmica (incluyendo el efecto de componentes verticales). Crespellani y Uzielli (2001) demostraron claramente que el daño en construcciones históricas tiene mucho que ver con el tipo de terreno sobre el que se encuentran construidas. El contenido espectral y la evolución temporal observada en registros de sismos fuertes, son de importancia crítica para



el desempeño de la estructura. Estos aspectos dependen mucho de la proximidad a la falla, de la presencia de suelos blandos y de la topografía del lugar. Doglioni *et al.* (1994) considera que las iglesias están formadas por elementos arquitectónicos repetitivos caracterizados por tener una respuesta sísmica que es autónoma del resto del edificio. Dichos elementos son llamados *macroelementos* y se muestran en la figura 2.1.

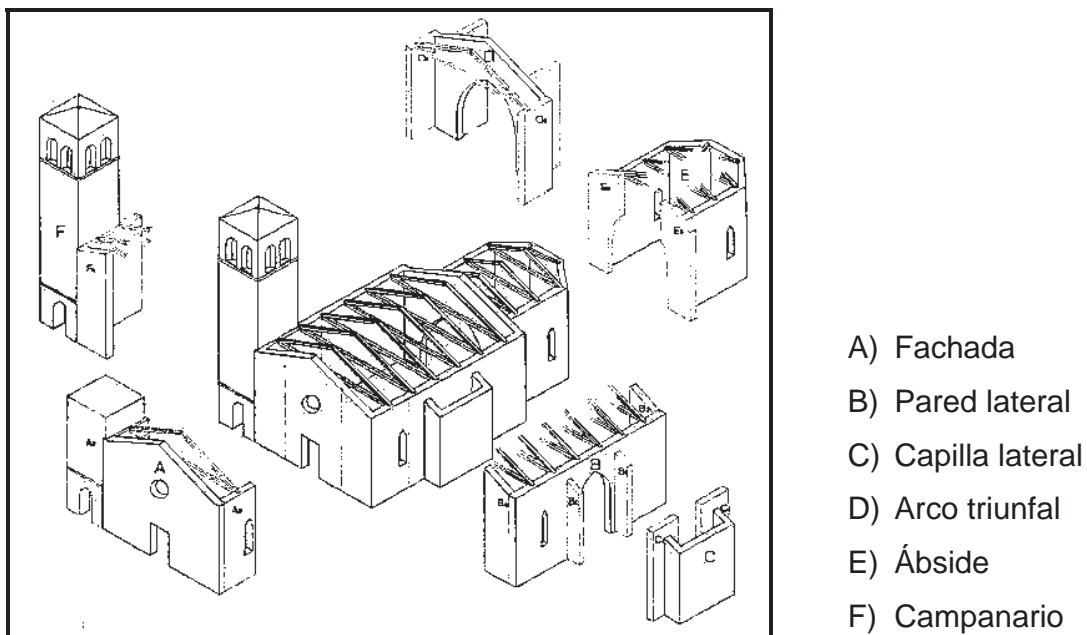


Figura 2.1 División de una iglesia en macroelementos (Lagomarsino, 1998)

Por lo tanto el concepto de macroelemento permite analizar las partes más vulnerables de la iglesia, las cuales están caracterizadas por la activación de mecanismos de colapso parciales. El comportamiento sísmico global se obtendrá entonces como la suma de la contribución de cada macroelemento presente en la estructura. Augusti *et al.* (1994) hace distinciones entre los diferentes macroelementos calificando de *críticos* a aquellos cuyo colapso implican la destrucción de todo el edificio, y de *no críticos* a los que su colapso no necesariamente conlleva a la destrucción de toda la estructura.

En la figura 2.2 a 2.4 se muestra una representación esquemática de los mecanismos de daño en iglesias según Lagomarsino (1998), propuestos a partir de la observación del comportamiento estructural durante terremotos pasado.

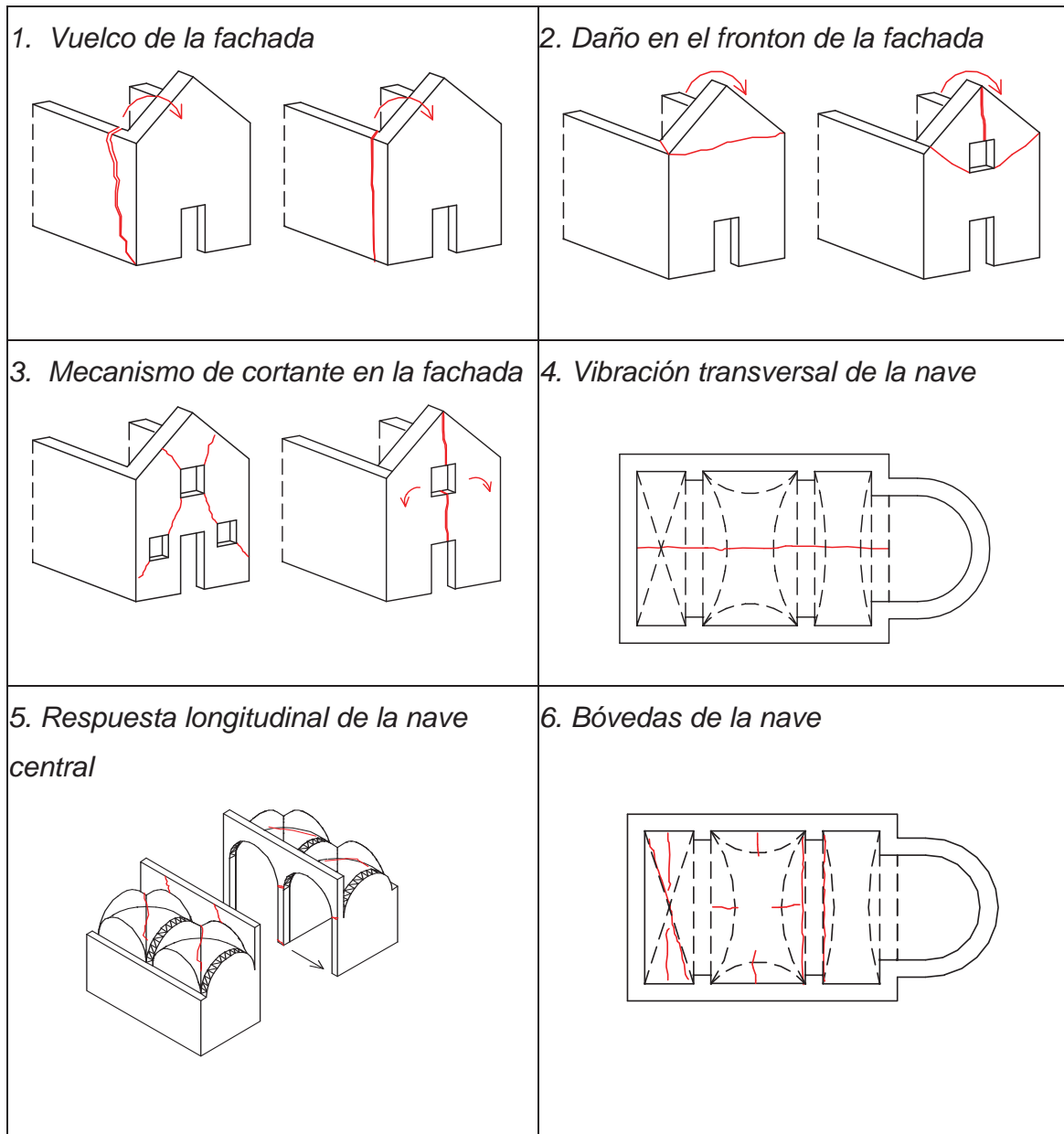


Figura 2.2 Mecanismos de daño en iglesias (Lagomarsino, 1998)

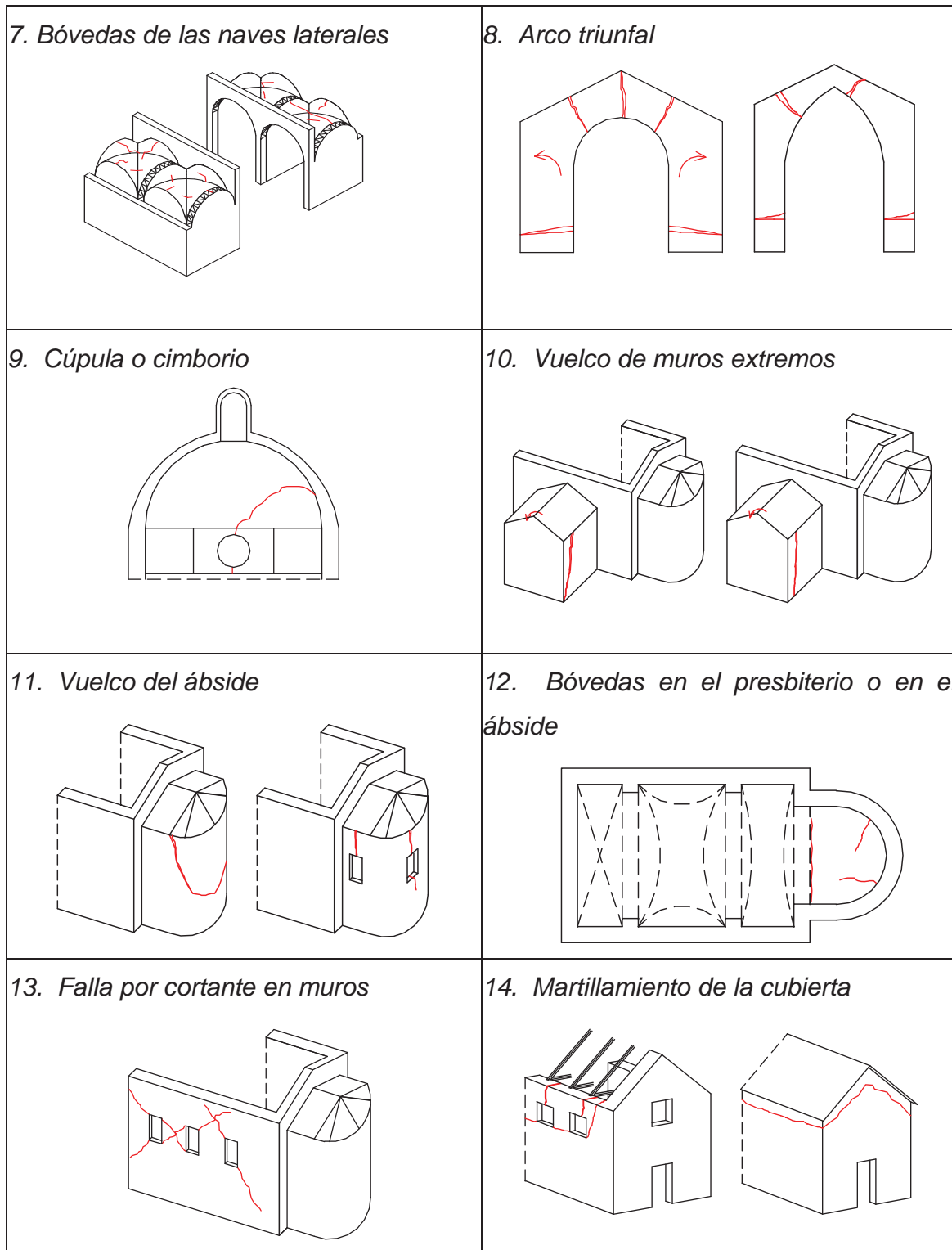


Figura 2.3 Mecanismos de daño en iglesias (Lagomarsino, 1998)

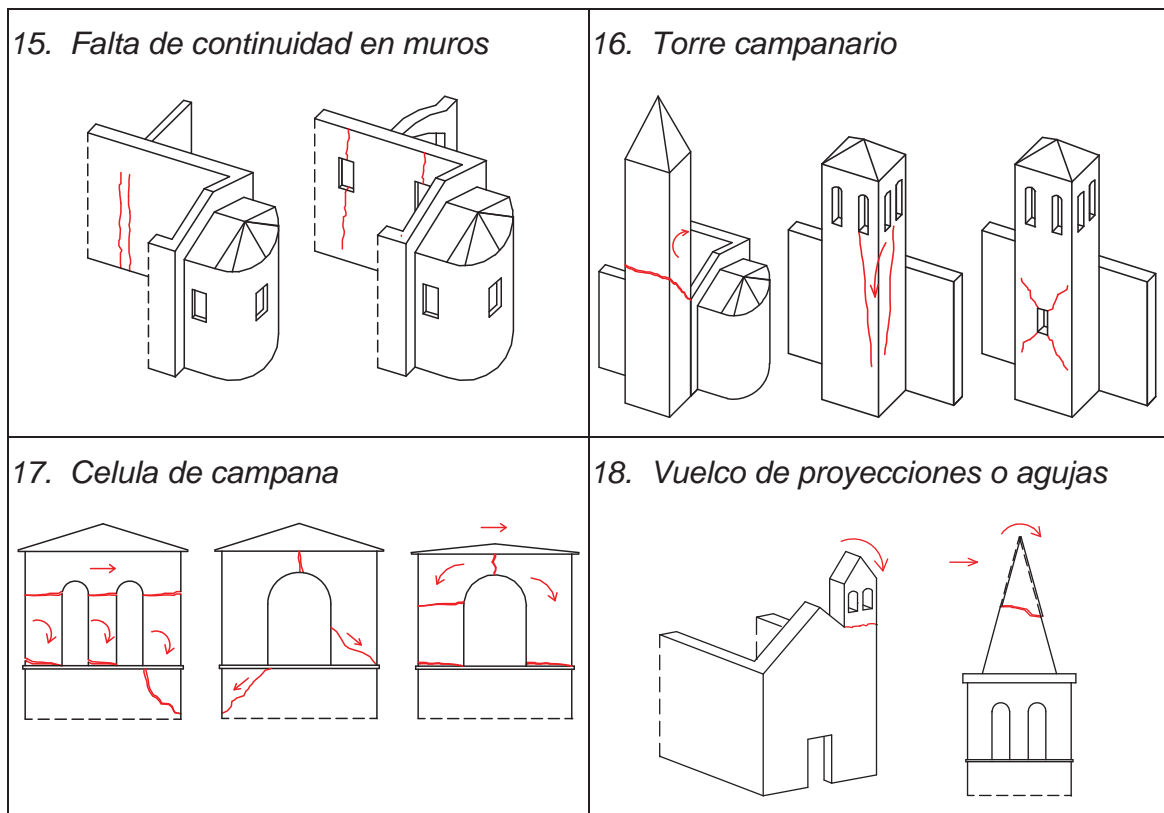


Figura 2.4 Mecanismos de daño en iglesias (Lagomarsino, 1998)

#### 2.4.1 Aplicaciones realizadas.

A continuación se presentan algunos de los estudios de vulnerabilidad sísmica calculada, realizados en Europa para edificios históricos de tipo religioso los cuales presentan características similares a las que posee la Catedral de Morelia, la cual analizaremos en el presente trabajo.

Uno de los trabajos fue realizado por Irizarri, Podestà y Resemini (2003), obtuvieron la vulnerabilidad sísmica para un pórtico tipo de la iglesia de Santa María del Mar en Barcelona, España. De los trabajos realizados generaron curvas de capacidad utilizando técnicas de elemento finito y análisis límite. Aplicaron dichas metodologías a un macroelemento 3D construido con elementos finitos tipo



placa, conformando los arcos, bóvedas, pilares y contrafuertes de la zona central del edificio (figura 2.5).

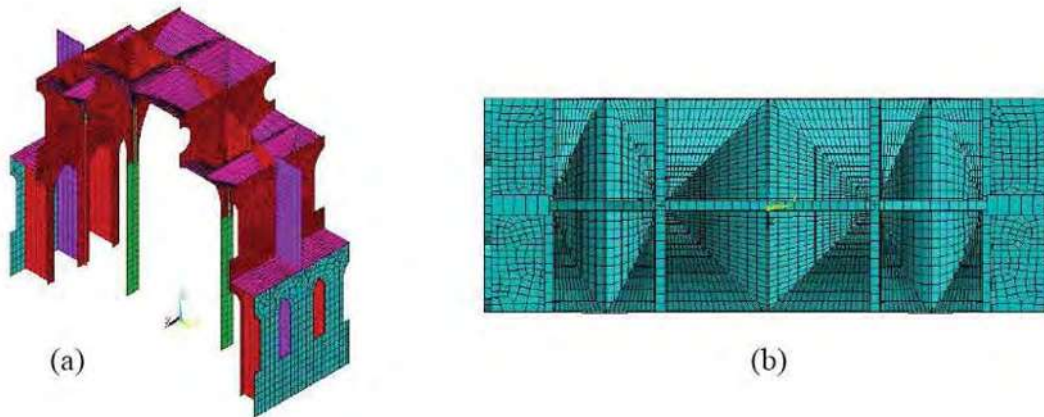


Figura 2.5 (a) Modelo de elemento finito para el macroelemento analizado; (b) Vista superior de las bóvedas en el modelo (Irizarri et al., 2003).

Los resultados obtenidos fueron los indicados en la figura 2.6.

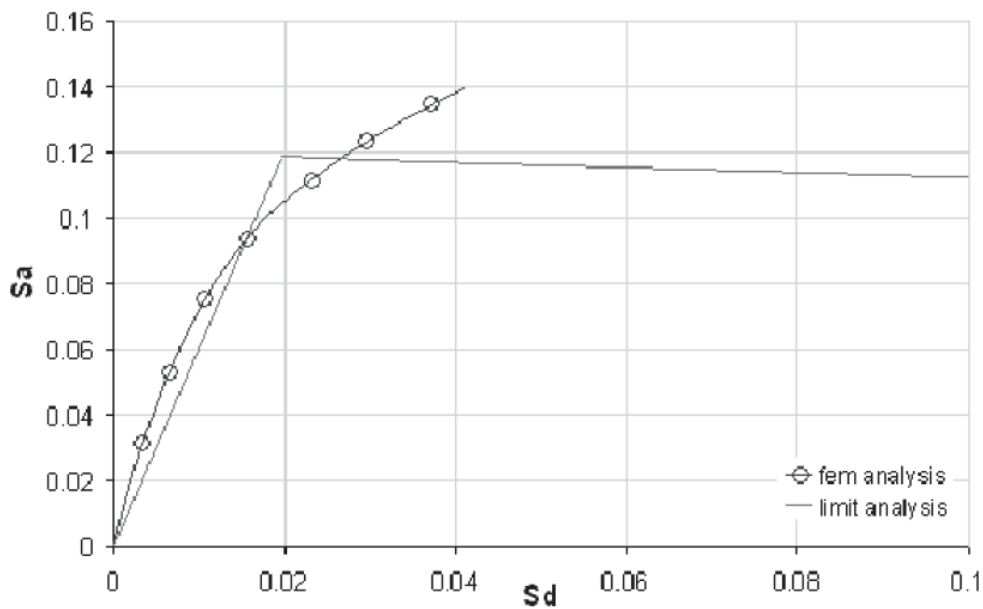
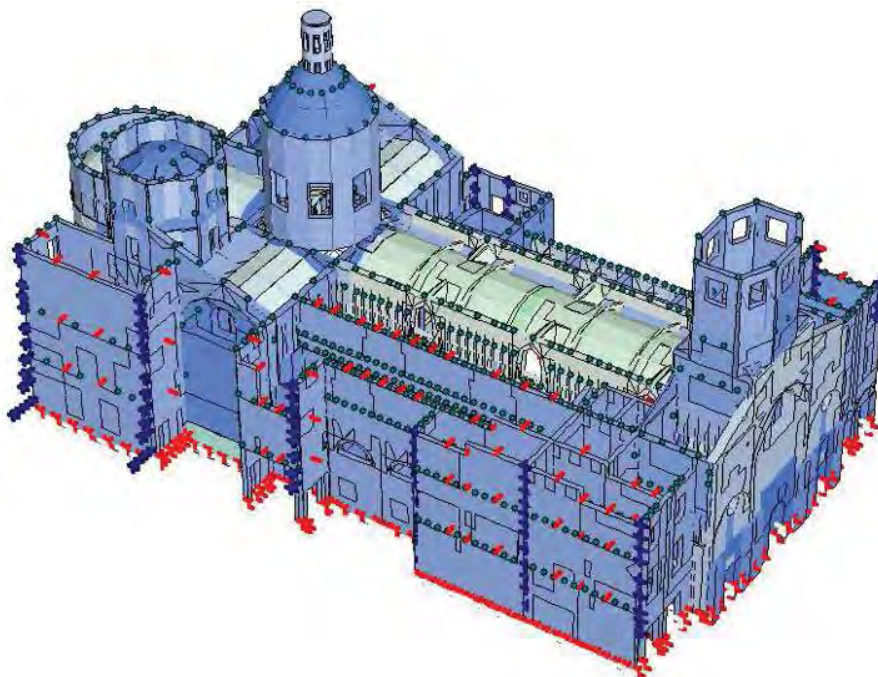


Figura 2.6 Comparación entre los espectros de capacidad obtenidos en el análisis de elementos finitos y el análisis límite según Irizarri et al., 2003 ( $S_a$  en g,  $S_d$  en m).



Para el caso anterior, Irizarri (2004) hace una estimación de daños en la estructura analizada utilizando espectros de demanda deterministas, probabilistas y los propuestos en la NCSR-02. De lo anterior, el autor encontró que se pueden esperar daños futuros de ligeros a moderados. Cabe destacar que en el estudio anterior, únicamente se analizó un solo macroelemento (correspondiente a la zona central de la iglesia), quedando la duda de si el resto de la estructura tendrá un comportamiento similar al reportado.

Otro trabajo realizado y uno de los pocos para los cuales se ha analizado la vulnerabilidad sísmica de un edificio de tipo religioso completo, es el realizado por Casarin (2006), en el cual, se evaluó el comportamiento de la catedral de Santa María Asunta (figura 2.7), en Regio Emilia, Italia. En el análisis se utilizó el método del elemento finito y el análisis límite, obteniendo curvas de capacidad para la fachada (fuera del plano), un macroelemento longitudinal a la nave y uno transversal a la misma (figuras 2.8 a 2.10).



*Figura 2.7 Modelo de elemento finito catedral de Santa María Asunta (Casarin, 2006)*

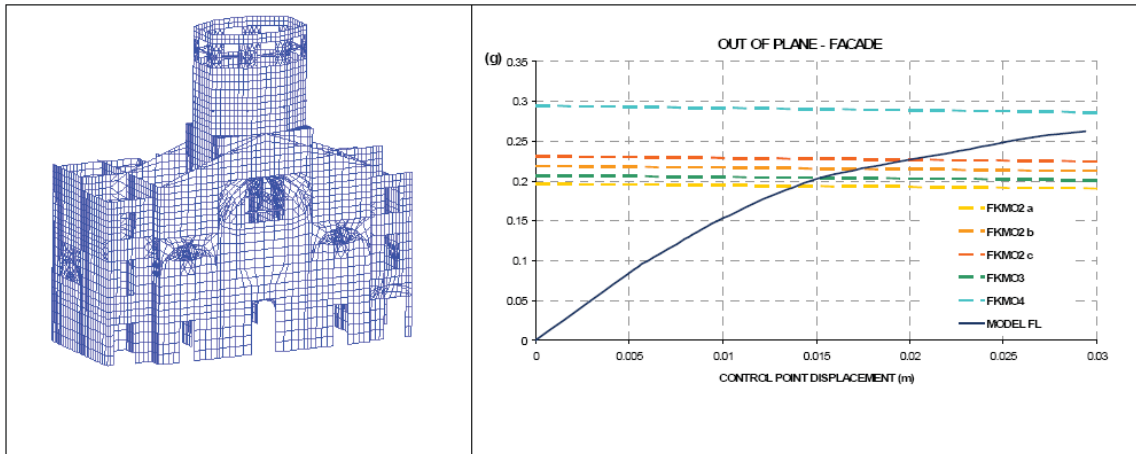


Figura 2.8 Curvas de capacidad para la fachada ante carga fuera del plano empleando elementos finitos tipo placa y análisis límite (Casarin, 2006).

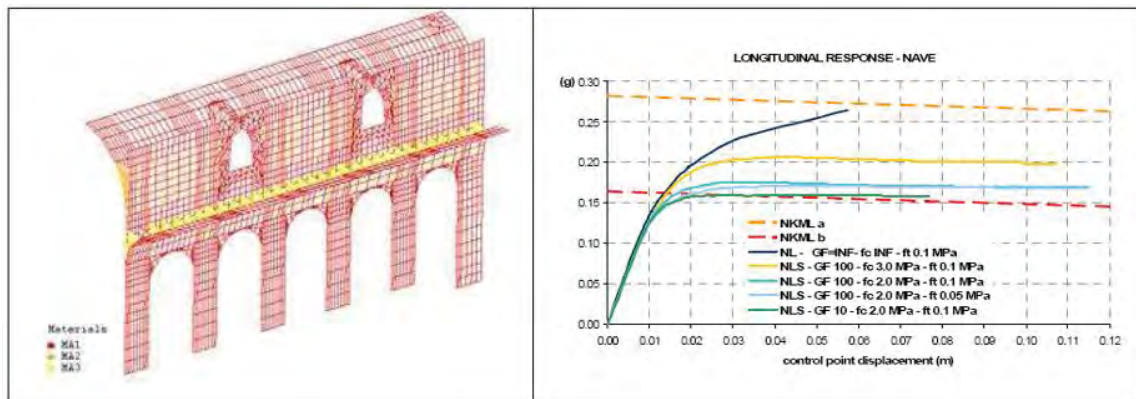


Figura 2.9 Curvas de capacidad para el macroelemento longitudinal a la nave (Casarin, 2006).

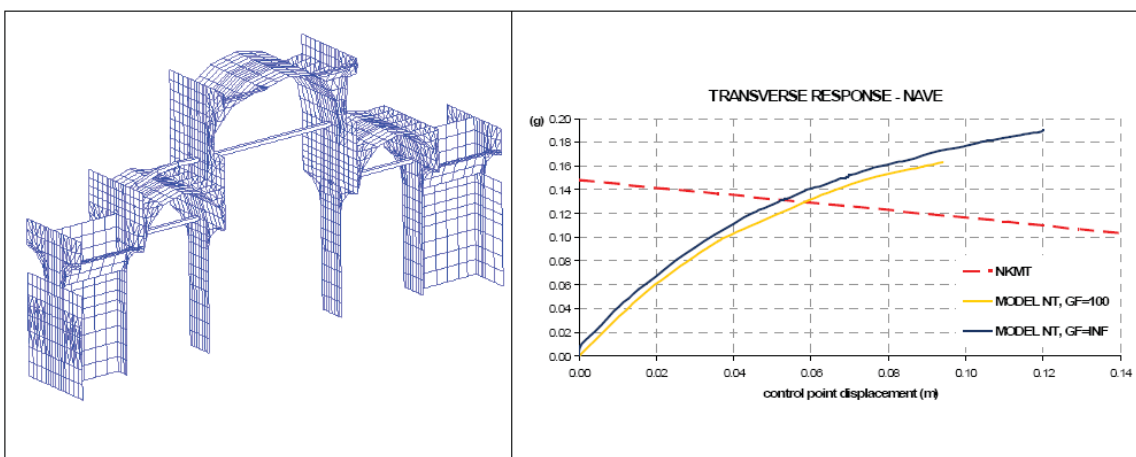


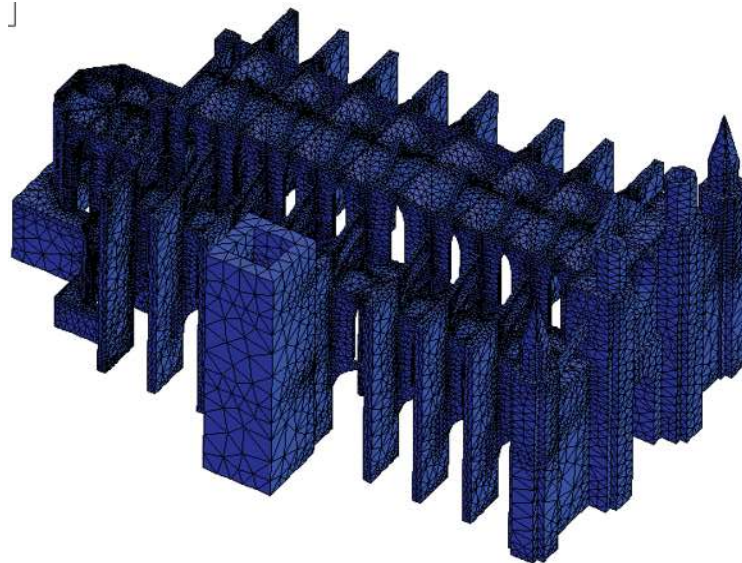
Figura 2.10 Curvas de capacidad para el macroelemento transversal a la nave (Casarin, 2006).

Casarin corrobora una buena correspondencia entre los resultados obtenidos con el análisis límite y el análisis de elemento finito, concluyendo además las siguientes características sobre ambas técnicas aplicadas a edificios históricos:

**Análisis Límite:** ha probado ser una herramienta válida y útil para la evaluación sísmica de edificios existentes de mampostería, requiriendo únicamente del conocimiento de unos cuantos parámetros (geometría, conexiones) y una meticulosa observación de los daños. Las limitaciones del método emergen cuando se tienen que analizar estructuras complejas, para las cuales, la definición del modo de falla no es trivial. La aplicación combinada con el método del elemento finito resulta de mucha ayuda en la definición de esquemas cinemáticos no ordinarios, cuyo análisis involucra mecanismos complejos.

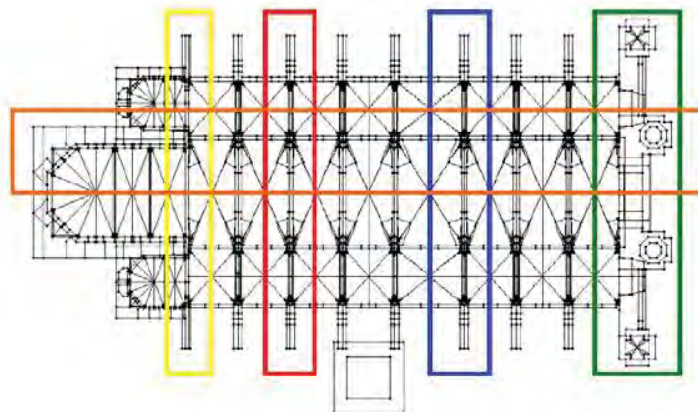
**Método del Elemento Finito:** esta técnica presenta una admirable versatilidad. La implementación preventiva de modelos elásticos globales, puede ser considerada como un paso importante para la definición de las propiedades promedio de la estructura considerada. Las limitaciones del método aparecen ante el gran esfuerzo necesario para modelar geometrías complejas, y en el tiempo y consumo computacional requerido en la ejecución de análisis no lineales, los cuales implican en muchos casos, repetir los cálculos varias veces antes de conseguir resultados satisfactorios. Las observaciones anteriores coinciden con las concluidas por otros autores, tales como Orduña (2003).

Un trabajo más en que se han desarrollado un análisis para obtención de la vulnerabilidad de estructuras antiguas de tipo religioso, es el realizado por Martínez (2007). En este trabajo se presenta la obtención de la vulnerabilidad sísmica para la catedral Gótica de Mallorca, España (ver figura 2.11), mediante la aplicación del Método del Espectro de Capacidad, y la obtención de las probabilidades asociadas.



*Figura 2.11 Modelo global de elementos finitos para la Catedral de Mallorca, (Martínez 2007).*

Para el caso en estudio, el modelo global se dividió en los macroelementos correspondientes a los pórticos tipo existentes en la dirección transversal del edificio, los pórticos de la zona del transepto, que únicamente son dos y definen el falso crucero que une a las puertas norte y sur, la fachada, el pórtico que define el arco triunfal, y los dos macroelementos que conforman los pórticos longitudinales y que a su vez están integrados por la fachada, naves, y la zona del ábside (ver figura 2.12), (Martínez 2007).



**Figura 2.12 Ubicación esquemática de los diferentes Macroelementos. Fachada (verde), Pórtico tipo (rojo), Pórtico transepto (azul), Arco triunfal (amarillo) y Macroelemento longitudinal (naranja),(Martínez 2007).**

Realizando un análisis de empuje incremental (*Pushover*) sobre cada uno de los macroelementos se definieron curvas y espectros de capacidad que posteriormente fueron bilinealizados (ver figuras 2.13 a 2.17), y que superpuestos con las demandas sísmicas obtenidas de los análisis determinista y probabilista de peligrosidad sísmica del sitio, conllevan a intersecciones entre los dos espectros conocidas como puntos de desempeño (Freeman, 1998, Fajfar, 1996), cuyos pseudodesplazamientos espectrales asociados son un indicador del estado de daño esperado, (Martínez 2007).

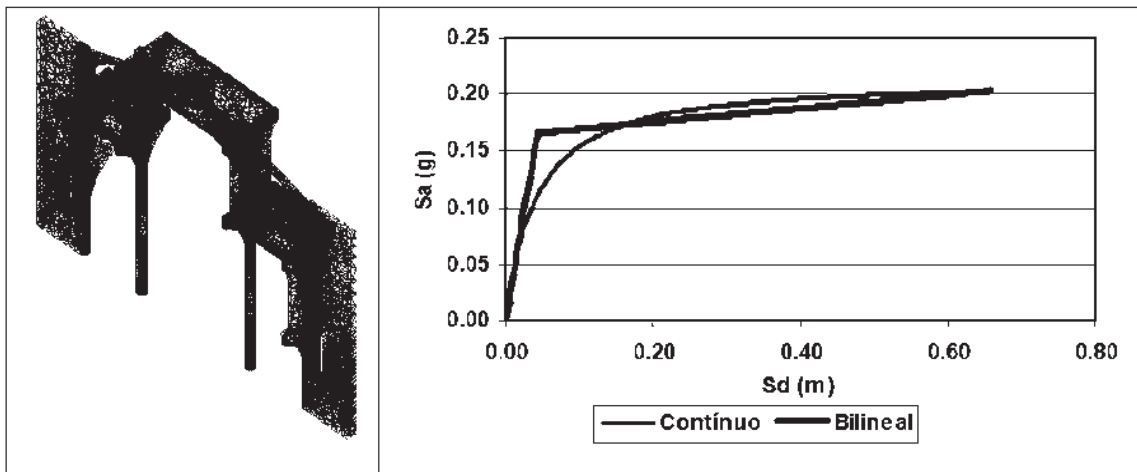


Figura 2.13 Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para los pórticos tipo de la catedral, (Martínez 2007).

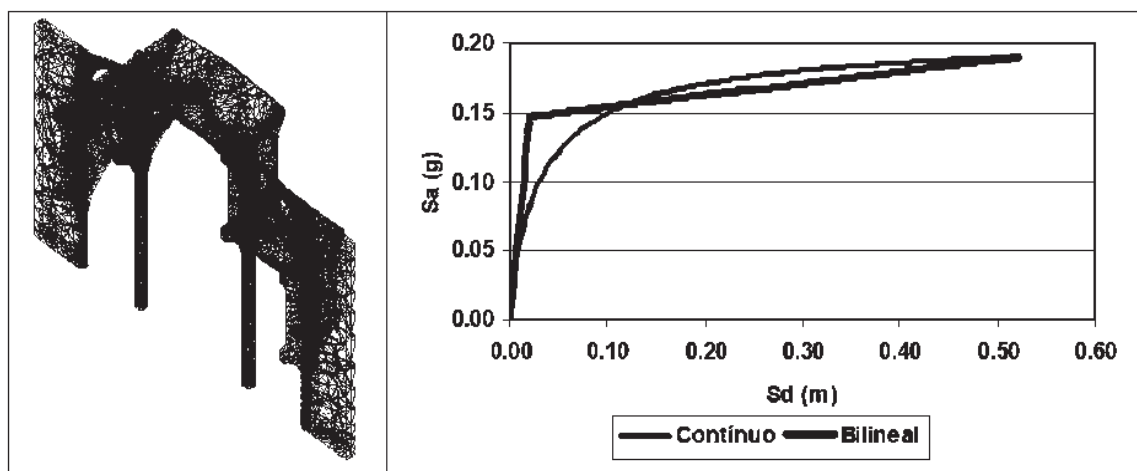


Figura 2.14 Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para los pórticos de la zona de transepto, (Martínez 2007).



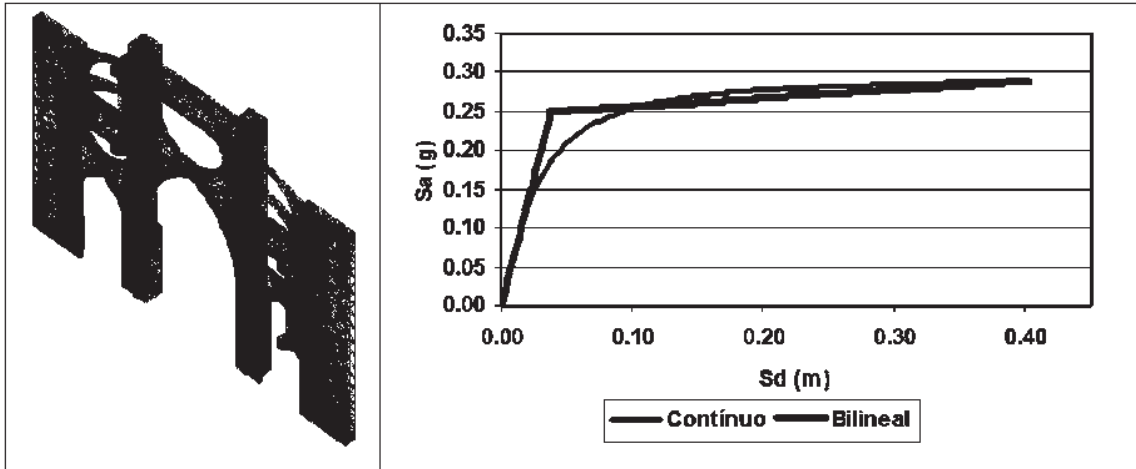


Figura 2.15 Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para el arco triunfal, (Martínez 2007).

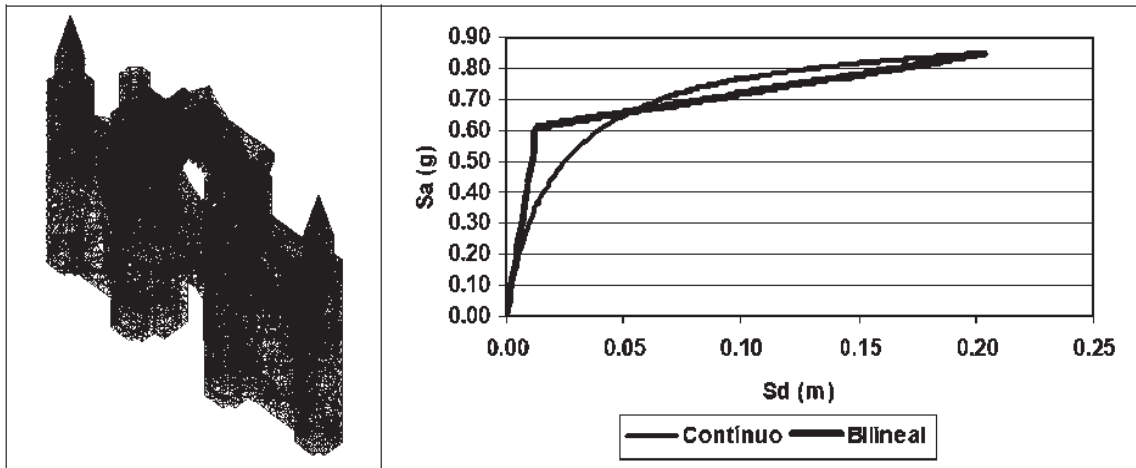


Figura 2.16 Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para la fachada, (Martínez 2007).

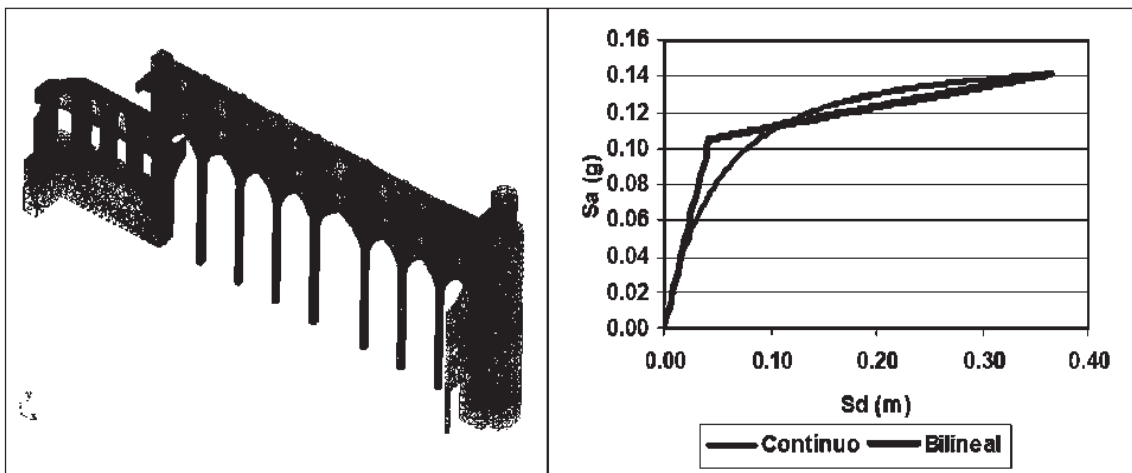


Figura 2.17 Malla de elementos finitos y espectros de capacidad para el macroelemento longitudinal, (Martínez 2007).

Martínez (2007) menciona que, la mayor capacidad lateral sísmica la presenta la fachada y la menor de todo el edificio corresponde al macroelemento longitudinal el cual, debido a su asimetría en alturas y rigideces, tiene comportamiento diferente en las dos direcciones este-oeste y oeste-este, siendo menor esta última.

De los daños esperados, en la dirección transversal del edificio (norte-sur) los menores desempeños (y en consecuencia mayores grados de daño) sísmicos corresponden a los pórticos ubicados sobre la zona del transepto, debido a que soportan bóvedas de mayor claro que los pórticos tipo (los cuales tienen un desempeño ligeramente mejor). El mayor grado de daño esperado en esta dirección de análisis es de *estructural ligero* según la clasificación de Lagomarsino *et al.*, (2003), el cual se corrobora a partir de las curvas de fragilidad calculadas, y presenta una probabilidad acumulada del 95 a 97% para los escenarios probabilistas de demanda sísmica.

Por otro lado, en la dirección perpendicular de análisis el mayor grado de daño se espera en el macroelemento longitudinal, formado por el ábside, naves principal y laterales y la fachada, para el cual se espera un grado de daño *estructural moderado* de acuerdo con Lagomarsino *et al.*, (2003), asociado a una probabilidad acumulada (según sus correspondientes curvas de fragilidad) del 92 al 95% para las demandas sísmicas correspondientes al escenario probabilista.

De lo anterior se puede afirmar que la catedral de Mallorca es un edificio con características sismorresistentes suficientes para tolerar razonablemente los niveles de demanda sísmica probables en la isla de Palma de Mallorca, lo cual permite establecer criterios generales de cara a tomar la mejor decisión relativa a su protección y conservación hacia el futuro.



### 3. LA CATEDRAL DE MORELIA

#### 3.1 ANTECEDENTES

La Catedral de Morelia remonta su origen al siglo XVII, el 2 de marzo de 1660, el duque de Alburquerque, virrey de la Nueva España, mandó se ejecutara la obra según el proyecto de Vicente Barroso de la Escayola, que previamente se había analizado y discutido por personas peritas en arquitectura, como Luis Gómez de Trasmonte, maestro en ese momento de la Catedral de México, y otros, quienes manifestaron que la planta de Barroso de la Escayola estaba “ hecha y ajustada a las medidas de buena arquitectura”. Hubo algunas discusiones en cuanto a la cúpula; tres de los peritos opinaban que era deficiente por su atrevida altura, dada la actividad sísmica de la región. Barroso de la Escayola argumentó que en Valladolid no eran tan frecuentes los temblores y que además la cúpula se estructuraba con las mayores medidas de seguridad y reforzamiento.

La obra avanzó con lentitud hasta 1669, año en que se suspendió bruscamente debido a la muerte del tesorero don Diego Velázquez de Valencia; el edificio se había levantado escasamente seis varas y un dieciseisavo (seis metros aproximadamente) sobre el nivel del suelo. Habían transcurrido ya los doce años que el rey había concedido para financiar la obra y los indígenas y encomenderos dejaron de pagar sus contribuciones. Las obras pudieron reanudarse en 1672, con otro superintendente, habiendo concedido el rey en 1674 otros tres años más, calculándose que pasado ese tiempo se terminaría. Se comenzó una serie de avances y tropiezos, de manera que pasaría aún mucho tiempo para la conclusión definitiva (Ramírez, 1981)..

En un informe que se hizo diecinueve años después de empezados los trabajos, se describe que desde el crucero hasta el altar de los Reyes había



subido esta parte, hasta quedar lista para recibir las bóveda. La sacristía, sala de cabildo y oficinas estaban ya cerradas con sus bóvedas de arista, las ventanas con las rejas de hierro y las puertas con sus cerraduras. Los caracoles de las torres alcanzaban ya toda su altura y alrededor de la construcción se observaba una actividad febril por parte de los canteros y albañiles, advirtiéndose por doquier gran cantidad de cantera labrada y madera para las cimbras. Se dice que no se dejaba de trabajar ni un solo día; aun los días de lluvia se aprovechaban.

En 1683, estaba casi terminada media iglesia, desde el crucero hasta el ábside, cubriéndose la nave central con bóveda de lunetos y las procesionales con bóvedas de arista. La suma de dinero gastado ascendía ya a doscientos veinticinco mil pesos y la obra tuvo que paralizarse, esta vez durante diez años.

En 1695 se reunieron Pedro de Guedea y Matías de Santiago quienes habían trabajado en la construcción veinticinco y treinta años respectivamente, así como Miguel Jerónimo, vecino de Pátzcuaro. Entre los tres dictaminaron que para su conclusión se necesitarían ciento cuarenta y cinco mil pesos. Por ese tiempo murió Vicente Barroso de la Escayola, sin ver terminada su obra maestra. Para poder continuar, el virrey mando se publicara edictos, cédulas y pregones, convocando maestros de arquitectura a fin de elegir al que fuese más conveniente; el cargo recayó en el alarife Juan de Silva. El tiempo que no hubo maestros se había aprovechado para reunir materiales de manera que los trabajos continuaron con gran empeño hasta 1703, en que se agoto la última asignatura.

El 10 de mayo de 1705, el cabildo eclesiástico acordó hacer la primera dedicación, mostrándose el templo aún sin portadas ni torres. En esta fecha se colocó la campana llamada "El Salvador" de 136 quintales, equivalentes a seis mil doscientos setenta kilogramos de peso, la mayor de Nueva España en esa época. El interior comenzó desde entonces a lucir el mobiliario y a aumentar la riqueza de sus ornamentos que más tarde serían la admiración de todos, como la sillería del

### CAPÍTULO 3. LA CATEDRAL DE MORELIA



coro que constaba de setenta y tres sillas de madera de cedro labrada, el púlpito, el órgano de nogal y cedro con cuatrocientas cuarenta y siete flautas y el piso enmaderado de cedro. Pero una iglesia a medio construir presentaba serios problemas. Los huecos de las portadas se cubrían con maderas sobrepuestas, con peligro de robo; las campanas, no habiendo torres, se habían colocado sobre la bóveda. La correspondencia entre el cabildo de Valladolid y el Palacio real se volvió más frecuente, haciéndose peticiones reiteradamente en 1718, 1719 y 1723. El rey especifica en su respuesta que no concederá ni prorrogará nada hasta no estar bien enterado del importe de todo lo liberado para las referidas obras, su justa distribución, el fin de su aplicación y del caudal que hubiese existente o faltante para la perfecta conclusión de ellas. No fue hasta 1738, que se prorrogaron por seis años más, catorce mil pesos cada año. Así se trabajó con gran aplicación y empeño desde 1742 hasta 1744, fecha que aparece en la portada, en que se dio remate a la colosal obra. Ochenta y cuatro años habían transcurrido desde que se iniciaron los trabajos. De Madrid se pidió entonces una planta y dibujo para conocer “aquella obra que había costado tanto dinero”. Para celebrar su terminación, el cabildo acordó una segunda dedicación solemne y festividades públicas que comenzaron el 9 de mayo de 1745.



*Figura 3.1. Catedral de Morelia, Mich.*

## 3.2 DESCRIPCIÓN ARQUITECTÓNICA DEL EDIFICIO

### 3.2.1 Exterior

El templo tiene cinco portadas, tres al norte que constituyen la fachada principal de composición tríptica (ver figura 3.2); al oriente se encuentra la portada de la virgen de Guadalupe y al poniente la de San José, señalando ambas el crucero, en cuyo centro se desplanta la cúpula (ver figura 3.3). Flanqueando el frontispicio, se alcanzan los cubos de las torres que se elevan a gran altura. Sobre el muro oriente, junto a la torre, se localiza el Sagrario que no presenta fachada particular; lo único que se manifiesta al exterior es la cúpula. La capilla de Ánimas se apoya sobre el muro oriente, pudiendo ingresar a ella a través de su propia portada y junto, hacia el sur, se desplanta la sacristía que antiguamente era la sala capitular. En el lado poniente, junto a la torre, un volumen rectangular construido en el siglo XIX, forma lo que actualmente es la sala capitular. Al sur, formando ángulo con el muro poniente de la Catedral, se localizan las oficinas de la Mitra.



*Figura 3.2. Fachada norte de la Catedral de Morelia.*



*Figura 3.3. Fachadas oriente(izquierda) y poniente respectivamente (derecha).*

La reja que limita el atrio, posee ocho puertas que se alzan entre altos pilares de cantera con pilastras adosadas que por el uso de capiteles toscanos, dóricos, jónicos y corintios va marcando su jerarquía, encontrándose las puertas más ricas, frente a la principal del templo que mira al norte, lo cual se puede observar en la figura 3.4.



*Figura 3.4. Reja principal, fachada norte.*

La puerta principal, en la parte central señala una mayor importancia con las otras dos, marcándose al exterior las tres naves y la mayor jerarquía entre la de en medio y las procesionales. El frontis, con respecto a las torres, forma una composición a base de triángulos equiláteros que aluden a la Santísima Trinidad.

La portada central consta de tres cuerpos horizontales divididos entre sí por cornisas y su remate mixtilíneo que cierra en la parte superior del conjunto (ver figura 3.5). En el primer nivel, al centro, se abre el vano de la puerta, mayor que las otras dos, formado por un arco de medio punto sostenido por un par de pilastras tablereadas. Dos pilastras jónicas a cada lado se levantan sobre altos pedestales adornados con guardamalletas. Dos nichos forman las entrecalles de este cuerpo; en el de la izquierda se aloja San Pedro y en el de la derecha San Pablo, sobre ellos, dos medallones de San Juan y San Mateo respectivamente. Cierran el primer cuerpo un módulo de entablamento con pronunciadas salientes y entrantes que sirven de apoyo al ático que inicia el segundo nivel, en cuyo centro se desplaza el relieve que representa la Transfiguración de Cristo y es de estilo barroco.



*Figura 3.5. Portada central, fachada norte.*



### CAPÍTULO 3. LA CATEDRAL DE MORELIA



Al eje con las cuatro pilastras inferiores se alzan sobre el ático las pilastras tablereadas con capitel corintio y dos nichos entre las calles, correspondientes con las inferiores; estos albergan: a la izquierda a San Miguel Arcángel y a la derecha, a San Juan Bautista. Sobre ellos, dos medallones en relieve completan el número de los evangelistas (Ramírez, 1981).

Un entablamento descansa sobre los cuatro capiteles y este se rompe en la parte central, dejando el paso a una ventana elíptica donde se encuentra el Santísimo Rostro.

El tercer cuerpo lo constituyen cuatro pilastras estriadas, a diferencia de los cuerpos inferiores, y señalando el primer tercio; los capiteles son de orden compuesto, entre las pilastras se encuentran sendos nichos alineados con los inferiores y con las esculturas que representan: a la izquierda, a Santa Barbara y a la derecha a Santa Rosa de Lima. Entre dos pequeños estípites se colocó el escudo nacional republicano en relieve. Las dos entrecalles y el eje central culminan con independientes imafrentes mixtilíneos con un pináculo en la parte frontal.

Las portadas contiguas se separan de la central a través de dos pequeños contrafuertes que van marcando los cuerpos a través de tableros y rematan en la parte superior con un par de pináculos barrocos (ver figura 3.6). Estas fachadas de las naves procesionales son idénticas entre sí en cuanto a su composición y constan de tres cuerpos de inferior altura al central. El primer cuerpo tiene al centro el vano de la puerta compuesto por un arco de medio punto, sostenido por un par de pilastras y dos pilastras tablereadas a cada lado, mismas que se levantan sobre altos pedestales. Los capiteles dóricos soportan un entablamento en cuyo friso se mercan los triglifos y metopas. El segundo cuerpo esta puesto sobre el ático donde se apoyan los pedestales de seis pilastras, tres de cada lado,

que flanquean el relieve central que representan La Adoración de los Pastores, en el lado izquierdo y La Adoración de los Reyes Magos el de la derecha; sobre ellos se levanta una ventana elíptica, misma que rompe el entablamento sobre el cual se apoya el tercer cuerpo.



*Figura 3.6. Portada Oriente (izquierda) y portada Poniente (derecha).*

El tercer nivel se compone de un relieve que representa el escudo Vaticano flanqueado por un par de estípites al centro y dos pilastras de cada lado del capitel corintio. Sobre los capiteles se apoya el gran entablamento, con gran riqueza de molduras, que se ve interrumpido al centro por un pequeño imafrente que tiene en el tímpano un medallón señalando la fecha de terminación de la obra. Cuatro remates haciendo eje con las pilastras cierran la parte superior del conjunto.

Los únicos elementos diferentes entre estas portadas son los relieves del segundo nivel y el medallón sobre el escudo, ya que el número del año 1744 aparece a la derecha y la inscripción *año de* en la izquierda.



### 3.2.2 Torres

A los lados de la fachada, se alza un par de cubos de sillería de cantera que se encuentran divididos por unas cornisas, siendo la última muy volada para rematar los paramentos totalmente lisos (ver figura 3.7); presentan unos pequeños vanos que permiten pasar luz y aire a las escaleras helicoidales, a las cuales se ingresa a través de unas pequeñas puertas al centro del cubo en la parte inferior.



*Figura 3.7. Perspectiva del cubo de sillería de la torre oriente.*

De la cornisa mayor arranca el basamento de las torres que soportan tres cuerpos y un remate (ver figura 3.8); basamento ornamentado por cuatro guardamalletas por cada cara y al centro, rompiendo la cornisa divisoria, entre dos paredes se hallan los círculos de los ocho antiguos relojes con carátulas de alabastro, de los cuales aún quedan algunas huellas y relojes solo quedan tres en la torre poniente.





*Figura 3.8. Configuración de la torre poniente.*

Una cornisa divide el basamento de la torre del que corresponde el primer cuerpo de la misma, formado por cuatro pedestales y una pequeña guardamalleta bajo la ventana-balcón central. El primer cuerpo está constituido al centro por una ventana balcón de arco poligonal con un par de pilastras tablereadas y la repisa del balcón volada, sosteniendo una balaustrada de cantera. Dos pilastras a cada lado del arco forman sendas entrecalles donde se colocaron un par de nichos con esculturas y una pequeña ventana-balcón de medio punto con su balaustra de cantera a eje con los nichos mencionados. El total de esculturitas que albergan los nichos son treinta y dos. En la parte superior, las pilastras se ornamentan con guardamalletas bajo el capitel dórico, mismo que sostiene un entablamento con una volada cornisa que se quiebra al centro, advirtiéndose bajo ella huellas de relieves.

Sobre la cornisa, cuatro pináculos a eje con las pilastras inferiores sirven de remate y ornamentan el espacio que ha quedado al convertirse en octágono el segundo nivel de la torre, acentuándose en esta forma su verticalidad. A cada lado



se abre un vano arqueado limitado por un par de pilastras tablereadas con capitel jónico y sobre el vano un medallón en relieve que representa el escudo Vaticano. Tiene un entablamento cuyo elemento más dominante es la cornisa (muy saliente) sobre la cual se apoya un pináculo sobre cada pilastra.

Al centro de un basamento octagonal se desplanta el último cuerpo, con pequeños vanos rectangulares por cada una de sus caras, con un marco sencillo y un par de finas pilastras que sostienen un entablamento y de cuya cornisa se desplanta el casquete semiesférico, compuesto por ocho gajos separados entre sí por nervaduras sin revestimiento de azulejo; finalmente, una cruz siendo esta de cantera sobre una esfera en la torre oriente y de hierro forjado apoyado sobre un remate en forma de copón en la torre poniente, siendo éste elemento la única diferencia entre ambas torres que son idénticas en composición arquitectónica y en altura.

Los vacíos mayores del primer cuerpo obedecen al tamaño de las campanas que se localizan en la torre este (ver figura 3.9); están dedicadas a diversos santos, contando trece en el primer cuerpo y nueve en el segundo, dando en su totalidad veintidós campanas en la torre oriente. En la torre poniente se encuentran las tres campanas correspondientes al reloj.



*Figura 3.9. Campana San Salvador en la torre poniente.*

### 3.2.3 *Estilo*

El estilo barroco que se manifiesta al exterior lo encontramos en la estructura interna (ver figura 3.10), revestida de estilo neoclásico. Los pilares cruciformes compuestos por cuatro pilastras que recuerdan las de las fachadas se unen entre sí, a través de dos ingletes que le dan un carácter de esbeltez y verticalidad, mismo que se manifiesta al exterior. El espacio compartimentado a través de las naves separadas por los robustos pilares, acentúa el efecto barroco de luz ya mencionado y el alarde técnico estructural de las capillas bajo las torres constituye otro elemento barroco que se integra estilísticamente con el exterior.



*Figura 3.10. Interior de la Catedral de Morelia.*

### 3.2.4 *Materiales de construcción*

Desde su origen se proyectó que llevara en su parte exterior sillería, cuya cara perfectamente pulida forma los paramentos de las fachadas, los muros laterales, los cubos de las torres, el ábside y la cúpula, manifestándose la calidad del material usado en el buen estado que luce la Catedral al exterior y al interior, en donde un aplanado cubre muros y bóvedas. El piso original de madera se



perdió hace tiempo y en 1977 se colocó el pulido de mármol que luce hoy día. Las ventanas elípticas perdieron el alabastro que cerraba el vano y en la actualidad tienen vidrieras; lo mismo sucedió con las carátulas de los relojes en las torres. El gran atrio se encuentra cubierto con baldosas de cantera y una reja de hierro limita al mismo, volviéndose ornamental creando bellas portadas en las ocho puertas que dan acceso al monumento.

Las cinco grandes portadas conservan su par de hojas de madera formadas por casetones ensamblados y en la parte inferior, un par de postigos (Ramírez, 1981).

### *3.2.5 Conservación en general*

La conservación en general del exterior es buena, debido a la calidad de la piedra usada. Los relieves y esculturas, a pesar de que la calidad de la piedra es inferior a la de la sillería, se encuentran también en buen estado. Al interior, la bóveda central en algunos sitios presenta huellas de humedad.

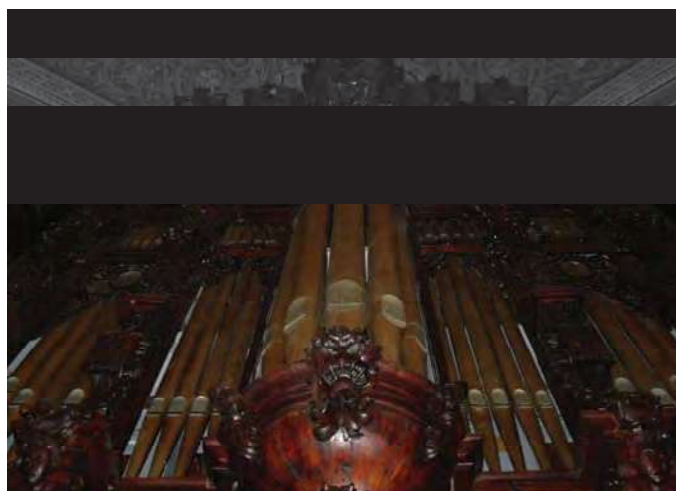
Los espacios que han cambiado su antigua función son: la nave central, que tenía el coro y el órgano al centro, y la sala capitular que se encontraba originalmente sobre el muro este junto a la capilla de Ánimas, convertida ahora en sacristía.

### 3.3 TRABAJOS DE RESTAURACIÓN REALIZADOS

A pesar de que no se habían llevado a cabo, hasta este momento, estudios formales del comportamiento estructural de la Catedral, ya se han realizado varias intervenciones de restauración en la misma. Sin embargo, ninguna de ellas se ha enfocado a modificaciones de la estructura en cuestión, ya que en su mayoría, han

estado encaminadas a modificaciones de tipo arquitectónico con la finalidad de conservar de manera íntegra su apariencia y su estilo. Cabe recordar que, después de finalizar su etapa constructiva, ésta fue modificada en varias ocasiones, sin que en ninguna de éstas se generaran afectaciones estructurales. Desde principios del siglo XIX se inició la larga y penosa destrucción que ha venido sufriendo la Catedral de Morelia, algunas veces por las guerras fratricidas, y otras en aras del buen gusto y de la moda imperante.

En 1845 se destruyeron los altares barrocos sustituyéndolos por nuevos altares neoclásicos. En 1854 el atrio se rodeó de magníficas envergaduras de hierro para dar mayor seguridad al edificio. En 1898 sufrió notables modificaciones: se retiró de la nave central el altar del Perdón, el coro y la crujía. Se instaló en 1905 un nuevo órgano tubular de 4,600 voces o flautas, de fabricación alemana, de estilo Churrigueresco, llamado "San Gregorio Magno" (ver figura 3.11), en la parte alta de la nave central en su parte frontal. A finales de los años 90 del siglo XX se efectuaron diversas obras de restauración exteriores e interiores, con lo cual se preservó mejor la belleza del edificio. También, en los primeros años del siglo XXI, se inauguró la nueva iluminación escénica de esta catedral. (Ramírez, 1981).



*Figura 3.11. Órgano "San Gregorio Magno".*



### 4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES PARA LA CATEDRAL DE MORELIA.

#### 4.1 INTRODUCCIÓN.

Al incursionar en el análisis estructural de edificios de tipo histórico, tal como lo es la Catedral de Morelia, nos encontramos con la problemática de lo complicado que es obtener las propiedades mecánicas de los materiales con los cuales están contruidos. En las últimas décadas, se han intentado en otros países técnicas de tipo destructivo y semidestructivo, las cuales pueden resultar sumamente agresivas y poner en riesgo la estabilidad de dichas estructuras si no se realizan con extremo cuidado. Al hablar de técnicas destructivas hay que considerar que en nuestro país, por lo general, están prohibidas por la legislación actual. Por estos motivos y para solventar ésta problemática, nos dimos a la tarea de recurrir al uso de métodos de identificación estructural, los cuales son considerados como técnicas no destructivas.

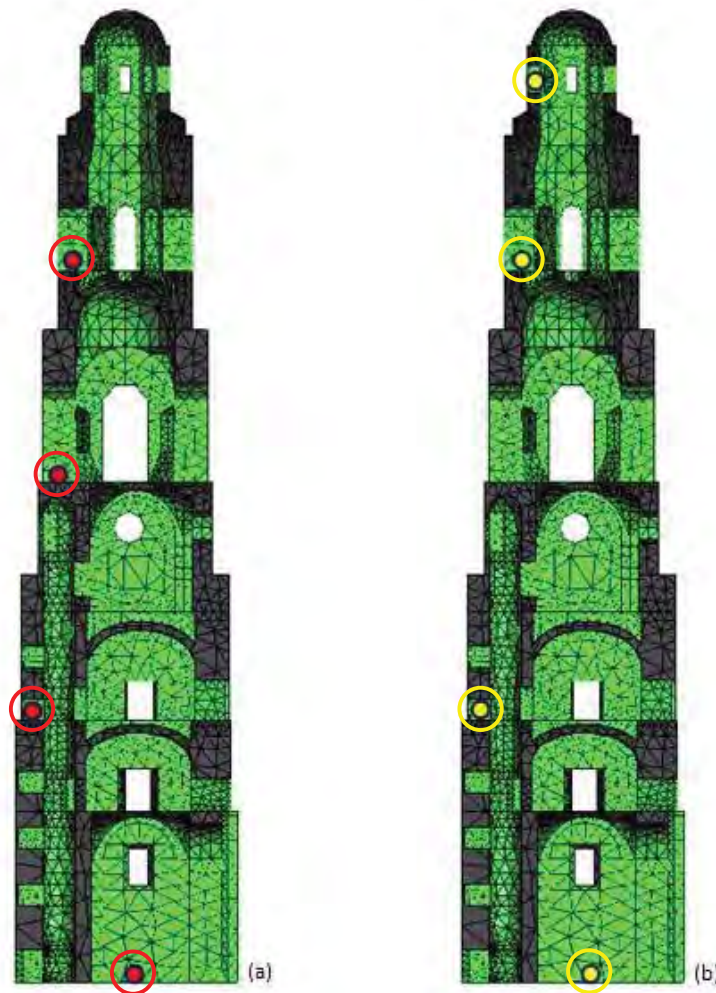
Este tipo de métodos experimentales han sido ampliamente utilizados con éxito para determinar las propiedades dinámicas en otros tipos de estructuras, tales como puentes y edificios modernos fabricados a base de acero, concreto y mampostería confinada.

#### 4.2 IDENTIFICACIÓN DINÁMICA PARA EL CONJUNTO TORRES–FACHADA.

Para realizar la caracterización dinámica experimental de la estructura, se realizó la medición de vibración ambiental sobre diferentes puntos de ambas torres de la Catedral (ver figura 4.1), ya que la geometría interna de éstas cuenta, como se ha mencionado, con una distribución particular para cada una de ellas. Debido a que todo el sistema estructural estudiado posee una configuración compleja, fue necesario efectuar dos campañas de medición.



Para comenzar los trabajos de medición experimental se consideró prudente iniciar en la torre Oriente, ésto debido a que se contaba con mayor accesibilidad a esta parte de la estructura lo cual facilitó las mediciones. En la segunda ocasión se continuó con las mediciones correspondientes en la torre Poniente; lo anterior se realizó con la finalidad de conocer las características dinámicas de cada una de las torres por separado, y de esta manera poder estudiar de forma particular sus propiedades en análisis posteriores.



**Figura 4.1 a) Posición de los sensores en la primera medición. b) Segunda posición de sensores para medición (Campaña sobre Torre Oriente).**



### 4.2.1 Propiedades Dinámicas Experimentales.

Las pruebas experimentales que se realizaron para la torre Oriente, consistieron en la medición simultánea de vibraciones. Cada medición ejecutada tuvo una duración de cinco minutos, capturando doscientas cincuenta y seis muestras por segundo, dichas lecturas fueron obtenidas mediante acelerómetros de amplio rango dinámico en tres direcciones ortogonales por punto.

La posición y tipo de sensores que se colocó en cada punto de análisis corresponde a un plan estratégico de rastreo, con el cual se trató de generar un barrido del comportamiento global del macroelemento torre. Con base en lo anterior se colocó un sensor triaxial a nivel del terreno, a campo abierto, para identificar de manera adecuada la frecuencia del suelo (ver figura 4.2 b, c). En los siguientes puntos se colocaron un grupo de tres sensores uniaxiales soportados sobre una placa de aluminio y posicionados de manera tal que se cubrieran las tres direcciones ortogonales. El sensor correspondiente al canal uno se colocó con orientación norte, el canal dos en dirección al poniente y el canal tres corresponde a la componente vertical.



**Figura 4.2 a) Equipo de medición. b) Ubicación de sensor triaxial. c) Sensor Triaxial.**



Para la primera medición la placa uno se colocó en muro frontal de la segunda cámara, la placa dos se posicionó en el primer campanario debajo del marco norte y la tercer placa se instaló en el marco frontal del segundo campanario (ver figura 4.3).



**Figura 4.3 a) Placa Uno, muro frontal. b) Placa Dos, primer campanario. c) Placa Tres, segundo campanario.**

Teniendo los sensores en posición, se nivelaron las placas y se conectaron por medio de cables a la consola de adquisición K2 (ver figura 4.4), mediante la cual se verificó la calibración de voltajes de los sensores, para proseguir con la primera medición de vibración ambiental de la estructura.



**Figura 4.4 Consola de adquisición K2.**



Siguiendo con los trabajos de medición se prosiguió a cambiar la posición de la placa dos, la cual se trasladó del primer campanario a la ventana oriente de la linternilla del segundo campanario (ver figura 4.5). Después de calibrar los sensores y verificar el estado del equipo se realizó la segunda medición, correspondiente a la torre Oriente.



**Figura 4.5 a) Posición de la Placa Dos, primera medición. b) Segunda posición de la Placa Dos para medición, ventana poniente de linternilla.**

Posterior al análisis de los resultados obtenidos en la torre Oriente, se tomó la decisión de continuar con la estrategia de medición de vibración ambiental y proseguir de esta manera a realizar los trabajos experimentales sobre la torre Poniente. Para este caso en particular fue posible complementar los estudios experimentales con la obtención de vibración producto de ondas aéreas correspondientes al estruendo del espectáculo de fuegos pirotécnicos que se lleva a cabo cada día sábado con fines de atractivo turístico, dichos resultados se analizarán de manera aislada y servirán como complemento en futuros estudios de la estructura.

#### 4.2.2 Propiedades Dinámicas Analíticas.

Se realizó el procesamiento de los registros capturados con la obtención de la transformada rápida de Fourier, mediante la expresión siguiente:

$$X(F_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-\frac{2\pi kn}{N}} \quad (4.1)$$

Posteriormente se determinó el Autoespectro de Potencia mediante la siguiente fórmula:

$$\overline{G_{aa}(f)} = \overline{G_a^*(f) G_a(f)} \quad (4.2)$$

haciendo promedios de 6 ventanas de 32 segundos de duración (adquisición de 256m.p.s) con lo cual se obtiene una resolución frecuencial de 1/32Hz.

En las expresiones anteriores las frecuencias son finitas y discretas, es decir:

$$f_k = k/T \quad \text{con } k = \pm 1, \pm 2, \dots, N \quad (4.3)$$

además de contar con una parte real y otra imaginaria con frecuencia máxima  $f_{\max} = N/T$  y frecuencia mínima  $f_{\min} = 1/T$ . T es la ventana de tiempo considerada.

En la expresión anterior 4.2

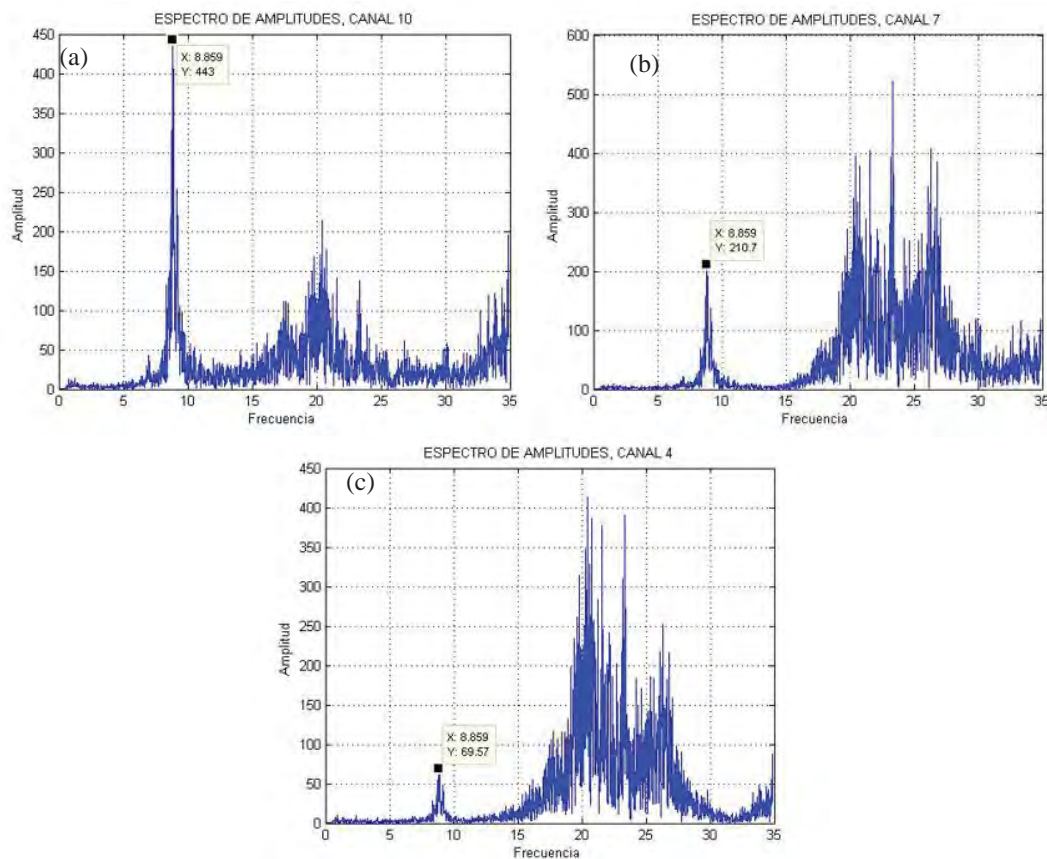
$$G_a = \begin{cases} S_a(f) & f = 0 \\ 2S_a(f) & 0 < f < f_c \\ 0 & f < 0 \end{cases}$$



$S_a(f) = X(f)$  o espectro de Fourier

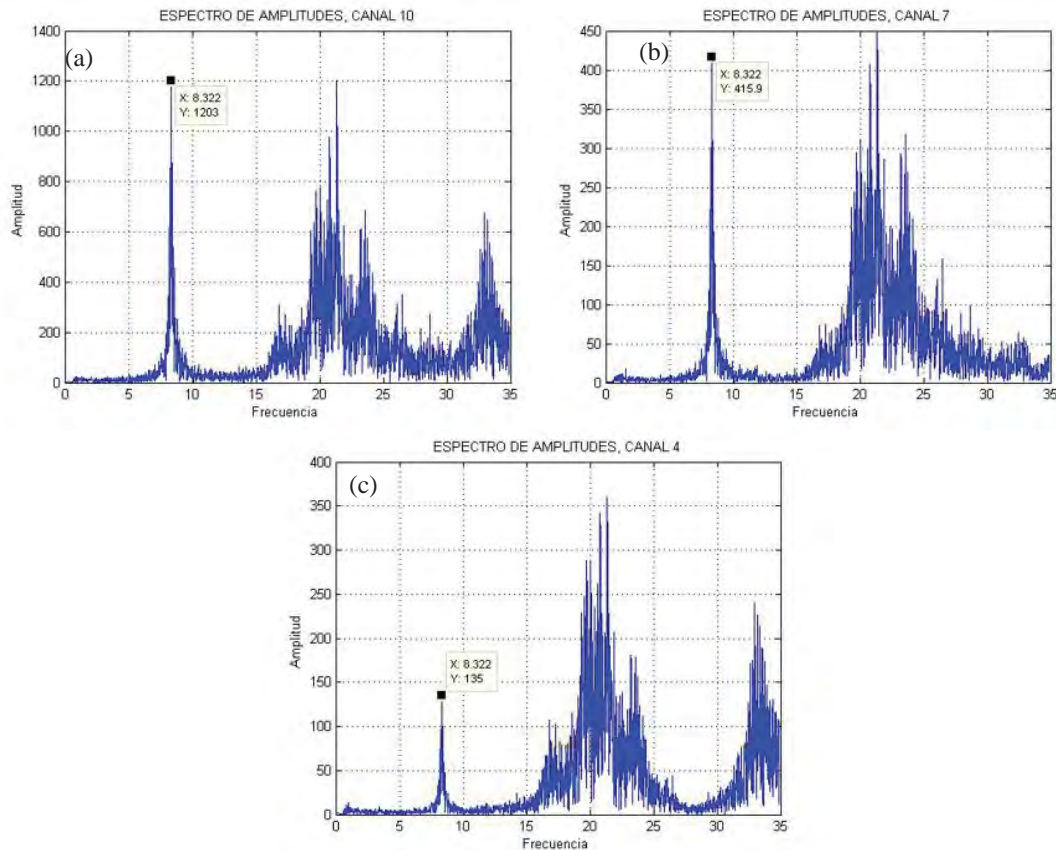
$G_a^*$  es el espectro conjugado de Fourier

Mediante la técnica de *Peak Picking* (Bendrat & Piersol, 1993) en la cual se suponen amortiguamientos bajos y periodos bien separados, de los cuales se pudieron obtener las frecuencias asociadas a cada modo de vibración. Al realizar el procedimiento anterior fue posible identificar el periodo correspondiente al primer modo de vibrar de la torre Oriente, la cual se encuentra en 0.7092 seg (frecuencia de 8.859 rad/seg.), los espectros de amplitudes de Fourier se muestran en la figura 4.6.



**Figura 4.6 a) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 3. b) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 2 c) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 1, torre Oriente.**

De manera similar se obtuvo el período correspondiente al primer modo de vibrar de la torre Poniente, la cual se encuentra en 0.755 seg, y corresponde a una frecuencia de 8.322 rad/seg la cual se observa en el espectro de amplitudes de Fourier que se muestran en la figura 4.7.



**Figura 4.7. a) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 3. b) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 2 c) Espectro de amplitudes de Fourier, canal 1 placa 1, torre Poniente.**

Se puede observar que en los espectros de amplitudes de Fourier anteriores, el valor correspondiente a la frecuencia del pico más alto conserva su valor de manera constante a pesar de que las mediciones de dichos registros corresponden a diferentes puntos sobre la estructura, en los cuales se presenta una notable diferencia en altura. Considerando lo anterior podemos asumir que es posible suponer de manera práctica las propiedades de los materiales de forma global, lo cual podría facilitar los trabajos de calibrado del modelo.





### 4.3 INSTRUMENTACIÓN TEMPORAL DE LAS TORRES.

Para complementar las campañas de medición de vibración ambiental realizadas sobre las torres de la Catedral, se planeó la colocación temporal de equipos acelerográficos, con el propósito de obtener registros sísmicos reales que pueden ser usados para la calibración del modelo analítico en futuros análisis, además de permitir estar en condiciones de conocer el nivel de amplificación de la aceleración que experimenta la estructura en función con la altura, la posible incursión y comportamiento de la estructura en intervalos no lineales de deformación ante sismos fuertes, y la evaluación del amortiguamiento durante tales eventos.

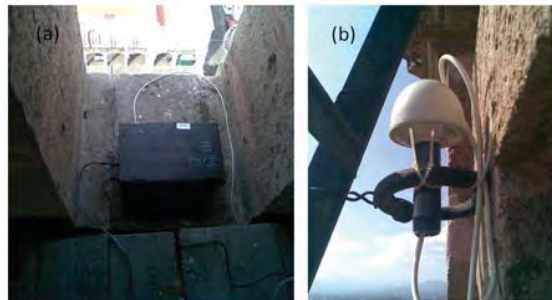
Se colocó un equipo acelerométrico en la parte más alta posible de cada una de las torres, el cual consta de un aparato de medición ETNA al que se le instaló una antena GPS con la finalidad de sincronizar de manera satelital el reloj interno de los equipos. Además, fue necesario generar la instalación eléctrica desde la parte posterior del edificio, corriendo por encima de las naves principales, llegando a las torres e introduciéndola a lo largo de toda la estructura hasta llegar a la punta de cada una de ellas, donde se encuentra colocado un centro de control de corriente, éste cuenta con un regulador de voltaje de 110 volts y un Nobreak, de los cuales se alimentan los equipo de medición.

El acelerógrafo que se encuentra posicionado en el alfeizar de la ventana oriente de la linternilla en la torre oriente fue instalado el día 23 de octubre del año 2009, sus ejes están referenciados con el canal uno en dirección al norte, el dos al poniente y el tres vertical. Para evitar que el equipo se llegase a mover, se fijó mediante un tornillo a los sillares que conforman la estructura (ver figura 4.8).



**Figura 4.8 a) Equipo ETNA. b) Antena GPS. c) Estación sísmica.**

De igual forma el 11 de enero del 2010, se colocó el otro equipo en la torre Poniente. Sin embargo, debido a complicaciones de espacio, fue necesario instalarlo en la ventana norte de dicha torre, conservando el resto de los parámetros de orientación similares a su homólogo (ver figura 4.9).



**Figura 4.9 a) Equipo ETNA. b) Antena GPS sobre torre Poniente.**

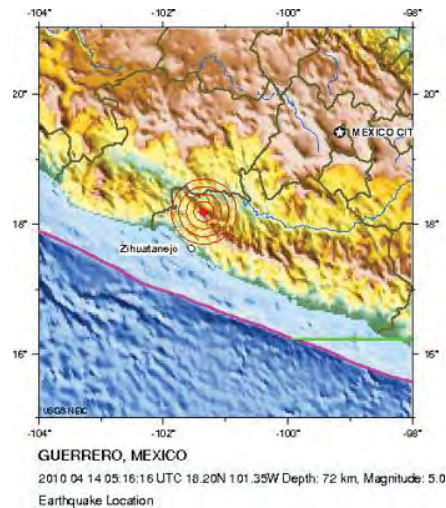
Debido a que el equipo no se encuentra en conexión con algún centro de captura de datos, es necesario obtener de manera directa en el sitio la información de la memoria del equipo. Se planea que, en caso de que se presente un sismo de moderada ó gran intensidad, los equipos se muevan de posición para esperar el registro de las réplicas de dicho evento y de esta manera, complementar la calibración del modelo numérico para futuros análisis experimentales.

#### *4.3.1 Análisis de Eventos Sísmicos Registrado.*

Después de más de seis meses de haber instrumentado la estructura y en la recta final de nuestro trabajo de investigación, se presentó un evento sísmico de



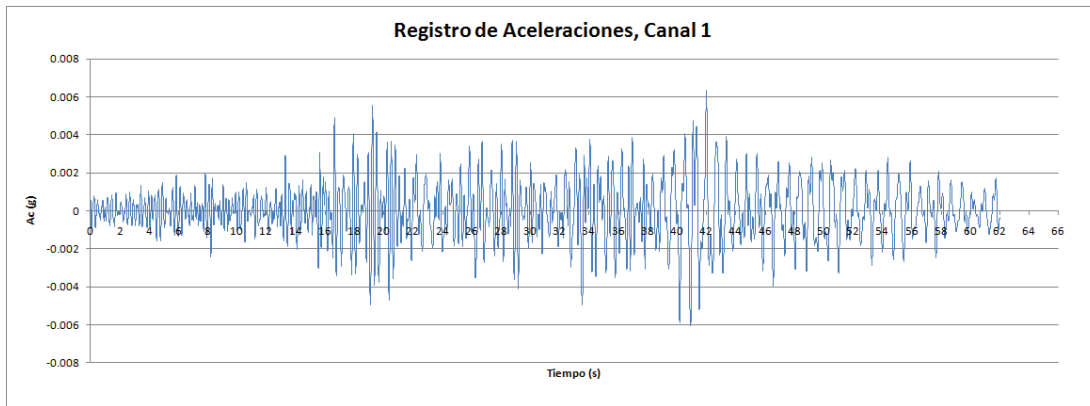
Magnitud 5.0 que fue capaz de excitar a la estructura. Dicho evento se presentó el día miércoles 14 de abril del presente año, a las 12:16:16 AM (hora local). El epicentro tuvo lugar a 65 km de la ciudad de Zihuatanejo, en el estado de Guerrero (ver figura 4.10), a una profundidad de 72 km (USGS NEIC (WQCS-D)).



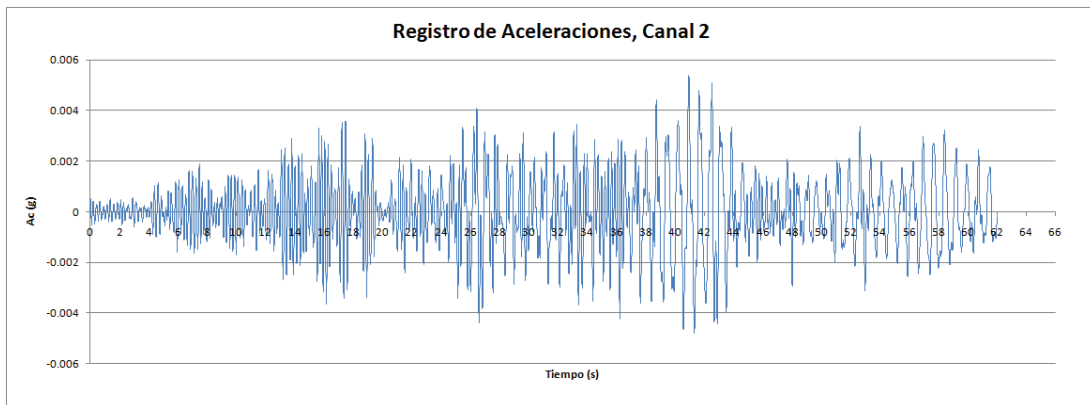
**Figura 4.10 Localización del epicentro.**

Al tener conocimiento de que el sismo fue registrado en la Ciudad de México, a pesar de la distancia y los efectos de atenuación, se consideró prudente la posibilidad de haberse registrado el paso de las ondas sísmicas de dicho evento; por lo que se prosiguió a realizar la inspección de los acelerómetros en busca del registro correspondiente. Al realizar la transferencia y análisis de datos almacenados en la memoria del equipo instalado en la torre Poniente, éste presentó un estado de saturación y no fue posible generar el almacenamiento de datos correspondientes al evento en cuestión. Posteriormente se realizó la inspección del equipo instalado en la torre Oriente y al analizar los registros almacenados en la memoria, se presentó que en dicho equipo sí fue posible capturar el registro correspondiente a la excitación de la estructura causada por las ondas atenuadas del sismo del 14 de abril. Posteriormente se generó el procesamiento de la señal capturada, lo cual nos dió como resultado los siguientes acelerogramas correspondientes a la aceleración sobre la estructura:





**Figura 4.11** Acelerograma sobre la torre Oriente del sismo del 14 de abril, canal 1 (Norte-Sur).



**Figura 4.12** Acelerograma sobre la torre Oriente del sismo del 14 de abril, canal 2 (Oriente-Poniente).

En base a los acelerogramas capturados fue posible calcular los espectros de Fourier de ambos canales, en los que se presentan dos picos con valores importantes de periodo (ver figura 4.13). Analizando el primer pico en el espectro de Fourier fue posible determinar de manera directa el valor correspondiente al periodo fundamental de la estructura; el cual corresponde a un valor de 0.725 segundos que se aproxima al periodo obtenido en las campañas de vibración ambiental (0.7052 s) para la torre Oriente. Además se puede concluir de manera preliminar que el segundo pico de dicho espectro corresponde al periodo natural del suelo en el sitio y presentan un valor de 0.316 segundos.

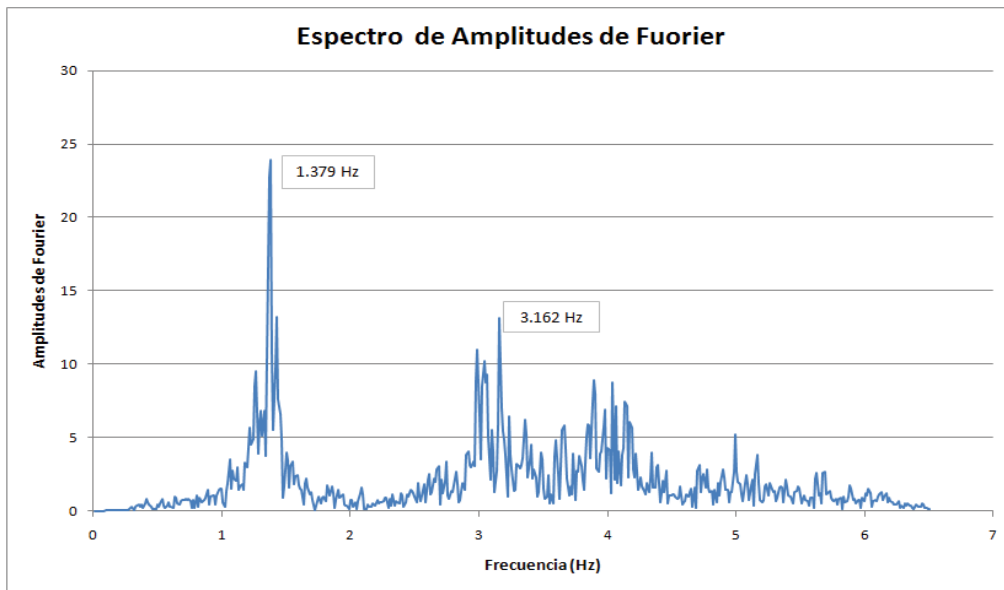


Figura 4.13 Espectro de amplitudes de Fourier, Canal 1.

Otro parámetro que fue posible determinar fue el amortiguamiento, para lo cual se aplicó el Método del Ancho de Banda y el de Decremento Logarítmico los cuales se describen a continuación:

#### 4.3.1.1 Método del Ancho de Banda

Examinando las curvas de respuesta puede observarse que sus formas dependen de la magnitud de la amortiguación presente en el sistema; en particular el *ancho de banda*, esto es, la diferencia entre dos frecuencias que corresponde a la misma amplitud, está relacionado con la amortiguación del sistema. Una curva típica de amplitudes y frecuencias obtenida experimentalmente en una estructura moderadamente amortiguada se muestra en la figura 4.14. Para el cálculo de la amortiguación, es conveniente medir el ancho de banda a  $1/\sqrt{2}$  de la amplitud. Las frecuencias que corresponden a este ancho de banda  $f_1$  y  $f_2$ , son también conocidas como puntos de media potencia (M. Paz 1992).

Finalmente, la razón de amortiguación está dada, aproximadamente, por la mitad de diferencia entre estas razones de frecuencias de media potencia, esto es:

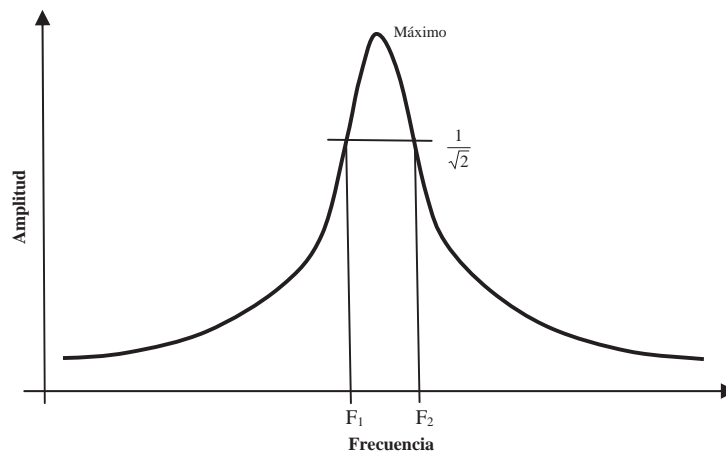
$$\xi = \frac{1}{2}(r_2 - r_1)$$

ó

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{\bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_1}{\bar{\omega}} = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (4.4)$$

ya que

$$r = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = \frac{\bar{f}}{f}, \quad \text{y} \quad f \cong \frac{f_1 + f_2}{2}$$



**Figura 4.14** Curva experimental de respuesta de frecuencia.

Teniendo como base las formulaciones anteriores, fue necesario obtener el espectro de Fourier en ambos canales (ver figura 4.15), para de esta manera poder aplicar el método antes descrito y de esta manera determinar el amortiguamiento.

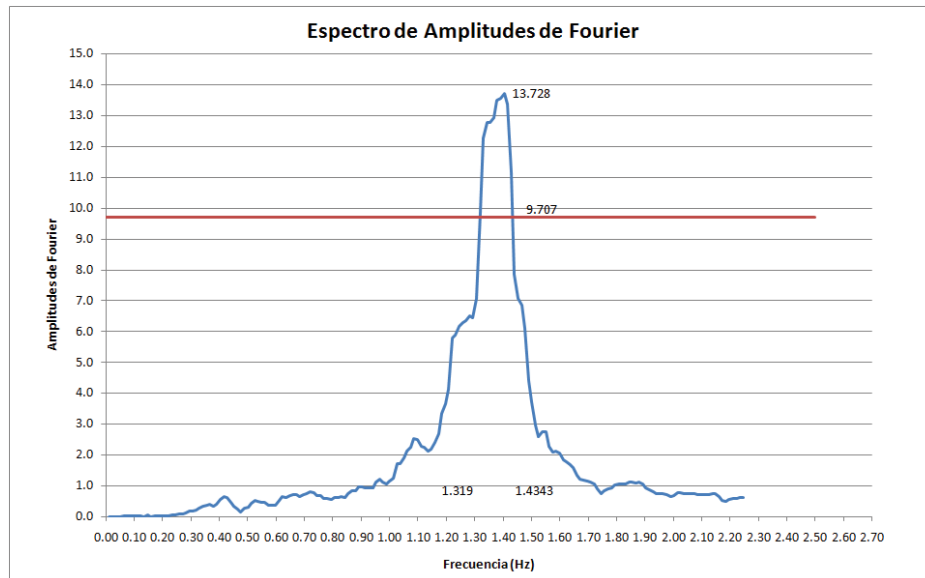


Figura 4.15 Espectro de amplitudes de Fourier para la torre Oriente, Canal 1.

Posteriormente al análisis del espectro de Fourier y de la aplicación del método, se obtuvieron valores correspondientes al amortiguamiento de la torre Oriente el cual oscila entre 4.189 % para el canal 1 y 4.443 % para el canal 2.

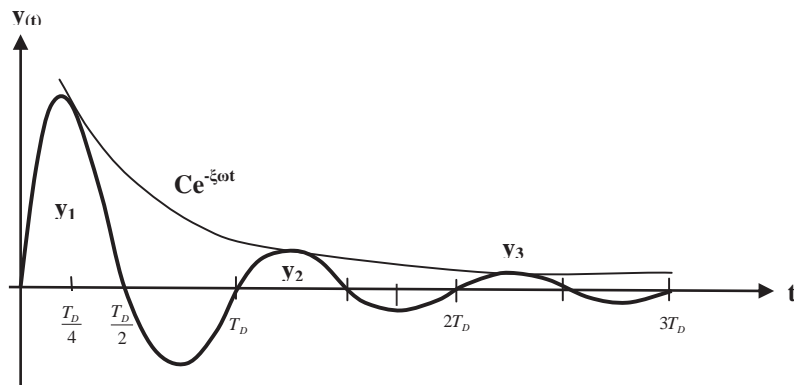
#### 4.3.1.2 Decremento Logarítmico

Un método práctico para determinar experimentalmente el coeficiente de amortiguamiento de un sistema consiste en iniciar la vibración libre, obtener una representación grafica del movimiento vibratorio y medir la proporción en que decrece la amplitud del movimiento. Esta proporción puede ser expresada, convenientemente, por el decremento logarítmico  $\delta$ , que se define como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes máximas consecutivas  $y_1$  e  $y_2$  (ver figura 4.15) en vibración libre, o sea,

$$\delta = \ln \frac{y_1}{y_2} \tag{4.5}$$

$$y(t) = Ce^{-\xi\omega t} \cos(\omega_D t - \alpha) \quad (4.6)$$

Para evaluar la amortiguación, podemos notar que cuando el factor coseno, de la ecuación (4.6), tiene el valor unitario, el desplazamiento cae sobre puntos de la curva exponencial  $y(t) = Ce^{-\xi\omega t}$ , como se muestra en la 4.16. Estos puntos se acercan, pero no coinciden exactamente con los puntos máximos del movimiento oscilatorio.



**Figura 4.16** Curva mostrando los desplazamientos máximos y los desplazamientos en los puntos de tangencia.

De manera que podemos escribir, para dos desplazamientos consecutivos  $y_1$  en el instante  $t_1$  e  $y_2$ ,  $T_D$  segundos después,

$$y_1 = Ce^{-\xi\omega t_1}$$

$$y_2 = Ce^{-\xi\omega(t_1 + T_D)}$$

Dividiendo estas dos amplitudes máximas y tomando logaritmos naturales, obtenemos:



$$\delta = \ln \frac{y_1}{y_2} = \xi \omega T_D \quad (4.7)$$

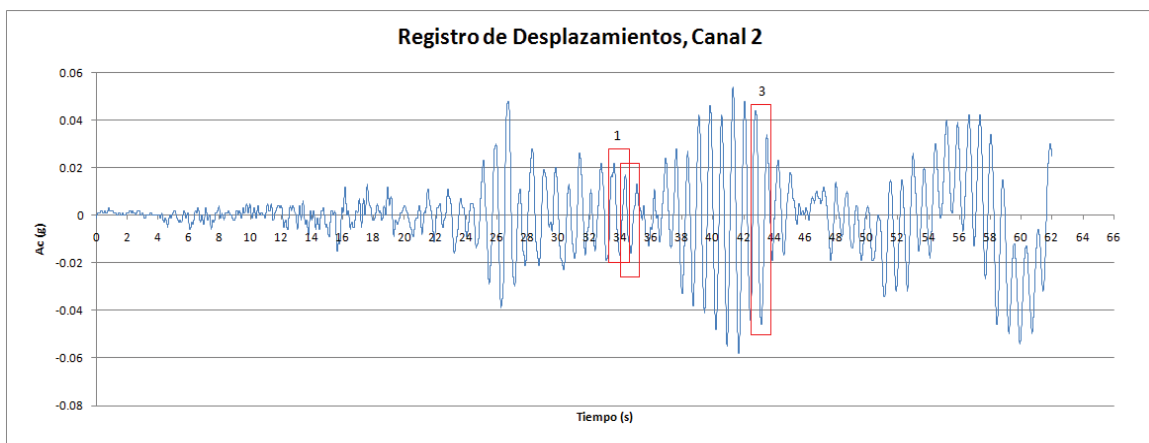
sustituyendo  $T_D$ , el periodo con amortiguamiento:

$$\delta = 2\pi\xi / \sqrt{1 - \xi^2} \quad (4.8)$$

Como se puede ver, la razón de amortiguación  $\xi$  puede ser calculada a partir de la ecuación (4.8) después de haber determinado experimentalmente dos amplitudes máximas del movimiento vibratorio libre del sistema (M. Paz, 1992). Para valores pequeños de la razón de amortiguación, la ecuación (4.8) se puede aproximar por:

$$\delta \cong 2\pi\xi \quad (4.9)$$

Siguiendo con la metodología propuesta, se construyó y analizó el registro de desplazamientos correspondientes a los dos canales capturados como se muestra a continuación:



**Figura 4.17 Registro de desplazamientos de la torre Oriente, para el canal 2.**

Con la finalidad de aplicar el método sobre diferentes puntos del registro, se generó la tabla 4.1 en la cual se agruparon los datos y resultados de la manera siguiente:

**Tabla 4.1 Decremento Logarítmico y Coeficiente de Amortiguamiento para la torre Oriente.**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b><math>\gamma_1</math></b>	0.021	0.016	0.043
<b><math>\gamma_2</math></b>	0.016	0.012	0.033
<b><math>\delta</math></b>	0.27193372	0.28768207	0.26469255
<b><math>\xi</math></b>	0.0432796	0.04578602	0.04212713

Analizando los valores correspondientes al coeficiente de amortiguamiento de la tabla anterior, se observa que mediante la aplicación del método de decremento logarítmico, los valores de amortiguamiento varían entre 4.21 y 4.57%. Dichos valores son muy similares con los obtenidos con el método de ancho de banda, con lo cual se corroboran y pueden ser considerados como aceptables.

Los valores de amortiguamiento obtenidos para la torre Oriente se aproximan al 5% utilizado en los análisis realizados, sin embargo, este valor no es definitivo y muy seguramente variará dependiendo del nivel de excitación sísmica, por lo que resulta necesario continuar con la instrumentación de cara a registrar sismos de mayor intensidad, que permitan tener una mayor caracterización del amortiguamiento del sistema.

Para finalizar es prudente abordar la problemática que se presentó con la saturación del equipo instalado en la torre Poniente, de lo cual podemos concluir que a pesar de que los acelerómetros se encuentran calibrados bajo los mismos parámetros, la torre Poniente presenta un estado de mayor flexibilidad y por lo tanto es más vulnerable a presentar excitación con estímulos de baja intensidad



## CAPÍTULO 4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES

---



tales como ráfagas de viento; por estos motivos se recomienda efectuar inspección y mantenimiento de los equipos en periodos de tiempo no mayores de dos meses, durante el tiempo que se instrumente la estructura.



## **5. MODELO NUMERICO.**

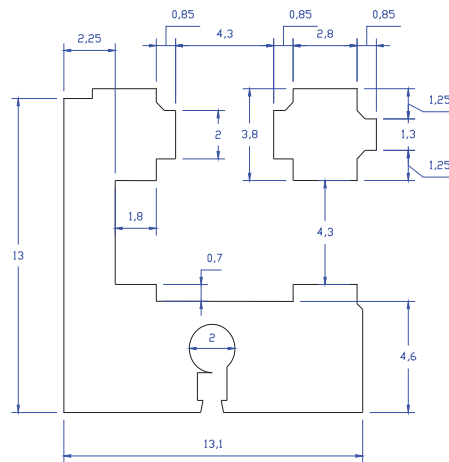
### **5.1 INTRODUCCIÓN.**

El tratar de describir una estructura con las características que presenta la Catedral de Morelia es complicado, pero para este trabajo abordaremos una explicación generalizada de los macroelementos torres y fachada principal de esta magna obra, la cual se observa en la figura 5.1.



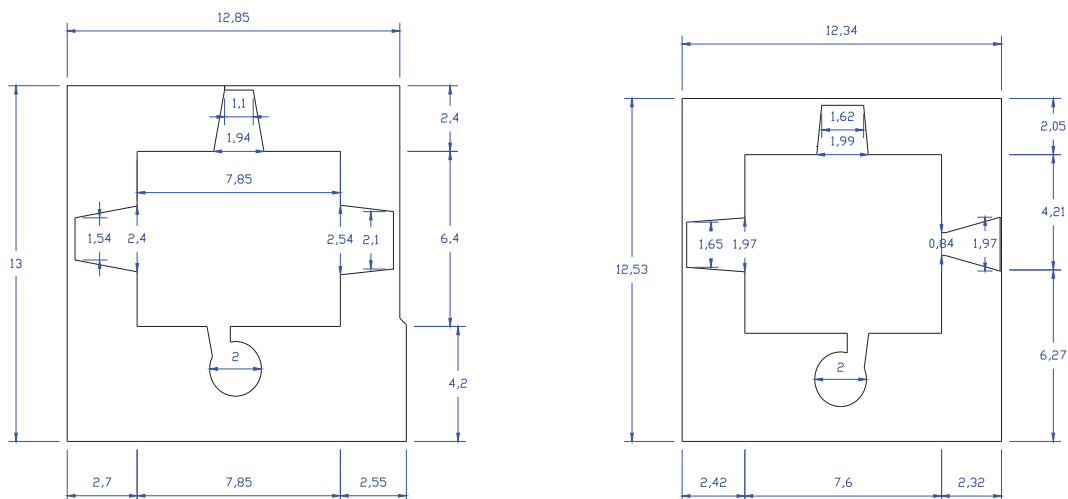
*Figura 5.1 Perspectiva de la fachada Norte de la Catedral de Morelia.*

Cada torre posee una compleja geometría interna que está constituida por seis sistemas de entepiso. El primer nivel se conforma por una sección de muros en planta tipo L, la cual se complementa con una robusta columna de sección cruciforme (ver figura 5.2), éste nivel se corona con una bóveda de arista cuatripartita perfecta (ver figura 5.10a).



**Figura 5.2** Planta correspondiente al primer nivel de la torre Oriente.

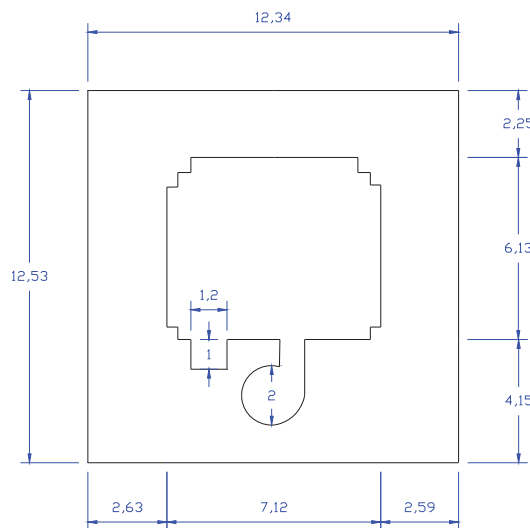
El segundo y tercer nivel presentan una configuración cuadrilátera en planta, en la cual únicamente se aprecian muros perimetrales con las oquedades correspondientes a ventanas y puertas de acceso; a su vez también se observa el vano de escalera de sección circular, la cual presenta el espiral dentro del muro frontal (ver figura 5.3). Estos niveles poseen bóvedas de cañón, con secciones correspondientes a un arco rebajado; la dirección de las bóvedas es de Este a Oeste, excepto en el tercer nivel de la torre poniente la cual presenta una orientación Norte-Sur (ver figura 5.10b y 5.10c).



**Figura 5.3** Plantas correspondientes al segundo y tercer nivel de la torre Oriente.



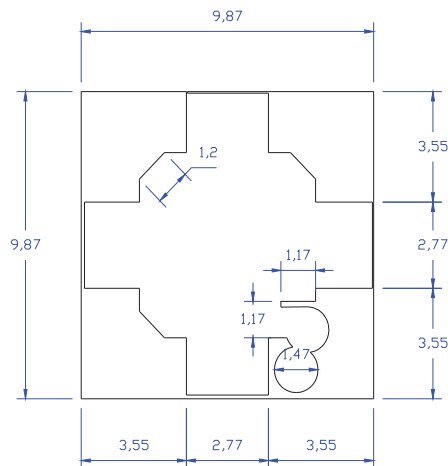
El bloque del cuarto nivel corresponde a la cámara que alberga a la máquina del reloj, ésta adquiere una reducción en planta del 45% a una cuarta parte de la altura y por lo tanto se genera una disminución en espesor de muros de 2.6m a 1.6m (ver figura 5.4). Entre los detalles más relevantes que se tienen en esta sección se encuentra la presencia de los óculos correspondientes a las carátulas circulares del reloj, las cuales atraviesan en su totalidad al muro. Cabe mencionar que la configuración de un cambio de dirección en el espiral de la escalera de la torre oriente coincide con la carátula del reloj, lo cual impidió que se generara dicha apertura hasta el interior de la cámara. Este bloque posee una bóveda de tipo cuatripartita, la cual se repite en ambas torres (ver figura 5.10d).



**Figura 5.4 Planta correspondiente a la cámara del reloj de la torre Oriente.**

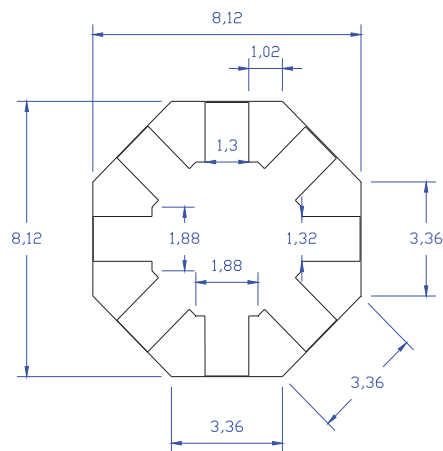
El primer campanario considerado también como el quinto bloque conserva una sección cuadrilátera, la cual se desplanta en cuatro apoyos ubicados en las esquinas. Éstos a su vez presentan una sección robusta tipo L, los cuales en su parte central cuentan con dos balcones-campanario con orientación al exterior (uno por cara) y un tercero con dirección al interior (ver figura 5.5). En la parte superior de este bloque se presenta una cúpula la cual corresponde a la cámara

resonante del campanario, la que se aloja en un segundo cambio de sección, el cual presenta un cambio drástico pasando de una sección cuadrilátera a otra de tipo octagonal (ver figura 5.10e).



**Figura 5.5 Planta correspondiente al primer campanario de la torre Oriente.**

El sexto bloque o segundo campanario, adopta una sección octagonal la cual se desplanta sobre ocho pilares que conforman el campanario (ver figura 5.6). En este elemento después de su media altura se genera un abocinamiento que produce una reducción paulatina, para llegar de esta manera a la linternilla que presenta ocho ventanas y se corona con una cúpula de ocho segmentos (ver figura 5.10f)



**Figura 5.6 Planta correspondiente al segundo campanario de la torre Oriente.**



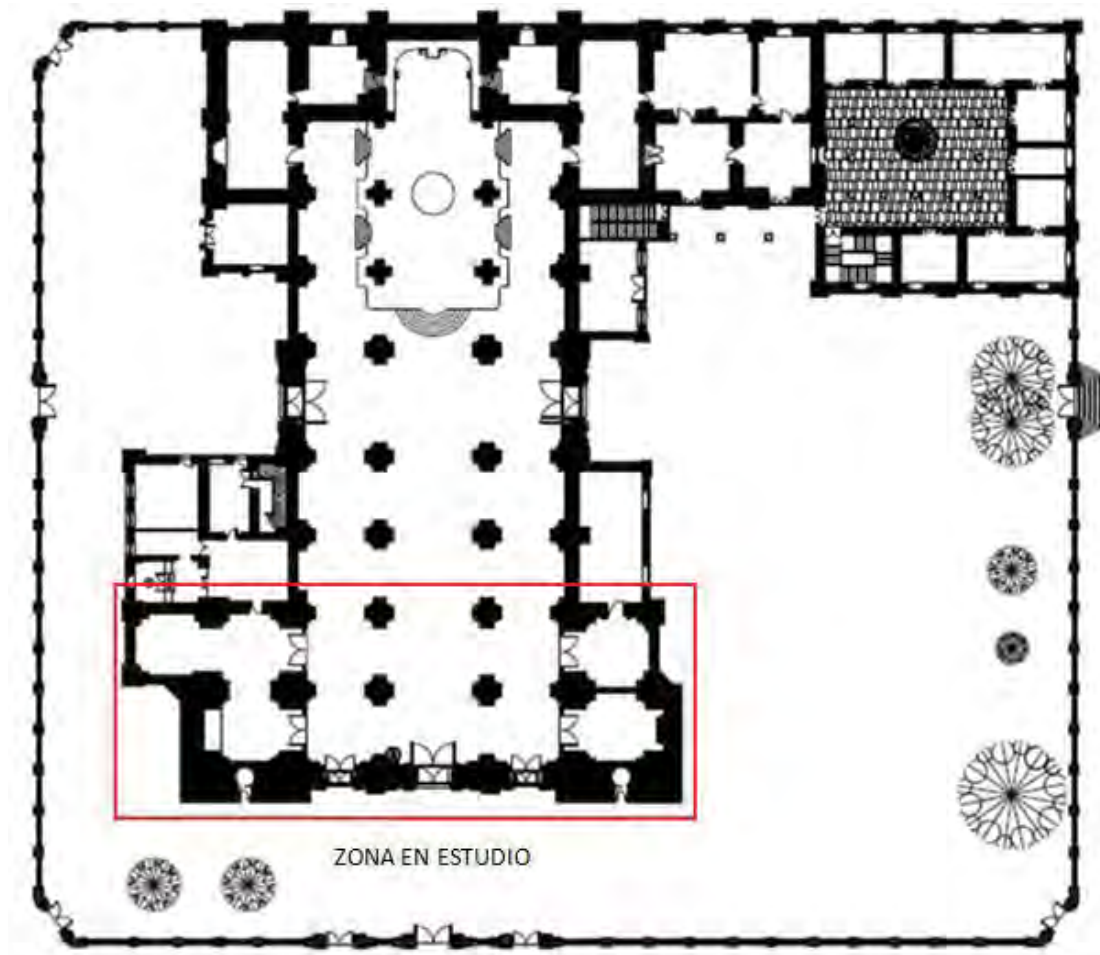
El muro de la fachada principal se constituye de tres portadas, de las cuales la central corresponde a la nave principal y las dos adyacentes pertenecen a las naves laterales. Las portadas están separadas por un par de pequeños contrafuertes los cuales conservan su sección en toda su altura. La portada principal presenta en la parte central del segundo tercio un óculo de sección oval, el cual se encuentra tapiado por un murete de menor espesor, de manera similar las portadas laterales poseen una ventana rectangular; para rematar, dichas portadas lucen un frontón que sobrepasa el nivel de las naves laterales (ver figura 5.7).



*Figura 5.7 Alzado de la fachada norte de la Catedral de Morelia.*

## 5.2 MODELADO ANALÍTICO DEL CONJUNTO TORRES-FACHADA PARA CALIBRACIÓN.

El modelo analítico que se generó para el estudio de las torres y fachada de la Catedral de Morelia fue realizado siguiendo de manera fiel los detalles y características que presenta la edificación. Se partió de los planos en formato CAD facilitados por el Patronato de la Catedral, los cuales corresponden a la planta de conjunto (ver figura 5.8) y a los alzados de las fachadas Norte y Poniente, las cuales se muestran en la figura 5.7 y 5.9



*Figura 5.8 Planta de conjunto de la Catedral de Morelia.*



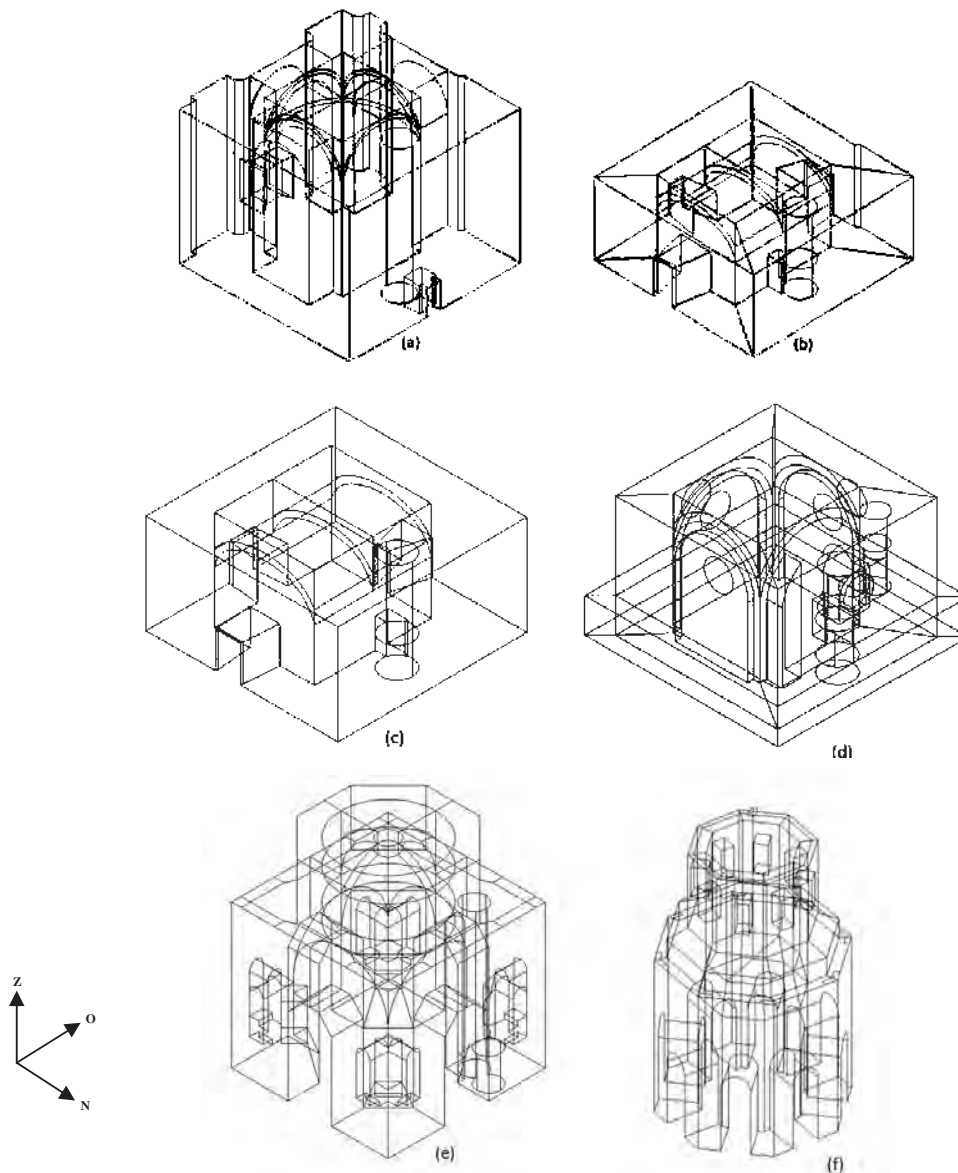


*Figura 5.9 Fachada Poniente de la Catedral de Morelia.*

Debido a la complejidad de la geometría interior de las torres y a que no se contaba con planos detallados para estos elementos, fue necesario realizar el levantamiento de las dimensiones y características relevantes. Es importante recalcar que, a pesar de que la geometría exterior de ambas torres es idéntica, su configuración interna exhibe variaciones importantes.

Las diferencias más relevantes que presenta la torre Poniente en comparación con la torre Oriente son las siguientes: presencia de oquedades de dimensiones importantes en las bóvedas del segundo y tercer nivel, cambio en la dirección y altura en la bóveda de cañón del tercer nivel, disminución en la altura de la cámara del reloj, y de la abertura del óculo del reloj en la fachada Norte, cambio en la trayectoria del espiral de la escalera en el segmento correspondiente a la cámara del reloj, así como también menor altura en la cúpula de la cámara resonante del primer campanario, entre otros (ver figura 5.13).

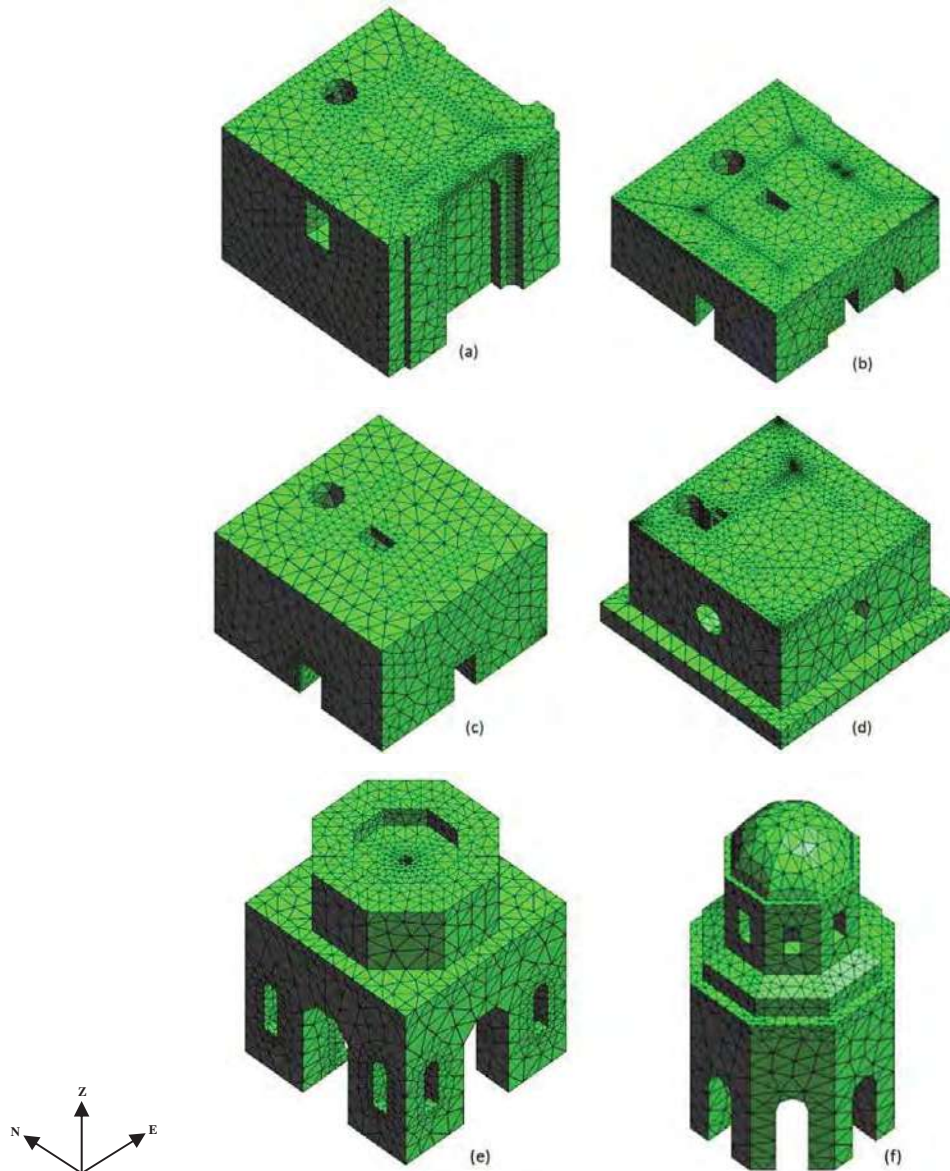
Con base en las dimensiones medidas en la estructura se elaboró un modelo tridimensional a base de líneas y puntos en formato CAD para cada una de las bóvedas, ésto debido a la complejidad y detallado de cada uno de estos elementos (ver figura 5.10).



**Figura 5.10 a) Capilla de la Virgen de la Soledad, torre Oriente. b) Bóveda de cañón del segundo nivel. c) Bóveda de cañón del tercer nivel. d) Cámara del reloj. e) Primer campanario. f) Segundo campanario.**



Posteriormente, la geometría de cada elemento se exportó al programa GID 9.0.2, en el cual se trabajó en la construcción de una malla de elementos tetraédricos sólidos (ver figura 5.11), la cual se tomó como base para la elaboración de un modelo numérico de elementos finitos.

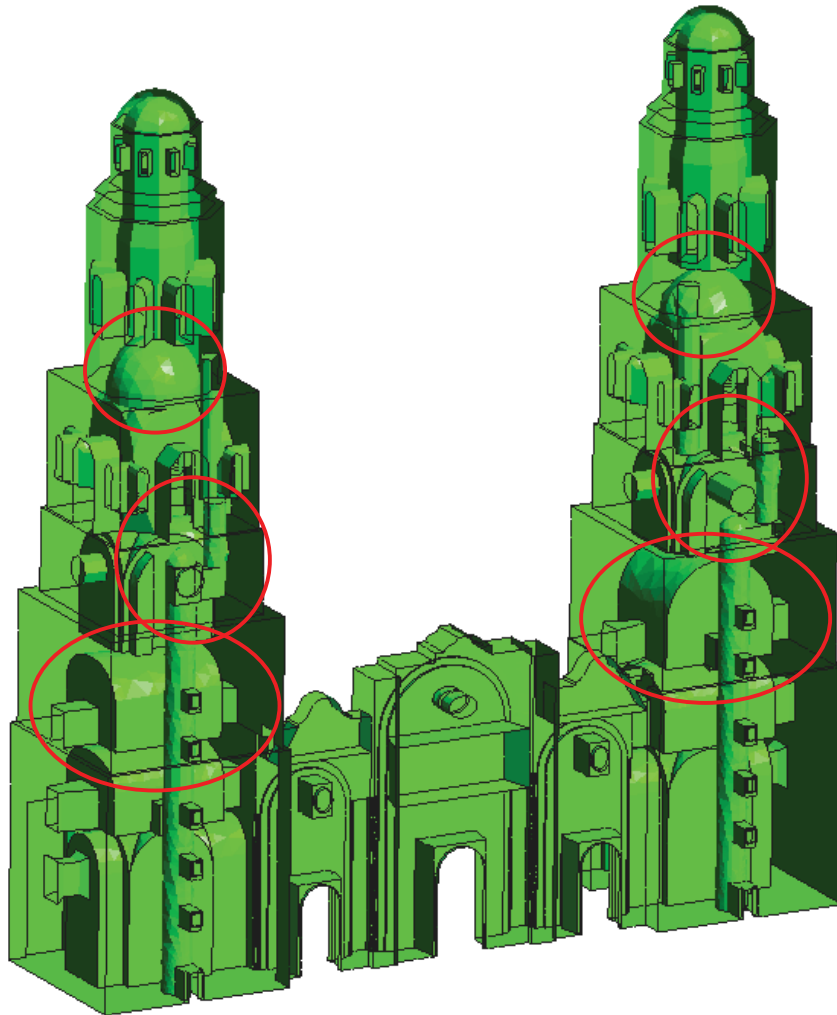


**Figura 5.11** a) Capilla de Las Religiosas, torre Poniente. b) Cámara del segundo nivel. c) Cámara del tercer nivel. d) Cámara del reloj. e) Primer campanario. f) Segundo campanario.

Para continuar con los trabajos de mallado fue necesario generar un modelo de calibración, en el cual se fusionaron todos los elementos que conforman las dos torres en interacción con el muro de la fachada Norte (ver figura 5.12); lo cual dió origen a un modelo de elementos finitos formado por 52,349 nodos y 202,296 elementos tetraédricos.



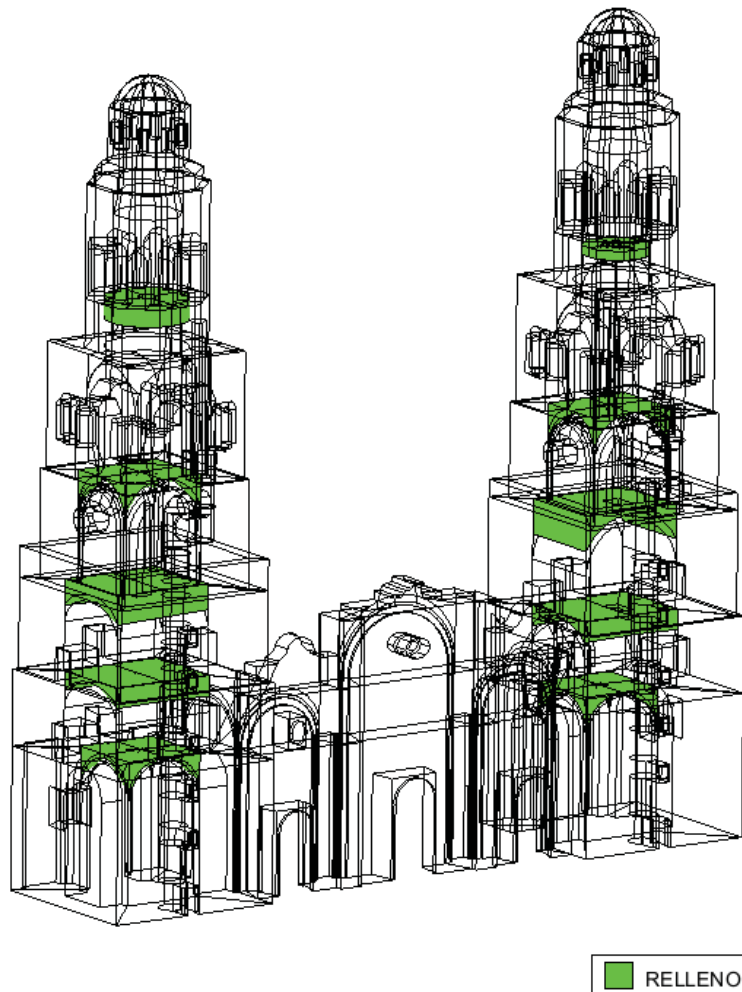
*Figura 5.12 Modelo de elementos finitos.*



*Figura 5.13 Configuración interna del modelo.*

Teniendo el modelo global mallado fue posible designar materiales a cada uno de los elementos que conforman la estructura, los cuales se dividieron en: mampostería y relleno; éstos se establecieron por medio de volúmenes, que previamente fueron configurados (ver figura 5.14). Y para finalizar, se asignaron condiciones de apoyo a los nodos de la superficie inferior del modelo global de calibración.

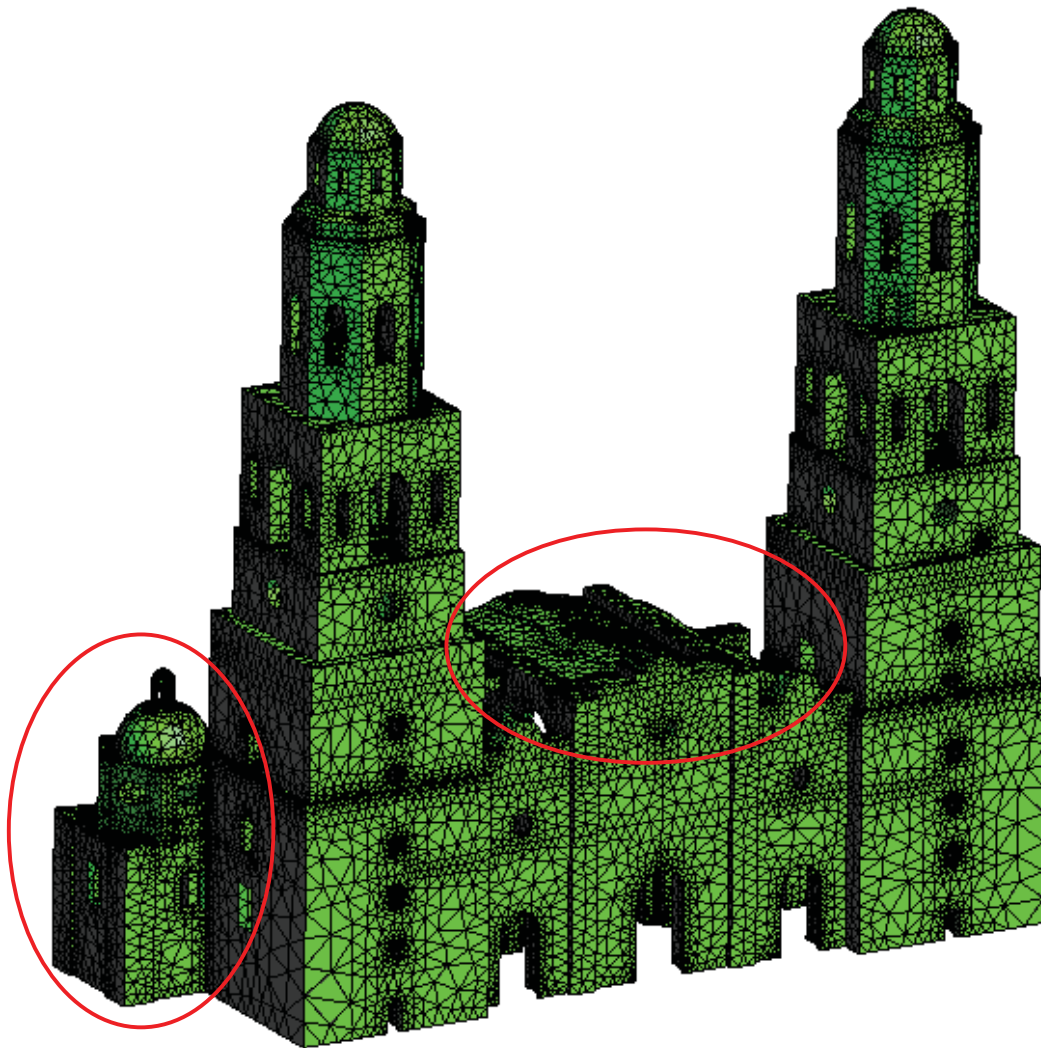




*Figura 5.14 Asignación de materiales en el modelo.*

### 5.3 MODELO ANALÍTICO GLOBAL.

Al inicio del modelo analítico se consideró únicamente la interacción de ambas torres con el muro correspondiente a la portada principal, lo cual generó gran incertidumbre al realizar su análisis, ya que se presentaron efectos de torsión en el segundo modo de vibrar de la estructura que no correspondían al comportamiento esperado para la misma. Debido a esto, fue necesario complementar el modelo aumentando su tamaño para considerar la interacción de las torres y la fachada, con las naves y capillas adyacentes (ver figura 5.15).



*Figura 5.15 Isométrico del modelo global del conjunto torres fachada.*

Dicha interacción incide en una mejor simulación del comportamiento real de las torres, por este motivo se incluyeron de manera obligada, los elementos estructurales que corresponden al conjunto de naves principales y laterales, las cuales sujetan y confinan tanto a las torres como a la fachada.

Asimismo, se trató de confinar ambas torres con las capillas subsecuentes correspondientes a cada una de las torres, las cuales tuvieron que ser confinadas con su sección correspondiente de naves (ver figura 5.16).





*Figura 5.16 Vista posterior del modelo global del conjunto torres fachada.*

El modelo global generado para el conjunto torres-fachada, conformado por 389541 elementos finitos tetraédricos y 100042 nodos, constituye la base principal para los análisis posteriores y la evaluación de la vulnerabilidad sísmica del sistema.



### 6. ANÁLISIS ESTRUCTURAL

#### 6.1 INTRODUCCIÓN

El analizar una estructura con las características que presenta la magna Catedral de Morelia es sumamente complicado, ya que para ello fue necesario generar un modelo de elementos finitos de tipo tetraédricos, al cual se le asignó un modelo constitutivo que fuera capaz de representar las propiedades mecánicas de la mampostería ante un comportamiento de tipo no lineal.

Además fue posible examinar la estructura mediante un análisis temporal de tipo lineal, en el cual se generó un estudio del comportamiento de los esfuerzos en la estructura ante un estado de cargas verticales producto de su propio peso y excitaciones de tipo sísmico para los períodos de retorno correspondientes a 475 y 975 años.

#### 6.2 ANÁLISIS MODAL Y CALIBRACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

El proceso de calibración numérica para el caso de monumentos históricos es un paso trascendental debido a que existen grandes incertidumbres en las propiedades mecánicas de los materiales, en la rigidez actual que presenta la estructura, en el grado de intemperismo debido al factor edad y en los procedimientos constructivos, que se ven magnificadas ante la imposibilidad de efectuar ensayos destructivos y semidestructivos para estimar tales propiedades. En nuestro caso dicho proceso de actualización del modelo numérico se generó a partir de la medición de vibraciones ambientales, las cuales tratadas mediante técnicas de identificación dinámica se considera una rápida alternativa para obtener una aceptable caracterización estructural de manera globalizada.

El modelo ajustado experimentalmente aunado a una adecuada elección de técnicas de análisis y modelos constitutivos, se convierte entonces en la herramienta principal para la realización de estudios estructurales y de vulnerabilidad en nuestra investigación.

El ajuste del modelo se consiguió mediante la variación del módulo de elasticidad de los materiales hasta lograr la mayor coincidencia para el primer modo de vibración obtenido experimentalmente. Como resultado de esto se logró una aproximación razonable que va de 8.799 rad/seg contra los 8.859 rad/seg que se presentaron experimentalmente sobre la torre Oriente, obteniendo una diferencia de 0.677% la cual se considera aceptable. Cabe mencionar que el modelo se calibró con respecto al primer modo de vibrar ya que, para este tipo de estructuras, el primer modo absorbe la mayor cantidad de energía. Con base en lo anterior, se pudieron obtener las propiedades mecánicas globales equivalentes mostradas en la tabla 1.

**Tabla 6.1. Propiedades mecánicas del modelo calibrado.**

<b>Material</b>	<b>Densidad (ton/m<sup>3</sup>)</b>	<b>Modulo de Young (ton/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Modulo de Poisson</b>
Mampostería de cantera	2.5	146900	0.2
Relleno	1.7	29380	0.2

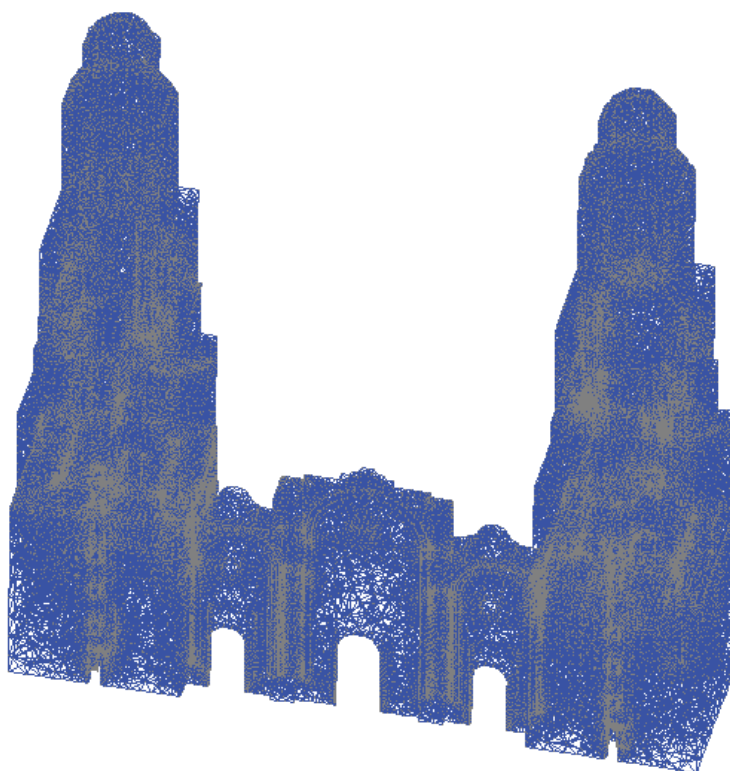
Como se puede observar en la tabla anterior, los valores calibrados del módulo de Young para mampostería sugieren que tanto los sillares como la mano de obra empleados en la construcción de la obra fueron de buena calidad.

Los resultados anteriores permiten formular otras conjeturas, tales como la posibilidad de que los muros de mampostería de los niveles inferiores de las torres sean sólidos y no presenten un núcleo de menor calidad como ocurría con



frecuencia, o bien que la alta rigidez experimental obtenida es producto de una buena interacción entre la zona analizada y el resto de la catedral (naves, arbotantes, columnas, etc.)

Con la ayuda del modelo numérico calibrado se procedió entonces a generar un análisis modal con la finalidad de obtener los diferentes modos de vibrar de la estructura, haciéndose notar una configuración deformada normal a la portada de la fachada norte para el primer modo (ver figura 6.2), torsión para el segundo modo (ver figura 6.3), movimiento en fase paralela a la misma fachada para el tercer modo (ver figura 6.4), se presentan desplazamientos opuestos en las torres comprimiendo al muro de la fachada para el cuarto modo (ver figura 6.5) y nuevamente se genera torsión en el quinto modo (ver figura 6.6).



**Figura 6.1 Configuración original de la estructura.**



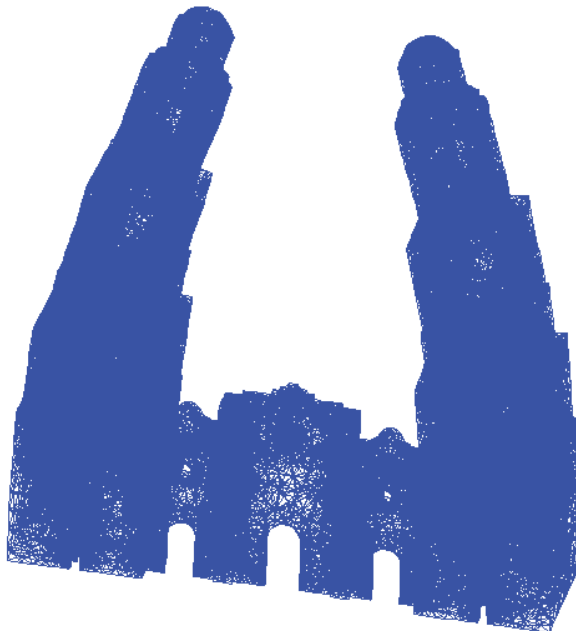
*Figura 6.2 Primer modo de vibrar (deformación normal a la fachada).*



*Figura 6.3 Segundo modo de vibrar (tipo torsional).*



*Figura 6.4 Tercer modo de vibrar de la estructura (desplazamiento paralelo al eje de la fachada).*



*Figura 6.5 Cuarto modo de vibrar de la estructura (desplazamiento opuesto de las torres comprimiendo el muro de la fachada).*



*Figura 6.6 Quinto modo de vibrar (torsión).*

Los valores de frecuencia y periodo correspondientes a cada uno de los primeros modos de vibrar de la estructura se agrupan en la siguiente tabla:

*Tabla 6.2. Periodos y frecuencias del modelo calibrado.*

Modo	Frecuencia (Hz)	Periodo (seg)
1	1.4	0.714
2	1.409	0.71
3	1.607	0.622
4	1.638	0.611
5	3.191	0.313

Resulta evidente el efecto de la asimetría de rigideces que conlleva el hecho de haber considerado en la primera etapa del análisis únicamente la portada de la fachada principal ya que, al tener un eje que no es coincidente con los centroides de las torres, se generan componentes torsionales que, muy seguramente, se modificarán al incluir el efecto de las naves y el resto del edificio.





Para obtener un análisis modal de la estructura el cual fuera más convincente, se optó por generar una nueva calibración del modelo; en la cual se consideraran los elementos que restringen a las torres así como a las secciones de bóvedas correspondientes a las naves adyacentes. Al tener el modelo general armado se realizó nuevamente su calibración, la cual se consiguió mediante la variación del módulo de Young de la mampostería hasta lograr la mayor coincidencia con el primer modo de vibración obtenido experimentalmente sobre la torre Poniente. Como resultado de esto se logró una aproximación 8.4 rad/seg contra los 8.322 rad/seg que se presentaron experimentalmente, obteniendo una diferencia de 0.929% la cual se considera aceptable. Cabe mencionar que para esta calibración se consideró la frecuencia más baja obtenida experimentalmente, con la finalidad de obtener un rango de periodos más alto y no despreciar los valores derivados de las mediciones de la torre Poniente.

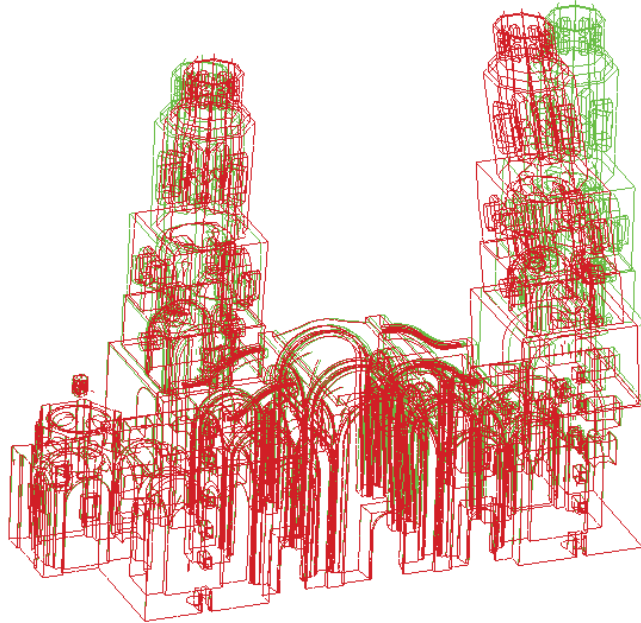
Con la nueva calibración del modelo numérico se modificaron las propiedades mecánicas de la mampostería, reduciendo su valor del modulo de Young en un 30.6%, lo cual nos da como resultado las siguientes propiedades:

*Tabla 6.3. Propiedades mecánicas del segundo modelo calibrado.*

Material	Densidad (ton/m <sup>3</sup> )	Modulo de Young (ton/m <sup>2</sup> )	Modulo de Poisson
Mampostería de cantera	2.5	101971	0.2
Relleno	1.7	29380	0.2

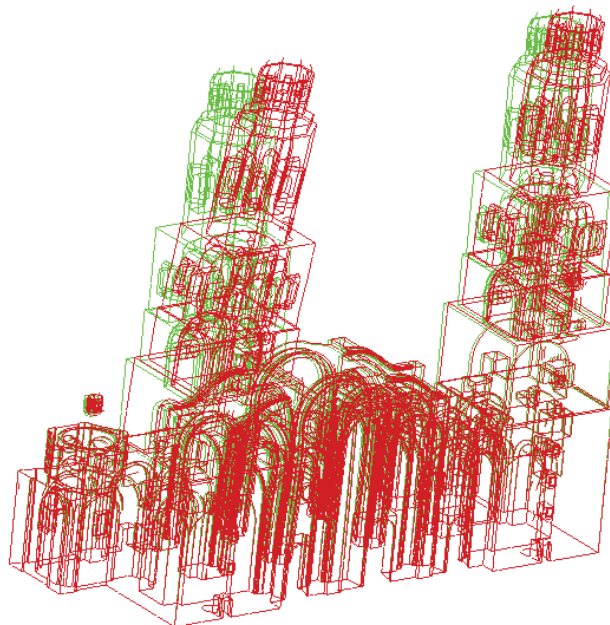
Con base en esta segunda calibración se generaron los siguientes estados deformados de la estructura correspondientes a los primeros diez modos de vibrar ,los cuales se muestran en las figuras 6.7 a 6.16.

```
Model: DIANA_W  
M01: Mode 1  
Step: 0 FREQUENCY: 1.35  
Nodal DTX...G DTX  
Max = .411E-1  
Min = -.177  
Factor = 33.3
```



**Figura 6.7 Primer modo de vibrar (periodo de 0.74 seg.).**

```
Model: DIANA_W  
M02: Mode 2  
Step: 0 FREQUENCY: 1.37  
Nodal DTX...G DTX  
Max = .384  
Min = -.12E-2  
Factor = 16.6
```



**Figura 6.8 Segundo modo de vibrar (0.7299 seg.).**



```
Model: DIANA_W  
M03: Mode 3  
Step: 0 FREQUENCY: 1.47  
Nodal DTX...G DTX  
Max = 1 Min = -.28E-3  
Factor = 6.26
```

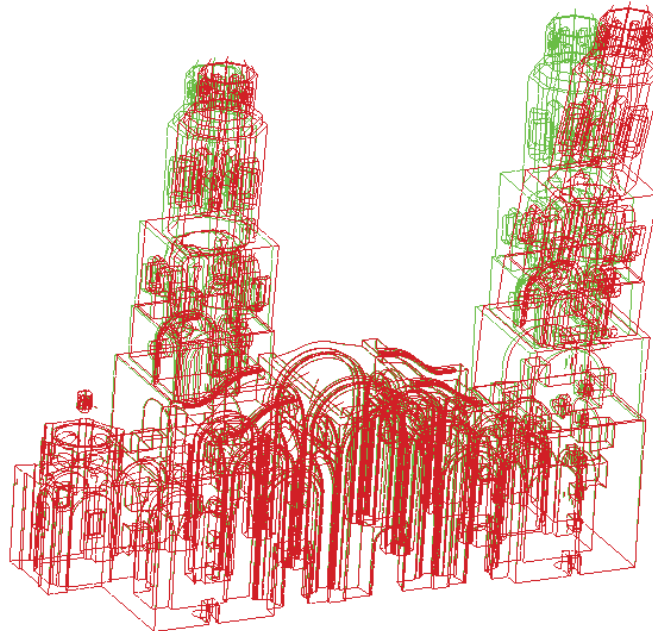


Figura 6.9 Tercer modo de vibrar (0.6802 seg.).

```
Model: DIANA_W  
M04: Mode 4  
Step: 0 FREQUENCY: 1.51  
Nodal DTX...G DTX  
Max = 1 Min = -.317  
Factor = 6.15
```

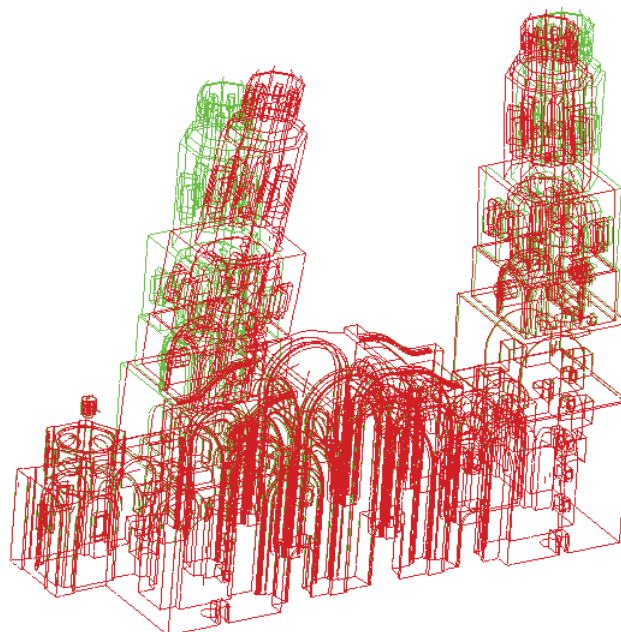
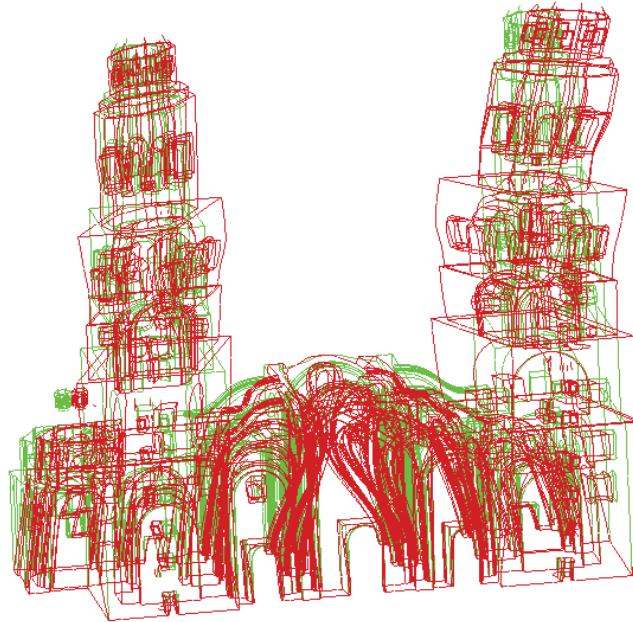


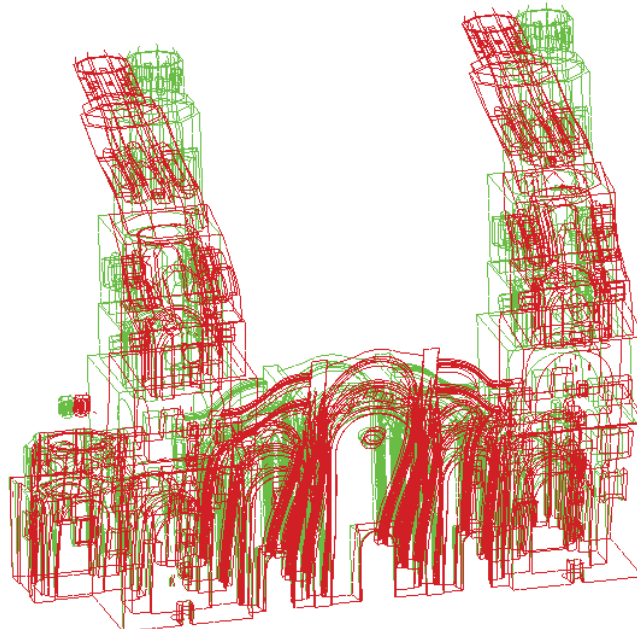
Figura 6.10 Cuarto modo de vibrar (0.662 seg.).

```
Model: DIANA_W  
M05: Mode 5  
Step: 0 FREQUENCY: 3.27  
Nodal DTX...G DTX  
Max = .214 Min = -.195  
Factor = 29.3
```



*Figura 6.11 Quinto modo de vibrar (0.3058 seg.).*

```
Model: DIANA_W  
M06: Mode 6  
Step: 0 FREQUENCY: 3.63  
Nodal DTX...G DTX  
Max = .187 Min = -.222  
Factor = 27.7
```



*Figura 6.12 Sexto modo de vibrar (0.2754 seg.).*



```
Model: DIANA_W  
M07: Mode 7  
Step: 0 FREQUENCY: 3.93  
Nodal DTX ... G DTX  
Max = 1 Min = -.421  
Factor = 20
```

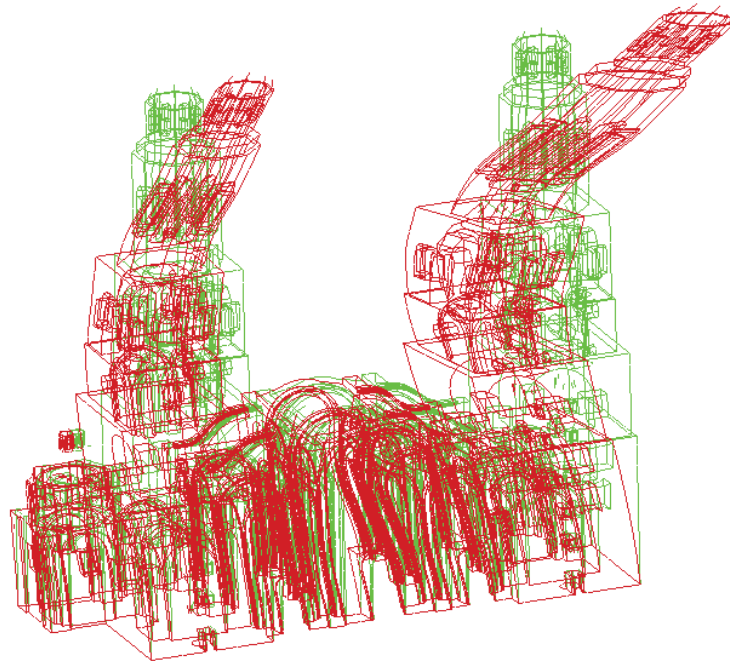


Figura 6.13 Séptimo modo de vibrar (0.2544 seg.).

```
Model: DIANA_W  
M08: Mode 8  
Step: 0 FREQUENCY: 4.07  
Nodal DTX ... G DTX  
Max = 1 Min = -.484  
Factor = 20
```

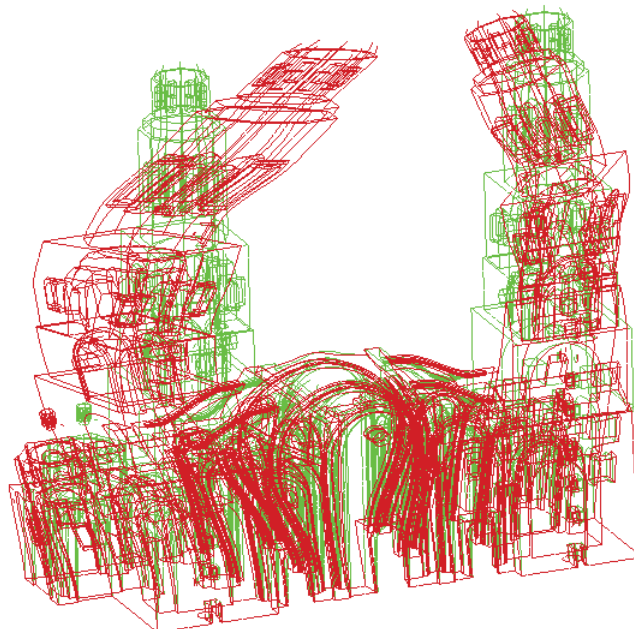
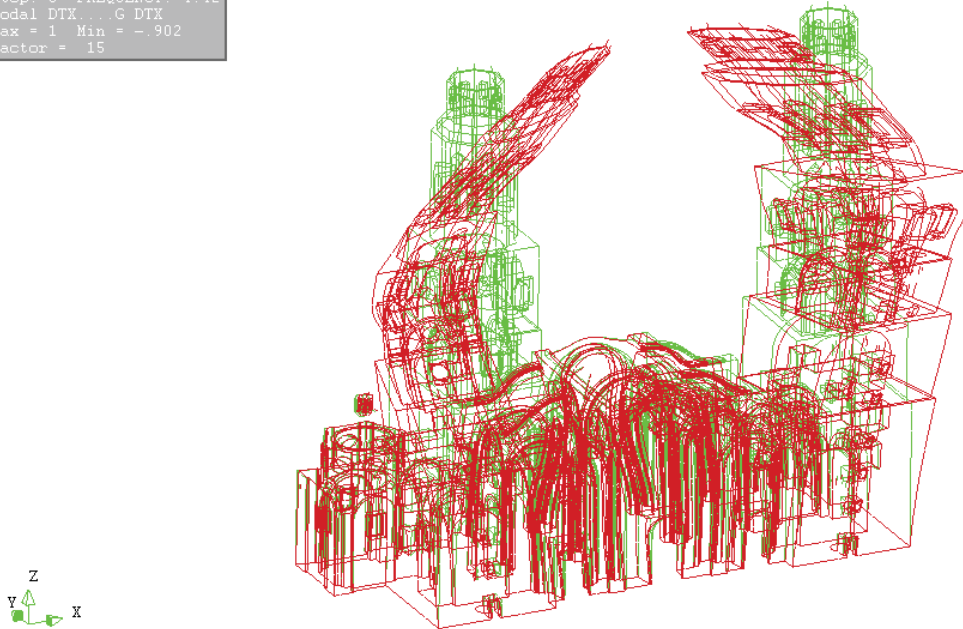


Figura 6.14 Octavo modo de vibrar (0.2457 seg.).

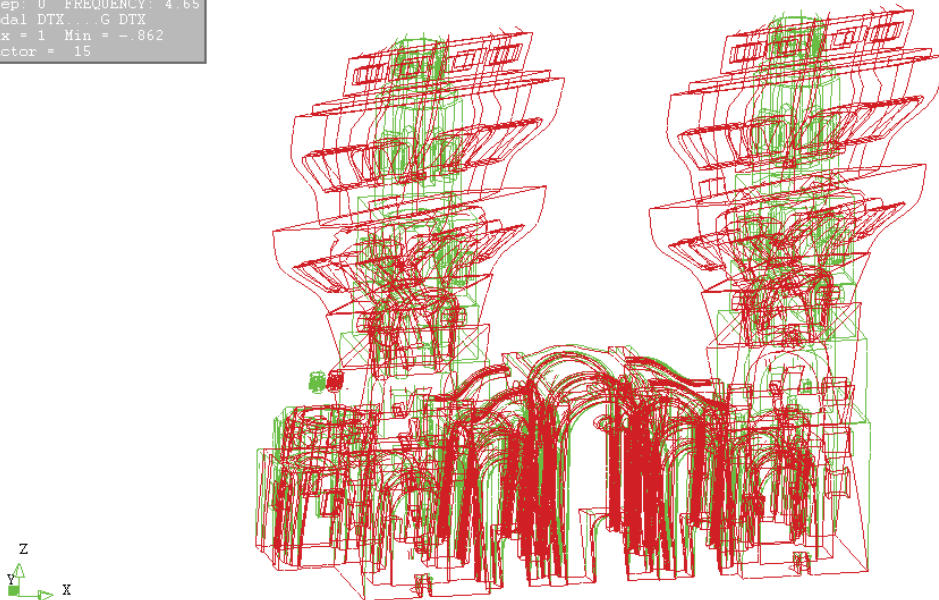


```
Model: DIANA_W  
M09: Mode 9  
Step: 0 FREQUENCY: 4.42  
Nodal DTX...G DTX  
Max = 1 Min = -.902  
Factor = 15
```



**Figura 6.15** Noveno modo de vibrar (0.2262 seg.).

```
Model: DIANA_W  
M010: Mode 10  
Step: 0 FREQUENCY: 4.65  
Nodal DTX...G DTX  
Max = 1 Min = -.862  
Factor = 15
```



**Figura 6.16** Decimo modo de vibrar (0.2150 seg.).



Los valores correspondientes a las frecuencias y periodos de cada uno de los primeros diez modos de vibrar de la estructura mostrados en las figuras anteriores, se agrupan en la tabla que se muestra a continuación:

*Tabla 6.4. Periodos y frecuencias del segundo modelo calibrado.*

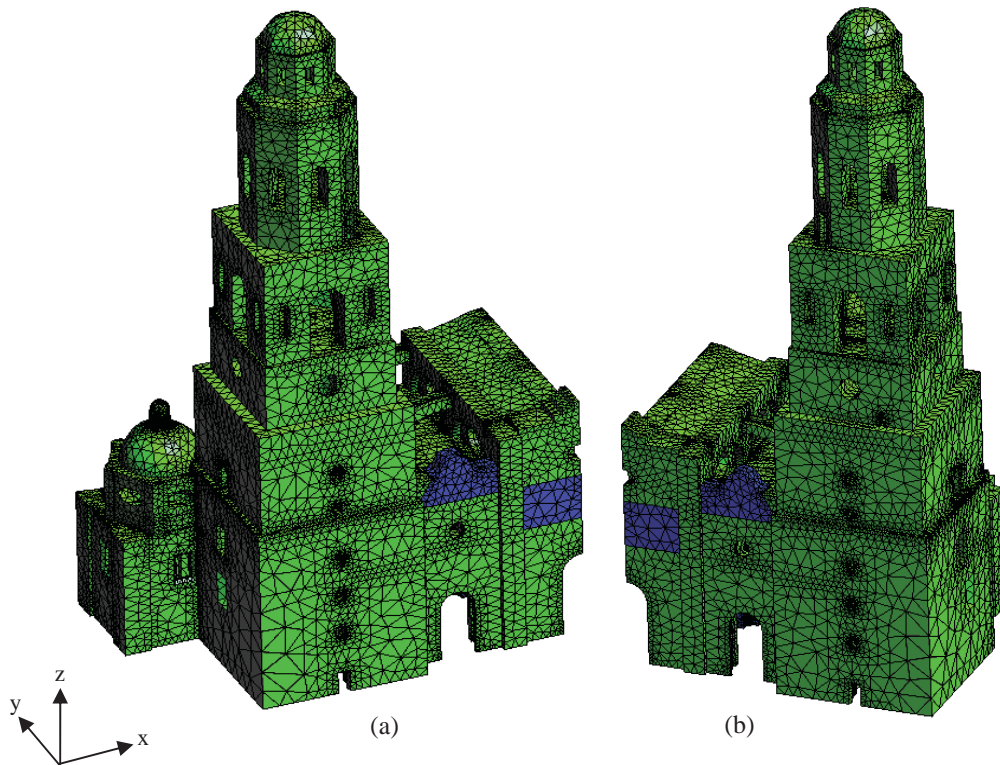
Modo	Frecuencia (Hz)	Periodo (seg)
1	1.35	0.7400
2	1.37	0.7299
3	1.47	0.6802
4	1.51	0.6620
5	3.27	0.3058
6	3.63	0.2754
7	3.93	0.2544
8	4.07	0.2457
9	4.42	0.2262
10	4.65	0.2150

### 6.3 ANÁLISIS LÍNEAL TEMPORAL

Debido al tamaño y refinamiento del modelo, para su construcción se requirió una gran cantidad de elementos finitos (389541 elementos tetraédricos de cuatro nodos), lo cual generó que para realizar los análisis de tipo estructural se tuvieran grandes limitaciones con el software. Tal fue el caso que para generar un análisis lineal temporal dentro de la plataforma del programa STAAD Pro. 2007, por lo que fue necesario dividir el modelo de elementos finitos en dos subelementos, de 186257 elementos para el módulo derecho y de 203131 elementos para el módulo izquierdo.

Dichos subelementos se lograron al partir por la clave de la nave central en toda su longitud y bajando por el centro del muro de la fachada hasta llegar al intradós del arco de la puerta principal; con esto se logró tener dos modelos en los cuales se restringió a cada una de las torres con los elementos adyacentes a cada una de ellas (ver figura 6.17).





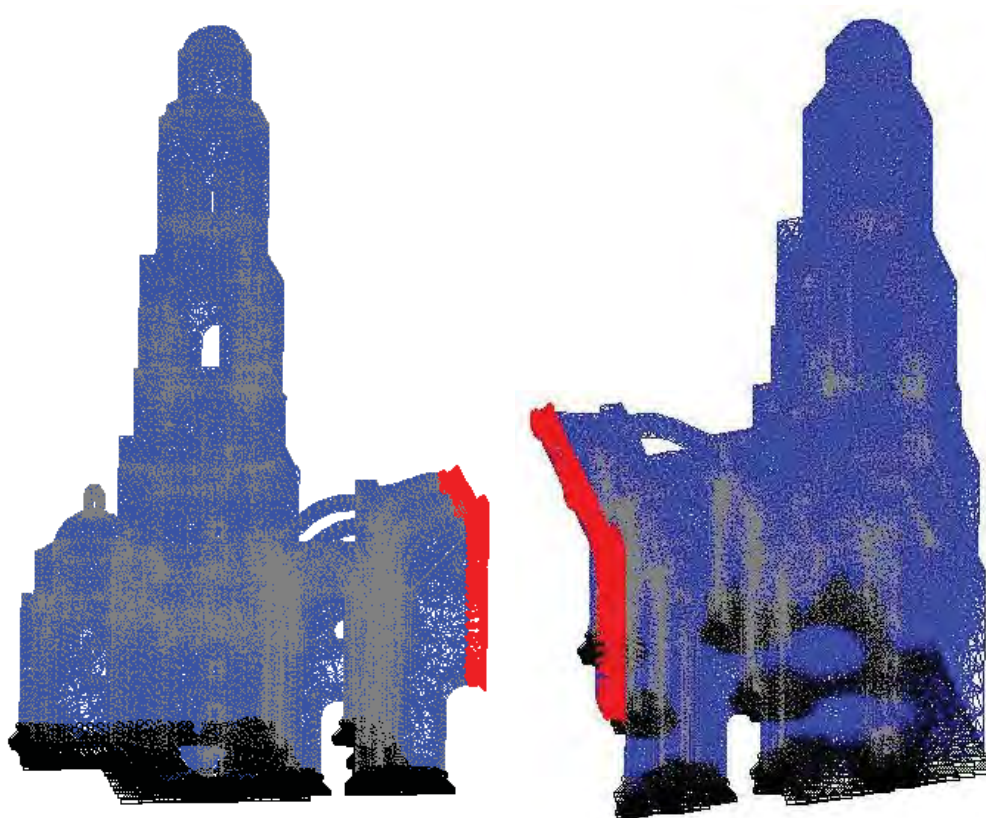
**Figura 6.17 a) Modelo de elementos finitos izquierdo. b) Modelo de elementos finitos derecho.**

Debido a que la división del modelo se efectuó por la parte media de la clave de las naves y arcos formeros, estos se vieron liberados, perdiendo para ello su configuración original; para que éstos conservaran sus propiedades y restricciones fue necesario generar un sistema de resortes que fueran capaces de reproducir el estado de esfuerzos que generaba el módulo faltante.

Para calibrar los resortes se realizó un análisis del modelo completo, en el cual se generó un empuje en sentido X con una aceleración lateral correspondiente al 15% del peso de la estructura (4080 ton), lo cual nos dió como resultado un desplazamiento de 0.00545 m sobre la clave de las naves centrales. Con base en los valores obtenidos fue posible calcular una rigidez elástica equivalente, que se obtuvo de dividir la fuerza aplicada entre el desplazamiento obtenido al aplicar dicha fuerza, dando como resultado una rigidez de 748486.52



ton/m, la cual representa a la rigidez que imprime el módulo derecho del modelo con respecto al módulo izquierdo. Ya teniendo la rigidez equivalente ésta se fragmentó entre los nodos presentes en las superficies correspondientes a la clave de las naves, a la clave de los arcos principales y al centro del muro de la fachada, dando como resultado una rigidez de 2414.47 ton/m para cada resorte (310 nodos); los cuales se observan en la figura 6.18.

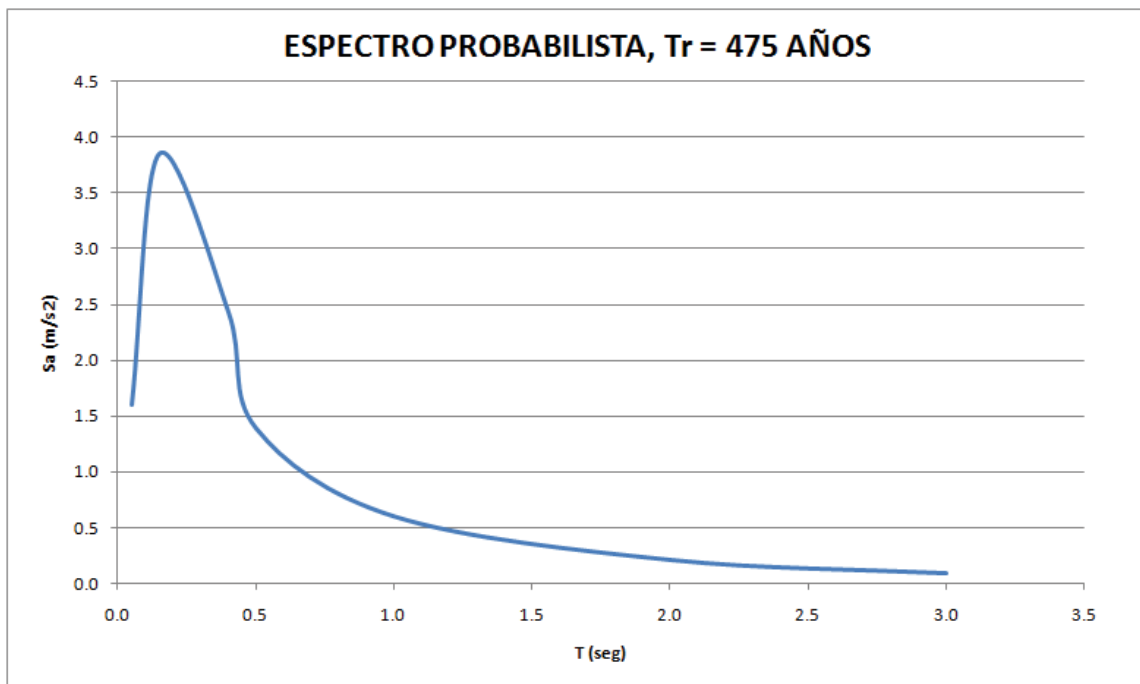


*Figura 6.18 Modelos izquierdo y derecho con soportes en la base y resortes en la frontera central.*

Teniendo los materiales calibrados y los soportes correspondientes asignados en el modelo analítico, se dió pie al análisis elástico de la estructura ante un estado de cargas accidentales en combinación con el peso de la estructura. Los análisis que se realizaron en el programa STAAD Pro. 2007 corresponden a cuatro combinaciones de carga para cada torre, las cuales se agrupan de la siguiente manera: peso propio más sismo en dirección X para un

período de retorno de 475 años, peso propio de la estructura más sismo en dirección Y para un período de retorno de 475 años, el peso propio más sismo en dirección X considerando un período de retorno de 975 años y peso propio más sismo en dirección Y para un período de retorno de 975 años. Hay que mencionar que el programa de análisis no soporta la combinación de la carga por sismo en dos direcciones por estos motivos solo se consideró el sismo en una dirección.

Para efectuar dichos análisis y excitar la estructura se utilizaron acelerogramas artificiales correspondientes a espectros de sitio obtenidos a partir de un estudio probabilista de peligro sísmico en suelo firme (Jara J.M, comunicación personal), con periodos de retorno correspondientes a 475 y 975 años, los cuales se pueden observare en la figura 6.19 y 6.20.



*Figura 6.19 Espectro de demanda artificial para un período de retorno de 475 años.*

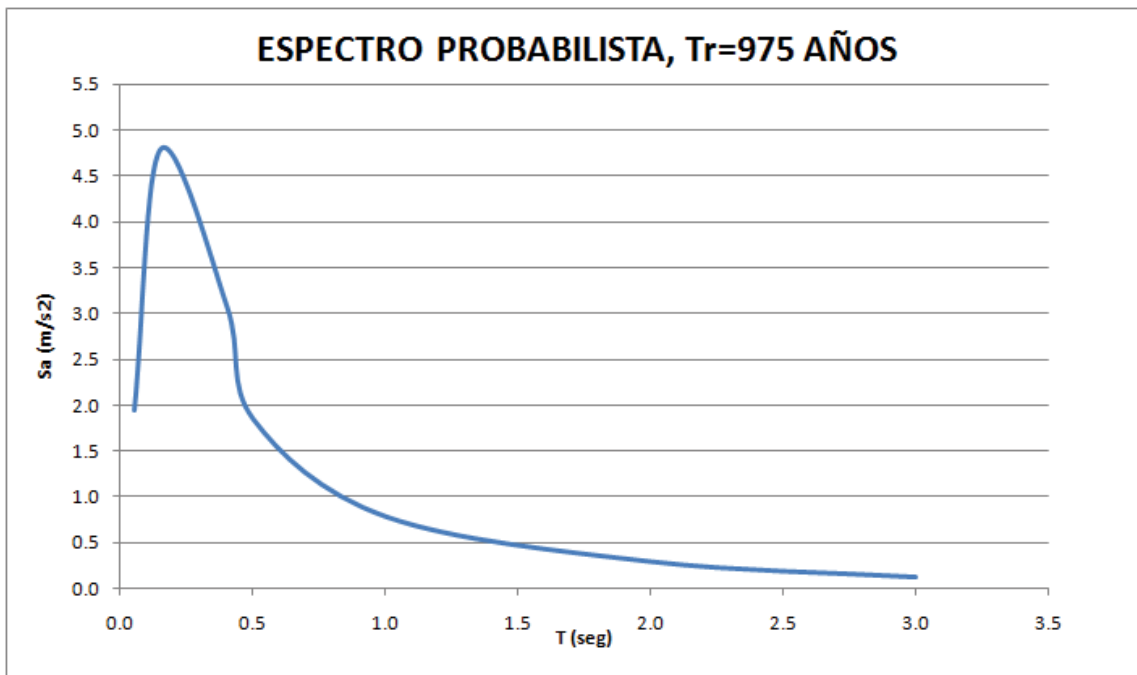
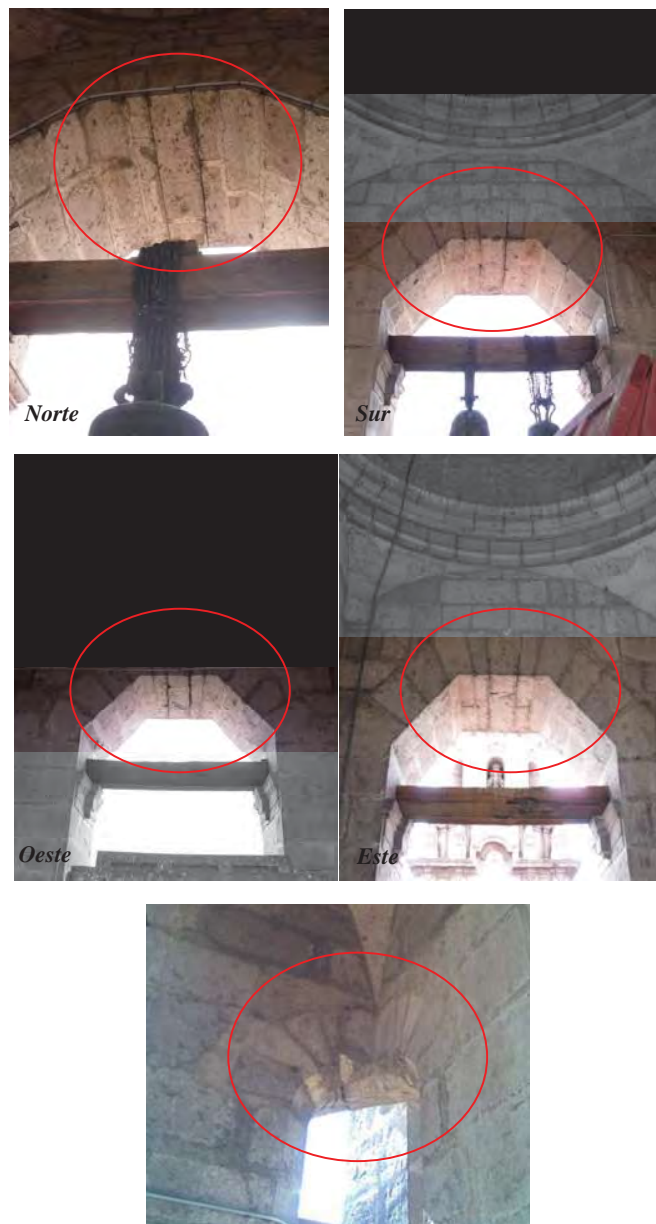


Figura 6.20 Espectro de demanda artificial para un período de retorno de 975 años.

De los análisis lineales temporales realizados en el programa STAAD Pro 2007 ante las combinaciones de carga mencionadas se derivaron contornos de esfuerzos a base de combinación colorimétrica de las zonas en las cuales se presentan los mayores esfuerzos actuantes en la estructura.

Se concentran valores importantes de esfuerzos sobre varios puntos de la estructura los cuales pueden ser correlacionados con el estado de daño existente en la estructura, tal es el caso de las grietas presentes en el intradós del arco poligonal del primer campanario de la torre poniente (ver figura 6.21) o en las claves de las diversas bóvedas de la estructura; lo cual enmarca un panorama aceptable de los esfuerzos esperados sobre el modelo construido ante eventos sísmicos futuros probables en el sitio.



**Figura 6.21 Estado agrietado de arcos poligonales y arcos formeros del primer campanario de la torre oriente.**

A continuación se presentan gráficos de contornos de esfuerzos para la estructura ante cargas verticales y sismo en dirección X así como también en dirección Y, para los períodos de retorno considerados; el signo negativo denota compresión.



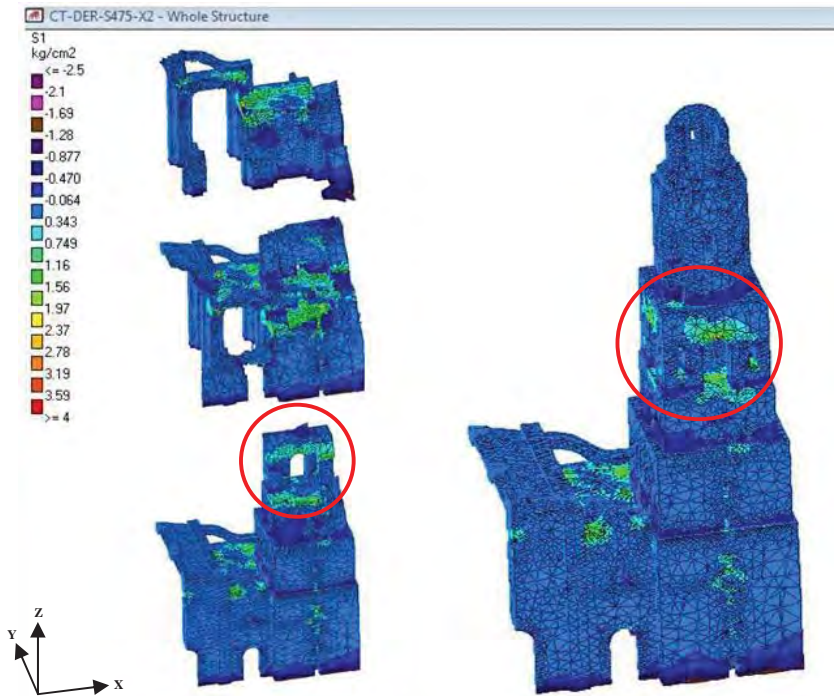


Figura 6.22 Contornos de esfuerzos principales para un estado de cargas verticales.

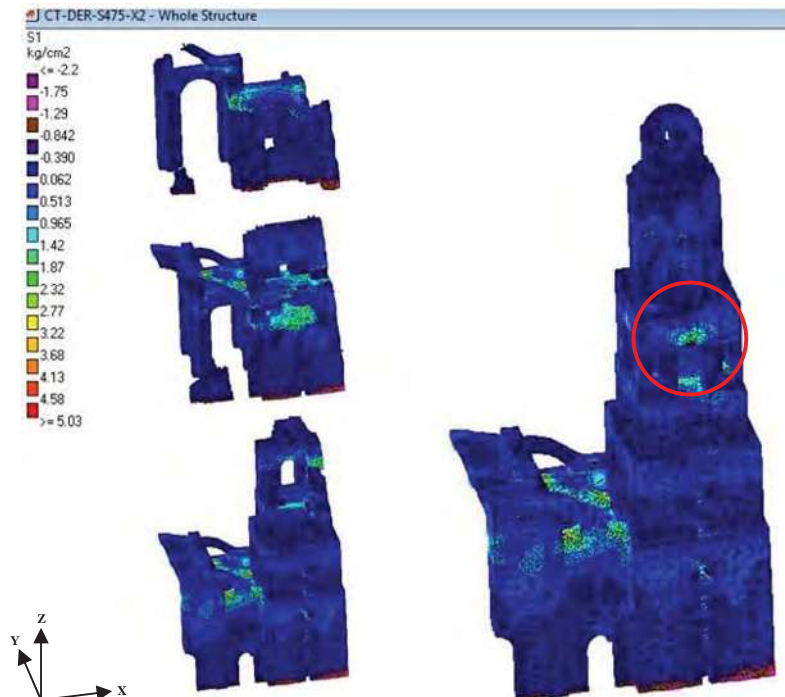
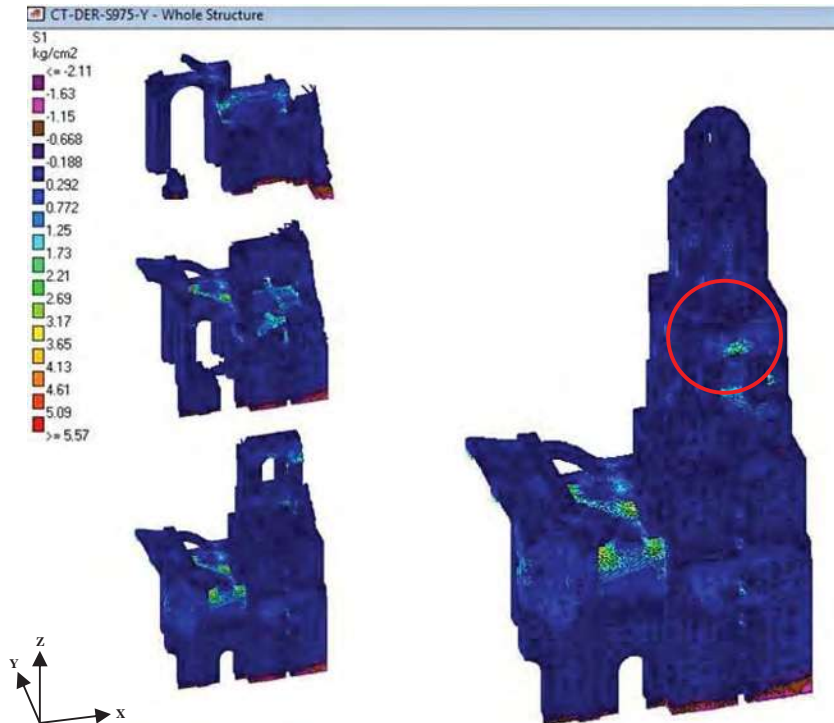


Figura 6.23 Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sísmo en sentido X para un período de retorno de 475 años.



**Figura 6.24** Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en sentido X para un período de retorno de 975 años

Si comparamos los diagramas de contornos de esfuerzos de la figura 6.22 con los de las figuras 6.23 y 6.24 correspondiente al módulo de la torre poniente, podemos conocer el porcentaje en el cual se ven incrementados los esfuerzos al presentarse un sismo y al aumentar su período de retorno. Con base en lo anterior se tiene que si la estructura se ve expuesta a un sismo con un período de retorno de 475 años en sentido X los esfuerzos de tensión incrementan un 6.35%, mientras que al presentarse un evento con periodo de retorno de 975 años en la misma dirección los esfuerzos se pueden ver incrementados hasta en un 12.18%. Hay que reconocer que los máximos incrementos de esfuerzos se presentaron de manera puntual en la clave del arco poligonal primer campanario, lo cual se correlaciona con la existencia de dicho agrietamiento en la zona.





Siguiendo con el análisis de estados de esfuerzos correspondiente a la torre poniente, a continuación se presentan los diagramas de contornos de esfuerzos para la combinación de sismo en dirección Y.

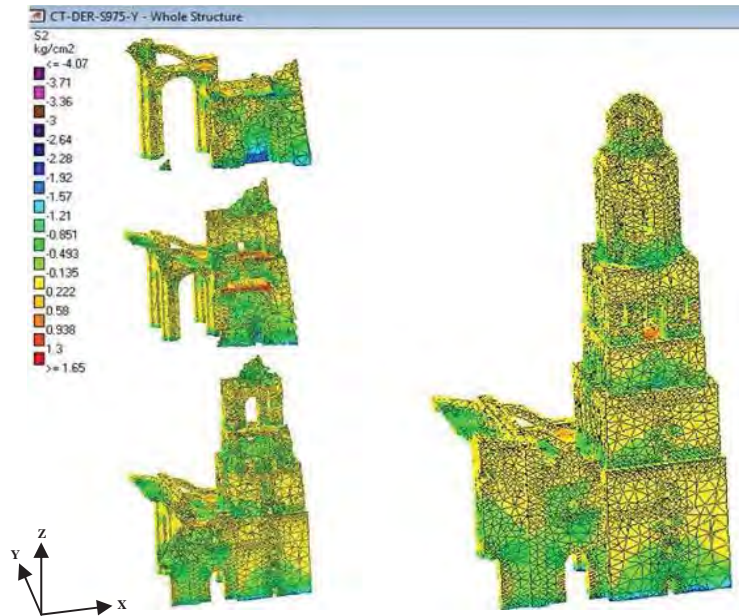


Figura 6.25 Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales.

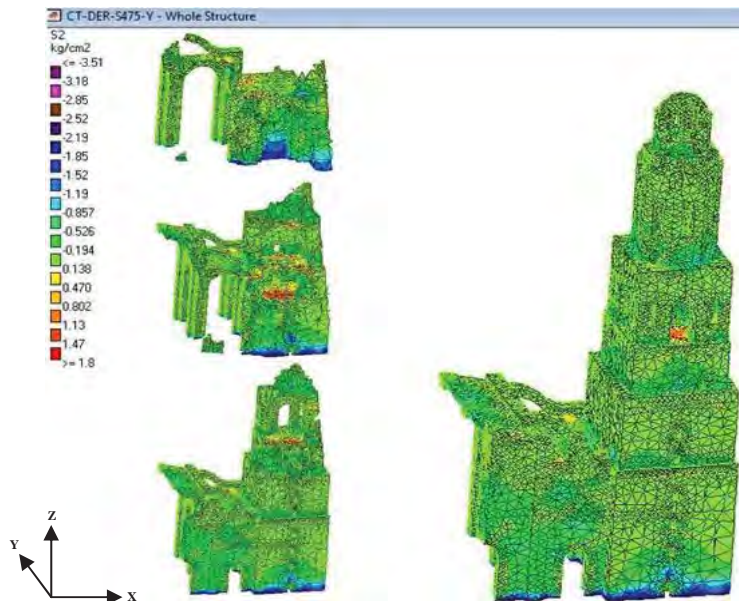
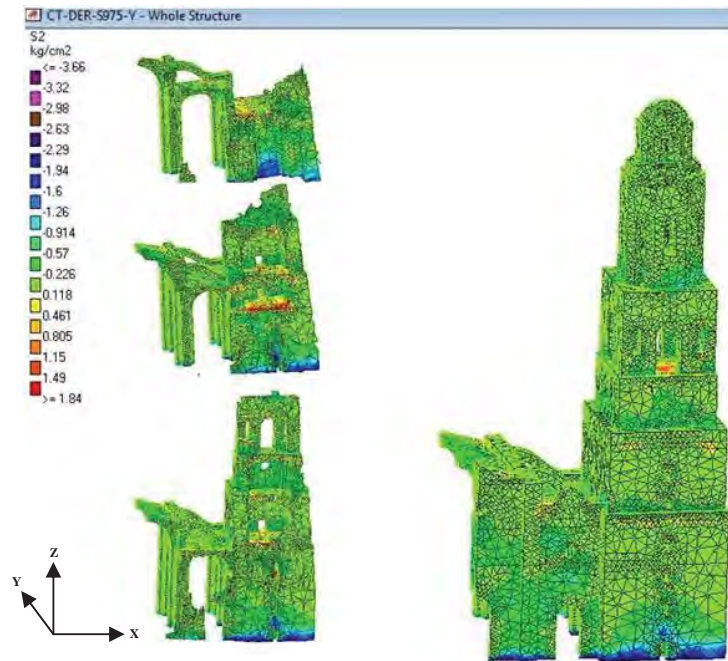


Figura 6.26 Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 475 años.



**Figura 6.27** Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 975 años.

Al comparar los diagramas de contornos de esfuerzos que se presentan en la figura 6.25 correspondientes al estado de cargas verticales con los de las figuras 6.26 y 6.27 proporcionadas por combinaciones con carga sísmica sobre el módulo de la torre poniente, podemos conocer el porcentaje que incrementan tales esfuerzos. Se tiene que si la estructura se ve expuesta a un sismo en dirección Y con un período de retorno de 475 años los esfuerzos incrementan un 13.07%, mientras que al presentarse un evento con periodo de retorno de 975 años los esfuerzos tensionales se ven incrementados en un 14.61%.

Al comparar los porcentajes de incremento de esfuerzos para las dos direcciones de sismo en el módulo de la torre Poniente podemos asumir que un evento sísmico con dirección predominante en Y es más desfavorable, ya que los incrementos de esfuerzos para un sismo con período de retorno de 475 años en dicha dirección sobrepasan a los incrementos de esfuerzos esperados para un sismo con período de 975 años en sentido en X.

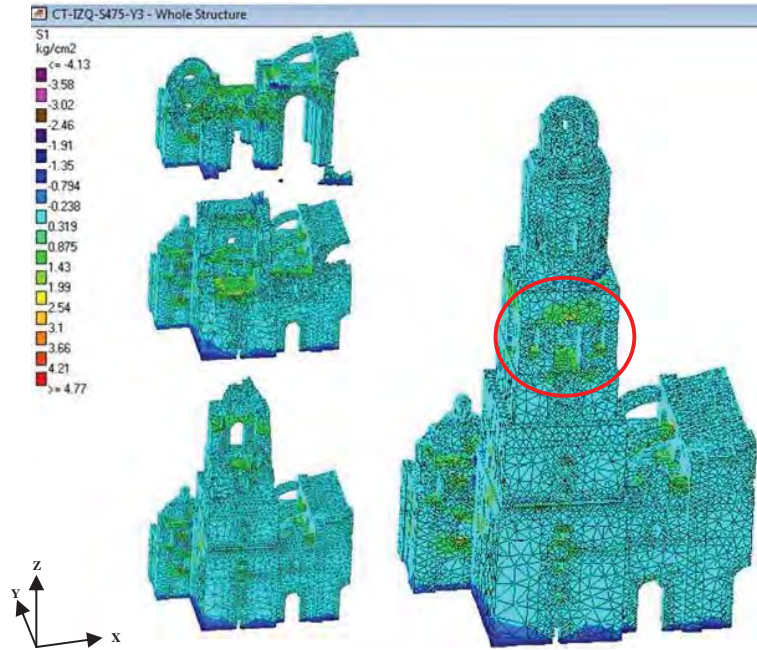


Figura 6.28 Contornos de esfuerzos principales para un estado de cargas verticales para la torre Oriente.

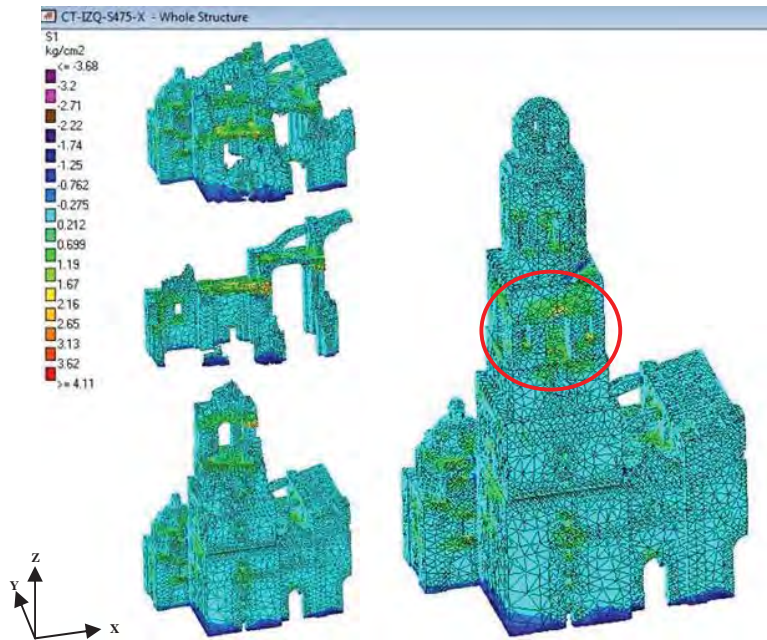
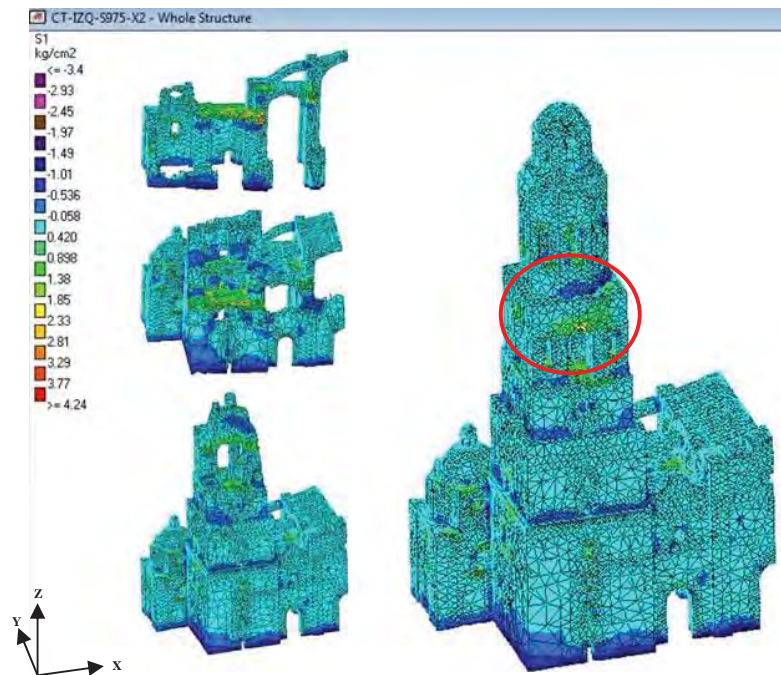


Figura 6.29 Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sísmo en dirección X para un período de retorno de 475 años.



**Figura 6.30** Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección X para un período de retorno de 475 años.

De igual manera como se contrastó el estado de esfuerzo para la torre Poniente, ahora se efectuará la comparación de los diagramas de contornos de esfuerzos correspondientes a la torre Oriente los cuales se presentan en la figura 6.28 para un estado de cargas verticales contra los de las figuras 6.29 y 6.30 en las cuales se presentan las combinaciones con carga sísmica. Se observó que si la estructura se ve expuesta a un sismo en dirección X con un período de retorno de 475 años los esfuerzos de tensión se incrementan un 8.54%, mientras que al presentarse un sismo con período de retorno de 975 años los esfuerzos se ven incrementados en un 17.08%.

Dichos porcentajes de incremento de esfuerzos son muy similares a los que se presentan en la torre homóloga, y de igual forma se presentan concentraciones de esfuerzos sobre las mismas zonas, pero estas exhiben menores estados de daño como se muestra en la figura 6.31, el cual pudiera estar oculto de tras de las pasadas intervenciones de tipo superficial.





Figura 6.31 Estado agrietado de arcos poligonales del primer campanario de la torre oriente.

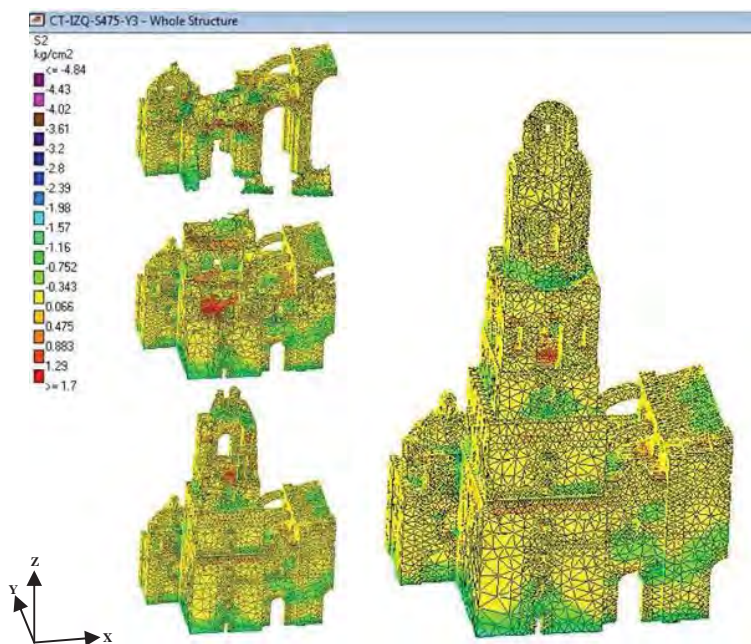
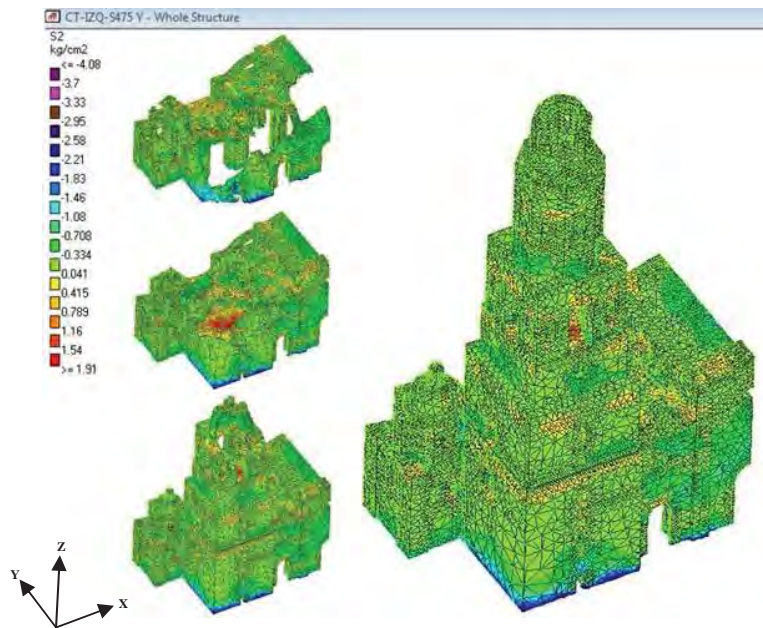
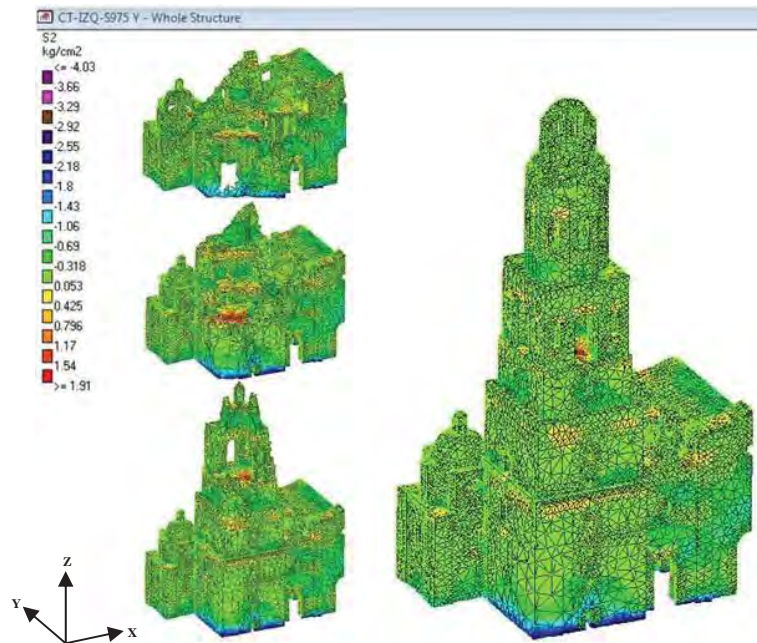


Figura 6.32 Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales para la torre Oriente.



**Figura 6.33** Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 475 años.



**Figura 6.34** Contornos de esfuerzos para un estado de cargas verticales más sismo en dirección Y para un período de retorno de 975 años.



Al comparar los diagramas de contornos esfuerzos principales producto de cargas verticales que se muestran en la figuras 6.32 contra los proporcionados por combinaciones con carga sísmica de las figuras 6.33 y 6.34, podemos obtener el porcentaje con el cual se incrementan tales esfuerzos de tensión. Por lo tanto se tiene que si la estructura se ve expuesta a un sismo en dirección Y con un período de retorno de 475 años los esfuerzos incrementan un 19.54%, mientras que al presentarse un evento sísmico con periodo de retorno de 975 años los esfuerzos se ven incrementados en un 20.06%.

Si comparamos los porcentajes de incremento de esfuerzos para las dos direcciones de sismo ahora para el módulo de la torre Oriente, podemos asumir de igual forma que para un evento sísmico con dirección en Y es más perjudicial, ya que los incrementos de esfuerzos para un sismo con período de retorno de 475 años nuevamente sobrepasan a los incrementos de esfuerzos esperados para un sismo con período de 975 años en sentido X.

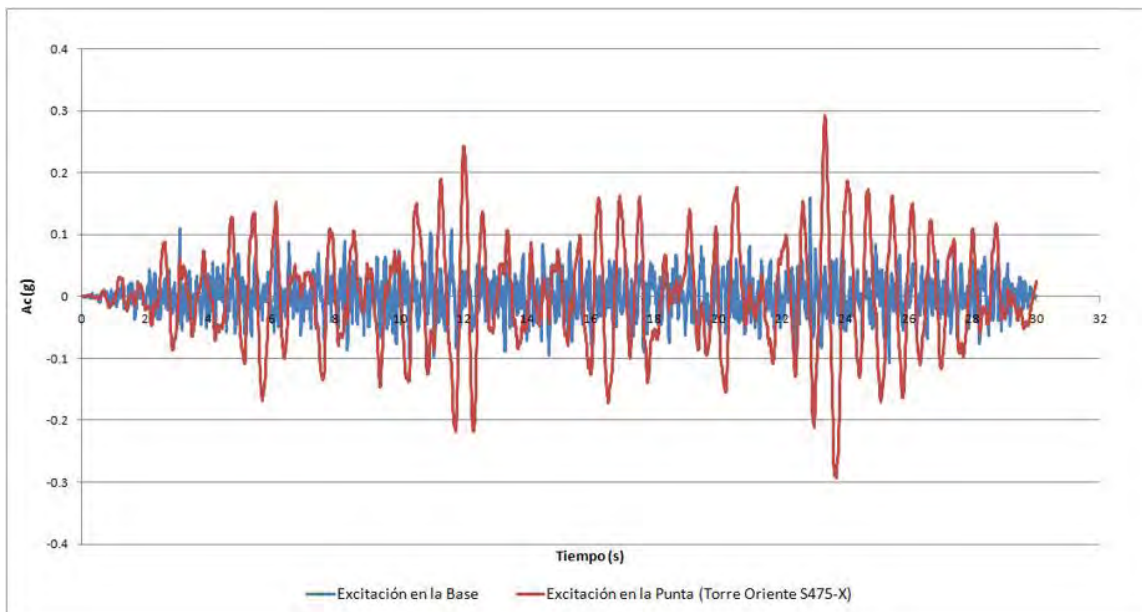
Ahora bien, si nos damos a la tarea de comparar los incrementos en los estados de esfuerzos para ambos módulos, bajo las mismas combinaciones de carga más sismo, obtenemos que el módulo correspondiente a la torre Oriente presenta mayores incrementos de esfuerzos de tensión; los cuales probablemente son producto de la variación en la configuración interna y a las restricciones que presenta la torres de manera particular, lo cual puede coincidir con un cambio de rigidez en la estructura y a un aumento de flexibilidad de la misma.

Al realizar un estudio general de los esfuerzos de compresión para los diversos análisis realizados sobre los módulos de las dos torres, podemos comparar el máximo esfuerzo de compresión obtenido el cual presenta un valor igual a  $2.64 \text{ kg/cm}^2$  contra un  $f^*m=E/1000$  el cual corresponde a  $10.1971 \text{ kg/cm}^2$  de acuerdo con las recomendaciones del Eurocódigo 6 (EC-6) y PIET 70 (1971). Con base en lo anterior podemos concluir que los esfuerzos de compresión

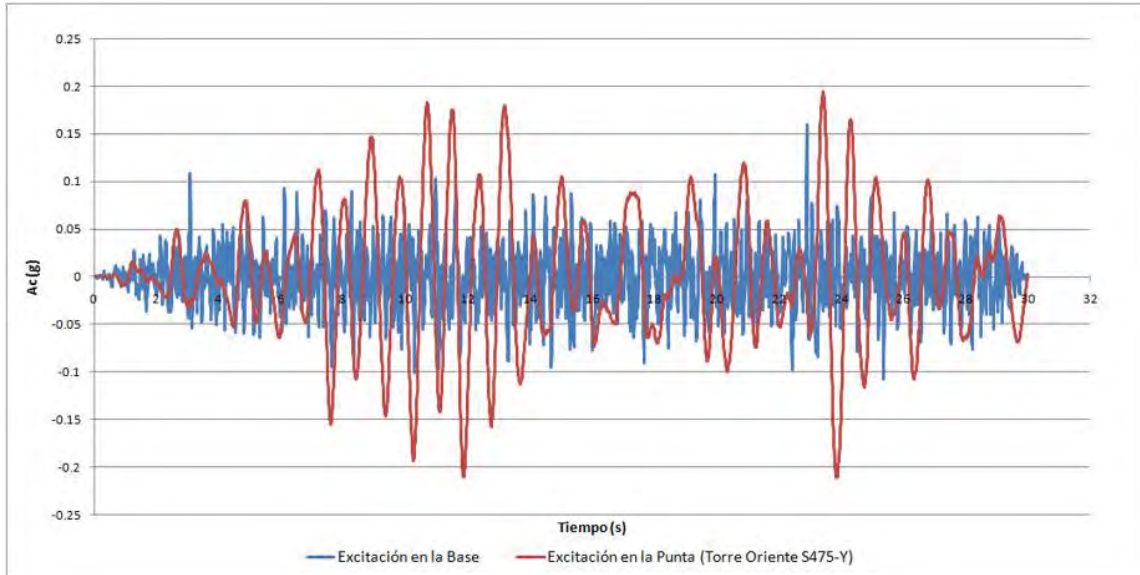


esperados no sobrepasan a la resistencia a compresión de la mampostería de la Catedral, ya que corresponden solo a un 25.889% de su resistencia.

Continuando con el análisis de los resultados obtenidos en el análisis lineal temporal, es entonces posible tener una idea aproximada del factor de amplificación dinámica que sufre una señal introducida en la base y registrada en la punta de cada una de las torres de manera analítica. El valor de dicho factor de amplificación se obtiene por comparación de ambas señales al generar el cociente entre los valores máximos y mínimos presentados en los registros obtenidos, los cuales se muestra en las siguientes figuras:



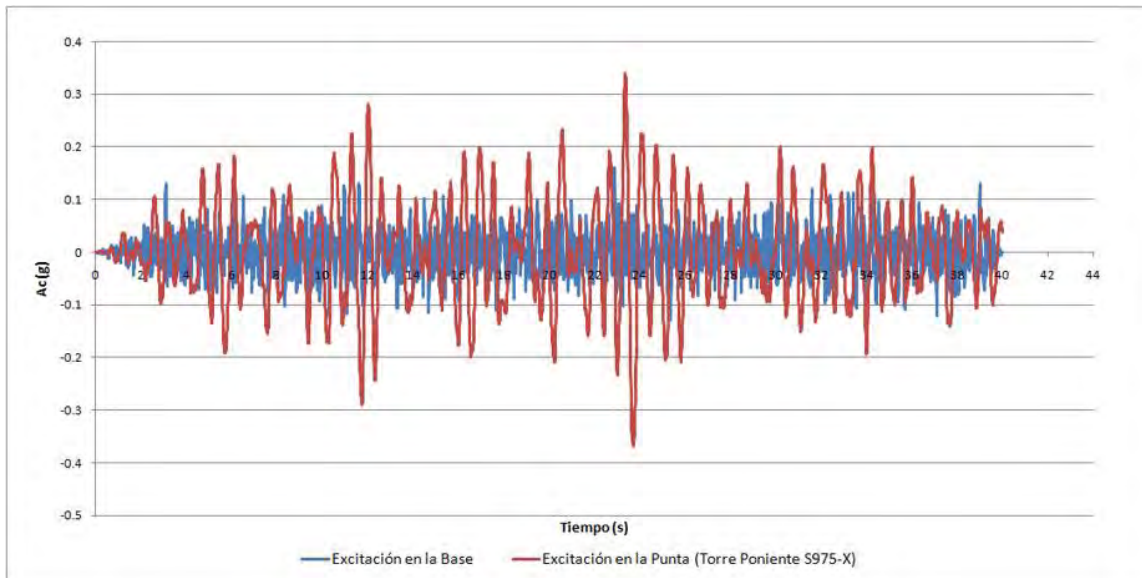
**Figura 6.35** Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 475 años en dirección X y la señal obtenida en la punta de la torre Oriente, con un FAD= 2.732.



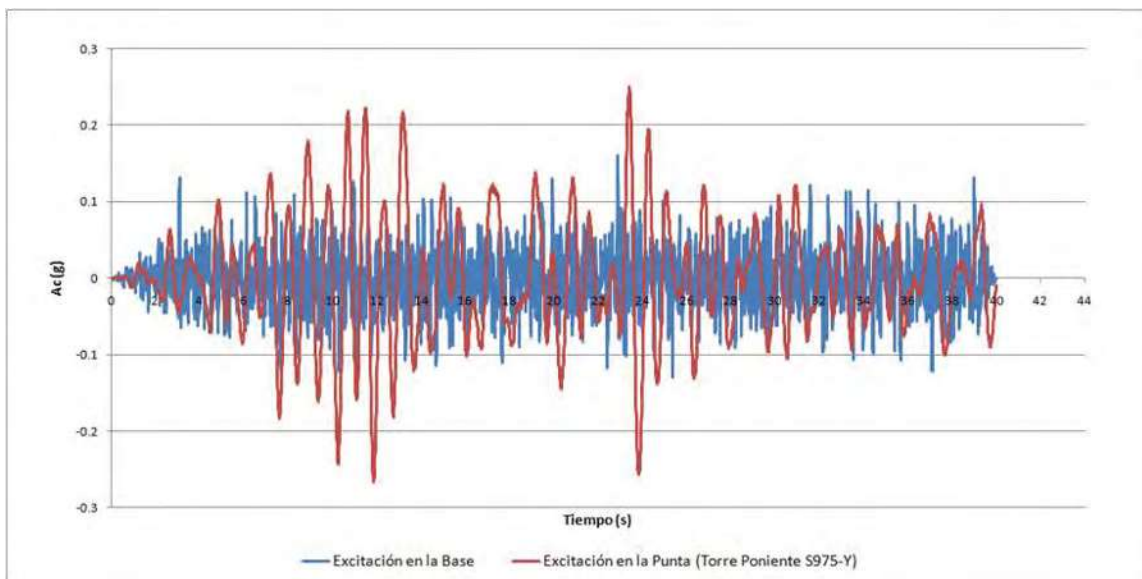
**Figura 6.36** Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 475 años en dirección Y y la señal obtenida en la punta de la torre Oriente, con un FAD= 1.971.

Analizando la comparativa de las señales se tiene que el valor del factor de amplificación dinámica (FAD) para la torre Oriente se encuentra entre 2.732 y 2.841 para la dirección X con períodos de retorno de 475 y 975 años respectivamente; de igual forma, el valor del factor de amplificación dinámica para la dirección Y se encuentra en un rango de 1.971 a 2.068, siendo éste menor que el de la dirección X para dicha torre.

De manera similar se obtuvieron los valores correspondientes a los factores de amplificación dinámica para la torre Poniente y a continuación muestran algunas gráficas comparativas donde se puede observar claramente el fenómeno de amplificación de la señal de entrada (ver figuras 6.37 y 6.38).



**Figura 6.37** Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 975 años en dirección X y la señal obtenida en la punta de la torre Poniente, con un FAD= 2.836.



**Figura 6.38** Sobre posición de la señal en la base correspondiente a un periodo de 975 años en dirección Y y la señal obtenida en la punta de la torre Poniente, con un FAD= 2.051.



Para la torre poniente se aprecia que el factor de amplificación dinámica correspondiente a la dirección X se encuentra entre 2.717 y 2.836; y para la dirección Y, el factor se encuentra entre 1.947 y 2.051, donde dichos valores son semejantes a los obtenidos para la torre Oriente.

Para finalizar el estudio de los resultados obtenidos en el análisis lineal temporal, se generaron espectros de amplitudes de Fourier para los nodos correspondientes a la punta de cada una de las torres, estos se elaboraron con base en las aceleraciones registradas durante los análisis realizados en los modelos, con la finalidad de determinar de manera analítica el periodo natural de la estructura al verse sometida a un sismo artificial; dichos espectros se muestran en las figuras siguientes, en los cuales se presentan el espectro correspondiente a la excitación en la punta de cada torre, para los períodos de retorno para 475 y 975 años (ver figuras de la 6.39 y 6.40).

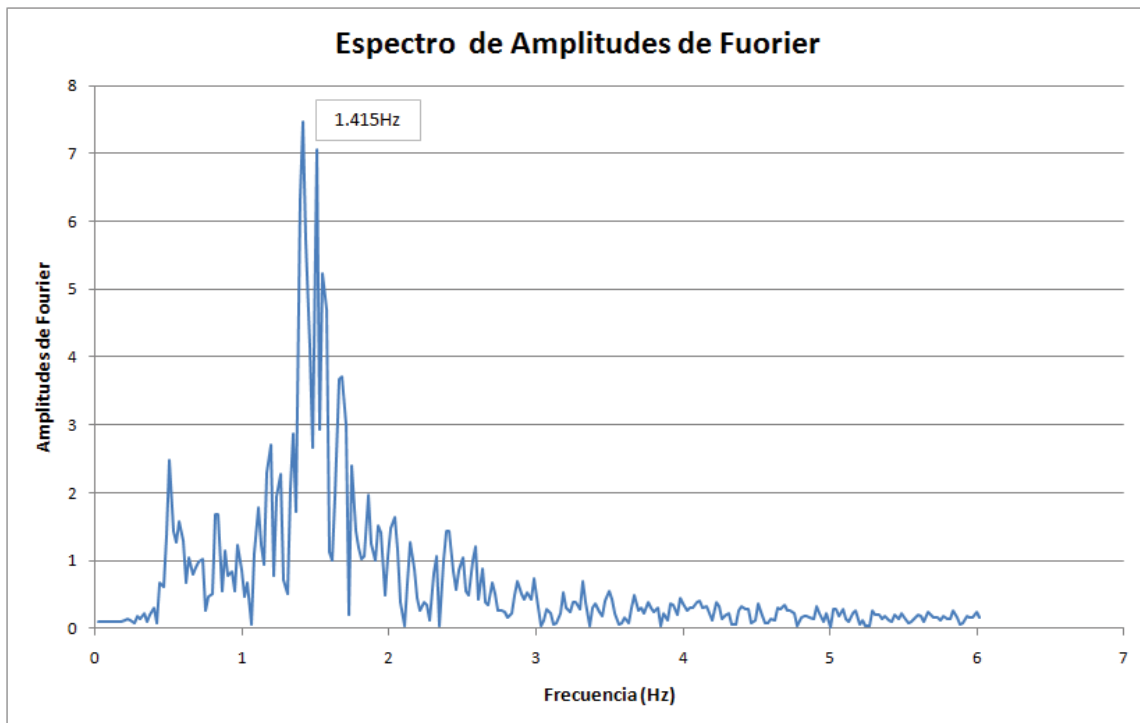
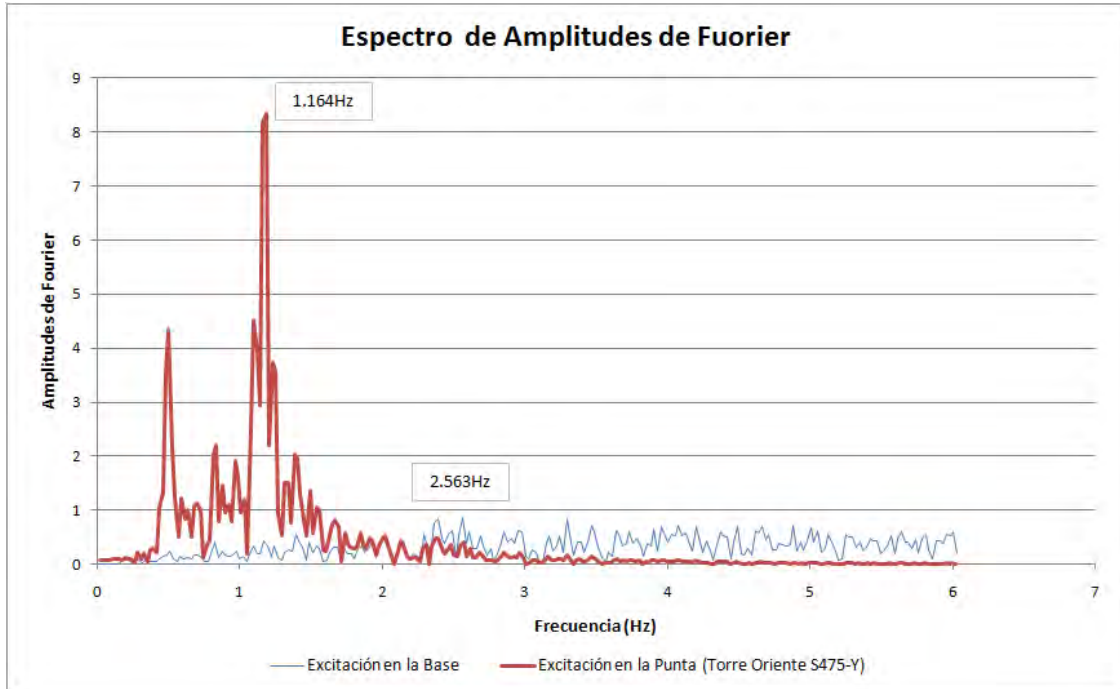


Figura 6.39 Espectro de Fourier, período de retorno de 475 años en sentido X, torre Orienté.



**Figura 6.40 Espectro de Fourier, período de retorno de 475 años en sentido Y, torre Orienté.**

Los espectros de Fourier que se muestran en las figuras anteriores corresponden a la estructura del modelo de la torre Oriente, dichos espectros muestran el comportamiento en la punta de la estructura, y en estas se observa de manera clara que el pico máximo del espectro corresponde al periodo de vibrar de la estructura; dicho valor lo podemos tomar como el periodo de vibrar de la estructura obtenido de forma analítica. Si comparamos los espectros de respuesta para la dirección X, se observa que el valor del periodo para el pico máximo del espectro se conserva y corresponde a 0.706 segundos, valor que se aproxima al periodo obtenido experimentalmente de 0.755 segundos teniendo una diferencia de 6.49%. A si mismo podemos generar la comparación de los espectros de respuesta que corresponden a la dirección Y, en los cuales el valor del pico máximo aumenta ligeramente y se encuentra en 0.843 segundos; lo cual nos arroja una diferencia de 10.438% con respecto al periodo obtenido experimentalmente para la torre Oriente.



De igual forma como se efectuó la generación de espectros de amplitudes de Fourier para la torre Oriente, se dió el seguimiento para adquirir los espectros que corresponden a la punta de la torre Poniente, dando como resultado los espectros correspondientes a la excitación en el punto más alto de la estructura (ver figuras 6.41 y 6.42).

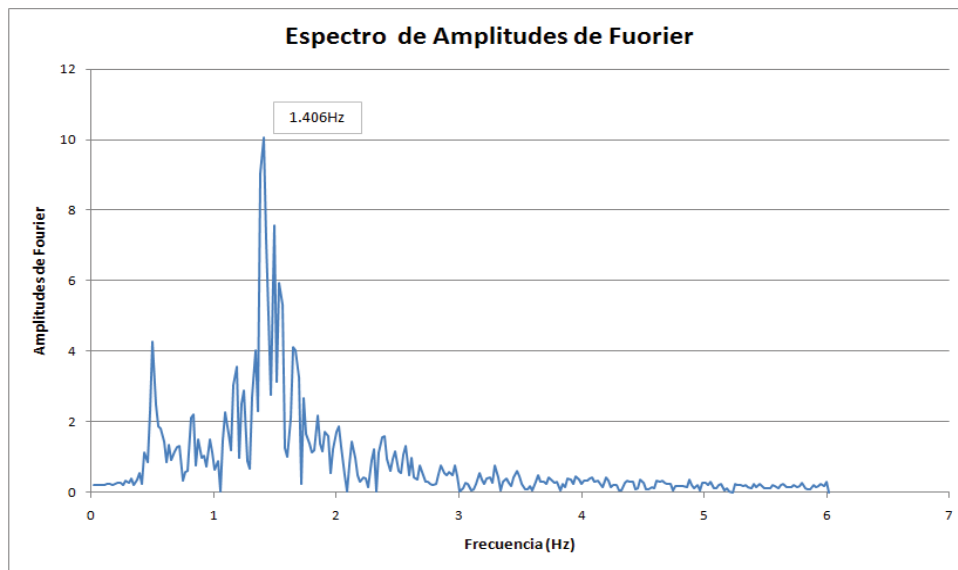


Figura 6.41 Espectro de Fourier, período de retorno de 975 años en sentido X, torre Poniente.

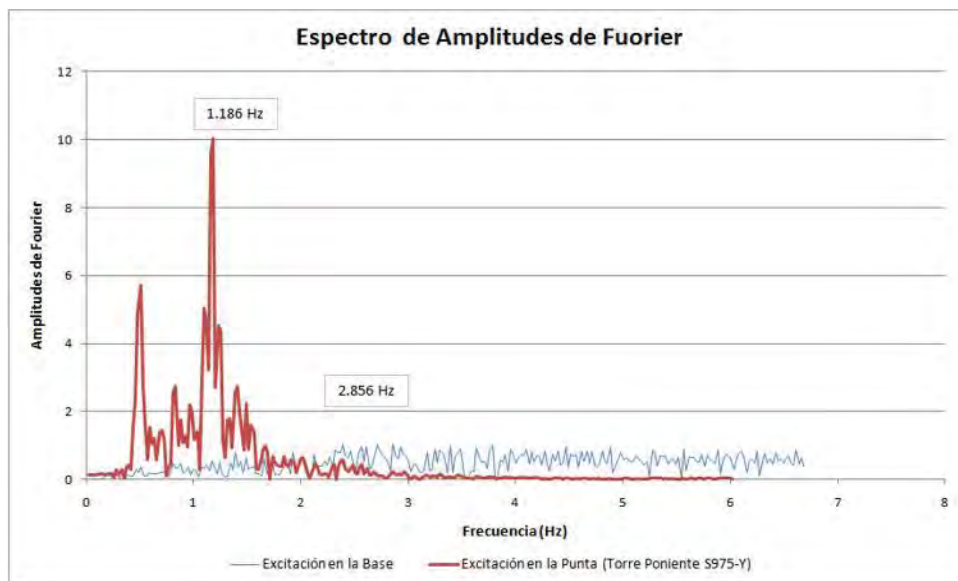


Figura 6.42 Espectro de Fourier, período de retorno de 975 años en sentido Y, torre Poniente.

Si generamos la agrupación y comparación de los picos máximos de los espectros, podemos observar que los correspondientes a los periodos de retorno de 475 y 975 años en dirección X presentan un valor máximo de amplitud para un periodo de 0.711 segundos el cual se repite con una variación de 5.82% con respecto al valor obtenido de manera experimental. De igual manera se generó la comparación de los espectros correspondientes a la dirección Y, en el que de manera similar se conserva el valor de 0.843 segundos para el periodo del pico máximo en los espectros repitiéndose una aproximación de 10.43% con respecto al valor de 0.755 segundos obtenido experimentalmente para esta torre.

Además al observar la sobreposición de los espectros de Fourier correspondientes a la excitación en la base y en la punta de la estructura, se tiene que los picos máximos de ambos espectros generados en todas las combinaciones de carga efectuadas no comparten valores de periodo cercanos, lo que implica que la estructura difícilmente entraría en resonancia con el período del suelo.

#### 6.4 ANÁLISIS DE EMPUJE INCREMENTAL NO LINEAL

En el ámbito del análisis estructural de monumentos históricos un estudio de comportamiento elástico representa un paso preliminar en el entendimiento del comportamiento y el estado en el cual se encuentra la estructura en cuestión, por estos motivos es necesario generar análisis más sofisticados en los cuales se pueda reproducir de una manera más adecuada el comportamiento de la estructura ante las sollicitaciones de carga esperadas. Debido a lo anterior es de suma importancia generar estudios en los cuales se incurse en el ámbito de comportamiento inelástico de la estructura para de esta manera obtener resultados más precisos y confiables en este tipo de edificaciones.





En la presente investigación se generaron una serie de análisis en los cuales se consideró el comportamiento no lineal de la estructura; éstos se realizaron en la plataforma del programa DIANA (TNO DIANA 2010) el cual cuenta con un modelo constitutivo adecuado para la mampostería no confinada.

Se optó por la realización de un análisis de empuje incremental estático no lineal sobre el modelo de elementos finitos calibrado de la estructura, consistente en generar una serie de análisis iterativos en los cuales se aceleró lateral e incrementalmente la masa del modelo, con la finalidad de obtener desplazamientos en diferentes puntos tales como la punta de las torres, los entresijos que conforman a cada uno de los bloques de las torres, el muro de la fachada, la clave de las bóvedas de naves central y laterales, la clave de los arcos principales de las naves, entre otros; hasta llegar a un punto en el cual la estructura no soportara mayores incrementos de carga dentro del estado inelástico de deformación.

### 6.4.1 Modelos Constitutivos

Con la finalidad de estimar la vulnerabilidad sísmica de las torres de la Catedral es necesario determinar el comportamiento no lineal ante carga lateral y vertical del modelo analítico de la estructura.

Dentro de este tipo de análisis la relación inicial existente entre tensiones y deformaciones debe quedar definida previamente. Se empleó el modelo de daño distribuido (smeared cracking, Weihe et al., 1998) para el régimen a tracción del material, y el modelo de plasticidad de Drucker-Prager propuesto inicialmente por Drucker *et al* (1957), para el régimen a compresión. La combinación anterior suele emplearse en el análisis con materiales cuasi-frágiles, como lo son las estructuras de mampostería antigua.

#### 6.4.1.1 Daño distribuido (*smearred cracking*)

Este modelo se basa en descomponer la deformación total ( $\varepsilon$ ) en una deformación elástica ( $\varepsilon^e$ ) y una deformación de fractura ( $\varepsilon^{cr}$ ) de acuerdo con:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{cr} \quad (6.1)$$

La sub-descomposición de la deformación de fractura  $\varepsilon^{cr}$  permite una fácil combinación del modelo con modelos de plasticidad (mampostería, hormigón, etc.). La relación existente entre la deformación global y la deformación de fractura  $\varepsilon^{cr}$  está dada por:

$$\varepsilon^{cr} = N e^{cr} \quad (6.2)$$

Donde  $e^{cr}$  es el vector que ensambla la deformación de fractura para cada fisura individual, es decir:

$$e^{cr} = \langle e_1^{cr}, e_2^{cr}, \dots, e_i^{cr}, \dots, e_n^{cr} \rangle^T \quad (6.3)$$

Con una deformación de fractura para la fisura  $i$  dada por:

$$e_i^{cr} = \langle \varepsilon_{nn,i}^{cr}, \gamma_{nt,i}^{cr} \rangle^T \quad (6.4)$$

y  $N$  es una matriz de transformación para el vector normalizado en el plano de la fisura, con referencia al sistema mostrado en la figura 6.43.

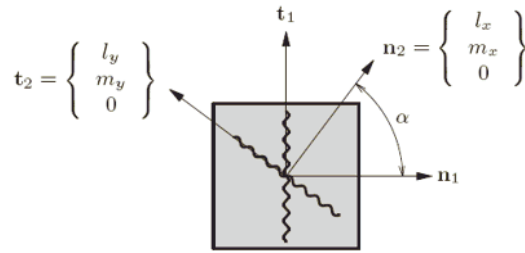


Figura 6.43 Modelo de fisuración fija multi-direccional en el sistema  $n-t$ .

De igual forma, es posible ensamblar un vector que contenga las tensiones para cada fisura ( $s^{cr}$ ):

$$s^{cr} = \langle s_1^{cr}, s_2^{cr}, \dots, s_i^{cr}, \dots, s_n^{cr} \rangle^T \quad (6.5)$$

El cual está relacionado con el vector global de tensiones ( $\sigma$ ) de la siguiente forma:

$$s^{cr} = N^T \sigma \quad (6.6)$$

El modelo constitutivo estará entonces completo si es definido el criterio de iniciación para la fractura, además de la relación entre las tensiones y deformaciones de fractura. Dicho criterio de iniciación está gobernado por corte (*cut-off*) a tracción y un ángulo umbral entre dos fisuras consecutivas.

Por tanto, la relación entre el vector de tensiones y deformaciones en el sistema de coordenadas global se podrá obtener como:

$$\sigma = D \{ \varepsilon - \varepsilon^{cr} \} \quad (6.7)$$

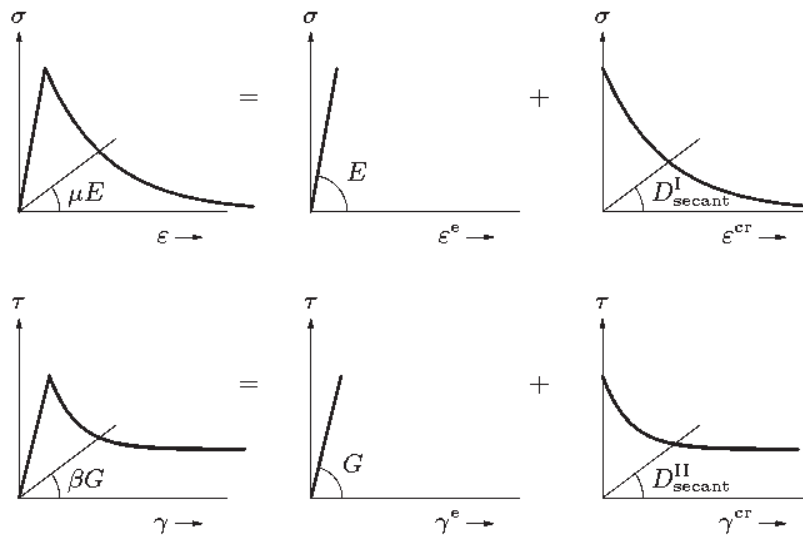
Sustituyendo la ecuación (6.2):

$$\sigma = D \{ \varepsilon - Ne^{cr} \} \quad (6.8)$$

Haciendo  $s^{cr} = D_{secant}^{cr} e^{cr}$  y tras varias simplificaciones, se puede llegar a que:

$$\sigma = \left[ D - DN \left[ D_{secant}^{cr} + N^T DN \right]^{-1} N^T D \right] \varepsilon \quad (6.9)$$

La relación entre los parámetros tradicionales de fisuración (los factores de reducción para los módulos de Young  $\mu$  y de cortante  $\beta$ ), puede ser obtenida fácilmente a partir de la expresión (6.9), y están ilustrados en la figura 6.44.



**Figura 6.44** Relación entre parámetros de fisuración tradicional y secante.

Asumiendo tensión plana con rigidez elástica la matriz constitutiva  $D$  estará dada por:

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(1-\nu) \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Y suponiendo que el sistema coordenado de fisuración está alineado con el sistema global, la matriz de transformación será:



$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Sustituyendo estas relaciones en la ecuación (6.9) y simplificando se obtiene finalmente:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu E}{1-\mu\nu^2} & \frac{\nu\mu E}{1-\mu\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu\mu E}{1-\mu\nu^2} & \frac{E}{1-\mu\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6.12)$$

En donde los parámetros tradicionales  $\mu$  y  $\beta$  están relacionados con los parámetros de la rigidez secante  $D_{secant}^I$  y  $D_{secant}^{II}$ :

$$D_{secant}^I = \frac{\mu}{1-\mu} E \quad (6.13)$$

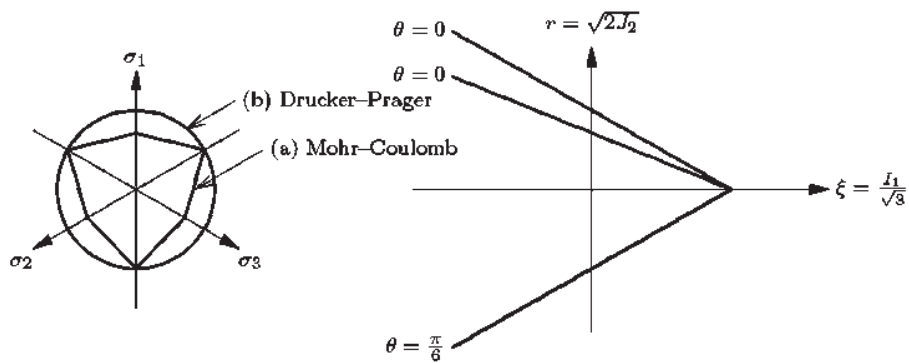
$$D_{secant}^{II} = \frac{\beta}{1-\beta} G \quad (6.14)$$

#### 6.4.1.2 Modelo de plasticidad de Drucker-Prager

El modelo de Drucker-Prager es una aproximación suavizada de la superficie de cedencia de Mohr-Coulomb, el cual es una superficie cónica en el espacio de tensiones principales (figura 6.45), y está dado por la siguiente función:

$$f(\sigma, k) = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma^T P \sigma + \sigma_f \pi^T \sigma - \beta \bar{c}(k)} \quad (6.15)$$

en la cual  $\bar{c}(k)$  es la cohesión en función de una variable de estado interna  $k$ .  
 $P$  es la matriz proyección y está dada por la expresión (6.16).



**Figura 6.45** Condición de cedencia para los modelos de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager.

$$P = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

y el vector de proyección  $\pi$  por:

$$\pi = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}^T \quad (6.17)$$

Las cantidades escalares  $\alpha_f$  y  $\beta$  están dadas por:

$$\alpha_f = \frac{2 \sin \phi(k)}{3 - \sin \phi(k)} \quad (6.18)$$





$$\beta = \frac{6 \cos \phi_0}{3 - \sin \phi_0} \quad (6.19)$$

Como se puede apreciar el ángulo de fricción interna del material  $\phi$  también es función de la variable de estado  $k$ . El ángulo de fricción interna inicial viene dado por  $\phi_0$ . La ley de flujo está dada por una ley no-asociada  $g \neq f$ , con un potencial plástico dado por:

$$g(\sigma, k) = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma^T P \sigma + \alpha_g \pi^T \sigma} \quad (6.20)$$

en donde el escalar  $\alpha_g$  está definido por el ángulo de dilatación  $\Psi$ :

$$\alpha_g = \frac{2 \sin \phi(k)}{3 - \sin \phi(k)} \quad (6.21)$$

Con lo cual resulta el siguiente vector para la deformación plástica:

$$\dot{\varepsilon}^P = \dot{\lambda} \left\{ \frac{P \sigma}{2 \Psi} + \alpha_g \pi \right\} \quad (6.22)$$

con el escalar  $\Psi$  definido por:

$$\Psi = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma^T P \sigma} \quad (6.23)$$

Por otro lado, la relación entre la variable de estado  $k$  y el proceso plástico está dada por la hipótesis de endurecimiento. Para la condición plástica de Drucker-Prager se suele considerar únicamente la hipótesis de endurecimiento por deformación, la cual está dada en el espacio de ejes principales por:

$$\dot{k} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_1^P \varepsilon_1^P + \varepsilon_2^P \varepsilon_2^P + \varepsilon_3^P \varepsilon_3^P)} \quad (6.24)$$

con:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1^P \\ \varepsilon_2^P \\ \varepsilon_3^P \end{Bmatrix} = \dot{\lambda} \left( \frac{1}{2\Psi} \begin{Bmatrix} 2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 \\ -\sigma_1 + 2\sigma_2 - \sigma_3 \\ -\sigma_1 - \sigma_2 + 2\sigma_3 \end{Bmatrix} + \alpha_g \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \right) \quad (6.25)$$

La expresión (6.24) también puede escribirse como:

$$\dot{k} = \dot{\lambda} \sqrt{1 + 2\alpha_g^2} \quad (6.26)$$

Suponiendo un material con ángulos de fricción y dilatancia constantes además de que es aplicable la hipótesis de endurecimiento por deformación, se puede llegar a que:

$$\varepsilon_3^P = -\dot{\lambda}(1 - \alpha_g) \quad (6.27)$$

por lo que la relación entre la deformación uniaxial plástica y la variable interna de estado se puede plantear como:

$$\dot{k} = -\frac{\sqrt{1 + 2\alpha_g^2}}{1 - \alpha_g} \dot{\varepsilon}_3^P \quad (6.28)$$

con lo que finalmente la relación entre la tensión uniaxial  $\sigma_3 = -f_c$  y la cohesión equivalente  $\bar{c}$  estará dada por:



$$\bar{c} = f_c \frac{1 - \alpha_f}{\beta} = f_c \frac{1 - \sin \phi_0}{2 \cos \phi_0} \quad (6.29)$$

donde  $f_c$  es la resistencia a compresión simple del material.

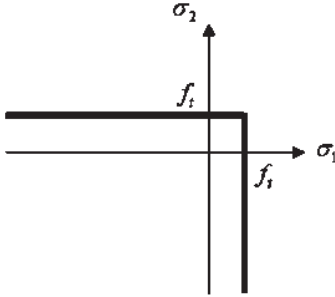
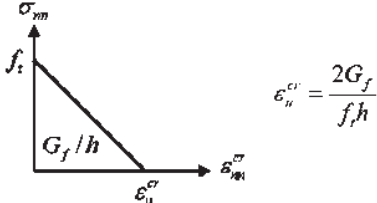
La cohesión equivalente anterior conserva su valor aún para el caso de resistencia biaxial, por lo que para concreto simple la relación entre la resistencia uniaxial y la biaxial suele ser de aproximadamente 1.16, lo cual conduce a un ángulo de fricción interna  $\phi_0 \approx 10^\circ$  y una cohesión  $\bar{c} \approx 0.42 f_c$ , valores que se emplearán en el presente estudio debido a que no se cuenta con valores específicos.

#### 6.4.2. Parámetros del modelo constitutivo para el análisis no lineal, en el programa DIANA

**Tabla 6.5. Parámetros empleados para el análisis no lineal del modelo de La Catedral de Morelia.**

PARÁMETRO (DIANA)		MAMPOSTERIA	RELLENOS
YOUNG (TON/M2 )		101971	29380
POISSON		0.2	0.2
DENSIT (kg /m3)		2.5	1.7
CRACK		1	1
CRKVAL (Pa)		20	20
TAUCRI		1	1
BETA		0.01	0.01
TENSIO		1	1
TENVAL		0.001	0.001
YLDVAL	ch (MPa)	6.411	6.411
	sph	0.174	0.174
	sps	0.174	0.174

**Tabla 6.6. Parámetros a introducir para el análisis no lineal en el programa DIANA**

YOUNG	Módulo de Young del material (del modelo analítico calibrado)
POISON	Módulo de Poisson.
DENSIT	Densidad.
CRACK	<p>Parámetro que indica el tipo de criterio de tensión de tracción máxima (<i>cut off</i>) escogido (la fisura aparece si la tensión principal máxima excede la resistencia a tracción <math>f_t</math>). Se ha utilizado el de tipo constante, al cual le corresponde un valor unitario en el programa.</p> 
CRKVAL	Resistencia máxima a tracción $f_t$ .
TAUCRI	Indica el tipo de retención por cortante. Se ha utilizado el tipo constante al cual le corresponde un valor unitario en el programa.
BETA	En el caso utilizado es el factor $\beta$
TENSIO	<p>Indica el tipo de suavizado de tensiones. Se ha utilizado el tipo lineal al que le corresponde un valor unitario en el programa.</p>  <p><math>G_f</math> es la energía de fractura, <math>\epsilon_u^{\sigma}</math> la deformación de fractura última (calculada con la expresión indicada) y <math>h</math> el ancho de fisuración calculado como la raíz cúbica del volumen del elemento finito.</p>
TENVAL	Es la deformación de fractura última $\epsilon_u^{\sigma}$
YIELD	Especifica la superficie de cedencia a utilizar. En nuestro caso DRUCKE, es decir, de acuerdo con el modelo de Drucker-Prager.
YLDVAL	En el caso de Drucker-Prager involucra tres parámetros: $ch$ : cohesión equivalente del material ( $c = 0.42f_c$ ), $sp\phi$ : $\sin \phi$ (se tomó $\phi = 10^\circ$ ), $sps$ : $\sin \Psi$ (se consideró $\Psi = 10^\circ$ ).
HARDEN	Especifica la hipótesis de endurecimiento por deformación a considerar. En el caso analizado STRAIN por ser la única disponible para este modelo de plasticidad.



6.4.3. Resultados del análisis de empuje incremental no lineal

Considerando la aceleración lateral de masa de la estructura como fuerza aplicada sobre la misma podemos obtener el cortante basal, y si a su vez lo relacionamos con el desplazamiento producto de dicha carga incremental, es posible obtener las curvas de capacidad para los diferentes puntos de control (ver figura 6.46 a 6.53).

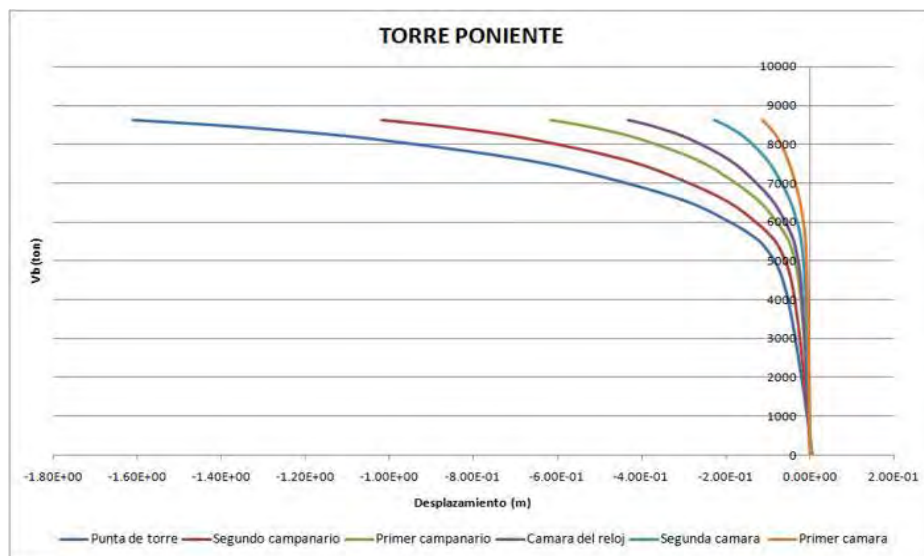


Figura 6.46. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección -Y.

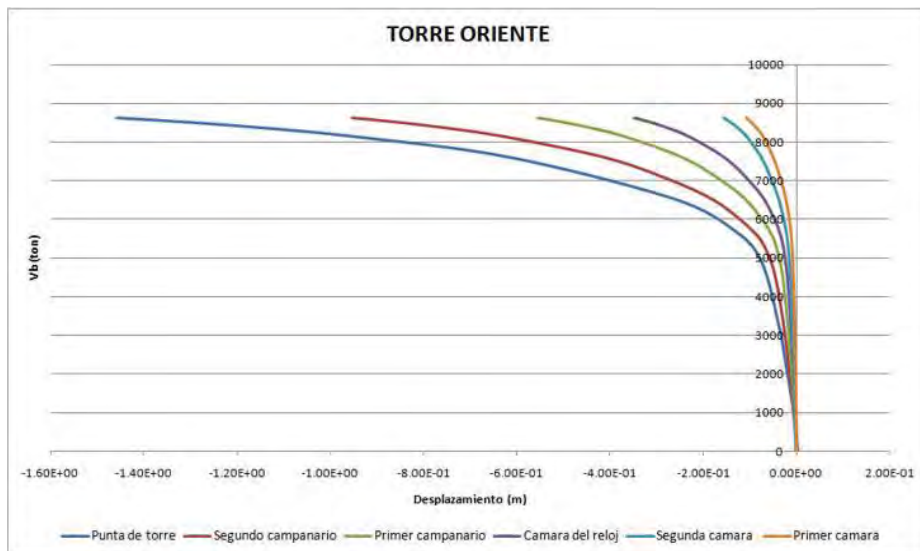


Figura 6.47. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección -Y.

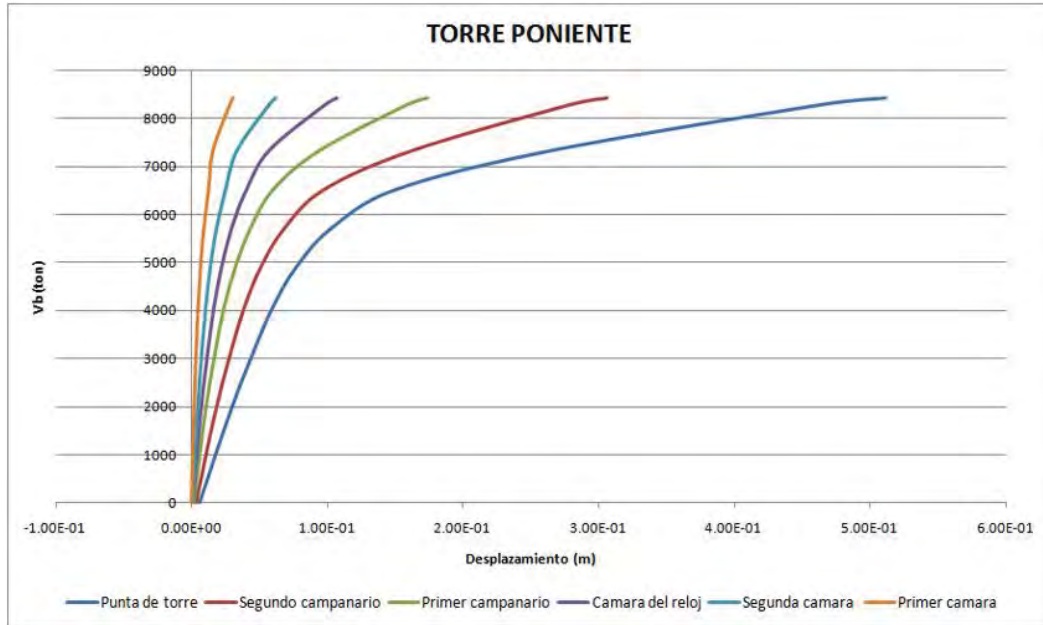


Figura 6.48. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección +Y

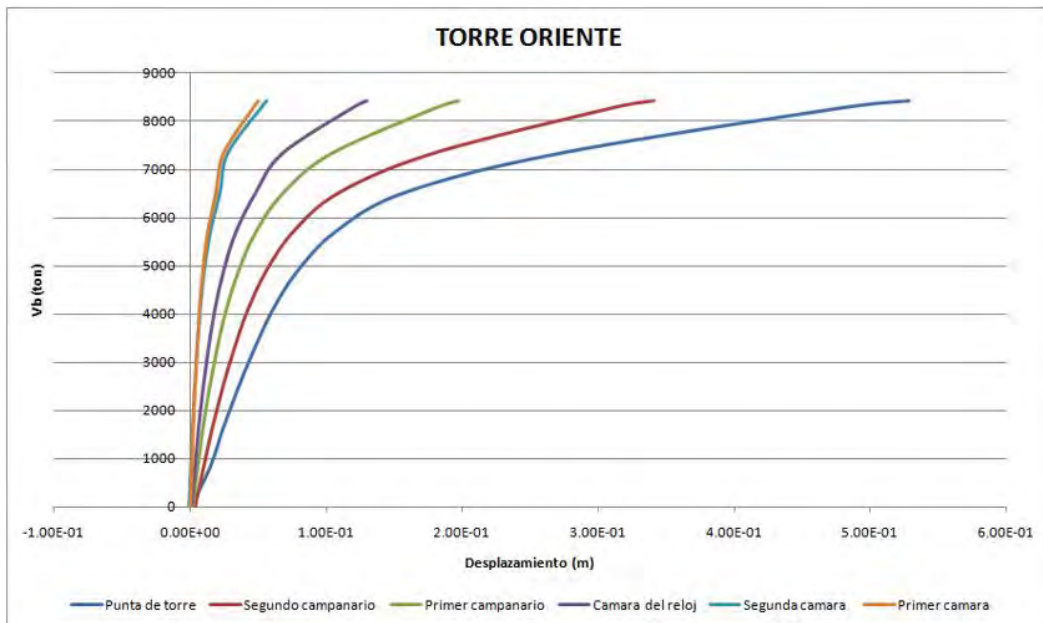


Figura 6.49. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección +Y

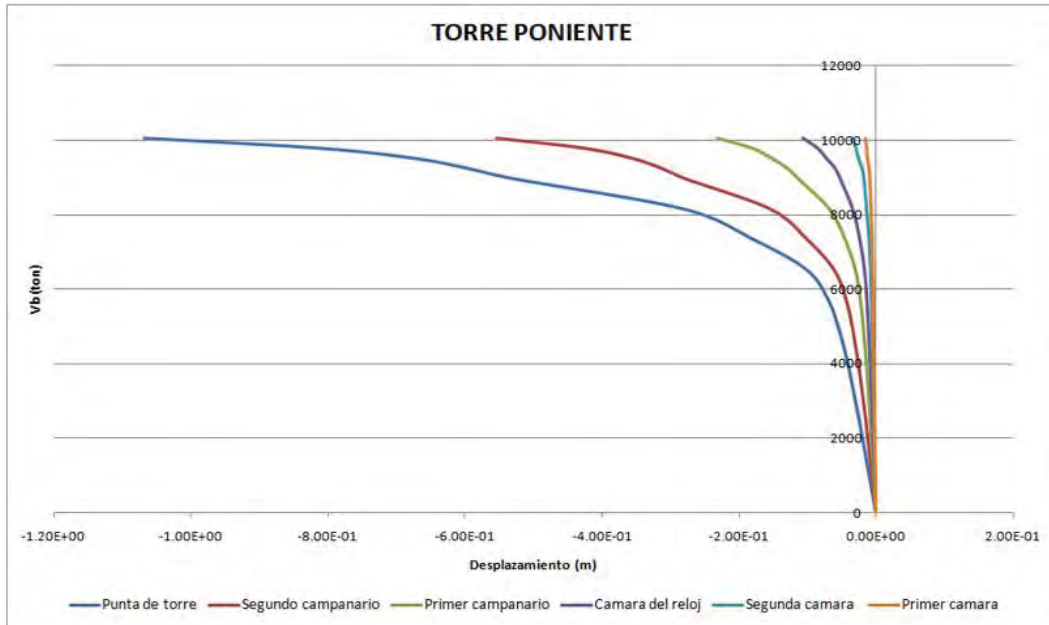


Figura 6.50. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección -X

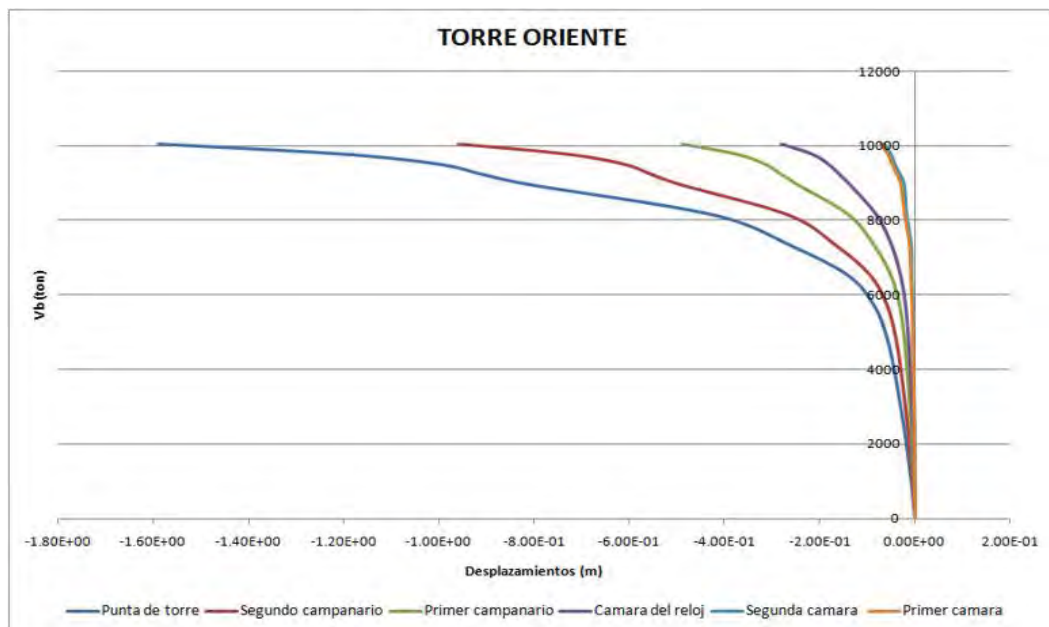


Figura 6.51. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección -X



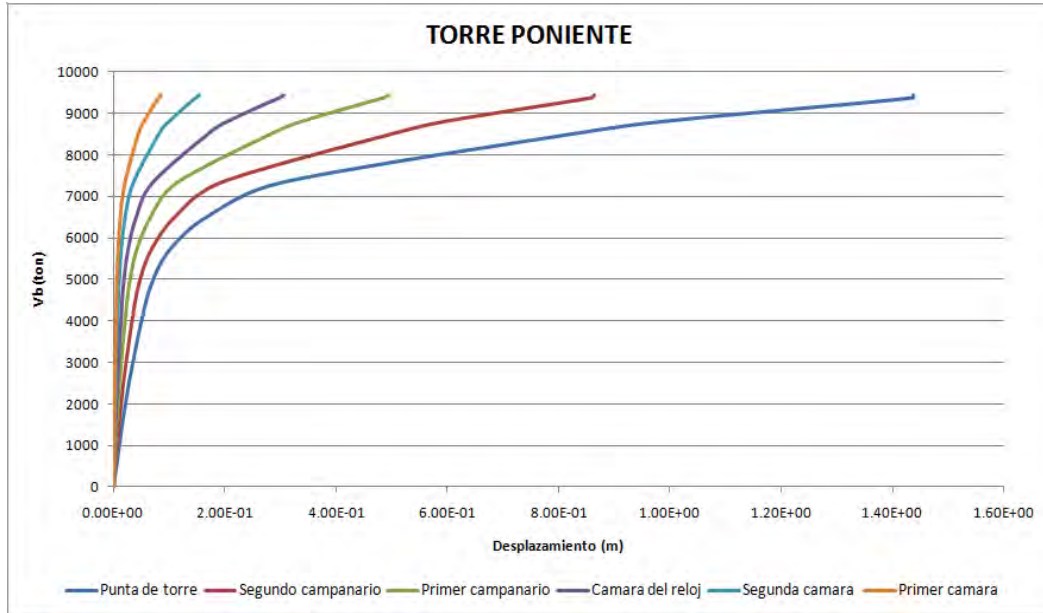


Figura 6.52. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Poniente, empuje en dirección +X

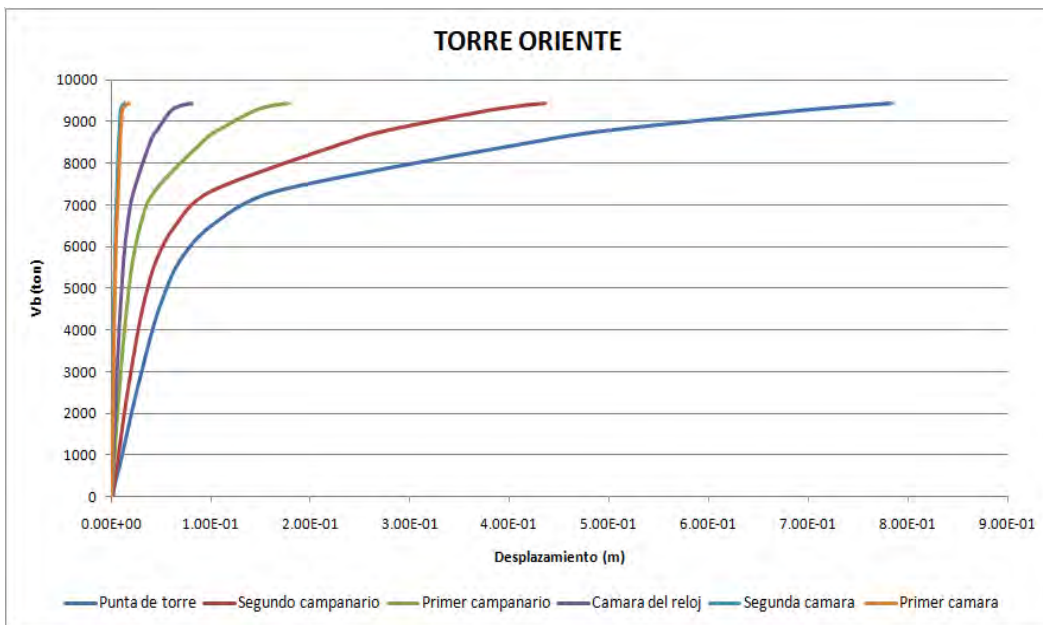


Figura 6.53. Curvas de capacidad para diferentes puntos de la torre Oriente, empuje en dirección +X



Las curvas de capacidad que se muestran en las figuras anteriores corresponden al comportamiento de diferentes puntos sobre ambas torres, de estas se puede observar una configuración de deformaciones que incursiona en un estado inelástico de manera particular para cada uno de estos macroelementos, ante el estado de carga incremental aplicado en dos direcciones y en sentidos negativo y positivo. El resto de las curvas de capacidad se muestran en el anexo A.

Analizando las curvas de capacidad para ambas torres podemos observar que las correspondientes al empuje en dirección Y en sentido negativo presentan los mayores desplazamientos, mientras que en la misma dirección pero con sentido contrario se presentan los menores desplazamientos. Las diferencias que se presentan para dichos desplazamientos, producto de los empujes en dirección Y, son generadas debido a que al empujar al modelo en dirección Y con sentido negativo los macroelementos torres no presentan restricción alguna quedando libres a lo largo de toda su altura. Ahora bien si la estructura se desplaza en dirección Y pero sentido positivo, los macroelementos torres se ven restringidos con las capillas adyacentes, las cuales interaccionan con las torres aproximadamente hasta un cuarto de su altura total.

Si revisamos los desplazamientos obtenidos para el empuje en dirección X para los dos sentidos, tenemos que los macroelementos torres presentan un comportamiento similar para dichos empujes, destacando mayores desplazamientos para el empuje en sentido negativo.

Ya conociendo la dirección y el sentido del empuje que imprime mayores desplazamientos podemos generar diversas comparativas sobre los puntos de control sobre las torres, el muro de fachada, arcos principales y naves (ver figuras 6.54 a 6.62).

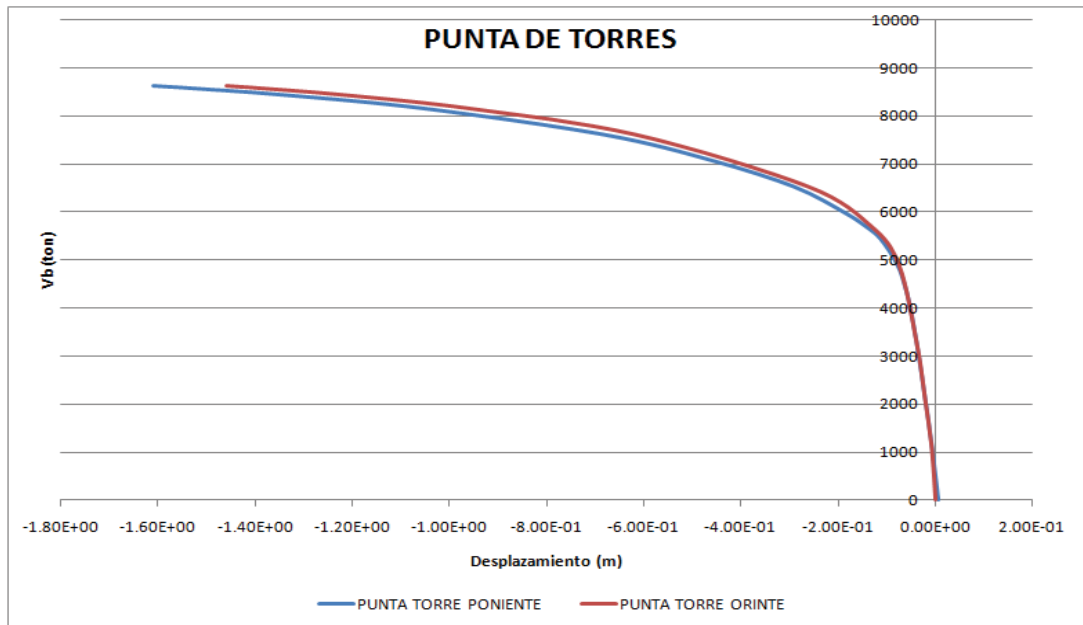


Figura 6.54. Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección  $-Y$ .

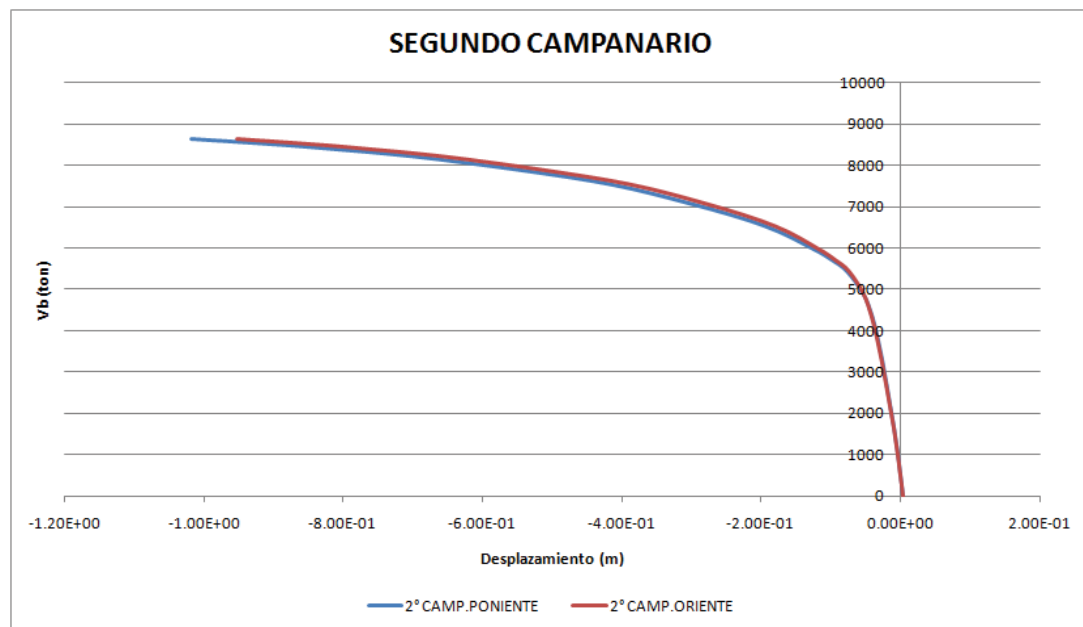


Figura 6.55. Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección  $-Y$ .

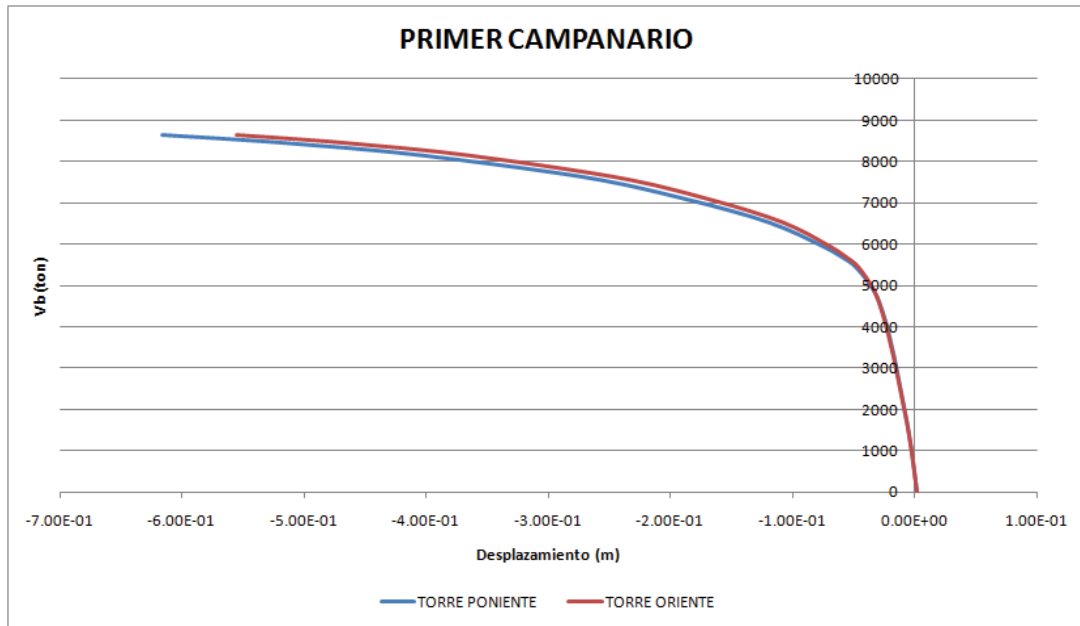


Figura 6.56. Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección -Y.

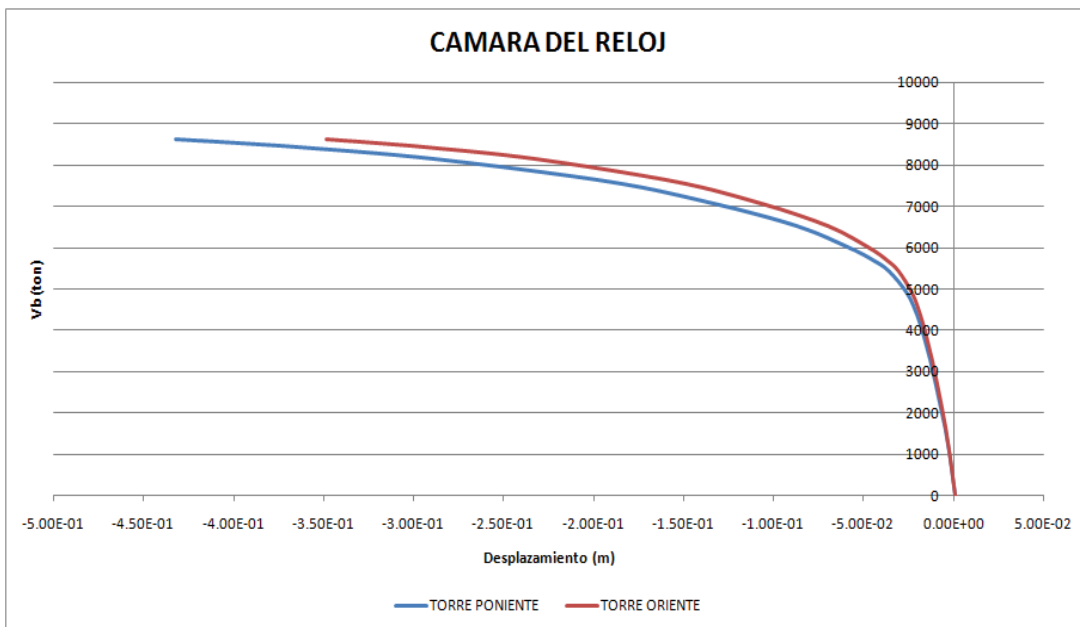


Figura 6.57. Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección -Y.

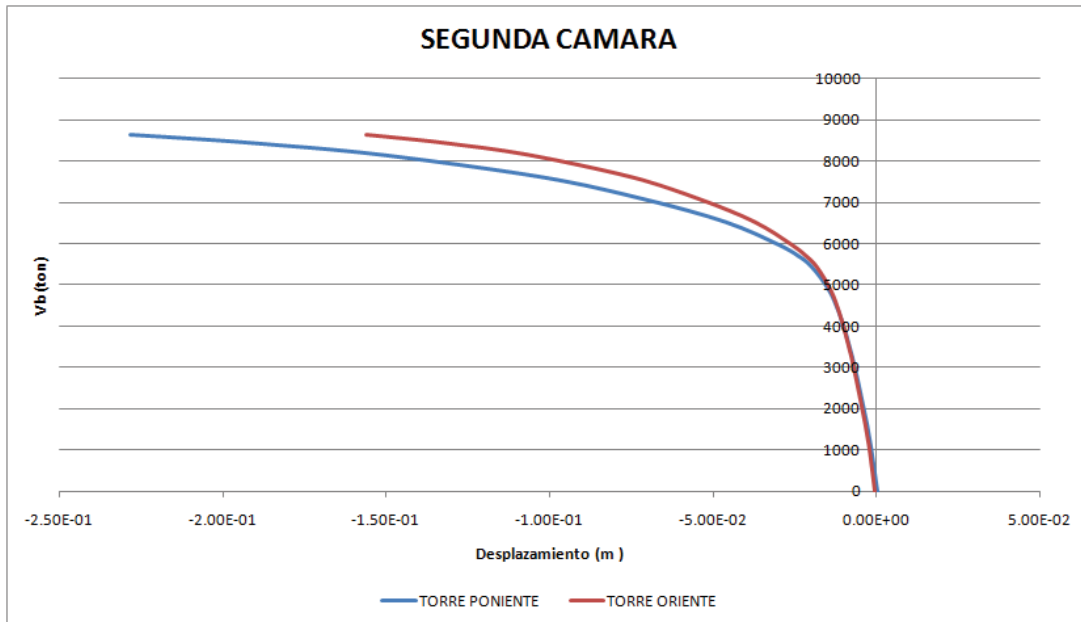


Figura 6.58. Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección -Y.

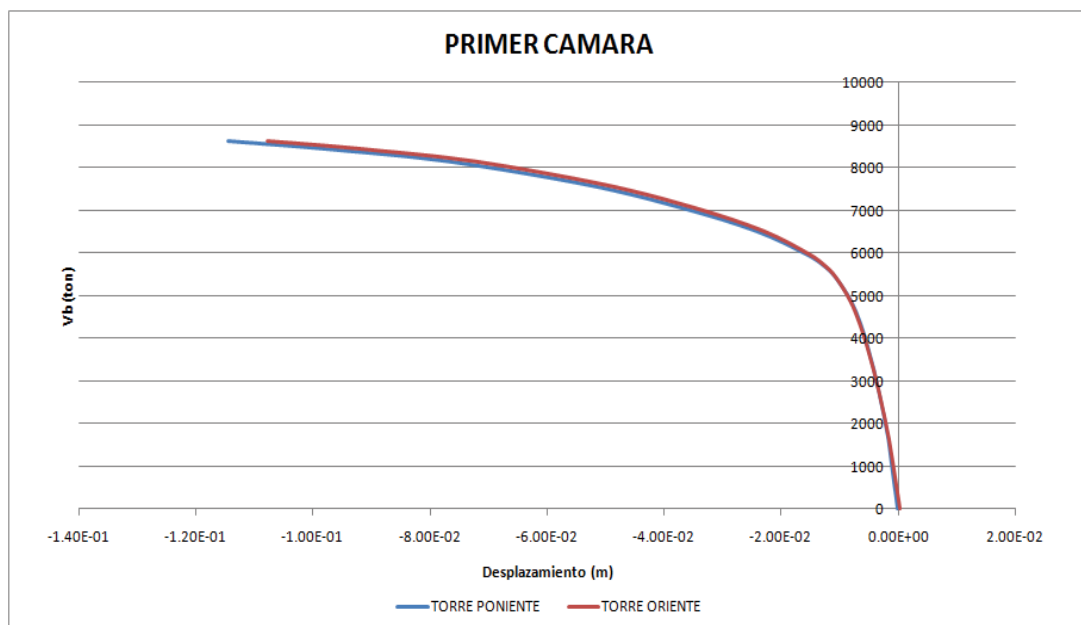


Figura 6.59. Curvas de capacidad para el piso de la primer cámara, empuje en dirección -Y.

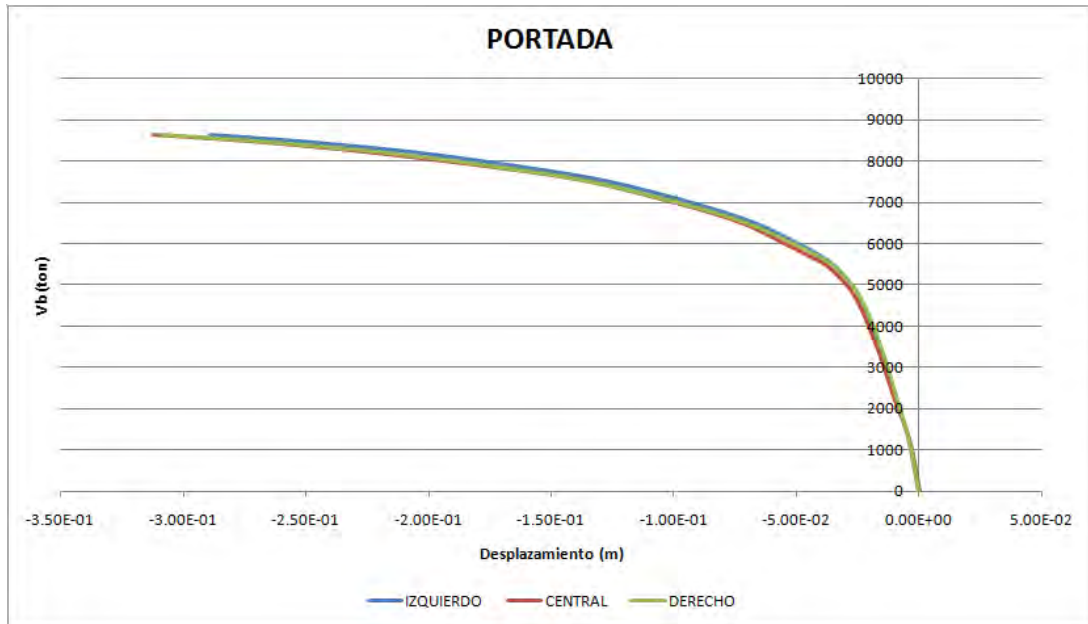


Figura 6.60. Curvas de capacidad para el plano del muro de la fachada, empuje en dirección -Y.

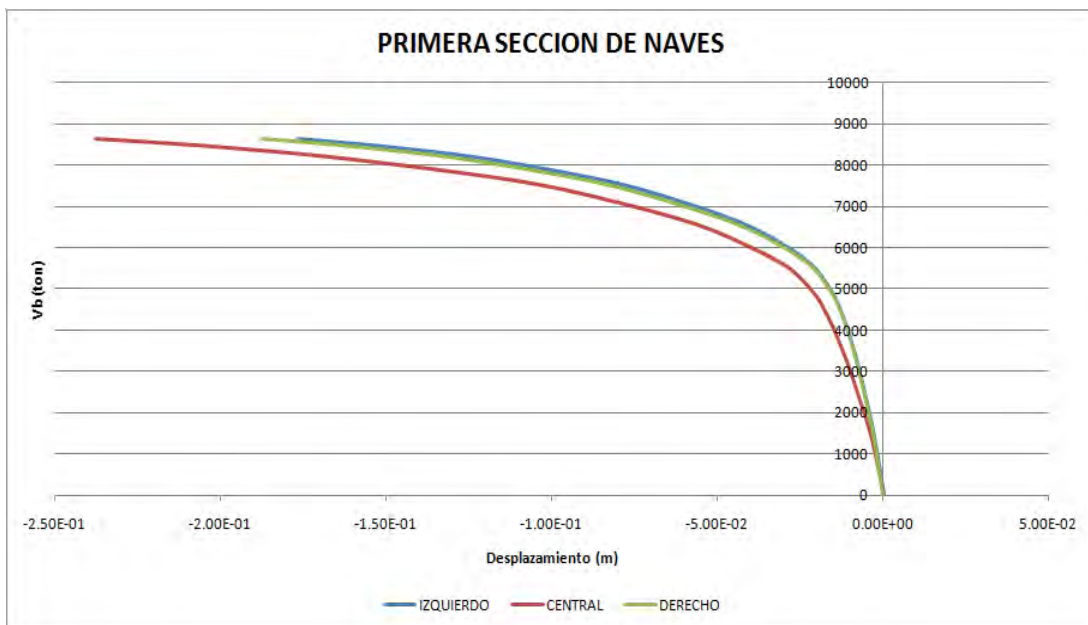


Figura 6.61. Curvas de capacidad para la clave de naves, empuje en dirección -Y.

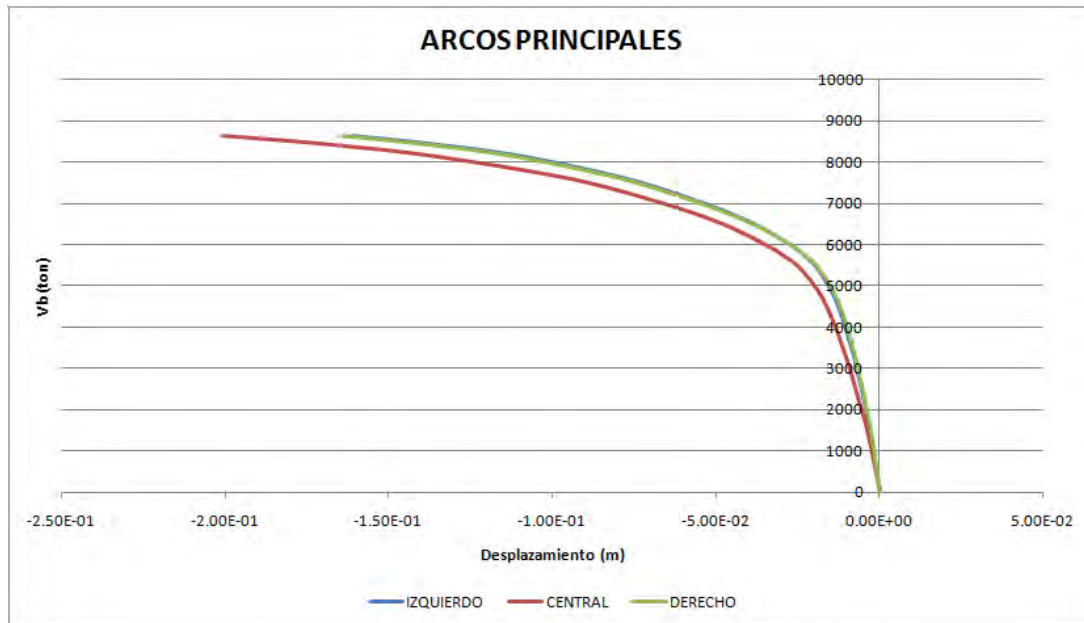


Figura 6.62. Curvas de capacidad para la clave de arcos principales, empuje en dirección -Y.

Al sobreponer las curvas de capacidad de ambas torres para los diferentes puntos medidos sobre las torres se tiene que las curvas de capacidad correspondientes a la torre Poniente presentan un desarrollo similar al de su homóloga al arranque, conservando una misma rigidez (ver figuras 6.54 a 6.59). Al incrementarse los desplazamientos y presentarse un cambio de pendiente sobre las curvas, estas se desprenden ligeramente lo que conduce a un comportamiento inelástico distinto, en el cual resaltan mayores desplazamientos y una menor rigidez de la torre Poniente en comparación con la torre Oriente la cual posee un comportamiento más rígido.

Observando de manera particular a la figura 6.58, correspondiente al piso de la segunda cámara, se tiene que la rigidez y desplazamientos existentes entre la torre Oriente y Poniente presentan diferencias muy marcadas y esto se debe a que el segundo bloque de la torre Oriente se ve restringido por el tambor de la cúpula de la capilla adyacente, lo cual imprime una mayor rigidez y limita los desplazamientos.





De manera similar podemos identificar algunas diferencias en el comportamiento del muro de la fachada, las naves y arcos principales. Para la portada principal o muro de fachada se rastrearon los desplazamientos sobre tres puntos, los cuales corresponden a los frontones: izquierdo, derecho y central; al traslapar las curvas de capacidad correspondientes a estos tres puntos (ver figura 6.60), se observa un desarrollo muy similar a lo largo de casi todas las curvas, y las diferencias de mayor relevancia se presentan al final de las mismas donde la curva correspondiente al frontón izquierdo presenta un menor desplazamiento, lo cual seguramente es producto de las restricciones y confinamiento que le ofrece la torre Oriente.

Los puntos medidos sobre las claves de las naves y arcos principales presentan un comportamiento muy similar, de la sobreposición de sus curvas (ver figuras 6.61 y 6.62) se puede resaltar que los puntos correspondientes a la nave y arco principal centrales presentan una menor rigidez y mayores desplazamientos debido a su configuración y altura, además de que las naves laterales imprimen poca restricción a estas zonas.



### 7. EVALUACIÓN DE LA VULNERABILIDAD SÍSMICA DEL CONJUNTO TORRES-FACHADA

#### 7.1 INTRODUCCIÓN

La evaluación de la vulnerabilidad sísmica para estructuras antiguas de tipo religioso construidas a base de mampostería no confinada, es un procedimiento poco estudiado que se traduce en un pronóstico aceptable del comportamiento de la estructura ante un estado de cargas sísmicas esperadas, estableciendo de manera probabilista un estado de daño esperado ante las mismas.

Este tipo de análisis es generado particularmente a estructuras importantes que representan gran interés para la comunidad, debido a que la metodología es relativamente compleja y requiere de gran inversión de tiempo en modelado, cálculos matemáticos y computacionales.

#### 7.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DEL ESPECTRO DE CAPACIDAD

En los últimos años, la tendencia del diseño sísmico apunta a la sugerencia de proyectar los diferentes elementos (estructurales y no estructurales) de un sistema constructivo, de tal forma que para un cierto nivel de peligrosidad sísmica la estructura exhiba un cierto nivel de desempeño predeterminado. El criterio anterior se conoce como diseño por desempeño (Martínez 2007).

En la actualidad, el desempeño sísmico de una estructura se puede obtener a partir de técnicas específicas y análisis lineales o no lineales. Una de las técnicas más utilizadas para este fin es la conocida como el Método del Espectro de Capacidad (Freeman 1998, Fajfar 2000), en el cual se compara la capacidad de la estructura para resistir fuerzas laterales, con la demanda de resistencia para un cierto nivel de peligrosidad sísmica impuesto sobre el sistema.

### 7.2.1 Espectro de Capacidad

Una vez determinada la curva de capacidad, conviene trabajarla en unidades que se puedan correlacionar de manera más conveniente con la demanda sísmica esperada. Para lograr lo anterior, se calcula el espectro de capacidad transformando las unidades de fuerza a aceleración espectral, y los desplazamientos de la estructura a sus homólogos espectrales.

Freeman (1998), propone realizar la conversión anteriormente mencionada utilizando las propiedades dinámicas de la estructura. Para lo anterior se parte del factor de participación modal,  $\Gamma_1$ , dado por la siguiente expresión:

$$\Gamma_1 = \frac{\{\phi\}_1^T [m] \{1\}}{\{\phi\}_1^T [m] \{1\}_1} \quad (7.1)$$

donde:

$\{\phi\}_1$  : Vector modal para la frecuencia fundamental (normalizado con respecto al último nivel)

$[m]$ : Matriz de masas

$\{1\}$ : Vector unitario

Para desplazamientos  $S_d$  y aceleraciones espectrales  $S_a$  en el modo fundamental, los vectores de fuerzas  $\{f\}_1$  y desplazamientos  $\{\Delta\}_1$  correspondientes están dados por:



$$\{f\}_1 = [m]\{\phi\}_1 \Gamma_1 S_a \quad (7.2)$$

$$\{\Delta\}_1 = [m]\Gamma_1 S_d \quad (7.3)$$

Para el vector modal normalizado con respecto al último nivel, el desplazamiento (ecuación 7.3) correspondiente estará dado por:

$$\Delta = \Gamma_1 S_d \quad (7.4)$$

De donde el desplazamiento espectral será igual a:

$$S_d = \frac{\Delta}{\Gamma_1} \quad (7.5)$$

Por otro lado, se sabe que la fuerza cortante basal es igual a la suma de las fuerzas sísmica actuantes:

$$V_b = \{1\}^T \{f\}_1$$

$$V_b = \{1\}^T [m]\{\phi\}_1 \Gamma_1 S_a$$

$$V_b = M_1^* S_a \quad (7.6)$$

Donde  $M_1^*$  se conoce como masa modal efectiva, y se puede también calcular como:

$$M_1^* = \Gamma_1 \{1\}^T [m]\{1\} \quad (7.7)$$

La masa total efectiva se recomienda que nunca sea menor de 0.75 (Freeman, 1998) veces la masa total de la estructura.

De la ecuación (7.6) se obtiene finalmente que la aceleración espectral sea:

$$S_a = \frac{V_b}{M_1^*} \quad (7.8)$$

Aplicando las ecuaciones (7.5) y (7.8) a la curva de capacidad, se obtiene finalmente el espectro de capacidad para la estructura (figura 7.1).

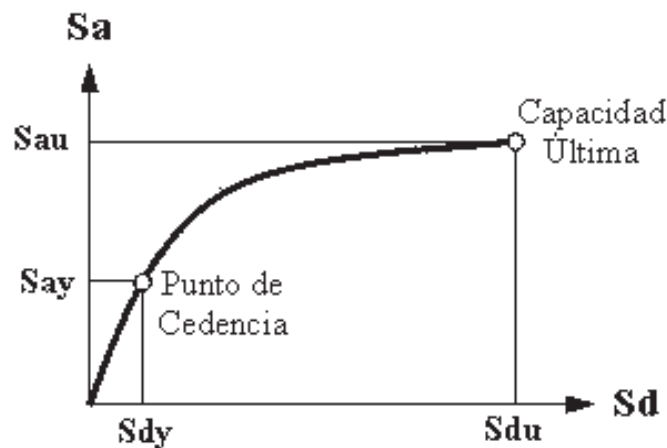
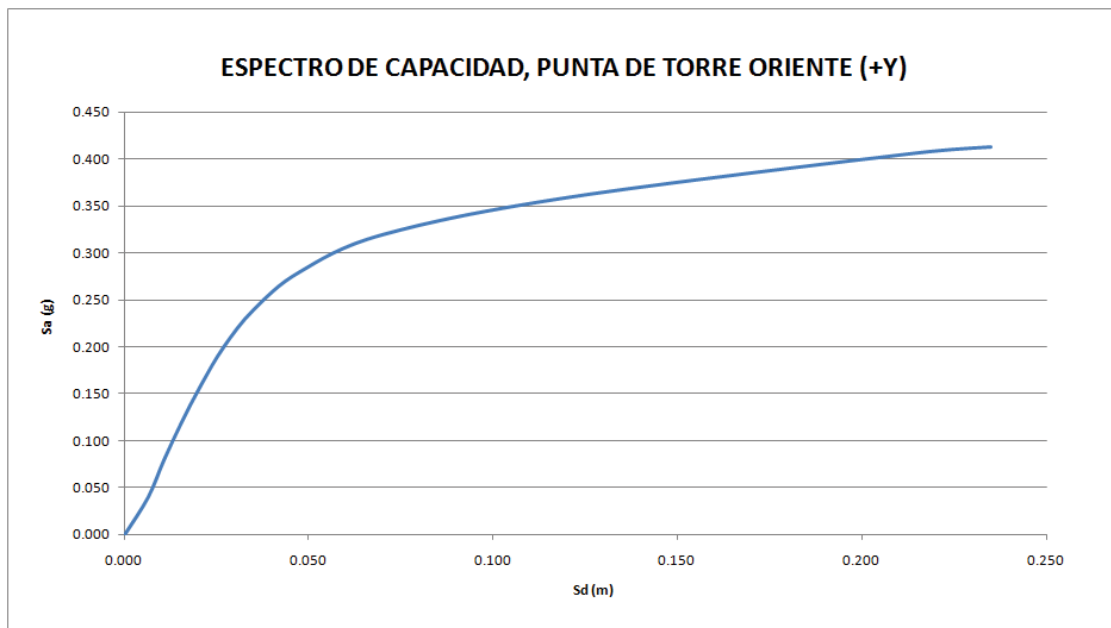


Figura 7.1 Espectro de capacidad.

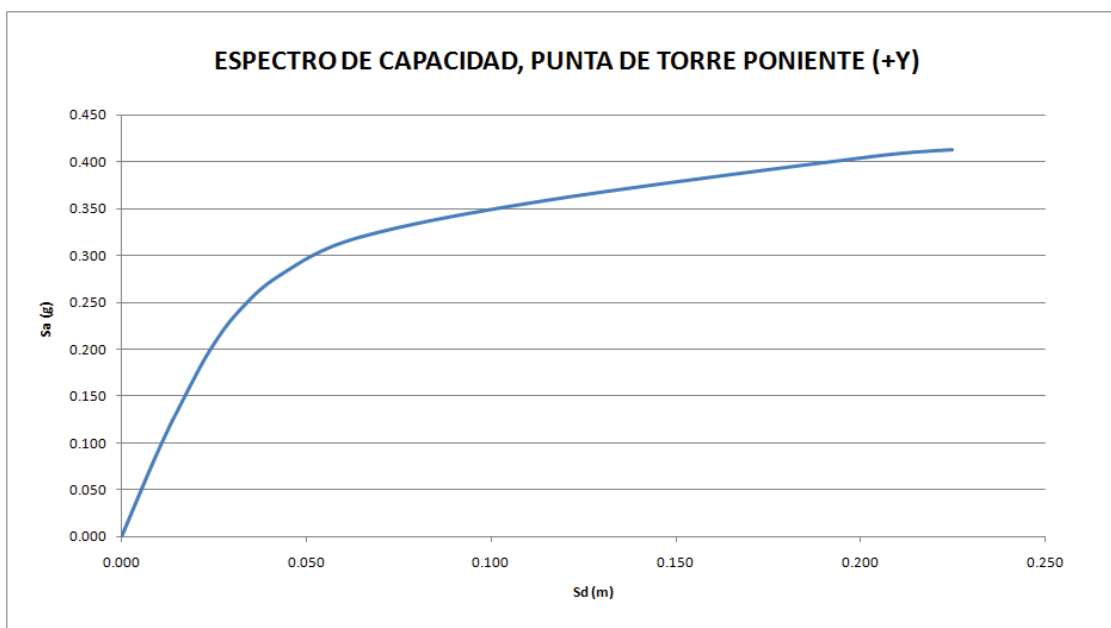
Con base en las curvas de capacidad obtenidas para cada elemento en particular (descritas en el capítulo anterior) y las ecuaciones anteriores se generaron los espectros de capacidad correspondientes a las puntas de las dos torres sometidas a un empuje en dirección Y en sentido positivo (ver figura 7.2 y 7.3). De igual manera se generó el espectro para la clave de la nave central sometida a un empuje en dirección X con sentido negativo (ver figura 7.4) y por último se obtuvo el espectro correspondiente a la clave de la nave lateral izquierda sometida a un empuje en dirección X en sentido positivo (ver figura 7.5). Cabe



mencionar que la selección de la posición de puntos estudiados, así como también la dirección y el sentido de los empujes, son resultado de un análisis comparativo en el cual éstos se presentan como los más desfavorables y de mayor interés.



*Figura 7.2 Espectro de capacidad para la punta de la torre Oriente, empuje en dirección +Y.*



*Figura 7.3 Espectro de capacidad para la punta de la torre Poniente, empuje en dirección +Y.*

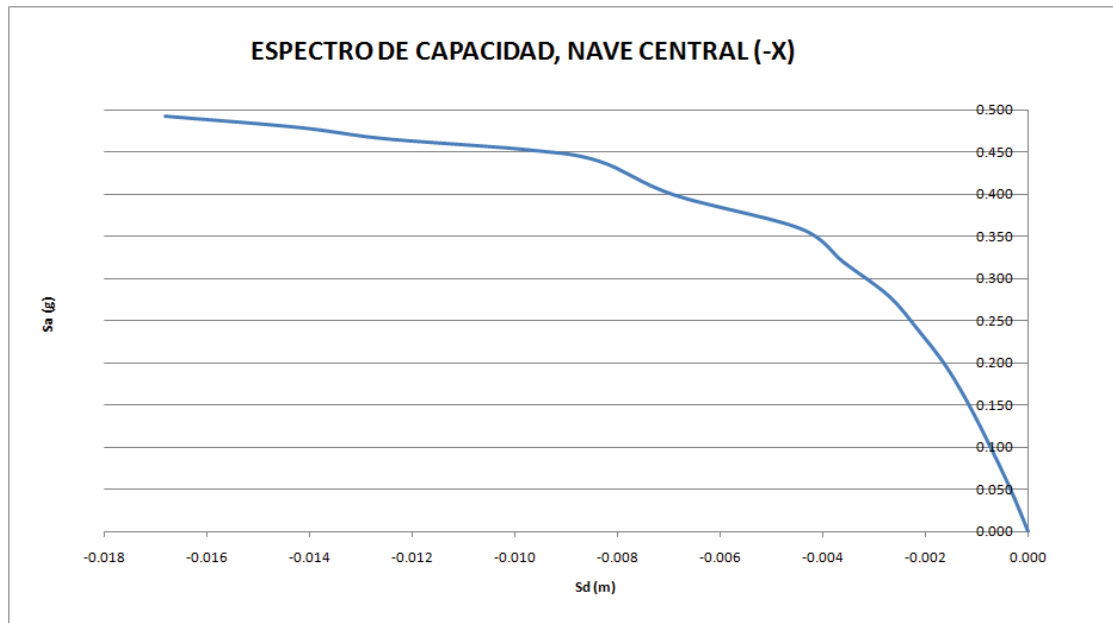


Figura 7.4 Espectro de capacidad para la clave de la nave central, empuje en dirección -X.

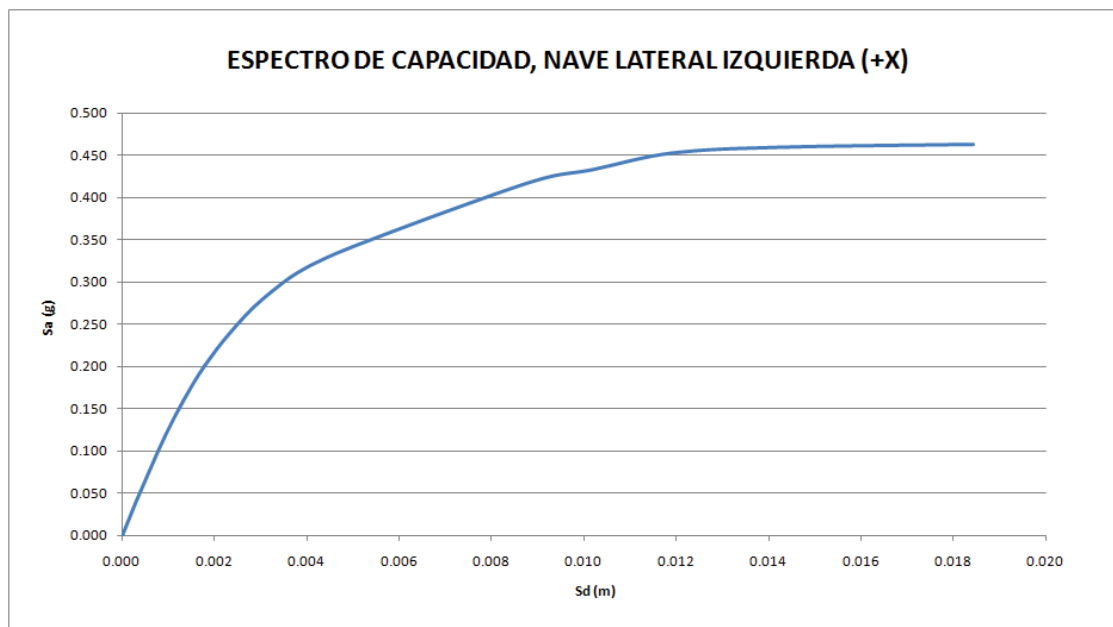


Figura 7.5 Espectro de capacidad para la clave de la nave lateral izquierda, empuje en dirección +X.





Para continuar con los análisis es recomendable simplificar los espectros de capacidad, generando la bilinealización de los mismos, con la finalidad de facilitar la obtención de los puntos de desempeño para cada uno de los macroelementos estudiados.

Para generar dicha bilinealización de los espectros de capacidad fue necesario comenzar obteniendo una ecuación que representara el comportamiento del espectro, con la finalidad de calcular de manera precisa el área bajo la curva. Como siguiente paso se prosiguió a identificar el punto de cedencia para cada espectro en particular, con el cual se definió la pendiente de la rama ascendente. Para finalizar se prosiguió a trazar la segunda ramal del espectro, la cual tiene origen en el punto de capacidad última el cual se toma como eje rotacional y finaliza al cortar con la rama ascendente, su pendiente es definida al igualar el área del espectro bilineal con el área calculada para el espectro continuo y esto se logra con la variación de la pendiente de la segunda rama. De esta manera se generaron los espectros bilineales para cada uno de los puntos estudiados y se observan en las figuras que se muestran a continuación:

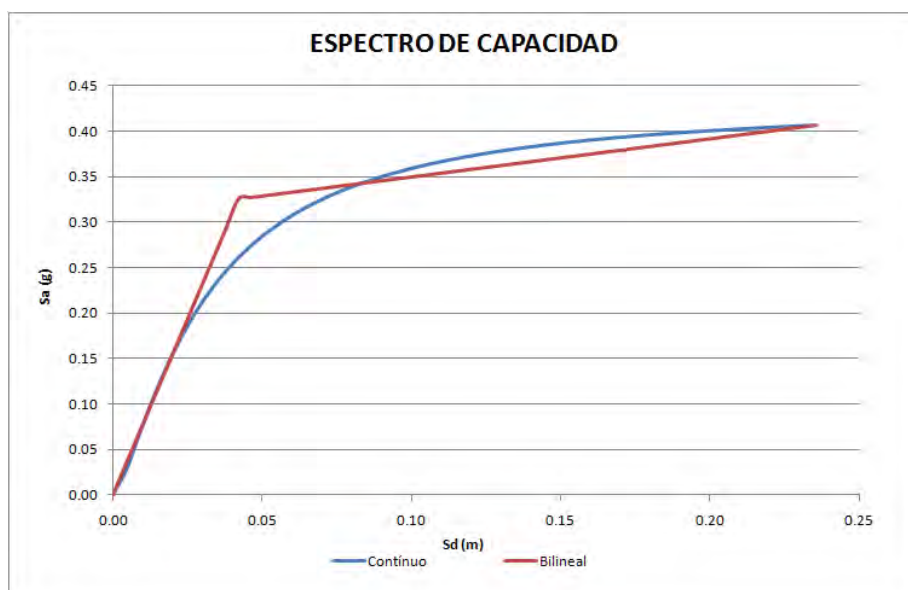


Figura 7.6 Espectros de capacidad continuo y bilineal para la punta de la torre Oriente.

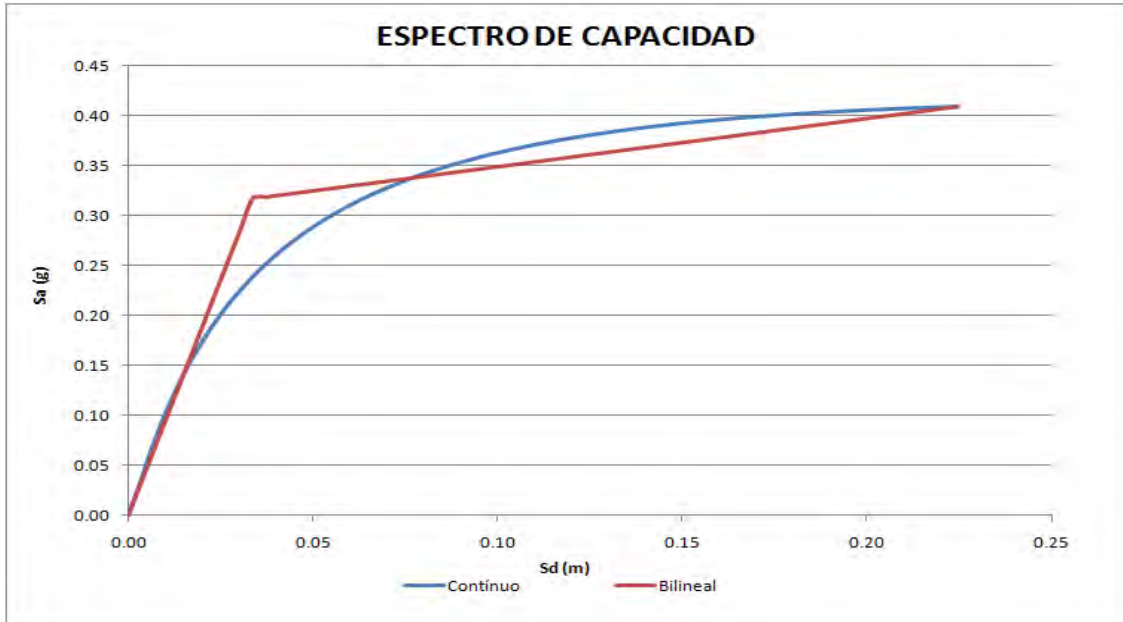


Figura 7.7 Espectros de capacidad continuo y bilineal para la punta de la torre Poniente.

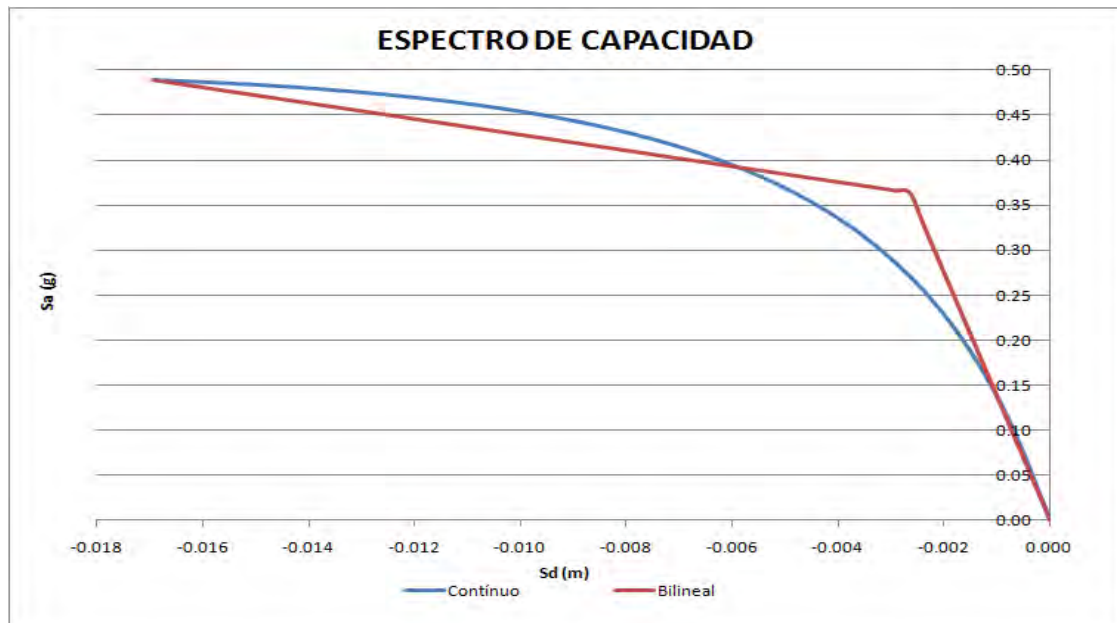


Figura 7.8 Espectros de capacidad continuo y bilineal para la clave de la nave central.

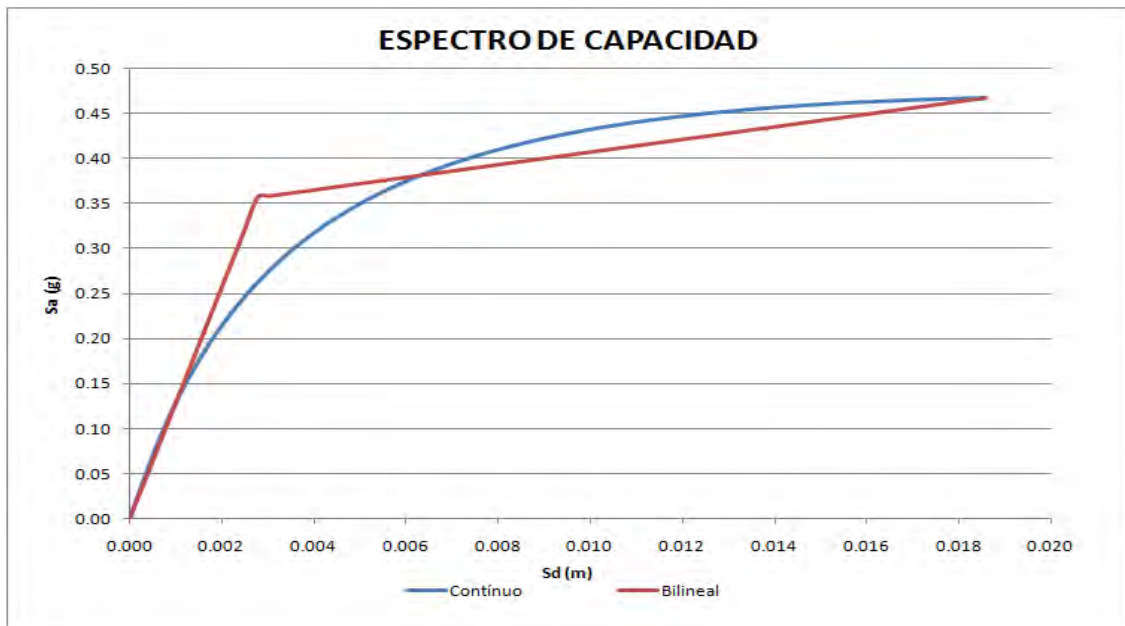


Figura 7.9 Espectros de capacidad continuo y bilineal para la clave de la nave lateral izquierda.

### 7.2.2 Puntos de Desempeño

La intersección del espectro de demanda y el espectro de capacidad colocados en un mismo gráfico, proporcionan una pareja de valores aceleración-desplazamiento que representan la demanda sísmica desde el punto de vista estructural. A dicho lugar de intersección se le conoce como punto de desempeño, y representa el punto de máxima solicitud de la capacidad de la estructura por parte de la demanda a la que está sometida. Cuando la intersección entre el espectro de capacidad y el espectro elástico de respuesta se encuentra en el rango de comportamiento lineal (del espectro de capacidad), no será necesario reducir por inelasticidad al espectro de demanda, y el punto encontrado será directamente el punto de desempeño (ver figura 7.10).

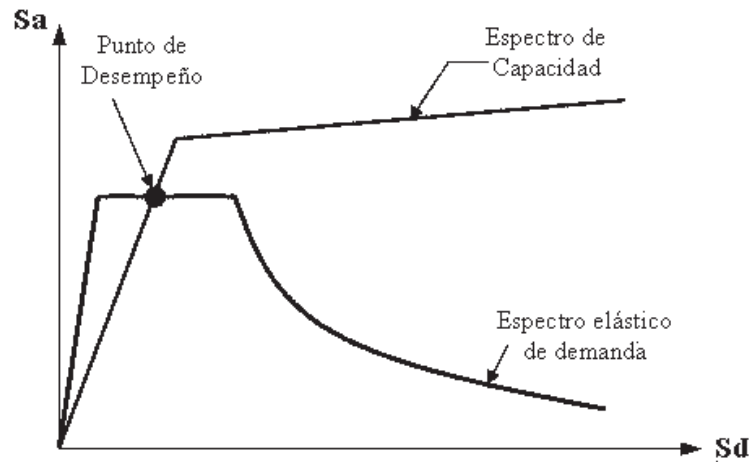


Figura 7.10 Punto de desempeño en el rango elástico de la curva de capacidad.

Si por el contrario este punto de cruce se encuentra en el rango inelástico del espectro de capacidad, se deberá considerar la disipación histerética de energía en el sistema mediante la reducción del espectro elástico de demanda, después de la cual, será correcto obtener el punto de desempeño (figura 7.11).

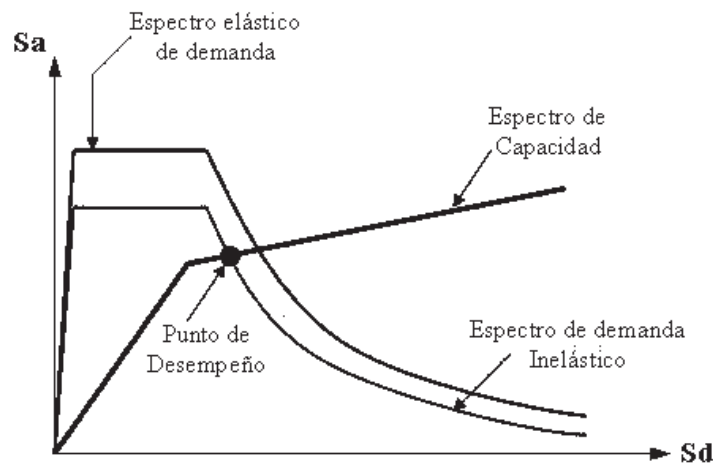


Figura 7.11 Punto de desempeño en el rango inelástico del espectro de capacidad.

El procedimiento utilizado para generar la reducción del espectro inelástico de demanda corresponde al método N2, el cual no requiere de procedimientos iterativos ni gráficos, y puede ser resuelto de forma directa.



En este caso, se parte de una representación bilineal elástica-perfectamente plástica para el espectro de capacidad; y se supone que las aceleraciones espectrales de los puntos de cedencia y último coinciden ( $S_{ay} \approx S_{au}$ ). Supuesto lo anterior, el desplazamiento de respuesta del edificio debido a una demanda sísmica se estima mediante una técnica llamada aproximación de igual desplazamiento, la cual se basa en la hipótesis de que el desplazamiento espectral inelástico es el mismo que el que se hubiera presentado si la estructura se hubiera comportado de forma elástica. El punto de intersección entre la prolongación de la rama elástica de la curva de capacidad bilineal y el espectro elástico de demanda (con un 5% de amortiguamiento crítico), define la aceleración ( $S_{ae}$ ) y la demanda de desplazamiento correspondiente ( $S_{de}$ ) al comportamiento elástico del sistema (ver figura 7.12). En este punto se cumple que:

$$T_e = 2\pi \sqrt{\frac{D_y}{A_Y}} = 2\pi \sqrt{\frac{S_{de}}{S_{ae}}} \quad (7.9)$$

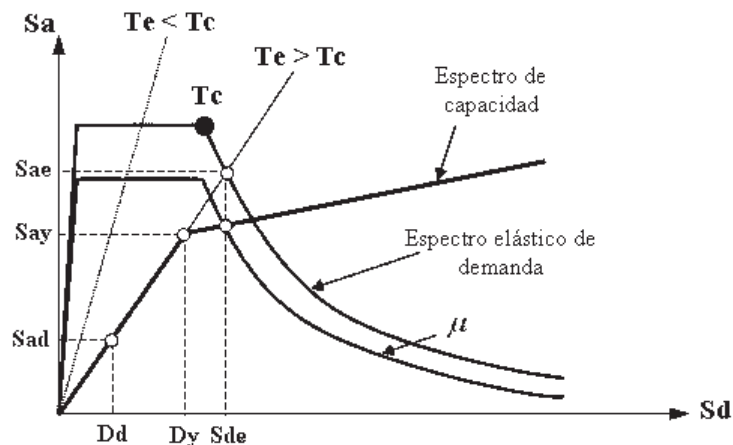


Figura 7.12 Procedimiento para el espectro de capacidad (modelo de capacidad elástico perfectamente-plástico).

La relación entre las aceleraciones correspondientes a los sistemas elástico e inelástico representa el factor de resistencia debida a ductilidad, es decir:

$$R_{\mu} = \frac{S_{ae}(T_e)}{S_{ay}} \quad (7.10)$$

Con base a la “aproximación de igual desplazamiento” la demanda de desplazamiento elástico ( $S_d$ ) es igual a la demanda de desplazamiento elástico ( $S_{de}$ ), es decir:

$$S_d = S_{de} = \mu S_{dy} = \mu D_y \quad (7.11)$$

Para los rangos espectrales de aceleración constante ( $T_e < T_C$ ) y de velocidad constante ( $T_e \geq T_C$ ), las demandas de ductilidad  $\mu_p$  son:

$$\mu_p = \begin{cases} \left( (R_{\mu} - 1) \frac{T_C}{T_e} + 1 \right) & \text{si } T_e < T_C \\ \frac{S_d}{D_y} = \frac{S_{ae}(T_e)}{S_{ay}} = R_{\mu} & \text{si } T_e \geq T_C \end{cases} \quad (7.12)$$

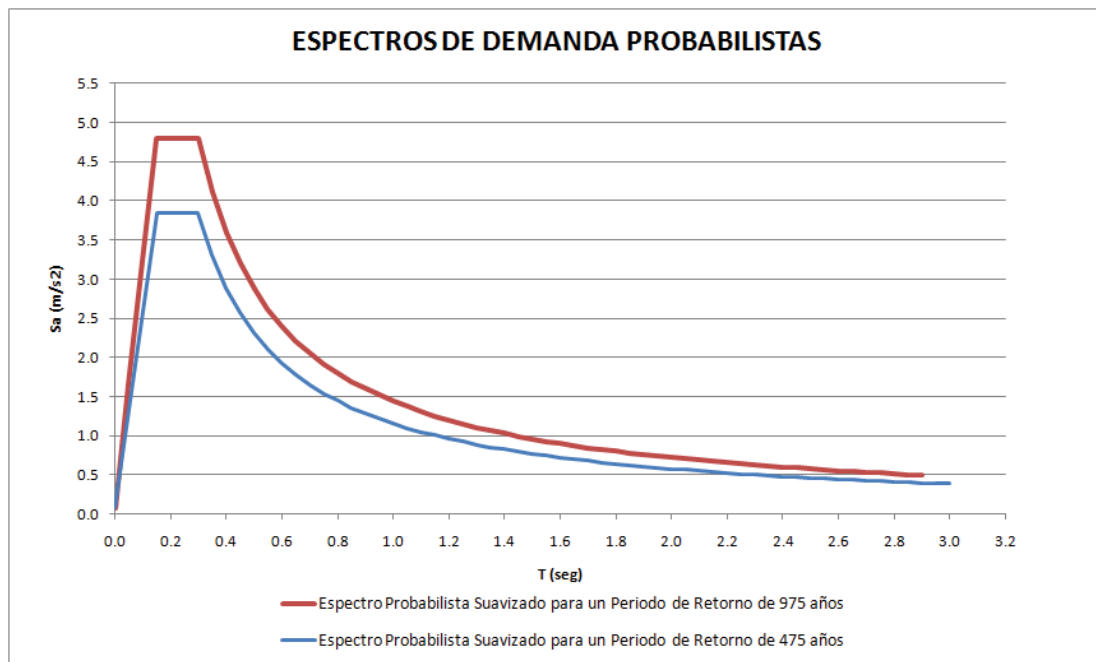
Finalmente, las coordenadas del punto de desempeño se calculan como:

$$S_{dP} = D_y \mu = \frac{S_{de}}{R_{\mu}} \mu_p$$

$$S_{aP} = S_{ay} \quad (7.13)$$



Con base en la formulación del método N2 antes descrito, fue posible determinar los puntos de desempeño para cada uno de los puntos de control. Cabe mencionar que para la obtención de dichos puntos de desempeño se utilizaron los espectros de demanda probabilistas correspondientes al sitio (Jara J.M, comunicación personal), los cuales ya habían sido usados para el análisis estructural del modelo numérico antes descrito (ver figura 7.13).



**Figura 7.13 Espectros de demanda para un periodo de retorno de 475 y 975 años.**

Para comenzar con la determinación de los puntos de desempeño se realizó el cruce de todos los espectros de capacidad contra el espectro de demanda correspondiente a un periodo de retorno de 475 años, lo que nos dio como resultado los puntos de desempeño de manera particular para cada uno de los elementos de interés, los cuales se muestran en las graficas siguientes:



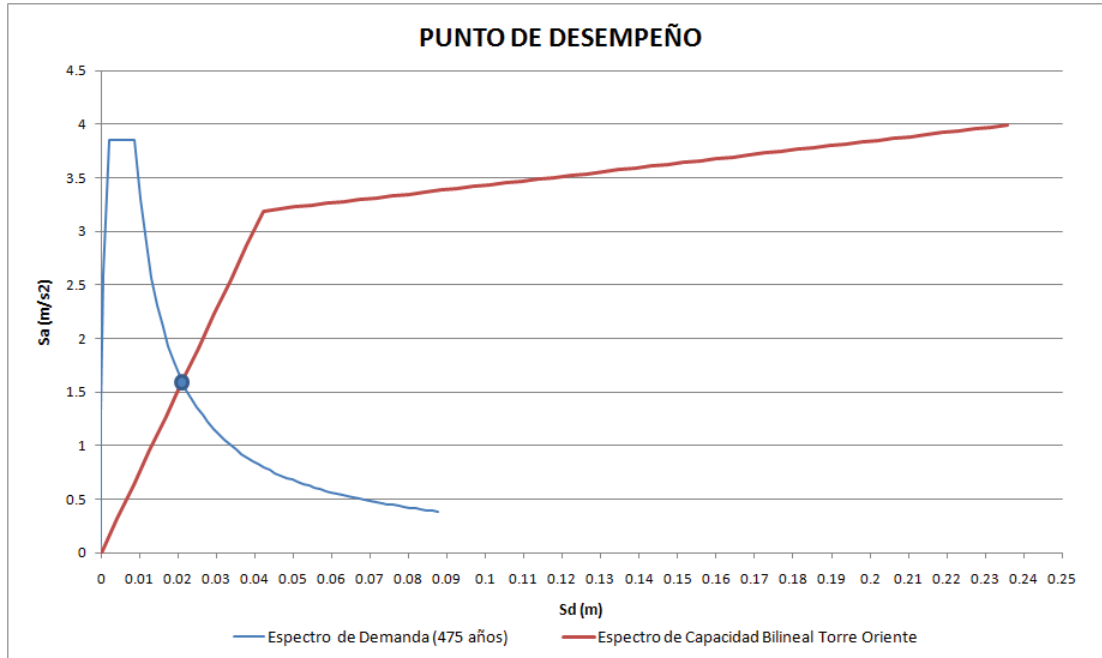


Figura 7.14 Punto de desempeño para la torre Oriente correspondiente a un periodo de retorno de 475 años.

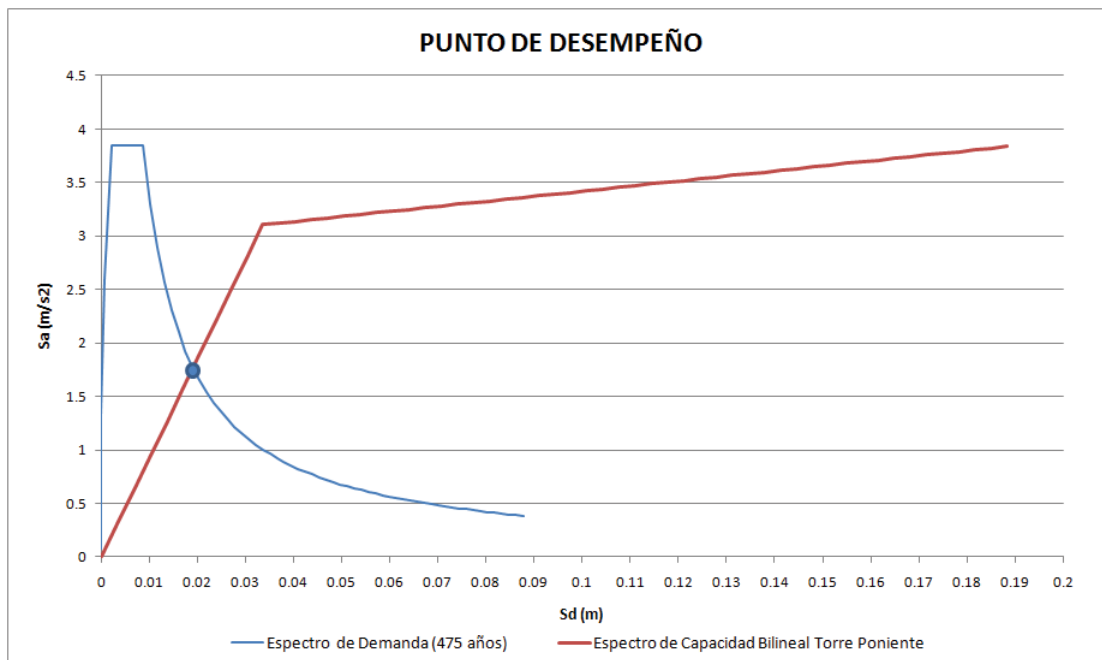


Figura 7.15 Punto de desempeño para la torre Poniente correspondiente a un periodo de retorno de 475 años.

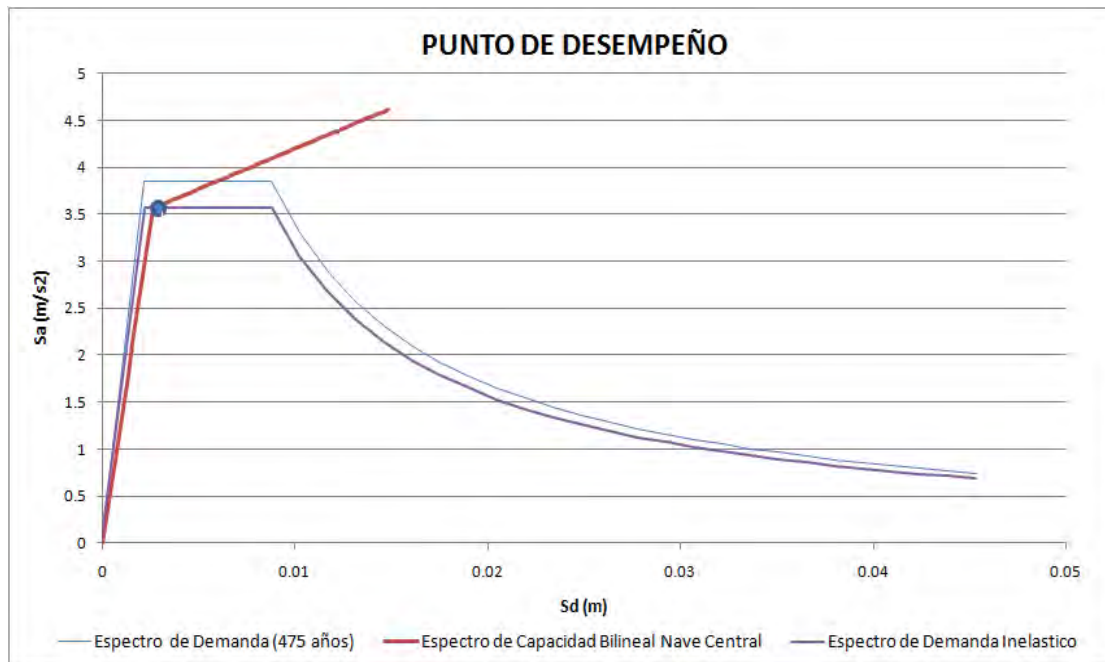


Figura 7.16 Punto de desempeño para la nave central correspondiente a un periodo de retorno de 475 años.

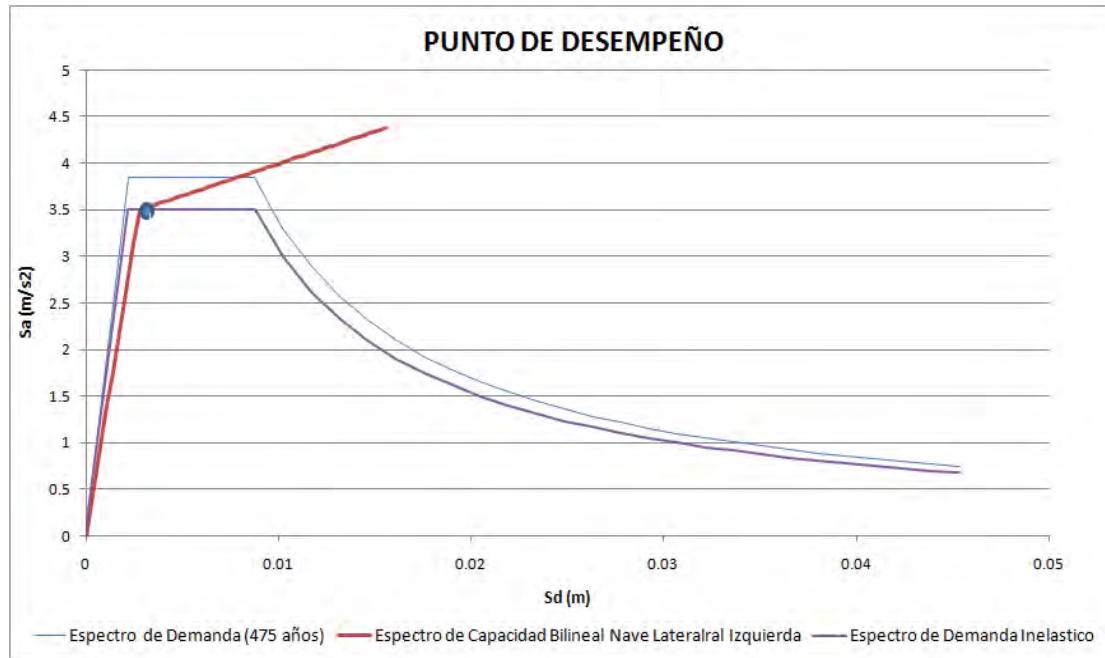


Figura 7.17 Punto de desempeño de la nave lateral izquierda para un periodo de retorno de 475 años.

De las figuras 7.14 y 7.15 se observa claramente que para la demanda requerida los macroelementos torres presentan un comportamiento elástico, lo que nos sugiere índices de daño bajos los cuales se comprobarán más adelante. Mientras que la intersección del espectro de capacidad de las torres contra el espectro de demanda se genera en la rama ascendente del primero, los espectros de capacidad correspondientes a la nave central y la nave lateral izquierda se cruzan con el espectro de demanda en la meseta del mismo prediciendo un comportamiento inelástico; lo cual obliga a reducir al espectro elástico de demanda y construir un espectro de demanda inelástico, contra el cual se deberá cruzar el espectro de capacidad para de esta manera obtener los puntos de desempeño de estos elementos (ver figuras 7.16 y 7.17).

Continuando con el cálculo de los puntos de desempeño, ahora se realiza el cruce de los espectros de capacidad contra el espectro de demanda correspondiente a un período de retorno de 975 años (ver figuras 7.18 a 7.21).

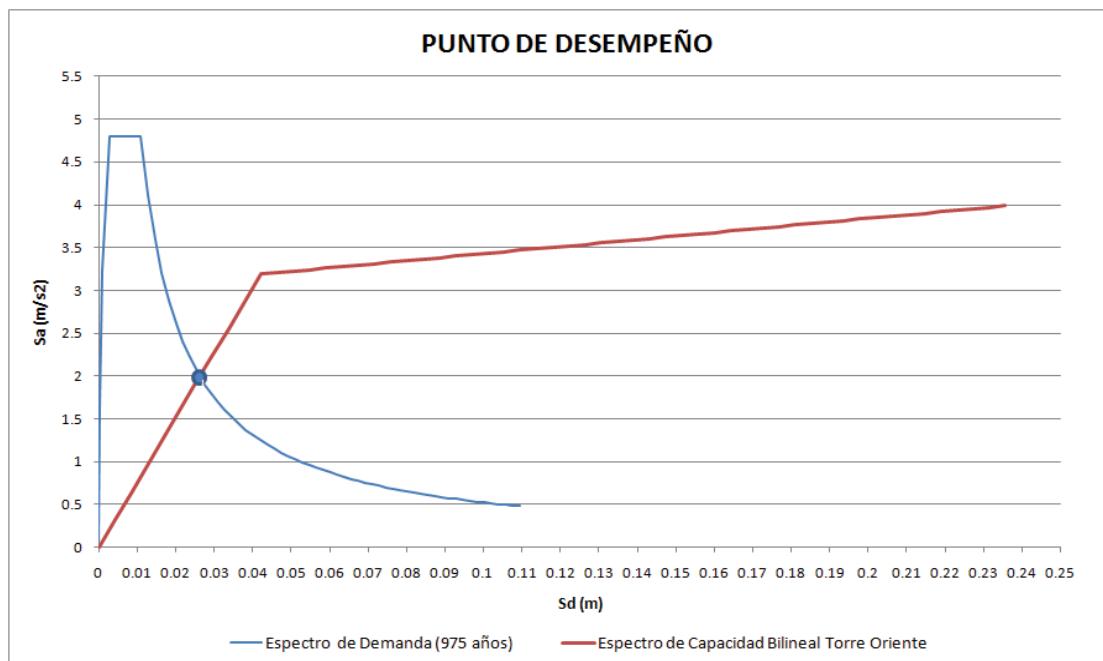


Figura 7.18 Punto de desempeño para la torre Oriente correspondiente a un período de retorno de 975 años.

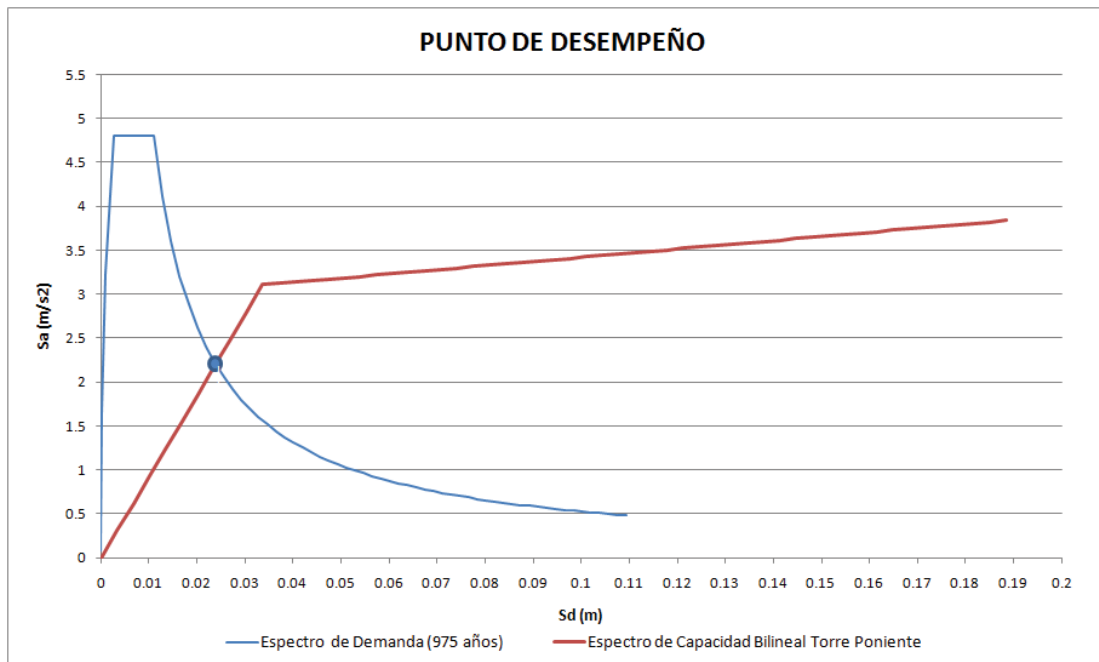


Figura 7.19 Punto de desempeño para la torre Poniente correspondiente a un periodo de retorno de 975 años.

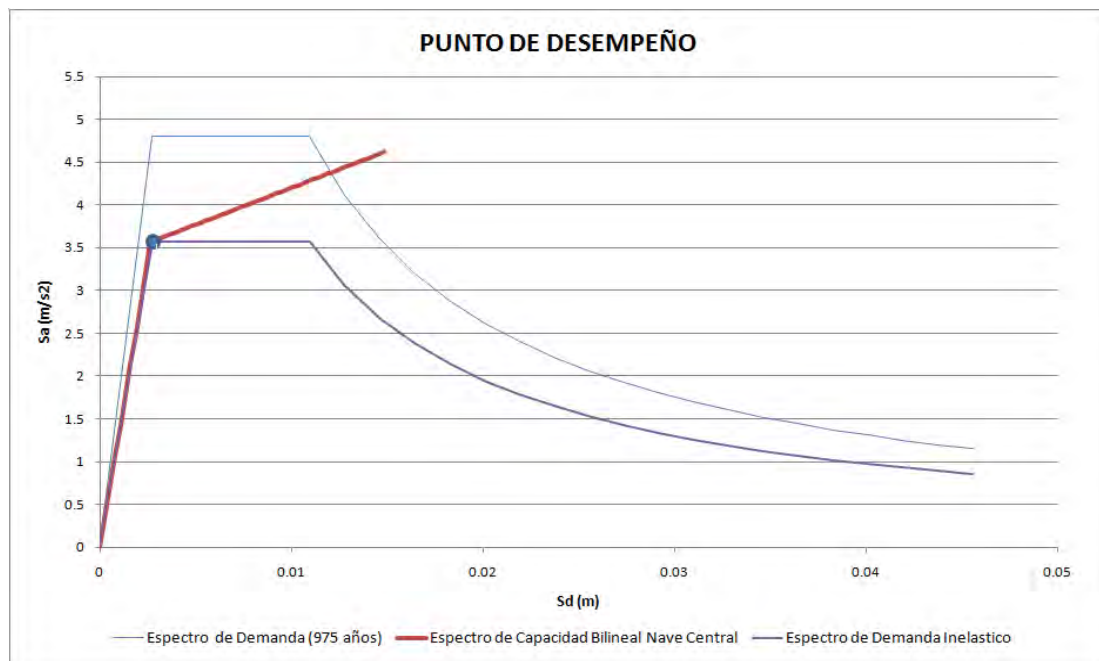


Figura 7.20 Punto de desempeño para la nave central correspondiente a un periodo de retorno de 975 años.

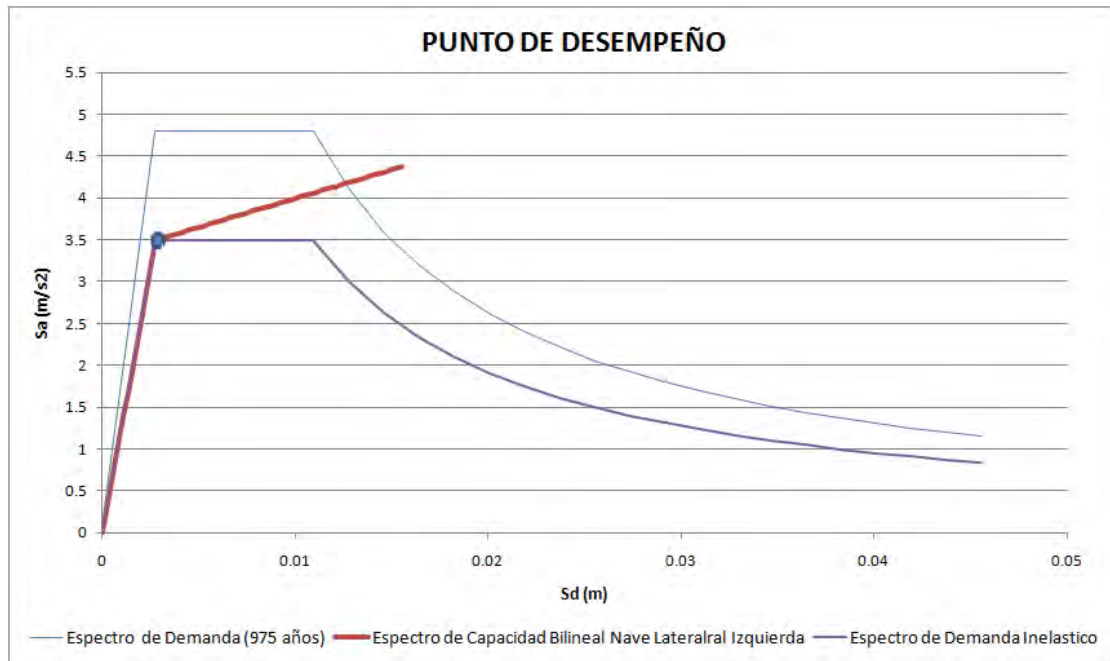


Figura 7.21 Punto de desempeño de la nave lateral izquierda para un periodo de retorno de 975 años.

Analizando las figuras anteriores, se puede observar que el cruce entre los espectros de demanda contra los de capacidad se localizan dentro de las mismas zonas en que se presentaron para el periodo de retorno de 475 años, lo que nos lleva a tener un comportamiento similar ante una demanda mayor. Para complementar el entendimiento de dichos valores se agrupan en la tabla siguiente:

Tabla 7.1 Puntos de Desempeño.

	<i>Tr =475 años</i>		<i>Tr =975 años</i>	
	<i>Sa (m/s<sup>2</sup>)</i>	<i>Sd (m)</i>	<i>Sa (m/s<sup>2</sup>)</i>	<i>Sd (m)</i>
<i>Torre Oriente</i>	1.595	0.02104	1.915	0.02525
<i>Torre Poniente</i>	1.863	0.02019	2.174	0.02355
<i>Nave Central</i>	3.568	0.00286	3.568	0.00359
<i>Nave Izquierda</i>	3.498	0.00305	3.498	0.00381



*7.2.2.1 Estimación del Desempeño del Conjunto Torres-Fachada de la Catedral de Morelia.*

Teniendo como base el valor de los puntos de desempeño que corresponden a los macroelementos en estudio, es posible estimar el grado de daño que se puede alcanzar comparando dichos valores con los umbrales de daño definidos por expertos. Dichos umbrales son los desplazamientos espectrales que limitan un rango de valores asociado a cierto nivel de daño (Dk), definido por rangos de desplazamientos  $S_{dk} < S_d \leq S_{dk+1}$  (Martínez 2007).

Se han propuesto diferentes valores para los límites de los umbrales de daño, pero para el caso específico de edificios históricos, Lagomarsino et al., 2003 propone otra definición de dichos valores basada en la escala macrosísmica europea, los cuales fueron tomados como base para determinar los umbrales de daño correspondiente a nuestro trabajo (tabla 7.2). Con base en los parámetros definidos se calcularon los correspondientes grados de daño para cada elemento en estudio y sus valores se muestran en la tabla 7.3.

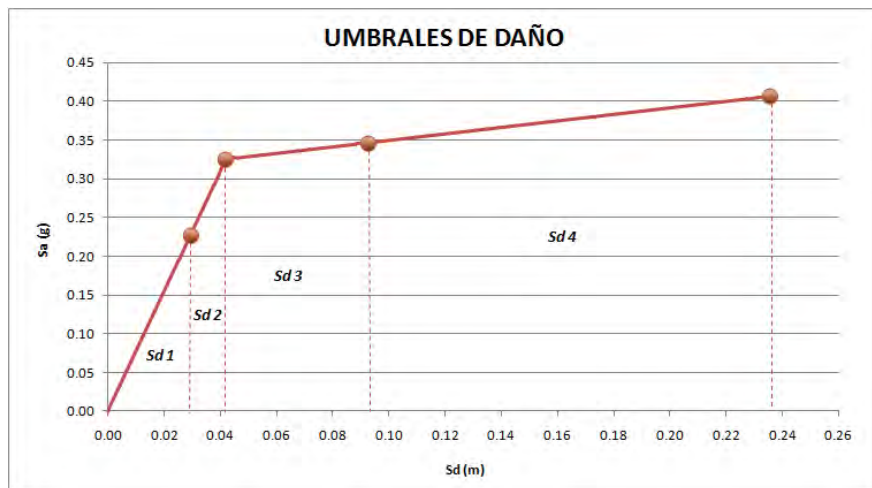
**Tabla 7.2 Valores y descripción para los umbrales de daño.**

<i>Umbrales de Daño</i>	<i>Desplazamiento Espectral</i>	<i>Descripción del Daño</i>
<i>Sd1</i>	0.7 Sdy	Ligero
<i>Sd2</i>	Sdy	Moderado
<i>Sd3</i>	Sdy+0.25(Sdu-Sdy)	Extensivo
<i>Sd4</i>	Sdu	Colapso

**Tabla 7.3 Valores de los umbrales de daño para los puntos de estudio.**

	<i>UMBRALES DE DAÑO (M)</i>			
	<i>Sd1</i>	<i>Sd2</i>	<i>Sd3</i>	<i>Sd4</i>
<i>Torre Oriente</i>	0.02946	0.04209	0.09031	0.23500
<i>Torre Poniente</i>	0.02355	0.03364	0.08148	0.22500
<i>Nave Central</i>	0.00185	0.00265	0.00619	0.01680
<i>Nave Izquierda</i>	0.00194	0.00278	0.00671	0.01850

Los valores de cada uno de los umbrales de daño define el límite superior para cada rango. En la figura 7.22 se muestra un espectro de capacidad bilineal con sus correspondientes rangos para cada uno de los umbrales de daño definidos.



**Figura 7.22 Rangos para los umbrales de daño sobre un espectro de capacidad bilineal.**

Para finalizar se realizó la comparación de los desplazamientos obtenidos con los puntos de desempeño (tabla 7.1) contra los diferentes umbrales de daño definidos (tabla 7.3), lo cual nos arrojó como resultado un posible grado de daño esperado ante los estados de carga sísmica definidos para los periodos de retorno de 475 y 975 años (ver tabla 7.4).

**Tabla 7.4 Grados de daño esperados.**

	<i>Tr =475 años</i>	<i>Tr =975 años</i>
<i>Torre Oriente</i>	Sd1	Sd1
<i>Torre Poniente</i>	Sd1	Sd1
<i>Nave Central</i>	Sd3	Sd3
<i>Nave Izquierda</i>	Sd3	Sd3

Analizando la tabla anterior se muestra que los macroelementos torres presentan un comportamiento satisfactorio ante los estados de cargas solicitados, lo cual predice que únicamente sería susceptible a sufrir daños ligeros. De igual





manera al analizar los puntos correspondientes a las naves, las cuales tienen conexión directa con el muro de la fachada principal, se observa que para los estados de carga solicitados éstos elementos sí presentan un probable estado de daño el cual resulta como extensivo. El tipo de daño asociado al desempeño de las naves lo podemos relacionar con la mayor rigidez y menor altura que presentan estos elementos en comparación con las torres, sumado a la proximidad con el periodo del terreno, efectos que las convierten en elementos más vulnerables.

### 7.2.3 Curvas de Fragilidad

Otra forma de representar las probabilidades de daño para un edificio es a través de curvas de fragilidad. Estas expresan la probabilidad de que el nivel de daño esperado en la estructura iguale o exceda un cierto grado de daño preestablecido en función de la intensidad sísmica, es decir:

$$F_{D_K.T(i)} = P[GD \geq D_K | i] \quad (7.14)$$

Donde T indica la tipología estructural considerada,  $D_K$  es el grado de daño de la curva de fragilidad correspondiente e  $i$  es la intensidad sísmica.

Dicha probabilidad se obtiene mediante la siguiente expresión (HAZUS99, RISK-UE):

$$P[ds|Sd] = \Phi \left[ \frac{1}{\beta_{ds}} \ln \left( \frac{Sd}{Sd, ds} \right) \right] \quad (7.15)$$

donde:

$Sd$  : Desplazamiento espectral

$\bar{S}_d, ds$  : Valor medio de desplazamiento espectral para el cual la estructura alcanza un cierto umbral del estado de daño,  $ds$  .

$\beta_{ds}$  : Desviación estándar del logaritmo natural del desplazamiento espectral asociado al estado de daño,  $ds$  .

$\Phi$  : Función de distribución acumulativa normal estándar.

Por lo anterior, estas curvas quedan definidas mediante dos parámetros, el valor medio  $\bar{S}_d, ds$  y la desviación típica  $\beta_{ds}$  . El valor medio define el punto en el que la probabilidad de igualar o exceder el estado de daño es igual al 50%, la desviación típica nos da una idea de la dispersión. La ecuación 7.16 muestra la función de densidad de probabilidad correspondiente a las curvas de fragilidad.

$$F_{T,Gdi}(Sd) = \frac{1}{\beta Sd \sqrt{2\pi}} e^{\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\beta} \ln \frac{Sd}{\bar{S}_d} \right)^2 \right]} \quad (7.16)$$

donde:

$Sd$  : Desplazamiento espectral

$\bar{S}_d$  : Valor medio de la distribución de probabilidad

$\beta$  : Desviación típica del  $\ln Sd$



La curva de fragilidad, es decir, la probabilidad de que un edificio iguale o exceda el estado de daño considerado, viene dada por la integral entre 0 y  $S_d$  de la función de densidad de probabilidad dada por la ecuación 7.17, es decir:

$$P(S_d) = P_{T,Gdi} [GD \geq Gdi | S_d] = \int_0^{S_d} F_{T,Gdi}(S_d) d(S_d) \quad (7.17)$$

Con base en la metodología anterior y las formulaciones descritas, se prosiguió a realizar los cálculos requeridos para obtener las curvas de fragilidad correspondientes a cada uno de los puntos estudiados (ver figuras 7.23 a 7.26). De manera complementaria se optó por adicionar los valores correspondientes a los puntos de desempeño para los períodos de retorno analizados, los cuales se muestran como un par de rectas verticales, con la finalidad de determinar el valor de probabilidad de excedencia correspondiente al cruce con cada una de las curvas de fragilidad y de esta manera construir las matrices de probabilidad de daño acumulado correspondientes a cada grupo de curvas (ver tablas 7.5 a 7.8).

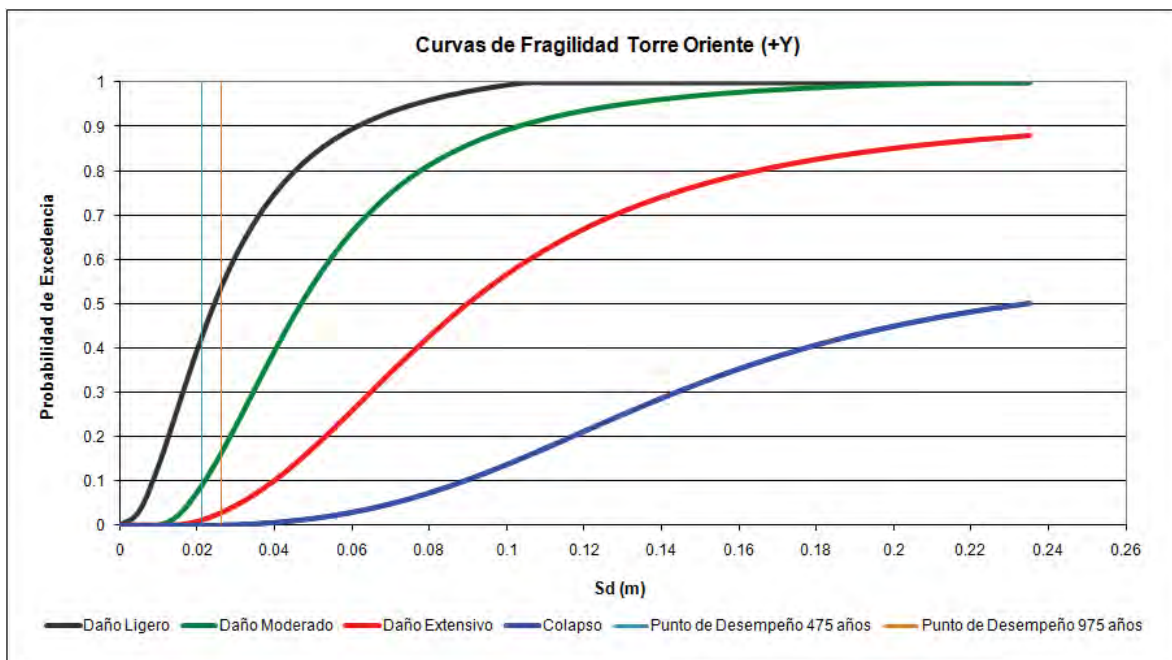


Figura 7.23 Curvas de fragilidad correspondientes a la torre Oriente.

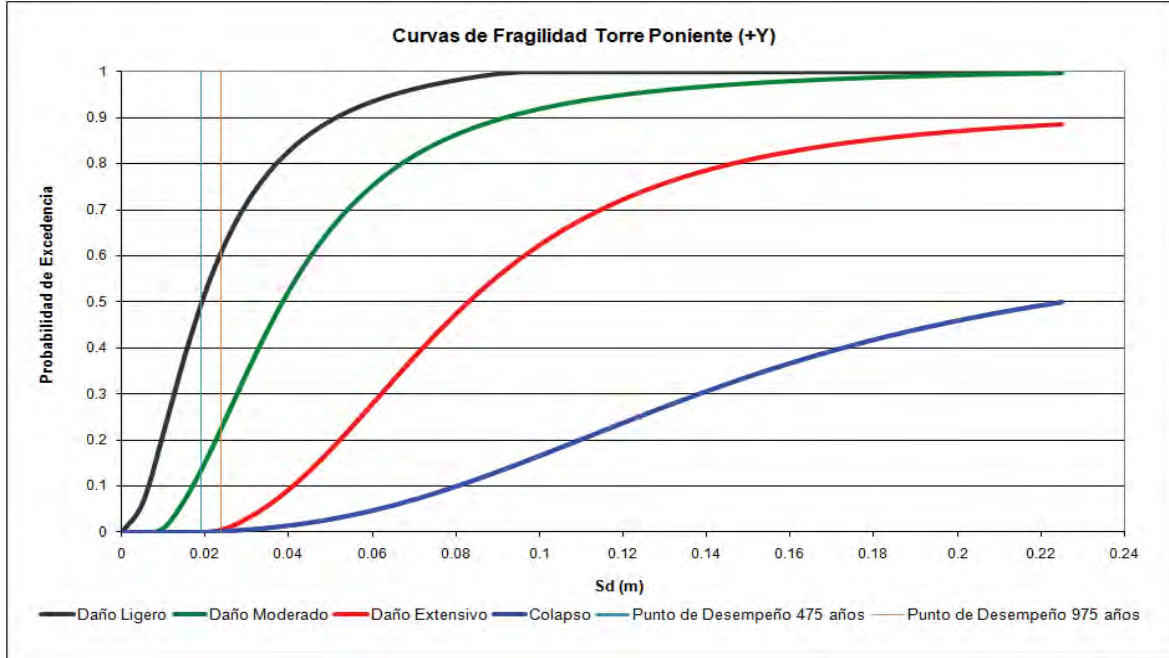


Figura 7.24 Curvas de fragilidad correspondientes a la torre Poniente.

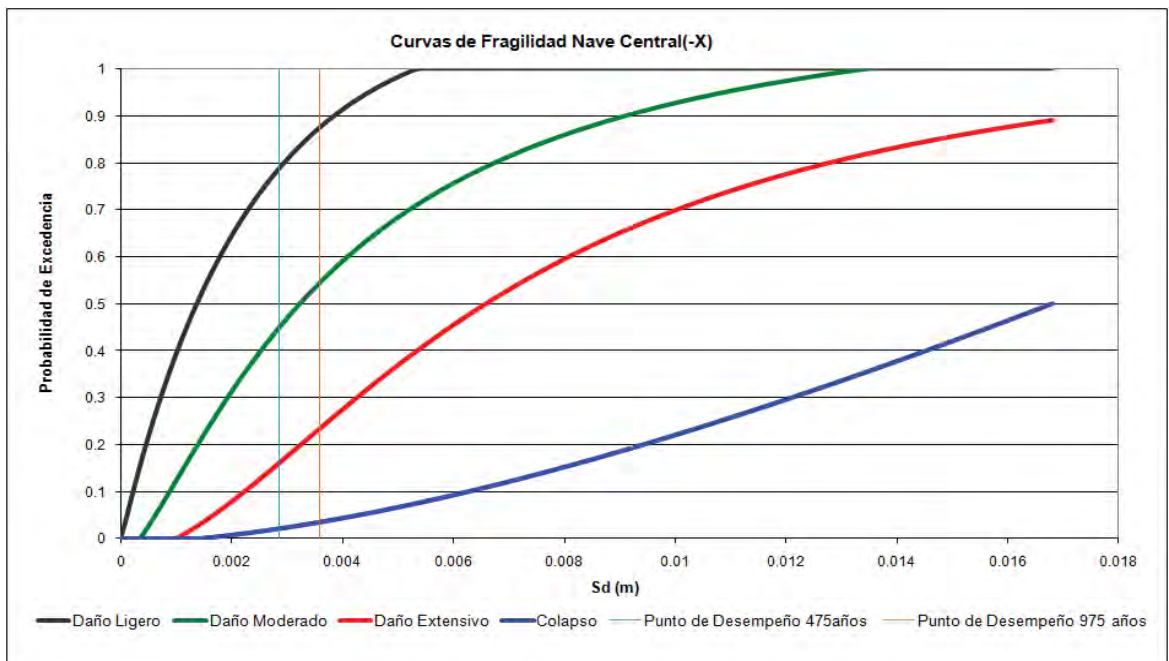


Figura 7.25 Curvas de fragilidad correspondientes a la nave central.

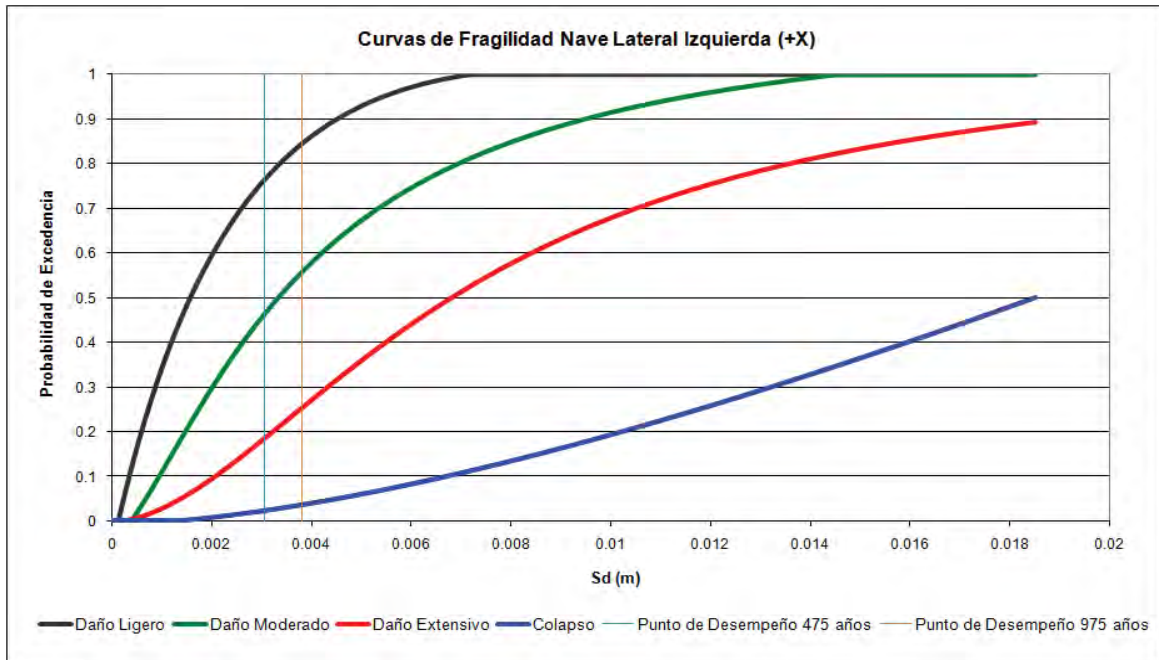


Figura 7.26 Curvas de fragilidad correspondientes a la nave lateral izquierda.

Tabla 7.5 Matrices de probabilidad de daño para la torre Oriente en función del punto de desempeño obtenido.

Probabilidad de Excedencia Acumulada		
Grado de daño	Escenario probabilista	
	Tr =475 años	Tr =975 años
<i>Ligero</i>	0.420	0.535
<i>Moderado</i>	0.085	0.155
<i>Extensivo</i>	0.010	0.025
<i>Colapso</i>	0.000	0.000

Tabla 7.6 Matrices de probabilidad de daño del punto de desempeño obtenido para la torre Poniente.

Probabilidad de Excedencia Acumulada		
Grado de daño	Escenario probabilista	
	Tr =475 años	Tr =975 años
<i>Ligero</i>	0.495	0.605
<i>Moderado</i>	0.135	0.225
<i>Extensivo</i>	0.000	0.005
<i>Colapso</i>	0.000	0.000

**Tabla 7.7 Matrices de probabilidad de daño para la nave central en función del punto de desempeño obtenido.**

<b>Probabilidad de Excedencia Acumulada</b>		
<b>Grado de daño</b>	<b>Escenario probabilista</b>	
	<b>Tr =475 años</b>	<b>Tr =975 años</b>
<b>Ligero</b>	0.787	0.865
<b>Moderado</b>	0.450	0.545
<b>Extensivo</b>	0.162	0.233
<b>Colapso</b>	0.023	0.035

**Tabla 7.8 Matrices de probabilidad de daño del punto de desempeño obtenido para la nave lateral izquierda.**

<b>Probabilidad de Excedencia Acumulada</b>		
<b>Grado de daño</b>	<b>Escenario probabilista</b>	
	<b>Tr =475 años</b>	<b>Tr =975 años</b>
<b>Ligero</b>	0.762	0.840
<b>Moderado</b>	0.461	0.556
<b>Extensivo</b>	0.182	0.250
<b>Colapso</b>	0.021	0.035

Analizando las graficas correspondientes a las curvas de fragilidad y contrastando los resultados con las matrices de probabilidad de daño, se presenta que la estructura que conforma las naves central y lateral izquierda son sumamente vulnerables a sufrir daño moderado con una probabilidad de excedencia acumulada que va de un 45 a 55.6%, lo cual difiere lo obtenido para los umbrales de daño calculados para estos mismos elementos; debido a que los puntos de desempeño se presentan muy cerca del límite inferior del rango de daño extensivo. El daño moderado se puede describir como la presencia de daño estructural ligero y daño sobre elementos no estructurales dentro de un rango moderado.

Continuando el análisis de los resultados, se puede asumir que los elementos que conforman las torres presentan un comportamiento adecuado con una probabilidad acumulada del 42 al 60.5% de presentar daños ligeros que no ponen en riesgo la estabilidad de la estructura.



Para concluir, podemos asumir que la estructuración que presentan los macroelementos torres conforman un sistema sismoresistente que es capaz de soportar la demanda sísmica esperada y presentar un estado de servicio aceptable después de dichos eventos. En cuanto al comportamiento y estado de daño que se pudiera presentar en las naves ante la demanda requerida, es sumamente comprometedor predecir un estado de daño moderado, lo cual nos obliga a justificar dicho pronóstico. Dentro del análisis del comportamiento de las naves central y lateral izquierda, es necesario remarcar que las naves estudiadas se encuentra entre las dos torres lo que implica que ante una excitación en sentido X en cualquiera de sus dos direcciones (sentido en el que se presentaron los máximos desplazamientos para dichos elementos), éstas presentan afectaciones directas debido a su interacción con las torres; caso que no se presenta en las naves consecutivas, además dichas naves exhiben mayor rigidez y menores desplazamientos ante el mismo estado de carga. Por lo tanto asumimos de manera preliminar que las naves central y lateral izquierda que presentan interacción directa con los macroelementos torres, son vulnerable a sufrir daños moderados altos con la probabilidad de presentar ligeras afectaciones en su estado de servicio después de un evento correspondiente a la demanda sísmica esperada, y además es posible que los elementos consecutivos inmediatos, tales como los muros y frontones de la fachada, se vean afectados de manera tal que pueda poner en riesgo su estabilidad y estado de servicio.





### 8. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACION

#### 8.1 CONCLUSIONES

Al analizar una estructura con las características que presenta la Catedral de Morelia, es posible asumir que esta fue concebida con la certeza de que sería capaz de soportar los esfuerzos a los cuales estaría sujeta bajo condiciones de cargas verticales producto de su propio peso, y que además se comportaría de manera adecuada bajo sollicitaciones de cargas externas, tales como viento y sismos.

Debido a la importancia y significado de la magna Catedral, ésta presenta una geometría sumamente compleja, en la que cada detalle constructivo contribuye de manera fundamental en su comportamiento estructural.

Para dar inicio al análisis de la estructura, fue necesario generar un modelo de elementos finitos a base de 389541 sólidos de forma tetraédrica, dicho modelo fue construido siguiendo la geometría particular que presenta cada segmento con la finalidad de reproducir de mejor manera el comportamiento de la estructura en forma global.

Para complementar y calibrar el modelo analítico se realizaron una serie de campañas de estudios experimentales a base de medición de vibración ambiental sobre la estructura de las torres, de lo cual fue posible obtener las propiedades dinámicas de dichos elementos, entre los valores obtenidos se encuentra su período fundamental, el cual presenta un valor de 0.7092 seg para la torre Oriente y de 0.755 seg para la torre Poniente; los que al compararlos con el periodo del suelo el cual oscila entre 0.26 y 0.32 seg, es posible asumir que ante un evento sísmico no se presentaría interacción suelo-estructura que pueda llevarlas a amplificaciones por resonancia.

Teniendo el modelo calibrado fue posible generar una serie de análisis estructurales entre los cuales se encuentra el modal con el que se realizó la calibración del modelo numérico, posteriormente se generó otro estudio de tipo lineal temporal y se finalizó con la implementación de un análisis de empuje incremental no lineal; el cual llevó implícito un modelo constitutivo de mampostería no confinada, con la finalidad de simular de manera más adecuada el comportamiento de la estructura ante las sollicitaciones de demanda sísmica esperadas.

Al estudiar los resultados de los análisis de tipo lineal temporal, fue posible determinar la localización de las zonas en las que se presentan los mayores esfuerzos tensionales y de compresión. La mampostería presenta bajos esfuerzos de compresión, los cuales adquieren un valor máximo de  $2.64 \text{ Kg/cm}^2$  para la condición de cargas verticales más sismo, lo cual corresponde a un 25.889% de su resistencia a compresión de la mampostería presente en la estructura, la cual resiste aproximadamente  $10.1971 \text{ kg/cm}^2$  de acuerdo con las recomendaciones del Eurocódigo 6 (EC-6) y PIET 70 (1971). El comportamiento descrito es posible gracias a que se presenta una configuración de muros de gran espesor, los cuales distribuyen los esfuerzos de compresión de manera favorable, de tal forma que éstos no sobrepasan los esfuerzos resistentes de la mampostería.

Por otro lado, los esfuerzos de tipo tensional se concentran en zonas donde es posible encontrar físicamente separación entre sillares y agrietamientos sobre la mampostería de la estructura. Estos daños se pueden observar claramente sobre los arcos poligonales y cúpula del primer campanario de la torre Poniente. Es importante recordar que al tratarse de mampostería simple, ésta no es capaz de soportar esfuerzos a tensión, es por eso que a pesar de que los valores de esfuerzo a tensión se encuentran entre  $1.13$  y  $2.32 \text{ Kg/cm}^2$  para la condición de cargas verticales más sismo éstos son capaces de producir daños.

## CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACION

---



Durante el desarrollo del análisis de empuje incremental no lineal, se observó que la estructura del modelo presentó la capacidad de soportar un empuje lateral correspondiente a más del 30% de su propio peso hasta alcanzar el desplazamiento último; valor que se encuentra alrededor de 0.5m en la dirección de análisis más desfavorable, la cual corresponde al empuje en dirección Y en sentido negativo.

De dicho análisis se logró generar curvas de capacidad correspondientes a diferentes puntos de control sobre el modelo, de las cuales revisten un mayor interés las correspondientes a la punta de ambas torres y la clave de las naves central y lateral izquierda, éstas últimas presentando conexión directa con la fachada y su comportamiento condiciona la estabilidad de la misma. De las curvas de capacidad correspondientes a la punta de las torres, se observó que para el empuje en dirección Y (en sentido negativo) se presentan los menores desplazamientos, y que para la clave de las naves, las curvas con menores desplazamientos corresponden a un empuje en dirección X, en sentido negativo para la nave central y en sentido positivo para la nave lateral izquierda, los cuales presentan un valor del orden de entre 3.8 y 4.8 cm para su desplazamiento último.

De la aplicación del Método del Espectro de Capacidad a los macroelementos Torre, los desplazamientos obtenidos para los puntos de desempeño asociados a terremotos con recurrencia de 475 y 975 años, presentan probabilidad acumulada de 42 y 53.5% respectivamente para la torre Oriente y para la torre Poniente la probabilidad acumulada es de 49.5 y 60.5% para los periodos de retorno mencionados, los cuales se encuentran ligados a un grado de daño ligero según los umbrales propuestos por Lagomarsino et al.,(2003). Debe hacerse notar que los mayores valores de probabilidad de daño observados corresponden a la torre Poniente y estos se encuentran ligados a su mayor flexibilidad con respecto a la torre Oriente.

Con respecto al comportamiento de la primera sección de naves, al analizar los desplazamientos obtenidos para los puntos de desempeño de dichos elemento ante una demanda asociada a los sismos con periodos de retorno de 475 y 975 años, éstos presentaron un probable estado de daño extensivo dentro de un rango bajo, el cual fue redefinido debido a que al corroborar mediante las curvas de fragilidad se presentó una probabilidad acumulada de 45 y 54.5% de sufrir daño moderado sobre la nave central y para la nave lateral izquierda la probabilidad acumulada de sufrir daño moderado corresponde a 46.1 y 55.6% respectivamente para los periodos de retorno definidos. Del desempeño que presentaron las naves, es posible considerar que las naves laterales son ligeramente más susceptibles a presentar daños debidos a la demanda esperada, lo cual se asocia a su estado de confinamiento, una menor altura, mayor rigidez y coincidencia frecuencial con el terreno.

Dentro de los análisis realizados para este trabajo fue posible generar una serie de comparativas entre ambas torres, lo cual pone en evidencia una marcada diferencia en el comportamiento de estos dos macroelementos puesto que aunque su geometría exterior es casi idéntica, la configuración interna presenta una serie de variaciones en elevación y planta. Después de realizar diversas comparativas de las curvas de capacidad sobre diferentes puntos de interés para ambas torres tenemos lo siguiente: para el elemento de la capilla inferior y entrepiso de la primera cámara de las torres se muestra (ver figuras A.6, A.15 y A.26, anexo A) que la presencia del muro bajo el arco principal de la torre Poniente rigidiza la zona ante un movimiento en dirección X, reduciendo los desplazamientos para dicho elemento. Otro punto de comparación se encuentra en el entrepiso correspondiente a la segunda cámara y la cámara del reloj (ver figuras A.13 y A.24) en las cuales se ve reflejado, mediante un ligero aumento en los desplazamientos en dirección X, el cambio de dirección y altura de la bóveda de cañón de la segunda cámara de la torre Poniente. Hay que hacer notar que ante la aplicación de carga lateral en dirección X la estructura sufre efectos de



aprimamiento por zonas, éste fenómeno es posible observarlo al comparar las curvas de capacidad para ésta dirección y en sentidos contrarios, de esta manera se observa cómo una torre y las secciones de naves adyacentes se restringe mientras que la otra zona se desplaza libremente. Además hay que mencionar que este mismo fenómeno se presenta ante un empuje en dirección Y en sentido positivo, debido a la presencia de las capillas consecutivas a las torres.

### 8.2 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

Al término del presente trabajo de investigación es posible dar apertura a nuevos objetivos, los cuales enriquecerán de manera substancial a los resultados ya obtenidos, debido a que el análisis de estructuras antiguas genera la solicitud de investigaciones muy extensas.

Una estructura antigua con las características tales como las que presenta la Catedral de Morelia, después de analizar su comportamiento por primera vez, genera la exigencia de una continua monitorización y de nuevos análisis los cuales corroboren su buen comportamiento ante las sollicitaciones esperadas.

Para continuar analizando esta estructura tan particular, uno de los primeros pasos con los cuales se debe proseguir, es con la terminación del modelo de elementos finitos de la estructura completa, considerando su interacción con las construcciones contiguas, ya que en el presente trabajo se pudo observar que los elementos de menor altura tales como capillas laterales y bóvedas son más susceptibles a presentar daño en comparación con las torres.

Otra modificación que es posible realizar en el modelo de la estructura, con la finalidad de generar un análisis más certero, es la caracterización de los materiales por zonas de forma mucho más detallada; lo que se vería reflejado en una mejor calibración de modelo numérico. Lo anterior solicita de manera

obligatoria, el generar nuevas campañas de medición de vibración ambiental sobre las naves principales y secundarias, así como también sobre el cimborio y en la interacción con las construcciones adyacentes.

Los trabajos de medición de vibración ambiental se podrían ver beneficiados si en un futuro se presenta un evento sísmico de mediana a gran magnitud, el cual pueda ser registrado en las estaciones sísmicas temporales que ya se implementaron en la punta de ambas torres. Hay que considerar a futuro la necesidad de instalar nuevas estaciones en otros puntos sobre la estructura, para de esta manera poder generar un barrido del comportamiento de la misma ante cargas sísmicas.

Otro punto que se podría abordar, es la implementación de una campaña de prospección geofísica con la cual se podría eliminar la incertidumbre de la presencia de un núcleo de menor calidad en los muros y en las columnas que soportan a las torres y las naves, la estructuración de las bóvedas y sus rellenos, la revisión de la conexión entre los arbotantes y contrafuertes laterales, entre otros.

Siguiendo con trabajos experimentales se puede considerar como adecuado la implementación de técnicas semidestructivas para medir el estado de esfuerzos (gato plano), sobre algunas zonas selectas de la estructura después de realizar un análisis estructural más detallado, y compararlos con los esfuerzos obtenidos analíticamente.

Debido a limitaciones de software el presente trabajo se vio restringido para realizar un análisis temporal no lineal del modelo global, por lo que se propone que en investigaciones próximas se genere dicho análisis sobre un modelo de elementos finitos de toda la estructura, considerando inclusive la posibilidad de estudiar los probables efectos de interacción suelo-estructura, que podrían

## **CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACION**

---



derivarse de la coincidencia del contenido frecuencial existente entre el terreno y la zona de naves.

No hay que olvidar que La Catedral de Morelia cuenta con 268 años de antigüedad a partir del año en que se concluyó, a los cuales se les puede sumar los 84 años que duró su construcción; y debido a esto la estructura presenta zonas con un grado de intemperismo alto y una moderada cantidad de elementos agrietados, daño que se ha despreciado en los análisis realizados, por lo se podría considerar prudente la implementación del mismo en el modelo analítico completo con la finalidad de generar una mejor simulación del comportamiento de la estructura en su estado actual, y poder así predecir la probable dispersión del daño y los posibles mecanismos que puedan llevar al colapso ciertos elementos de la estructura ante sollicitaciones sísmicas futuras.



A.1 CURVAS DE CAPACIDAD PARA UN EMPUJE EN DIRECCIÓN Y EN SENTIDO POSITIVO

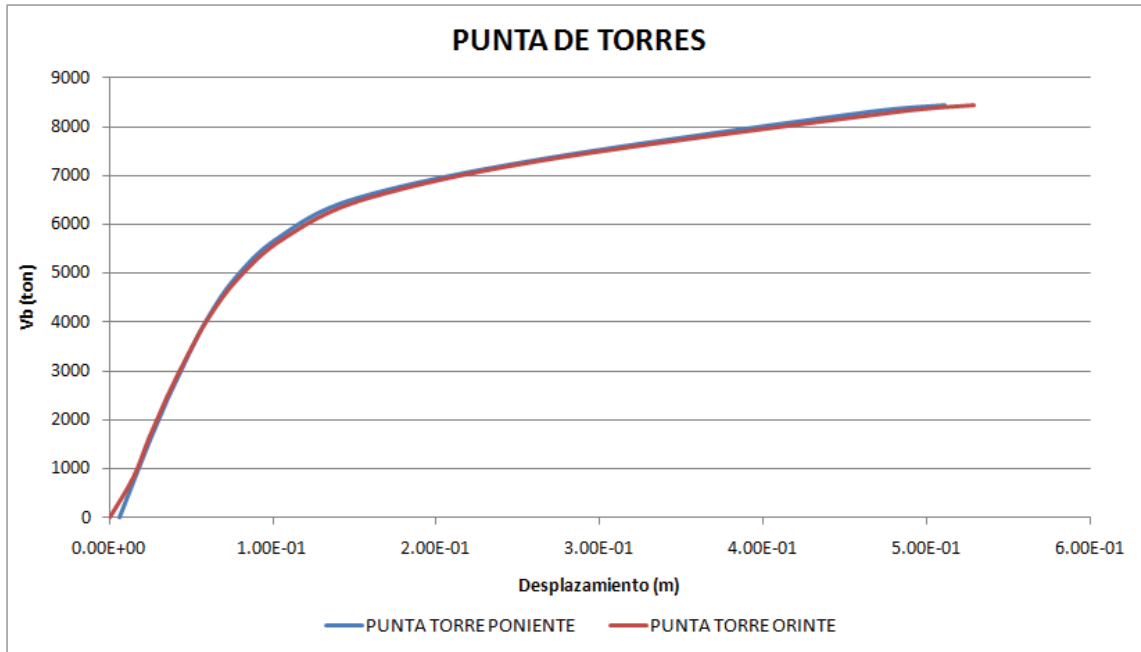


Figura A.1 Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección +Y.

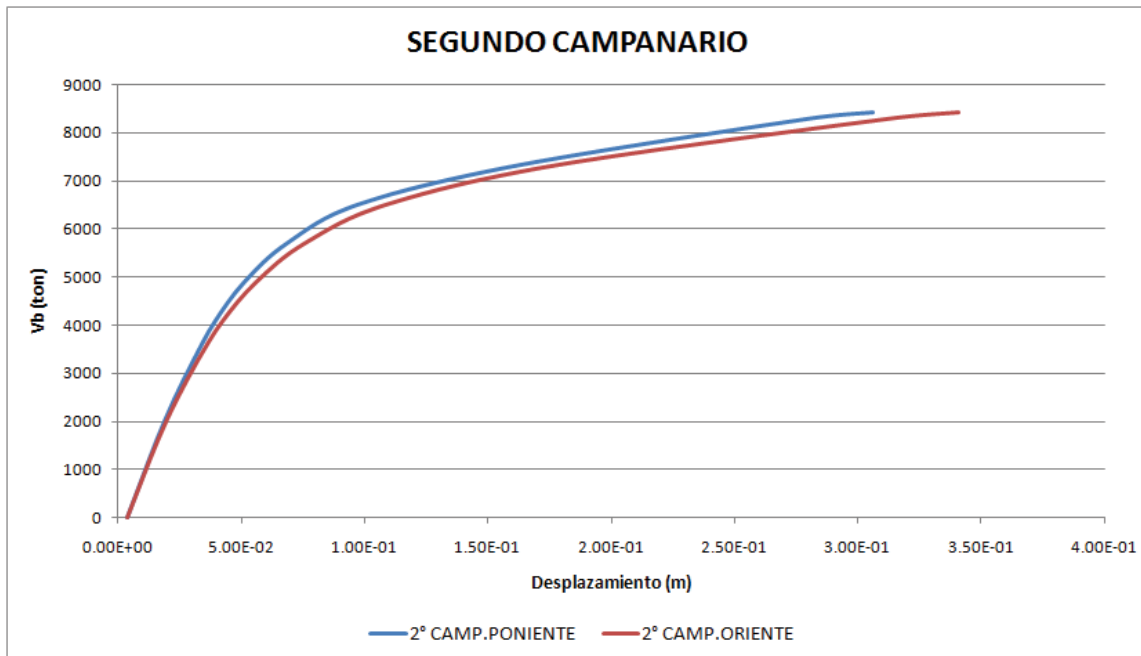


Figura A.2 Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección +Y.

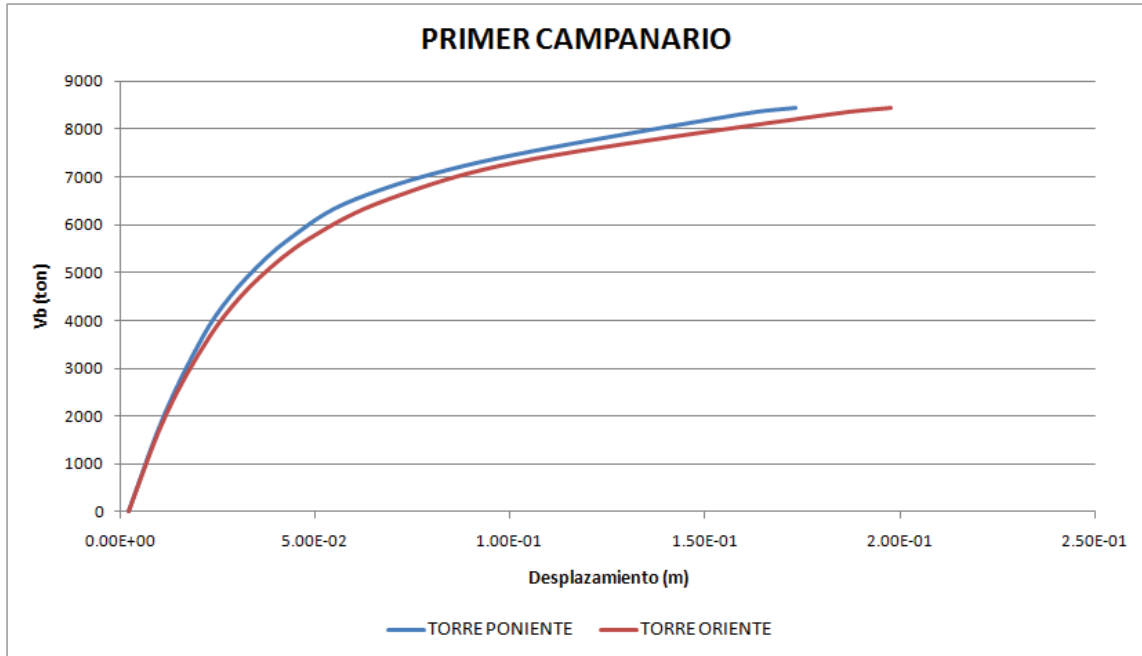


Figura A.3 Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección +Y.

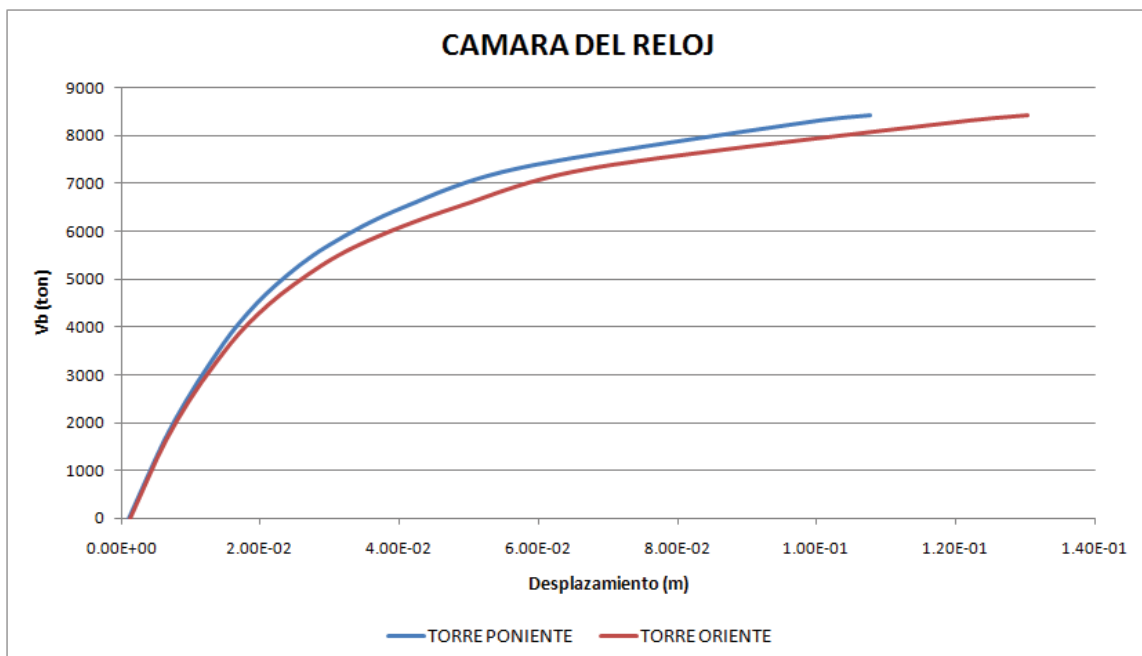


Figura A.4 Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección +Y.

# ANEXO A

## CURVAS DE CAPACIDAD

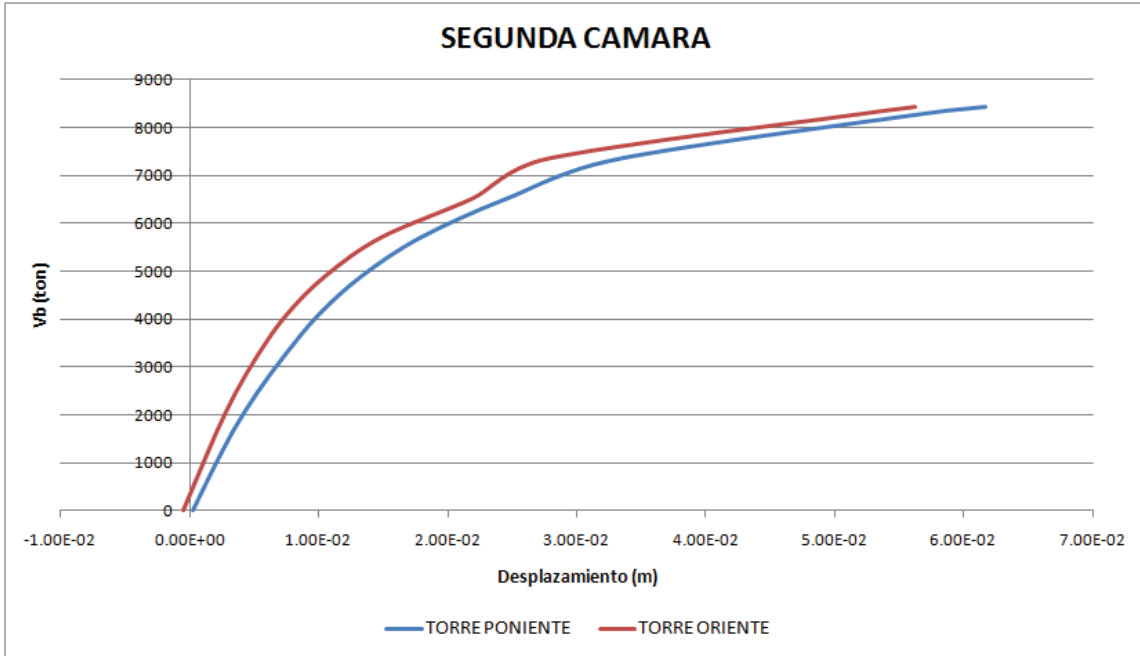


Figura A.5 Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección +Y.

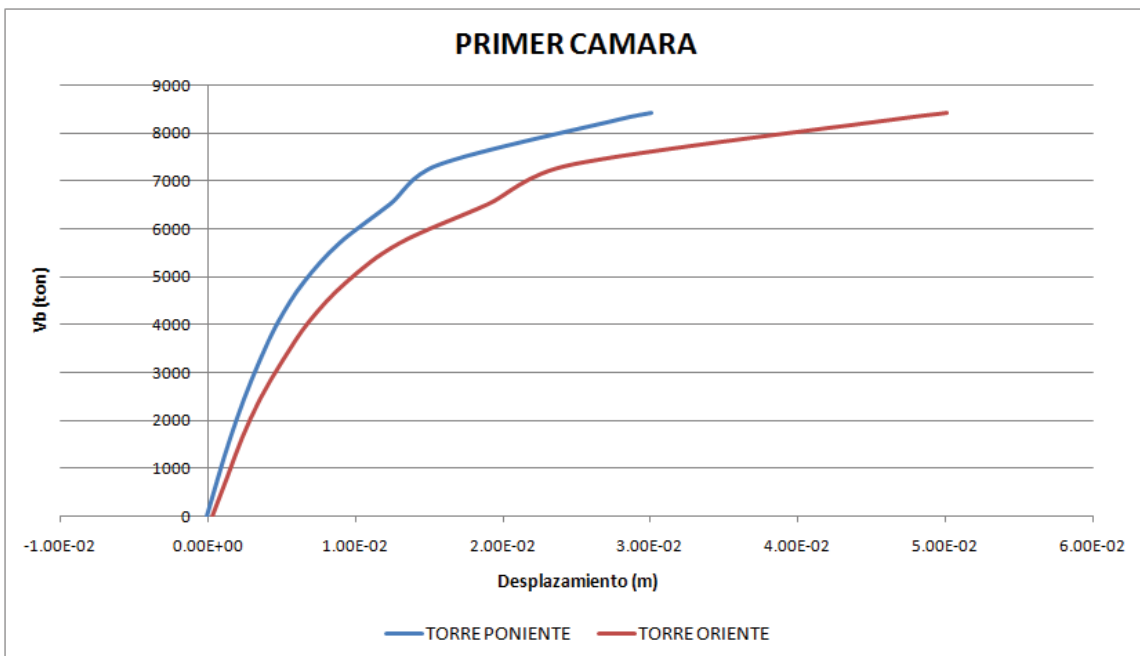


Figura A.6 Curvas de capacidad para el piso de la primera cámara, empuje en dirección +Y.

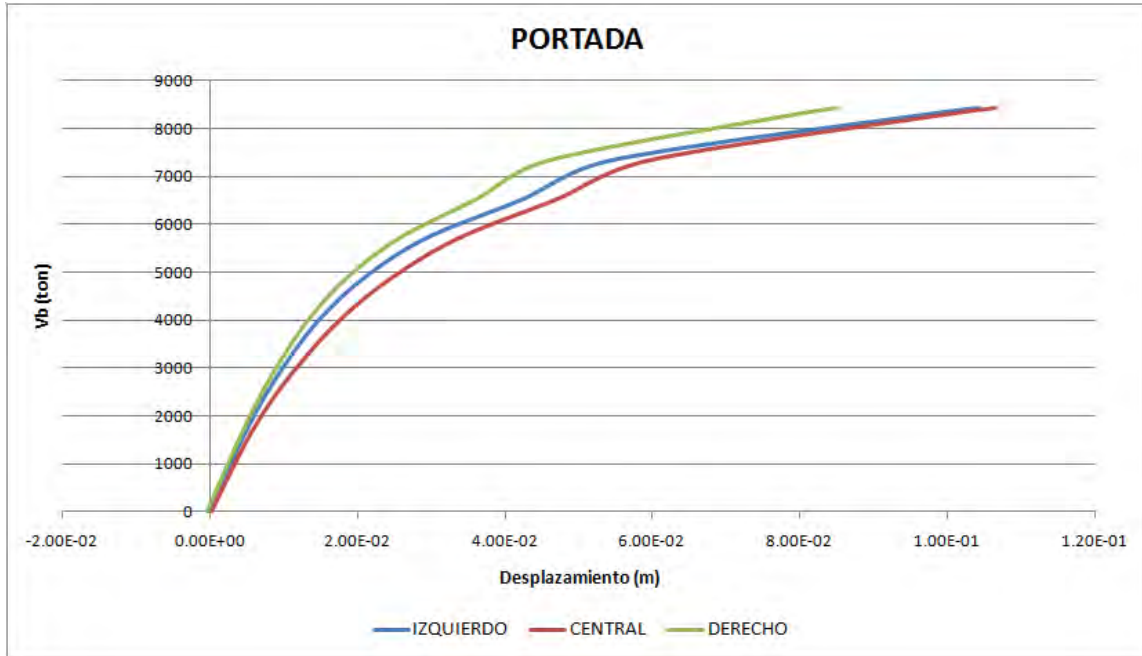


Figura A.7 Curvas de capacidad para el muro de la fachada, empuje en dirección +Y.

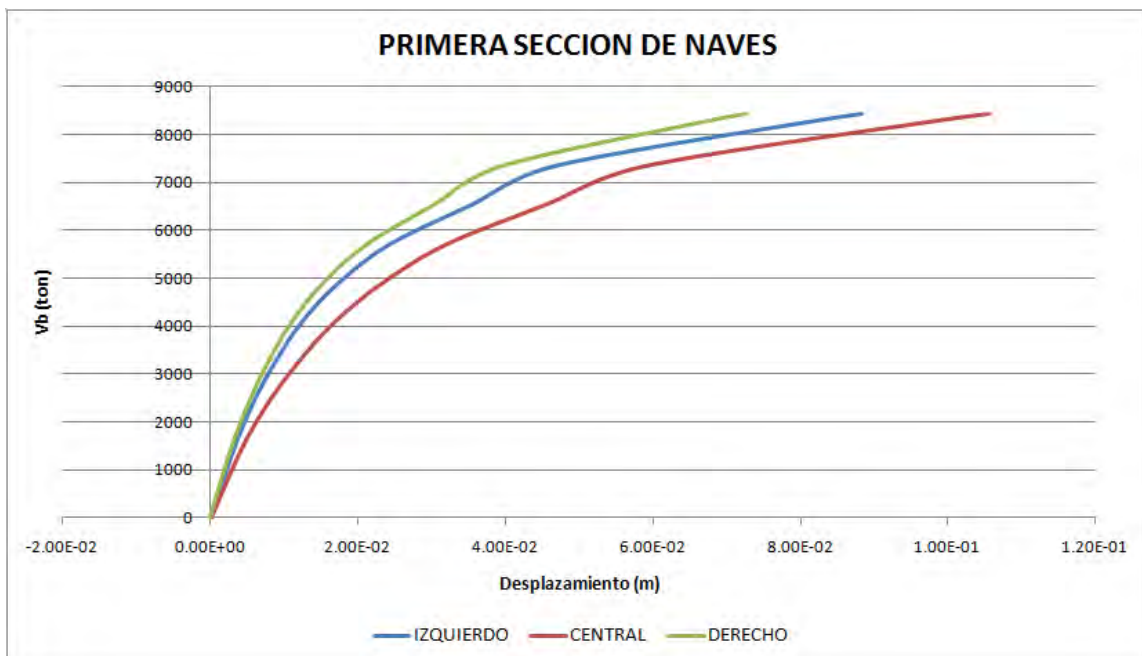


Figura A.8 Curvas de capacidad para la clave de las naves, empuje en dirección +Y.

# ANEXO A

## CURVAS DE CAPACIDAD

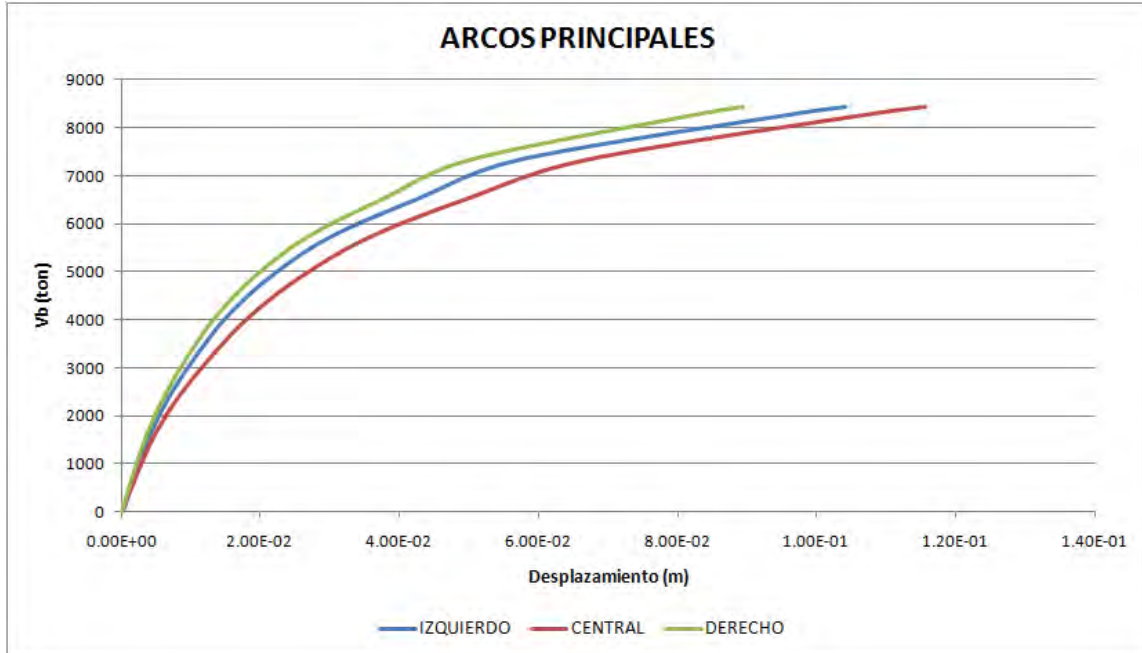


Figura A.9 Curvas de capacidad para la clave de arcos principales, empuje en dirección +Y.

### A.2 CURVAS DE CAPACIDAD PARA UN EMPUJE EN DIRECCIÓN X EN SENTIDO POSITIVO

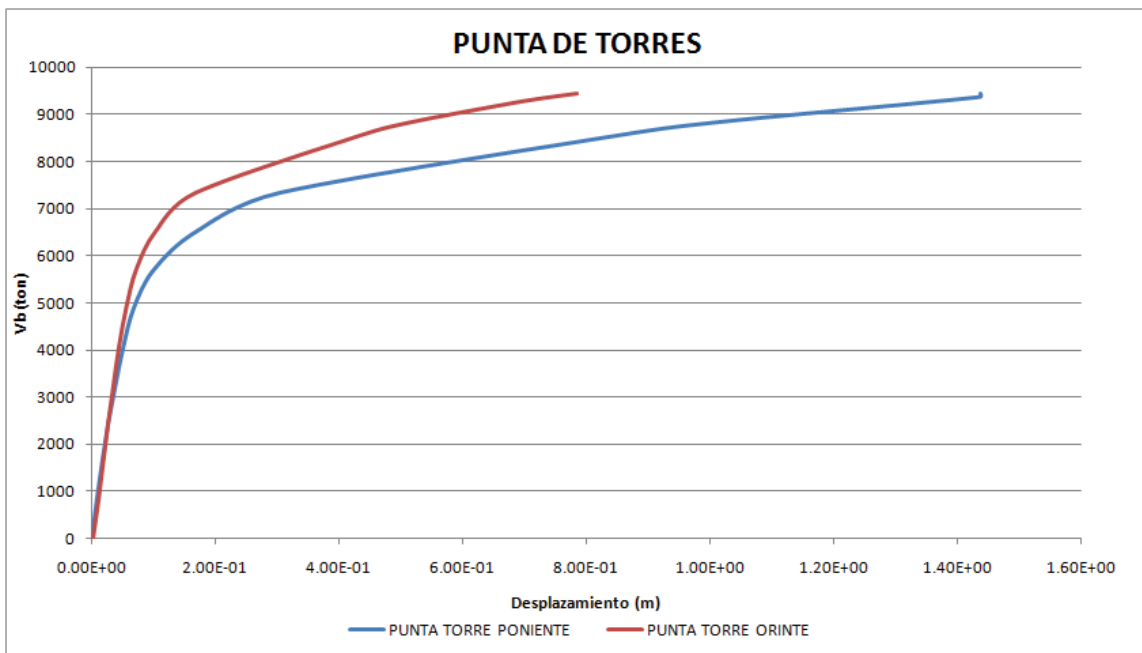


Figura A.10 Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección +X.

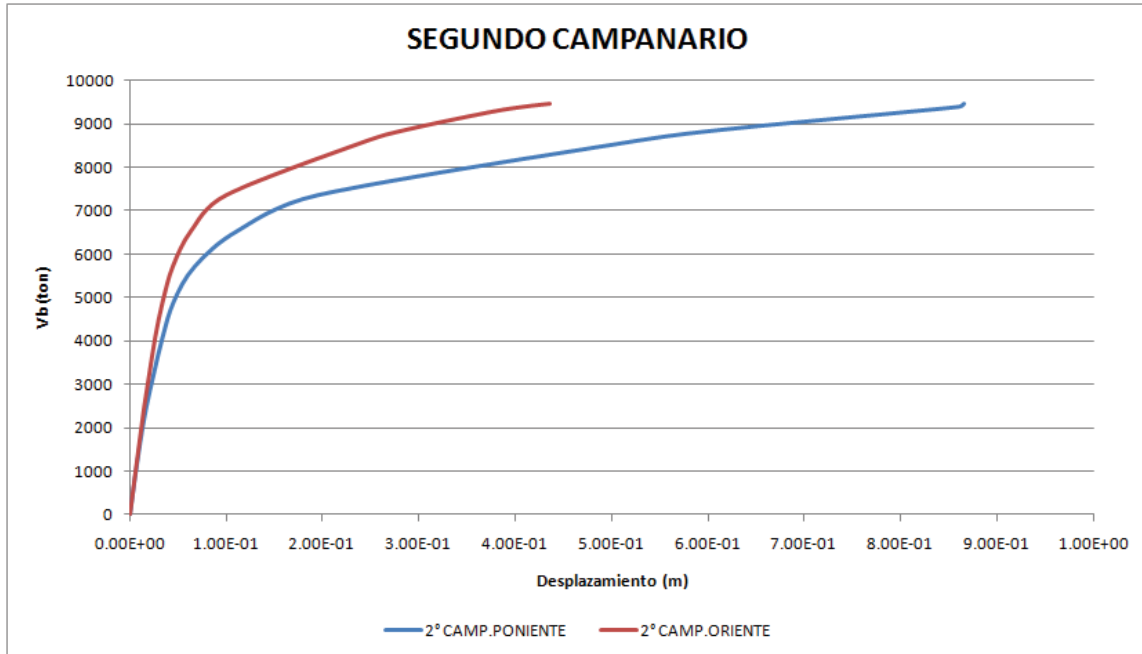


Figura A.11 Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección +X.

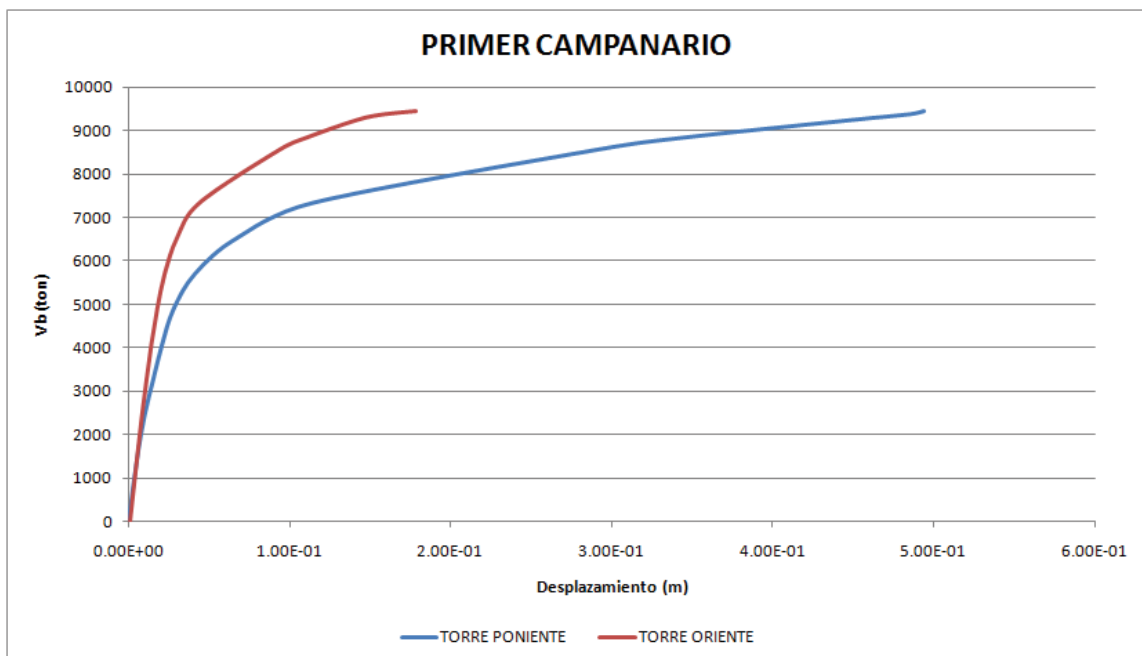


Figura A.12 Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección +X.

# ANEXO A

## CURVAS DE CAPACIDAD

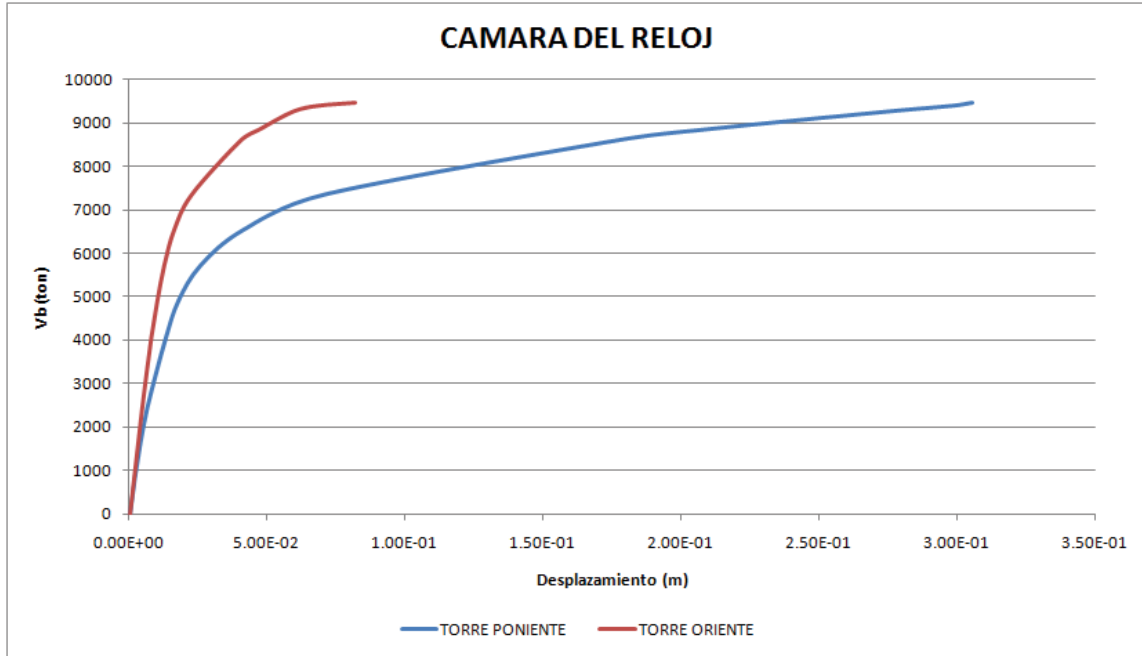


Figura A.13 Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección +X.

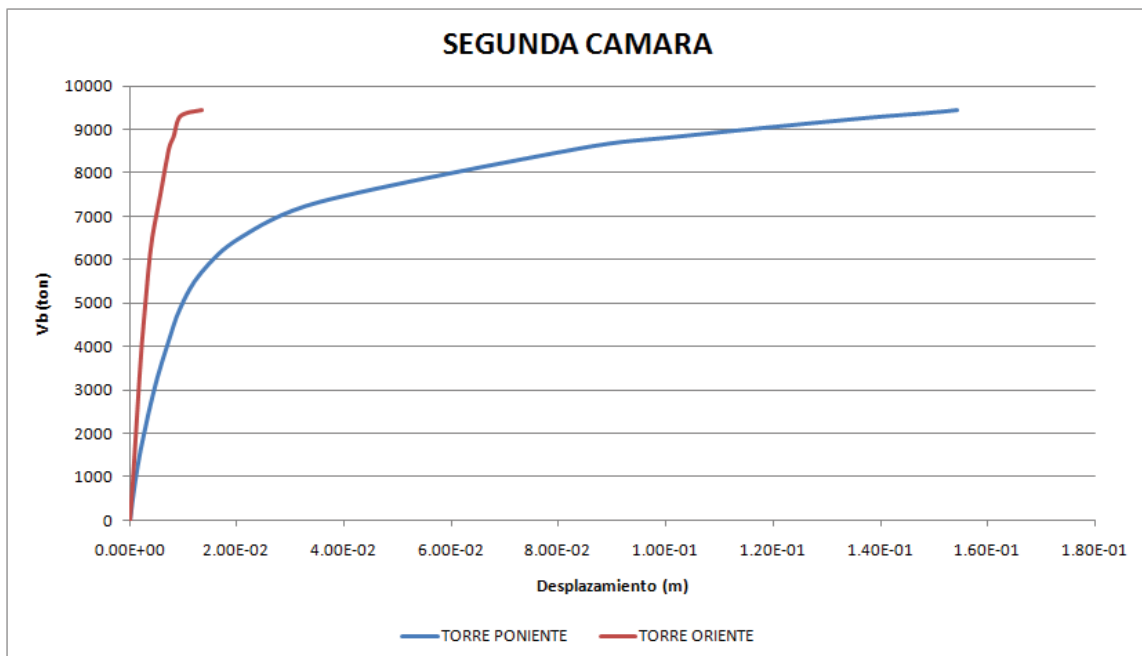


Figura A.14 Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección +X.



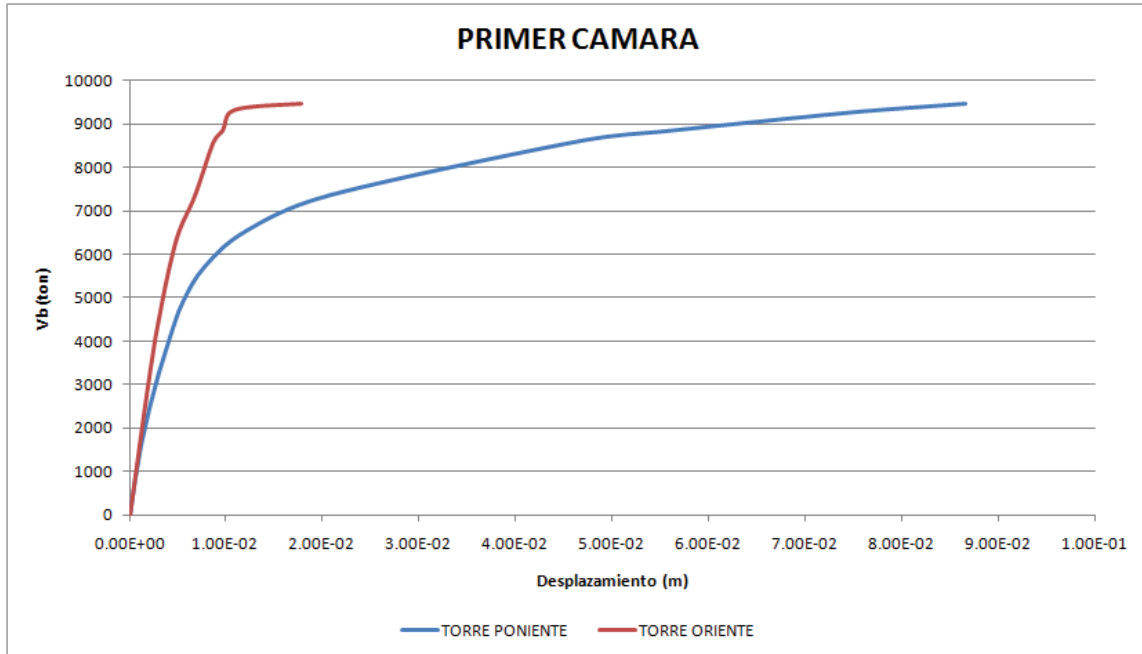


Figura A.15 Curvas de capacidad para el piso de la primer cámara, empuje en dirección +X.

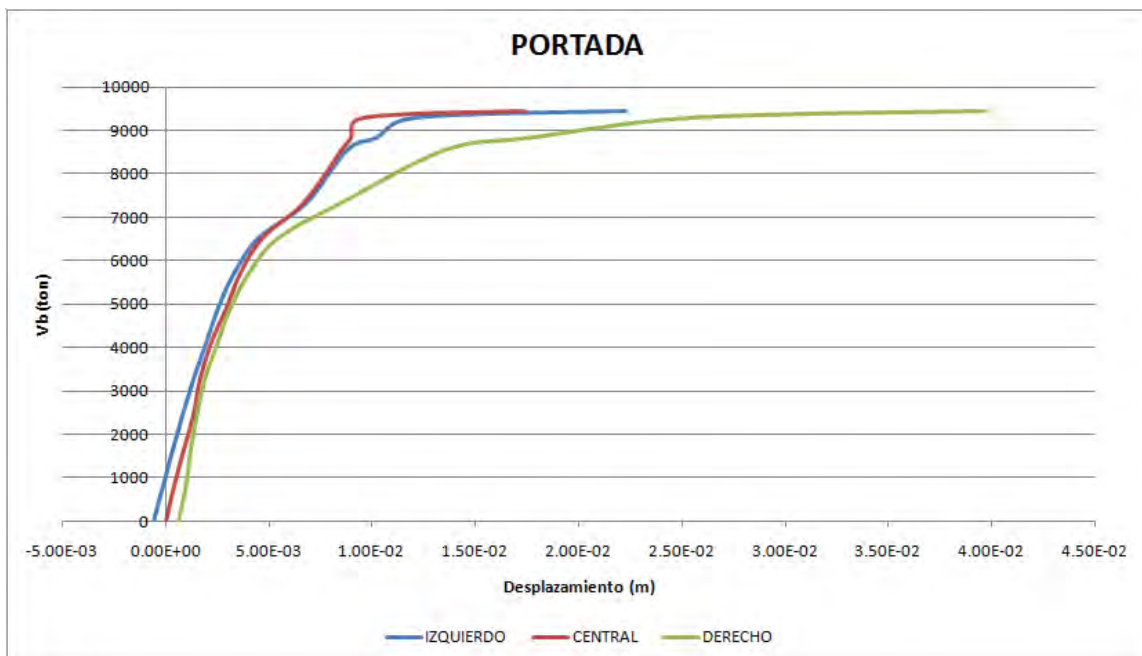


Figura A.16 Curvas de capacidad para el muro de la fachada, empuje en dirección +X.

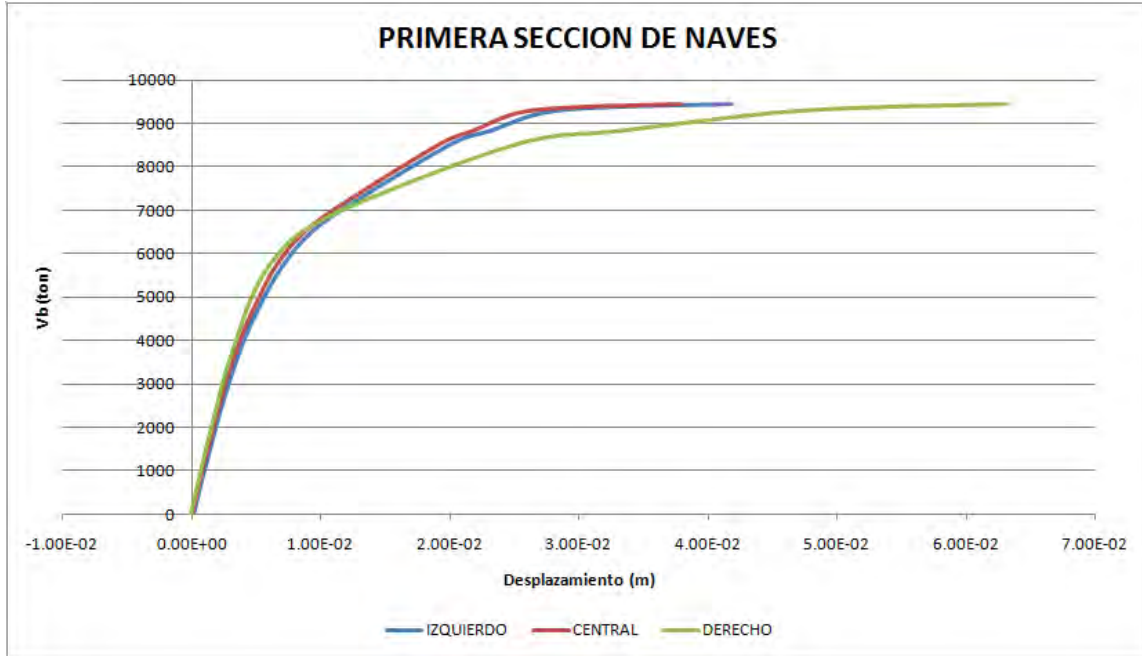


Figura A.17 Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de naves, empuje en dirección +X.

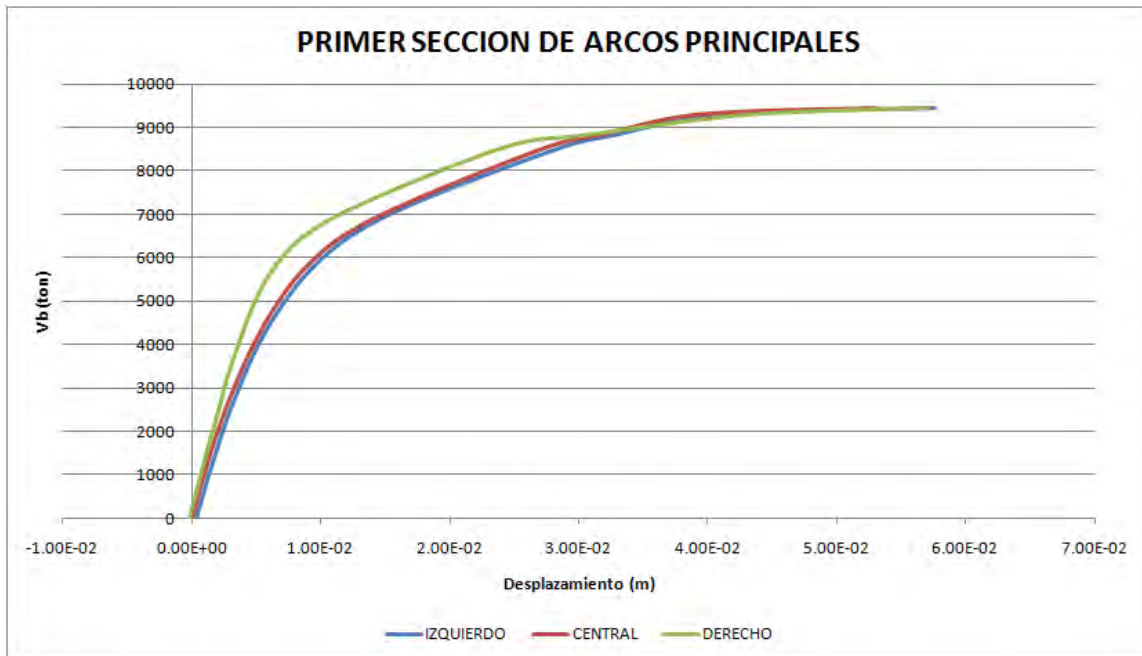


Figura A.18 Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de arcos principales, empuje en dirección +X.

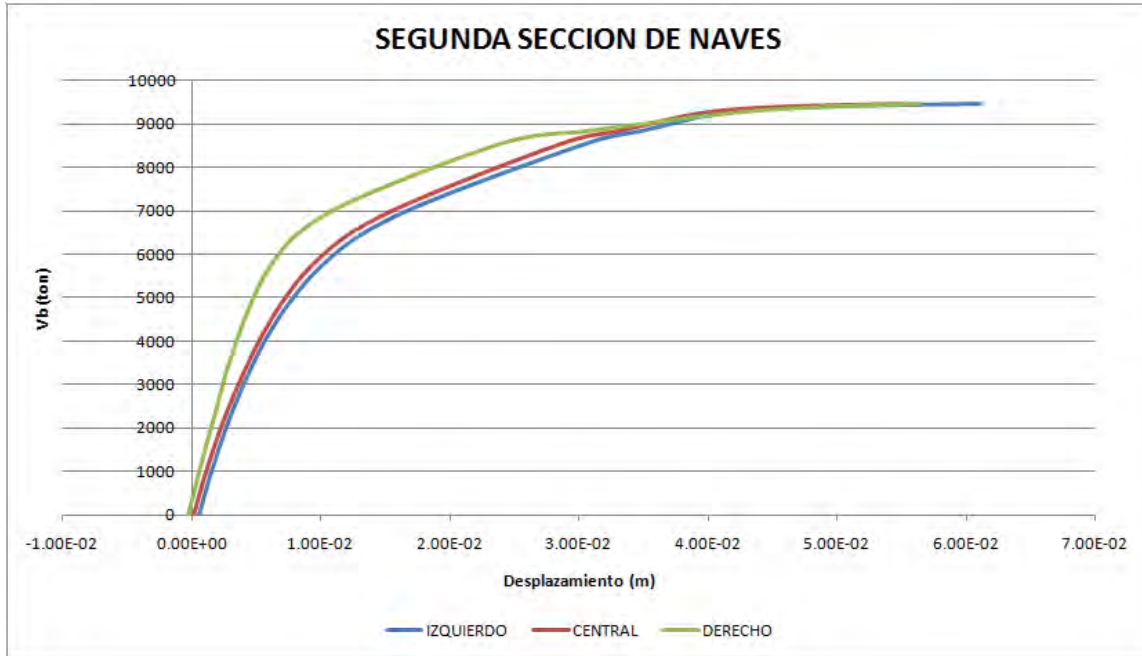


Figura A.19 Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de naves, empuje en dirección +X.

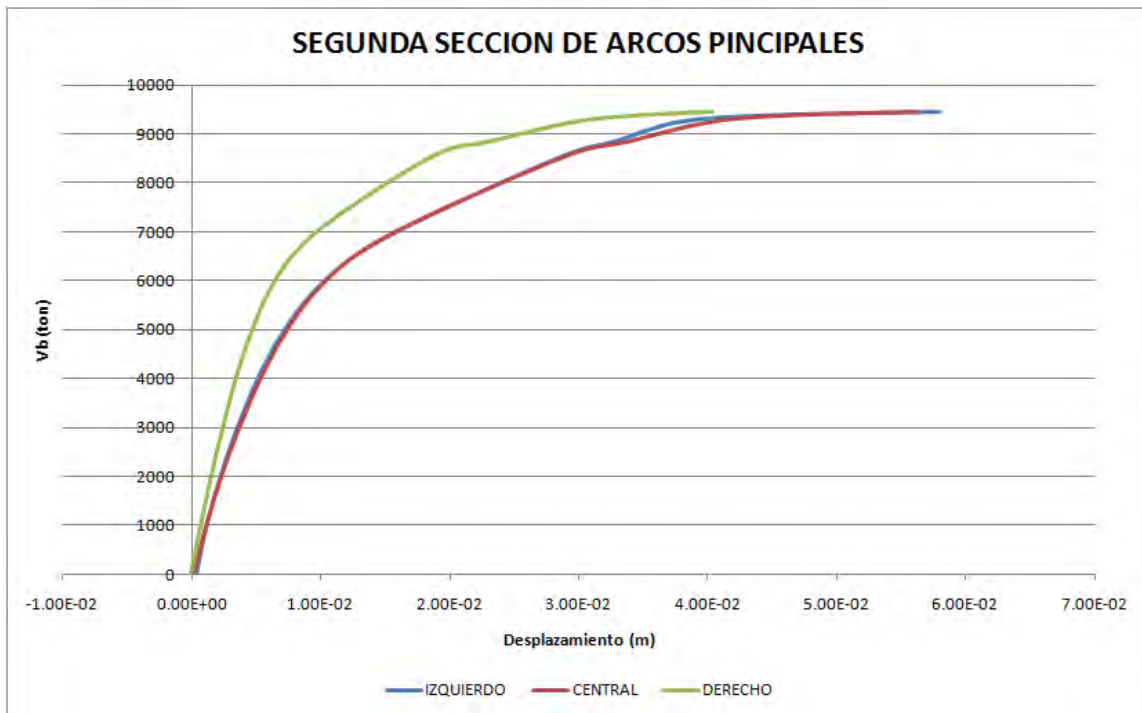


Figura A.20 Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de arcos principales, empuje en dirección +X.

A.3 CURVAS DE CAPACIDAD PARA UN EMPUJE EN DIRECCIÓN X EN SENTIDO NEGATIVO

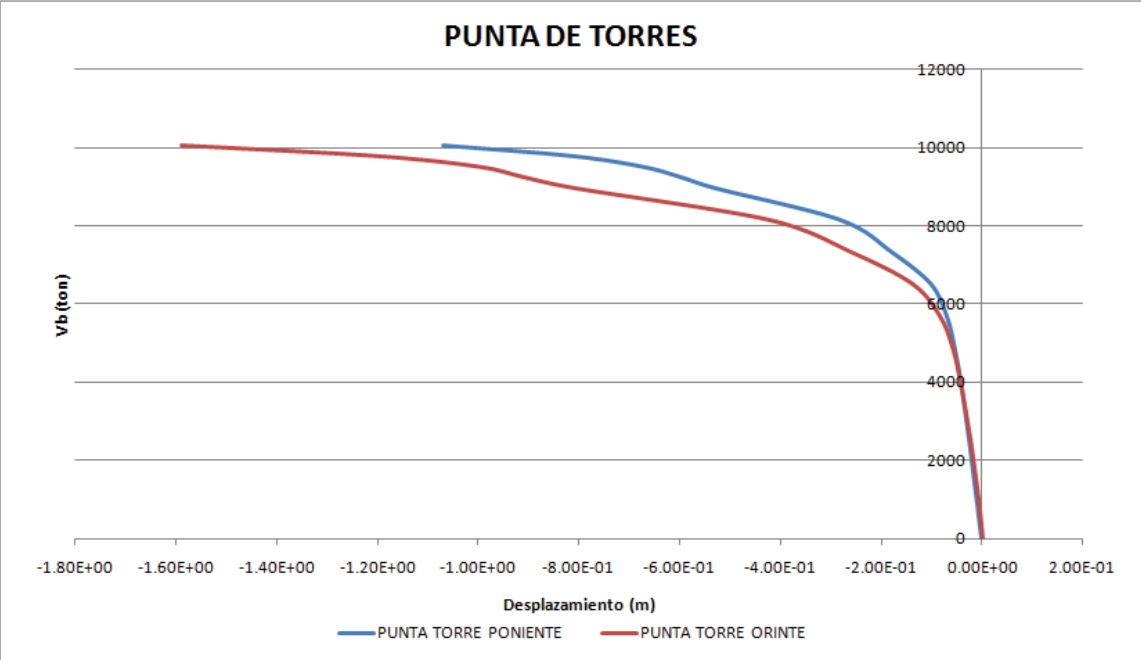


Figura A.21 Curvas de capacidad para la punta de las torres, empuje en dirección -X.

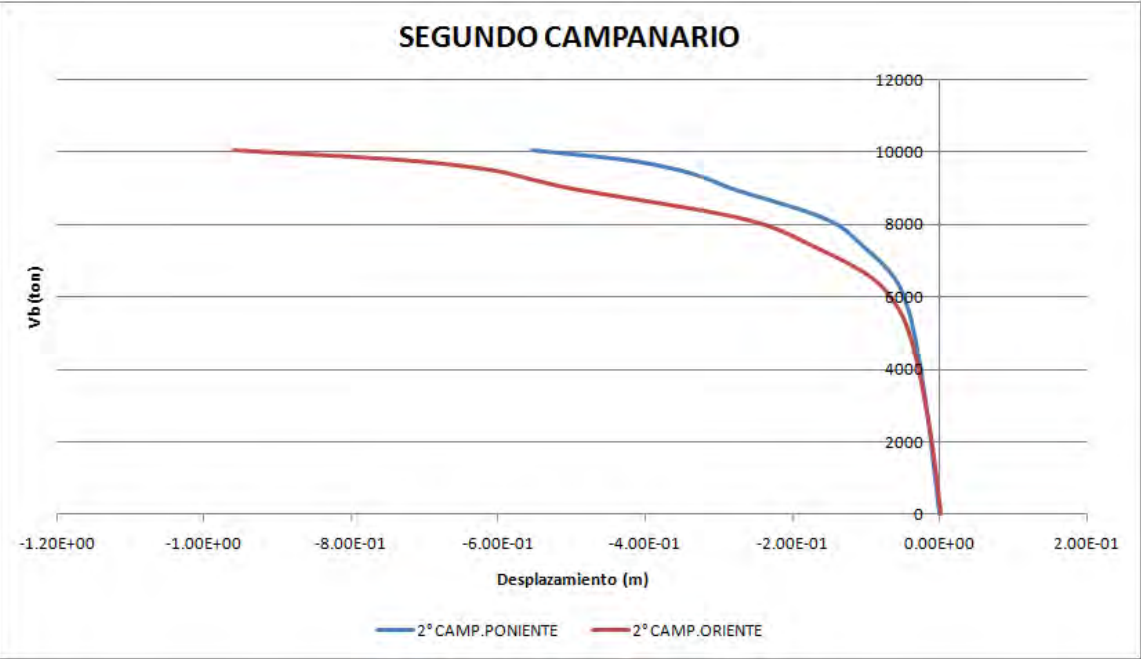


Figura A.22 Curvas de capacidad para el piso del segundo campanario, empuje en dirección -X.

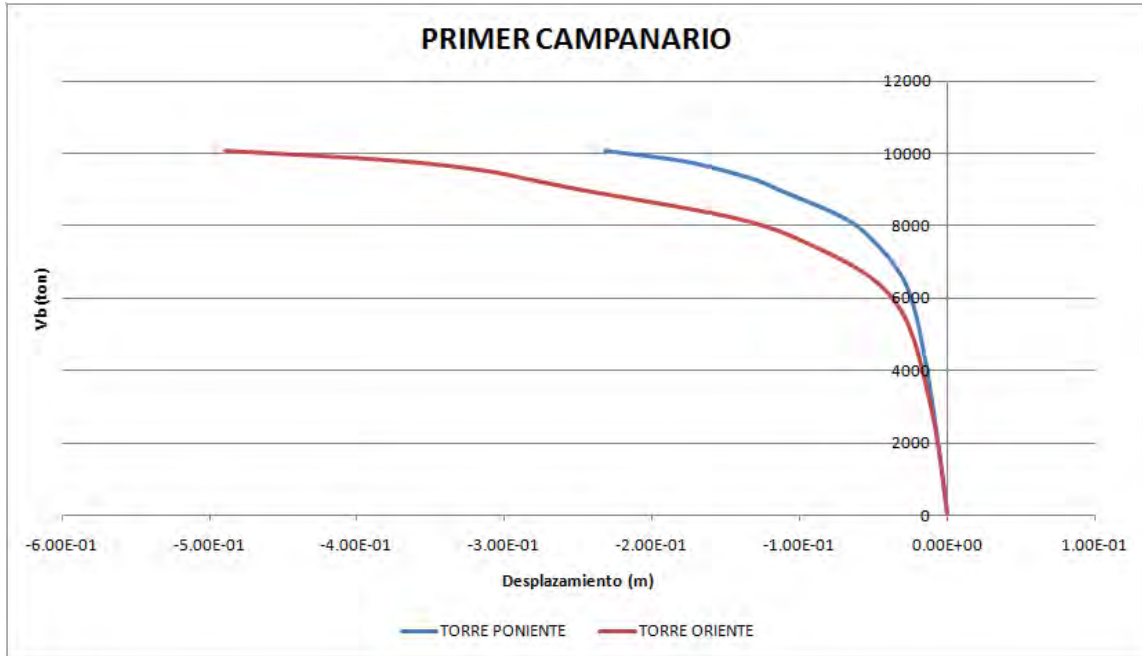


Figura A.23 Curvas de capacidad para el piso del primer campanario, empuje en dirección -X.

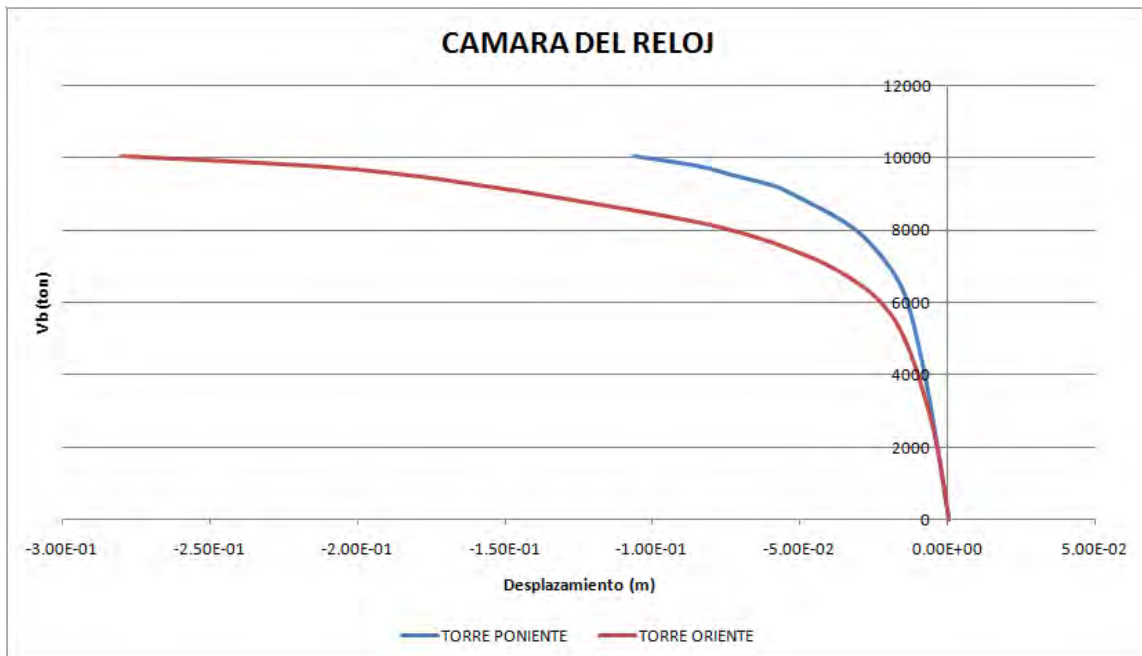


Figura A.24 Curvas de capacidad para el piso de la cámara del reloj, empuje en dirección -X.

ANEXO A  
CURVAS DE CAPACIDAD

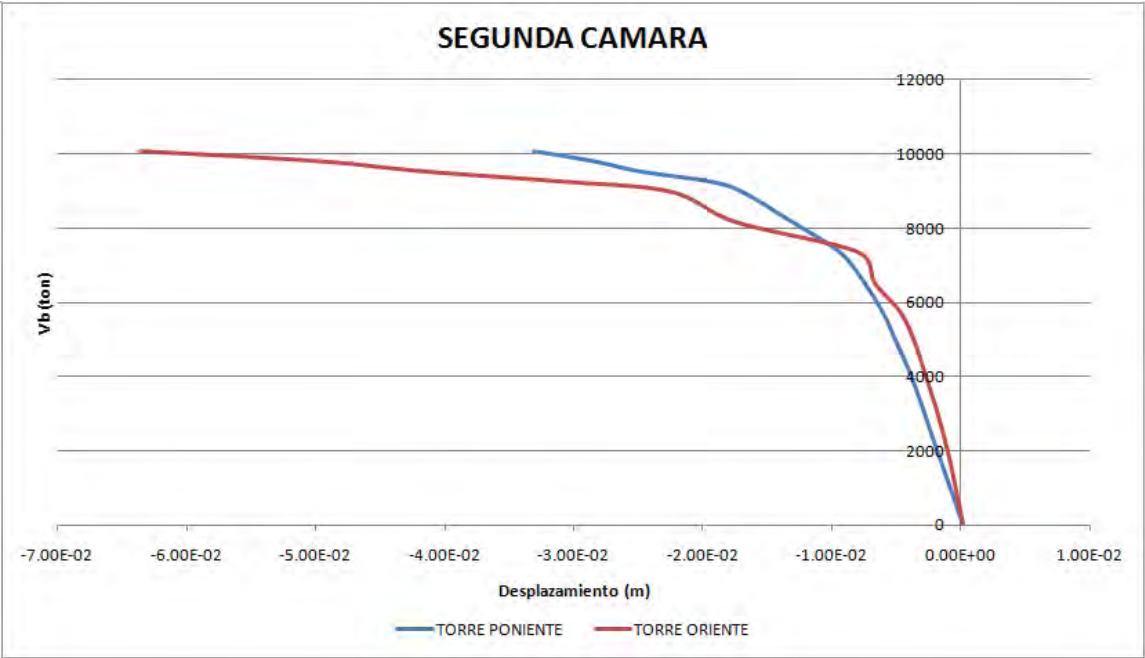


Figura A.25 Curvas de capacidad para el piso de la segunda cámara, empuje en dirección -X.

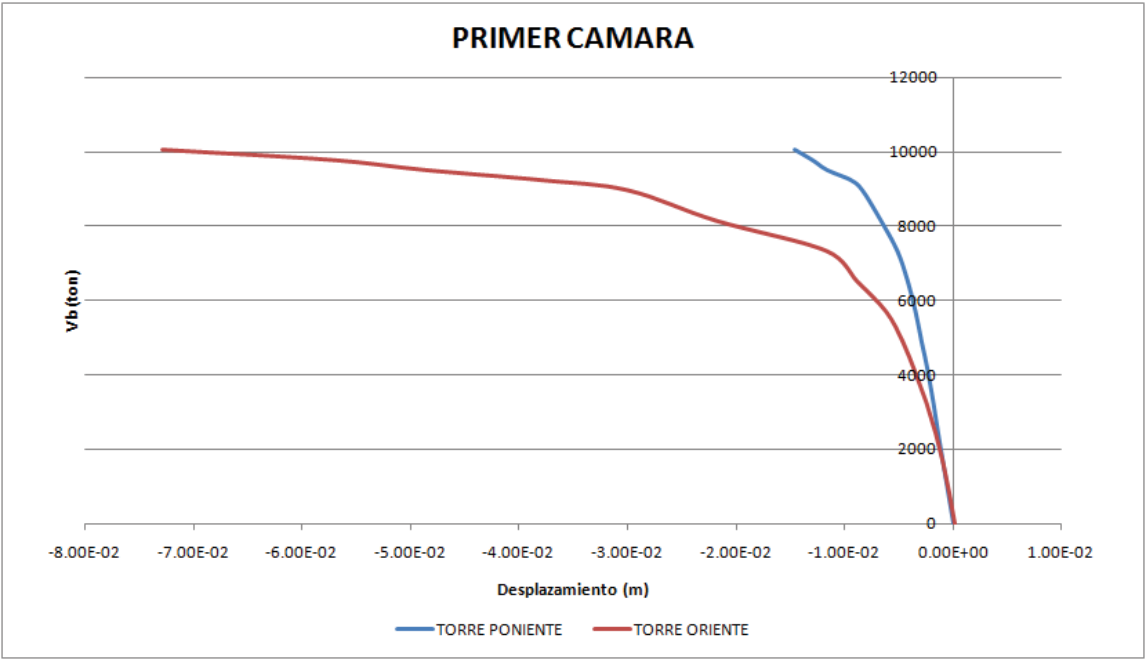


Figura A.26 Curvas de capacidad para el piso de la primer cámara, empuje en dirección -X.

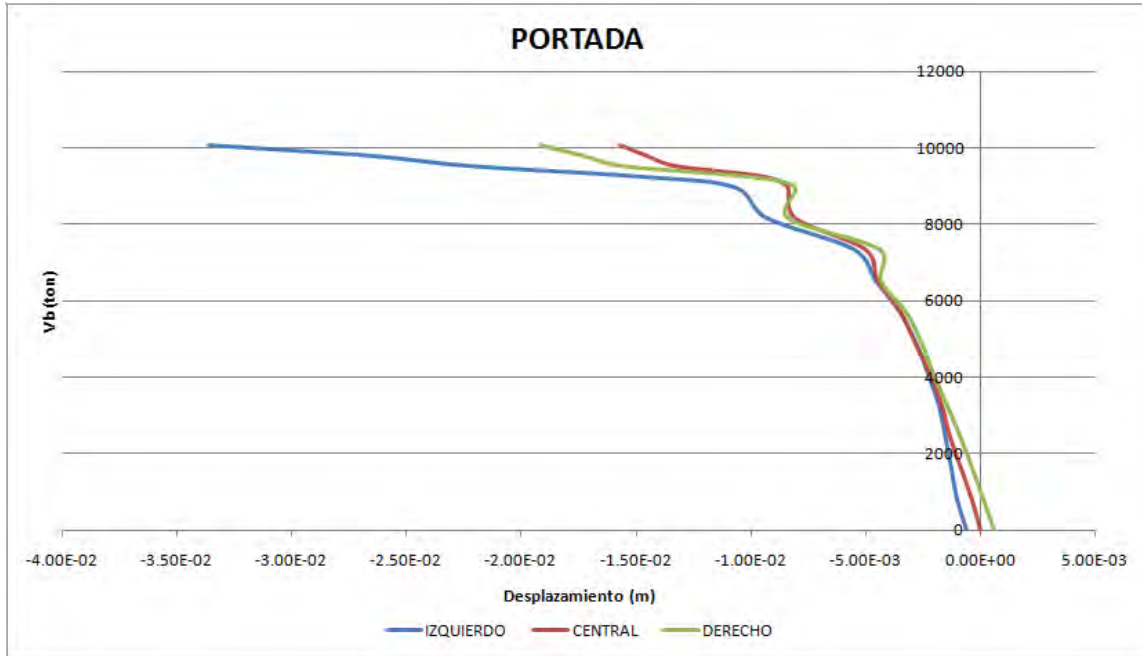


Figura A.27 Curvas de capacidad para el muro de la fachada, empuje en dirección -X.

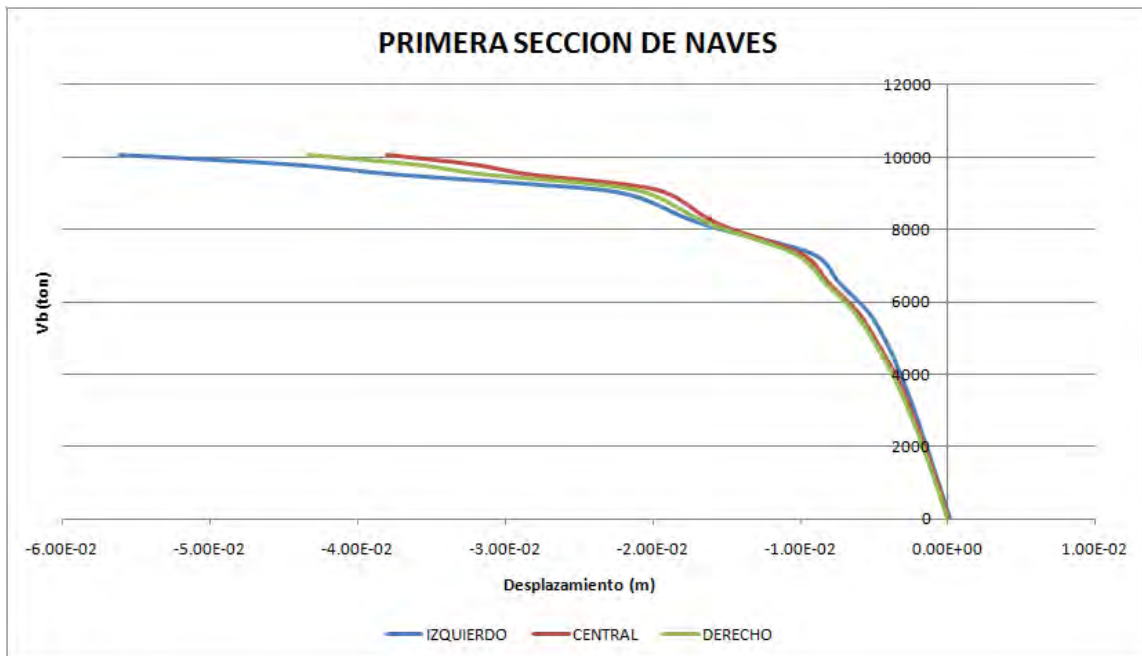


Figura A.28 Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de naves, empuje en dirección -X.



ANEXO A  
CURVAS DE CAPACIDAD

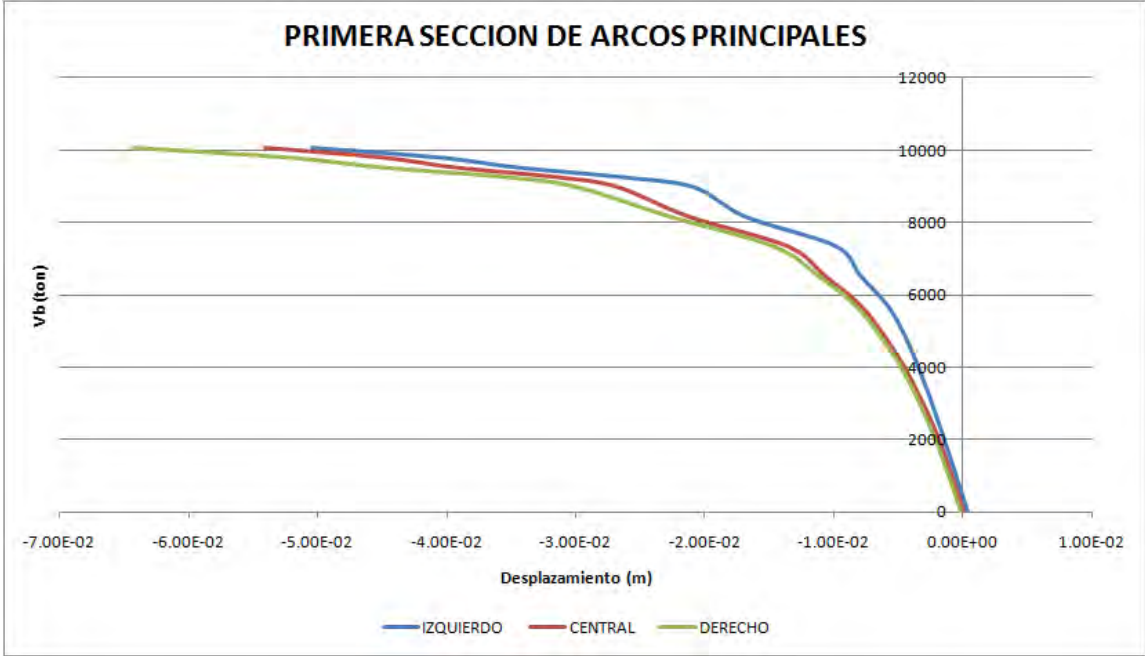


Figura A.29 Curvas de capacidad para la clave de la primera sección de arcos principales, empuje en dirección -X.

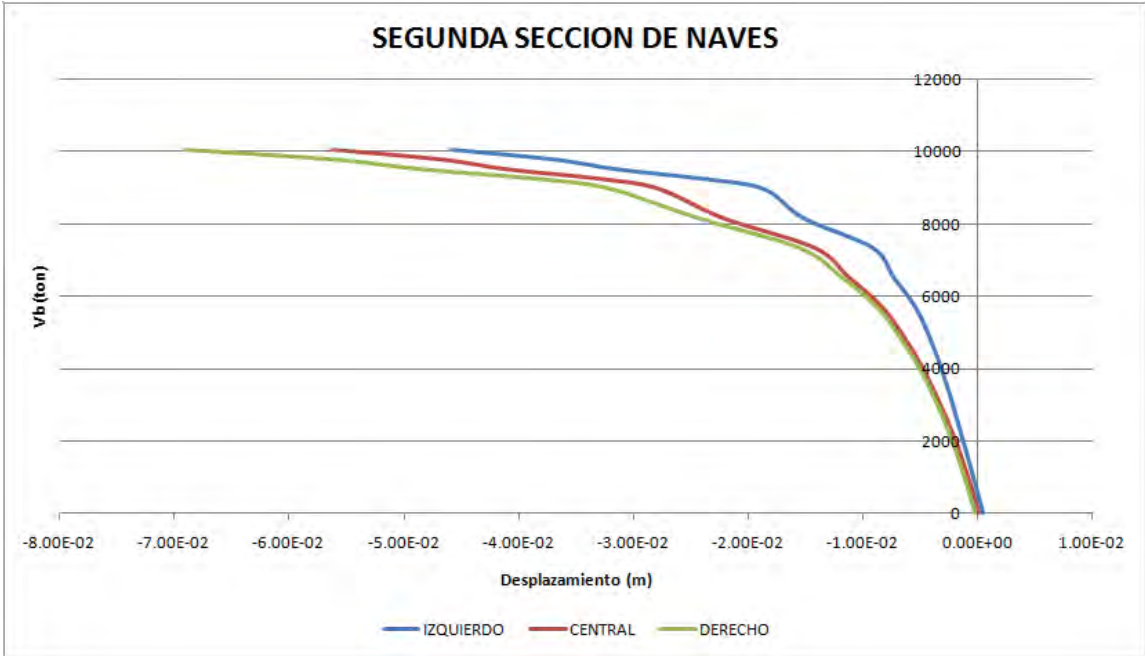
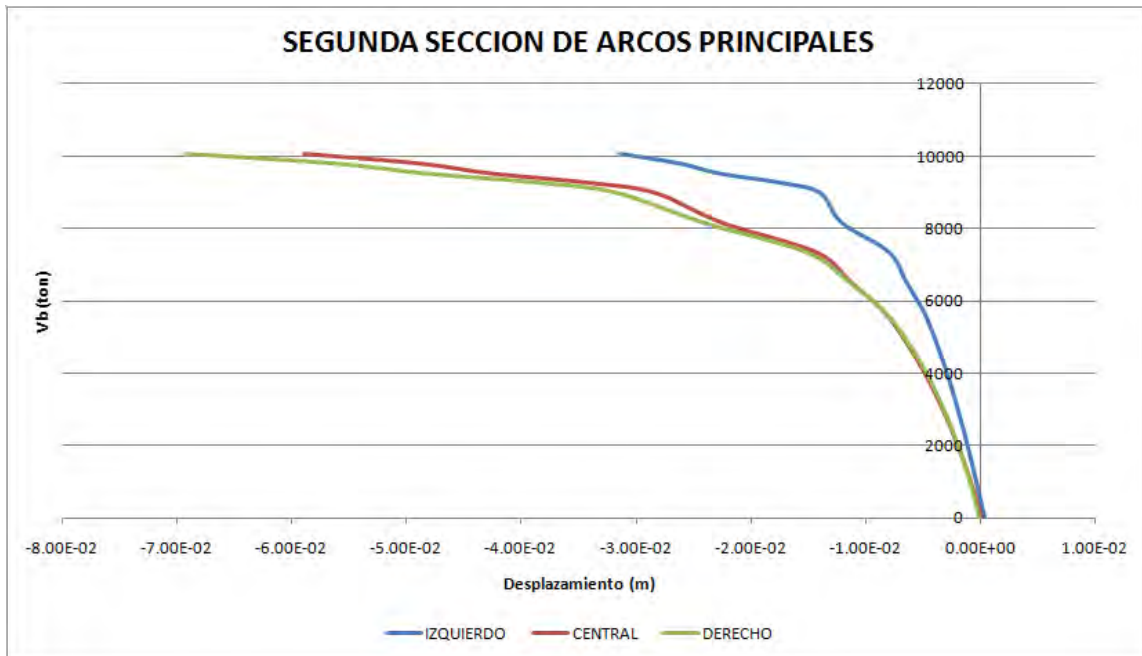


Figura A.30 Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de naves, empuje en dirección -X.



**Figura A.31** Curvas de capacidad para la clave de la segunda sección de arcos principales, empuje en dirección -X.

## REFERENCIAS

Augusti G., Ciampoli M., Giovenale P. (2001). Seismic vulnerability of monumental buildings. *Structural safety* 23, pp. 253-274

Bendat J.S., Piersol AG. (1993), *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. 2nd ed. USA, New York: Wiley Interscience.

Caicedo C., Barbat A.H., Canas J.A., Aguilar R. "Vulnerabilidad sísmica de edificios", *Monografías de Ingeniería Sísmica (CIMNE IS-6 1994)*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE).

Casarin, F. (2006). *Structural Assessment and Seismic Vulnerability of a Complex Historical Building*. PhD. Thesis, University of Padova, Italy.

Crespellani T. and Uzielli M. (2001) Geotechnical analysis and interpretation of seismic damage for the church of S. Filippo at Nocera Umbra, Italy. XV ICSMGE Satellite Conference on 'Lessons from Recent Strong Earthquakes', A.M. Ansal (ed.), Istanbul

D'Ayala D.F. (2000) Establishing correlation between vulnerability and damage survey for churches. 12th World Conference on Earthquake Engineering, paper no. 2237. Nueva Zelanda.

DGEMN (1999) *Boletim Monumentos da Direcção Geral dos Edifícios e Monumentos Nacionais*. CD-ROM y <http://www.monumentos.pt>

Dogliani F., Moretti A. and Petrini V. (1994). *Churches and earthquakes*. LINT. Trieste (en italiano).

Drucker, D.C., Gibson, R.E. and Henkel, D.J. (1957) - Soil mechanics and work hardening theories of plasticity. *Tr ans. ASCE*, 122 , p. 338-346.

EC-6 (1997). *Eurocódigo 6. Proyecto de Estructuras de Fábrica*. Comité Europeo de Normalización. AENOR. Madrid

Fajfar P., M.EERI, (2000). A nonlinear analysis method for performance based seismic design. *Earthquake Spectra*, 16(3), pp. 573-592.

Fajfar, P., Gaspersic, P. (1996). "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25, 23-67.

FEMA(1999). HAZUS 99: Earthquake Loss Estimation Methodology. Federal Emergency Management Agency, Technical Manual.

Freeman S.A. (1998). Development and use of capacity spectrum method. In *Proceedings Sixth U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Earthquake Engineering Research Inst., Oakland California.

Irizarri, J., Podestà, S., Resemini, S. (2003). Curvas de capacidad para edificios monumentales: La iglesia de Santa María del Mar en Barcelona, 2º Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Málaga, 2003.

Jiménez J.I., Villareal J.I., (1999). Centeno M.R., González B.G., Correa J.J.G., Acevedo C.R. and Salazar I.S. Tehuacán, México, Earthquake of June 15, 1999 *Seismological Research Letters*, 70(6), 698–704.

Lagomarsino S. (1998). A new methodology for the post-earthquake investigation of ancient churches. 11th European Conference on Earthquake Engineering, Paris. CDROM, Rotterdam: Balkema.

Lagomarsino S., Giovinazzi S., Podestà S., Resemini S. (2003). Wp5 – Vulnerability of historical and monumental buildings Handbook. Risk- UE: An advanced approach to earthquake risk scenarios with applications to different European towns. Contract No. EVK4-CT-2000-00014. 90 pp.

Mario Paz (1992). *Dinámica Estructural Teoría y Cálculo*. Editorial Reverté S.A., Pág. 30, 31, 51-53.

Martínez, R., (2007). VULNERABILIDAD SÍSMICA PARA EDIFICIOS HISTÓRICOS DE OBRA DE FÁBRICA DE MEDIANA Y GRAN LUZ. Tesis Doctoral. UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA, Barcelona, España, 2007

Orduña, A., (2003). Seismic Assessment of Ancient Masonry Structures by Rigid Blocks Limit Analysis, PhD. Thesis, University of Minho, Department of Civil Engineering, Guimarães, Portugal.

PIET 70 Obras de fábrica. Prescripciones del Instituto Eduardo Torroja. Instituto Eduardo Torroja, Madrid, España (1971).

Ramírez, R.,(1981). Catálogo de Construcciones Artísticas Civiles y Religiosas de Morelia. FONAPAS 1981,

SISTEMA DIGITAL DE DAÑOS (SDD), Sismo de Tehuacán, Puebla del 15 de junio de 1999, Colegio de Ingenieros Civiles del Estado de Puebla, A.C., México, <http://cicp.tripod.com/sdd/sdd.html>

STAAD.Pro 2007, Structural Analysis and Design Software, Bentley

TNO DIANA BV (2005), DIANA-Finite Element Analysis, The Netherlands.

WeiheS, KroplinB, De BorstR (1998). Classification of smeared crack models based on material and structural properties Int. J. Solids Structures. 35, 1289-1308.



**CONACYT**

*Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*