



# UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

“COMPORTAMIENTO SÍSMICO-EÓLICO DE UN  
PUENTE LANZADO EN DOVELAS”

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRÍA EN INGENIERÍA EN EL ÁREA  
DE ESTRUCTURAS

PRESENTA

ING. SARAI BERNAL CARRANZA

ASESOR:

DR. EN I. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS

MORELIA, MICHOACÁN, JUNIO DE 2013





---

---

## AGRADECIMIENTOS

A Dios, por la vida que me ha regalado.

A mis padres, por el apoyo, confianza, pero sobretodo amor que me impulsó a terminar esta etapa de mi vida.

A mis hermanos, que adoro, por ser mi motivación.

A compañeros y amigos, que me brindaron amistad y apoyo, justo cuando sentía que no podía más.

A mi asesor que con su paciencia, confianza y palabras me motivó a seguir hasta ver este trabajo finalizado.

.



---

---

## ÍNDICE DE CONTENIDO

|   |    |
|---|----|
| CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN .....   | 7  |
| CAPÍTULO 2 UBICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE PROYECTO”<br>BARRANCA DEL DIABLO” .....       | 9  |
| 2.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA.....   | 9  |
| 2.2 GEOMETRÍA .....   | 13 |
| 2.2.1 GEOMETRÍA POR ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN (ETAPA 1 a 8).....                                       | 15 |
| 2.2.2 GEOMETRÍA POR ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN (ETAPA 9-42).....  | 16 |
| CAPÍTULO 3 ANÁLISIS SÍSMICO.....  | 36 |
| 3.1 MARCO TEÓRICO .....   | 36 |
| 3.2 CÁLCULO DE PERIODOS DE VIBRAR.....  | 38 |
| 3.3 CÁLCULO DE ELEMENTOS MECÁNICOS CON ECUACIONES GENERALES.....                                    | 43 |
| 3.4 CÁLCULO DE ELEMENTOS MECÁNICOS CON ECUACIONES SIMPLIFICADAS.....                                | 49 |
| CAPÍTULO 4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....  | 60 |
| 5.1 PERIODOS DEL PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO “ .....  | 60 |
| 5.2 ELEMENTOS MECÁNICOS DE PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO” .....                                       | 62 |
| CAPÍTULO 5 ANÁLISIS EÓLICO .....  | 64 |
| 6.1 GENERALIDADES EN PUENTES CON DOVELA .....   | 64 |
| 6.2 DATOS BÁSICOS DEL ANÁLISIS EÓLICO.....  | 65 |
| 6.3 FUERZAS EQUIVALENTES EN LA DIRECCIÓN X.....   | 68 |
| 6.4 FUERZAS EQUIVALENTES EN LA DIRECCIÓN Z.....   | 69 |
| 6.5 CÁLCULO DE LA RESPUESTA DINÁMICA.....   | 70 |
| 6.6 FRECUENCIA EN TORSIÓN DEL SISTEMA .....   | 73 |
| 6.7 APLICACIÓN AL PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO” .....  | 78 |
| CAPÍTULO 6 ECUACIÓN PARA CÁLCULO DE MOMENTOS DE INERCIAS .....                                      | 84 |
| 7.1 MANUAL DE USUARIO PARA PROGRAMA “CÁLCULO DE MOMENTO DE INERCIA EN<br>TABLEROS DE PUENTES” ..... | 86 |
| 7.1.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN.....  | 88 |
| CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES .....   | 93 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....  | 97 |



---

---

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 1.1-CONCEPCIÓN GENERAL DE DISEÑO POR VOLADIZOS.....  | 8  |
| FIGURA 2.1-UBICACIÓN EN EL MAPA DE MÉXICO.....  | 9  |
| FIGURA 2.2-MAPA DE NAYARIT .....  | 9  |
| FIGURA 2.3-VISTA EN PLANTA; PUENTE BARRANCA DEL DIABLO .....  | 9  |
| FIGURA 2.4- UBICACIÓN DEL PUENTE EN LA ZONA EÓLICA DEL PAÍS.....  | 10 |
| FIGURA 2.5- UBICACIÓN DEL PUENTE EN LA ZONA SÍSMICA DE MÉXICO, CON PERIODOS DE RETORNO MENORES A 6,500 AÑOS. .... | 10 |
| FIGURA 2.6- UBICACIÓN DEL PUENTE EN LA ZONA SÍSMICA DE MÉXICO. ACELERACIONES MÁXIMAS EN TERRENO DURO. ....        | 11 |
| FIGURA 2.7- ESPECTRO DE DISEÑO EN PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO” .....  | 11 |
| FIGURA 2.8- ESPECTRO DE DISEÑO EN PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO” (ETAPA CONSTRUCTIVA).....                          | 12 |
| FIGURA 2.9-VISTA EN ELEVACIÓN; PUENTE BARRANCA DEL DIABLO.....  | 13 |
| FIGURA 2.10- GEOMETRÍA DE DOVELAS.....  | 14 |
| FIGURA 2.11- SECCIÓN DE PILAS. ....   | 14 |
| FIGURA 2.12- ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN EN PILA 3 (ETAPA 1-7). ACOTACIÓN EN METROS.....                               | 15 |
| FIGURA 2.13- MODELO ESTRUCTURAL PARA EJEMPLO DE MOMENTO DE INERCIA ROTACIONAL. ....                               | 16 |
| FIGURA 2.14- ETAPA 8 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS. ....  | 18 |
| FIGURA 2.15- ETAPA 9,10 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 19 |
| FIGURA 2.16- ETAPA 11,12 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS. ....  | 21 |
| FIGURA 2.17- ETAPA 13,14 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS. ....  | 22 |
| FIGURA 2.18-ETAPA 15,16 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS. ....   | 23 |
| FIGURA 2.19- ETAPA 17,18 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS. ....  | 24 |
| FIGURA 2.20- ETAPA 19, 20 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 24 |
| FIGURA 2.21- ETAPA 21, 22 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 25 |
| FIGURA 2.22- ETAPA 23, 24 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 26 |
| FIGURA 2.23- ETAPA 25, 26 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 27 |
| FIGURA 2.24- ETAPA 27, 28 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 28 |
| FIGURA 2.25- ETAPA 29, 30 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 29 |
| FIGURA 2.26- ETAPA 31, 32 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 30 |
| FIGURA 2.27- ETAPA 33, 34 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 31 |
| FIGURA 2.28- ETAPA 35, 36 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 32 |
| FIGURA 2.29- ETAPA 37, 38 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 33 |
| FIGURA 2.30- ETAPA 39, 40 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 34 |
| FIGURA 2.31- ETAPA 41, 42 Y PROPIEDADES GEOMÉTRICAS.....  | 35 |
| FIGURA 3.1- OSCILADOR DE 2GDL APOYADO SOBRE TERRENO FIRME.....  | 36 |



---

---

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 3.2- MODELO ESTRUCTURAL PARA EJEMPLO.....  | 40 |
| FIGURA 3.3- PERIODOS DE LA ESTRUCTURA (TRANSLACIÓN Y CABECEO).....  | 42 |
| FIGURA 3.4- RESULTADOS DE MÉTODO GENERAL, $x_c \neq 0$ .....  | 47 |
| FIGURA 3.5- RESULTADOS DE MÉTODO SIMPLIFICADO; $x_c = 0$ .....  | 52 |
| FIGURA 3.6- RESULTADOS PARA EJEMPLO EN LARSA Y SAP V8 .....   | 56 |
| FIGURA 3.7- SISTEMA DE REFERENCIA .....   | 57 |
| FIGURA 4.1- PERIODOS, CABECEO Y .....   | 60 |
| FIGURA 4.2- PERIODOS, CABECEO X .....   | 60 |
| FIGURA 4.3- PERIODOS, TRASLACIÓN Y .....  | 61 |
| FIGURA 4.4- PERIODOS, TRASLACIÓN X .....  | 61 |
| FIGURA 4.5- FUERZA CORTANTE, EN SENTIDO TRANSVERSAL DEL PUENTE.....   | 62 |
| FIGURA 4.6- FUERZA CORTANTE, EN SENTIDO LONGITUDINAL DEL PUENTE .....   | 62 |
| FIGURA 4.7- MOMENTO FLEXIONANTE, ALREDEDOR DEL EJE LONGITUDINAL DEL PUENTE .....                                | 63 |
| FIGURA 4.8- MOMENTO FLEXIONANTE, ALREDEDOR DEL EJE TRANSVERSAL DEL PUENTE .....                                 | 63 |
| FIGURA 5.1- EJES EN EL ANÁLISIS DE VIENTO SOBRE EL TABLERO.....   | 64 |
| FIGURA 5.2- TABLERO CON CARA DE BARLOVENTO INCLINADA UN ÁNGULO $\alpha_1$ .....                                 | 65 |
| FIGURA 5.3- ALTURA DE REFERENCIA PARA CÁLCULO DE ÁREA DE REFERENCIA. ....                                       | 66 |
| FIGURA 5.4- ALTURA DE REFERENCIA DE LAS CARGAS DE VIENTO ESTÁTICAMENTE EQUIVALENTES. ....                       | 67 |
| FIGURA 5.5- COEFICIENTES DE FUERZA PARA PUENTES CON PENDIENTE TRANSVERSAL Y CON INCLINACIÓN DEL<br>VIENTO. .... | 70 |
| FIGURA 5.6- SISTEMA DE REFERENCIA PARA EL ANÁLISIS POR EL MÉTODO DE ENERGÍA. ....                               | 74 |
| FIGURA 5.7- ELEMENTO DIFERENCIAL DE LA COLUMNA EN TORSIÓN. ....   | 75 |
| FIGURA 5.8- ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN DEL PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO”. PILA 3 .....                               | 78 |
| FIGURA 5.9- SECCIÓN TRANSVERSAL DE PILA .....   | 80 |
| FIGURA 6.1- DATOS GENERALES PARA EL CÁLCULO DE MOMENTOS DE INERCIA EN EL TABLERO.....                           | 87 |
| FIGURA 6.2- EJES GLOBALES A LOS QUE SE REFIEREN LOS MOMENTOS DE INERCIA. ....                                   | 88 |
| FIGURA 6.3- DATOS GENERALES PARA EJEMPLO DE APLICACIÓN 1. ....  | 89 |
| FIGURA 6.4- EJEMPLO DE EJECUCIÓN DE PROGRAMA, EJEMPLO 1.....  | 89 |
| FIGURA 6.5- RESULTADOS DE EJEMPLO 1.EJEMPLO 1. ....   | 90 |
| FIGURA 6.6- DATOS GENERALES PARA EJEMPLO DE APLICACIÓN 2. ....  | 91 |
| FIGURA 6.7- EJEMPLO DE EJECUCIÓN DE PROGRAMA, EJEMPLO 2.....  | 91 |
| FIGURA 6.8-RESULTADOS DE EJEMPLO 2.....   | 92 |
| FIGURA 7.1- COMPARACIÓN DE FRECUENCIA DEL SISTEMA EN HZ. ....   | 95 |



---

---

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| TABLA 3.1- CÁLCULO DE PERIODOS (s).....  | 43 |
| TABLA 3.2- ELEMENTOS MECÁNICOS POR ETAPAS, MÉTODO SIMPLIFICADO (KN,M).....                                   | 48 |
| TABLA 3.3- ELEMENTOS MECÁNICOS POR ETAPAS, MÉTODO GENERAL (KN,M).....  | 54 |
| TABLA 3.4- PERIODOS DE LA ESTRUCTURA OBTENIDOS CON LARSA 4D.....   | 58 |
| TABLA 3.5- ELEMENTOS MECÁNICOS OBTENIDOS CON LARSA 4D.....   | 59 |
| TABLA 5.1- ALTURA A CONSIDERAR PARA EL CÁLCULO DE ÁREA EFECTIVA.....   | 66 |
| TABLA 5.2- MOMENTOS DE INERCIA DE SECCIÓN CIRCULAR Y RECTANGULAR.....  | 76 |
| TABLA 5.3- ÁREA Y PERALTE DEL TABLERO, PERPENDICULAR A LA FUERZA DEL VIENTO.....                             | 79 |
| TABLA 5.4- DATOS CALCULADOS PARA DETERMINAR EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO”..... | 80 |
| TABLA 5.5- DATOS PARA EL CÁLCULO DE RIGIDEZ DE LA PILA.....  | 81 |
| TABLA 5.6- FRECUENCIAS DEL TABLERO EN CADA ETAPA CONSTRUCTIVA.....   | 82 |
| TABLA 5.7- RESPUESTA DINÁMICA MÁXIMA, BAJO LA ACCIÓN EÓLICA.....   | 83 |
| TABLA 7.1- COMPARACIÓN DE RESULTADOS, ECUACIONES PROPUESTAS Vs SOFTWARES.....                                | 93 |
| TABLA 7.2- PORCENTAJE DE PARTICIPACIÓN MODAL DE LOS PRIMEROS MODOS EN LARSA 4D.....                          | 94 |
| TABLA 7.3- PERIODO EN TORSIÓN DEL SISTEMA CONSIDERANDO LA EC. 89.....  | 96 |



---

---

## CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

Considerando el método de construcción, que para puentes de claros grandes pretensados, condiciona generalmente la concepción y el cálculo; se puede realizar la siguiente clasificación:

- Puentes de vigas prefabricadas lanzadas.
- Puentes empujados.
- Puentes construidos sobre cimbras auto portantes.
- Puentes construidos por voladizos (volados sucesivos).  
Estos últimos puentes abordados en este trabajo.

La construcción por voladizos consiste en construir el tablero del puente avanzando en tramos sucesivos, haciendo soportar a la parte ya construida, el peso propio del tramo siguiente, considerando el peso de los aparatos que ayudan a su construcción. Los primeros puentes en voladizo fueron construidos en madera, durante la época gala; construidos con troncos de árboles colocados ortogonalmente y colocando bloques de roca para originar un contrapeso en la estructura. La técnica de voladizo, fue primeramente utilizada para el lanzamiento de obra metálica, en construcciones de arcos y cantiléver; pero toma mayor importancia a los constructores con la llegada de concreto armado. En esta etapa de la historia la construcción de voladizos fue limitada por la cantidad de acero requerida para cumplir con la resistencia necesaria a los altos esfuerzos de tensión.

Es en la aparición del concreto pretensado cuando esta técnica se desarrolla ampliamente, con el Dr. Finsterwalder en Alemania; quien inicia verdaderamente la técnica de voladizo con las obras de concreto pretensado. (1950-1951). A partir de esta fecha, la evolución de este tipo de construcciones se acelera.

Una nueva etapa en la historia de la técnica de lanzamiento de dovelas se da cuando se utiliza los elementos prefabricados, etapa que fue generalizada rápidamente en el mundo.

Las principales ventajas de una construcción por voladizos se presentan en la supresión de cimbra y andamios, permitiendo:

- Espacio libre bajo la zona de construcción
- Construcción de pilas muy altas
- Libre circulación o navegación sobre la vía franqueada
- Aumento en rendimiento de mano de obra



- Flexibilidad en la velocidad de ejecución de obra, limitándose por el número de pilas de base en construcción.
- Flexibilidad en la velocidad de ejecución de obra, limitándose por el uso o no, de dovelas pretensadas.

La concepción de diseño por voladizos, se considera a partir de las pilas esforzándose en forma simétrica bajo el peso de la construcción en sus extremos, la colocación de dovelas correspondientes no puede ser simultánea por lo que las pilas están sometidas a pesar de todo a esfuerzos de flexión.

Si el tablero está empotrado sobre las pilas, estas son diseñadas para soportar los momentos de disimetría que aparecen en el curso de la construcción, de no ser así, se colocan elementos adicionales, provisionales que soporten estos esfuerzos.

En el caso de que el tablero constituya una viga continua, se debe realizar su empotramiento sobre las pilas durante la construcción, por medio de cuña o armaduras de pretensado.

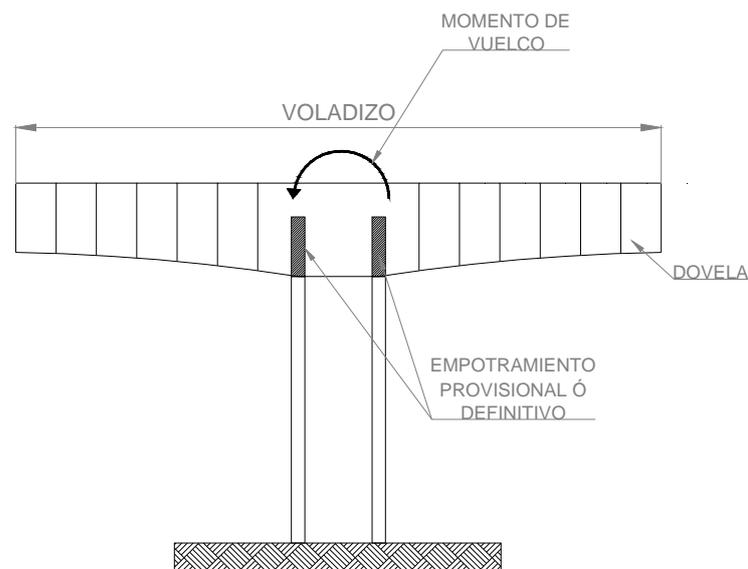


Figura 1.1-Concepción general de diseño por voladizos.

Para ver el comportamiento de este tipo de puentes, se trabaja con la información del proyecto "Barranca del Diablo" ubicado en una zona de México con alta probabilidad de riesgo sísmico y eólico.



## CAPÍTULO 2 UBICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE PROYECTO "BARRANCA DEL DIABLO"

### 2.1 UBICACIÓN GEOGRÁFICA



Figura 2.1-Ubicación en el mapa de México    Figura 2.2-Mapa de Nayarit

El puente "Barranca del Diablo" se encuentra ubicado en el kilómetro 510+930 con origen en la carretera Tepic- San Blas en el tramo Tepic San Blas en el estado de Tepic, Nayarit, en una carretera tipo A2 según Normas de la S.C.T.

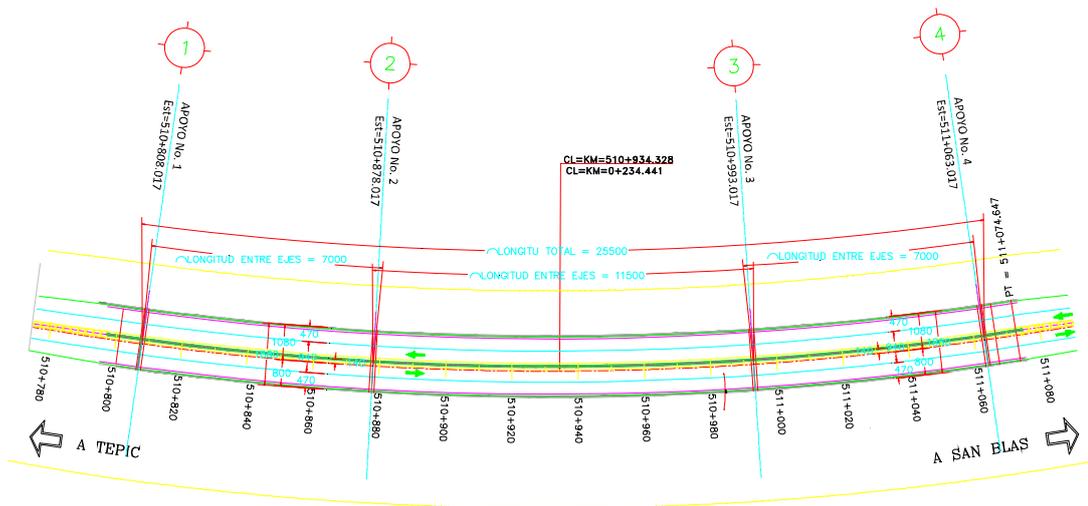


Figura 2.3-Vista en planta; Puente Barranca del Diablo



La ubicación respecto a la zona sísmica y eólica del país

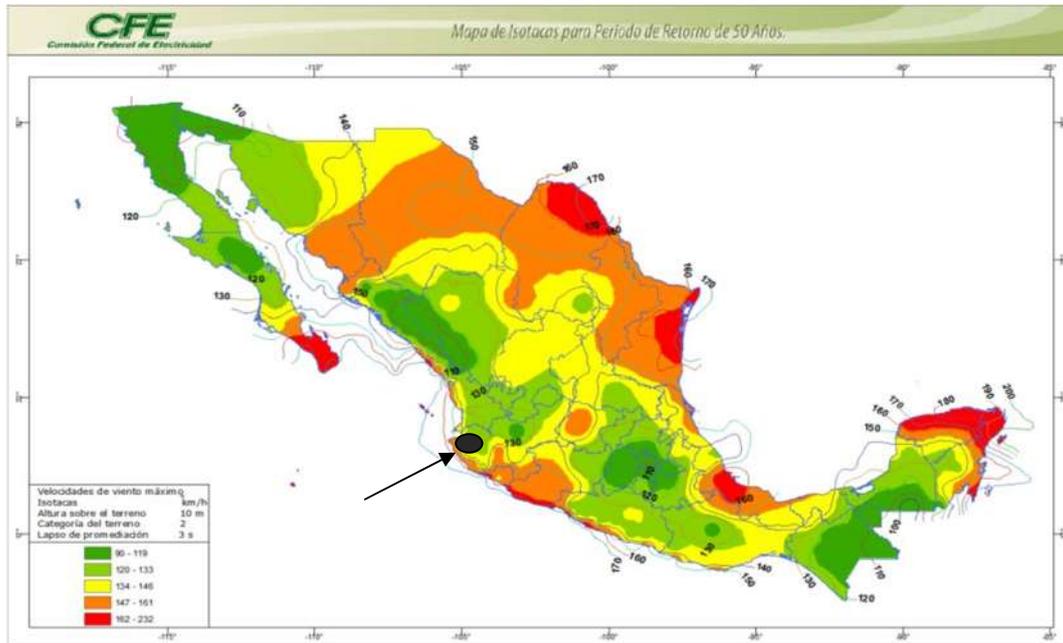


Figura 2.4- Ubicación del puente en la zona eólica del país

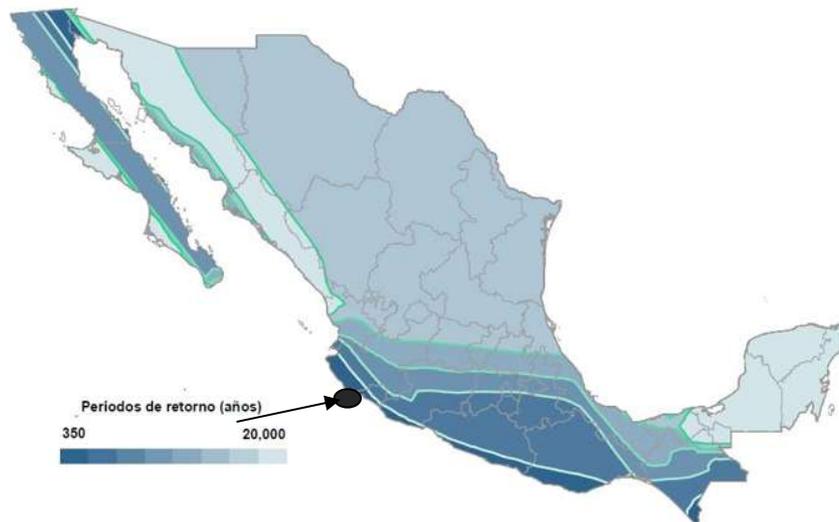


Figura 2.5- Ubicación del puente en la zona sísmica de México, con periodos de retorno menores a 6,500 años.

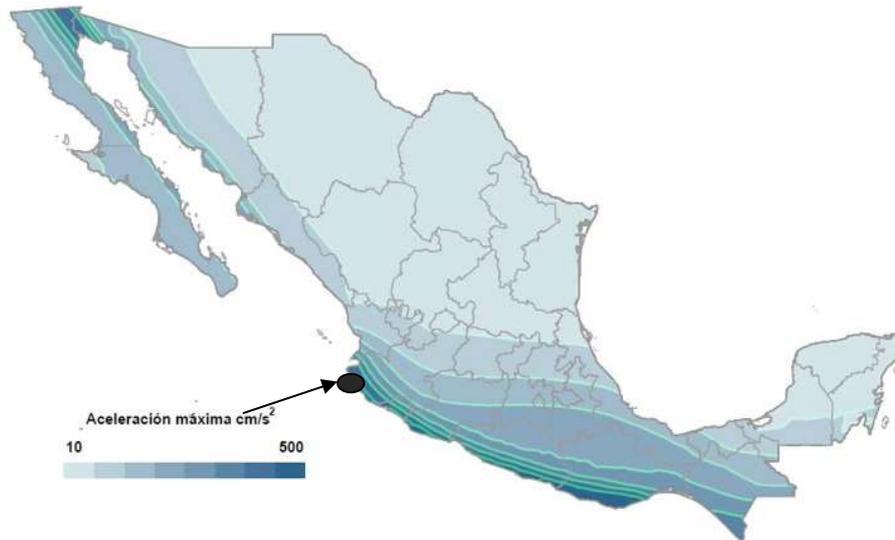


Figura 2.6- Ubicación del puente en la zona sísmica de México. Aceleraciones máximas en terreno duro.

Con ayuda de PRODISIS y los datos de ubicación geográfica se obtiene el espectro de diseño para el proyecto

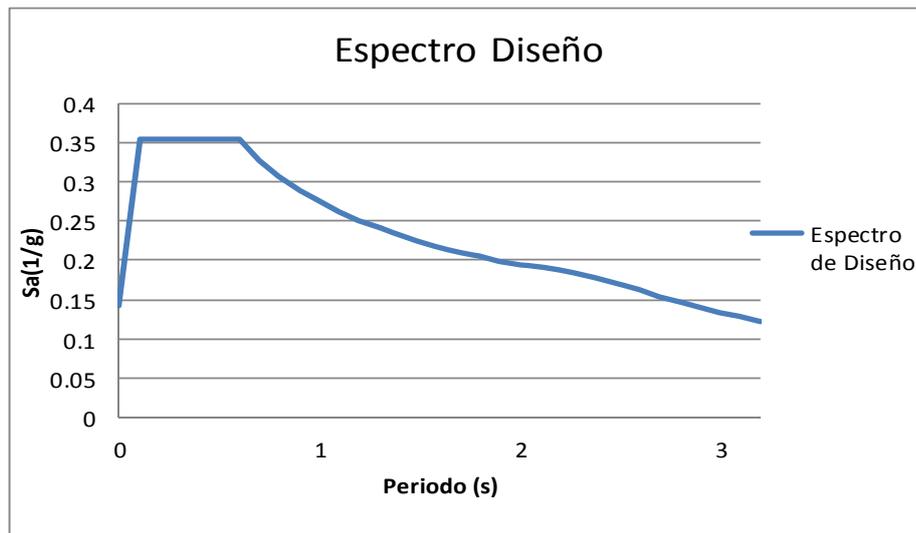


Figura 2.7- Espectro de diseño en puente “Barranca del Diablo”



Considerando lo referente a las estructuras provisionales o en etapa constructiva el IMT (N-PRY-CAR-6-01-005/01) sugiere que el espectro de diseño se reduzca un 50%. Por lo que el espectro de diseño para el puente "Barranca del Diablo" será:

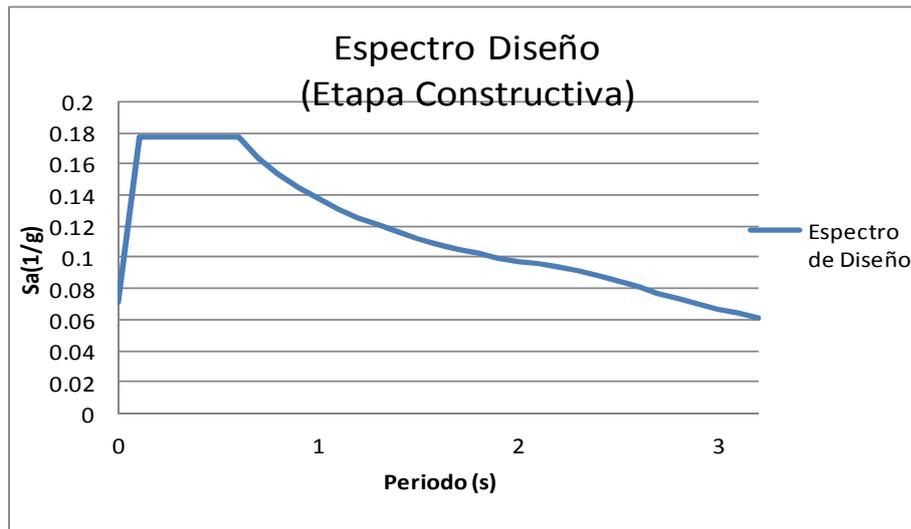


Figura 2.8- Espectro de diseño en puente "Barranca del Diablo" (Etapa constructiva)



## 2.2 GEOMETRÍA

El puente “Barranca del Diablo” tiene una longitud total de 255.0m (a ejes de estribos), con 3 claros, el primer y último claro tienen 70.00 m, mientras que el tramo central tiene 115.00 m de longitud.

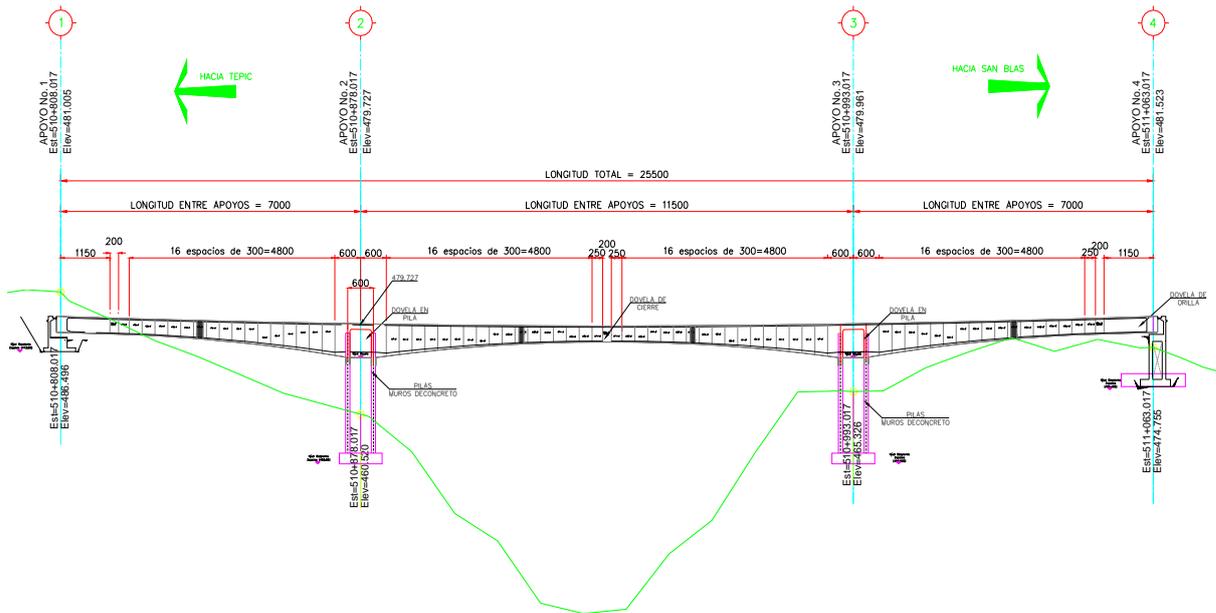


Figura 2.9-Vista en elevación; Puente Barranca del Diablo

La superestructura está formada de una sección cajón tipo, con altura parabólicamente variable de 7.2 m de altura en la dovela sobre pila y de 3.4 m en la dovela de cierre; transversalmente está dimensionada en 18.80m de ancho, con dos guarniciones a cada extremo de 0.40m y una superficie de rodamiento de 9.70m; en sentido longitudinal del puente las dovelas son de 12m de longitud sobre la pila y 3.0m las siguientes, variando la más próxima a dovela de cierre y la dovela de cierre siendo de 2.0m y 1.5m, respectivamente.

En los extremos la subestructura están formados por estribos de concreto armado, y por pilas de concreto reforzado de tipo muro doble en los apoyos intermedios, éstas pilas tienen un ancho constante de 9.50m, y con espesor de muros de 1m. La conexión de la subestructura con la superestructura se ha considerado tipo empotrado, por lo tanto los topes sísmicos no se colocan para restringir los desplazamientos transversales en las pilas, solamente para los estribos.

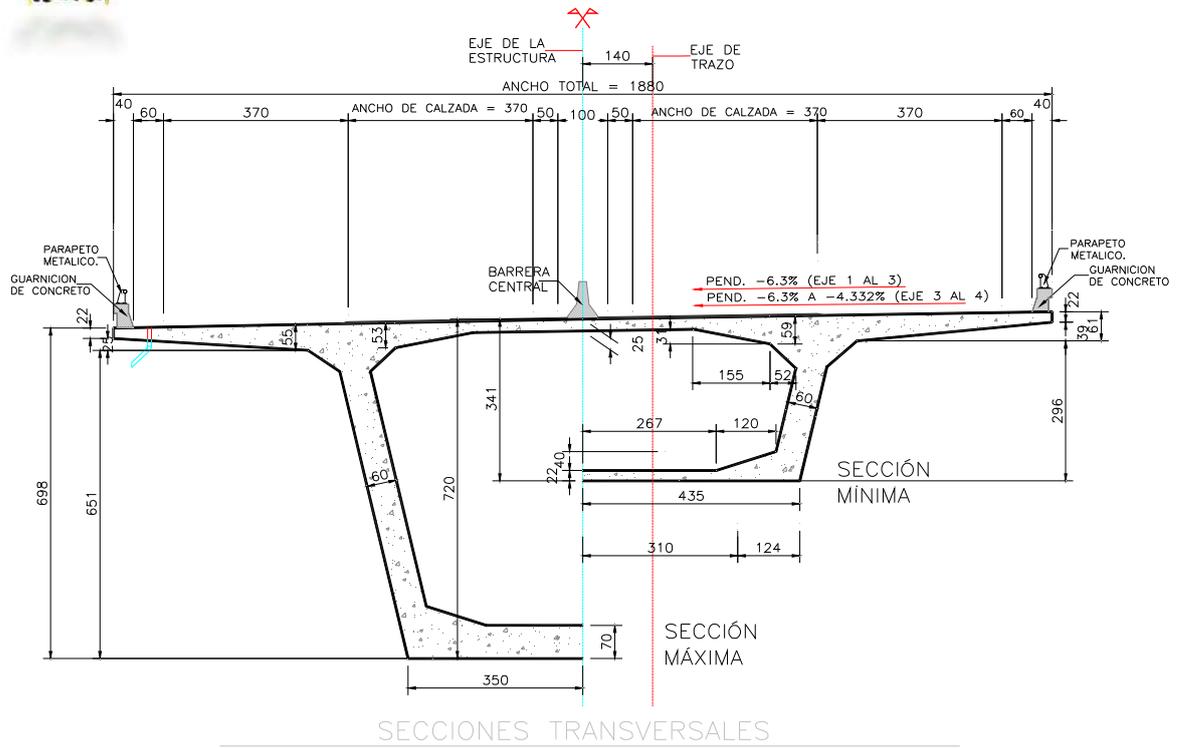


Figura 2.10- Geometría de dovelas

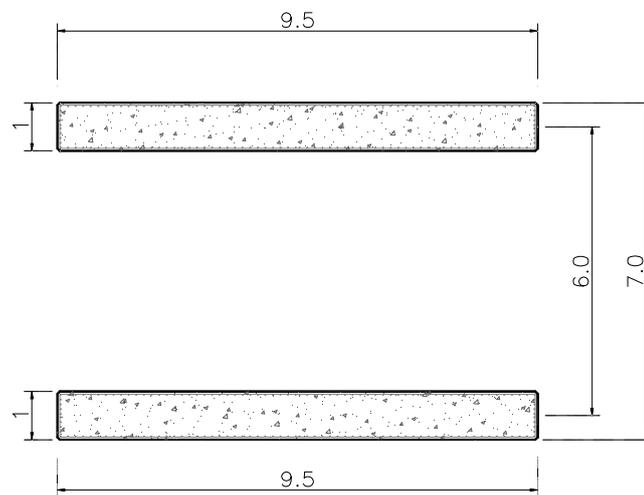


Figura 2.11- Sección de pilas.

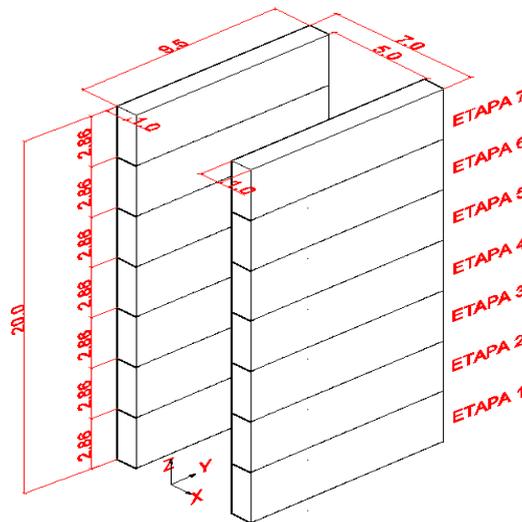


La cimentación del puente es de tipo somera, en los estribos y pilas es mediante una zapata aislada, con un ancho de 15.00 m y 10.00 m de longitud, y espesor escarpado de 2.5 a 2.0m.

### 2.2.1 GEOMETRÍA POR ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN (ETAPA 1 a 8)

Considerando la simetría del puente “Barranca del Diablo” se analiza solamente la pila 3 del proyecto y sus respectivas dovelas, desde la primera sección colada de la pila, a la última dovela de cierre que requiere la pila 3.

Etapas 1-7 son la construcción de la pila.



| ETAPA | AREAS POR ETAPA |       | ALTURA<br>Z | CENTROIDE<br>Z |
|-------|-----------------|-------|-------------|----------------|
|       | XZ              | YZ    |             |                |
| 1     | 5.71            | 27.14 | 2.86        | 1.43           |
| 2     | 5.71            | 27.14 | 5.71        | 2.86           |
| 3     | 5.71            | 27.14 | 8.57        | 2.94           |
| 4     | 5.71            | 27.14 | 11.43       | 5.72           |
| 5     | 5.71            | 27.14 | 14.29       | 7.15           |
| 6     | 5.71            | 27.14 | 17.14       | 8.57           |
| 7     | 5.71            | 27.14 | 20          | 10             |

Figura 2.12- Etapas de construcción en Pila 3 (Etapa 1-7). Acotación en metros.



## 2.2.2 GEOMETRÍA POR ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN (ETAPA 9-42)

En las etapas subsecuentes se requiere obtener las siguientes propiedades de la estructura en cada etapa: Masa, momento de Inercia rotacional, área y centroide del tablero.

Ejemplo1 para obtener el momento de inercia rotacional

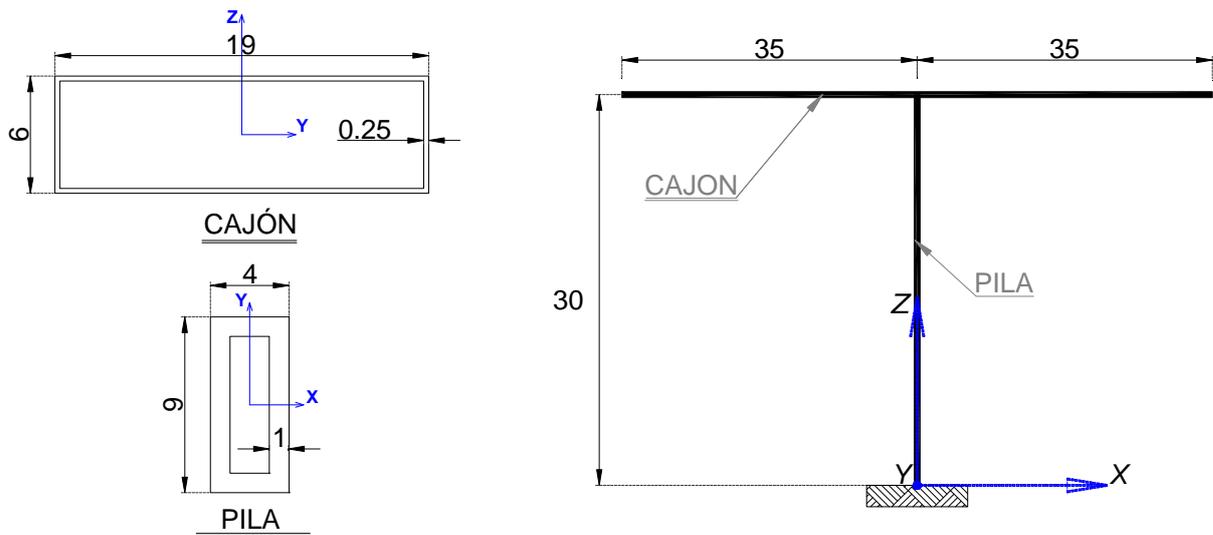
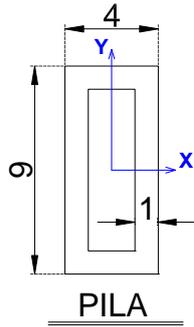


Figura 2.13- Modelo estructural para ejemplo de momento de inercia rotacional.

Concreto-----  $f'c = 24.525MPa$

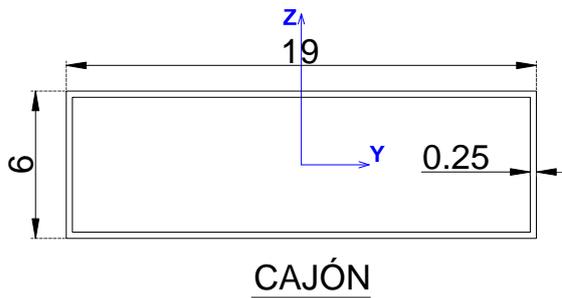
Pesó volumétrico -----  $\gamma = 2.4 \frac{T}{m^3}$

Módulo de elasticidad-----  $E = 15100\sqrt{f'c(kg/cm^2)} = 15,100\sqrt{250} = 23421.57Mpa$



$$I_{0x(col)} = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \cdot 9^3}{12} - \frac{2 \cdot 7^3}{12} = 185.833m^4$$

$$I_{0y(col)} = \frac{bh^3}{12} = \frac{9 \cdot 4^3}{12} - \frac{7 \cdot 2^3}{12} = 43.333m^4$$



$$I_{0z(trabe)} = \frac{bh^3}{12} = \frac{6 \cdot 19^3}{12} - \frac{5.5 \cdot 18.5^3}{12} = 527.51m^4$$

$$I_{0y(trabe)} = \frac{bh^3}{12} = \frac{19 \cdot 6^3}{12} - \frac{18.5 \cdot 5.5^3}{12} = 85.50m^4$$

MASA DE CAJON

$$m = 2058T$$

Momento de inercia rotacional de la trabe

$$J_0x_{(trabe)} = \left( I_{0z(trabe)} + I_{0y(trabe)} \right) \frac{L_{(trabe)} \gamma}{g}; r_x = \sqrt{\frac{J_{0x}}{m}}$$

$$J_0x_{(trabe)} = (527.51 + 85.50) \frac{70 \cdot 2.4}{g} = 102985.68 \frac{T \cdot m^2}{g}; r_x = \sqrt{\frac{102987.36}{2058}} = 7.07m$$

$$J_0y_{(trabe)} = 854714.88 \frac{T \cdot m^2}{g}; r_y = 20.38m$$

$$x_c = 3m$$

Las etapas subsecuentes de 8 a la 42 son de las dovelas; de éstas se obtiene las propiedades necesarias para el cálculo simplificado con sismo:



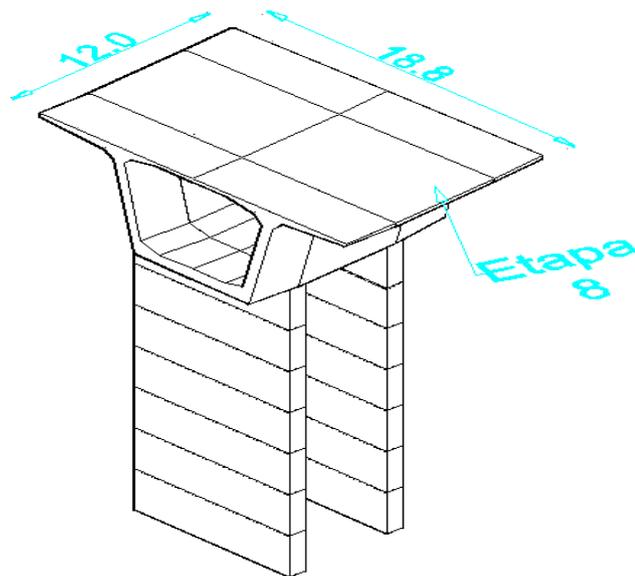
Se establece como dirección de ejes:

Eje X sobre el lado longitudinal del puente

Eje Y sobre el lado transversal del puente

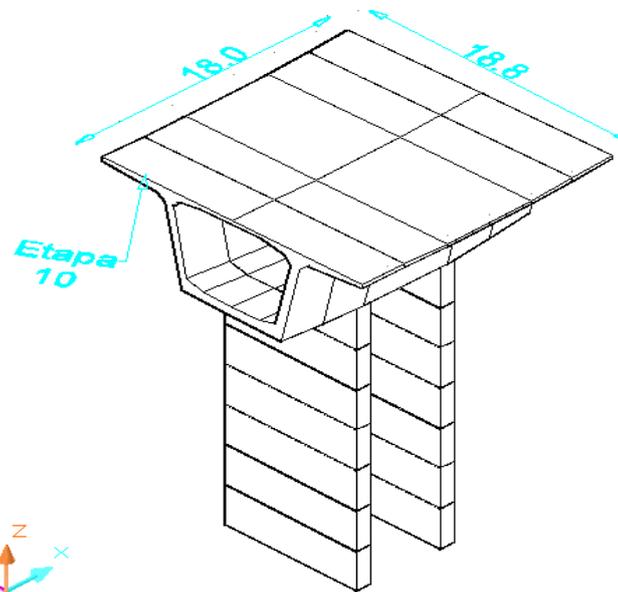
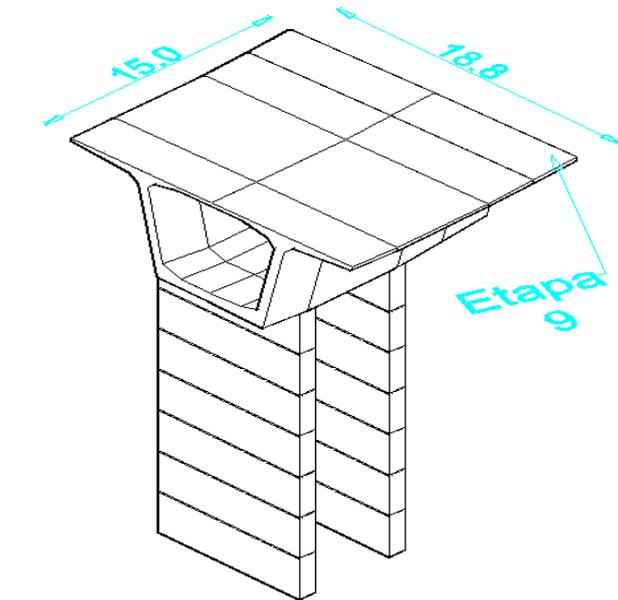
Eje Z en el sentido vertical del puente

Las propiedades de las secciones fueron obtenidas con el programa de AutoCad2010 y las unidades que se manejan son: masa en toneladas(T), momento de Inercia toneladas por metro cuadrado (  $T.m^2$  ) y radio de giro en metros (m).



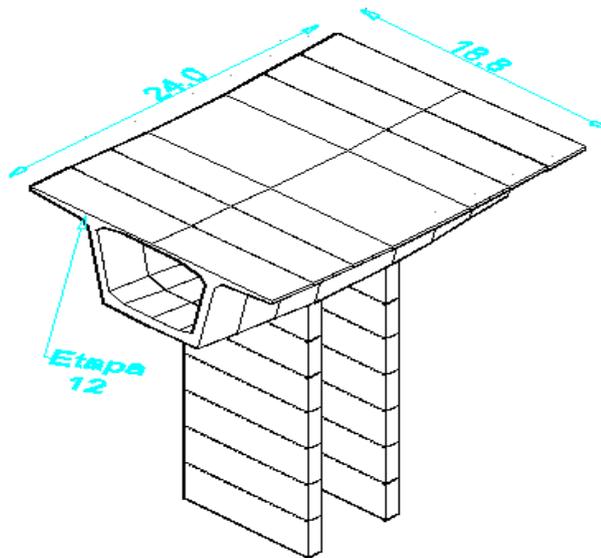
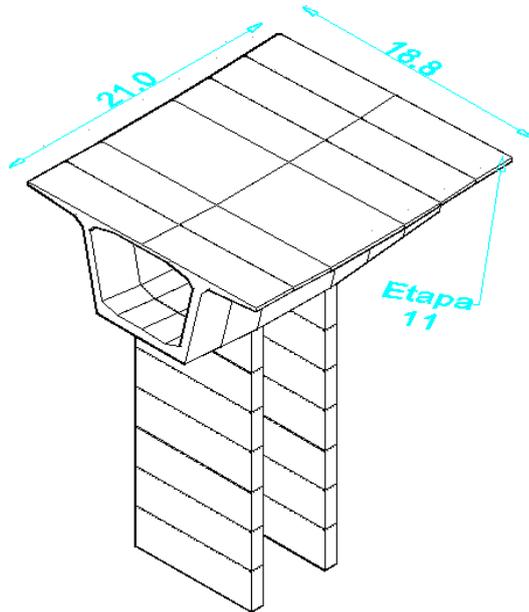
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |          | Masa   | Radio de Giro |      |
|-------|------|---------------------|----------|--------|---------------|------|
| 8     | 4.07 | 15186.66            | 11633.02 | 591.88 | 5.07          | 4.43 |

Figura 2.14- Etapa 8 y propiedades geométricas.



| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |          | Masa   | Radio de Giro |      |
|-------|------|---------------------|----------|--------|---------------|------|
| 9     | 4.11 | 18854.76            | 19327.81 | 736.42 | 5.06          | 5.12 |
| 10    | 4.13 | 22511.00            | 30191.94 | 880.73 | 5.06          | 5.85 |

Figura 2.15- Etapa 9,10 y propiedades geométricas.



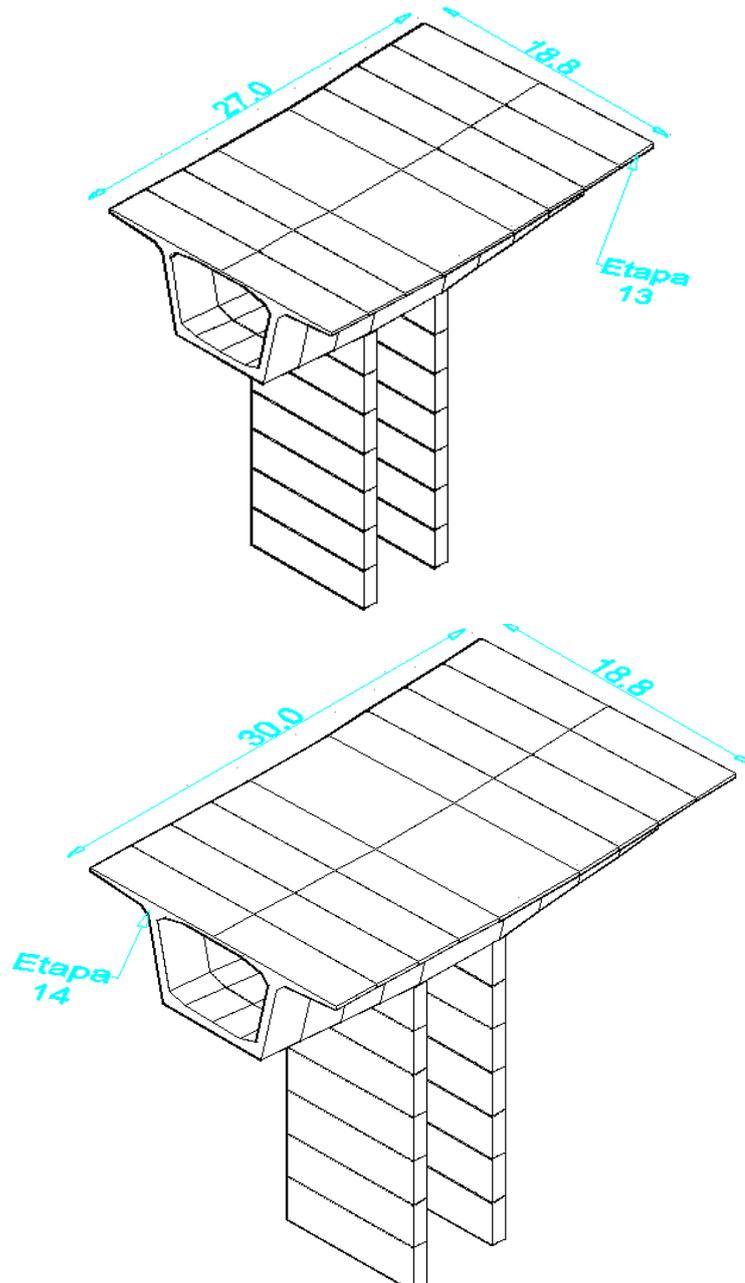


---

---

| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |          | Masa    | Radio de Giro |      |
|-------|------|---------------------|----------|---------|---------------|------|
| 11    | 4.18 | 26075.26            | 44733.11 | 1022.24 | 5.05          | 6.62 |
| 12    | 4.20 | 29616.09            | 63528.93 | 1163.35 | 5.05          | 7.39 |

Figura 2.16- Etapa 11,12 y propiedades geométricas.



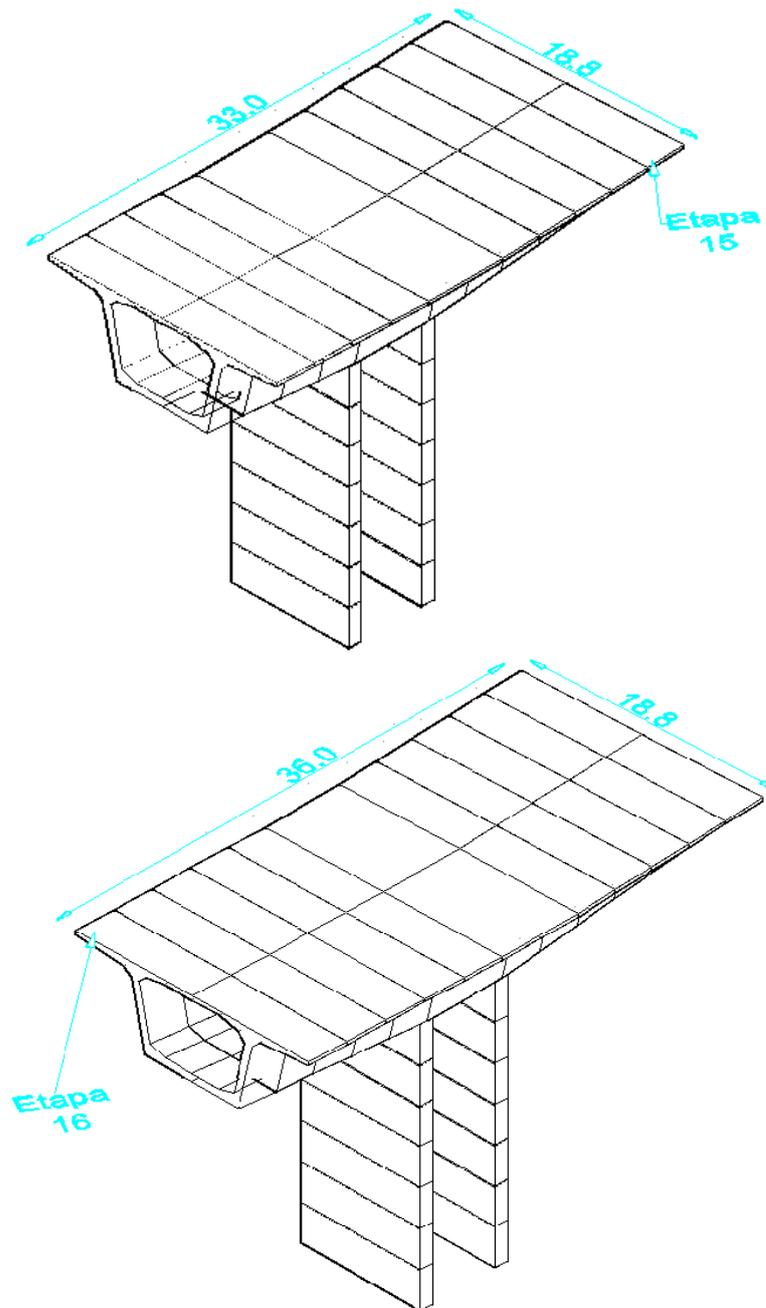


---

---

| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |           | Masa    | Radio de Giro |      |
|-------|------|---------------------|-----------|---------|---------------|------|
| 13    | 4.25 | 33078.02            | 87099.24  | 1301.63 | 5.04          | 8.18 |
| 14    | 4.27 | 36502.11            | 115881.63 | 1439.28 | 5.04          | 8.97 |

Figura 2.17- Etapa 13,14 y propiedades geométricas.



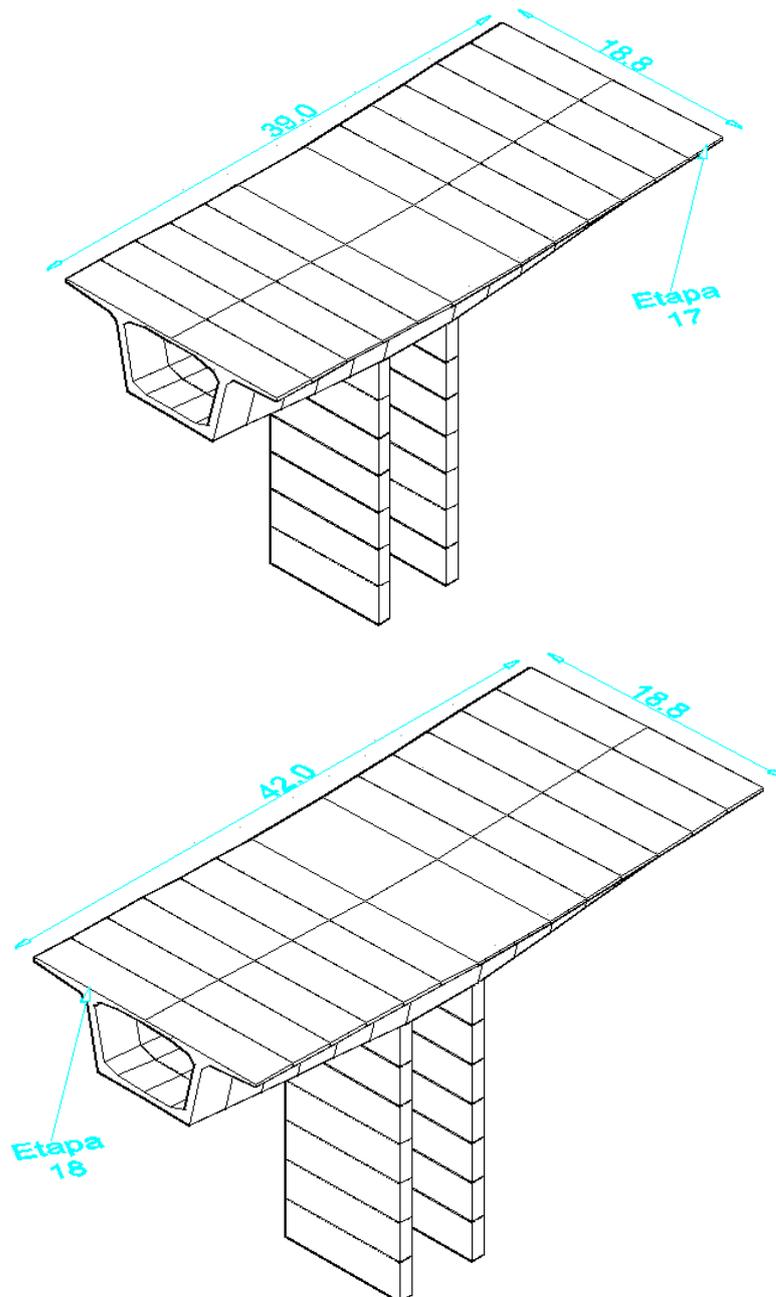


---

---

| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |           | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|-----------|---------|---------------|-------|
| 15    | 4.32 | 39865.27            | 150454.56 | 1574.15 | 5.03          | 9.78  |
| 16    | 4.35 | 43174.55            | 191064.20 | 1708.19 | 5.03          | 10.58 |

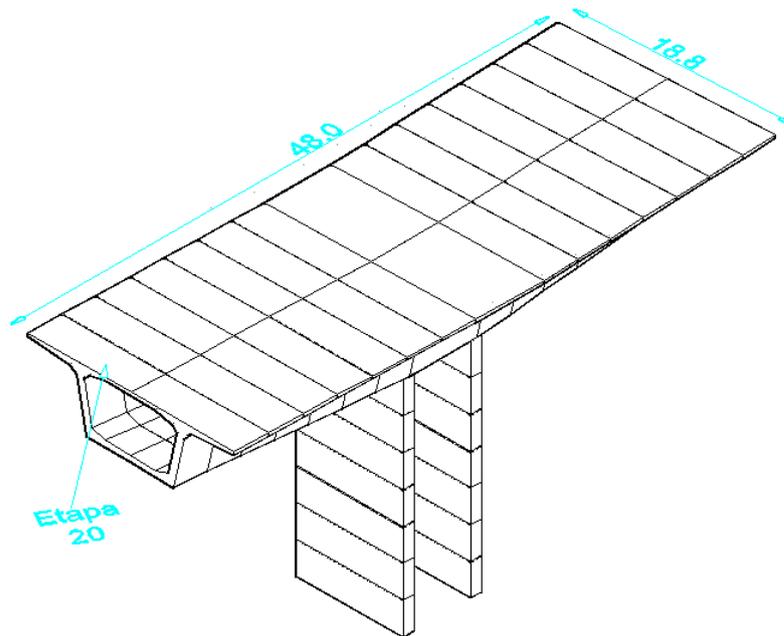
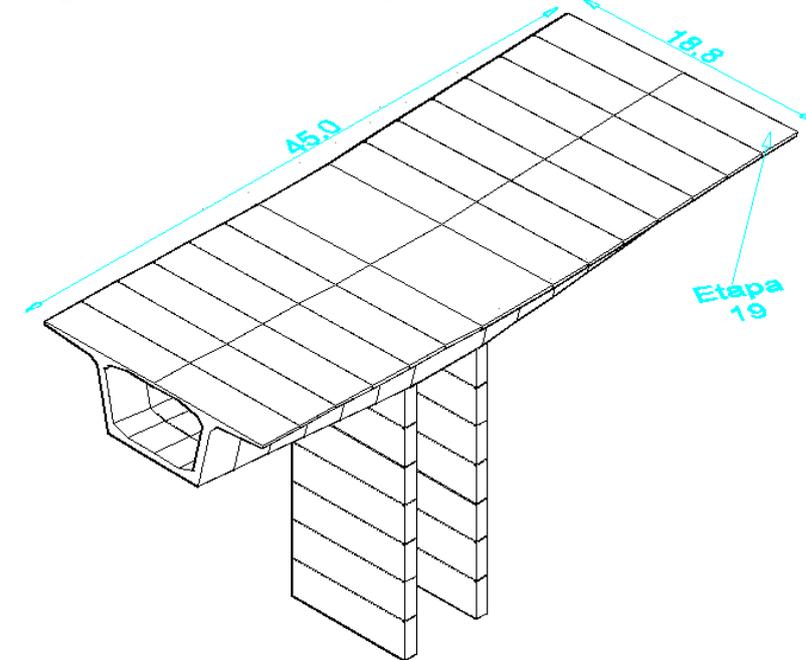
Figura 2.18-Etapa 15,16 y propiedades geométricas.





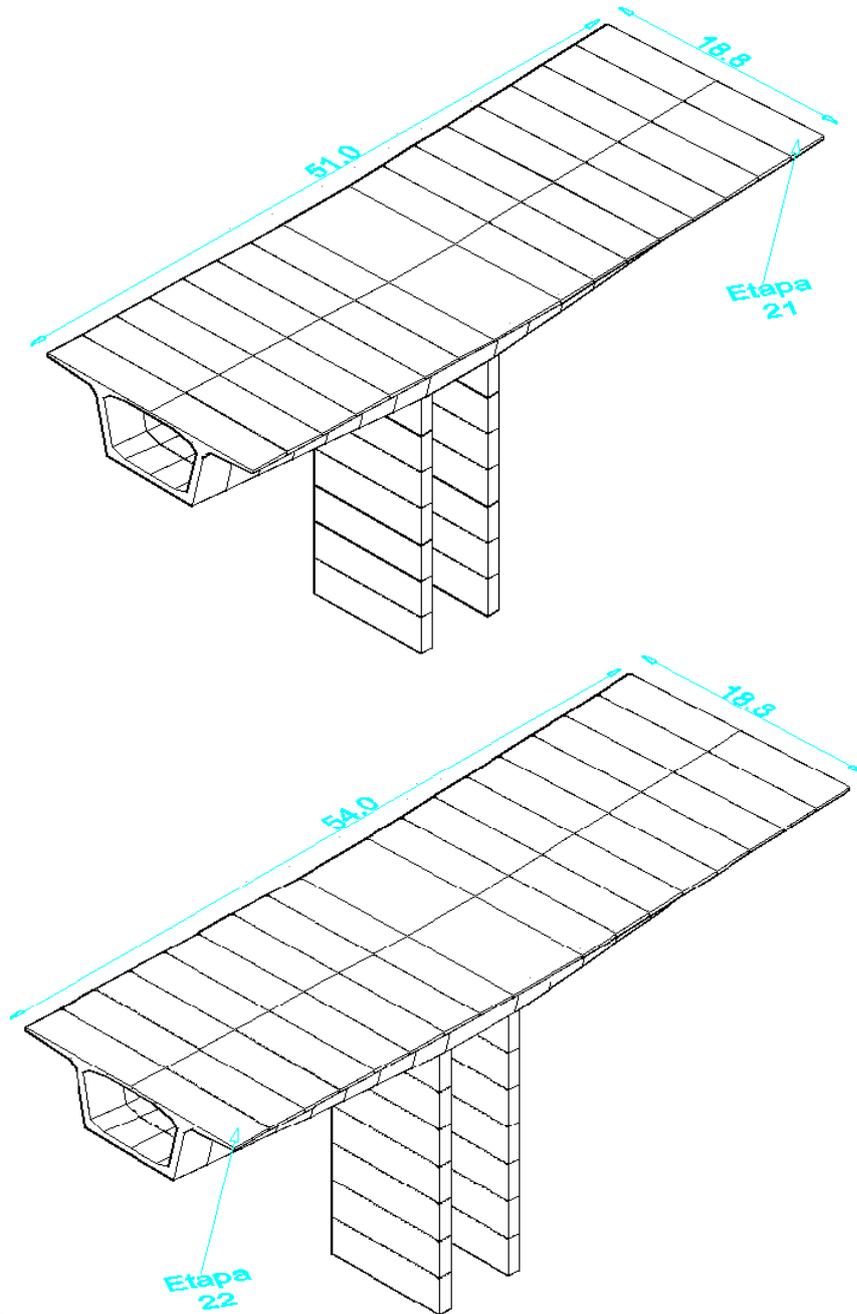
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |           | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|-----------|---------|---------------|-------|
| 17    | 4.39 | 46444.13            | 238398.49 | 1839.52 | 5.02          | 11.38 |
| 18    | 4.42 | 49642.17            | 292453.48 | 1969.81 | 5.02          | 12.18 |

Figura 2.19- Etapa 17,18 y propiedades geométricas.



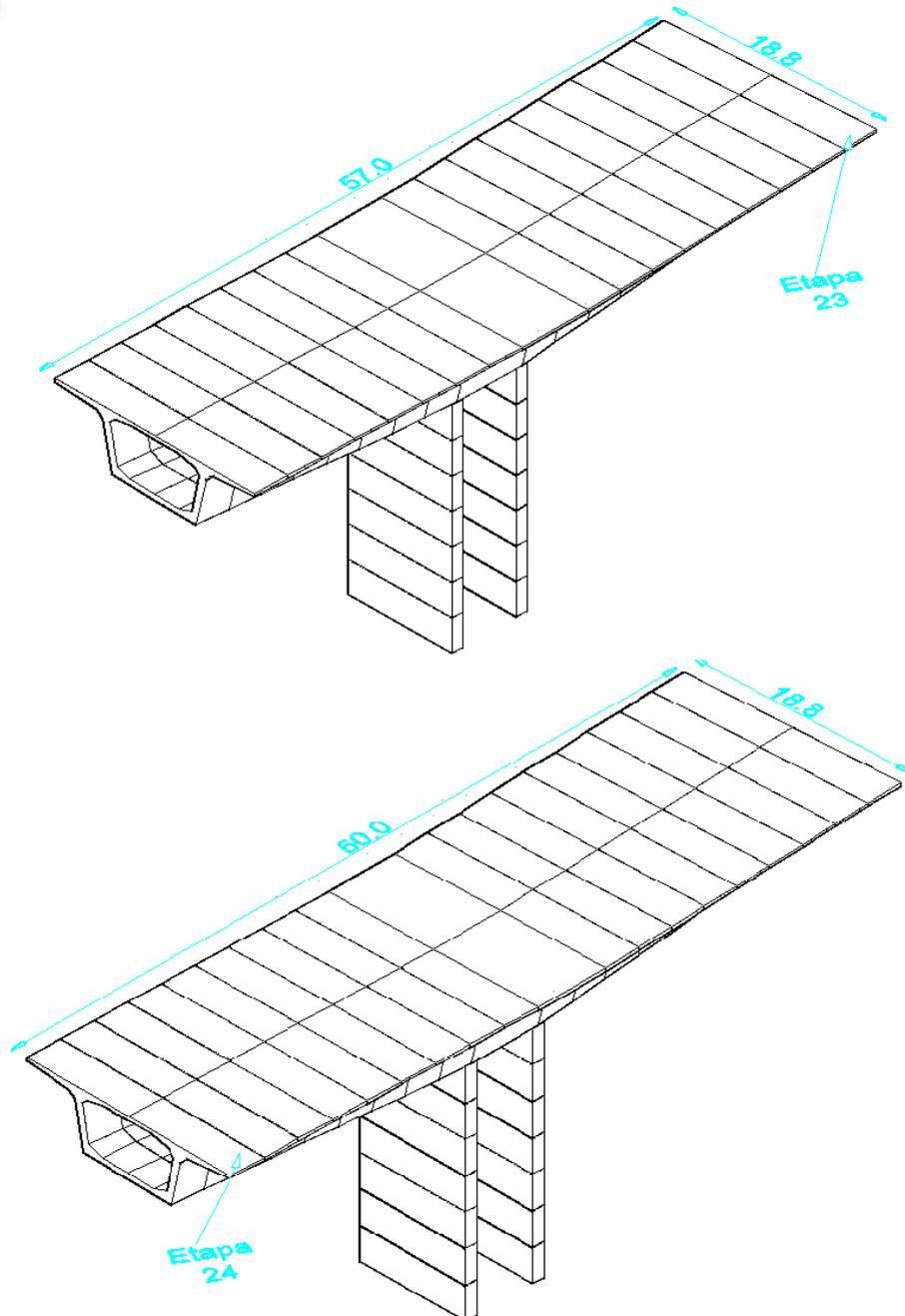
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |           | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|-----------|---------|---------------|-------|
| 19    | 4.47 | 52824.49            | 354094.88 | 2097.53 | 5.02          | 12.99 |
| 20    | 4.50 | 55916.38            | 422999.26 | 2223.99 | 5.01          | 13.79 |

Figura 2.20- Etapa 19, 20 y propiedades geométricas.



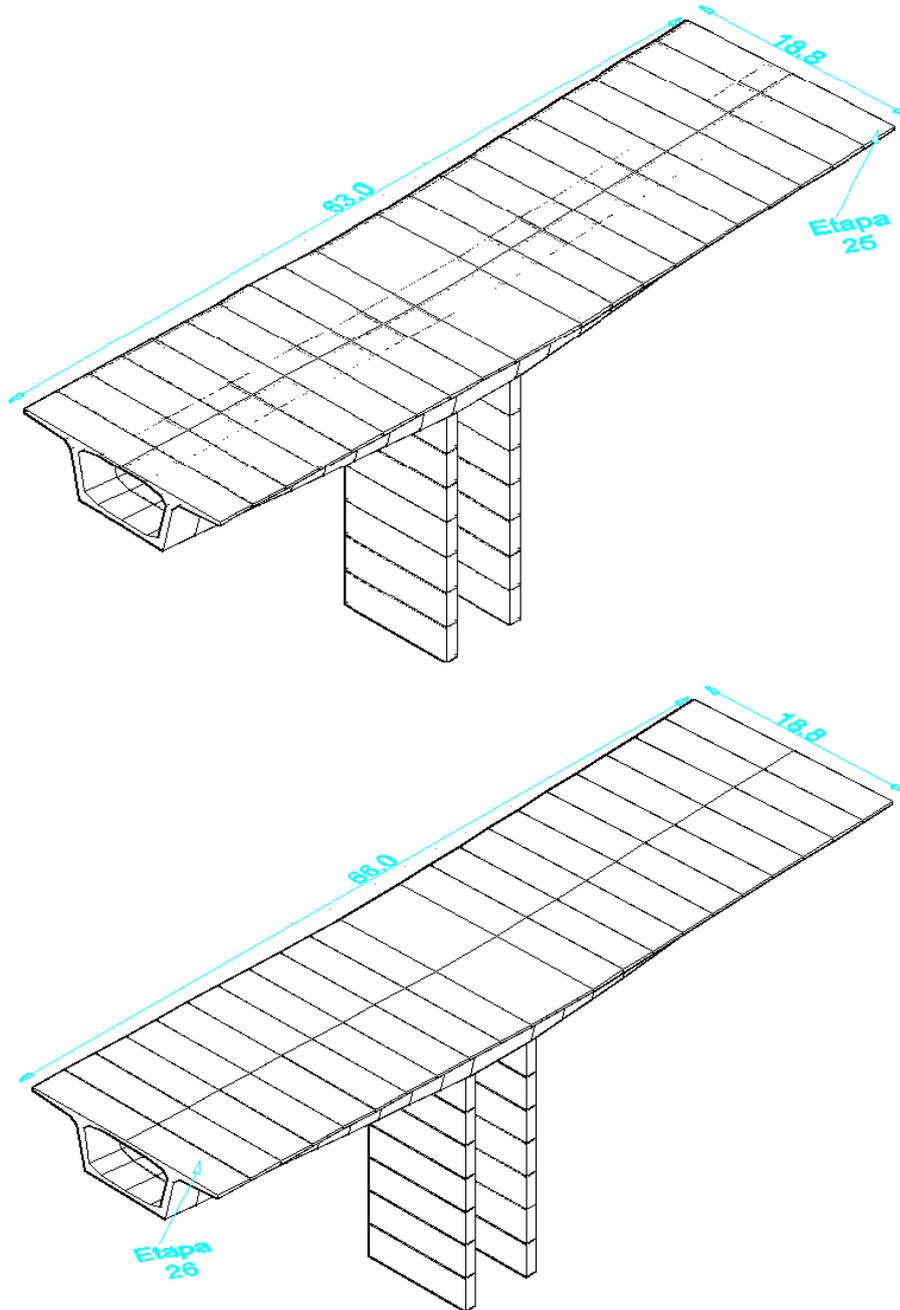
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |           | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|-----------|---------|---------------|-------|
| 21    | 4.55 | 59018.47            | 500292.36 | 2348.04 | 5.01          | 14.60 |
| 22    | 4.58 | 62010.52            | 585253.89 | 2470.66 | 5.01          | 15.39 |

Figura 2.21- Etapa 21, 22 y propiedades geométricas.



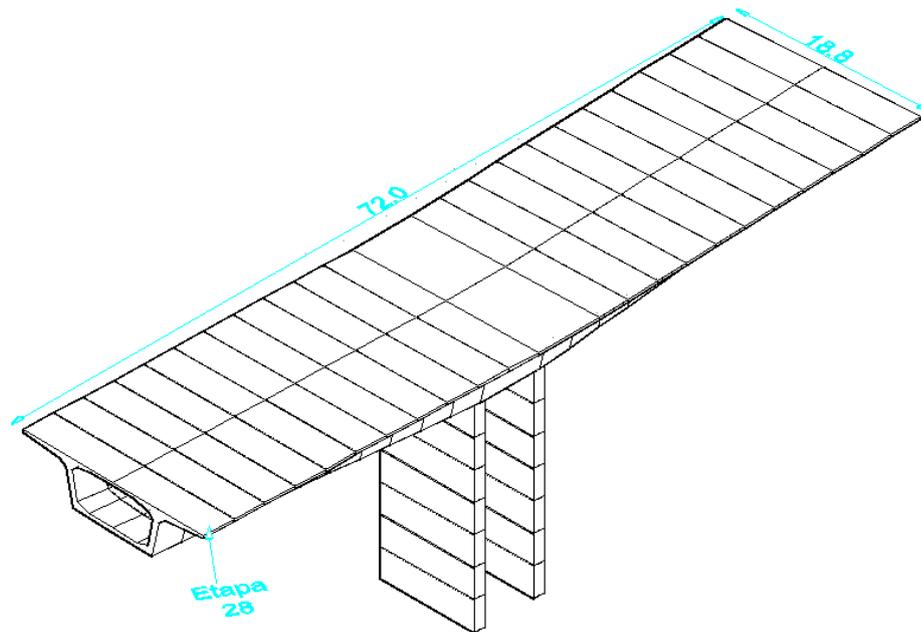
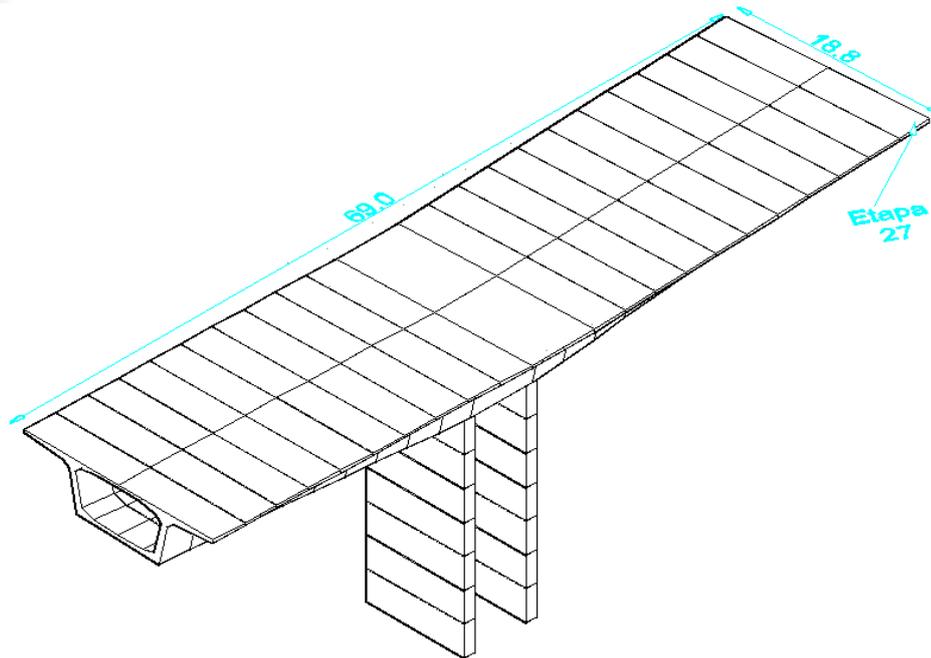
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |           | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|-----------|---------|---------------|-------|
| 23    | 4.62 | 65039.74            | 679364.46 | 2591.06 | 5.01          | 16.19 |
| 24    | 4.65 | 67939.17            | 781424.12 | 2709.85 | 5.01          | 16.98 |

Figura 2.22- Etapa 23, 24 y propiedades geométricas.



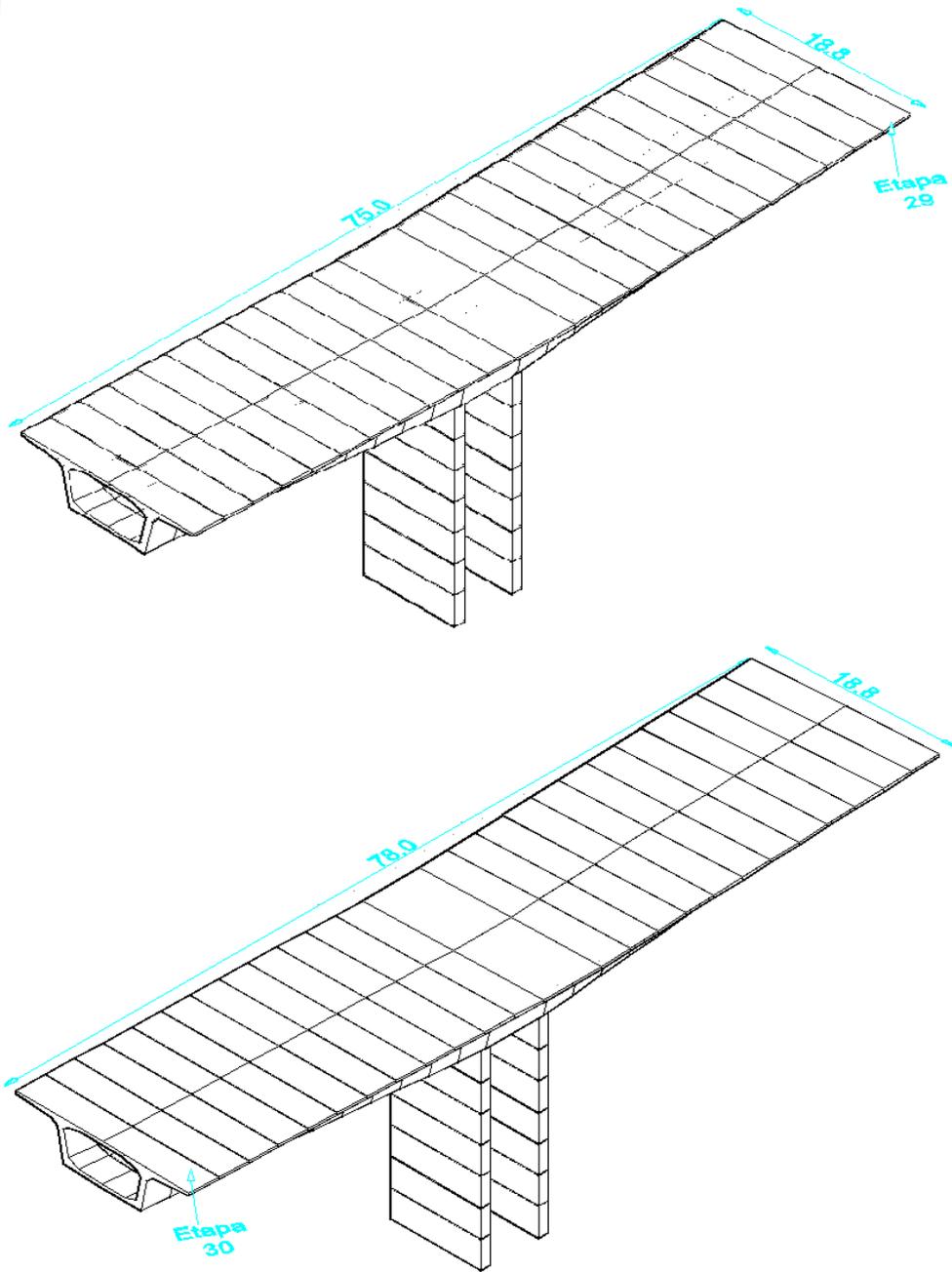
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 25    | 4.70 | 70902.92            | 893372.84  | 2826.67 | 5.01          | 17.78 |
| 26    | 4.73 | 73717.65            | 1013446.67 | 2941.74 | 5.01          | 18.56 |

Figura 2.23- Etapa 25, 26 y propiedades geométricas.



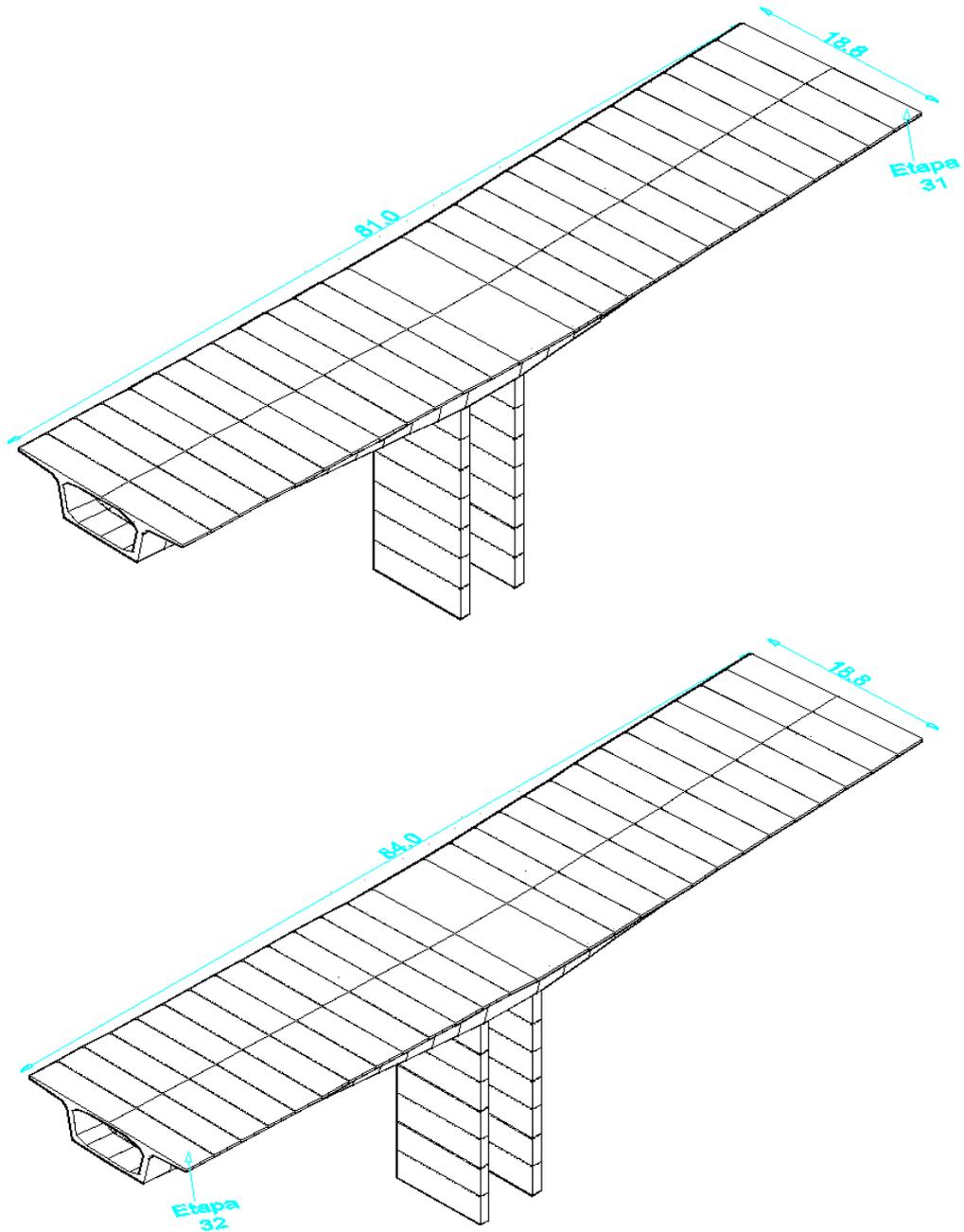
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 27    | 4.77 | 76623.20            | 1144154.92 | 3055.09 | 5.01          | 19.35 |
| 28    | 4.80 | 79361.69            | 1283089.01 | 3166.59 | 5.01          | 20.13 |

Figura 2.24- Etapa 27, 28 y propiedades geométricas.



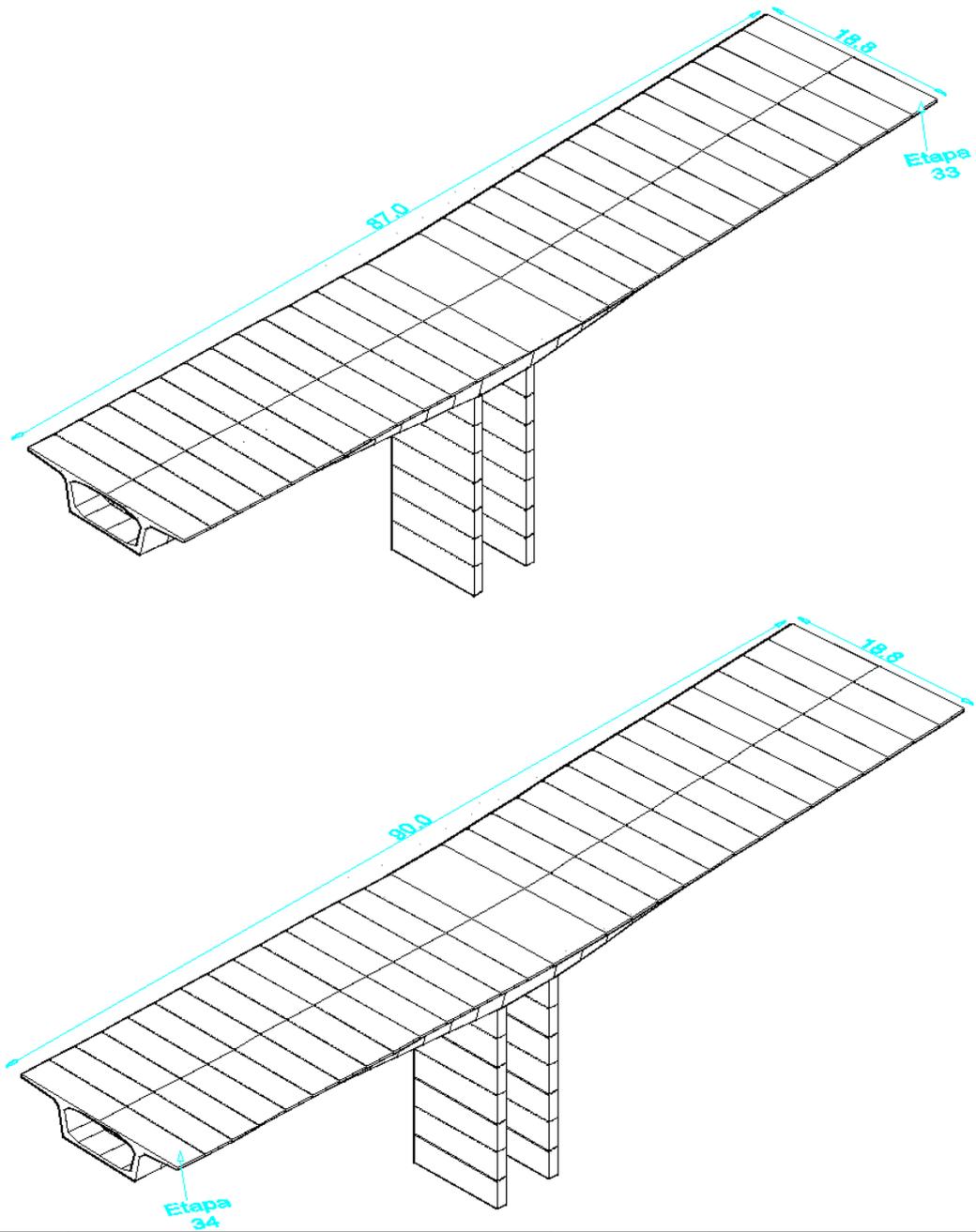
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 29    | 4.85 | 82216.17            | 1433437.12 | 3276.66 | 5.01          | 20.92 |
| 30    | 4.87 | 84887.32            | 1592076.11 | 3384.81 | 5.01          | 21.69 |

Figura 2.25- Etapa 29, 30 y propiedades geométricas.



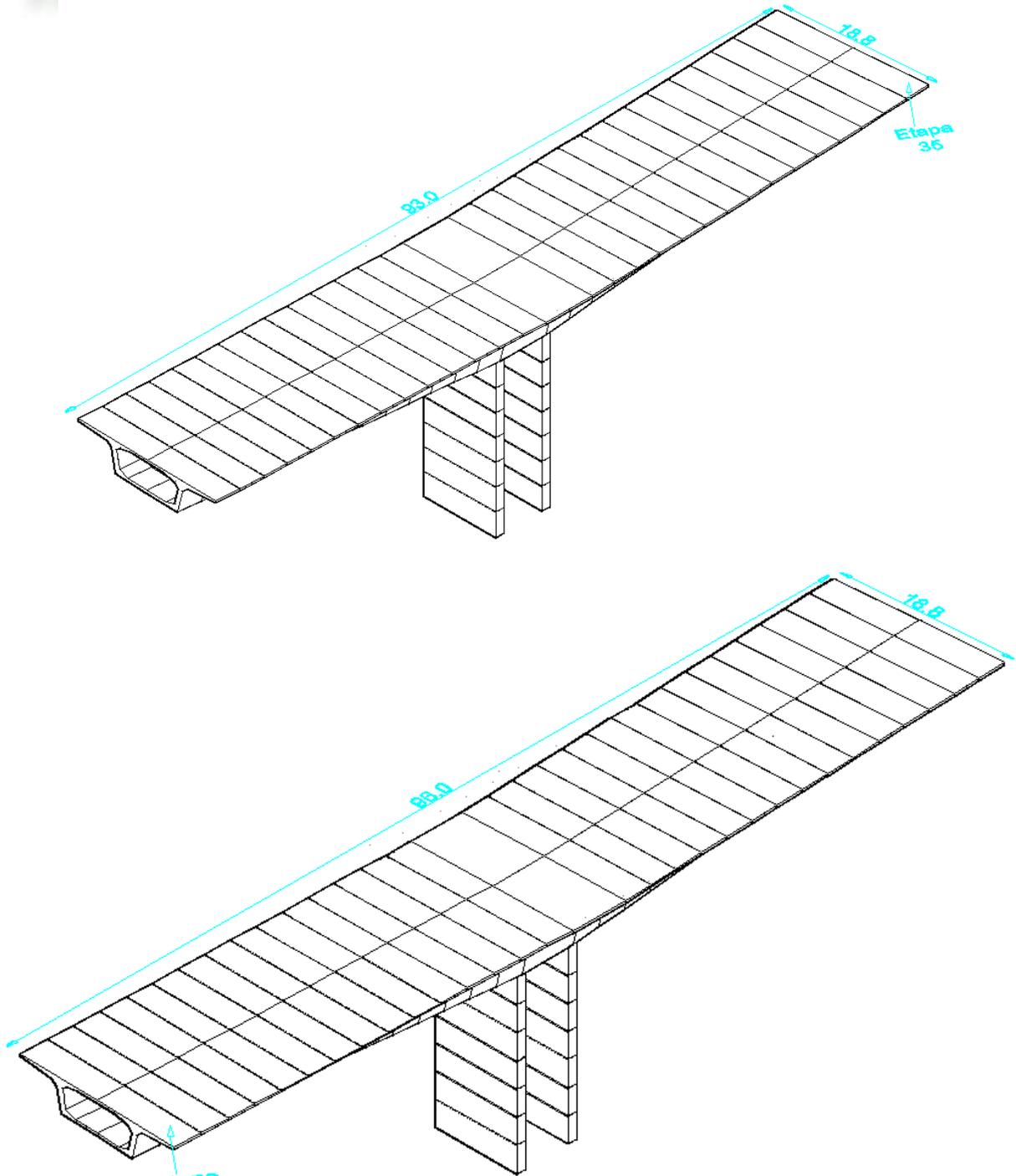
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 31    | 4.91 | 87697.79            | 1762974.46 | 3491.83 | 5.01          | 22.47 |
| 32    | 4.94 | 90316.68            | 1942611.59 | 3597.12 | 5.01          | 23.24 |

Figura 2.26- Etapa 31, 32 y propiedades geométricas.



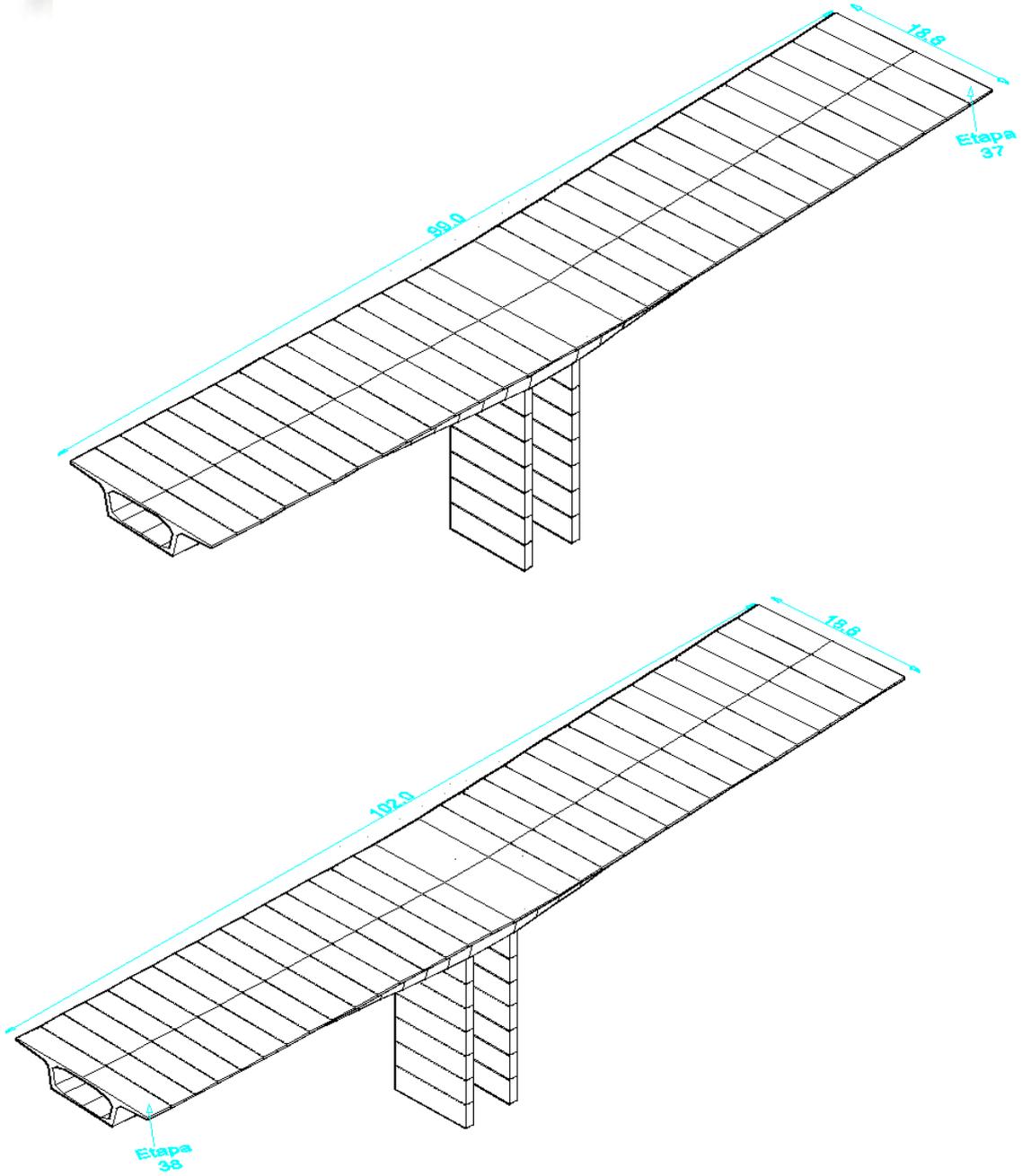
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 33    | 4.98 | 93090.28            | 2135106.02 | 3701.40 | 5.01          | 24.02 |
| 34    | 5.01 | 95649.82            | 2335718.00 | 3803.58 | 5.01          | 24.78 |

Figura 2.27- Etapa 33, 34 y propiedades geométricas.



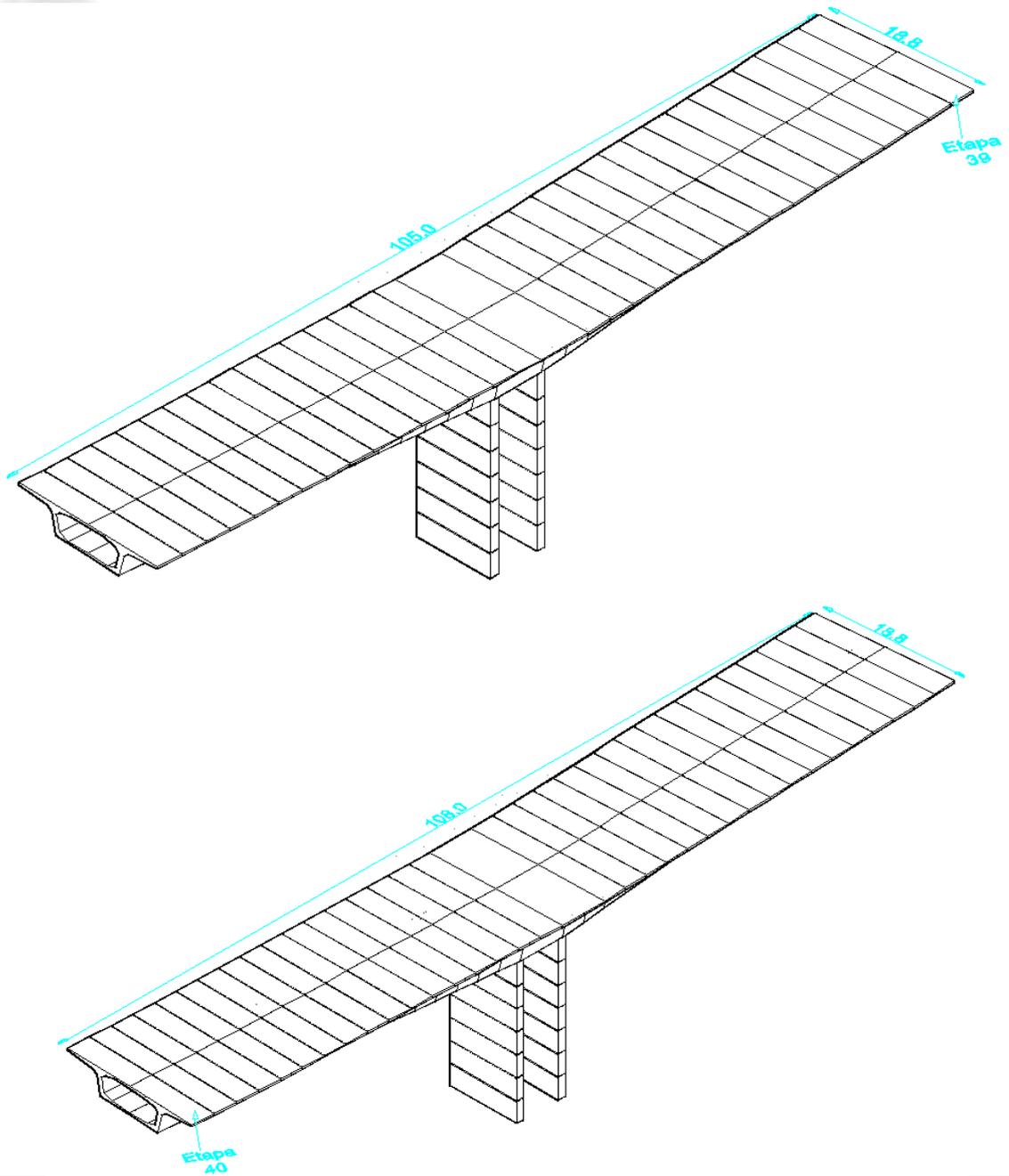
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 35    | 5.05 | 98394.32            | 2550999.02 | 3905.47 | 5.02          | 25.56 |
| 36    | 5.07 | 100922.19           | 2775119.21 | 4005.59 | 5.02          | 26.32 |

Figura 2.28- Etapa 35, 36 y propiedades geométricas.



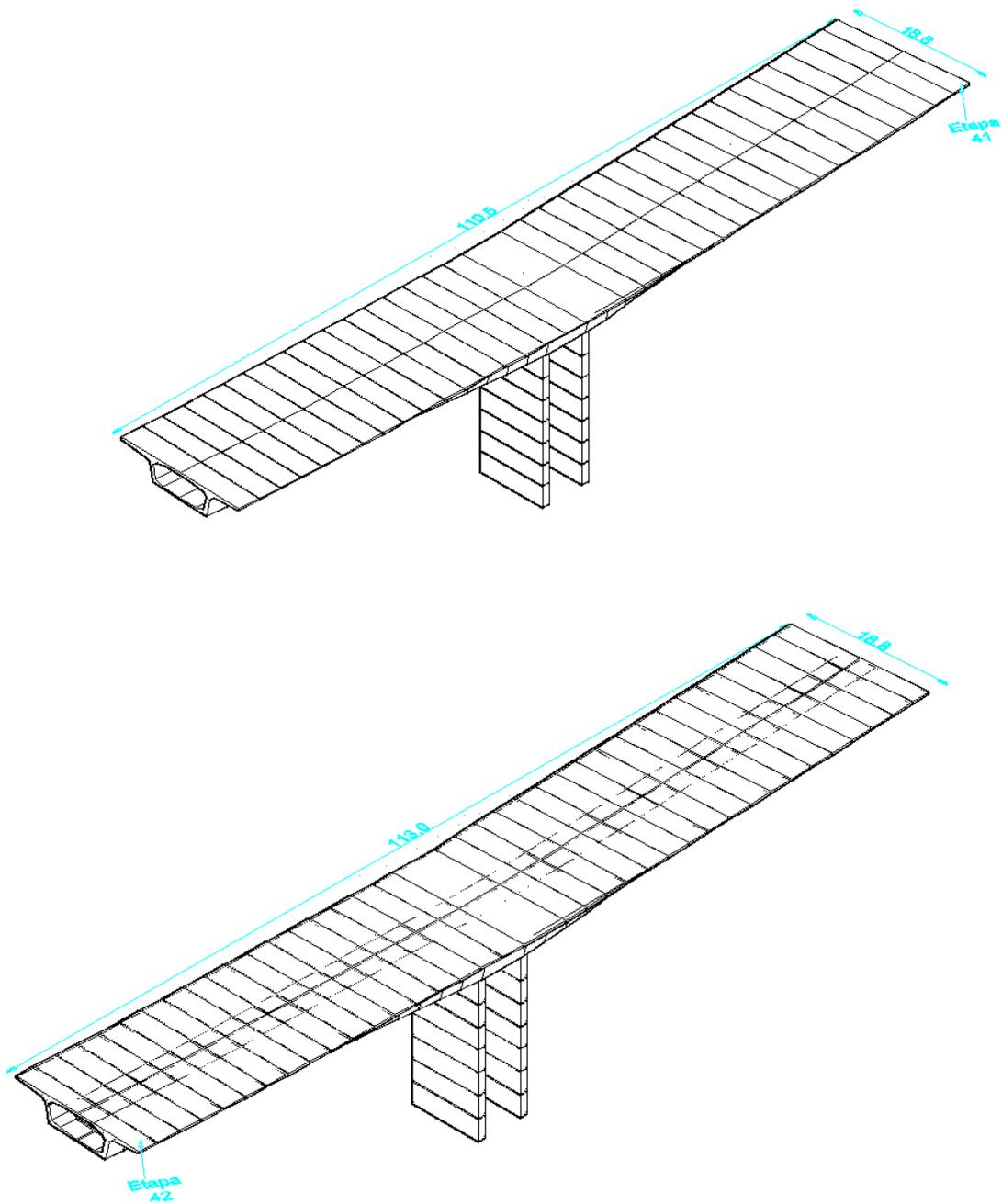
| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 37    | 5.11 | 103646.09           | 3014759.70 | 4105.53 | 5.02          | 27.10 |
| 38    | 5.13 | 106148.28           | 3263789.41 | 4203.87 | 5.02          | 27.86 |

Figura 2.29- Etapa 37, 38 y propiedades geométricas.



| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 39    | 5.16 | 108861.55           | 3529775.39 | 4302.36 | 5.03          | 28.64 |
| 40    | 5.18 | 111349.52           | 3805890.75 | 4399.44 | 5.03          | 29.41 |

Figura 2.30- Etapa 39, 40 y propiedades geométricas.



| ETAPA | Zc   | Momentos de Inercia |            | Masa    | Radio de Giro |       |
|-------|------|---------------------|------------|---------|---------------|-------|
| 41    | 5.21 | 113610.35           | 4050378.53 | 4480.80 | 5.04          | 30.07 |
| 42    | 5.23 | 115687.82           | 4302797.07 | 4561.33 | 5.04          | 30.71 |

Figura 2.31- Etapa 41, 42 y propiedades geométricas.



## CAPÍTULO 3 ANÁLISIS SÍSMICO

### 3.1 MARCO TEÓRICO

A fin de realizar un análisis sísmico simplificado en cada etapa de construcción y considerar los movimientos críticos de la estructura; se desarrollan ecuaciones simplificadas considerando un sistema de dos grados de libertad, para el sistema pila-tablero en terreno firme, los grados de libertad son (figura 3.1):

- Rotación en la base de la pila
- Rotación en la base del tablero, originada por el momento de inercia másico del mismo

Considerando masa  $m$ , apoyada sobre una columna con altura  $L$ ; y momento másico de inercia con respecto a su centro de masa,  $I_{cm}$  que se encuentra ubicado a una distancia  $x_c$ ; punto de apoyo entre la masa y la columna.

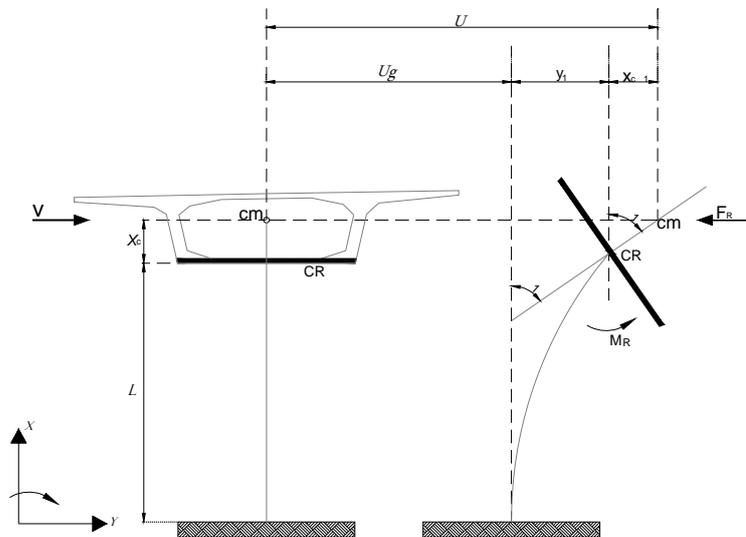


Figura 3.1- Oscilador de 2GDL apoyado sobre terreno firme.

Donde las ecuaciones de equilibrio dinámico con respecto a un sistema de masa inercial:

- Fuerza inercial horizontal

$$F_1 = mU \quad \dots(1)$$



- Momento inercial

$$M_I = I_{cm} \theta_1 + m U x_c \quad \dots(2)$$

- Desplazamiento absoluto del oscilador  $U$

$$U = U_g + y_1 + \theta_1 x_c \quad \dots(3)$$

- Desplazamiento relativo del terreno; siendo  $U_g$  el desplazamiento del terreno.

$$y = y_1 + \theta_1 x_c \quad \dots(4)$$

- La fuerza horizontal y el momento flexionante en la parte superior se relacionan en la matriz de rigidez del elemento resistente :

$$\begin{bmatrix} F_R \\ M_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{x\theta} \\ k_{x\theta} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} \quad \dots(5)$$

- Sustituyendo (1), (2) y reordenando matricialmente tenemos:

$$\begin{bmatrix} m & mx_c \\ mx_c & I_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{x\theta} \\ k_{x\theta} & k_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m \\ mx_c \end{bmatrix} \ddot{U}_g \quad \dots(6)$$

Para una columna de eje recto sabemos que su matriz de rigidez es:

$$[K] = \begin{bmatrix} c_{11} k_{xx} & c_{41} k_{x\theta} \\ c_{41} k_{x\theta} & c_{44} k_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ 12 \frac{E_c I_c}{L^3} \right] c_{11} & \left[ -6 \frac{E_c I_c}{L^2} \right] c_{41} \\ \left[ -6 \frac{E_c I_c}{L^2} \right] c_{41} & \left[ 4 \frac{E_c I_c}{L} \right] c_{44} \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

Donde  $I_c$  es el momento de inercia de la sección de la columna,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del material de la columna y  $L$  es la altura de la columna. Para una

Columna empotrada, con sección transversal constante y despreciando los efectos por cortante, los coeficientes son (Hachem, 2002):

$$C_{11} = 1, C_{41} = 1, C_{44} = 1 \quad \dots(8)$$



Si la columna tiene una zona considerada como rígida con longitud de un tercio, medida a partir de su parte superior.

$$c_{11} = 3.375, c_{41} = 4.5, c_{44} = 4.875 \quad \dots(9)$$

Si la columna tiene un momento de inercia variable en su sección, con la altura,

$$I(x) = I_o \left[ 1 + s \left( \frac{x}{L} \right)^\alpha \right] \quad \dots(10)$$

Donde  $I_o$  es el momento de inercia en la base de la columna, los valores de coeficientes (Yang,1986), producen un error de un 2% con respecto a la solución cerrada.

$$\begin{aligned} c_{11} &= 1 + 3s \left[ \frac{1}{\alpha+1} - \frac{4}{\alpha+2} + \frac{4}{\alpha+3} \right] \\ c_{41} &= 1 + 2s \left[ \frac{1}{\alpha+1} - \frac{5}{\alpha+2} + \frac{6}{\alpha+3} \right] \\ c_{44} &= 1 + s \left[ \frac{1}{\alpha+1} - \frac{6}{\alpha+2} + \frac{9}{\alpha+3} \right] \end{aligned} \quad \dots(11)$$

### 3.2 CÁLCULO DE PERIODOS DE VIBRAR

Considerando el caso de vibración libre tenemos la ecuación:

$$[M] \{ \ddot{X} \} + [K] \{ X \} = \{ 0 \} \quad \dots(12)$$

Resolviendo el problema de eigenvalores y eigenvectores, se puede escribir la ecuación para el cálculo de periodos de vibrar del sistema. ( $n=1$ , Para rotación y  $n=2$  Para cabeceo).

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{(m_e)_n}{k_e}}; \quad k_e = \frac{3E_c I_c}{L^3} [4c_{11}c_{44} - 3c_{41}^2] \quad \dots(13)$$

Donde la masa equivalente  $(m_e)_n$  se define como:



---

---

$$(m_e)_n = \frac{m_1}{2} \left[ F_1 \pm \sqrt{F_1^2 - F_2} \right] \quad \dots(14)$$

Y las constantes se definen como:

$$F_1 = 1 + \frac{3}{L} \frac{m_3}{m_1} c_{41} + \frac{3}{L^2} \frac{m_2}{m_1} c_{11} \quad \dots(15)$$

$$F_2 = \left[ \frac{3}{L^2} \frac{1}{m_1} \right] \left[ m_2 - \frac{m_3^2}{m_1} \right] \left[ 4c_{11}c_{44} - 3c_{41}^2 \right] \quad \dots(16)$$

$$m_1 = m \quad \dots(17)$$

$$m_2 = I_{cm} + mx_c^2 \quad \dots(18)$$

$$m_3 = mx_c \quad \dots(19)$$

Si la columna tiene sección constante en toda su longitud, se puede considerar la participación de la masa de la columna,  $m_p$ , de tal manera que:

$$m_1 = m + m_p \left( \frac{156}{420} \right) \quad \dots(20)$$

$$m_2 = I_{cm} + mx_c^2 + m_p L^2 \left( \frac{4}{420} \right) \quad \dots(21)$$

$$m_3 = mx_c - m_p L \left( \frac{22}{420} \right) \quad \dots(22)$$

## Ejemplo de aplicación 2

Contando con la información del ejemplo 1

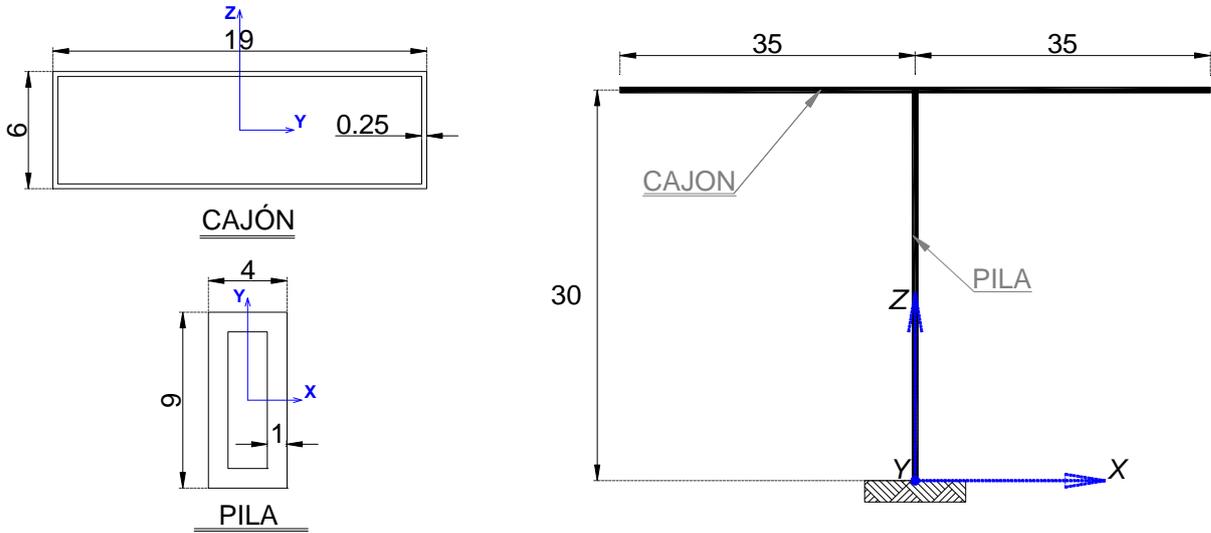


Figura 3.2- Modelo estructural para ejemplo.

$$k_e = \frac{3E_c I_c}{L^3}$$

$$k_{e_x} = \frac{3 * 23421.57 * 185.83}{30^3} = 483.60 \text{ Mpa.m} \quad \dots(23)$$

$$k_{e_y} = \frac{3 * 23421.57 * 43.33}{30^3} = 112.76 \text{ Mpa.m}$$

Masa del tablero  $m = 2058 \text{ Ton}$

Masa de la pila  $m_p = 1584 \text{ Ton}$

$$m_3 = 2058 * 3 - 1584 * 30 \left( \frac{22}{420} \right) = 3,684.86 \text{ Ton.m}$$

$$m_{2_x} = 102985.68 + 2058 * 3^2 + 1584 * 30^2 \left( \frac{4}{420} \right) = 135,084.82 \text{ Ton.m}^2$$

$$m_{2_y} = 854714.88 + 2058 * 3^2 + 1584 * 30^2 \left( \frac{4}{420} \right) = 886,814.02 \text{ Ton.m}^2$$

$$m_1 = 2058 + 1584 \left( \frac{156}{420} \right) = 2646.34$$



$$F_{2x} = \left[ \frac{3}{30^2} \frac{1}{2646.34} \right] \left[ 135,084.82 - \frac{3,684.86^2}{2646.34} \right] [4-3] = 0.1637$$

$$F_{2y} = \left[ \frac{3}{30^2} \frac{1}{2646.34} \right] \left[ 886,814.02 - \frac{3,684.86^2}{2646.34} \right] [4-3] = 1.1106$$

$$F_{1x} = 1 + \frac{3}{30} \frac{3684.86}{2646.34} 1 + \frac{3}{30^2} \frac{135,084.82}{2646.34} 1 = 1.3094$$

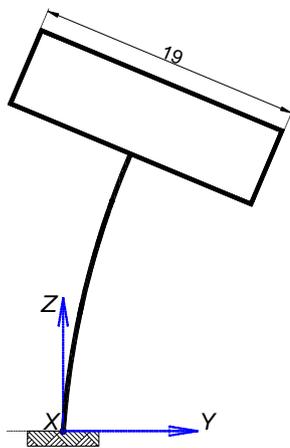
$$F_{1y} = 1 + \frac{3}{30} \frac{3684.86}{2646.34} 1 + \frac{3}{30^2} \frac{886,814.02}{2646.34} 1 = 2.2563$$

$$(m_e)_{1x} = \frac{2646.34}{2} \left[ 1.3094 + \sqrt{1.3094^2 - 0.1637} \right] = 3380.33T$$

$$(m_e)_{2x} = \frac{2646.34}{2} \left[ 1.3094 - \sqrt{1.3094^2 - 0.1637} \right] = 84.78T$$

$$(m_e)_{1y} = \frac{2646.34}{2} \left[ 2.2563 + \sqrt{2.2563^2 - 1.1106} \right] = 5625.28T$$

$$(m_e)_{2y} = \frac{2646.34}{2} \left[ 2.2563 - \sqrt{2.2563^2 - 1.1106} \right] = 345.66T$$



$$T_{1x} = 2\pi \sqrt{\frac{3380.33 * 1E3}{483.60 * 1E6}} = 0.53s$$

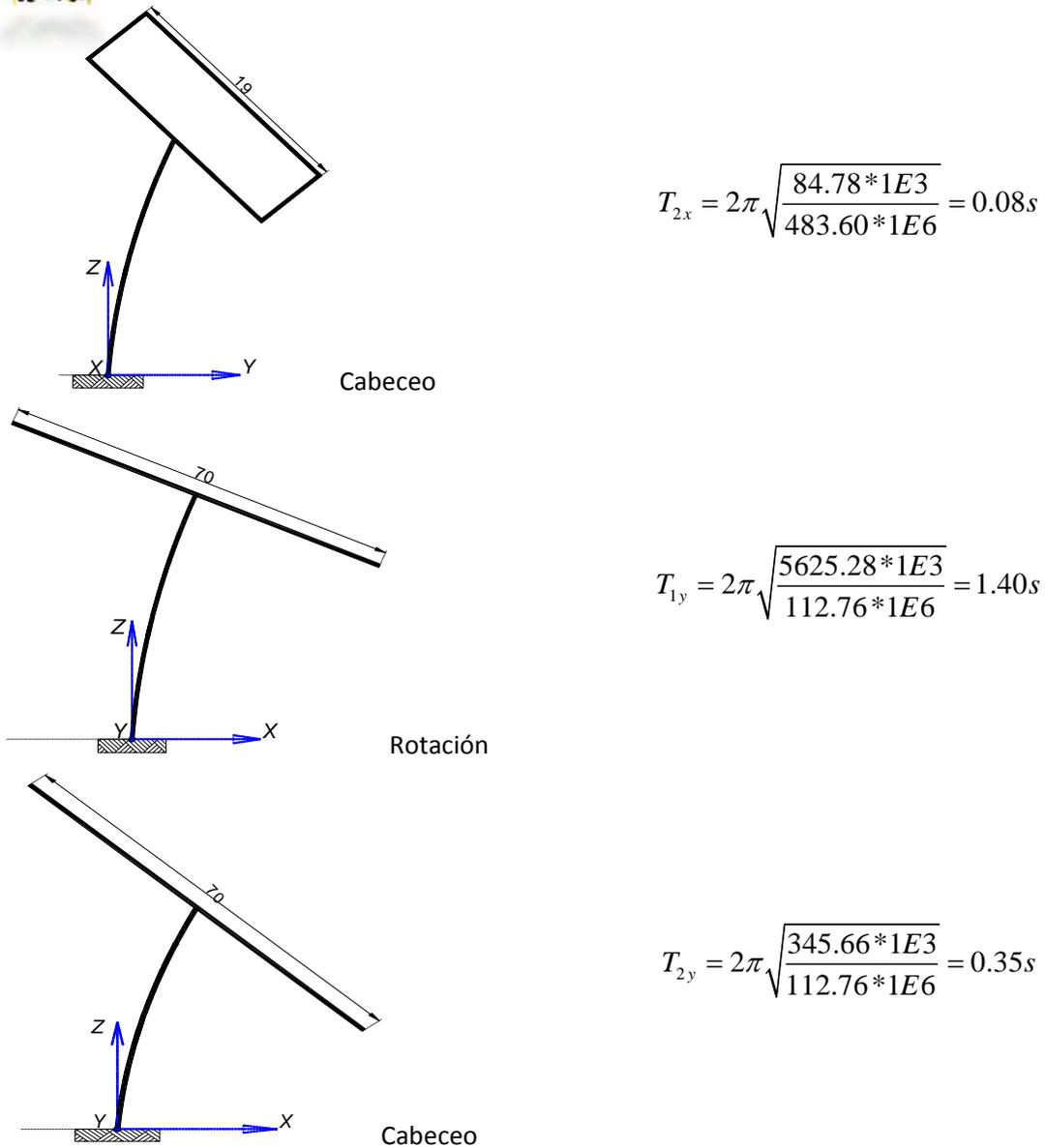


Figura 3.3- Periodos de la estructura (Traslación y cabeceo)

Para las etapas de construcción en el puente “Barranca del Diablo “, considerando las ecuaciones simplificadas, se obtuvo que los periodos de la estructura son:



Tabla 3.1- Cálculo de periodos (s)

| ETAPA | PERIODOS    |      |          |      |
|-------|-------------|------|----------|------|
|       | Y           | X    | Y        | X    |
|       | TRANSLACIÓN |      | ROTACIÓN |      |
| 8     | 0.18        | 0.20 | 0.03     | 0.03 |
| 9     | 0.20        | 0.22 | 0.03     | 0.03 |
| 10    | 0.22        | 0.24 | 0.04     | 0.04 |
| 11    | 0.24        | 0.26 | 0.04     | 0.04 |
| 12    | 0.26        | 0.28 | 0.05     | 0.04 |
| 13    | 0.28        | 0.29 | 0.05     | 0.04 |
| 14    | 0.30        | 0.31 | 0.06     | 0.04 |
| 15    | 0.32        | 0.32 | 0.06     | 0.04 |
| 16    | 0.34        | 0.33 | 0.07     | 0.04 |
| 17    | 0.37        | 0.35 | 0.07     | 0.05 |
| 18    | 0.39        | 0.36 | 0.08     | 0.05 |
| 19    | 0.41        | 0.37 | 0.08     | 0.05 |
| 20    | 0.43        | 0.38 | 0.09     | 0.05 |
| 21    | 0.46        | 0.39 | 0.09     | 0.05 |
| 22    | 0.48        | 0.40 | 0.10     | 0.05 |
| 23    | 0.50        | 0.41 | 0.10     | 0.05 |
| 24    | 0.53        | 0.42 | 0.11     | 0.05 |
| 25    | 0.55        | 0.43 | 0.11     | 0.05 |
| 26    | 0.58        | 0.44 | 0.11     | 0.05 |
| 27    | 0.60        | 0.45 | 0.12     | 0.05 |
| 28    | 0.63        | 0.46 | 0.12     | 0.05 |
| 29    | 0.66        | 0.47 | 0.12     | 0.06 |
| 30    | 0.68        | 0.48 | 0.13     | 0.06 |
| 31    | 0.71        | 0.48 | 0.13     | 0.06 |
| 32    | 0.74        | 0.49 | 0.13     | 0.06 |
| 33    | 0.77        | 0.50 | 0.14     | 0.06 |
| 34    | 0.80        | 0.51 | 0.14     | 0.06 |
| 35    | 0.83        | 0.52 | 0.14     | 0.06 |
| 36    | 0.85        | 0.52 | 0.15     | 0.06 |
| 37    | 0.88        | 0.53 | 0.15     | 0.06 |
| 38    | 0.91        | 0.54 | 0.15     | 0.06 |
| 39    | 0.94        | 0.54 | 0.15     | 0.06 |
| 40    | 0.98        | 0.55 | 0.16     | 0.06 |
| 41    | 1.00        | 0.56 | 0.16     | 0.06 |
| 42    | 1.03        | 0.56 | 0.16     | 0.06 |

### 3.3 CÁLCULO DE ELEMENTOS MECÁNICOS CON ECUACIONES GENERALES



Considerando el cálculo anterior de los periodos de la estructura en rotación y cabeceo, podemos calcular la fuerza cortante con:

$$V_n = \left[ \frac{1}{1 + \left(\frac{r}{d}\right)^2 \left[1 - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\Omega_n^2}\right]\right]^2} \right] m \left[ \frac{a_c(T_n)g}{F_c} \right] \quad \dots(24)$$

Donde  $F_c$  es el factor de corrección de aceleraciones espectrales,  $a_c(T_n)g$ , es la aceleración espectral en función del periodo de vibrar de la estructura

$$d = L(0.50 + r_1); r_1 = \frac{x_c}{L} \quad \dots(25)$$

$$(\Omega^2)_n = \frac{1}{2} \left[ F_1 \pm \sqrt{F_1^2 - F_2} \right] \quad \dots(26)$$

Para el momento debido a la rotación del tablero se obtiene mediante:

$$M_{bn} = V_n \left[ \frac{r^2}{d} \left[1 - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\Omega_n^2}\right]\right] + x_c \right] \quad \dots(27)$$

Para el cálculo de los desplazamientos laterales:

$$y_n = \frac{\left[ \frac{L}{2} + \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\Omega_n^2}\right] x_c \right]}{d} V_n \left[ \frac{\Omega_n^2}{k} \right] \quad \dots(28)$$

Y el giro:



$$\theta_n = \left[ \frac{1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{\Omega_n^2} \right]}{d} \right] V_n \left[ \frac{\Omega_n^2}{k} \right] \quad \dots(29)$$

Por lo tanto el momento en la base de la columna queda definido como:

$$Mbc = VL[1 + r_1] + Mb + ym \quad \dots(30)$$

### Ejemplo de aplicación 3

Con la información obtenida del ejemplo 2; se obtienen los elementos mecánicos de la estructura del ejemplo.

Considerando los periodos de vibrar y el espectro de diseño; se tiene:

$$a_c(0.53)g = 0.18; a_c(0.08)g = 0.18$$

$$a_c(1.40)g = 0.1177; a_c(0.34)g = 0.18$$

$$x_c = 3, r_1 = 0.1, d = 18m$$

$$m_1 = 2,646.34T$$

$$m_{2x} = 135,084.89T.m^2; m_{2y} = 886,814.02T.m^2$$

$$m_3 = 3,684.86T.m$$

$$F_{1x} = 1.309; F_{1y} = 2.256$$

$$F_{2x} = 0.164; F_{2y} = 1.111$$

$$(\Omega^2)_{1x} = \frac{1}{2} \left[ 1.3094 + \sqrt{1.3094^2 - 0.1637} \right] = 1.277$$

$$(\Omega^2)_{2x} = \frac{1}{2} \left[ 1.3094 - \sqrt{1.3094^2 - 0.1637} \right] = 0.032$$

$$(\Omega^2)_{1y} = \frac{1}{2} \left[ 2.2563 + \sqrt{2.2563^2 - 1.1106} \right] = 2.125$$

$$(\Omega^2)_{1y} = \frac{1}{2} \left[ 2.2563 - \sqrt{2.2563^2 - 1.1106} \right] = 0.131$$

La fuerza cortante :



$$V_{1x} = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{7.07}{18}\right)^2 \left(1 - 0.25 \left(\frac{1}{1.277}\right)\right)^2\right)} (2,058)(0.18)(9.81) = 3304.306KN$$

De forma similar se obtiene:

$$V_{2x} = 445.351KN ; V_{1y} = 1189.287KN ; V_{2y} = 1765.948KN$$
$$V_x = \sqrt{3304.306^2 + 445.351^2} = 3384.183KN ; V_y = 2,129.079KN$$

Momento debido a la rotación:

$$Mb_{x1} = 3,304.306 \left[ \frac{7.07^2}{18} \left[ 1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{1.277} \right] \right] + 3 \right] = 17,292.404KN.m$$

De forma similar:

$$Mb_{x2} = -7,089.046KN.m ; Mb_{y1} = 27,781.768KN.m ; Mb_{y2} = -31,718.15KN.m$$

$$Mb_x = \sqrt{17,292.404^2 + 7,089.046^2} = 18,689.08KN.m$$

$$Mb_y = \sqrt{27,781.768^2 + 31,718.15^2} = 42,164.77KN.m$$

Los desplazamientos:

$$y_{1x} = \frac{\left[ \frac{30}{2} + \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{1.277} \right] 3 \right]}{18} 3,304.306 * 1E3 * \left[ \frac{1.277}{483.60 * 1E6} \right] = .0075m$$

De forma similar:

$$y_{x2} = 6.29E - 5m \approx 0 ; y_{y1} = 0.019m ; y_{y2} = 0.0023m$$

$$y_x = \sqrt{0.0075^2 + 0^2} = 0.008m ; y_x = \sqrt{0.019^2 + 0.0023^2} = 0.019m$$

Po lo que el momento en la base de la columna  $Mbc$  :

$$Mbcx = 3,334.183 * 30 * [1 + 0.1] + 18,689.08 + 0.008 * 2058 * 9.81 = 128,878.63KN.m$$

$$Mbcx = 2,129.079 * 30 * [1 + 0.1] + 42,164.77 + 0.019 * 2058 * 9.81 = 112,807.97KN.m$$

La fuerza en la base de la columna es:

$$F_{ex} = 3,334.183 + \frac{18,689.08}{30 * (1 + 0.1)} = 3,900.52KN$$

$$F_{ey} = 2,129.079 + \frac{42,164.77}{30 * (1 + 0.1)} = 3,406.80KN$$

El momento en la cimentación es :

$$M_{cx} = 3,900.52 * 30 * [1 + 0.1] = 128,717.16KN.m$$

$$M_{cy} = 3,406.80 * 30 * [1 + 0.1] = 112,424.4KN.m$$

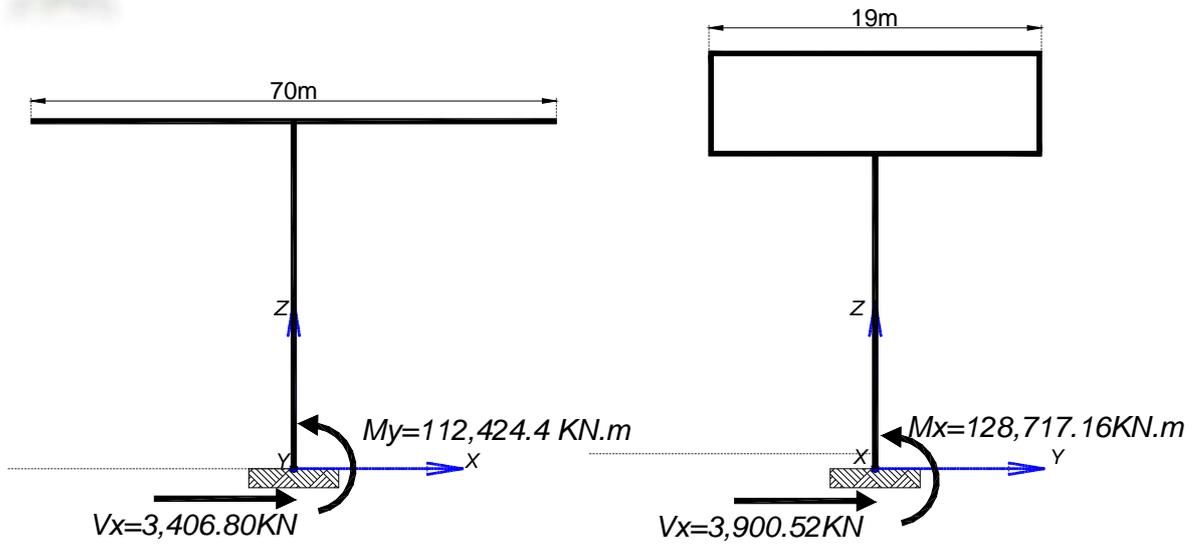


Figura 3.4- Resultados de método general,  $x_c \neq 0$

Considerando La información que se tiene de las 42 etapas de construcción del puente “Barranca del Diablo” y las ecuaciones anteriores, se obtienen los valores de elementos mecánicos para cada una de las etapas, mediante una hoja de cálculo en Excel, obteniendo como resultados la tabla 3.2.



Tabla 3.2- Elementos mecánicos por etapas, método simplificado (KN,m)

| METODO SIMPLIFICADO |          |          |           |           |
|---------------------|----------|----------|-----------|-----------|
| ETAPA               | CORTANTE |          | MOMENTO   |           |
|                     | y        | x        | y         | x         |
| 8                   | 1009.27  | 1010.72  | 20185.38  | 20214.31  |
| 9                   | 1254.43  | 1249.56  | 25088.57  | 24991.25  |
| 10                  | 1499.81  | 1499.47  | 29996.17  | 29989.42  |
| 11                  | 1737.86  | 1731.64  | 34757.16  | 34632.79  |
| 12                  | 1975.24  | 1990.98  | 39504.88  | 39819.62  |
| 13                  | 2210.64  | 2240.89  | 44212.87  | 44817.70  |
| 14                  | 2442.07  | 2517.34  | 48841.37  | 50346.71  |
| 15                  | 2667.70  | 2805.62  | 53353.99  | 56112.41  |
| 16                  | 2892.44  | 3117.20  | 57848.76  | 62344.07  |
| 17                  | 3111.45  | 3457.23  | 62228.91  | 69144.59  |
| 18                  | 3329.49  | 3814.07  | 66589.83  | 76281.33  |
| 19                  | 3541.66  | 4188.32  | 70833.26  | 83766.48  |
| 20                  | 3752.49  | 4584.66  | 75049.90  | 91693.18  |
| 21                  | 3957.87  | 4972.30  | 79157.32  | 99445.94  |
| 22                  | 4161.80  | 5392.29  | 83235.95  | 107845.87 |
| 23                  | 4360.53  | 5799.11  | 87210.52  | 115982.19 |
| 24                  | 4557.73  | 6196.31  | 91154.64  | 123926.15 |
| 25                  | 4749.32  | 6605.45  | 94986.34  | 132108.91 |
| 26                  | 4939.66  | 7023.20  | 98793.25  | 140463.96 |
| 27                  | 5125.49  | 7414.66  | 102509.81 | 148293.11 |
| 28                  | 5309.30  | 7772.98  | 106186.01 | 155459.68 |
| 29                  | 5488.59  | 8114.31  | 109771.88 | 162286.25 |
| 30                  | 5666.72  | 8451.60  | 113334.35 | 169031.98 |
| 31                  | 5840.34  | 8795.88  | 116806.71 | 175917.55 |
| 32                  | 6013.23  | 9128.72  | 120264.61 | 182574.47 |
| 33                  | 6192.20  | 9452.74  | 123843.92 | 189054.78 |
| 34                  | 6359.74  | 9764.63  | 127194.78 | 195292.55 |
| 35                  | 6524.10  | 10084.70 | 130482.05 | 201693.96 |
| 36                  | 6687.81  | 10388.49 | 133756.17 | 207769.74 |
| 37                  | 6849.09  | 10697.07 | 136981.73 | 213941.46 |
| 38                  | 7009.49  | 10984.16 | 140189.74 | 219683.24 |
| 39                  | 7168.09  | 11293.46 | 143361.70 | 225869.16 |
| 40                  | 7326.09  | 11589.76 | 146521.74 | 231795.29 |
| 41                  | 7456.80  | 11809.06 | 149135.93 | 236181.17 |
| 42                  | 7588.14  | 12042.63 | 151762.81 | 240852.68 |



### 3.4 CÁLCULO DE ELEMENTOS MECÁNICOS CON ECUACIONES SIMPLIFICADAS

Considerando que la posición más desfavorable del centro de masas es cuando  $x_c = 0$ , para el cálculo del periodo de la estructura (Hernández et al., 2011).

Se calculan las siguientes constantes:

$$(\aleph)_n = 1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{(\Omega^2)_n} \right] \quad \dots(31)$$

Donde  $(\Omega^2)_n$  quedo definida por la ecuación (26)

$$(\beta)_n = \frac{1}{1 + \left[ (\aleph)_n \left( \frac{r}{d} \right) \right]^2} \quad \dots(32)$$

Donde  $d$  quedó definida por la ecuación (25)

$$(\beta^*)_n = (\aleph)_n \left( \frac{r^2}{d} \right) + r_1 L \quad \dots(33)$$

La fuerza cortante modal queda como:

$$(V)_n = (\beta)_n m \left[ \frac{a(T_n)g}{F_c} \right] \quad \dots(34)$$

Donde,  $a(T_n)g$  es la aceleración espectral en función de la gravedad y dependiendo del periodo de cada modo de vibrar y  $F_c$ , es el factor de corrección modal, si es que existe. Realizando la combinación modal, mediante la regla de raíz cuadrada de la suma de los cuadrados, se tiene para la fuerza cortante:

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} \quad \dots(35)$$



El momento debido al cabeceo de la masa,

$$M_b = V_1 \beta_1 * \sqrt{1 + \left[ \frac{V_2 \beta_2^*}{V_1 \beta_1^*} \right]^2} \quad \dots(36)$$

El desplazamiento lateral:

$$y_T = \frac{1}{k} \sqrt{[V_1 \Omega_1^2]^2 + [V_2 \Omega_2^2]^2} \quad \dots(37)$$

Con las ecuaciones (30), (31) y (32) se obtiene el momento en la base de la columna, la fuerza lateral que lo produce en la base de la columna y el momento en la cimentación, respectivamente.

Ejemplo de aplicación 4

Considerando los periodos obtenidos en el ejemplo 2 y  $x_c = 0$ .

$$a_c(0.53)g = 0.18; a_c(0.08)g = 0.18$$

$$a_c(1.40)g = 0.1177; a_c(0.34)g = 0.18$$

$$x_c = 0, r_1 = 0, d = 15m$$

$$m_1 = 2,646.34T$$

$$m_{2x} = 116,562.893T.m^2; m_{2y} = 643,839.643T.m^2$$

$$m_3 = -2,489.1429T.m$$

$$F_{1x} = 1.0528; F_{1y} = 1.7169$$

$$F_{2x} = 0.1439; F_{2y} = 0.8080$$

$$(\Omega^2)_{1x} = \frac{1}{2} \left[ 1.0527 + \sqrt{1.0527^2 - 0.1439} \right] = 1.017$$

$$(\Omega^2)_{2x} = \frac{1}{2} \left[ 1.0527 - \sqrt{1.0527^2 - 0.1439} \right] = 0.035$$

$$(\Omega^2)_{1y} = \frac{1}{2} \left[ 1.9996 + \sqrt{1.9996^2 - 0.8080} \right] = 1.852$$



$$(\Omega^2)_{1y} = \frac{1}{2} \left[ 1.9996 - \sqrt{1.9996^2 - 0.8080} \right] = 0.147$$

$$(\aleph)_{1x} = 1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{1.017} \right] = 0.754$$

$$(\aleph)_{2x} = 1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{0.035} \right] = -6.143$$

$$(\aleph)_{1y} = 1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{1.852} \right] = 0.865$$

$$(\aleph)_{2y} = 1 - \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{0.147} \right] = -0.701$$

$$(\beta)_{1x} = \frac{1}{1 + \left[ 0.754 \left( \frac{7.07}{15} \right) \right]^2} = 0.888 \quad ;$$

$$(\beta)_{2x} = \frac{1}{1 + \left[ -6.143 \left( \frac{7.07}{15} \right) \right]^2} = 0.107$$

$$(\beta)_{1y} = \frac{1}{1 + \left[ 0.865 \left( \frac{20.38}{15} \right) \right]^2} = 0.42 \quad ;$$

$$(\beta)_{2y} = \frac{1}{1 + \left[ -0.701 \left( \frac{20.38}{15} \right) \right]^2} = 0.524$$

$$(\beta^*)_{1x} = 0.754 \left( \frac{7.07^2}{15} \right) + 0 = 2.513m \quad ;$$

$$(\beta^*)_{2x} = -6.143 \left( \frac{7.07^2}{15} \right) + 0 = -20.47m$$

$$(\beta^*)_{1y} = 0.865 \left( \frac{20.38^2}{15} \right) + 0 = 23.952m \quad ;$$

$$(\beta^*)_{2y} = -0.701 \left( \frac{20.38^2}{15} \right) + 0 = -19.41m$$

$$(V)_{1x} = 0.888 * 2058 [0.18] * 9.81 = 3227.006 KN$$

$$(V)_{2x} = 0.107 * 2058 [0.18] * 9.81 = 388.839 KN$$

$$(V)_{1y} = 0.42 * 2058 [0.1175] * 9.81 = 998.022 KN$$

$$(V)_{2y} = 0.524 * 2058 [0.18] * 9.81 = 1904.227 KN$$

$$(V)_x = \sqrt{3,227.006^2 + 388.839^2} = 3250.348 KN ;$$

$$(V)_y = \sqrt{998.002^2 + 190.22^2} = 2,149.907 KN$$

$$M_{bx} = 3,227.006 * 2.513 \sqrt{1 + \left[ \left( \frac{388.839}{3,227.006} \right) \left( \frac{-20.47}{2.513} \right) \right]^2} = 11,362.994 KN.m$$



$$M_{by} = 998.022 * 23.95 \sqrt{1 + \left[ \left( \frac{1,904.022}{998.022} \right) \left( \frac{19.41}{23.95} \right) \right]^2} = 44,016.411 \text{KN.m}$$

$$y_{Tx} = \frac{1}{483.60 * 1E6} \sqrt{[3,227.006 * 1E3 * 1.017]^2 + [388.839 * 1E3 * 0.035]^2} = 0.007 \text{m}$$

$$y_{Ty} = \frac{1}{112.76 * 1E6} \sqrt{[998.022 * 1E3 * 1.852]^2 + [1,904.22 * 1E3 * 0.147]^2} = 0.017 \text{m}$$

$$M_{cx} = 3,250.348 * 30[1+0] + 11,362.994 + 0.007 * 2,058 * 9.81 = 109,014.757 \text{KN.m}$$

$$M_{cy} = 2,154.645 * 30[1+0] + 44,014.744 + 0.017 * 2,058 * 9.81 = 108,997.306 \text{KN.m}$$

$$F_{ex} = 3,250.348 + \frac{11,362.994}{30[1+0]} = 3,629.114 \text{KN}$$

$$F_{ey} = 2,154.645 + \frac{44,014.744}{30[1+0]} = 3,621.803 \text{KN}$$

$$M_{cx} = 3,629.11 * 30[1+0] = 108,873.3 \text{KN.m}$$

$$M_{cy} = 3,621.803 * 30[1+0] = 108,645.09 \text{KN.m}$$

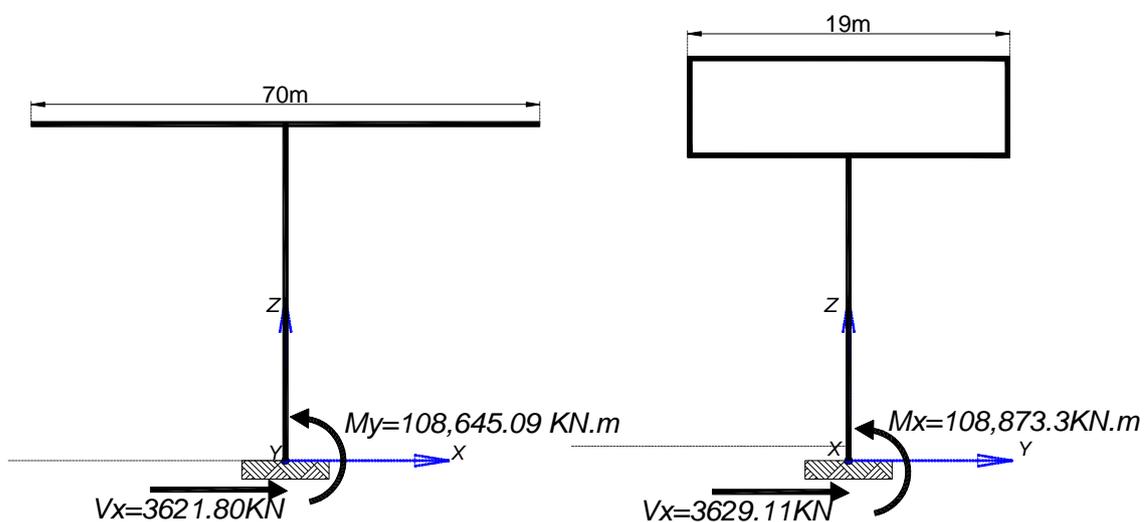


Figura 3.5- Resultados de método simplificado;  $x_c = 0$



---

---

Considerando la información geométrica que se tiene de las 42 etapas de construcción del puente “Barranca del Diablo” y las ecuaciones anteriores se obtienen los valores de elementos mecánicos para cada una de las etapas mediante una hoja de cálculo en excel, obteniendo como resultados:

Tabla 3.3 Elementos mecánicos por etapas, método general (KN,m)



Tabla 3.3- Elementos mecánicos por etapas, método general (KN,m)

| MÉTODO GENERAL |          |          |           |           |
|----------------|----------|----------|-----------|-----------|
| ETAPA          | CORTANTE |          | MOMENTO   |           |
|                | y        | x        | y         | x         |
| 8              | 1180.11  | 1184.72  | 28409.33  | 28520.27  |
| 9              | 1465.82  | 1460.13  | 35344.31  | 35207.14  |
| 10             | 1750.24  | 1740.89  | 42238.88  | 42013.26  |
| 11             | 2029.89  | 2003.93  | 49073.90  | 48446.49  |
| 12             | 2307.91  | 2276.89  | 55853.20  | 55102.65  |
| 13             | 2583.51  | 2535.22  | 62638.04  | 61467.09  |
| 14             | 2854.96  | 2801.87  | 69297.66  | 68009.06  |
| 15             | 3122.09  | 3058.39  | 75924.82  | 74375.81  |
| 16             | 3389.25  | 3334.74  | 82519.15  | 81191.94  |
| 17             | 3649.86  | 3601.98  | 89034.62  | 87866.79  |
| 18             | 3910.12  | 3895.35  | 95498.80  | 95138.15  |
| 19             | 4167.01  | 4171.61  | 101969.28 | 102081.84 |
| 20             | 4417.34  | 4474.09  | 108226.56 | 109616.93 |
| 21             | 4667.53  | 4778.22  | 114576.21 | 117293.27 |
| 22             | 4913.86  | 5089.12  | 120770.01 | 125077.28 |
| 23             | 5154.14  | 5403.16  | 126915.48 | 133047.41 |
| 24             | 5393.31  | 5741.45  | 132965.02 | 141548.09 |
| 25             | 5630.28  | 6060.21  | 139065.02 | 149684.08 |
| 26             | 5862.47  | 6425.66  | 144971.73 | 158898.97 |
| 27             | 6093.02  | 6729.26  | 150945.46 | 166707.27 |
| 28             | 6314.79  | 7020.37  | 156619.97 | 174119.93 |
| 29             | 6539.07  | 7289.68  | 162465.93 | 181115.02 |
| 30             | 6758.17  | 7571.48  | 168097.23 | 188327.01 |
| 31             | 6976.67  | 7829.14  | 173822.46 | 195061.52 |
| 32             | 7190.32  | 8126.68  | 179339.49 | 202693.91 |
| 33             | 7403.56  | 8399.18  | 184952.11 | 209824.18 |
| 34             | 7607.01  | 8675.22  | 190232.42 | 216945.55 |
| 35             | 7815.40  | 8958.21  | 195736.77 | 224358.39 |
| 36             | 8019.12  | 9241.70  | 201039.36 | 231689.34 |
| 37             | 8223.68  | 9502.65  | 206457.96 | 238567.00 |
| 38             | 8423.93  | 9790.18  | 211686.54 | 246019.28 |
| 39             | 8625.43  | 10057.02 | 217034.04 | 253055.76 |
| 40             | 8823.30  | 10321.62 | 222213.08 | 259947.86 |
| 41             | 8989.64  | 10555.08 | 226629.72 | 266094.69 |
| 42             | 9153.91  | 10784.02 | 230937.60 | 272062.39 |



## USO DE SOFTWARE

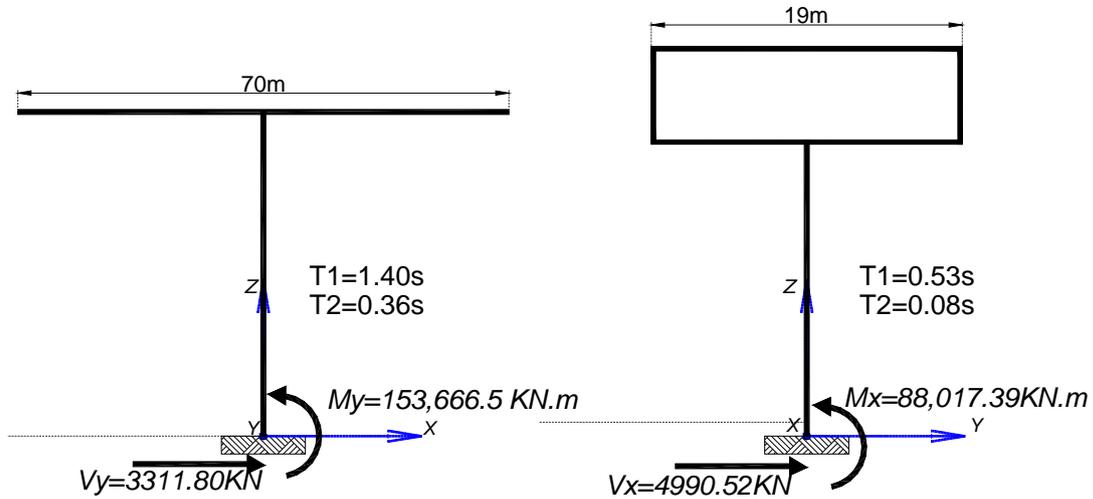
Con el fin de hacer una comparación sobre los resultados que arrojan algunos software comunes se realiza el modelado del puente "Barranca del Diablo" en los siguientes programas:

Análisis mediante el uso de Software LARSA 4D y SAP V.14

Resultados de análisis



## LARSA



## SAP

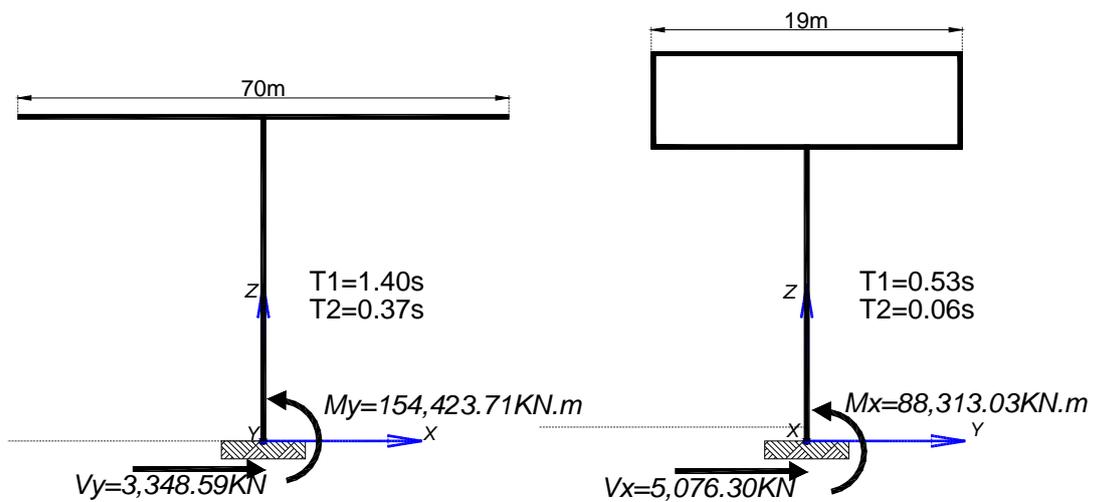


Figura 3.6- Resultados para ejemplo en LARSA Y SAP V8

Para las etapas de construcción del puente "Barranca del Diablo" se realizó el análisis mediante el programa LARSA 4D y se obtuvo los resultados de la tabla 4.1

Considerando como sistema de referencia la figura 4.2.

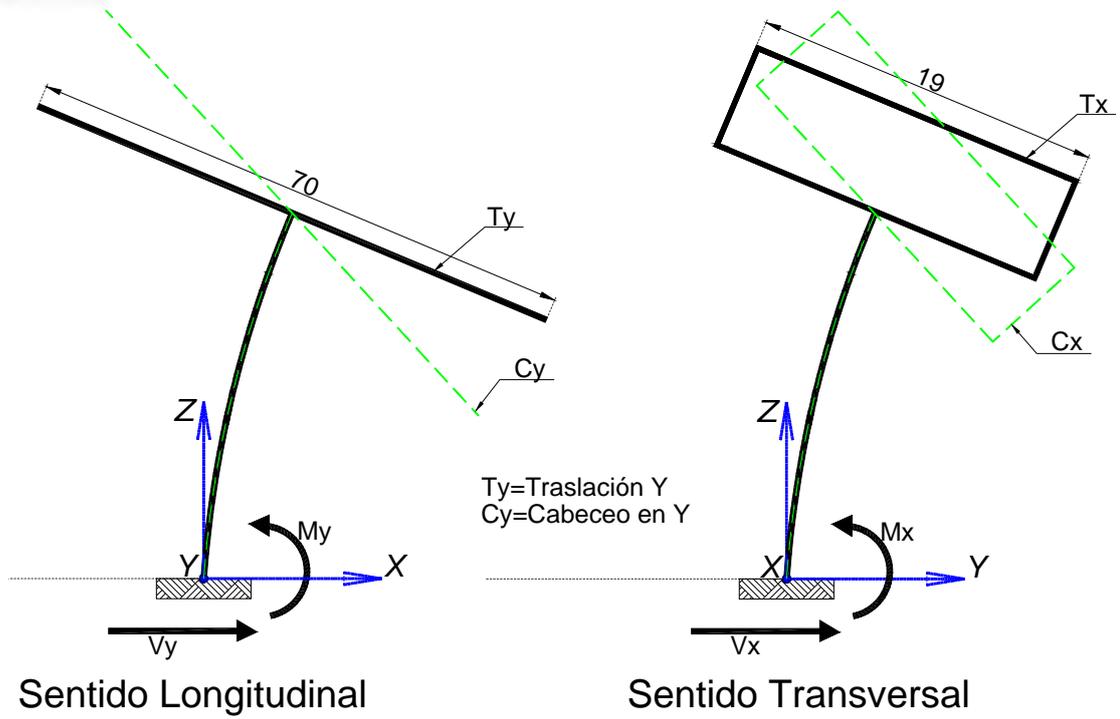


Figura 3.7- Sistema de referencia



Tabla 3.4- Periodos de la estructura obtenidos con LARSA 4D

| LARSA 4D   |      |         |      |         |
|------------|------|---------|------|---------|
| Y          | X    | Y       | X    | Z       |
| TRASLACIÓN |      | CABECEO |      | TORSION |
| 0.18       | 0.19 | 0.03    | 0.03 | 0.31    |
| 0.18       | 0.18 | 0.03    | 0.03 | 0.46    |
| 0.19       | 0.20 | 0.04    | 0.03 | 0.55    |
| 0.21       | 0.21 | 0.04    | 0.03 | 0.71    |
| 0.22       | 0.22 | 0.05    | 0.03 | 0.83    |
| 0.24       | 0.23 | 0.05    | 0.03 | 0.98    |
| 0.25       | 0.24 | 0.06    | 0.03 | 1.14    |
| 0.27       | 0.25 | 0.06    | 0.03 | 1.32    |
| 0.28       | 0.26 | 0.08    | 0.04 | 1.56    |
| 0.30       | 0.27 | 0.08    | 0.04 | 1.65    |
| 0.32       | 0.28 | 0.09    | 0.05 | 1.82    |
| 0.34       | 0.29 | 0.10    | 0.05 | 2.1     |
| 0.36       | 0.30 | 0.11    | 0.06 | 2.18    |
| 0.38       | 0.30 | 0.11    | 0.06 | 2.56    |
| 0.40       | 0.31 | 0.12    | 0.07 | 2.56    |
| 0.42       | 0.32 | 0.13    | 0.07 | 2.77    |
| 0.44       | 0.33 | 0.13    | 0.08 | 2.96    |
| 0.47       | 0.34 | 0.14    | 0.08 | 3.17    |
| 0.49       | 0.35 | 0.15    | 0.09 | 3.37    |
| 0.52       | 0.35 | 0.15    | 0.10 | 3.59    |
| 0.55       | 0.37 | 0.16    | 0.10 | 3.8     |
| 0.58       | 0.37 | 0.17    | 0.11 | 4.03    |
| 0.61       | 0.38 | 0.18    | 0.12 | 4.25    |
| 0.64       | 0.39 | 0.18    | 0.12 | 4.49    |
| 0.67       | 0.40 | 0.19    | 0.13 | 4.72    |
| 0.71       | 0.41 | 0.20    | 0.14 | 4.96    |
| 0.74       | 0.42 | 0.21    | 0.15 | 5.18    |
| 0.78       | 0.43 | 0.21    | 0.15 | 5.44    |
| 0.81       | 0.44 | 0.22    | 0.16 | 5.68    |
| 0.85       | 0.45 | 0.23    | 0.17 | 5.94    |
| 0.88       | 0.46 | 0.24    | 0.18 | 6.18    |
| 0.93       | 0.47 | 0.24    | 0.18 | 6.46    |
| 0.96       | 0.49 | 0.25    | 0.19 | 6.73    |
| 1.00       | 0.50 | 0.26    | 0.20 | 7.976   |
| 1.04       | 0.51 | 0.27    | 0.20 | 7.27    |



Tabla 3.5- Elementos mecánicos obtenidos con LARSA 4D.

| ESTAPA | ELEMENOS MECANICOS |           |           |           |
|--------|--------------------|-----------|-----------|-----------|
|        | CORTANTE           |           | MOMENTO   |           |
|        | Y                  | X         | Y         | X         |
| 8      | 1639.8095          | 1669.5413 | 37142.546 | 37440.138 |
| 9      | 1788.6218          | 1690.4308 | 33339.814 | 37865.474 |
| 10     | 2002.8167          | 2099.3847 | 48939.321 | 49264.697 |
| 11     | 2119.2924          | 2198.1887 | 41331.681 | 52467.113 |
| 12     | 2315.7807          | 2519.1392 | 59819.541 | 60920.524 |
| 13     | 2386.4467          | 2607.9657 | 47966.49  | 63624.213 |
| 14     | 2594.9468          | 2938.5084 | 70142.191 | 72467.968 |
| 15     | 2684.5805          | 3074.9361 | 56194.427 | 76209.487 |
| 16     | 2816.298           | 3322.6538 | 79005.299 | 82964.198 |
| 17     | 2903.3567          | 3469.9036 | 62004.634 | 87016.928 |
| 18     | 3041.7726          | 3730.8338 | 89166.853 | 93638.818 |
| 19     | 3122.8338          | 3878.8894 | 69778.836 | 97556.494 |
| 20     | 3208.7873          | 4065.5263 | 94675.784 | 103054.38 |
| 21     | 3354.1744          | 4127.3643 | 74574.088 | 105504.04 |
| 22     | 3406.6938          | 4420.4607 | 101592.72 | 112616.44 |
| 23     | 3508.4118          | 4571.5713 | 77050.748 | 116676.43 |
| 24     | 3627.4688          | 4775.2512 | 108296.59 | 122167.16 |
| 25     | 3743.8863          | 4928.7544 | 81142.443 | 126291.14 |
| 26     | 3874.1542          | 5128.8196 | 114814.04 | 131684.49 |
| 27     | 3996.23            | 5291.3301 | 84997.461 | 132999.08 |
| 28     | 4120.4275          | 5477.7433 | 119349.69 | 141081.41 |
| 29     | 4236.8863          | 5631.2156 | 85268.012 | 145210.95 |
| 30     | 4367.1654          | 5822.8731 | 121113.69 | 150375.94 |
| 31     | 4516.8669          | 5995.8845 | 83872.73  | 155025.11 |
| 32     | 4666.9181          | 6190.7581 | 122820.57 | 160253.98 |
| 33     | 4810.8549          | 6330.1202 | 84471.954 | 163961.8  |
| 34     | 4965.0716          | 6514.3304 | 124498.28 | 168951.35 |
| 35     | 5136.4384          | 6671.7987 | 82985.223 | 173053.32 |
| 36     | 5306.6806          | 6857.0808 | 126199.74 | 177982.52 |
| 37     | 5491.2905          | 7025.6891 | 81372.552 | 182368.26 |
| 38     | 5662.2462          | 7202.6775 | 125130.3  | 186562.43 |
| 39     | 5856.7962          | 7371.0469 | 77007.3   | 190885.61 |
| 40     | 6063.0108          | 7586.8286 | 130471.13 | 196918.53 |
| 41     | 6242.9351          | 7746.9597 | 85436.489 | 201434.92 |
| 42     | 6434.2662          | 7925.5027 | 132957.95 | 230043.85 |



## CAPÍTULO 4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

### 5.1 PERIODOS DEL PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO “

#### Cabeceo Y

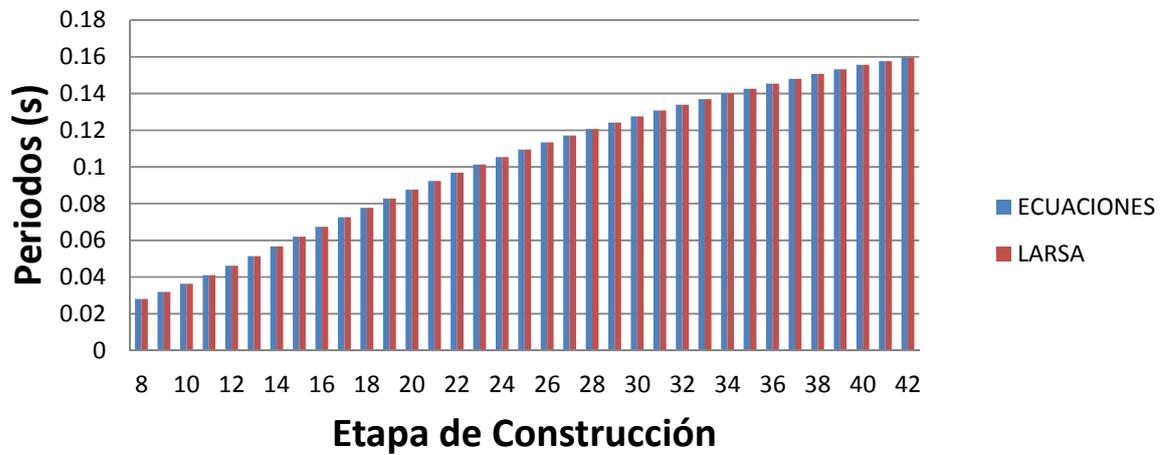


Figura 4.1- Periodos, cabeceo Y

#### Cabeceo X

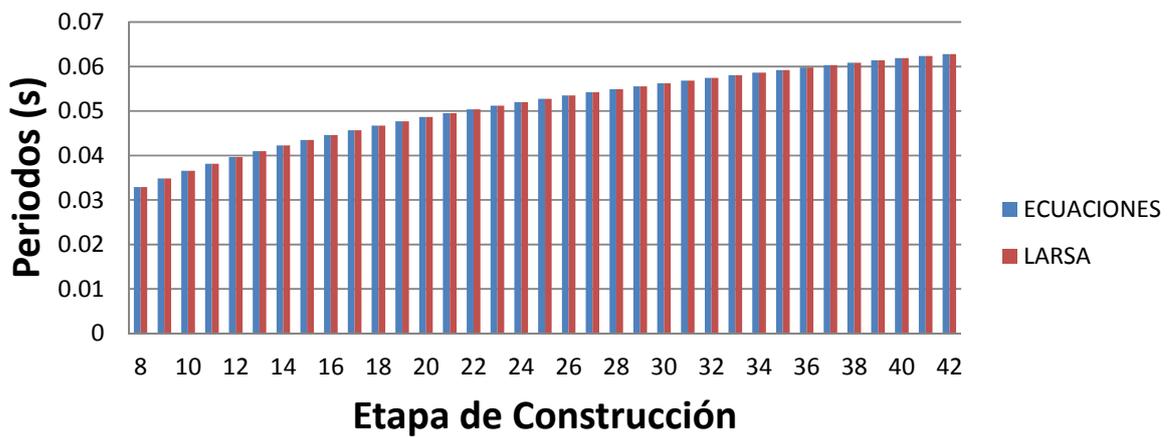


Figura 4.2- Periodos, cabeceo X



## Traslación Y

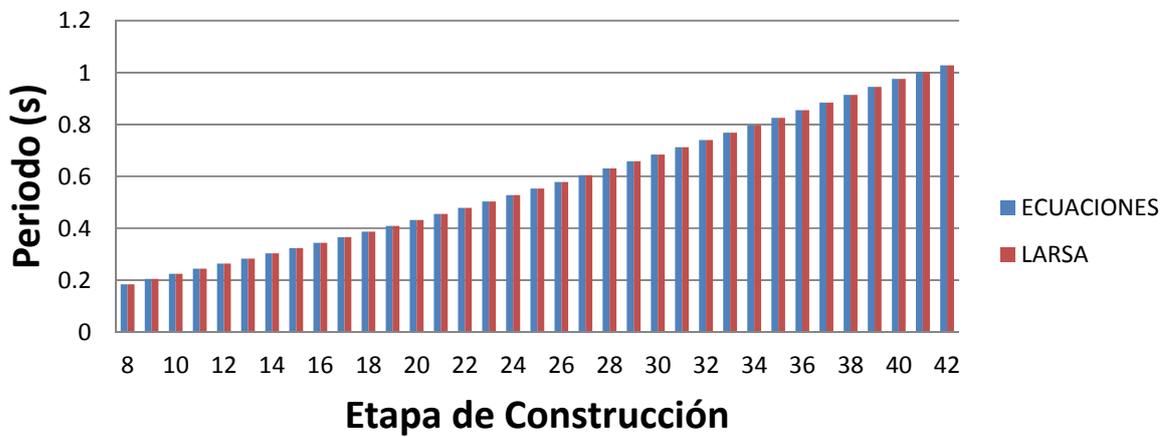


Figura 4.3- Periodos, traslación Y

## Traslación X

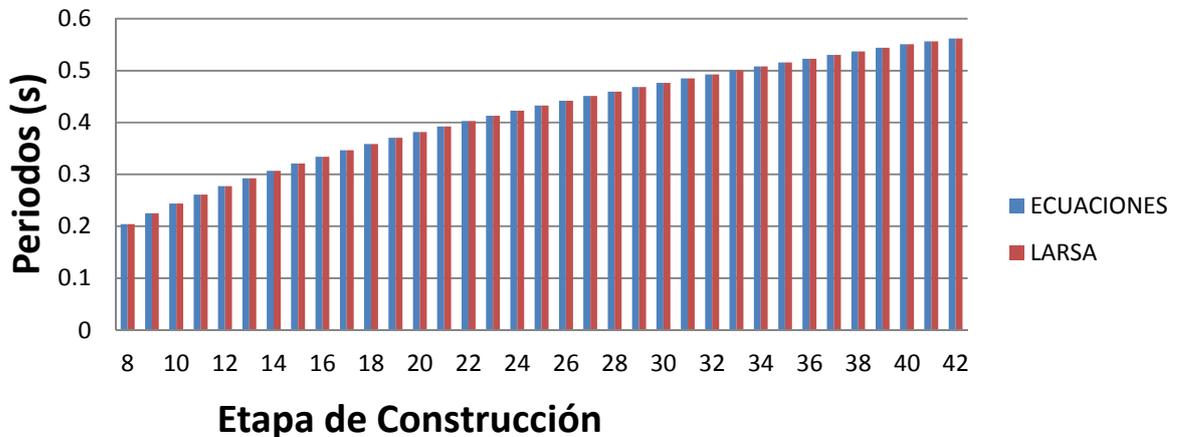


Figura 4.4- Periodos, traslación X

En estas gráficas se observa la similitud de resultados en ambos caso: Ecuaciones propuestas y programa Larsa 4D. Por lo que se puede recomendar este software para el análisis sísmico, en cuestión a la consideración a los momentos de inercia.



## 5.2 ELEMENTOS MECÁNICOS DE PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO”

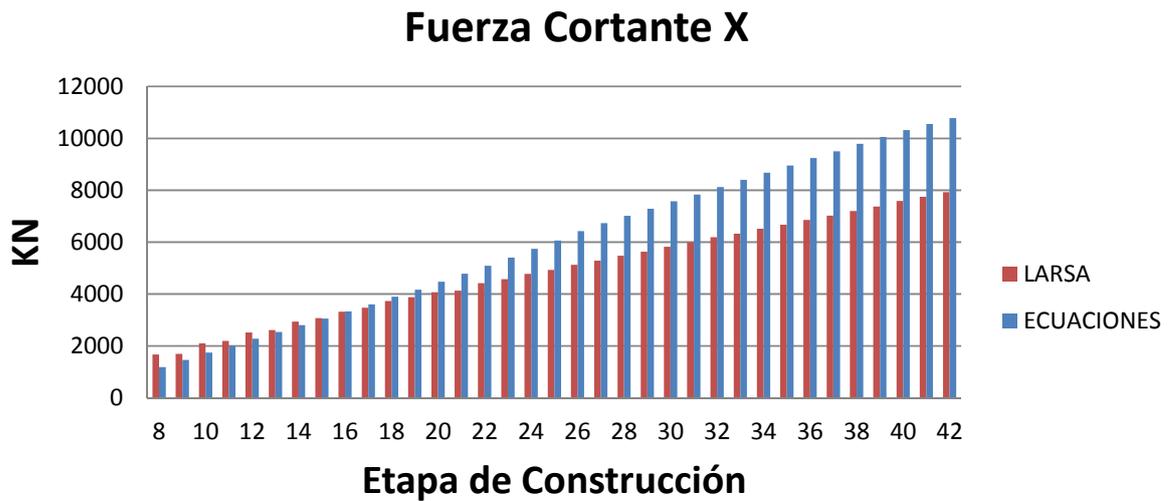


Figura 4.5- Fuerza Cortante, en sentido transversal del puente.

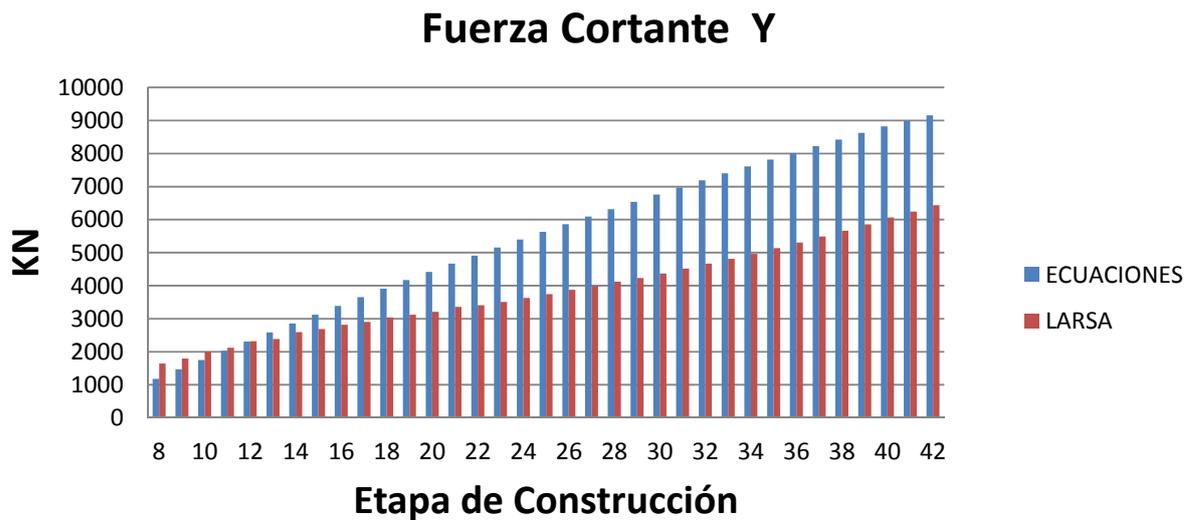


Figura 4.6- Fuerza Cortante, en sentido longitudinal del puente



### Momento X

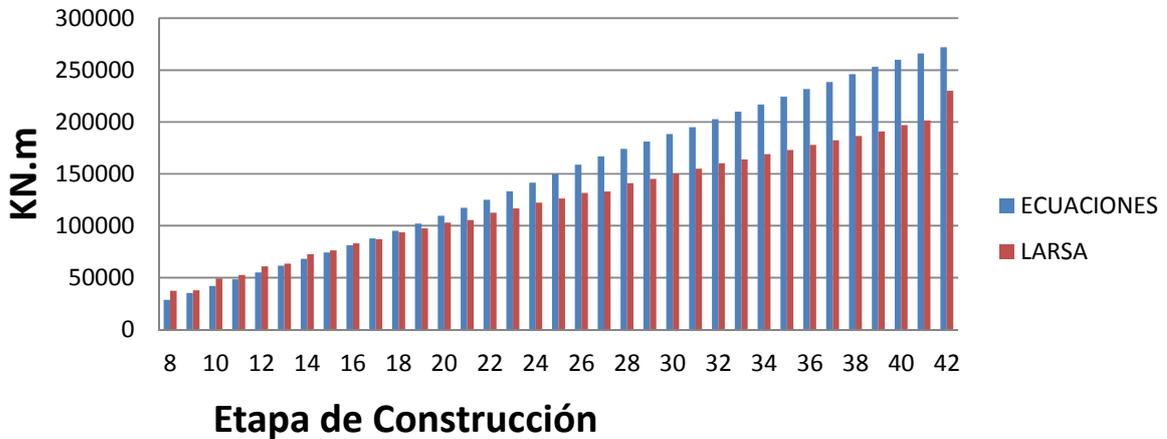


Figura 4.7- Momento flexionante, alrededor del eje longitudinal del puente

### Momento Y

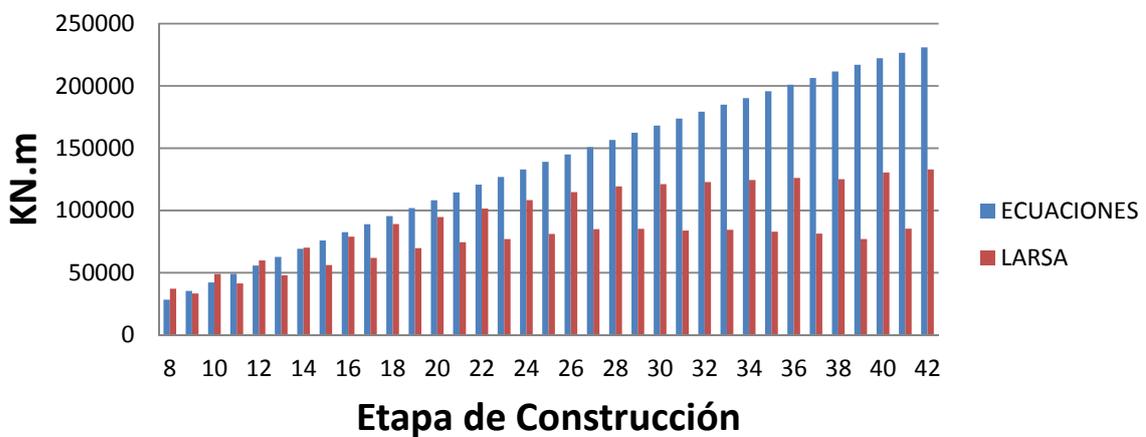


Figura 4.8- Momento flexionante, alrededor del eje transversal del puente

A diferencia de los periodos, los elementos mecánicos obtenidos con las ecuaciones propuestas para el análisis sísmico, presentan variación con respecto a los valores que arroja el programa Larsa 4D; esta diferencia es a consecuencia de las consideraciones iniciales al plantear las ecuaciones simplificadas. Para las ecuaciones simplificadas propuestas, se considera que el total de la masa participa en ambos grados de libertad, mientras en el programa Larsa 4D considera solo un porcentaje de participación modal.



## CAPÍTULO 5 ANÁLISIS EÓLICO

### 6.1 GENERALIDADES EN Puentes CON DOVELA

Para el análisis eólico de estructuras de puentes construidos en volados sucesivos, las cargas eólicas sobre los tableros en proceso de construcción provocan periodos de vibrar grandes alrededor de la pila en torsión.

Durante cada etapa del proceso constructivo, la longitud del tablero y sección transversal del mismo varía provocando un cambio en el periodo de vibrar en torsión, aumento de cargas eólicas y mayor riesgo a la falla.

Los efectos eólicos sobre el tablero fueron reconocidos por el comité norteamericano de ingenieros (ASCE) como un tema que requiere mucha investigación. El Eurocódigo 1(EN 1991-1-4,2005) contempla cargas medias del viento sobre tableros de puentes con menos de 40 m de claro principal, pero no para este tipo de estructuras. Las normas AASTHO( 1996 ) recomiendan una carga convencional aplicada en la condición desbalanceada y que produzca el momento en flexión más crítico. Dyrbye y Hansen presenta una metodología simple para calcularlos efectos de la pila de este tipo de estructuras, de ahí las bases de las actuales normas de Dinamarca (DS 410E,2004)

En el diseño de esta tipo de estructuras debe calcularse la fuerza que produce la velocidad del viento en la dirección paralela al ancho del tablero (x), en la dirección paralela a la longitud del tablero (y) y en la dirección perpendicular al tablero (z).

Figura 6.1.

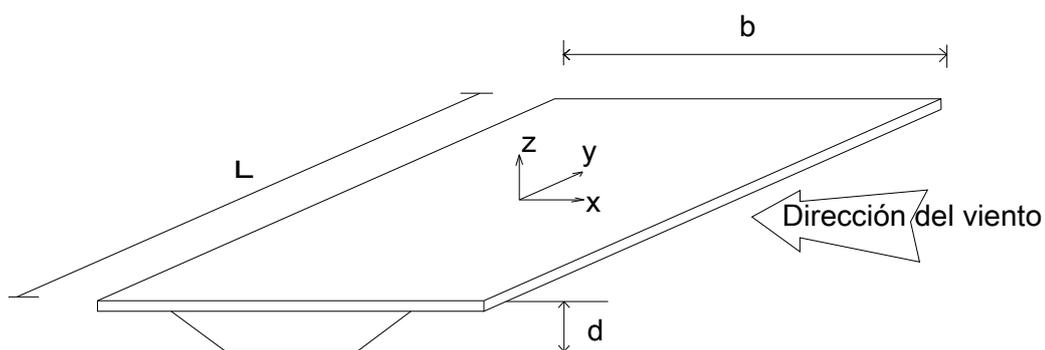


Figura 5.1- Ejes en el análisis de viento sobre el tablero.



## 6.2 DATOS BÁSICOS DEL ANÁLISIS EÓLICO

Siguiendo las consideraciones del Eurocódigo 1(EN 1991-1-4,2005), se recomienda una velocidad básica de diseño de  $V_b=23\text{m/s}$ .

El coeficiente de arrastre en etapas de construcción queda determinado por:

$$c_{fx} = \min\left(2.4; \max\left(2.5 - 0.3 \frac{d}{d_{total}} \zeta; 1.3\right)\right) \quad \dots(38)$$

Donde el término  $b$  representa el ancho total del puente y  $d_{total}$ , es la altura total del tablero del puente.

Cuando la superficie de la sección del tablero en barlovento está inclinada en el plano vertical un ángulo  $\alpha_1$  (figura 6.2), el coeficiente de arrastre  $c_{f,x0}$  puede disminuirse un factor  $\eta_1$ .

$$\eta_1 = \text{máx}(1 - 0.005\alpha_1; 0.70) \quad \dots(39)$$

Lo que representa un 0.5% de reducción en el coeficiente de arrastre por cada grado de inclinación vertical, limitándose a un máximo de 30%.

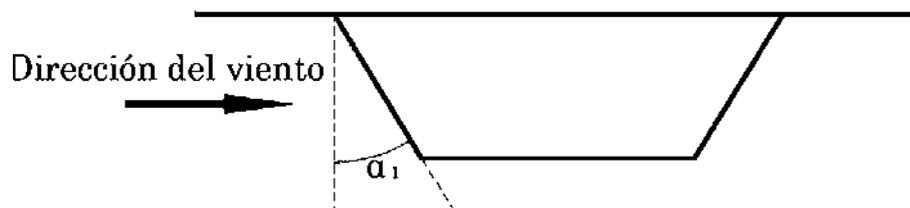


Figura 5.2- Tablero con cara de barlovento inclinada un ángulo  $\alpha_1$ .



El área de referencia  $A_{ref,x}$  en ausencia de tráfico queda definida considerando lo siguiente:

- 1) En caso de vigas planas ( con alma) la altura total,  $d$  , es la proyección del plano vertical de todas las vigas principales, incluyendo la parte de la cornisa, banqueta o zona de camellón, ubicadas en la parte superior de la viga principal, más la suma de la altura  $d_1$  , correspondiente a los parapetos, barreras contra ruidos, deflectores eólicos o barreras de seguridad instaladas sobre el puente.
- 2) En el caso de las vigas de armaduras, la altura total  $d$  de la proyección en el plano vertical de todas las armaduras, incluyendo la parte de la cornisa, banqueta o zona de camellón, ubicadas en la parte superior de la viga principal, o de la proyección del contorno de la sección sólida de cualquier elemento sobre el puente mas la distancia  $d_1$ , correspondiente a los parapetos, barreras contra ruidos, deflectores eólicos o barreras de seguridad instaladas sobre el puente.

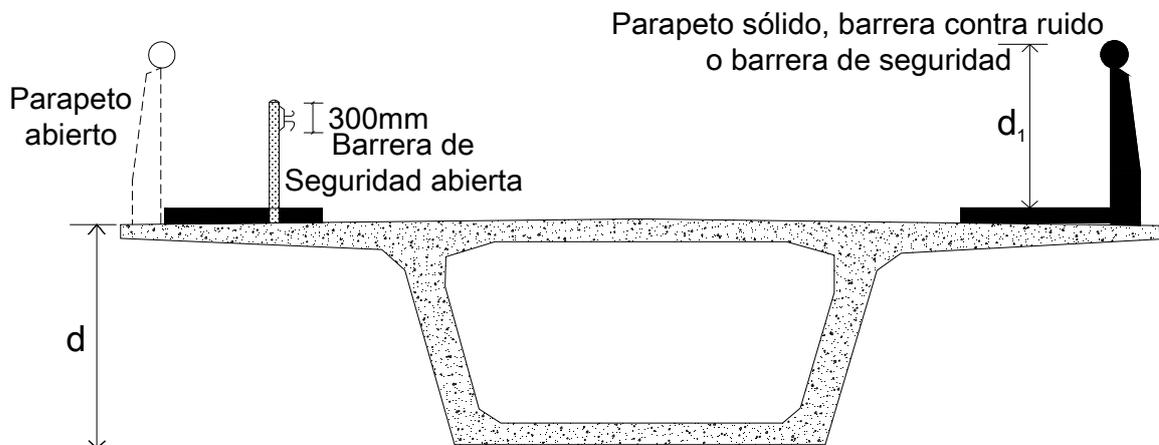


Figura 5.3- Altura de referencia para cálculo de área de referencia.

Tabla 5.1- Altura a considerar para el cálculo de área efectiva.

| Sistemas de seguridad y escudos                 | En un solo lado     | En ambos lados      |
|---|---------------------|---------------------|
| Parapeto abierto o barrera de seguridad abierta | $d+ 0.30 \text{ m}$ | $d+ 0.60 \text{ m}$ |
| Parapeto sólido o barrera de seguridad sólida   | $d+ d_1$            | $d+ 2d_1$           |
| Parapeto abierto y barrera de seguridad abierta | $d+ 0.60 \text{ m}$ | $d+ 1.2 \text{ m}$  |



En presencia de tráfico, el área de referencia,  $A_{ref,x}$ , debe ser la más desfavorable entre el área evaluada en ausencia de tráfico y considerando tráfico, de acuerdo con el área lateral expuesta al viento por los vehículos.

Se considera las siguientes dimensiones para el cálculo del área en presencia del tráfico:

- 1) En puentes carreteros, un área rectangular de 2m de altura, colocada sobre la superficie de rodamiento en la posición más desfavorable, independientemente de la localización de cargas verticales.
- 2) En puentes de ferrocarriles, un área con 4m de altura, colocada arriba del riel a lo largo de todo el puente.

La altura de referencia,  $Z_e$ , definida por la distancia del punto más bajo del terreno al centro geométrico del tablero del puente, despreciando la parte adicional de los parapetos, barreras de seguridad, etc.

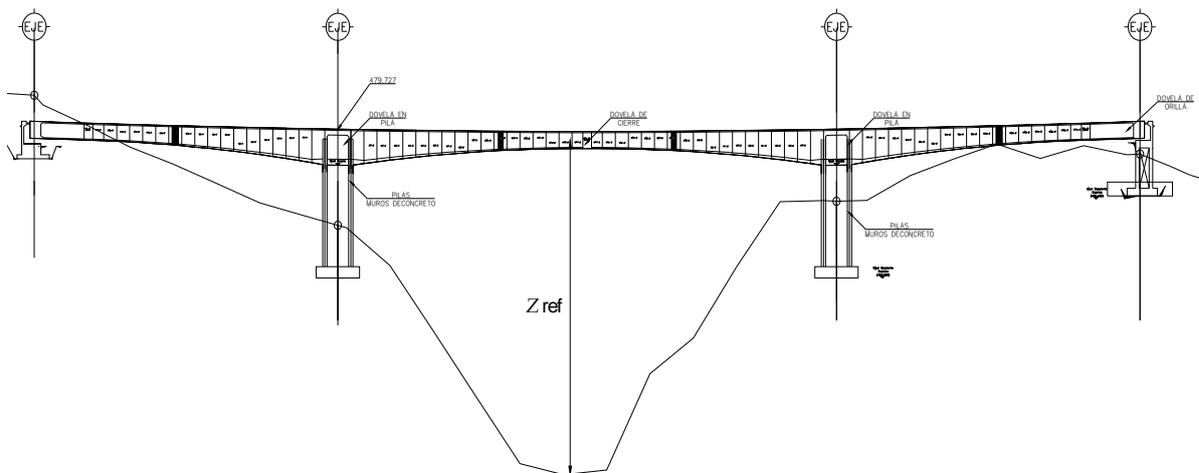


Figura 5.4- Altura de referencia de las cargas de viento estáticamente equivalentes.



### 6.3 FUERZAS EQUIVALENTES EN LA DIRECCIÓN X

De acuerdo con el método generalizado, para obtener las fuerzas equivalentes en la dirección x. Se obtiene los siguientes datos.

La velocidad básica,  $V_b$ , se calcula con:

$$V_b = V_{b,0} \quad \dots(40)$$

Donde  $V_{b,0}$ , es el valor fundamental de la velocidad, promediada a 10 minutos y obtenida a 10m de altura en terreno plano; por lo que la variación de la velocidad con la altura, se calcula con:

$$V_m(Z_e) = c_r(Z_e)c_0(Z_e)V_b \quad \dots(41)$$

Donde  $C_0(Z_e) = 1.0$  es el factor de topografía y  $C_r(Z_e)$  es el factor de seguridad del terreno calculado con:

$$c_r(z_e) = \begin{cases} k_r(z_e) \ln \left[ \frac{z}{z_0} \right] & \text{si } z_{\min} < z \leq 200m \\ c_r(z_{\min}) & \text{si } z_{\min} \geq z \end{cases} \quad \dots(42)$$

En las expresiones anteriores,  $k_r$  es el factor de rugosidad del terreno,  $z_0$  es la longitud de rugosidad y  $z_{\min}$  es la altura mínima que depende de la categoría del terreno. El factor de rugosidad se calcula con:

$$k_r = 0.19 \left( \frac{z_0}{0.05} \right)^{0.07} \quad \dots(43)$$

El índice de turbulencia se calcula a la altura de referencia, con:

$$\dots(44)$$



$$I_v(z_e) = \begin{cases} \frac{k_i}{c_0(z_e) \ln \left[ \frac{z}{z_0} \right]} & \text{si } z_{\min} < z \leq 200m \\ I_v(z_{\min}) & \text{si } z_{\min} \geq z \end{cases}$$

Donde  $k_i = 1.0$  es el factor de turbulencia, usualmente considerado con valor unitario, de igual manera  $c_0(z_e) = 1.0$  es el factor de topografía.

La presión de velocidad máxima calculada a la altura de referencia, se calcula con:

$$q_p(z_e) = \frac{1}{2} \rho V_m^2(z_e) [1 + 7I_v(z_e)] \quad \dots(45)$$

Donde la densidad del aire es  $\rho = 1.25 \frac{kg}{m^3}$ . La fuerza media equivalente a la altura de referencia se calcula con:

$$F_{wx} = c_{f,x} q_p(z_e) A_{ref} \quad \dots(46)$$

Donde  $c_{f,x}$  es el coeficiente de arrastre y  $A_{ref}$  es el área de referencia. Cuando por las características geométricas del puente, no sea necesario calcular el factor de amplificación,  $\phi = 1.0$ , y las cargas pueden ser evaluados con el método simplificado (sección 8.3.2, EN 1991-1-4, 2005).

## 6.4 FUERZAS EQUIVALENTES EN LA DIRECCIÓN Z

Los coeficientes de fuerza,  $c_{f,z}$ , que define la acción del viento sobre el tablero en dirección z, deben considerarse hacia arriba y hacia abajo. Cuando no se cuenta con un túnel de viento para realizar pruebas, el Eurocódigo 1 (EN 1991-1-4, 2005) recomienda utilizar un valor de  $c_{f,z} = \pm 0.90$ , este valor considera de forma global la influencia de posibilidad de pendiente transversal en el tablero, de la pendiente del terreno y de las fluctuaciones del viento al incidir con diferentes ángulos sobre el tablero.

Una forma más de obtener el coeficiente el coeficiente de fuerza es mediante la gráfica que se presenta en la figura 6.5 (EN 1991-1-4, 2005).

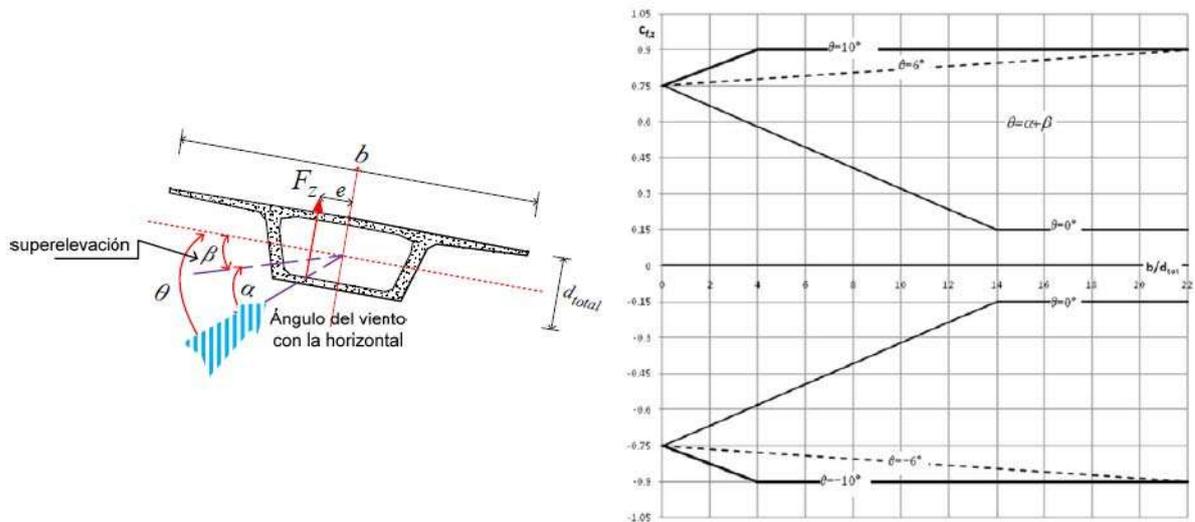


Figura 5.5- Coeficientes de fuerza para puentes con pendiente transversal y con inclinación del viento.

## 6.5 CÁLCULO DE LA RESPUESTA DINÁMICA

Cuando se tiene una estructura “line-like”, es decir, con la dimensión horizontal mucho mayor que las otras dos, en el análisis dinámico es necesario modificar el planteamiento para calcular el factor de amplificación dinámico, en particular, en puentes construidos en doble voladizo el momento torsional medio es cero debido a que la forma modal cambia de signo y es anti simétrica con respecto al eje de la pila.

La velocidad media del viento debe calcularse como se indica en los apartados posteriores en este trabajo, pero el cálculo del factor de amplificación dinámico se realizará como lo explica el código de Dinamarca (DS 410 E). El momento torsional en la parte superior de la columna principal del puente debe ser calculado usando algún procedimiento de diseño estructural ( Hsu, 1983).

El factor de ráfaga,  $\varphi$ , se define como la relación entre el momento torsional máximo que ocurre durante un periodo de referencia ( 10 minutos ) y el momento torsional,  $\mu_R$ , obtenido cuando la velocidad media del puente actúa a la derecha o izquierda del centro del puente.

La respuesta torsional media causada por la velocidad media del viento actuando en el tablero del puente se calcula con:



$$\mu_R = \int_0^{L/2} Fw(z_{ref}) I_R(z_{ref}) dz \quad \dots(47)$$

Donde ,  $I_R(z_{ref})$ , es la función de influencia de la respuesta, igual a la respuesta obtenida para una carga estática unitaria aplicada a una altura  $z_{ref}$  , en este caso  $I_R(z_{ref}) = L/2$ .

$$\mu_R = L d_{total} c_{f,x} \left( \frac{1}{2} \rho V_m^2(z_{ref}) \right) I_R(z_{ref}) \gamma_m \quad \dots(48)$$

Y según Mendes y Branco(2001)

$$\gamma_m = \frac{1}{L} \int_0^{L/2} g_m(\gamma) dy = \frac{1}{4} \quad \dots(49)$$

Por lo que la respuesta torsional media es,

$$\mu_R = \left( \frac{1}{4} \right) \left( \frac{L}{2} \right) L d_{total} c_{f,x} \left( \frac{1}{2} \rho V_m^2(z_{ref}) \right) \quad \dots(50)$$

Donde  $L$  es la longitud del tablero en metros del puente durante el proceso constructivo,  $d_{total}$  es el ancho del puente medido perpendicular a la dirección de la velocidad media del viento,  $V_m(z_{ref})$ ,  $\rho = 1.25 \text{ kg/m}^3$  es la densidad del aire,  $c_{f,x}$  es el factor de forma

La respuesta máxima se calcula con:

$$R_{m\acute{a}x} = \varphi \mu_R \quad \dots(51)$$

Donde:

$$\varphi = k_p 2 I_v(z_{ref}) \sqrt{k_b + k_r} \quad \dots(52)$$



El efecto de la turbulencia de fondo en el factor pico,  $k_p$ , se supone despreciable, indicando que el factor pico se puede calcular con,

$$k_p = \sqrt{2 \ln(n_e 600)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(n_e 600)}} \quad \dots(53)$$

Donde  $n_e$  es la frecuencia (Hz) en torsión del sistema

El factor de respuesta de fondo,  $k_b$ , es igual a

$$k_b = 16 J_b^2 \quad \dots(54)$$

Donde la varianza de la respuesta adimensional (Dyrbe y Hansen, 1996) es:

$$J_b^2(\varphi_y) = \frac{2\varphi_y}{3\varphi_y^2 + 10\varphi_y + 30} \quad \dots(55)$$

Con

$$\varphi_y = \frac{L}{L_u^y} \quad \dots(56)$$

Y la longitud de escala de la turbulencia en la dirección y, se puede aproximar con:

$$L_u^y = \frac{1}{3} L_u^x \quad \dots(57)$$

El factor de respuesta en resonancia es igual a:

$$k_r = 16 \frac{\pi^2}{2\delta} R_N(z_{ref}, n_e) |J_y(n_e)|^2 \quad \dots(58)$$

Donde la densidad espectral es:

$$R_N(z_{ref}, n_e) = \frac{6.8 \left( n_e \frac{L_u^x(z_{ref})}{V_m(z_{ref})} \right)}{\left[ 1 + 10.2 \left( n_e \frac{L_u^x(z_{ref})}{V_m(z_{ref})} \right) \right]^{5/3}} \quad \dots(59)$$

La función de aceptación conjunta:

$$|J_y(n_e)|^2 = \frac{2\varphi_y}{3\varphi_y^2 + 10\varphi_y + 30} \quad \dots(60)$$



Con:

$$|J_y(n_e)|^2 = \frac{2\varphi_y}{3\varphi_y^2 + 10\varphi_y + 30} \quad \dots(61)$$

$$\varphi_y = \frac{C_y n_e L}{Vm(z_{ref})} \quad \dots(62)$$

Para el valor del coeficiente adimensional  $C_y$ , se pueden encontrar diversos valores en la literatura. Para estructuras horizontales esbeltas, localizadas a una altura,  $H$ , sobre el terreno, Solari (1987) indica un valor medio de  $C_y = 0.85 \left(\frac{L}{H}\right)^{0.25}$  y un intervalo de variación de :

$$5.0 \left(\frac{L}{H}\right)^{0.25} \leq C_r \leq 12.1 \left(\frac{L}{H}\right)^{0.25} \quad \dots(63)$$

El Eurocodigo (EN 1991-1-4,2005) implícitamente recomienda considerar un valor de  $C_r = 11.5$  ; Dyrbye y Hansen (1996) recomiendan un valor de  $C_r = 10.0$ .

El decremento logarítmico del amortiguamiento,  $\delta$ , es la suma del amortiguamiento estructural  $\delta_s$ , y el amortiguamiento aerodinámico  $\delta_a$ .

$$\delta = \delta_s + \delta_a \quad \dots(64)$$

Donde el amortiguamiento aerodinámico es:

$$\delta_a = \frac{C\rho V_m(z_{ref})}{2n_e\mu} \quad \dots(65)$$

## 6.6 FRECUENCIA EN TORSIÓN DEL SISTEMA

En el procedimiento de análisis dinámico presentado en este mismo documento es requerida  $n_e$ , frecuencia (Hz) en torsión del sistema. Para conocer este dato, se utilizó el método de la energía encontrando la solución aproximada.

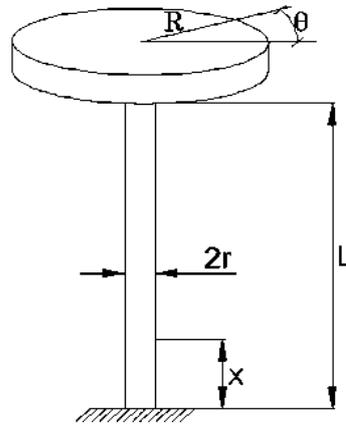


Figura 5.6- Sistema de referencia para el análisis por el método de energía.

Donde:

$x$  = Posición de la coordenada en un punto del disco

$L$  = Longitud de la columna

$\theta_x$  = Ángulo de giro de la columna en la posición  $x$

$r$  = Radio de la columna

$\gamma$  = Peso específico del material de la columna

$m_c$  = Masa de la columna

$M_d$  = Masa del disco

$R$  = Radio del disco

$\theta$  = Desplazamiento angular del disco

$G$  = Módulo de rigidez al corte

Suponiendo que el giro de la columna está linealmente distribuido a lo largo de toda su longitud, se tiene:

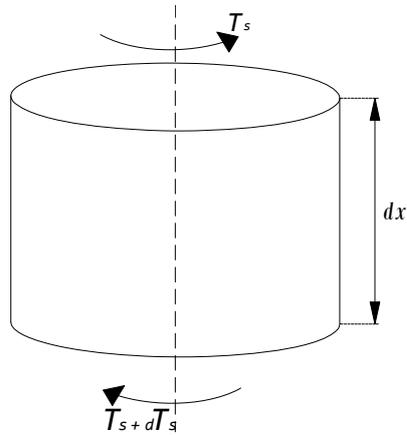


Figura 5.7- Elemento diferencial de la columna en torsión.

$$\theta_x = \frac{x}{L} \theta, \quad \theta_z = \frac{z}{L} \theta \quad \dots(66)$$

$$\dot{\theta}_x = \frac{x}{L} \dot{\theta}, \quad \dot{\theta}_z = \frac{z}{L} \dot{\theta} \quad \dots(67)$$

La energía cinética de la columna en torsión se obtiene considerando el elemento diferencial con una longitud  $dx$ . Figura 6.7

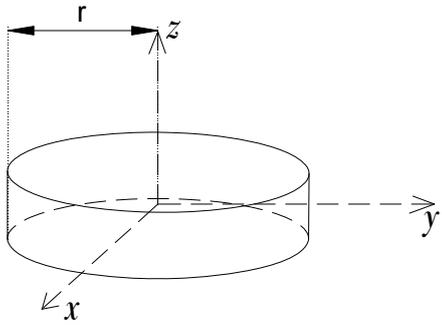
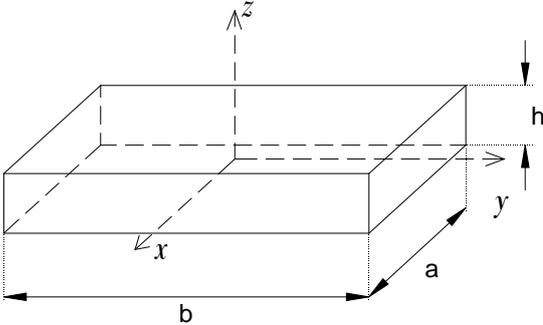
$$dT_s = \frac{1}{2} I_s \dot{\theta}_x^2 \quad \dots(68)$$

Donde  $I_s$  es el momento de inercia de la columna.

En la tabla 6.2 se presentan los momentos de inercia de 2 secciones comunes, se supone para el análisis, una sección de columna circular.



Tabla 5.2- Momentos de Inercia de sección circular y rectangular.

|   |  |
|---|--|
|  |                |
| $I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$                    | $I_{xx} = \frac{1}{12}mb^2, \quad I_{yy} = \frac{1}{12}ma^2$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$ |

Sustituyendo los datos conocido en la ecuación 68 e integrando para la longitud de la columna, se obtiene la energía cinética total para la columna, resultando.

$$T_s = \frac{1}{12}m_c r_c^2 \dot{\theta}^2 \quad \dots(69)$$

De forma similar la energía cinética para el disco es:

$$T_d = \frac{1}{4}M_d R^2 \dot{\theta}^2 \quad \dots(70)$$

La energía cinética total de sistema será la suma de la energía cinética del disco y de la columna quedando como resultado:

$$T = T_d + T_s = \left[ \frac{1}{4}M_d R^2 + \frac{1}{12}m_c r_c^2 \right] \dot{\theta}^2 \quad \dots(71)$$

La energía potencial del sistema es la deformación por torsión de la pila.

$$V = \frac{1}{2}K_c \theta^2 \quad \dots(72)$$

Donde  $K_c$  es la rigidez a torsión de la pila. Para una sección circular



$$K_c = \frac{JG}{L} \quad \dots(73)$$

Donde  $J$  es el momento polar de inercia de la sección transversal y para este caso que se considera una sección circular,

$$J = \frac{\pi r_c^4}{2} \quad \dots(74)$$

Sustituyendo valores en la ecuación 72, se tiene que la energía potencial del sistema es:

$$V = \frac{\pi r_c^4 G}{4L} \theta^2 \quad \dots(75)$$

La energía total del sistema resulta de la suma de energía potencial y cinética del sistema:

$$T + V = \left[ \frac{1}{4} M_d R^2 + \frac{1}{12} m_c r_c^2 \right] \dot{\theta}^2 + \frac{\pi r_c^4 G}{4L} \theta^2 \quad \dots(76)$$

Considerando el principio de conservación de la energía mecánica, para sistemas abiertos formados por partículas que interactúan mediante fuerzas puramente mecánicas o campos conservativos la energía se mantiene constante con el tiempo.

$$\frac{\partial (T + V)}{\partial t} = 0 \quad \dots(77)$$

Resolviendo operaciones se obtiene que la frecuencia del sistema es:

$$\omega^2 = \frac{K_p}{I_t + \frac{I_p}{3}} \quad \dots(78)$$

Dónde

$K_p$  = Rigidez a torsión de la pila

$I_p$  = Momento de inercia de la pila alrededor del eje vertical

$I_t$  = Momento de inercia del tablero alrededor del eje vertical



## 6.7 APLICACIÓN AL PUENTE “BARRANCA DEL DIABLO”

Considerando la pila 3 del puente “Barranca del Diablo” donde el tablero empieza a construirse a partir de la etapa 8 (dovela sobre la pila) empotrada a la pila.

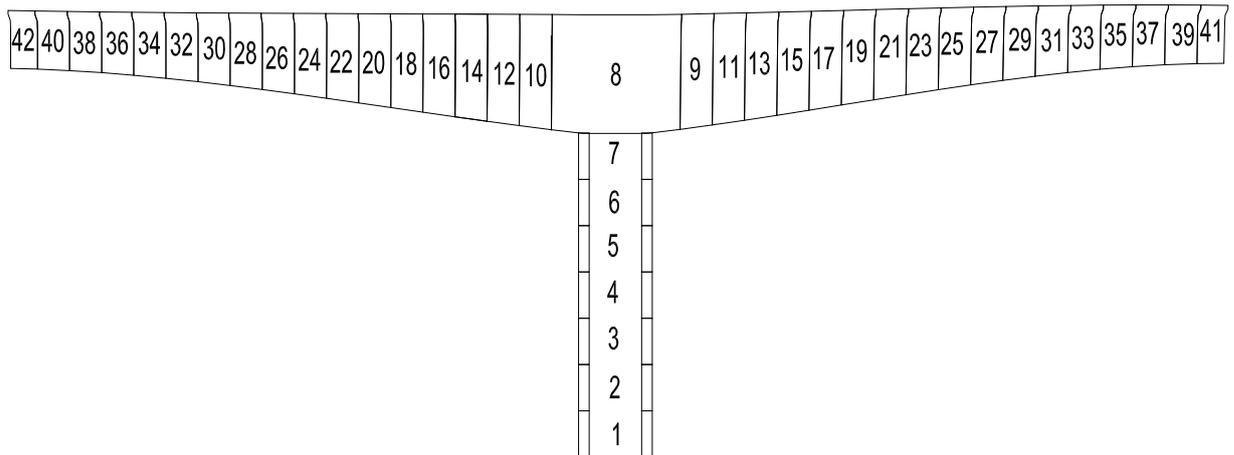


Figura 5.8- Etapas de construcción del puente “Barranca del Diablo”. Pila 3

El área en contacto con el viento y la altura del tablero varían en cada etapa construida. De la etapa 1 a la etapa 7 es la construcción de la pila de la etapa 8 a la 42 comprenden el tablero, el área y peralte se calculan considerando la información de la tabla 6.1.

La estructura analizada del puente “Barranca del Diablo” se conoce como tipo “line-like”, con dimensiones horizontales mayores que las otras 2 dimensiones, en particular para estos puentes construidos en doble voladizo, el momento torsional medio es cero, debido a que la forma modal cambia de signo y es anti simétrica con respecto al eje de la pila.

Se obtienen las características geométricas y eólicas del proyecto, para realizar el análisis y obtener la respuesta dinámica en cada etapa. Se utiliza hojas de cálculo en excel para programar de manera sencilla y rápida las ecuaciones anteriores, obteniendo la respuesta máxima del viento sobre la estructura.



Tabla 5.3- Área y peralte del tablero, perpendicular a la fuerza del viento.

| Etapa | Area (m <sup>2</sup> ) | Área acumulada (m <sup>2</sup> ) | $d_{total}$ |
|-------|------------------------|----------------------------------|-------------|
| 8     | 87.81                  | 87.81                            | 7.3         |
| 9     | 21.10                  | 108.91                           | 6.98        |
| 10    | 21.08                  | 129.99                           | 6.98        |
| 11    | 20.39                  | 150.39                           | 6.74        |
| 12    | 20.33                  | 170.72                           | 6.74        |
| 13    | 19.64                  | 190.36                           | 6.5         |
| 14    | 19.56                  | 209.92                           | 6.5         |
| 15    | 18.86                  | 228.78                           | 6.24        |
| 16    | 18.71                  | 247.49                           | 6.24        |
| 17    | 18.06                  | 265.54                           | 5.97        |
| 18    | 17.90                  | 283.44                           | 5.97        |
| 19    | 17.25                  | 300.68                           | 5.7         |
| 20    | 17.03                  | 317.71                           | 5.7         |
| 21    | 16.44                  | 334.15                           | 5.43        |
| 22    | 16.19                  | 350.34                           | 5.43        |
| 23    | 15.65                  | 365.99                           | 5.17        |
| 24    | 15.37                  | 381.36                           | 5.17        |
| 25    | 14.88                  | 396.24                           | 4.91        |
| 26    | 14.58                  | 410.82                           | 4.91        |
| 27    | 14.15                  | 424.97                           | 4.67        |
| 28    | 13.84                  | 438.80                           | 4.67        |
| 29    | 13.42                  | 452.23                           | 4.44        |
| 30    | 13.14                  | 465.37                           | 4.44        |
| 31    | 12.83                  | 478.20                           | 4.23        |
| 32    | 12.52                  | 490.72                           | 4.23        |
| 33    | 12.27                  | 502.99                           | 4.05        |
| 34    | 11.95                  | 514.94                           | 4.05        |
| 35    | 11.75                  | 526.69                           | 3.88        |
| 36    | 11.50                  | 538.19                           | 3.88        |
| 37    | 11.35                  | 549.54                           | 3.75        |
| 38    | 11.15                  | 560.69                           | 3.75        |
| 39    | 11.09                  | 571.78                           | 3.65        |
| 40    | 10.90                  | 582.68                           | 3.65        |
| 41    | 9.10                   | 591.78                           | 3.59        |
| 42    | 8.99                   | 600.77                           | 3.59        |



Tabla 5.4- Datos calculados para determinar el comportamiento dinámico del puente “Barranca del diablo”.

|                                   |            |                   |  |
|-----------------------------------|------------|-------------------|--|
| CATEGORÍA                         | II         |                   |  |
| Z <sub>0</sub> =                  | 0.05       | m                 | *Longitud de rugosidad                                 |
| Z <sub>min</sub> =                | 2          | m                 | *Altura mínima que depende de la categoría del terreno |
| Z <sub>ref</sub> =                | 60         | m                 | *Altura referencia                                     |
| V <sub>b</sub> =                  | 23         | m/s               | *Velocidad básica Recomendada                          |
| Z <sub>max</sub> =                | 200        | m                 | *Se considera este valor                               |
| Cr(z <sub>e</sub> )=              | 1.3471146  |                   |  |
| V <sub>m</sub> =                  | 30.9836358 |                   | *Velocidad considerando la altura                      |
| b=                                | 18.8       | m                 |  |
| ρ=                                | 1.25       | kg/m <sup>3</sup> | *Densidad del aire                                     |
| δ <sub>s</sub> =                  | 0.05       |                   | *amortiguamiento del puente                            |
| δ <sub>a</sub> =                  | 0.023      |                   | *amortiguamiento aerodinámico                          |
| δ=                                | 0.52       |                   | *Exponente de la escala de turbulencia, según el sitio |
| Z <sub>t</sub> =                  | 200        |                   | *Altura de Turbulencia                                 |
| L <sub>t</sub> =                  | 300        |                   | *Longitud de escala de referencia                      |
| L <sub>u<sub>x</sub></sub> =      | 160.37     | m                 | *Longitud de escala de turbulencia horizontal          |
| L <sub>u<sub>y</sub></sub> =      | 53.46      | m                 | *Longitud de escala de turbulencia lateral             |
| Cr=                               | 11.5       |                   | *Recomendado por( EN-1991 )                            |
| δΔ=                               | 0.073      |                   | *Decremento logaritmico de amortiguamiento             |
| I <sub>v</sub> (z <sub>e</sub> )= | 0.1410422  |                   | *Indice de turbulencia a la altura de referencia       |

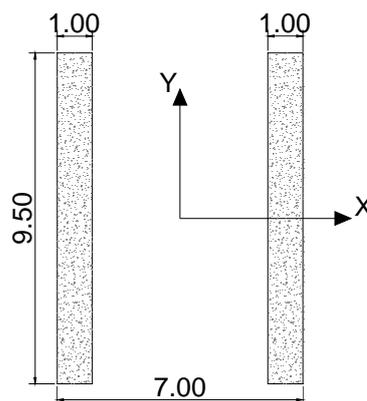


Figura 5.9- Sección transversal de pila



La rigidez de la pila, se obtiene con la fórmula que se utiliza para, secciones rectangulares.

$$K = G \frac{ab^3}{3} \quad \dots(79)$$

Donde,  $G$  , es el módulo de elasticidad de corte, que se obtiene con la siguiente fórmula.

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \mu)} \quad \dots(80)$$

Tabla 5.5- Datos para el cálculo de rigidez de la pila.

|           |             |                    |  |
|-----------|-------------|--------------------|--|
| $\mu=$    | 0.2         |                    | *Modulo de poisson                                     |
| $f'c=$    | 250         | kg/cm <sup>2</sup> | *Resistencia de concreto a compresión                  |
| $E_c=$    | 238751.9633 | kg/cm <sup>2</sup> | *Módulo de elasticidad longitudinal o módulo de Young. |
| $G=$      | 99479.98473 | kg/cm <sup>2</sup> | *Módulo de elasticidad en cortante                     |
| $a=$      | 950         | cm                 | *Dimensiones de la pila                                |
| $b=$      | 100         | cm                 |  |
| $K=$      | 6300399.033 | Ton-m <sup>2</sup> | *Rigidez a torsión de la pila                          |
| $I_{cx}=$ | 142.8958333 | m <sup>4</sup>     | *Momento de inercia respecto al eje x                  |
| $I_{cy}=$ | 172.5833333 | m <sup>4</sup>     | *Momento de inercia respecto al eje y                  |
| $J_x=$    | 15143       | Ton.m <sup>2</sup> | *Momento polar de inercia                              |

Con la información anterior y el momento de inercia en el tablero obtenido con el programa de AutoCAD2010, se calcula la frecuencia del sistema en rotación, en cada etapa de construcción.



Tabla 5.6- Frecuencias del tablero en cada etapa constructiva.

| ETAPA DE CONSTRUCCIÓN | Momento de Inercia (Ton-m <sup>2</sup> ) | Frecuencia (rad/s) | Periodo (s) | Frecuencia (hz) |
|-----------------------|--|--------------------|-------------|-----------------|
| 8                     | 11633.02344                              | 19.4346633         | 0.32        | 3.09312273      |
| 9                     | 27053.02584                              | 14.0096352         | 0.45        | 2.2297027       |
| 10                    | 39529.14432                              | 11.8885676         | 0.53        | 1.89212429      |
| 11                    | 55744.32696                              | 10.1803061         | 0.62        | 1.62024603      |
| 12                    | 76218.40872                              | 8.8050005          | 0.71        | 1.40135935      |
| 13                    | 101520.1303                              | 7.68902077         | 0.82        | 1.22374566      |
| 14                    | 132042.4351                              | 6.77923952         | 0.93        | 1.07894948      |
| 15                    | 168397.0416                              | 6.02703205         | 1.04        | 0.95923194      |
| 16                    | 210802.2463                              | 5.40266562         | 1.16        | 0.85986094      |
| 17                    | 259960.1566                              | 4.87589877         | 1.29        | 0.77602339      |
| 18                    | 315858.913                               | 4.43092825         | 1.42        | 0.70520413      |
| 19                    | 379357.1146                              | 4.048458           | 1.55        | 0.6443321       |
| 20                    | 450145.1918                              | 3.72037149         | 1.69        | 0.59211551      |
| 21                    | 529319.724                               | 3.43371349         | 1.83        | 0.54649247      |
| 22                    | 616196.3942                              | 3.18458543         | 1.97        | 0.50684251      |
| 23                    | 712205.3354                              | 2.96379281         | 2.12        | 0.47170228      |
| 24                    | 816203.3198                              | 2.76978511         | 2.27        | 0.44082499      |
| 25                    | 930061.0678                              | 2.59569088         | 2.42        | 0.41311703      |
| 26                    | 1052088.861                              | 2.44128503         | 2.57        | 0.38854258      |
| 27                    | 1184712.348                              | 2.30119988         | 2.73        | 0.36624734      |
| 28                    | 1325609.591                              | 2.17596008         | 2.89        | 0.3463148       |
| 29                    | 1477876.91                               | 2.06122071         | 3.05        | 0.32805346      |
| 30                    | 1638483.246                              | 1.95792066         | 3.21        | 0.31161275      |
| 31                    | 1811304.921                              | 1.86244711         | 3.37        | 0.29641766      |
| 32                    | 1992914.767                              | 1.77578494         | 3.54        | 0.28262495      |
| 33                    | 2187339.329                              | 1.69521747         | 3.71        | 0.26980224      |
| 34                    | 2389914.444                              | 1.6219397          | 3.87        | 0.25813972      |
| 35                    | 2607137.723                              | 1.55303781         | 4.05        | 0.24717364      |
| 36                    | 2833225.461                              | 1.48989937         | 4.22        | 0.23712485      |
| 37                    | 3074828.245                              | 1.43026799         | 4.39        | 0.22763422      |
| 38                    | 3325827.957                              | 1.37532336         | 4.57        | 0.21888951      |
| 39                    | 3593806.786                              | 1.32312808         | 4.75        | 0.21058237      |
| 40                    | 3871897.932                              | 1.27479155         | 4.93        | 0.20288938      |
| 41                    | 4118079.277                              | 1.23614858         | 5.08        | 0.19673916      |
| 42                    | 4372156.486                              | 1.19973582         | 5.24        | 0.19094389      |



Tabla 5.7- Respuesta dinámica máxima, bajo la acción eólica.

| Etapa de construcción | Longitud del tablero | Respuesta torsional media | Factor de Ráfaga | Respuesta máxima              |
|-----------------------|----------------------|---------------------------|------------------|-------------------------------|
|                       |                      | $\mu R(\text{KN.m})$      | $\phi$           | $R_{\text{max}}(\text{KN.m})$ |
| 8                     | 12                   | 121.80                    | 1.200            | 146.136132                    |
| 9                     | 15                   | 185.36                    | 1.347            | 249.670008                    |
| 10                    | 18                   | 266.91                    | 1.406            | 375.305307                    |
| 11                    | 21                   | 343.71                    | 1.469            | 504.852246                    |
| 12                    | 24                   | 448.93                    | 1.532            | 687.903972                    |
| 13                    | 27                   | 567.34                    | 1.595            | 905.047928                    |
| 14                    | 30                   | 700.42                    | 1.656            | 1160.14411                    |
| 15                    | 33                   | 798.82                    | 1.716            | 1370.47392                    |
| 16                    | 36                   | 950.66                    | 1.772            | 1684.84924                    |
| 17                    | 39                   | 1051.75                   | 1.827            | 1921.38142                    |
| 18                    | 42                   | 1219.78                   | 1.879            | 2291.52645                    |
| 19                    | 45                   | 1315.71                   | 1.928            | 2537.23346                    |
| 20                    | 48                   | 1496.98                   | 1.975            | 2957.27201                    |
| 21                    | 51                   | 1588.85                   | 2.021            | 3210.65881                    |
| 22                    | 54                   | 1781.27                   | 2.063            | 3675.54515                    |
| 23                    | 57                   | 1986.59                   | 2.105            | 4180.91196                    |
| 24                    | 60                   | 2201.21                   | 2.143            | 4717.83576                    |
| 25                    | 63                   | 2296.68                   | 2.181            | 5008.33357                    |
| 26                    | 66                   | 2520.62                   | 2.216            | 5585.31883                    |
| 27                    | 69                   | 2694.63                   | 2.250            | 6062.67542                    |
| 28                    | 72                   | 2934.04                   | 2.282            | 6695.21403                    |
| 29                    | 75                   | 3124.68                   | 2.313            | 7227.41017                    |
| 30                    | 78                   | 3379.65                   | 2.342            | 7915.85253                    |
| 31                    | 81                   | 3588.65                   | 2.371            | 8507.59749                    |
| 32                    | 84                   | 3859.40                   | 2.398            | 9253.0187                     |
| 33                    | 87                   | 4066.20                   | 2.424            | 9855.32906                    |
| 34                    | 90                   | 4351.46                   | 2.448            | 10653.44                      |
| 35                    | 93                   | 4627.42                   | 2.472            | 11441.0814                    |
| 36                    | 96                   | 4930.77                   | 2.495            | 12303.4257                    |
| 37                    | 99                   | 5155.37                   | 2.518            | 12979.8595                    |
| 38                    | 102                  | 5472.55                   | 2.539            | 13894.5884                    |
| 39                    | 105                  | 5748.14                   | 2.560            | 14715.345                     |
| 40                    | 108                  | 6081.30                   | 2.580            | 15689.3533                    |
| 41                    | 110.5                | 6333.36                   | 2.596            | 16444.5611                    |
| 42                    | 113                  | 6623.18                   | 2.612            | 17302.2347                    |



---

---

## CAPÍTULO 6 ECUACIÓN PARA CÁLCULO DE MOMENTOS DE INERCIAS

En la actualidad para el análisis sísmico o eólico de puentes existe una gran cantidad de softwares especializados, que buscan facilitar la tarea del análisis estructural, sin embargo, es importante que estos softwares sean utilizados por personal capacitado en su uso y que éstos cuenten con el respaldo de una licencia de trabajo, de lo contrario pueden arrojar resultados erróneos, como sucede en casos estudiados.

En el capítulo 3 y 5, análisis sísmico y análisis eólico, se proponen y aplican ecuaciones de cálculo simplificadas fáciles de programar en una hoja de cálculo ó lenguaje de programación.

La característica geométrica principal utilizada en puentes lanzados en dovelas es el momento de inercia del tablero, dando lugar en el análisis sísmico, a los periodos de translación y cabeceo en dirección longitudinal y transversal del tablero, y en el análisis eólico, al periodo por torsión de la estructura.

El momento de inercia, es una medida de la inercia rotacional de un cuerpo, cuando un cuerpo gira en torno a uno de los ejes principales de inercia, la inercia rotacional puede ser representada como una magnitud escalar llamada momento de inercia.

Y se calcula mediante:

$$I = \sum mr^2 \quad \dots(81)$$

Donde  $m$  , es la masa del sólido,  $r$  , es el radio de giro de la sección

El radio de giro de la sección puede definirse como la forma en la que, una distribución de masa se distribuye alrededor de su eje centroidal; concretamente es el valor medio cuadrático de distancia de los puntos de la sección o la distribución de masa respecto a un eje que pasa por el centro de la misma.

Para este capítulo se elaboró, en base a los datos de momento de inercia obtenidos en AutoCAD 2010 para el tablero de “Barranca del Diablo”, la variación del área transversal del tablero y la geometría de la variación parabólica del tablero, un programa para calcular automáticamente y de forma aproximada los momentos de inercia en cada etapa de construcción.

Esto permitirá que las fórmulas que se manejan en el capítulo 3 y 6 sean sencillas de manejar en una hoja de cálculo o programa de programación, sin necesidad de ser un experto manejando softwares nuevos ó complicados.



Se determina primero la ecuación de la parábola que se desarrolla en el proyecto, considerando 4 puntos de referencia del tablero, como los muestra la figura 7.1 y se obtiene una ecuación cubica.

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \quad \dots(82)$$

Para encontrar las constantes de la ecuación 82 se usó:

$$\begin{pmatrix} x_0^3 & x_0^2 & x_0 & 1 \\ x_1^3 & x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^3 & x_2^2 & x_2 & 1 \\ x_3^3 & x_3^2 & x_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \quad \dots(83)$$

Donde:

$$A = \left( \frac{1}{(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} \right) \begin{pmatrix} x_1 x_2^2 y_0 - x_1^2 x_2 y_0 - x_1 y_0 x_3^2 + x_1^2 y_0 x_3 \\ + x_2 y_0 x_3^2 - x_2^2 y_0 x_3 - x_1 x_2^2 y_3 + x_1 x_3^2 y_2 \\ - x_2 x_3^2 y_1 + x_1^2 x_2 y_3 - x_1^2 x_3 y_2 + x_2^2 x_3 y_1 \end{pmatrix} \quad \dots(84)$$

$$B = \left( -\frac{1}{(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} \right) \begin{pmatrix} x_1 x_2^3 y_0 - x_1^3 x_2 y_0 - x_1 y_0 x_3^3 + x_1^3 y_0 x_3 \\ + x_2 y_0 x_3^3 - x_2^3 y_0 x_3 - x_1 x_2^3 y_3 + x_1 x_3^3 y_2 \\ - x_2 x_3^3 y_1 + x_1^3 x_2 y_3 - x_1^3 x_3 y_2 + x_2^3 x_3 y_1 \end{pmatrix} \quad \dots(85)$$

$$C = \left( \frac{1}{(x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)} \right) \begin{pmatrix} x_1^2 x_2^3 y_0 - x_1^3 x_2^2 y_0 - x_1^2 y_0 x_3^3 + x_1^3 y_0 x_3^2 \\ + x_2^2 y_0 x_3^3 - x_2^3 y_0 x_3^2 - x_1^2 x_2^3 y_3 + x_1^2 x_3^3 y_2 \\ + x_1^3 x_2^2 y_3 - x_1^3 x_3^2 y_2 - x_2^2 x_3^3 y_1 + x_2^3 x_3^2 y_1 \end{pmatrix} \quad \dots(86)$$

$$D = y_0 \quad \dots(87)$$

Por lo que la ecuación de la forma parabólica con que varía el tablero es:

$$y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \quad \dots(88)$$



---

---

Se obtuvo que el área transversal del tablero varía de acuerdo con la altura,  $y$ , de la parábola con la siguiente relación:

$$A(y) = 0.539y^2 - 3.675y + A_0 \quad \dots(89)$$

Donde,  $A_0$  es el área transversal inicial del tablero sobre la pila del puente.

Con la integración de la ecuación 89 se obtiene el volumen del tablero, también, se observó la relación que tiene el radio de giro con la distancia longitudinal, peralte y volumen del tablero,  $r(m, l, y)$

Con la relación  $r(m, l, y)$  y la masa, se obtiene el momento de inercia que se muestra en la ecuación 81.

## 7.1 MANUAL DE USUARIO PARA PROGRAMA “CÁLCULO DE MOMENTO DE INERCIA EN TABLEROS DE PUENTES”

El programa se desarrolla para facilitar obtener momentos de inercia y radios de giro en un tablero de puente tipo, construido de concreto con un peso específico de  $2400\text{kg/m}^3$ .

Los datos necesarios se presentan en la figura 7.1.

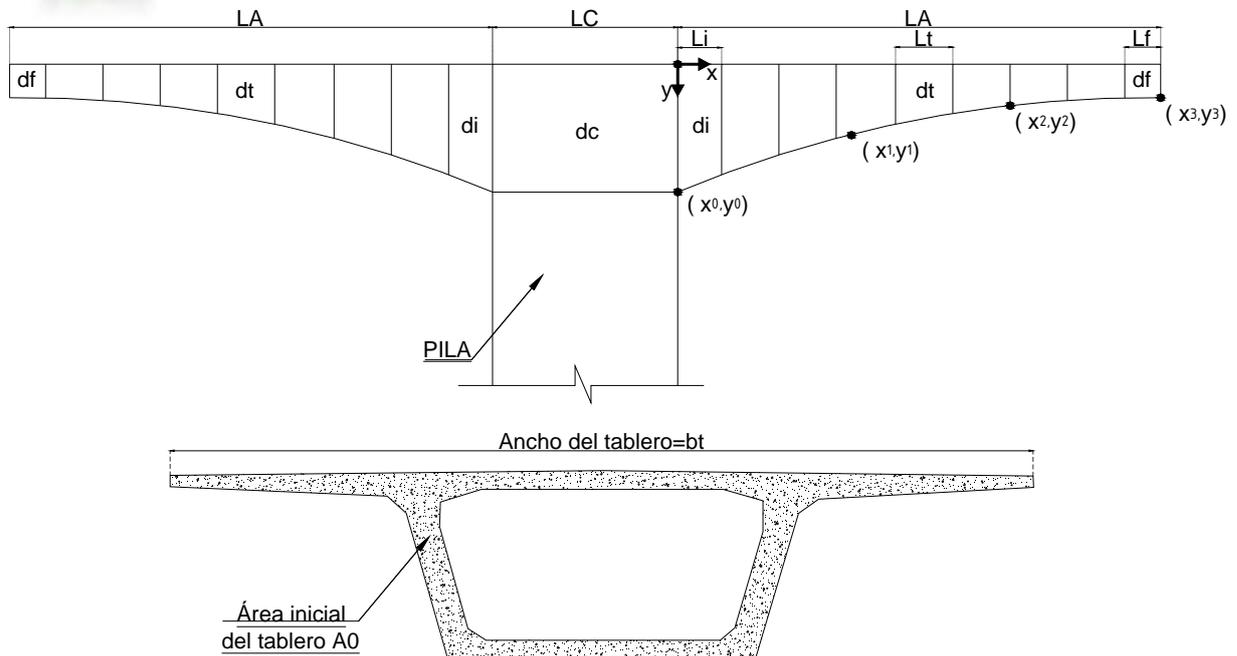


Figura 6.1- Datos generales para el cálculo de momentos de inercia en el tablero.

En un archivo con extensión .txt se debe agregar los datos siguientes en el orden indicado.

Lt, Li, Lf, LC, LA  
A0, bt  
X0, Y0, X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3

Donde:

Lt = Longitud de dovela intermedia (dt).  
Li = Longitud de dovela inicial (di).  
L f = Longitud de dovela de cierre (df).  
LC = Longitud de dovela en el tramos central (dc).  
LA = Longitud del tramo en volado del tablero.

A0 = Área de sección transversal de la dovela en el punto X0, Y0.  
Bt = Ancho del tablero

X0, Y0 = Coordenadas iniciales de la parábola formada por el tablero. De acuerdo con el eje de referencia que se muestra en la figura 7.1 X0; siempre será cero.

X3, Y3 = Coordenadas finales de la parábola formada por el tablero. De acuerdo con el eje de referencia que se muestra en la figura 7.1 X3; siempre será LA.



$X1, Y1$  = Coordenadas arbitrarias de un punto de la parábola formada por el tablero. De acuerdo con el eje de referencia que se muestra en la figura 7.

$X2, Y2$  = Coordenadas arbitrarias de un punto de la parábola formada por el tablero. De acuerdo con el eje de referencia que se muestra en la figura 7.

El archivo generado con los datos anteriores debe estar ubicado en la carpeta de archivos donde se encuentre el programa "MOMENTOS DE INERCIA.f90"

Al ejecutar el programa se pedirá al usuario teclear el nombre del archivo de datos generado y el nombre del archivo donde se desea imprimir resultados; el archivo de resultados puede ser extensión .txt ó .xlsx.

El archivo de resultados arroja una serie de datos ordenados en renglones y columnas con la siguiente información:

- Renglón 1. Número de etapas en que se construye el tablero.
- Renglón 2. Longitud total del tablero en metros.
- Renglón 3. Ancho del tablero en metros.
- Renglón 4. Área inicial, transversal del tablero en metros cuadrados.

- Columna 1. Etapa de construcción del tablero.
- Columna 2. Masa de la estructura en toneladas.
- Columna 3. Momento de inercia alrededor del eje X.
- Columna 4. Momento de inercia alrededor del eje Y.
- Columna 5. Momento de inercia alrededor del eje Z.

Los ejes globales del tablero a los que se referencian los momentos de inercia que arroja como resultados el programa, se indican en la figura 7.2

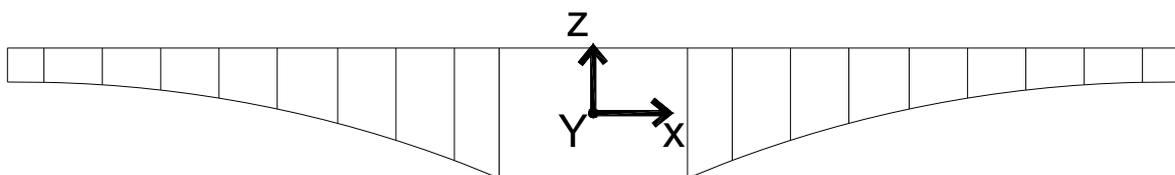


Figura 6.2- Ejes globales a los que se refieren los momentos de inercia.

### 7.1.1 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Se harán 2 ejemplos para aplicar el programa propuesto.



Para el ejemplo 1, se utilizan los datos generales del puente “Barranca del diablo”; donde el archivo con los datos de cálculo son:

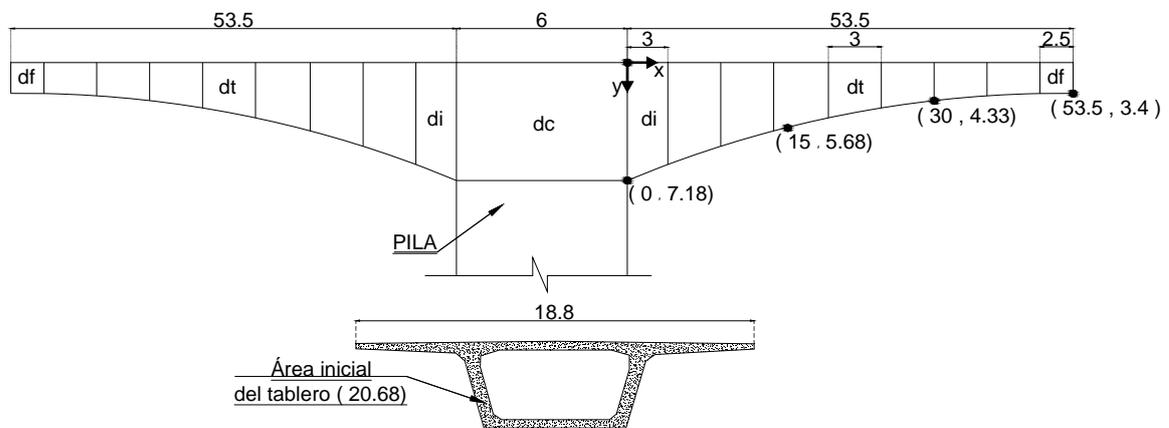
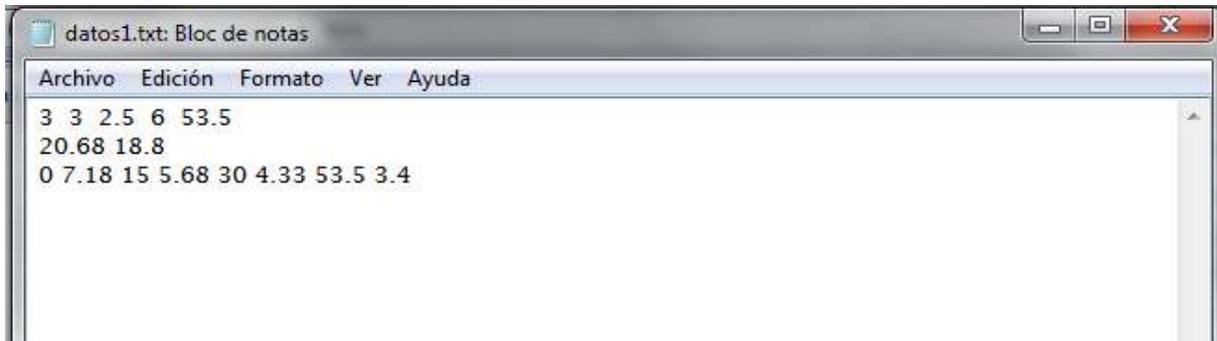


Figura 6.3- Datos generales para ejemplo de aplicación 1.

Al ejecutar el programa, se teclean el nombre del archivo creado con los datos iniciales y el archivo donde se arrojan los resultados.

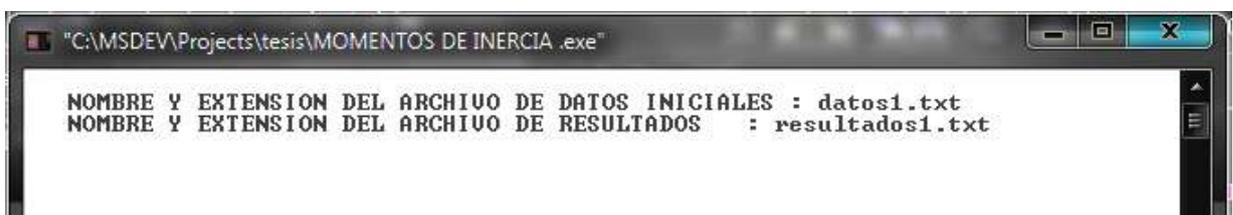


Figura 6.4- Ejemplo de ejecución de programa, ejemplo1

La carpeta donde se ubica el archivo “MOMENTOS DE INERCIA.f90”, aparecerá un archivo con el nombre que se asignó al archivo de resultados; para este ejemplo se arrojan los siguientes resultados:



resultados1.txt: Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

No.de etapas\_ 35  
Longitud de tablero\_ 113.00  
Ancho de tablero \_ 18.80  
Área inicial en el tablero 20.68

---

| ETAPA | M ( Ton ) | Ix (Ton.m2) | Iy (Ton.m2) | Iz (Ton.m2) |
|-------|-----------|-------------|-------------|-------------|
| 1.0   | 607.39    | 16008.88    | 14079.04    | 16928.18    |
| 2.0   | 754.17    | 19877.69    | 21284.66    | 25708.78    |
| 3.0   | 900.95    | 23746.50    | 31178.28    | 37697.68    |
| 4.0   | 1040.29   | 27419.55    | 44600.85    | 53768.71    |
| 5.0   | 1179.63   | 31092.60    | 61889.79    | 74123.32    |
| 6.0   | 1312.21   | 34587.70    | 84540.54    | 100194.00   |
| 7.0   | 1444.79   | 38082.79    | 111746.90   | 130779.10   |
| 8.0   | 1571.35   | 41419.44    | 146222.60   | 168437.10   |
| 9.0   | 1697.90   | 44756.08    | 185046.20   | 209803.50   |
| 10.0  | 1819.22   | 47954.80    | 232958.10   | 259385.10   |
| 11.0  | 1940.54   | 51153.51    | 283994.70   | 311170.90   |
| 12.0  | 2057.41   | 54235.10    | 345841.30   | 372530.80   |
| 13.0  | 2174.28   | 57316.67    | 408830.70   | 434523.40   |
| 14.0  | 2287.48   | 60301.55    | 484457.60   | 508302.40   |
| 15.0  | 2400.68   | 63286.41    | 559006.20   | 581533.20   |
| 16.0  | 2510.94   | 66194.00    | 648527.50   | 670146.80   |
| 17.0  | 2621.20   | 69101.57    | 735031.80   | 757334.70   |
| 18.0  | 2729.21   | 71949.73    | 839839.50   | 864916.80   |
| 19.0  | 2837.22   | 74797.88    | 940222.90   | 969825.60   |
| 20.0  | 2943.57   | 77602.46    | 1063548.00  | 1100699.00  |
| 21.0  | 3049.92   | 80407.04    | 1181395.00  | 1226402.00  |
| 22.0  | 3155.13   | 83181.56    | 1327837.00  | 1382400.00  |
| 23.0  | 3260.34   | 85956.08    | 1467571.00  | 1529210.00  |
| 24.0  | 3364.83   | 88711.48    | 1641196.00  | 1707580.00  |
| 25.0  | 3469.31   | 91466.86    | 1806164.00  | 1872595.00  |
| 26.0  | 3573.39   | 94211.38    | 2007471.00  | 2067666.00  |
| 27.0  | 3677.46   | 96955.89    | 2197550.00  | 2248450.00  |
| 28.0  | 3781.33   | 99695.23    | 2421158.00  | 2458897.00  |
| 29.0  | 3885.21   | 102434.60   | 2632032.00  | 2661157.00  |
| 30.0  | 3989.02   | 105172.10   | 2869022.00  | 2897746.00  |
| 31.0  | 4092.83   | 107909.60   | 3097230.00  | 3139321.00  |
| 32.0  | 4196.62   | 110646.80   | 3346273.00  | 3417935.00  |
| 33.0  | 4300.42   | 113384.00   | 3604762.00  | 3710380.00  |
| 34.0  | 4386.91   | 115665.60   | 3861643.00  | 3979906.00  |
| 35.0  | 4473.41   | 117946.60   | 4141322.00  | 4217718.00  |

Figura 6.5- Resultados de ejemplo 1.

Para el ejemplo 2, se proponen los siguientes datos:

datos3.txt: Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

|        |      |        |        |    |
|--------|------|--------|--------|----|
| 3      | 3    | 2      | 6      | 47 |
| 20.68  | 18.8 |        |        |    |
| 0      | 7.18 | 10     | 6.3168 | 30 |
| 5.2737 | 47   | 5.0718 |        |    |

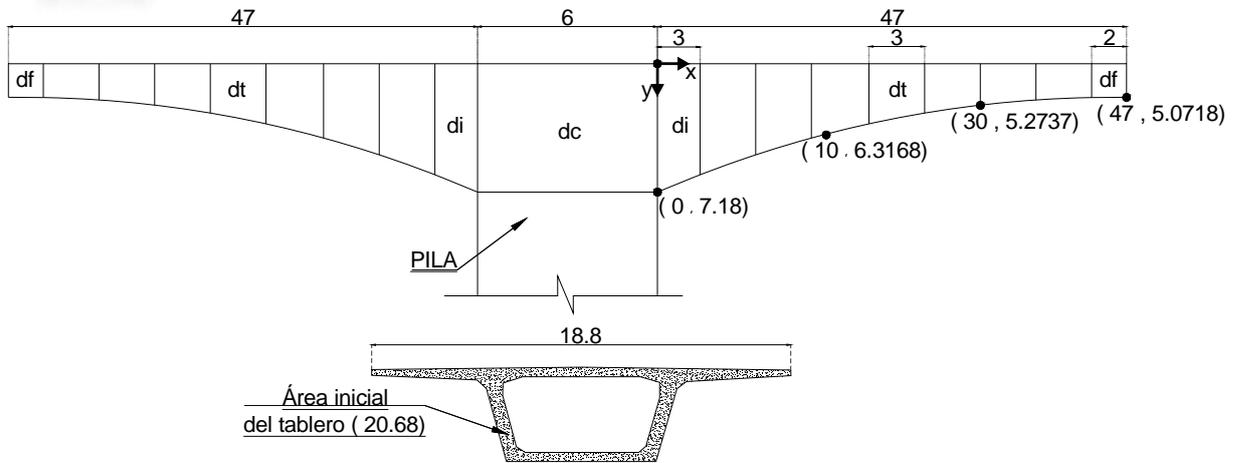


Figura 6.6- Datos generales para ejemplo de aplicación 2.

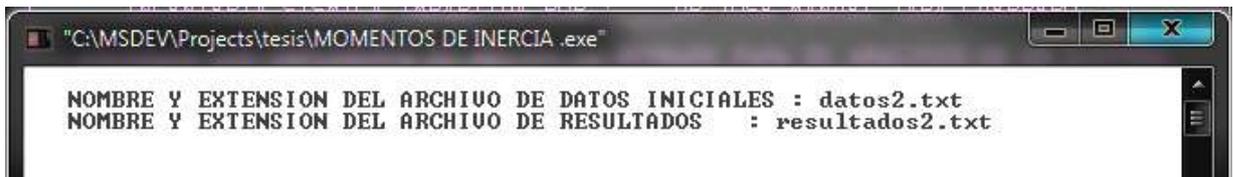


Figura 6.7- Ejemplo de ejecución de programa, ejemplo 2.



| Archivo                    | Edición   | Formato     | Ver         | Ayuda       |
|----------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|
| No.de etapas_              |           |             | 31          |             |
| Longitud de tablero_       |           |             | 100.00      |             |
| Ancho de tablero _         |           |             | 18.80       |             |
| Área inicial en el tablero |           |             | 20.68       |             |
| -----                      |           |             |             |             |
| ETAPA                      | M ( Ton ) | Ix (Ton.m2) | Iy (Ton.m2) | Iz (Ton.m2) |
| 1.0                        | 607.56    | 16013.25    | 14081.61    | 16931.21    |
| 2.0                        | 755.04    | 19900.65    | 21295.42    | 25721.54    |
| 3.0                        | 902.53    | 23788.05    | 31219.31    | 37747.36    |
| 4.0                        | 1043.70   | 27509.24    | 44664.23    | 53847.43    |
| 5.0                        | 1184.87   | 31230.43    | 62095.65    | 74373.30    |
| 6.0                        | 1320.68   | 34810.54    | 84777.60    | 100497.00   |
| 7.0                        | 1456.48   | 38390.65    | 112393.50   | 131559.10   |
| 8.0                        | 1587.77   | 41851.78    | 146866.10   | 169273.60   |
| 9.0                        | 1719.06   | 45312.90    | 186572.70   | 211628.20   |
| 10.0                       | 1846.56   | 48674.39    | 234343.00   | 261201.90   |
| 11.0                       | 1974.07   | 52035.88    | 286943.10   | 314663.50   |
| 12.0                       | 2098.43   | 55314.61    | 348337.30   | 375796.30   |
| 13.0                       | 2222.78   | 58593.32    | 413720.50   | 440239.70   |
| 14.0                       | 2344.56   | 61803.98    | 488334.10   | 513234.30   |
| 15.0                       | 2466.33   | 65014.64    | 566142.30   | 589639.50   |
| 16.0                       | 2586.01   | 68170.02    | 653693.30   | 676249.20   |
| 17.0                       | 2705.68   | 71325.40    | 744181.40   | 767125.10   |
| 18.0                       | 2823.68   | 74436.63    | 845374.60   | 870472.60   |
| 19.0                       | 2941.68   | 77547.84    | 950088.10   | 979298.80   |
| 20.0                       | 3058.37   | 80624.66    | 1067066.00  | 1102709.00  |
| 21.0                       | 3175.06   | 83701.46    | 1188992.00  | 1232478.00  |
| 22.0                       | 3290.77   | 86752.45    | 1325063.00  | 1377641.00  |
| 23.0                       | 3406.48   | 89803.41    | 1468047.00  | 1529130.00  |
| 24.0                       | 3521.50   | 92836.26    | 1626597.00  | 1694661.00  |
| 25.0                       | 3636.52   | 95869.09    | 1794014.00  | 1865712.00  |
| 26.0                       | 3751.12   | 98890.82    | 1976820.00  | 2047708.00  |
| 27.0                       | 3865.72   | 101912.50   | 2169824.00  | 2235081.00  |
| 28.0                       | 3980.15   | 104929.70   | 2375464.00  | 2430824.00  |
| 29.0                       | 4094.57   | 107946.90   | 2591785.00  | 2635215.00  |
| 30.0                       | 4170.88   | 109960.50   | 2767099.00  | 2801542.00  |
| 31.0                       | 4247.19   | 111972.60   | 2921538.00  | 2951759.00  |

Figura 6.8-Resultados de ejemplo 2.



## CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES

Se analizó el puente “Barranca del Diablo” que tiene una construcción por etapas mediante lanzado de dovelas, ubicado en una zona de México con nivel de acción sísmica-eólica alta; características que originan un análisis estructural del sistema con dos grados de libertad importantes como se muestra en la figura 3.1 y a partir de estos se proponen ecuaciones simplificada para el análisis sísmico.

En el análisis sísmico se requiere de características geométricas importantes del tablero y pila del puente; éstas, para el puente en estudio de sección variable suelen ser complejas a la hora de calcular u obtener; motivo por el cual, en este trabajo se desarrolla en forma simplificada, un método que facilita dicho calculo de propiedades geométricas en puentes con características similares al puente en estudio: Etapas de construcción de lanzado en dovelas, sección del tablero mostrada en la figura 2.10, concreto presforzado y variación parabólica en el sentido longitudinal del puente; características ampliamente explicadas en el capítulo 7 de este trabajo, donde se presenta el programa “Calculo de Momentos de Inercia .F90” y ejemplos de aplicación en la obtención de momentos de inercia, masa y radios de giros en cada etapa de construcción de un puente.

Para la aplicación las ecuaciones desarrolladas en el análisis sísmico, se planteó una estructura que se muestra en la fig. 2.13 y se modeló también en el programa SAP y LARSA 4D, obteniendo como resultados de ambos análisis, similitud en los periodos de vibrar de la estructura pero diferencia en los elementos mecánicos; la diferencia observada se debe a la forma que en que se realiza el análisis modal. Para el análisis desarrollado en el capítulo 3 de este trabajo se consideran dos grados de libertad en la estructura y la participación total de la masa en estos dos, mientras en los programas de análisis se consideran múltiples grados de libertad y sus diferentes participaciones de masa; tomando en cuenta que los grados de libertad utilizados en la elaboración de las ecuaciones propuestas son los principales en la estructura, se puede concluir que las ecuaciones propuestas nos arrojan resultados pagados al lado conservador.

En la tabla 8.2 se puede observar que los primeros modos de vibrar tienen el mayor porcentaje de masa de participación modal, lo que justifica y aprueba el uso de las ecuaciones propuestas en el capítulo 3.

Tabla 7.1- Comparación de resultados, ecuaciones propuestas Vs Softwares

|            | ECUACIONES PROPUESTAS |      | LARSA 4D |      | SAP  |      |
|------------|-----------------------|------|----------|------|------|------|
|            | X                     | Y    | X        | Y    | X    | Y    |
| TRASLACIÓN | 1.4                   | 0.53 | 1.4      | 0.53 | 1.4  | 0.37 |
| CABECEO    | 0.36                  | 0.08 | 0.36     | 0.08 | 0.53 | 0.06 |



Tabla 7.2- Porcentaje de participación modal de los primeros modos en Larsa 4D

| PORCENTAJE DE PARTICIPACIÓN MODAL |         |         |         |
|-----------------------------------|---------|---------|---------|
| MODO                              | X-DIR   | Y-DIR   | Z-DIR   |
| 1                                 | 40.9477 | 0       | 0       |
| 2                                 | 40.9477 | 0       | 0       |
| 3                                 | 40.9477 | 77.9174 | 0       |
| 4                                 | 85.1397 | 77.9174 | 0       |
| 5                                 | 85.1397 | 77.9174 | 75.1717 |
| TOTAL                             | 85.1397 | 77.9174 | 75.1717 |

En el análisis eólico del puente “Barranca del Diablo”, se aplicaron ecuaciones recomendadas en las normas: EUROCÓDIGO 1991-1-4 2005, que contempla cargas eólicas a puentes con características específicas y en la norma de Dinamarca (DS 410E, 2004) basada en los estudios que presentan Dyrbye y Hansen.

En el desarrollo del análisis eólico es necesario contar con la frecuencia en hz del sistema; ésta depende de la rigidez del de la pila y el momento de inercia alrededor del eje vertical del puente, como se muestra en el capítulo 6. 6 de este trabajo. En la figura 8.1 se muestran los valores obtenidos con la solución desarrollas en el capítulo 6.6 y LARSA 4D.

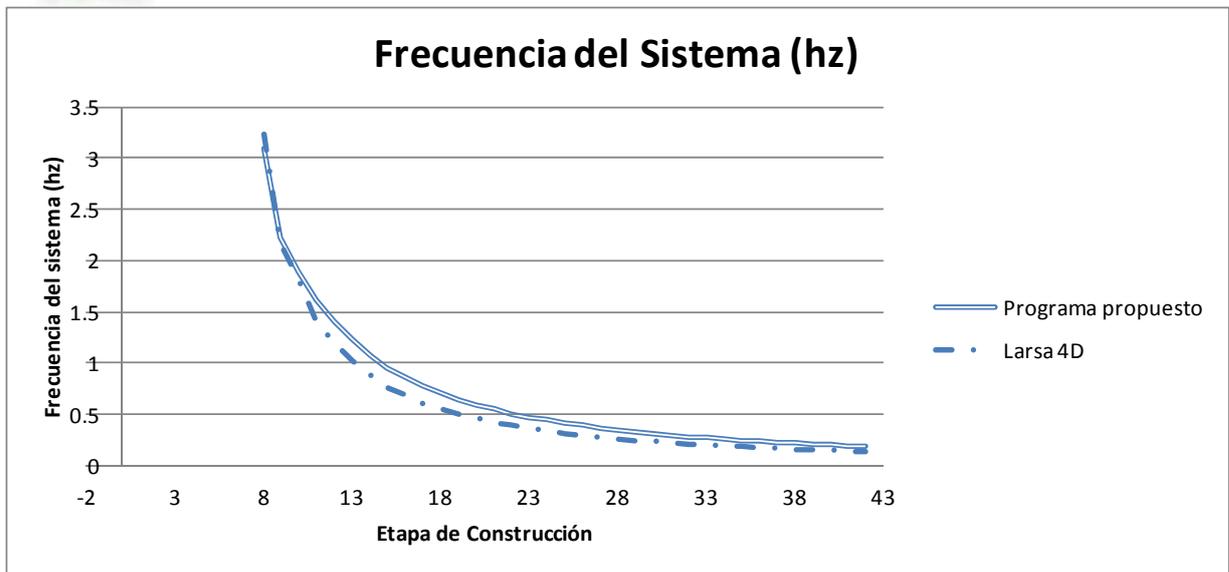


Figura 7.1- Comparación de frecuencia del sistema en Hz.

Se puede observar que ambas soluciones son cercanas, por lo que se recomienda el uso de las ecuaciones propuestas o bien del uso de un software, en este caso se utilizó Larsa 4D.

Se recomienda el uso de las expresiones utilizadas en este trabajo, considerando que su uso es práctico y no requiere de conocimientos especializados en software; es adecuada una persona que pueda utilizar una hoja de cálculo y conocimientos básicos del análisis.

En base a las observaciones se recomienda la siguiente expresión que relaciona el periodo del sistema en torsión con la respuesta del periodo en traslación longitudinal con el siguiente factor

$$F(t) = 4.3357t^5 - 20.4t^4 + 40.592t^3 - 43.142t^2 + 25.279t - 1.5922 \quad \dots(90)$$

Donde,  $F(t)$ , es el factor por el que multiplicando el periodo en traslación longitudinal, se obtendrá el periodo en torsión del sistema.

La aplicación de lo anterior se muestra en la tabla 8.3



Tabla 7.3- Periodo en torsión del sistema considerando la ec. 89.

| PERIODOS |        |         |
|----------|--------|---------|
| FLEXIÓN  | Factor | TORSIÓN |
| 0.18     | 1.83   | 0.34    |
| 0.20     | 2.09   | 0.43    |
| 0.22     | 2.32   | 0.52    |
| 0.24     | 2.53   | 0.62    |
| 0.26     | 2.72   | 0.72    |
| 0.28     | 2.91   | 0.82    |
| 0.30     | 3.08   | 0.93    |
| 0.32     | 3.24   | 1.05    |
| 0.34     | 3.39   | 1.16    |
| 0.37     | 3.53   | 1.29    |
| 0.39     | 3.66   | 1.42    |
| 0.41     | 3.79   | 1.55    |
| 0.43     | 3.90   | 1.69    |
| 0.46     | 4.01   | 1.83    |
| 0.48     | 4.11   | 1.97    |
| 0.50     | 4.21   | 2.12    |
| 0.53     | 4.29   | 2.27    |
| 0.55     | 4.38   | 2.42    |
| 0.58     | 4.45   | 2.57    |
| 0.60     | 4.52   | 2.73    |
| 0.63     | 4.58   | 2.89    |
| 0.66     | 4.64   | 3.05    |
| 0.68     | 4.69   | 3.21    |
| 0.71     | 4.74   | 3.38    |
| 0.74     | 4.78   | 3.54    |
| 0.77     | 4.83   | 3.71    |
| 0.80     | 4.86   | 3.87    |
| 0.83     | 4.90   | 4.05    |
| 0.85     | 4.93   | 4.22    |
| 0.88     | 4.97   | 4.39    |
| 0.91     | 5.00   | 4.57    |
| 0.94     | 5.02   | 4.75    |
| 0.98     | 5.05   | 4.93    |
| 1.00     | 5.07   | 5.08    |
| 1.03     | 5.10   | 5.24    |



---

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Mathivat Jacques, Construcción de Puentes de Hormigón Pretensado por Voladizos Sucesivos, Editores Técnicos Asociados.
- BS EN 1991-1-4 2005,(2005),”Eurocode 1:Actions on structure, Part 1-4, General actions-Wind actions”
- Hibbeler, R. (2004). Mecánica vectorial para ingenieros. Estática (10ª ed.). Prentice Hall.
- Timoshenko, S. - Goodier, J.M. Teoría de la elasticidad. Ed. URMO (1968)
- Dyrbe C. and Hansen S.O. (1996), “*Wind Loads on Structures*” John Wiley and Sons, ISBN 0-471-95651-1.
- DS 410E, (2004),”*Code of practice for Load for the Desing of Structures, Danish Standards Association* “
- AASHTO, (1996), “Standar Specifications for Highway Bridge”, 16<sup>th</sup> Edition, American Association for State Highway and Transportation Officials.