



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**



**Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra
Maestría en Geociencias y Planificación del Territorio**

**ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y FRACTAL DE FRACTURAS
GEOLÓGICAS EN LOS CAMPOS GEOTÉRMICOS DEL
LAGO DE CUITZEO**

T E S I S

Que para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

Con especialidad en:
Geociencias y Planificación del Territorio

Presenta:
Gerardo Bermejo Santoyo

Asesor: Dr. Víctor Hugo Garduño Monroy

Co-asesor: M.C. Alberto Vásquez Serrano



Morelia, Michoacán, Febrero de 2018

DEDICADA

A mis padres, hermanos y toda mi familia...

Ustedes son mis mejores maestros...

Mi mayor apoyo...

Mi fuerza...

¡¡¡Gracias!!!

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Víctor Hugo Garduño Monroy por aceptarme en su grupo de trabajo a través del proyecto en geotermia que eficazmente lidera el cual forma parte del Centro Mexicano de Innovación de Energía Geotérmica Proyecto-17 (CeMIE-Geo P-17). Gracias por el apoyo y las invaluable enseñanzas durante la realización de este proyecto.

Al Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra (INICIT) por aceptar el presente tema de investigación en la Maestría en Geociencias y Planificación del Territorio (MGyPT). De igual forma al personal del INICIT, así como a los profesores que me brindaron las herramientas para desarrollar este trabajo. Especialmente agradezco a mi comité sinodal integrado por el Dr. Ángel G. Figueroa, M. C. Alberto Vásquez, Dr. Antonio Pola, Dra. Aída López y al Dr. Luis Olmos por su apoyo e importantes contribuciones al presente escrito. A la Dra. Erna López por sus consejos y constante motivación durante mi desarrollo profesional, así como a la UMSNH y al Instituto de Investigaciones Metalúrgicas (IIM) por facilitar las instalaciones durante mi estancia en la maestría.

A mis compañeros de generación, Rosa Lilia, Nayeli, Ana Victoria, Addí Emanuel, Amayrani, Javier, Cristian y Francisco, por su apoyo e invaluable amistad. A mis compañeros de maestría e integrantes de proyecto en el CeMIE-Geo Adrián, Noemí, Fidel, Félix, Jorge Alejandro, Atenea, Joaquín, Tania, Abraham, Oscar, Mazzoldi, Agnes, Consuelo, Dulce, Ana, Sandra, Agustín, Nancy, y de manera muy especial agradezco a Emmanuel, Sergio y Monse por su apoyo en campo, además de Mónica Violeta, Silver y Lucy. Todos ustedes influyeron de distintas formas en el desarrollo de este trabajo, así como en el crecimiento laboral y personal de su servidor.

Quiero agradecer también al Dr. Jorge Giner y a la Universidad Autónoma de Madrid, así como a todo su personal y alumnado para quienes no encuentro palabras de agradecimiento por el extraordinario trato que tuvieron conmigo durante una corta pero inolvidable estancia, me sentí como en casa.

Por último y no menos importante agradezco a CONACyT por la beca de maestría otorgada y sin la cual esta investigación no habría sido posible. De igual forma al CeMIE-Geo P-17 por el apoyo brindado para las salidas al campo. A todos ustedes agradezco y me disculpo con los que seguramente he olvidado.

Tengo la dicha de poder decir que hay a mi lado gente maravillosa que me apoya sin yo decir una sola palabra. A ustedes les digo: Gracias por todo lo que me han brindado y disculpen si alguna vez les he fallado.

RESUMEN

Las fracturas geológicas juegan un papel fundamental en la migración de fluidos, por lo que es muy relevante su caracterización para encontrar zonas permeables. Una forma de analizar las propiedades de las fracturas es a través de parámetros fractales en 1D y 2D, los cuales están enfocados a la distribución y arreglo de las fracturas. El presente estudio analiza las propiedades de fracturas mediante la teoría fractal en tres diferentes escalas en rocas andesíticas e ignimbritas del Mioceno en la zona del Lago de Cuitzeo, todas ellas en relación a los campos geotérmicos y por ende a la migración de fluidos.

El análisis de propiedades de fracturas en 1D contempló parámetros fractales de exponentes de frecuencia acumulada en espaciamentos y apertura, así como dimensión de caja, dimensión de correlación y exponente de Lyapunov. El análisis 2D se realizó en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones mediante parámetros de dimensión de caja, masa y correlación, así como lacunaridad, densidad, intensidad, longitud y orientación.

Los resultados indican la presencia de cuatro familias de fracturas con orientaciones preferenciales NO-SE, NE-SO, E-O y N-S con intensidad promedio de 8 a 36 fracturas en líneas de 1 metro de longitud, las cuales se intersectan en planos de inmersión subvertical principalmente. El análisis en 1D por familias, arrojó valores negativos de exponentes de frecuencia acumulada en espaciamentos, cuyas leyes de potencia promedio son de -0.87 a -2.22 mientras que para la apertura fue de -0.995 a -2.283. En tanto que las dimensiones de caja y correlación arrojaron valores promedio entre 0-0.86 y de 0.01-0.53 respectivamente, donde la dimensión se incrementa con la escala, dicha tendencia se mantiene para el exponente de Lyapunov encontrado entre 0.13 y 1.41 lo que indica espaciamentos irregulares y agrupados. El análisis 2D para mapas de fracturas muestra promedios de dimensión de caja, masa y correlación de 1.32-1.57, 1.72-1.99 y 1.32-1.65 respectivamente, los cuales se incrementan con la escala. La lacunaridad por su parte disminuye a escalas grandes, de acuerdo al promedio obtenido entre 0.73-0.98. Por otro lado, en mapas de puntos medios e intersecciones la dimensión de caja y masa se encuentra entre 1.068-1.155 y 1.661-2.074 respectivamente, mostrándose prácticamente invariantes a la escala pero con ligera tendencia a incrementarse con la misma. Respecto a la densidad e intensidad, ambos valores son inestables en las tres escalas, en tanto que la longitud muestra la existencia de fracturas pequeñas principalmente y en menor proporción tamaños grandes. De esta manera, las fracturas en las rocas del Lago de Cuitzeo muestran una distribución y arreglo favorable para la circulación de fluidos geotérmicos, donde la actividad sísmica contribuye a la permeabilidad manteniendo abiertas las fracturas.

Palabras clave: fluidos, permeabilidad, dimensión de caja, lacunaridad, exponente de Lyapunov.

ABSTRACT

Geological fractures play a fundamental role in the migration of fluids due to their utility in the identification of permeable zones. One method of analyzing the properties of fractures is via 1D and 2D parameters, which are focused on the distribution and arrangement of the fractures. This study analyzes the properties of fractures according to fractal theory in three different scales of Miocene andesitic and ignimbrite rocks in the area of Lago de Cuitzeo, all in relation to the geothermal fields and subsequently the migration of fluids.

The analysis of the properties of fractures in 1D examined the fractal parameters of cumulative frequency exponents in spacing and opening, as well as box dimension, correlation dimension, and Lyapunov exponent. 2D analysis was done via fracture, midpoint and intersection point maps according to the parameters of box dimension, mass dimension and correlation dimension, along with lacunarity, density, intensity, longitude and orientation.

The results indicate the presence of four families of fractures with preferential orientations of NO-SE, NE-SO, E-O and N-S with an average intensity of 8 to 36 fractures in lines of 1 meter in longitude, which intersect primarily in subvertical immersion planes. The 1D analysis by families returned negative values for cumulative frequency exponents in spacings, whose average power laws are between -0.87 and -2.22 while for openings it was from -0.995 to -2.283. The box and correlation dimensions returned average values between 0-0.86 and 0.01-0.53 respectively, where the dimension increases with scale, and this trend continues for the Lyapunov exponent, which was found to be between 0.13 and 1.41, indicating irregular and clustered spacings. The 2D analysis via fracture maps shows box, mass and correlation dimensions of 1.32-1.57, 1.72-1.99 and 1.32-1.65 respectively, which increase with scale. The lacunarity, however, decreases at large scales, as seen in the obtained average between 0.73-0.98. On the other hand, in midpoint and intersection point maps, the box and time dimensions were found to be between 1.068-1.155 and 1.661-2.074 respectively, demonstrating practical invariance to scale but with a slight tendency to increase. With respect to density and intensity, both values are unstable in all three scales, such that the longitude shows primarily the existence of small fractures but also some that were larger in size. In this manner, the fractures in the rocks of Lago de Cuitzeo show a distribution and arrangement favorable for the circulation of geothermal fluids, where seismic activity contributes to permeability, keeping the fractures open.

Keywords: fluids, permeability, box dimension, lacunarity, Lyapunov exponent.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Justificación	4
1.2. Objetivos	4
1.3. Hipótesis	5
1.4. Antecedentes	5
2. ÁREA DE ESTUDIO.....	11
2.1. Localización.....	11
2.2. Marco Tectónico	12
2.3. Cuencas y Sierras.....	15
2.4. Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA).....	16
2.5. Estratigrafía.....	18
3. YACIMIENTOS GEOTÉRMICOS	23
3.1. Inicios de la industria geotérmica	26
3.2. La geotermia en México	27
4. TEORÍA DE FRACTURAS GEOLÓGICAS	29
4.1. Mecánica de fracturas	29
4.2. Modos de fracturas.....	31
4.3. Caracterización y análisis sistemático de fracturas.....	32
Intensidad de fracturas	34
Densidad de fracturas	35
5. FRACTALES Y GEOLOGÍA	36
5.1. Dimensión fractal.....	37
5.2. Fractales determinísticos y estadísticos	39
5.3. Características fractales	42
5.4. Cálculo de la dimensión fractal en sistemas de fracturas	46
a. Análisis fractal en 1D	46
Frecuencia acumulativa	46
Dimensión de caja	46
Dimensión de correlación.....	46
Exponente de Lyapunov	47

b. Análisis fractal en 2D.....	49
Dimensión de caja	49
Dimensión de masa.....	50
Dimensión de correlación.....	50
Lacunaridad	50
6. METODOLOGÍA	52
6.1. Revisión bibliográfica.....	52
6.2. Recolección de datos.....	52
6.3. Análisis de datos	53
6.4. Programas usados para el análisis.....	57
7. RESULTADOS.....	60
7.1. Secuencias geológicas y geología estructural	61
7.2. Determinación de familias de fracturas	66
7.3. Análisis 1D de fracturas geológicas.....	68
Exponente de frecuencia acumulativa	70
Dimensión de Caja 1D.....	76
Dimensión de Correlación 1D	78
Exponente de Lyapunov	80
7.4. Análisis 2D en mapas de fracturas.....	81
Exponente de frecuencia acumulada de la longitud	82
Dimensión de Caja.....	83
Dimensión de Masa	85
Dimensión de Correlación.....	86
Lacunaridad	88
Mapas de puntos medios e intersecciones	89
Densidad de fracturas	90
Intensidad de fracturas.....	91
8. DISCUSIÓN.....	93
8.1. Análisis 1D: espaciamiento y apertura	94
8.2. Análisis 2D: dimensiones de caja, masa, correlación y lacunaridad	95
8.3. Relación permeabilidad-fractales-geotermia	97

9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	100
BIBLIOGRAFÍA.....	102
Anexo 1. Dimensión de caja 1D	110
Anexo 2. Dimensión de correlación 1D	113
Anexo 3. Exponente de Lyapunov	116
Anexo 4. Mapas de puntos medios e intersecciones	119

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.1. Representación gráfica de esfuerzo-deformación.</i>	2
<i>Figura 1.2. Caracterización de fracturas a partir de orientación, grado y distribución de agrupamiento, longitud de fractura e intensidad.</i>	3
<i>Figura 2.1. Área de estudio y localización de las zonas termales del Lago de Cuitzeo</i>	12
<i>Figura 2.2. Contexto geodinámico de México.</i>	14
<i>Figura 2.3. Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA).</i>	17
<i>Figura 2.4. Distribución de las principales secuencias geológicas dentro del área de estudio.</i>	18
<i>Figura 2.5. Mapa geológico y columna estratigráfica compuesta de la SMC.</i>	20
<i>Figura 2.6. Mapa geológico-estructural de la secuencia suroeste del Lago de Cuitzeo.</i>	21
<i>Figura 2.7. Geología de la Sierra San Andrés.</i>	22
<i>Figura 3.1. Países generadores de energía eléctrica a partir de geotermia, así como la cantidad en megawatts (MW).</i>	24
<i>Figura 3.2. Representación de un sistema geotérmico.</i>	24
<i>Figura 3.3. Principales usos de la energía geotérmica en relación a su temperatura.</i>	25
<i>Figura 3.4. En 1904, se produce por primera vez en el mundo electricidad con vapor geotérmico en Larderello, Italia.</i>	26
<i>Figura 3.5. Ubicación de los cinco campos geotérmicos en producción en México.</i>	28
<i>Figura 4.1. Modelo de Griffith para una fisura en una placa finita y la zona de valor crítico de una fractura en tensión</i>	30
<i>Figura 4.2. Representación de las diferencias entre los parámetros K y J de las fracturas lineales y no lineales en el extremo de las fisuras.</i>	31
<i>Figura 4.3. Modos de fractura.</i>	32
<i>Figura 4.4. Generación de fracturas modo I a partir de zonas de cizalla (modo II y III).</i> ... 32	
<i>Figura 4.5. Sesgos en la toma de datos para el análisis de fracturas.</i>	34
<i>Figura 4.6. Ventanas circulares propuestas por Moreno-Sánchez et al. (2006).</i>	34
<i>Figura 5.1. Ejemplo de una forma fractal que mantiene auto similitud.</i>	36
<i>Figura 5.2. Dimensiones Euclidianas o dimensiones enteras.</i>	38
<i>Figura 5.3. Construcción de seis dimensiones fractales a partir de una línea.</i>	38
<i>Figura 5.4. Polvo de Cantor en 2D.</i>	40
<i>Figura 5.5. Esponja de Menger.</i>	40
<i>Figura 5.6. Tríadica de Koch.</i>	41
<i>Figura 5.7. Ejemplo para determinar la longitud de línea de costa de Gran Bretaña.</i>	42
<i>Figura 5.8. Modelos de fractales matemáticos no lineales.</i>	43
<i>Figura 5.9. Superficie auto-afín generada mediante computadora, simulando la rugosidad de superficies de fractura</i>	44
<i>Figura 5.10. Dos diferentes geometrías para la misma distribución de espaciamientos.</i> ...	47
<i>Figura 5.11. Cálculo de λ_{max}.</i>	49
<i>Figura 5.12. Ejemplo de lacunaridad.</i>	51

<i>Figura 6.1. Toma de datos en líneas de muestreo y ventanas circulares en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 m).</i>	53
<i>Figura 6.2. Ventana del programa Frackita desarrollado por Vásquez-Serrano (2013).</i>	54
<i>Figura 6.3. Mapas generados a partir de las fotografías tomadas en campo.</i>	56
<i>Figura 6.4. Ventanas de análisis en FracAnalysis y Fractalyse.</i>	58
<i>Figura 7.1. Ubicación de las 49 estaciones estructurales desarrolladas en campo y su integración en 6 estaciones generales denominadas CuiFrac identificadas por colores.</i>	60
<i>Figura 7.2. Simplificación de las secuencias geológicas del área de estudio.</i>	63
<i>Figura 7.3. Columna y secciones estratigráficas de la geología del área de estudio con espesores aparentes.</i>	64
<i>Figura 7.4. Mapa estructural de la zona de estudio.</i>	65
<i>Figura 7.5. Análisis de planos de fracturas geológicas por estaciones.</i>	68
<i>Figura 7.6. Número de fracturas promedio por metro para las cuatro familias.</i>	69
<i>Figura 7.7. Ejemplos de la distribución de fracturas arrojada por el programa Frackita.</i>	70
<i>Figura 7.8, a. Gráficos de frecuencia acumulada contra espaciamento de las estaciones CuiFrac 01 y 02 en la unidad andesítica.</i>	72
<i>Figura 7.9. Gráficos bilogarítmicos para la apertura contra la frecuencia acumulada en las unidades andesita e ignimbrita.</i>	76
<i>Figura 7.10. Variación de la dimensión de caja en tres escalas (CuiFrac-05 es en ignimbritas).</i>	78
<i>Figura 7.11. Variación de la dimensión de correlación contra la escala (CuiFrac-05 es en ignimbritas).</i>	80
<i>Figura 7.12. Variación del exponente de Lyapunov con la escala (CuiFrac-05 es en ignimbritas).</i>	81
<i>Figura 7.13. Determinación de valores de exponentes de frecuencia acumulada de la longitud por estaciones.</i>	83
<i>Figura 7.14. Variación de la dimensión de caja contra la escala.</i>	84
<i>Figura 7.15. Variación de la dimensión de masa para mapas de fracturas.</i>	86
<i>Figura 7.16. Variación de la dimensión de correlación.</i>	87
<i>Figura 7.17. Variación de la lacunaridad para las tres escalas de observación.</i>	89
<i>Figura 7.18. Comparación de los valores de dimensión de caja y masa para mapas de puntos medios e intersecciones.</i>	90
<i>Figura 7.19. Valores de densidad obtenidos por dos metodologías diferentes.</i>	91
<i>Figura 7.20. Valores de intensidad obtenida por dos metodologías diferentes.</i>	92

1. INTRODUCCIÓN

De manera general, las fallas y fracturas son estructuras geológicas que juegan un papel fundamental en procesos geológicos como el vulcanismo, el hidrotermalismo y la mineralización. Representan una conexión directa entre la superficie terrestre y su interior, al generar permeabilidad en rocas a través de las cuales la Tierra transmite energía por lo que influyen directamente en la dinámica terrestre. En el caso particular de los sistemas geotérmicos, las fallas y fracturas representan el medio por el cual los fluidos geotérmicos (p. ej. vapor y agua) ascienden a la superficie terrestre. La relación entre el yacimiento geotérmico y la permeabilidad es fundamental para que sea viablemente explotable. La permeabilidad en muchas rocas está prácticamente en función de las fracturas por lo que es imprescindible identificar sus características.

Se sabe que las fallas y fracturas se forman por la acción de esfuerzos y de la forma en que varían en el tiempo a partir de pequeñas imperfecciones llamadas fisuras (Griffith, 1920), su geometría depende en tanto de las características físicas de la roca, como su geometría y su posición espacio-tiempo. En conjunto estas características físicas condiciones el comportamiento mecánico, en particular la resistencia y la deformación (Fig. 1.1). Su análisis geométrico requiere observaciones sistemáticas en varias escalas (Vásquez-Serrano, 2013). La geometría de estas estructuras sistemas de fractura está controlada por varios procesos como propone Massiot (2017):

1. La reología y la heterogeneidad en las rocas que incluye estratificación, foliación y propiedades petrofísicas como resistencia a la tracción, porosidad y tortuosidad.
2. La evolución de los efectos tectónicos, causantes de fallas y fracturas.
3. La meteorización, la diagénesis y la alteración hidrotermal pueden generar cambios drásticos en las unidades de rocas y fracturas como la compactación, alteración generalizada y una disminución o aumento de la porosidad dependiendo de la precipitación o disolución mineral.
4. El aumento de la presión de fluido en conjunto con la intensidad en el campo de esfuerzos facilita la generación de fallas y fracturas asociadas, en muchos casos, la reactivación de fracturas preexistentes.
5. Los efectos del estrés térmico, que pueden ser insignificantes en muchos sistemas, pueden ser significativos en yacimientos geotérmicos y las zonas de fallas activas con altas tasas de calor y advección del fluido.

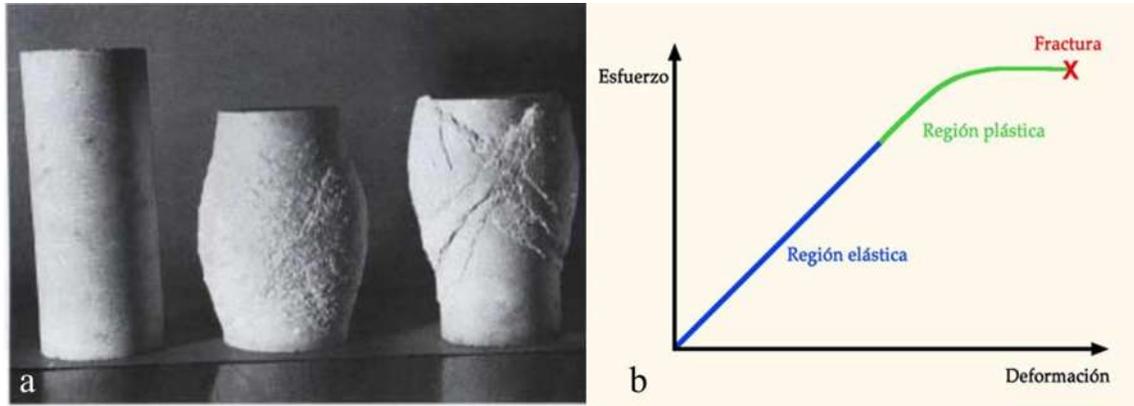


Figura 1.1. Representación gráfica de esfuerzo-deformación. a. Espécimen de roca sometida a esfuerzo uniaxial. Las fracturas se forman a 45° respecto al esfuerzo principal (fracturamiento ideal en muestra sometida a carga). b. Comportamiento ideal de una muestra sometida a carga axial. El comportamiento es representado por colores.

Una forma de caracterizar las fallas y fracturas es a través de la teoría fractal. Esta teoría, propuesta por Mandelbrot en 1967, se basa en invariancia en la escala de fenómenos geológicos como pliegues, vulcanismo y sismos. Esta teoría ha sido tratada además de su inventor Mandelbrot, por autores como Feder (1988), Vicsek (1992), Kaye (1989, 1993) y Korvin (1992), este último introdujo muchas aplicaciones de la teoría fractal en ciencias de la Tierra (Vásquez-Serrano, 2013) como fragmentación.

Son muchos los fenómenos geológicos que presentan invariancia de escala mediante leyes de potencia (distribución fractal) como la distribución frecuencia-tamaño en fragmentos de roca, fallas, fracturas, sismos, erupciones volcánicas, yacimientos minerales, zonas de alteración y campos petroleros. Sin embargo la distribución fractal no es la única, existen otras como la distribución normal o log-normal que caracterizan algunos otros fenómenos geológicos (Vásquez-Serrano, 2013), por ejemplo Korvin (1989) ejemplifica que la fragmentación no siempre sigue leyes de potencia relacionadas a fragmentación fractal. El uso de las técnicas de la teoría fractal para el análisis de fracturas ha sido aplicado en varios sistemas geológicos, donde se busca conocer el papel que juegan estas estructuras como conductos en el proceso de migración de fluidos (Riley *et al.*, 2011; Babadagli, 2001 y 2002; Barton y Larsen, 1985). En el caso particular de los sistemas geotérmicos se han usado a los fractales para ubicar nuevas zonas de explotación, así como para hacer más eficiente la producción en zonas activas (Babadagli, 2002).

Las fallas y fracturas geológicas se pueden caracterizar a partir de propiedades como: densidad, intensidad, longitud, espaciamiento, apertura y orientación de las fracturas (Fig. 1.2). La medición de estas propiedades permite estimar parámetros como: Dimensión de caja, Dimensión de correlación, Dimensión de masa, Lacunaridad y Exponente de Lyapunov, para obtener dimensiones fractales y relacionarlas por ejemplo a yacimientos geotérmicos en términos de permeabilidad, geometría y distribución espacial. El presente

análisis pretende ser una herramienta útil para la caracterización de fracturas en zonas geotérmicas como lo es el Lago Cuitzeo, Michoacán.

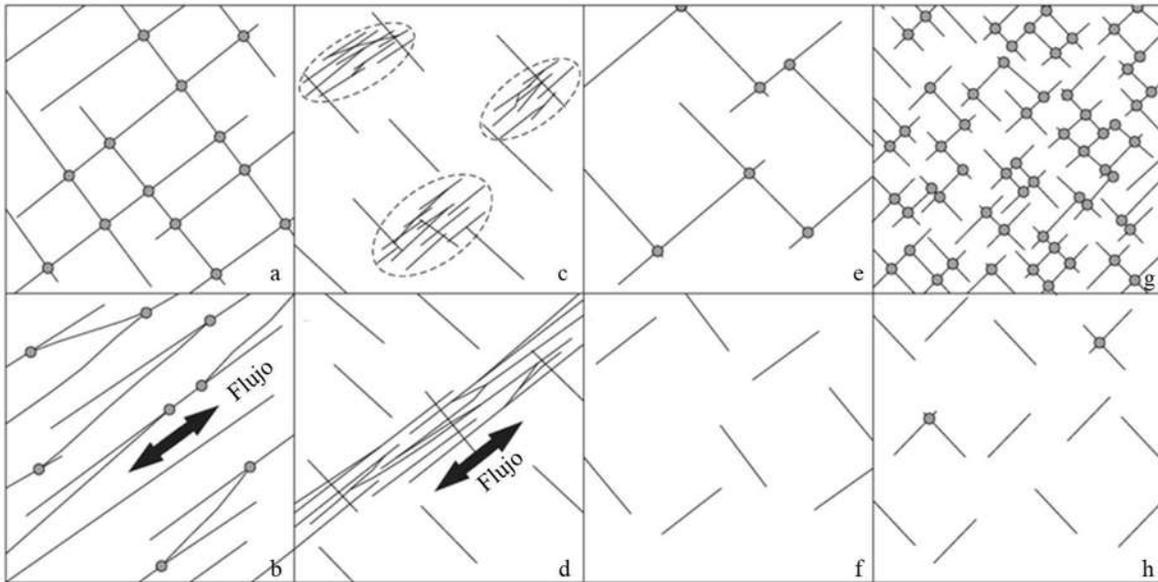


Figura 1.2. Caracterización de fracturas a partir de orientación, grado y distribución de agrupamiento, longitud de fractura e intensidad. Estas propiedades en conjunto con la apertura de las fracturas afectan la conectividad y permeabilidad de una roca. a. Múltiples conjuntos de fracturas de diferentes orientaciones aumentan el número de intersecciones (puntos grises). b. Orientación unimodal. c. Grupos de fracturas aisladas. d. Corredores de fracturas. e. Fracturas largas (mayor probabilidad de intersección). f. Fracturas cortas (baja probabilidad de intersección). g. Alta intensidad de fracturas (mayor probabilidad de intersección). h. Baja intensidad de fracturas (Editada de Watkins *et al.*, 2015).

En los alrededores del Lago de Cuitzeo, se presentan una serie de manifestaciones hidrotermales consideradas de mediana a baja entalpía (<150 °C calculados con geotermómetros) por la Comisión Federal de Electricidad (CFE) distribuidas en cinco localidades; Araró, al este; San Agustín del Maíz y San Agustín del Pulque, en la porción centro sur y norte, respectivamente, Chucándiro y Huandacareo, al oeste. El presente estudio se enfoca principalmente a las manifestaciones de las localidades de San Agustín del Maíz y Araró, ya que estas presentan las más altas temperaturas, mismas que pueden ser aprovechadas para usos industriales directos.

La presente tesis presenta los resultados del análisis geométrico y fractal de fracturas para dos zonas geotérmicas de los dos sitios mencionados, desglosados en nueve capítulos. El primer capítulo y el que nos ocupa, presenta la introducción, justificación, objetivos, así como los antecedentes en este tipo de análisis; el segundo capítulo, contextualiza al lector sobre el área de estudio en relación a la historia evolutiva en términos geológico-estructural; el tercer capítulo, está enfocado a yacimientos geotérmicos, motivo del presente análisis; el cuarto capítulo, está relacionado a la mecánica de fracturas así como a teorías relacionadas a su formación; el quinto capítulo, es una conceptualización de la teoría fractal con base en los parámetros y metodologías que sustentan el presente

estudio; el sexto capítulo, explica la metodología implementada en campo para la obtención de datos; el séptimo capítulo, se enfoca en los resultados del presente estudio analizados en 1 y 2 dimensiones; finalmente los capítulos ocho y nueve muestran una discusión de resultados en comparación con otros estudios y las conclusiones.

1.1. Justificación

La actividad geotérmica en el área del Lago de Cuitzeo ha sido aprovechada principalmente por los habitantes de la zona como aguas curativas principalmente. Aunque los campos geotérmicos de San Agustín de Maíz y Araró ya han sido estudiados por la Comisión Federal de Electricidad (CFE) estos fueron descartados como potencial geotérmico para la producción de energía eléctrica al considerarse de mediana y baja entalpía, donde Viggiano-Guerra *et al.* (2003) considera la existencia de temperaturas de hasta 250° C a altas profundidades para la zona de Araró. Sin embargo, los avances tecnológicos permiten en la actualidad la explotación de campos geotérmicos de mediana y baja entalpía, si bien no para la producción de energía eléctrica si para usos directos (sistemas de calefacción y diversos procesos industriales). Así mismo, el desarrollo de plantas de ciclo binario con sistemas híbridos nos abre nuevas posibilidades de generar electricidad en campos como los de Cuitzeo.

El problema principal al momento de perforar en los campos geotérmicos, es ubicar la zona donde el flujo de fluidos es mayor, y depende de la permeabilidad de la roca almacenadora del yacimiento geotérmico. En este contexto, el análisis de las fracturas a través de la teoría fractal en conjunto con la realización de técnicas geofísicas puede ubicar dichas zonas de interés, lo que permitiría tener un mejor aprovechamiento del recurso y a la vez podría disminuir pérdidas económicas (riesgos en exploración) producto de los llamados pozos fríos, pues los costos de perforación suelen ser muy elevados según reporta Vaca-Serrano (2008). De acuerdo a lo anterior, la implementación de una técnica que determine una relación directa entre las fracturas y la permeabilidad revolucionaría por completo la perforación de pozos geotérmicos (sobre todo en yacimientos de mediana y baja entalpía) reduciendo el riesgo al fracaso, lo que provocaría mayor inversión en campos geotérmicos hoy considerados no aptos.

1.2. Objetivos

Objetivo general:

Analizar la geometría y distribución de las fracturas geológicas de los campos geotérmicos del Lago de Cuitzeo, mediante la aplicación de parámetros fractales que permitan determinar cómo estas estructuras controlan el ascenso de los fluidos geotérmicos.

Objetivos específicos:

- Caracterizar la geometría y distribución de fracturas geológicas mediante observaciones sistemáticas en campo.
- Determinar si existe un comportamiento fractal en fracturas geológicas del Lago de Cuitzeo.
- Determinar la dimensión fractal en al menos tres escalas utilizando las técnicas fractales.
- Identificar con base al análisis fractal las fracturas que hagan más eficiente el flujo de fluidos geotérmicos.

1.3. Hipótesis

El análisis fractal, geométrico y espacial, de fracturas geológicas, está relacionado con la permeabilidad en zonas geotérmicas mediante el análisis de puntos medios e intersecciones de fracturas, reduciendo los riesgos en la perforación.

1.4. Antecedentes

La distribución espacial de los sistemas de fracturas se ha analizado comúnmente usando técnicas geoestadísticas, resultando no ser satisfactoria en algunos casos (Vásquez-Serrano, 2013). Estudios hechos por Barton y Larsen (1985), sugieren que existe una invariancia escalar de ciertas propiedades básicas en dichos sistemas, es decir, se manifiesta un comportamiento auto-similar y autoafín en el patrón espacial de las fracturas por lo que han aplicado los principios de la teoría fractal para la caracterización cuantitativa. Existen varios trabajos en donde se reporta el comportamiento fractal de los sistemas de fracturas (Barton, 1995; Barton y Zobak, 1992; Manning, 1994), especialmente en dos características importantes: la distribución espacial y el escalamiento (Vásquez-Serrano, 2013).

El análisis fractal ha sido aplicado en varios sistemas geológicos donde se busca conocer el papel que juegan las fracturas como conductos en el proceso de flujo de fluidos (Riley *et al.*, 2011; Babadagli, 2001 y 2002; Barton y Larsen, 1985). Históricamente se ha utilizado a los fractales para aumentar la producción de hidrocarburos provenientes de yacimientos naturalmente fracturados (Miranda-Martínez *et al.*, 2006; *in* Vásquez-Serrano, 2013). En el caso particular de los sistemas geotérmicos se han usado a los fractales para ubicar nuevas zonas de explotación, así como para hacer más eficiente la producción en campos productores (Babadagli, 2002).

Desde la propuesta de los fractales por Mandelbrot en los años 60's y su posterior introducción en el campo de la naturaleza por el mismo autor en su libro "*The Fractal Geometry of Nature*" en 1983, se han desarrollado numerosos estudios relacionados a la comprobación de la teoría fractal de forma matemática como experimental y su aplicación

en las ciencias de la tierra. Desde entonces se han propuesto metodologías y parámetros relacionados con fragmentación e invarianza de escala, como la dimensión de correlación utilizada para sistemas dinámicos con comportamiento caótico y dimensionalidad fractal propuesta por Grassberger y Procaccia (1983). Turcotte (1986) determinó la importancia de la fragmentación en fenómenos geológicos que en muchos casos da como resultado distribuciones fractales, también relaciona la ley de potencia como equivalente a la distribución fractal. A medida que se conceptualizó la teoría fractal en las geociencias surgieron metodologías para caracterizar la densidad y conectividad de fracturas a través de la geometría fractal como lo aplicó La Pointe (1988), de igual forma Gillespie *et al.* (1993) prueba la solidez de las técnicas analíticas en conjuntos de datos reales y sintéticos, introduciendo también algunas limitantes de los análisis en 1, 2 y 3 dimensiones.

Es posible que el auge de las técnicas fractales haya iniciado en la década de los 90's cuando se desarrollaron y describieron matemáticamente muchos objetos fractales, seguramente propiciados por los avances tecnológicos como el computacional. Así pues, Rosenstein *et al.* (1993) desarrolló un método práctico para calcular el mayor exponente de Lyapunov para sistemas caóticos y que posteriormente se implementó para la distribución de fracturas en líneas de muestreo 1D (ej. Turcotte, 1997 y Riley *et al.*, 2011). Barton y La Pointe (1995) utilizaron fractales determinísticos proponiendo técnicas prácticas para la determinación de la dimensión fractal en sistemas de fallas y fracturas. Marrett (1996) hizo hincapié en propiedades de fracturas que siguen una ley de potencia y desarrollo expresiones para propiedades de interés como el área de superficie de fractura, porosidad, permeabilidad y anisotropía de onda de corte. Turcotte (1997) analizó los principios de la teoría fractal desde el punto de vista matemático. Marrett *et al.* (1999) realizó análisis en 1D para variables que siguen una ley de potencia como: espesor y espaciamiento entre fracturas.

Más recientemente, las técnicas fractales en el análisis de fracturas ha sido ampliamente tratado con fines de permeabilidad, donde el modelado de fracturas para el desarrollo de campos como los petroleros y geotérmicos son los más interesados. Mauldon *et al.* (2001) utilizan líneas de muestreo lineal y ventanas circulares para caracterizar la geometría de fracturas y obtener densidad, intensidad y longitud. Babadagli (2001, 2002) y Jafari y Babadagli (2011), proponen técnicas para la estimación de la dimensión fractal (Dimensión de Masa: *Sand Box*), además sugieren formas alternativas de caracterizar a las fracturas mediante puntos medios e intersecciones de fracturas considerando la apertura, longitud, densidad y orientación, enfocadas a permeabilidad. Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) determinan la distribución espacial, escalamiento y comportamiento auto-similar, además de densidad, intensidad y longitud de fracturas sobre la falla Los Planes, México. Moreno-Sánchez *et al.* (2006) propone una metodología para el análisis fractal a través de ventanas circulares y líneas de muestreo lineales mismo que compara y comprueba mediante experimentos sintéticos. Riley *et al.* (2011) propone el uso de la dimensión de

correlación y exponente de Lyapunov para cuantificar conjuntos de fracturas sub-paralelas, estos métodos caracterizan la organización de conjuntos de fracturas de diferente forma pero complementaria. Watkins *et al.* (2015), caracterizó las fracturas en volúmenes de rocas homogéneas y heterogéneas implicando una variación en el patrón de fracturas por lo que no pueden usarse como análogos a yacimientos fracturados y proponen una metodologías con enfoques diferentes. Estos son solo algunos de los diversos estudios sobre a técnicas fractales, enfocados a metodologías, alcances, limitaciones y principalmente a caracterización de fracturas para el flujo de fluidos en el campo de los hidrocarburos y la geotermia.

En geotermia por ejemplo, Ledésert *et al.* (1993) aplicaron el análisis fractal de fracturas en un programa geotérmico de roca seca caliente en Soultz-sous-Forets, Francia, que buscó vincular las distribuciones de fracturas de un pozo y la presencia de zonas permeables que actúen como zonas de flujo, obteniendo resultados favorable al combinar la distribución fractal con observaciones petrográficas de la roca como herramienta para identificar zonas favorables a la circulación de fluidos. Watanabe y Takahashi (1995) caracterizaron también mediante geometría fractal redes de fracturas para reservorios geotérmicos en el que proponen un modelado bidimensional para redes de fracturas sub-superficiales basado en la longitud y el número de fracturas, además dan importancia a la densidad de fractura de la masa rocosa, que puede ser utilizado para caracterizar la red de fracturas, de igual forma definen la conectividad y transmisividad entre pozos. Otro ejemplo es el análisis 2D de redes de fracturas para reservorios geotérmicos en el suroeste de Turquía realizado por Babadagli (2001) quien no utiliza solamente el conteo de cajas para describir todas las propiedades de las redes de fracturas ya que considera también densidad, conectividad, orientación y tamaño de fracturas.

Otros autores también han relacionado la dimensión fractal con zonas de fallas como lo hizo Zhao *et al.* (1994 y 1995; *in* Zhang, 2015), quienes estimaron la dimensión fractal en zonas de fallas, obteniendo que esta cambia con la variación de carga, estructura, litología y tamaño de partícula, demostrando un aumento antes de la ruptura para luego permanecer constantes. Esto podría deberse a que el esfuerzo es concentrado en las fracturas originadas previamente. De igual forma Miao *et al.* (2015) aplican un análisis fractal de la permeabilidad para rocas fracturadas y propone la ley de escala fractal para distribución de la longitud de fracturas y la relación entre dimensión fractal para la distribución de la longitud, porosidad del área de fractura y la relación entre longitud máxima y mínima, para derivar un modelo fractal de permeabilidad en rocas fracturadas basado en geometría fractal y la ley cúbica para el flujo laminar en fracturas, considerando la redes de fracturas, porosidad, densidad y la microestructura de fracturas como longitud, apertura, inclinación y orientación.

En México, Kurokawa *et al.* (1995) determinaron el comportamiento fractal en la distribución espacial de centros volcánicos y su volumen dentro del Campo Volcánico

Michoacán-Guanajuato. Más recientemente se han publicado algunos estudios como el de Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) donde se explora y comprueba la naturaleza fractal de fracturas en macizos rocosos. Vásquez-Serrano (2013), realizó un análisis de fracturas en un análogo expuesto de yacimientos carbonatados naturalmente fracturados y su implementación en modelos de flujos de fluidos utilizando herramientas de la teoría fractal.

Como se mencionó, los estudios enfocados a técnicas fractales es extensa, sin embargo en nuestro país parece haber sido poco implementada por lo que resulta interesante su aplicación, más aun debido al reciente interés en campos geotérmicos como el Lago de Cuitzeo, donde los estudios se han enfocado a las manifestaciones hidrotermales de San Agustín del Maíz, San Agustín del Pulque y Araró por parte de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) y de tipo geológico-estructural y sismicidad en relación al Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA), por parte de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). En ninguno de los casos se ha desarrollado un estudio de análisis fractal.

Uno de los primeros estudios del Lago de Cuitzeo lo desarrolló Melchor Ocampo en 1845 quien realizó estudios geológicos en el poblado de Araró debido a un sismo de gran intensidad ocurrido ese mismo año cuyo epicentro se determinó en los alrededores del poblado, dicho evento causó temor y especulaciones sobre el nacimiento de un nuevo volcán. En 1872, a ~14 km al Este de Araró, en el pueblo de Ucareo ocurrieron una serie de sismos (160 sismos en tres semanas) que llamaron la atención y que llevaron hacer estudios geológicos por parte del ingeniero Manuel Urquiza Balbuena en el área, incluyendo la Sierra de los Azufres y la Sierra Mil Cumbres (Flores, 1946; *in* Gómez-Vasconcelos, 2012).

Bigurra-Pimentel y Romero de León (1983) realizaron estudios geofísicos el borde sur del Lago de Cuitzeo, el estudio se basó en el método eléctrico resistivo cuyo objetivo fue definir los mínimos resistivos en las zonas geotérmicas de San Agustín del Maíz y San Juan Tarameo, así como los rasgos estructurales que puedan existir dentro del lago. En ese mismo año, el Ing. J. Jesús Arredondo Fragoso realizó estudios con el objetivo de detectar estructuras que estuvieran cubiertas por materiales más recientes dentro de la Laguna de Cuitzeo concluyendo a través del análisis de gases y geotermómetros (Na-K-Ca) una temperatura de 192°C a profundidad y que de existir un yacimiento geotérmico este se encuentra entrampado en las andesitas basales (Arredondo-Fragoso, 1983).

Tello-Hinojosa y Quijano-León (1984) mencionan la existencia de cuatro zonas atractivas para generar energía eléctrica a partir de vapor endógeno, destacando a Araró con el mayor potencial seguido de San Agustín del Maíz y San Juan Tarameo. Para 1985, el Ing. Hector Vargas Ledezma, realizó una compilación de los datos generados por estudios de la CFE en el área de estudio, interpretando que el sistema geotérmico de Araró y Huingo son una descarga del fluido geotérmico de Los Azufres controlada por el sistema de fallas NE-SO (Vargas-Ledezma, 1985). Ya en 1988, Oscar Campo, Enrique y Fernando,

realizaron análisis de aguas termales de Araró concluyendo que éstas provienen de fuentes profundas y estiman temperaturas que podrían llegar a los 330°C en profundidad. Casarrubias *et al.* (1990) menciona que el nivel freático de la zona de Zimirao es muy somero de alrededor de un metro de profundidad el cual se mezcla con agua termal, interfiere también una capa arcillosa formada por sedimentos lacustres que actúan como capa sello, pero en la zona de fallas y fracturas esta se rompe permitiendo que se manifieste el hidrotermalismo.

Segovia *et al.* (2005) calcularon las temperaturas de los yacimientos geotérmicos del área de Cuitzeo y los Azufres mediante gas radón presente en los mismos. Concluyeron, con base en datos químicos de los pozos y manantiales, que podrían producirse uno o más reservorios geotérmicos con temperaturas que varían entre los 165 y 220°C. Medina-Vega (2008) en su estudio de tesis tuvo como objetivo generar un modelo geohidrológico conceptual del acuífero de Cuitzeo y realizar una simulación del mismo, concluyó la existencia de tres acuíferos dentro de la cuenca del Lago de Cuitzeo, además postula como origen de las manifestaciones hidrotermales a los cuerpos ígneos sepultados por los sedimentos del lago.

Uno de los estudios más relacionados a un ámbito fractal lo realizó Mennella (2011), quien estudió la sismotectónica del sector occidental del Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA), a partir del análisis de poblaciones de fallas que busca interpretar el régimen de deformación reciente y actual, también se enfoca al régimen de esfuerzos regionales a partir del análisis de datos de mecanismos focales de terremotos intraplacas someros. En su estudio concluye la existencia de estructuras NO-SE y NNO-SSE, heredadas de la tectónica Cuencas y Sierras (*Basin and Range*) que permitieron el emplazamiento de vulcanismo en la porción central del Cinturón Volcánico Transmexicano (CVTM). También determinó que el SFMA es el más joven y tiene un dirección preferencial E-O y NE-SO con movimientos normales o normal-direccional conjugados (mayormente izquierdo) que reactiva estructuras NNO-SSE como fallas laterales derechas.

Otros estudios se han desarrollado también en torno al SFMA como los hechos por Quintero-Legorreta (2002), Garduño-Monroy *et al.* (2001 y 2009) enfocados a la potencialidad sísmica y paleosismos dentro de este sistema de fallas. Numerosos también son los estudios relacionados al origen, desarrollo y evolución del Lago de Cuitzeo como los hechos Israde-Alcántara *et al.* (2002 y 2010), así como estudios de carácter ambiental.

Los estudios existentes a cerca de la teoría fractal aplicados en campos geotérmicos son relativamente pocos, aunque su aplicación en el campo de las geociencias es variada y ha sido ampliamente utilizada en yacimientos petroleros, son numerosos los estudios realizados para explicar, comprobar e implementar metodologías apropiadas para su aplicación en diferentes campos de las geociencias. Su aplicación en fenómenos geológicos ha sido comprobada por parte de investigadores como Riley, Babadagli, Barton, Larsen,

Jafari, La Point, Zobak, Minning, Nieto Samaniego y Marrett, entre muchos otros, quienes la han implementado en el análisis de fracturas para el flujo de fluidos en hidrocarburos en función de la longitud, densidad, intensidad y apertura, también se ha aplicado en vetas minerales e incluso en análisis de vulcanismo, sismos y en áreas de la geomorfología. En el campo de la geotermia su implementación se enfoca principalmente a la caracterización de las fracturas relacionadas a la permeabilidad como el estudio realizado por Babadagli (2001) en un campo geotérmico de Turquía a través de un análisis fractal en 2D y; Jafari (2011) lo aplicó en la estimación de la permeabilidad en redes de fracturas, entre otros. La aplicación de técnicas fractales para el aprovechamiento de recursos geotérmicos aún es pobre debido principalmente a su reciente e innovadora implementación en este campo de la geología, resultando interesante su aplicación en el campo geotérmico del Lago de Cuitzeo, cuya finalidad se centra en la relación directa entre la permeabilidad y la fractalidad de las rocas de la zona pues hasta ahora se tienen principalmente estudios relacionados con aspectos de investigación y de desarrollo geotérmico o geohidrológicos. Además, el estudio representa uno de los primeros casos aplicados a rocas volcánicas pues la mayor parte se han desarrollado en rocas carbonatadas, así como de los pocos estudios realizados en México con técnicas fractales y en campos geotérmicos.

2. ÁREA DE ESTUDIO

La permeabilidad en campos geotérmicos esta normalmente relacionada a fracturas geológicas, las cuales controlan el ascenso de fluidos geotérmicos, sin embargo, no todos los campos geotérmicos presentan abundancia de estas estructuras, las cuales dependen de las características de la roca y los eventos de deformación. El análisis de fracturas se enfoca en la unidad albergadora del yacimiento geotérmico, su dificultad radica en la exposición superficial de dicha unidad por lo que en ocasiones se recurre a datos de pozos y técnicas geofísicas como sísmica de reflexión. A esta dificultad se puede agregar también el tamaño de los afloramientos que provocan sesgos al momento de obtener los datos.

Otro problema importante con relación a la permeabilidad en zonas geotérmicas es la deposición de minerales que llenan los espacios de las fracturas, por lo tanto la caracterización de fracturas debe contemplar también la apertura y relleno mineral, que indique en conjunto a la tectónica, las fracturas apropiadas para la circulación de fluidos. El depósito mineral en fracturas depende las propiedades físico-químicas del fluido circulante, complicando la permeabilidad y variando con la profundidad pues la deposición de minerales está en función de la temperatura. De esta manera, el análisis de fracturas debe ser lo más detallado posible y considerar todas aquellas características que influyan en el flujo de fluidos, pues las propiedades de fracturas en campos geotérmicos son afectadas por aspectos de presión, temperatura, reología de la roca, eventos de deformación y propiedades de los fluidos, no obstante su caracterización puede ser un indicativo del como controlan el ascenso de fluidos. Por lo tanto el análisis de fracturas en superficie representa un buen acercamiento a las características posibles en el subsuelo (Vásquez-Serrano, 2013).

El gran número de zonas con potencial geotérmico en México permite implementar la caracterización de fracturas geológicas en superficie para relacionarlas al subsuelo en busca de un mejor aprovechamiento del recurso geotérmico. El presente trabajo analiza las fracturas en superficie de campos geotérmicos de Lago de Cuitzeo como herramienta en la caracterización del flujo de fluidos con fines exploratorios a través de técnicas fractales.

2.1. Localización

El área de estudio se localiza en la porción central de la CVTM, es conformada por estructuras como la cuenca del Lago de Cuitzeo, la Sierra Mil Cumbres y la Sierra San Andrés, limitando en su porción ESE con el campo geotérmico de Los Azufres. La zona se encuentra influenciada primordialmente por el Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA), el cual forma sobre la cuenca de Cuitzeo un graben en la parte oriental y semi-grabens en la porción occidental, ambos de orientación E-O y NE-SO (Garduño-Monroy *et al.*, 2009).

El área contempla una extensión superficial aproximada de 2539 km² que incluye el Lago de Cuitzeo y parte de la Sierra Mil Cumbres, como se muestra en la figura 2.1. Las zonas geotérmicas se encuentran alrededor del Lago de Cuitzeo, localizado al norte del estado de Michoacán, colindando con el estado de Guanajuato, entre las coordenadas 19°56'00"N y 101°05'00'O a una altura de 1840 msnm. Es una cuenca endorreica que cubre entre 300 y 400 km² ubicándose como el segundo lago más grande de México, después del Lago de Chapala. El lago se encuentra al norte de la ciudad de Morelia y es delimitado por el campo geotérmico de Los Azufres al este.

En la figura 2.1, se muestra la ubicación de las manifestaciones hidrotermales de San Agustín del Maíz (SAM), a aproximadamente 28 km de la ciudad de Morelia, en el límite centro sur del lago de Cuitzeo, pudiéndose acceder a través de las autopistas Morelia-Salamanca, Guadalajara-Atacomulco y las carreteras federales 15 y 43. Por su parte las manifestaciones hidrotermales de Araró, se localizan a aproximadamente 45 km de la ciudad de Morelia, en el límite este del lago de Cuitzeo, accediéndose a través de la autopista Guadalajara-Atacomulco y las carreteras federales 120 y Morelia-Maravatio en el entronque a Zinapécuaro. Estas zonas se catalogan con mayor potencial geotérmico en el presente estudio, sin embargo también se encuentran manifestaciones térmicas en los poblados de Chucándiro y San Agustín del Pulque (SAP).

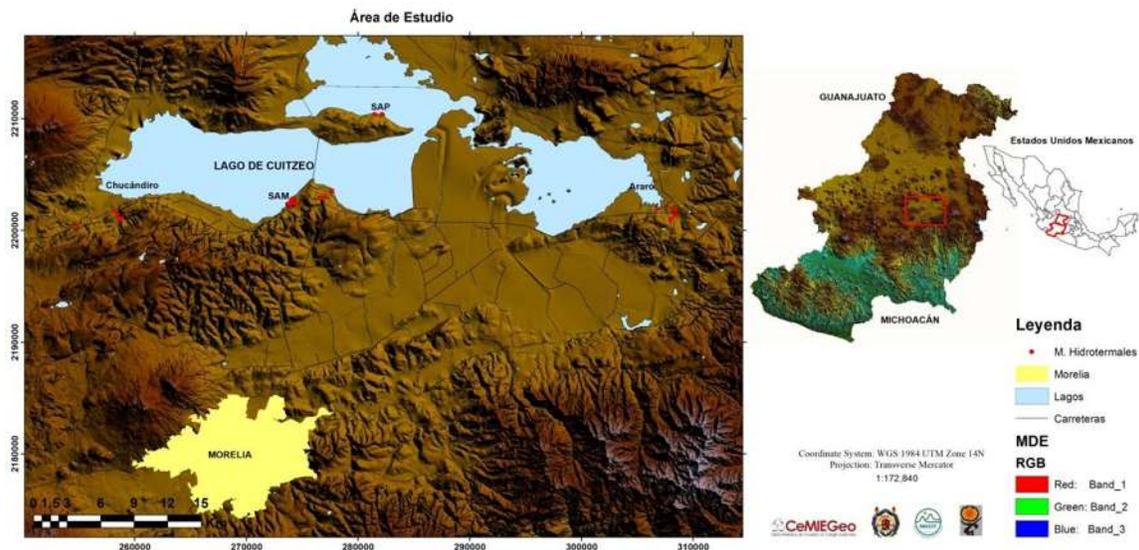


Figura 2.1. Área de estudio y localización de las zonas termales del Lago de Cuitzeo (puntos rojos). El área incluye parte de la Sierra Mil Cumbres encontrada al este de la ciudad de Morelia.

2.2. Marco Tectónico

El área de estudio forma parte de la provincia fisiográfica denominada Cinturón Volcánico Transmexicana (CVTM), referida por investigadores como Demant, 1978, “como un arco magmático continental, constituido por cerca de 8000 estructuras volcánicas y algunos cuerpos intrusivos, que se extiende desde las costas del Pacífico, en San Blas,

Nayarit y Bahía de Banderas, Jalisco, hasta las costas del Golfo de México en Palma Sola, Veracruz”, es una provincia de aproximadamente 1000 km de longitud y una amplitud irregular de entre 80 y 230 km, distribuidos en una dirección preferencial E-O formando un ángulo cercano a los 16° con respecto a la Trinchera Mesoamericana (Ortega-Gutiérrez *et al.*, 1992 in Gómez-Tuena *et al.*, 2005).

El CVTM debe su origen a la subducción de la Placa de Cocos y Rivera por debajo de la Placa Norteamericana (Fig. 2.2). La evolución geológica del CVTM fue estudiada y dividida por Gómez-Tuena *et al.* (2005) en cuatro episodios principales: (1) la instauración de un arco de composición intermedia en el Mioceno Medio y Tardío; (2) un episodio máfico del Mioceno Tardío; (3) un episodio silícico de finales de Mioceno que llega a ser bimodal en el Plioceno Temprano y (4) la reinstauración de un arco con gran variabilidad composicional a partir del Plioceno Tardío. Este último episodio de la evolución del CVTM dio origen en su parte central al Campo Volcánico Michoacán – Guanajuato, el cual parece enmascarar un posible sistema de fallas anterior al Plioceno, sin embargo, existen fallas normales de dirección ONO-ESE y ENE-OSO.

Históricamente se ha dividido al CVTM en tres sectores o porciones con base en su geología y tectónica (Demant, 1978; Pasquaré *et al.*, 1988; in Gómez-Tuena, 2005): una porción occidental entre la costa del Golfo de California y la junta triple de los rifts de Zacoalco, Chapala y Colima (Allan, 1986); una porción central comprendida entre dicha estructura y el sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende (Alanís-Álvarez *et al.*, 2002^a); y una porción oriental entre este sistema y la costa del Golfo de México (Gómez-Tuena *et al.*, 2005). Las fallas dentro del CVTM definen tres sectores (Fig. 2.2): el oriental, con fallas que toman una orientación E-O, NE-SO o NO-SE; el central, donde la orientación está definida claramente de NE a SO, y excepcionalmente de N a S; y el occidental, en el que la orientación predominante es de E a O, con una tendencia ligera hacia el ONO. En general, las fallas son normales, de decenas de kilómetros de extensión, con inclinación hasta de 80° y desniveles verticales de varias centenas de metros (Martínez-Reyes *et al.*, 1990).

En el sector central del CVTM, el análisis cinemático indica que algunas fallas empezaron su actividad posiblemente en el Plioceno Temprano con movimientos laterales izquierdos a transtensivos, para luego volverse progresivamente más extensionales (Ferrari *et al.*, 1990; Suter *et al.*, 1995b; in Mennella, 2011). Las estructuras más importantes de este sistema de fallas son, en su porción oriental, el graben asimétrico formado al norte por las fallas Epitacio Huerta y Acambay-Tixmadeje, al sur por las fallas Venta de Bravo y Pastores, que exhiben una pequeña componente lateral izquierda (Suter *et al.*, 1992; in Mennella, 2011). El sector central se extiende entre el volcán Altamirano hacia el este y la ciudad de Maravatio al oeste, siendo la falla de Venta de Bravo la estructura más sobresaliente de este sector, la cual es una estructura sísmicamente activa que se extiende a lo largo de 45 km (Mennella, 2011). En la porción norte del sector central del CVTM existe

menor número de fallas con rumbo aproximadamente perpendicular a la tendencia regional, por ejemplo el sistema de fallas Querétaro-Taxco y la falla Pathé, las cuales tienen dirección NNO-SSE, consideradas el límite sur de la provincia de cuencas y sierras, sin embargo, muchos planos de fallas normales muestran estrías que indican movimiento de tipo lateral derecho durante el Plioceno (Pasquaré *et al.*, 1988; García-Palomo *et al.*, 2000; *in* Mennella, 2011), debido muy posiblemente a una reactivación inducida del Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA) representado por sobreimpresión de marcadores cinemáticos. Finalmente el sector occidental está representado por el SFMA que tiene como estructuras principales las fallas normales E-O y ENE-OSO de Cuitzeo y el graben de Araró, incluidas dentro del área de estudio del presente trabajo.

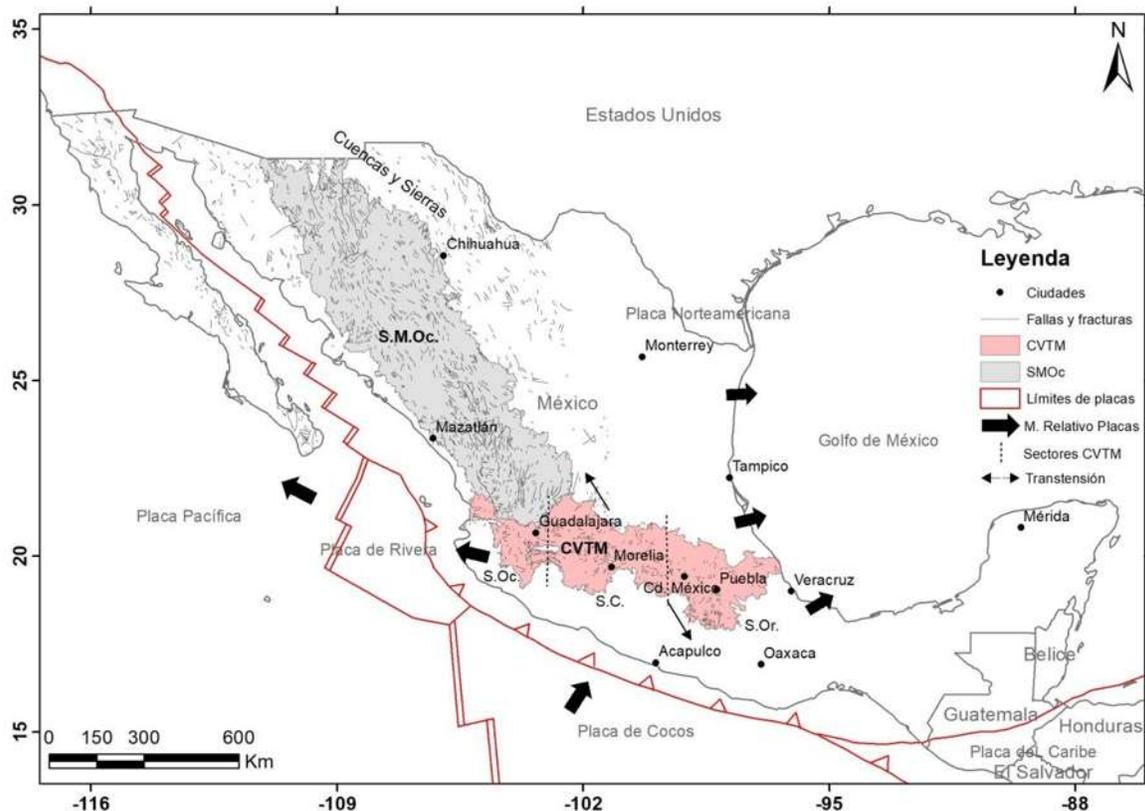


Figura 2.2. Contexto geodinámico de México. Obsérvese la interacción de 5 placas con su movimiento relativo, donde la subducción de la Placa de Cocos debajo de la Placa Norteamericana dio origen al CVTM dividido en tres sectores de acuerdo a los sistemas de fallas, donde el CVTM indica estar en transtensión de acuerdo a Garduño-Monroy *et al.* (2001). El mapa también muestra la provincia de la Sierra Madre Occidental (SMOc.) así como el evento tectónico Cuencas y Sierras (*Basin and Range*) que abarca la zona occidental del país y continúa al sur de Estados Unidos, este evento de deformación se ha considerado presente también en parte del CVTM (Basado en Henry y Aranda-Gómez, 1992; Garduño-Monroy *et al.*, 2001; Mennella, 2011).

2.3. Cuencas y Sierras

La provincia Cuencas y Sierras (*Basin and Range*), es un sistema de fallas predominantemente de tipo normal con dirección NNO-SSE que afecta la porción noroeste de América del Norte, entre México y Estados Unidos. La provincia del Cuencas y Sierras es el resultado de la extensión este-noroeste en el Cenozoico Medio-Tardío durante el Oligoceno-Mioceno (Henry y Aranda, 1992). Se tienen registros en Arizona, Nuevo México y Texas de que la extensión este-noreste comenzó hace ~30 Ma (Chamberlin, 1983; Aldrich *et al.*, 1986; Henry *et al.*, 1991; *in* Henry y Aranda-Gómez, 1992).

La región de extensión en México es de $\sim 9.4 \times 10^5$ km² que constituye aproximadamente la mitad de los $\sim 19 \times 10^5$ km² que conforman la provincia Cuencas y Sierras y que es continua con California, Arizona, Nuevo México y Texas. Esta región abarca al CVTM y probablemente más al sur en Oaxaca (Fig. 2.2) (Henry y Aranda-Gómez, 1992). Para sustentar la idea de que la extensión de Cuencas y Sierras en México se extiende hasta partes de Oaxaca, Henry y Aranda-Gómez (1992) reportan ejemplos de fallas en Durango, Guanajuato, el CVTM y Oaxaca. Ejemplifican la dirección NO y NE de los graben del área Guanajuato-San Luis Potosí y las fallas normales de dirección noroeste del Distrito Minero de Guanajuato, donde la roca huésped de la vena Andalucía indica que la falla comenzó entre 32 y 28 Ma según edades K-Ar reportadas por Gross en 1975. La extensión este-noreste ocurrió entre 15 y 5 Ma al sur de Guanajuato en lo que es la parte central del Cinturón Volcánico Transmexicano reporta Pasquare y colaboradores en 1998, quienes interpretaron esta zona como “prolongación sur de la provincia *Basin and Range* del oeste de los Estados Unidos” pero donde el cinturón volcánico ya no es parte de la provincia extensional.

Los episodios de extensión mejor definidos en México comenzaron alrededor de los 23 y 12 Ma. En tanto, el CVTM y partes de Oaxaca pueden haberse extendido durante el Mioceno pero ahora se encuentran en una provincia tectónica claramente diferente, por lo que no pertenecen a la provincia Cuencas y Sierras (Henry y Aranda-Gómez, 1992).

Existen reportes de estructuras con orientación NNO-SSE consideradas herencia de la provincia Cuencas y Sierras dentro del área de estudio. La estructura más representativa con esta dirección corresponde a la falla regional Tzitzio-Valle de Santiago de tipo lateral derecha que corta el Lago de Cuitzeo y corresponde a la evolución del pliegue-falla de Tzitzio, la cual corta flujos de lava fechados en 700 mil años (Pradal y Robin, 1994; *in* Mennella, 2011).

Mennella (2011), identifica dos fases de deformación en el área de Lago de Cuitzeo, una de dirección NNO-SSE y otra ENE-OSO. El sistema de fallas más antiguo correspondiente a la fase 1 es el NNO-SSE que afecta unidades del Oligoceno hasta el Pleistoceno Temprano, con fallas normales (secundariamente normal-direccionales) y

planos inclinados entre 60 y 70° al NE y SO formando sistemas de horst y graben alargados NNO-SSE. Esta orientación es paralela a la tectónica denominada Cuencas y Sierras en el límite sur de México. Morfológicamente el sistema de fallas NNO-SSE es poco perceptible debido a que prácticamente ha sido borrado por el SFMA, sin embargo pueden ser observados grandes lineamientos a escala regional. Además, en el límite noreste del SFMA hay registros sísmicos que delatan la actividad en el presente de fallas NNO-SSE con cinemática de fallas normales. De igual forma, Mennella (2011), considera que aunque la etapa deformativa NNO-SSE pudo haber heredado estructuras del basamento durante la tectónica Oligo-Miocénica de Cuencas y Sierras, su actividad resulta ser más joven, por lo tanto se debe considerar como una fase de deformación independiente. Además, Henry y Aranda (1992) reportan que los desplazamientos de la provincia Cuencas y Sierras empezaron hace ~30 Ma durante el Oligoceno, mientras que al sur del sector central del CVTM, en la región de Tzitzio, las fallas con estas direcciones se presentan con movimientos laterales.

Aunque se tienen reportes de actividad sísmica de las fallas NNO-SSE como en Querétaro (Mennella, 2011), Pasquaré *et al.* (1997) indican que son una reactivación a lo largo de la deformación del CVTM. Sin embargo no se debe considerar la actividad sísmica de las estructuras NNO-SSE como la manifestación en el presente de la tectónica tipo Cuencas y Sierras ya que se trata de fases de deformación con geometría similar pero bastante separadas en el tiempo (Mennella, 2011).

2.4. Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA)

La porción central del CVTM se caracteriza por ser la zona sísmicamente más activa, que ha generado sismos importantes como el de Acambay en 1912 y de Maravatío en 1979, entre otros. Ambos sismos se encuentran dentro del llamado Sistema de Falla Morelia-Acambay (SFMA) definido como “una serie de fallas normales de dirección E-O y NE-SO que cortan la parte central del Cinturón Volcánico Transmexicano, al cual se asocia la formación de las depresiones lacustres de Chapala, Zacapu, Cuitzeo, Maravatío y Acambay. Las fallas E-O del SFMA aparecieron hace 7-9 millones de años durante el Mioceno Temprano” (Fig. 2.3) (Garduño-Monroy *et al.*, 2009). De acuerdo a Pasquaré *et al.* (1988) las fallas E-O son contemporáneas a la extensión este-noreste ocurrido entre 15 y 5 Ma al sur de Guanajuato, definida como una prolongación de Cuencas y Sierras (Henry y Aranda, 1992).

El Sistema de Fallas Morelia-Acambay representa tectónicamente una de las estructuras más relevantes de la región, en su parte occidental presenta una inclinación al norte y bascula al sur a las secuencias volcánicas del Mioceno-Plioceno, la parte oriental se caracteriza por una estructura tipo graben formado por las fallas Epitacio Huerta y Acambay-Tixmadeje, al norte, y las fallas Venta de Bravo y Pastores, al sur; que exhiben

una pequeña componente lateral izquierda (Suter *et al.*, 1992 y 1995b, *in* Gómez-Tuena *et al.*, 2005).

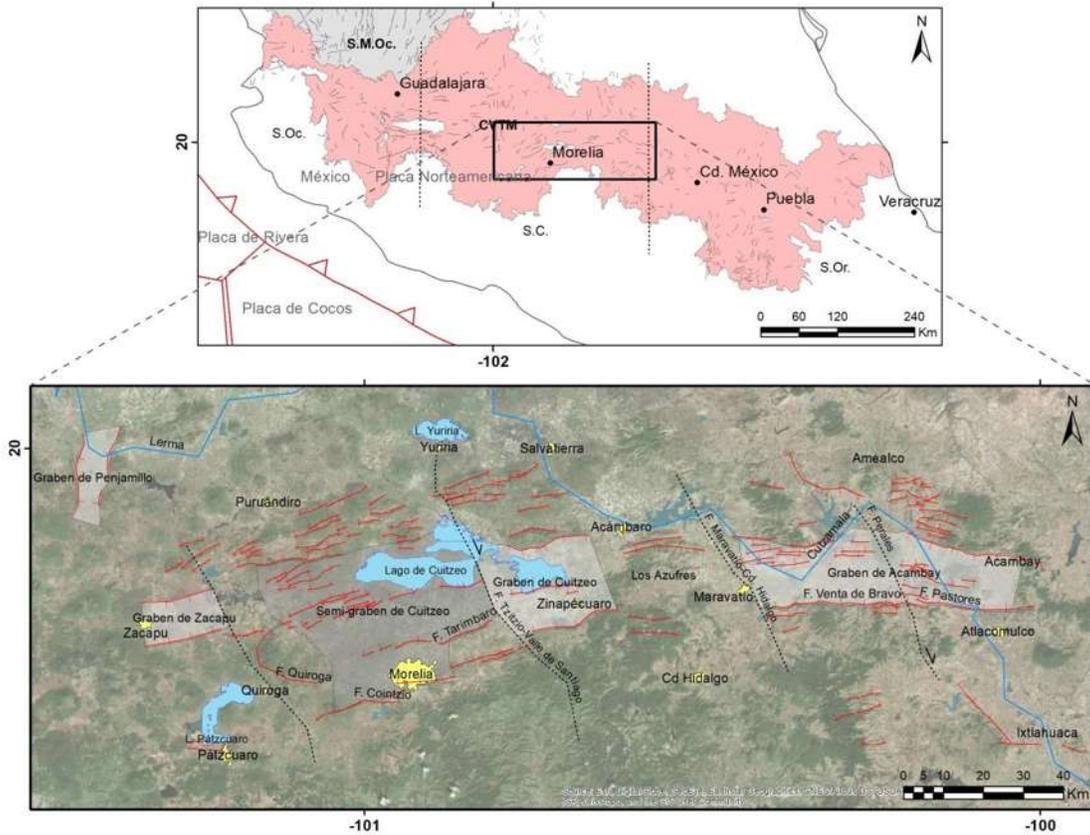


Figura 2.3. Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA). Patrón de fallas normales cuaternarias que conforman el SFMA ubicadas en la parte central del CVTM, así como estructuras regionales de tipo lateral con orientación NNO-SSE (Basado en Garduño-Monroy *et al.*, 2009).

Numerosos estudios se han enfocado al análisis, evolución y sismicidad del SFMA, principalmente por el peligro sísmico que este representa para los asentamientos humanos, ya que históricamente la zona ha reportado varios sismos, por ejemplo, Acambay, 1912 y Maravatío, 1979. Estudios como los hechos por Garduño-Monroy *et al.* (2001 y 2009), Israde-Alcántara (2001, 2002 y 2010), Mennella (2011), entre otros, han deducido la edad aproximada del SFMA de acuerdo a evidencias como las proporcionadas por Mercer *et al.* (2002), en la intercalación de secuencias lacustres con ceniza y piedra pómez fechadas en 1.2 Ma; el desplazamiento de lavas datadas por Suter *et al.* (1995) en 0.4 Ma; evidencias paleontológicas como el *mammuthus columbi*; y evidencia estratigráfica de la secuencia lacustre de Charo inclinada y cortada por fallas E-O y NNO-SSE, reportadas por Israde-Alcantara (1995 y 1999) (Garduño-Monroy *et al.*, 2009).

2.5. Estratigrafía

La evolución geológica de la zona es compleja y ha sido estudiada generalmente de forma regional, sin embargo recientemente se han desarrollado estudios locales de tipo geológico-estructural relacionados a la geotermia. La figura 2.4 muestra las principales secuencias geológicas dentro del área de estudio, las cuales fueron estudiadas por Pasquaré *et al.* (1991), Gómez-Vasconcelos (2012), Maciel-Rivera (2015) y Trujillo-Hernández (2017) mismas que se describen a continuación en orden cronológico de la base a la cima.

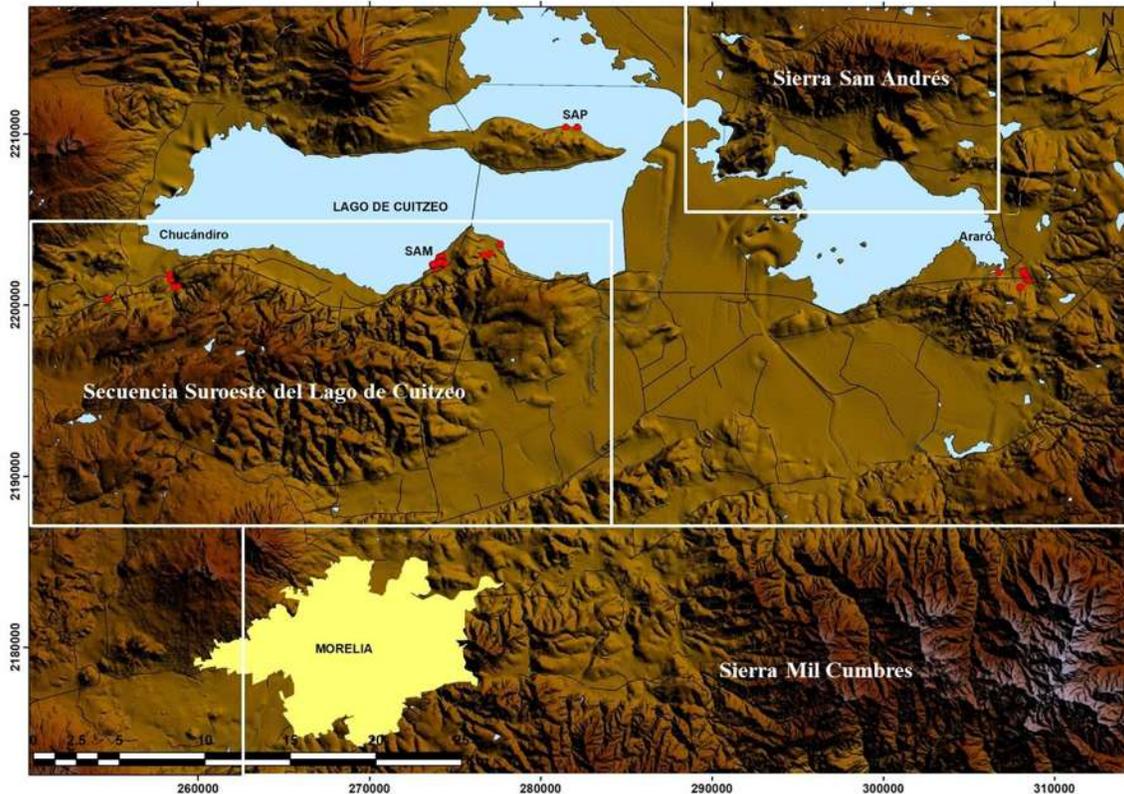


Figura 2.4. Distribución de las principales secuencias geológicas dentro del área de estudio. La zona está integrada por tres grandes secuencias; Sierra Mil Cumbres, Secuencia Suroeste del Lago de Cuitzeo y Sierra San Andrés. Sobreyaciendo a las secuencias anteriores se encuentra el vulcanismo del CVTM y vulcanismo monogenético del Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato (CVMG), además de depósitos fluviales.

➤ *Basamento*: está conformado por secuencias sedimentarias tipo flysch metamorfizadas en bajo grado y fracturación, son de color verde con bloques redondeados de diferentes composiciones inmersos en una matriz limosa (Garduño-Monroy, 1985). Sobreyaciendo se encuentran capas rojas del Cretácico Superior compuesta por limos, arenas, mico-conglomerados y conglomerados, deformados por pliegues y fallas. Subyacente a la Sierra Mil Cumbres están las formaciones Patámbaro-Tzitzio y Tafetán en la depresión del Balsas (Gómez-Vasconcelos, 2012) las cuales no afloran dentro del área de estudio.

La formación Patámbaro-Tzitzio, es una sucesión turbidítica espesa que se extiende a lo largo del anticlinal de Tzitzio y el área de Caracuaro. Consiste en una secuencia rítmica de areniscas, limolitas y lutitas afectadas por metamorfismo de bajo grado. Sus capas están entre 2 cm y 2 m de espesor. El espesor total observable de esta secuencia excede los 1500 m. Por su parte, la formación Tafetán del Oligoceno-Mioceno, es una gruesa sucesión de depósitos volcánicos y epiclásticos. Esta sucesión descrita por Mavois (1977) consiste en flujos de lava, conglomerado volcánico, arenisca, limolita e ignimbritas envueltas en el anticlinal de Tzitzio. Los flujos de lava altamente fracturados van desde basalto a dacitas pero son predominantemente andesíticos (Pasquaré *et al.*, 1991).

➤ *Sierra Mil Cumbres (SMC)*: forma parte de la porción centro-sur de la CVTM, en la porción nororiental del estado de Michoacán, dentro del área de estudio ocupa la porción sur, está delimitada por la ciudad de Morelia al NO, la cuenca del lago de Cuitzeo al N y por el campo geotérmico de Los Azufres al oriente. Está constituida por una secuencia volcánica compleja originada en el Mioceno Temprano (23 Ma), mide ~60 km de largo por ~18 km de ancho y cubre un área de ~870 km². Está conformada principalmente por lavas andesíticas y dacíticas de tipo calcoalcalino y abundantes flujos piroclásticos riolíticos y rio-dacíticos: su emplazamiento fue controlado por la tectónica regional y posteriormente los depósitos volcánicos fueron cortados por los sistemas de fallas más importantes de la región como son NO-SE, NE-SO y E-O (Gómez-Vasconcelos, 2012).

La Sierra Mil Cumbres está conformada por estratovolcanes y restos de calderas de composición andesítica, dacítica y riolítica (Mennella, 2011). Dentro de la SMC se pueden definir cuatro estructuras volcánicas independientes (Fig. 2.5), la Caldera de Atécuaro (19.5 a 15.9 Ma), Caldera la Escalera (22.3 a 19.8 Ma), el Complejo Volcánico Indaparapeo (17 a 14 Ma) y el Complejo Volcánico Garnica (23 a 17 Ma) (Gómez-Vasconcelos, 2012). Esta unidad se considera alberga el yacimiento geotérmico de San Agustín del Maíz y Araró, ya que el campo geotérmico Los Azufres está alojado en ella. En dicho campo geotérmico se han perforado pozos de casi 3 mil metros de profundidad y hasta la fecha no se ha encontrado el límite de la SMC.

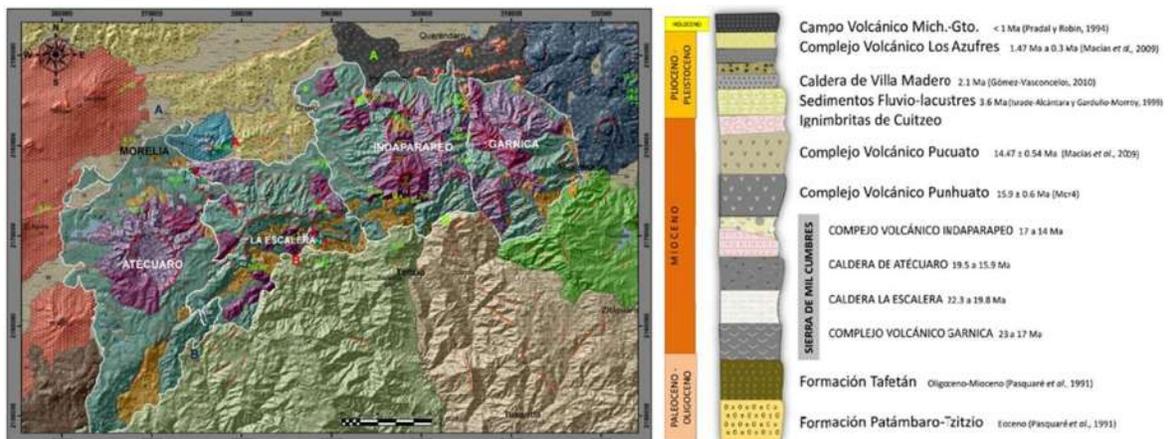


Figura 2.5. Mapa geológico y columna estratigráfica compuesta de la SMC. (Tomado de Gómez-Vasconcelos, 2012).

➤ *Secuencia Suroeste del Lago de Cuitzeo*: es una zona compleja en términos geológicos. Se encuentra en la porción centro-oeste del área de estudio, su interés radica en la relación con las manifestaciones hidrotermales de San Agustín del Maíz. Los primeros estudios cartográficos los realizó Silva-Mora en 1980, quien la definió en dos grandes paquetes: uno de lavas basálticas y andesíticas y otro de ignimbritas del Mioceno Medio. No obstante, Pasquaré *et al.* (1991) propuso paquetes de lavas andesíticas y basálticas del Mioceno Superior (7.8 Ma), ignimbritas Pliocénicas (2.8 Ma) y basaltos del Cuaternario (0.87-0.75 Ma). Más tarde, Gómez-Tuena *et al.* (2005) la define en dos paquetes: 1) flujos de lavas de andesita de 19 a 10 Ma y; 2) vulcanismo máfico intermedio de 6 a 3 Ma, además de un vulcanismo silíceo con edades de 5 a 1.8 Ma (Trujillo-Hernández, 2017).

Recientemente, Trujillo-Hernández (2017) realizó un estudio geológico, geoquímico y mineralógico de las secuencias volcánicas del suroeste del Lago de Cuitzeo, relacionado a los campos geotérmicos del Chucándiro y San Agustín del Maíz, dicho estudio forma parte de los estudios realizados por el CeMIE-Geo P-17. En su estudio, actualiza la geología de la zona (Fig. 2.6), reportando seis secuencias volcánicas que van del Mioceno Temprano al Cuaternario, relacionadas a tres episodios volcánicos; la Secuencia Mil Cumbres, Copándaro y Tarímbaro.

Trujillo-Hernández (2017) reportó un basamento granítico interpretado con base en xenolitos incrustados en la ignimbrita Chucandiro, el cual presenta minerales de cuarzo en alto porcentaje y la abundancia similar de feldespato potásico y en menor medida plagioclasas, maclado polisintético, biotita y anfíbol. Las secuencias reportadas de la base a la cima la componen; Secuencia Mil Cumbre (~21.5 Ma) representada por andesitas basálticas con alto grado de alteración; Secuencia Copándaro, representada por ignimbritas con alto contenido de minerales secundarios de calcita y zeolitas; Secuencia Tarímbaro (18.6 Ma), constituida por dos unidades litológicas; 1) andesitas basálticas y; 2) lavas de composición traquiandesítica; Secuencia Chucándiro (17.1 Ma), compuesta por tres unidades de ignimbritas, distinguibles por características físicas y composicionales; Secuencia Santa Rita (13.96 y 8.34 Ma), constituidas por unidades que representan parte del Mioceno Medio y Superior y que se encuentran sobreyaciendo la Secuencia Chucándiro, esta secuencia la componen tres unidades, la más antigua corresponde a un dique de 13.96 Ma de composición andesita basáltica; y finalmente una Secuencia Monogenética (8.11-0.175 Ma) representada por volcanes cercanos a las manifestaciones termales como el volcán Zapata, Marijo y el cono Chucándiro.

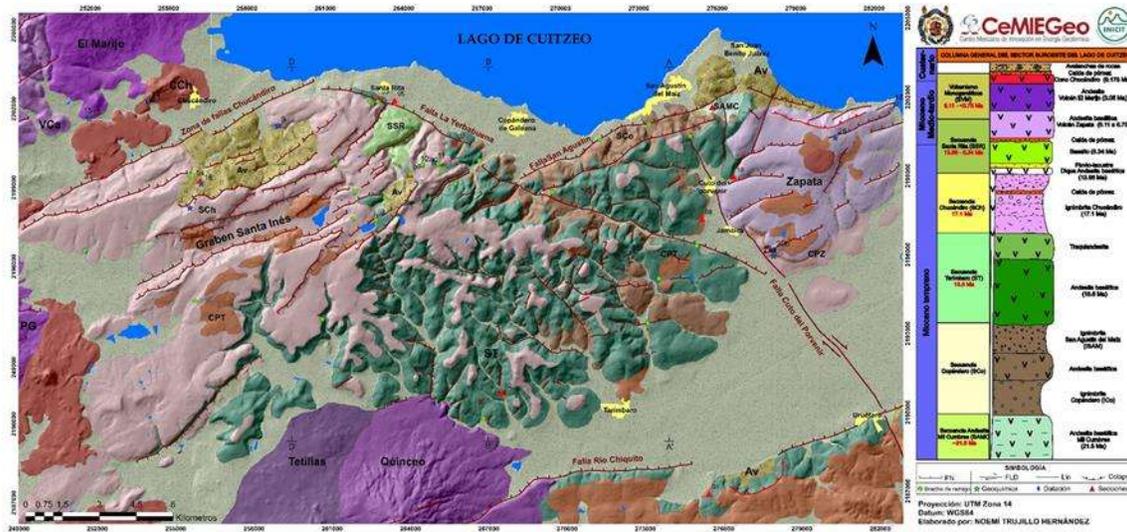


Figura 2.6. Mapa geológico-estructural de la secuencia suroeste del Lago de Cuitzeo. Obsérvese las secuencias volcánicas de esta zona mediante la columna estratigráfica y la afectación del Sistema de Fallas Morelia-Acambay en las unidades litológicas (Tomado de Trujillo-Hernández, 2017).

➤ *Sierra San Andrés (SSA)*: contemporánea a la secuencia suroeste del Lago de Cuitzeo. La SSA ubicada al oriente del área de estudio, representa el límite norte del graben de Cuitzeo y tectónicamente se encuentra en el límite sur de la zona de fallas Zacapu-Salvatierra, definida por fallas con actividad cuaternaria, así como del SFMA (Maciel-Rivera, 2015).

El vulcanismo de la SSA reportado por Maciel-Rivera (2015) consta de un basamento andesítico de edad ~22-17 Ma (Pasquaré *et al.*, 1991) relacionable con las andesitas de la SMC. El mismo autor, reporta la presencia de un intrusivo diorítico encontrado hacia la parte central de la SSA presentando tres sistemas de fallas de orientación N-S, E-O y NE-SO (Fig. 2.7). Dicho cuerpo se caracteriza por diferenciación en el tamaño de cristales, así como zonas de alteración hidrotermal, cloritización y la presencia de sulfuros diseminados. También en la porción central de la SSA, Maciel-Rivera (2015) encuentra un episodio riolítico, con minerales de cuarzo, feldespatos, minerales oxidados envueltos en una matriz microcristalina, sulfuros diseminados y alteración hidrotermal en mediano grado, dicho cuerpo es afectado por fallas N-S principalmente. Otro cuerpo intrusivo de origen andesítico es reportado a la altura de Puerto de Cabras. Esta cuerpo intrusiona la unidad andesítica que está en contacto con un intrusivo tipo sienita en la parte central de la SSA. Finalmente, la unidad presenta un episodio de vulcanismo andesítico reciente encontrado al sur, así como uno andesítico basáltico que se intercala con depósitos lacustres de la zona.

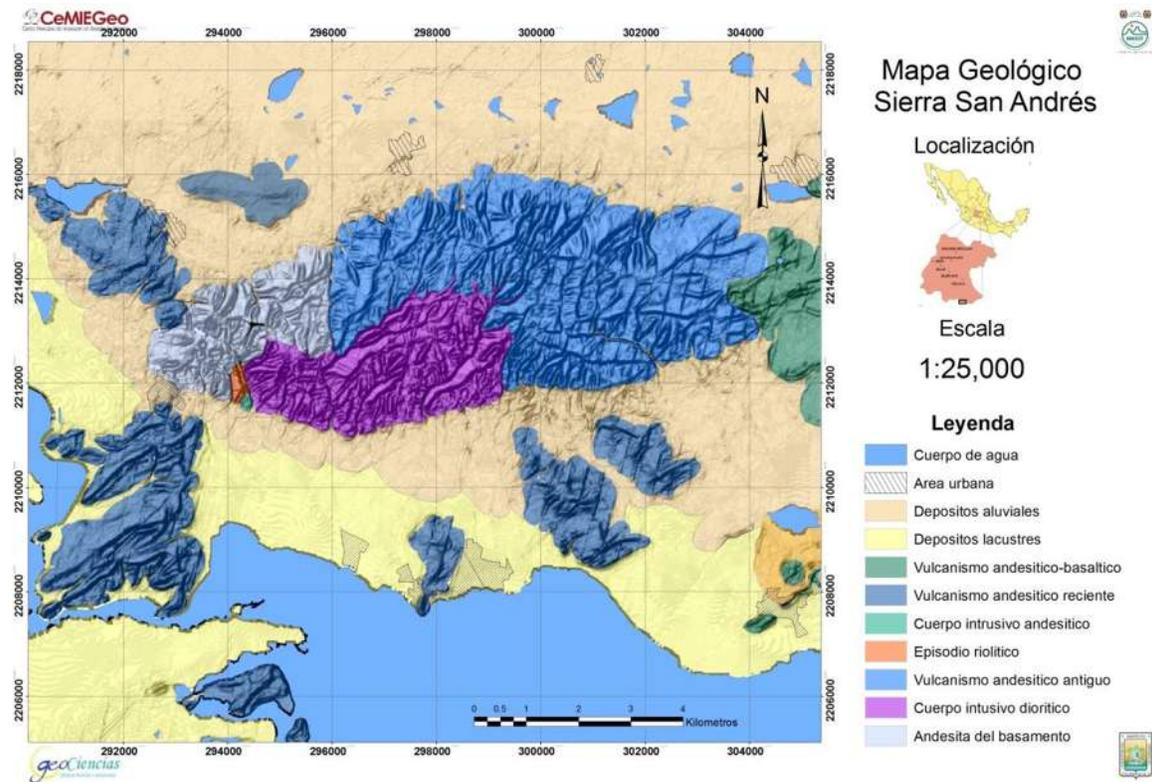


Figura 2.7. Geología de la Sierra San Andrés. Ubicada al oriente de la zona de estudio, en el límite norte del graben de Cuitzeo (Tomado de Maciel-Rivera, 2015).

➤ *CVTM y Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato (CVMG)*: es una secuencia de volcanes en semiescudo y volcanes monogenéticos (8.11-0.175 Ma) (Gómez-Tuena *et al.* 2005; Trujillo –Hernández, 2017). Esta última secuencia pertenece al CVMG, la cual puede ser observada en toda el área de estudio, donde se identifican lineamientos de hasta 10 conos monogenéticos en la porción este. Es importante resaltar la existencia en la porción oeste del área de estudio la presencia de grandes estructuras volcánicas en semiescudo como el Manuna, El Quinceo, Tetillas y El águila.

Finalmente la cuenca tectónica subsidente del lago de Cuitzeo ha sido rellenada por un espesor de más de 1,200 metros de depósitos aluviales y vulcano-sedimentarios sugiriendo una elevada tasa de subsidencia tectónica sucesiva al basculamiento Pliopleistocénico (Israde-Alcántara *et al.*, 1999).

3. YACIMIENTOS GEOTÉRMICOS

La energía geotérmica tomó interés en el siglo XVIII, desde una perspectiva científica y con miras a un uso más industrializado, pues al excavar pozos para la extracción de carbón, se observó que por lo regular la temperatura aumentaba con la profundidad (Quijano-León, 2007). Se sabe por mediciones sistemáticas y cuidadosas, que el flujo natural de calor es del orden de 59 a 67 mW/m², dicho valor puede incrementarse en zonas termales. El flujo de calor geotérmico en toda la superficie de la tierra es de 42 E¹² W; del cual, 19% proviene de la corteza, 76% del manto y 5% del núcleo. El alto porcentaje del manto se debe a la abundancia de minerales radiactivos que al decaer generan gran cantidad de calor (Quijano-León, 2007). Por tanto, las fumarolas, géiseres y fuentes termales son fenómenos observables en superficie que denotan un calor proveniente del subsuelo (González-Partida *et al.*, 2016).

El uso de la geotermia para producción de electricidad comenzó a inicios del siglo XX, al construirse la primera instalación experimental en Larderello, Italia, en 1904. A finales del 2011, el mundo contaba con una capacidad aproximada de 11 GW construidas en su mayoría en las últimas tres décadas, sin embargo, solo representa el 0.3% de la generación total en el mundo. Hoy se sabe que al menos 40 países poseen el suficiente potencial geotérmico para abastecer su demanda eléctrica, además, se ha identificado recursos geotérmicos en 90 países, sin embargo, solo 24 producen electricidad proveniente de energía geotérmica (Fig. 3.1) (González-Partida *et al.*, 2016).

Las áreas de mayor interés, son aquellas donde un gran volumen de magma se encuentra a relativamente poca profundidad (menos de 10 a 7 km), sumado a condiciones tectónicas favorables (Fig. 3.2) (González-Partida *et al.*, 2016). Por tanto, los sistemas geotérmicos pueden estar relacionados a estratovolcanes, calderas o complejos dómicos, siendo las calderas las estructuras más apropiadas para la formación de yacimientos geotérmicos, ya que reúnen dos condiciones fundamentales, agua y calor, este último proviene del remanente de la cámara magmática, la cual se enfría lentamente mientras alimenta un sistema geotérmico.

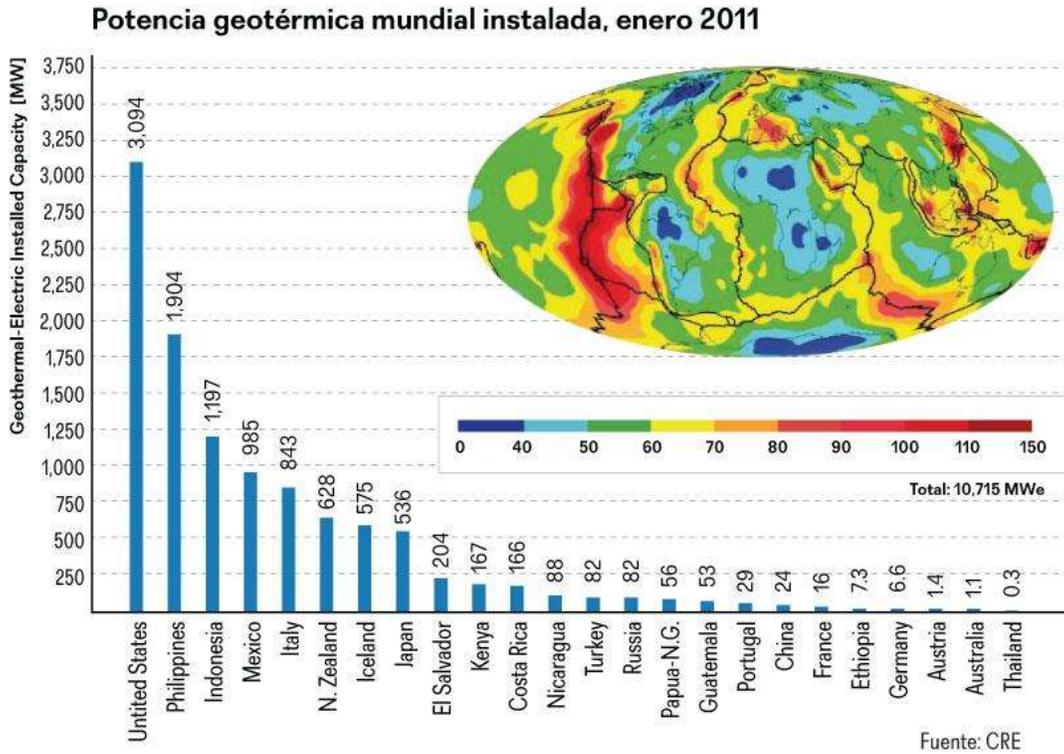


Figura 3.1. Países generadores de energía eléctrica a partir de geotermia, así como la cantidad en megawatts (MW). Recientemente México ha sido superado en capacidad instalada por Indonesia y ahora ocupa el cuarto lugar mundial. La figura muestra también las anomalías térmicas globales.

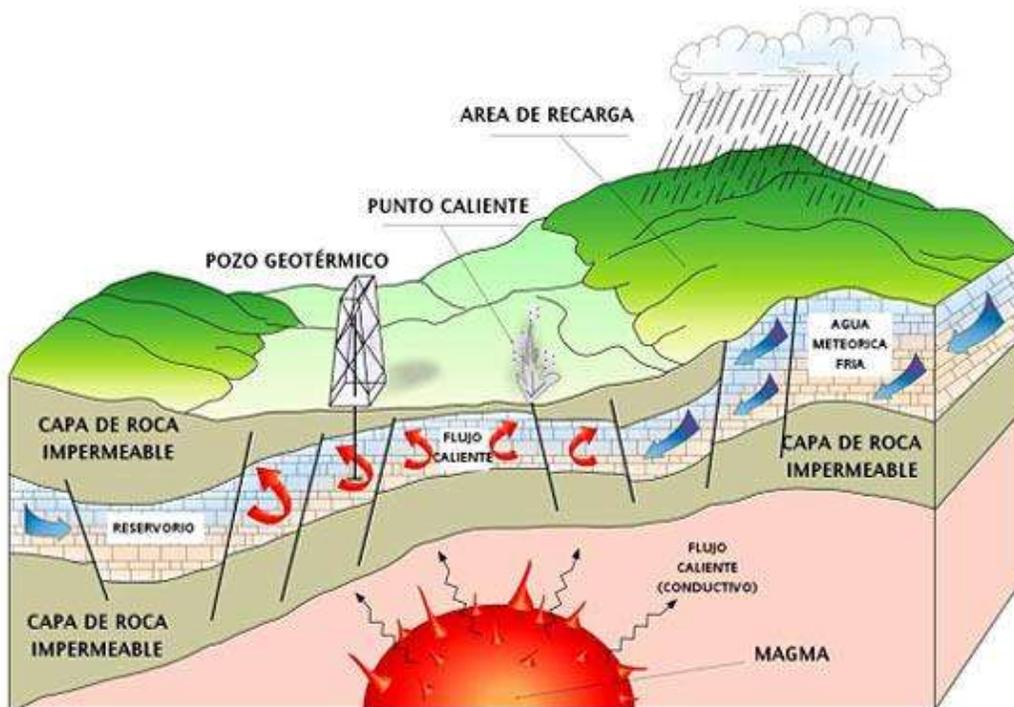


Figura 3.2. Representación de un sistema geotérmico. Cuerpo magmático a poca profundidad (<10 km) que aporta calor al agua filtrada en la zona de recarga a través de fallas y fracturas, mismas que conducen el agua

y vapor a la superficie terrestre, originando zonas termales naturales o que son aprovechados mediante pozos para captar los fluidos hidrotermales y ser transportados a plantas geotermoeléctricas para generar energía eléctrica. Obsérvese como el yacimiento geotérmico se encuentra atrapado por capas de rocas impermeables, lo que permite la formación del yacimiento.

Existen varias formas de clasificar los sistemas geotérmicos, desde el escenario vulcano-tectónico, tipo de yacimiento (hidrotermal, roca seca caliente, geopresurizados, marinos y magmáticos) y por su energía almacenada (alta, mediana y baja entalpia) (Quijano-León, 2007; González-Partida *et al.*, 2016). Este último quizá sea el aspecto más importante a la hora de determinar si el yacimiento es rentable o no, pues de este parámetro depende el uso del mismo que en términos de electricidad es proporcional a la capacidad de generar energía eléctrica. Se considera alta entalpia a yacimientos con temperaturas superiores a 150 °C, mediana entalpia entre 100 y 150 °C y baja entalpia entre 30 y 100 °C (González-Partida *et al.*, 2016), por debajo de estos se considera de muy baja entalpia. De acuerdo con el grado de entalpia de los recursos geotérmicos, estos se utilizan en distintas áreas, desde industriales (generación de electricidad) hasta uso directos, como se muestra en la figura 3.3, obsérvese en la imagen la amplia forma de usos para zonas geotérmicas de media y baja entalpia y que sin embargo no ha sido aprovechada.

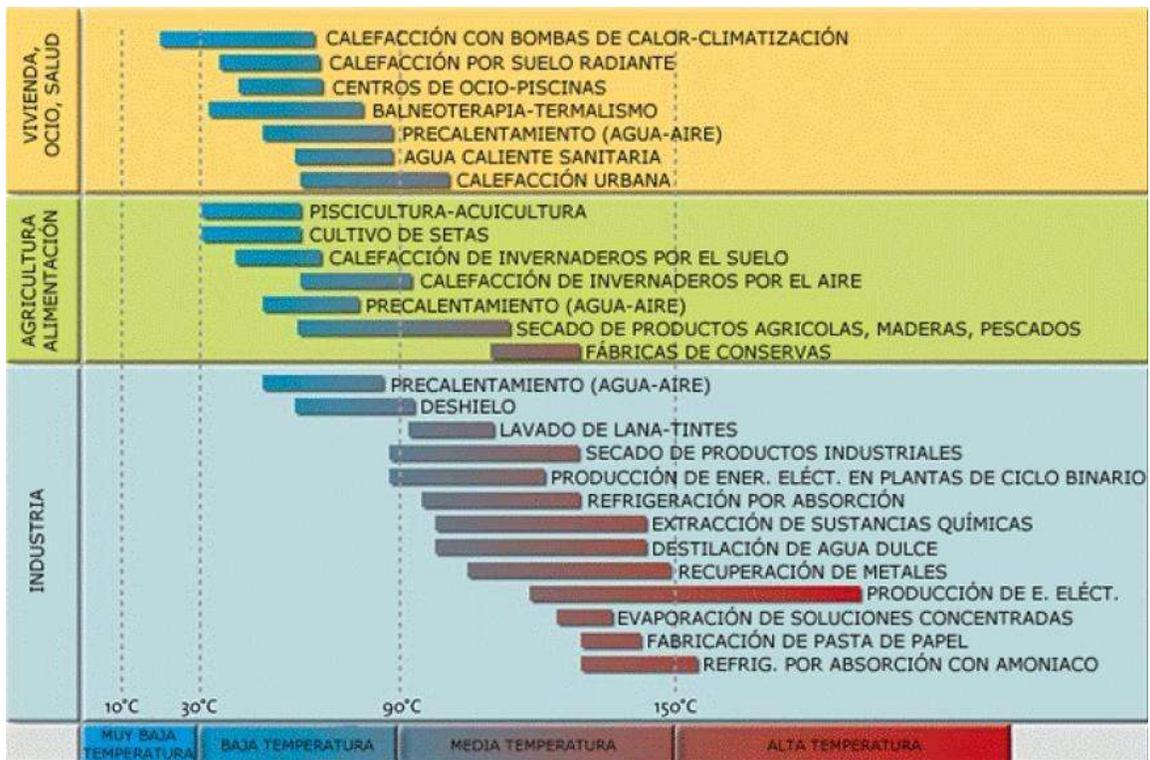


Figura 3.3. Principales usos de la energía geotérmica en relación a su temperatura.

3.1. Inicios de la industria geotérmica

La industria geotérmica se puede situar a principios del siglo XX en Larderello, Italia, donde se extraía ácido bórico evaporando el agua caliente de los manantiales. En 1827 Francesco Larderel inventó un proceso de evaporación, usando la energía de la misma agua caliente. Después, se transformó la energía del vapor en energía mecánica mediante un sistema de bombeo de agua con inyección de vapor. En 1904, Piero Ginori Conti construyó el primer generador eléctrico accionado por vapor geotérmico. Para 1882, en Boise, Idaho, EU, operó el primer sistema de calefacción distrital con energía geotérmica y para 1910, en Toscana, Italia, se usaba la energía geotérmica en invernaderos, mientras que en 1928, Islandia empezó sus primeros proyectos de calefacción doméstica con geotermia. Los primeros pozos para aprovechar la energía geotérmica se perforaron en Beppu, Japón, en 1919 y en Los Geysers, California, EU, en 1921. No obstante, Italia continuó siendo el país pionero en el uso de la geotermia, especialmente para la generación de electricidad, pues para 1942, Larderello contaba con una capacidad de generación de 128 MW (Fig. 3.4). Finalmente, para 1958, Nueva Zelanda inaugura su planta geotérmica de Wairakei. Al año siguiente inicia operación la planta de Pathé, México, y en 1960 se inicia la generación eléctrica con geotermia en Los Geysers, EU (Quijano-León, 2007).

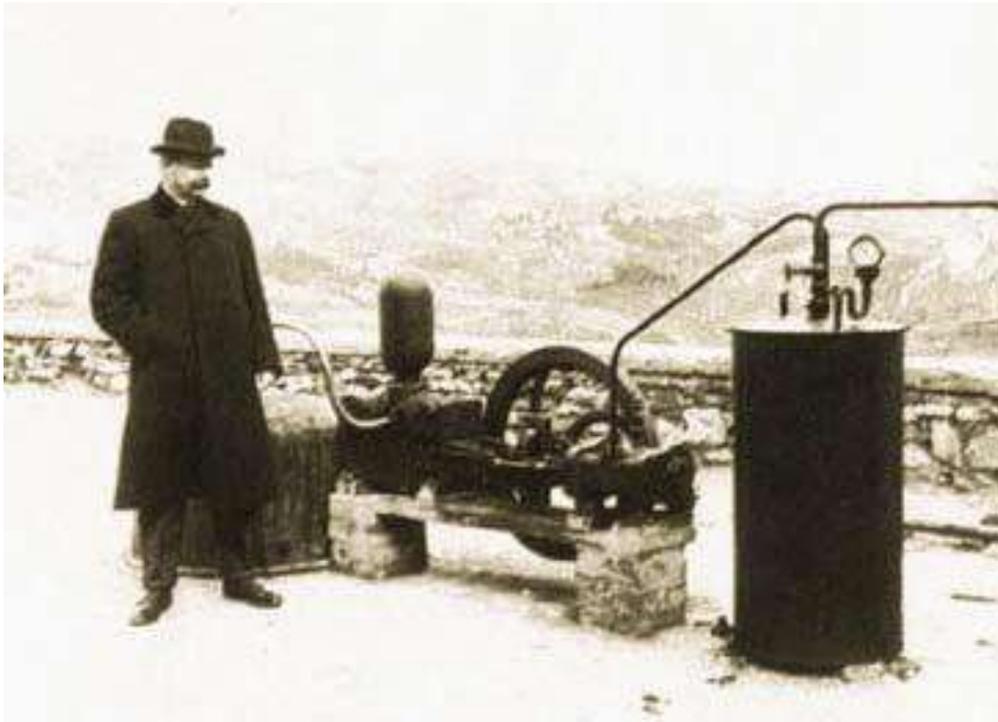


Figura 3.4. En 1904, se produce por primera vez en el mundo electricidad con vapor geotérmico en Larderello, Italia (Tomada de Quijano-León, 2007).

3.2. La geotermia en México

México cuenta con un gran potencial geotérmico, hasta hace pocos años ocupaba el tercer lugar mundial en producción de energía eléctrica, hoy en día fue superado por Indonesia y ocupa el cuarto lugar mundial, tan solo detrás de Estados Unidos, Filipinas e Indonesia (ver Fig. 3.1). Nuestra ubicación geológica dentro del cinturón del fuego del pacífico permite a nuestro país tener un gran potencial geotérmico, calculado en 40,000 MW siendo el más importante en Latinoamérica (González-Partida *et al.*, 2016). Actualmente México cuenta con una capacidad instalada de 932 MWe, obtenida de cinco campos, Cerro Prieto, B. C. N. (570 MWe), Los Azufres, Mich. (248 MWe), Los Humeros, Pue. (94 MWe), Tres Vírgenes, B. C. S. (10 MWe) y Domo San Pedro, Nay. (10 MWe), este último de capital privado y el resto a cargo de la Comisión Federal de Electricidad (CeMIE-Geo, 2018).

El recurso geotérmico mexicano se encuentra distribuido en casi todo el país, pero principalmente en su porción central correspondiente al Cinturón Volcánico Transmexicano, no obstante la mayor parte de las zonas geotérmicas han sido catalogadas de mediana y baja entalpia por lo que no han sido ampliamente utilizadas. Los inicios de la geotermia en México se remontan a 1959 en Pathé, Hgo., el cual según Quijano-León (2007) sugiere que la planta de Pathé debe considerarse como un proyecto experimental más que comercial, que estuvo en operación por 10 años, con una capacidad efectiva del orden de 600 kW, dicha planta fue adquirida un año antes en Larderello, Italia. Para este autor, la etapa industrial de la geotermia en México inició formalmente en 1973, cuando se inauguraron las dos primeras unidades de Cerro Prieto Uno, de 37.5 MW cada una. Los pozos de Cerro Prieto fueron perforados a 2,629 metros de profundidad y empezó a producir mezcla de vapor y agua a temperatura y presión elevadas (Quijano-León *et al.*, 2003; *in* González-Partida *et al.*, 2016).

A la par con Cerro Prieto, la Comisión Federal de Electricidad (CFE), desarrolló estudios en otras zonas de interés como Los Azufres, Mich., y Los Humeros, Pue., dentro del CVTM. En 1981 la CFE creó la Gerencia de Proyectos Geotermoelectrónicos, una gerencia nacional con sede en Morelia, Mich., la cual se encarga de la generación de electricidad con fuentes geotérmicas. El campo de Los Azufres inició operación en 1982, con cinco unidades a contrapresión de 5 MW. En Los Humeros, las primeras dos unidades también a contrapresión entraron en operación en 1990, con una capacidad de 5 MW cada una. Finalmente en el campo geotérmico de Tres Vírgenes, BCS, operan dos unidades a condensación de 5 MW, en la figura 3.5 se ubican estos cuatro campos geotérmicos y un quinto campo en producción, el Domo San Pedro de capital privado, además de zonas con interés geotérmico actualmente en estudio. La capacidad instalada apenas representa el 1.7% de la generación de energía eléctrica en todo el país (González-Partida *et al.*, 2016).

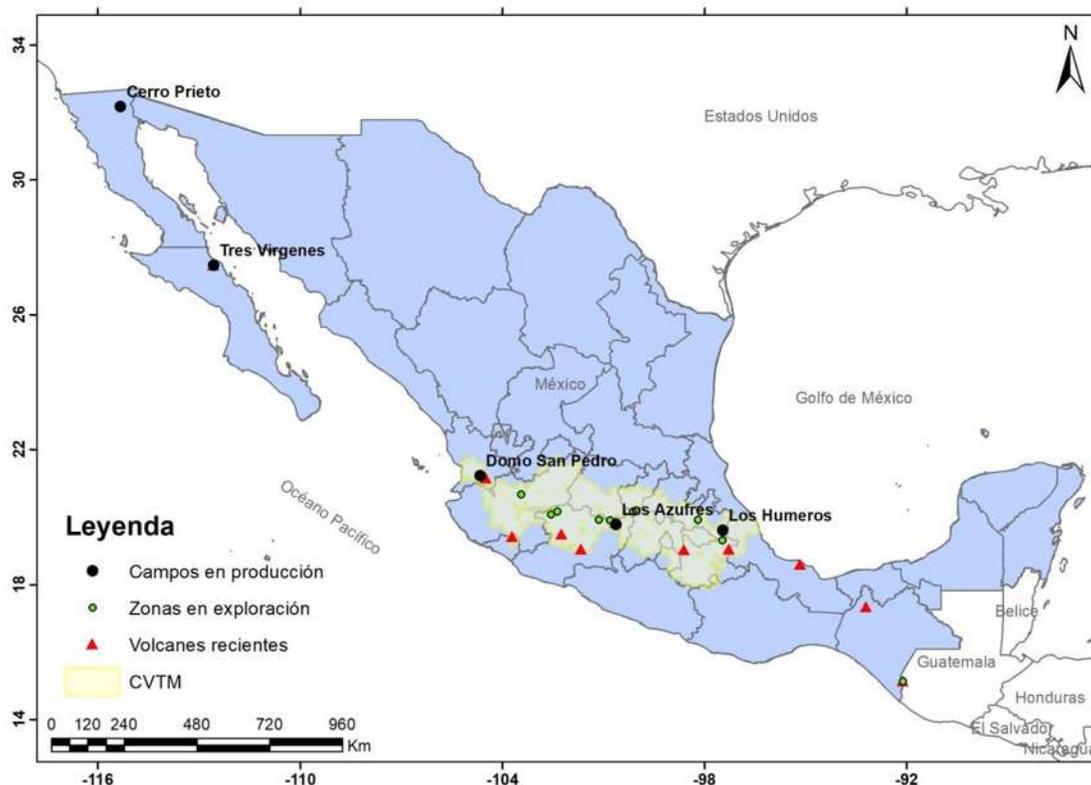


Figura 3.5. Ubicación de los cinco campos geotérmicos en producción en México. Los puntos verdes corresponden a zonas en exploración como el volcán Tacaná, Las Derrumbadas, Acoculco, Amealco, Araró, San Agustín del Maíz, Ixtlán de los Hervores, Los Negritos y La Primavera. Obsérvese la concentración geotérmica en el CVTM.

La búsqueda en México y en gran parte del mundo de zonas geotérmicas de alta entalpia ha minimizado las zonas de mediana y baja temperatura, sin embargo en regiones como Europa, esta última es aprovechada para usos directos como agua caliente sanitaria y climatización por bombas de calor, representando formas rentables de su aprovechamiento entre las que podemos incluir también usos para agricultura e industriales. Sin embargo la incertidumbre en la rentabilidad en campos de mediana y baja entalpia junto a los altos costos de operación es el principal inconveniente. Por eso es importante la aplicación de nuevas metodologías para disminuir la incertidumbre y aprovechar campos geotérmicos hasta hoy considerados malos, tal es el caso del presente estudio, que busca determinar las zonas más idóneas para aprovechar el recurso geotérmico.

4. TEORÍA DE FRACTURAS GEOLÓGICAS

Las fracturas son estructuras comunes en ambientes geológicos, estas son el resultado de la acción de esfuerzos y de la forma en cómo estos varían en el tiempo (Hatcher, 1995; *in* Moreno-Sánchez *et al.*, 2006), representan una discontinuidad en una masa rocosa a través de las cuales se perdió o redujo la cohesión e incluyen fallas en las que ocurren desplazamientos y juntas que tienen abertura pero no desplazamiento significativo (Gillespie *et al.*, 1993). La caracterización de estas estructuras es importante dada su relación en el proceso de flujo de fluidos, donde autores como Priest *et al.* (1981), Turcotte (1986), La Pointe (1988), Marrett (1996), Bai *et al.* (2000), Jaffari (2009), Riley *et al.* (2011), entre otros, han enfocado estudios en la caracterización geométrica de patrones de fracturas relacionándolos a la permeabilidad.

Dada la importancia de los sistemas de fracturas en medios rocosos y para su caracterización, resulta importante entender el proceso de su formación, no solo enfocado a problemas geológicos sino también a problemas ingenieriles. Uno de los primeros en analizar la formación de fracturas en materiales sólidos fue Griffith (1920), quien observó en fibras de vidrio que la presencia de grietas (fisuras) actuaban como concentradores de esfuerzo que al ser elevado lo suficiente propagaba las grietas hasta alcanzar la rotura (Monsalve, 2013). El descubrimiento hecho por Griffith para explicar las fracturas es conocido como la teoría de Griffith pues con su trabajo se inició el estudio de la mecánica de fracturamiento lineal (Vásquez-Serrano, 2013), sin embargo esta teoría no puede explicar la fractura dúctil (Monsalve, 2013) o elasto-plástica, naciendo así la mecánica de la fractura no lineal (Vásquez-Serrano, 2013), que aunque parte de la premisa de la teoría de Griffith presenta ciertas modificaciones introducidas por Irwin en la década de 1950.

4.1. Mecánica de fracturas

La mecánica de la fractura busca explicar la formación de fracturas partiendo de grietas o fisuras pre-existentes dentro del material. La mecánica de fracturas busca cuantificar las combinaciones críticas de esfuerzo y tamaño de fisura que produzca la extensión de la misma (Anónimo, 2010). Los parámetros que analiza la mecánica de fracturas son:

- El esfuerzo aplicado sobre el cuerpo (σ)
- Las propiedades de resistencia del material a la fractura.
- El tamaño de cualquier defecto semejante a una fisura en el material (a).

Como se ha mencionado, Griffith fue uno de los primeros en analizar la curva tensión-deformación para el vidrio. El análisis de Griffith se basa en la primera ley de la

termodinámica, que establece en un sistema cerrado la conservación de la energía, de esta forma, considera dos tipos de energía, la energía de deformación y de superficie (Anónimo, 2010). Si se consideran dos probetas en forma de láminas delgadas (una fisurada), sujetas a una carga de tensión hasta que tengan el mismo desplazamiento, el resultado será un gráfico de carga deformación diferente, ya que la probeta fisurada requiere menos carga para extenderse debido a que no solo basta una disminución de energía elástica, sino también un aumento en la energía de superficie producto del crecimiento de la fisura (Anónimo, 2010; Vásquez-Serrano, 2013).

Griffith consideró la energía de un cuerpo idealmente elástico y rígido con presencia de fracturas, y basándose en investigaciones sobre cuerpos fisurados realizados por Inglis (1913), además de considerar la energía superficial y la disminución de la energía potencial elástica por presencia de la fisura, concluyó que la propagación de la fractura ocurrirá cuando la energía de deformación liberada iguale la energía absorbida (Anónimo, 2010), misma que expresa de la siguiente forma:

$$\sigma_c = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2}$$

Donde σ_c es la tensión crítica requerida para la propagación de la fractura, E es el módulo de Young del material, γ_s es la tensión superficial (determinada experimentalmente por Griffith) y a es el semieje mayor de la elipse que corresponde a la fisura, tal y como muestra la figura 4.1. Obsérvese que para valores inferiores al valor crítico, la fisura no se propagará, pues la energía de deformación es menor a la necesaria (Vásquez-Serrano, 2013).

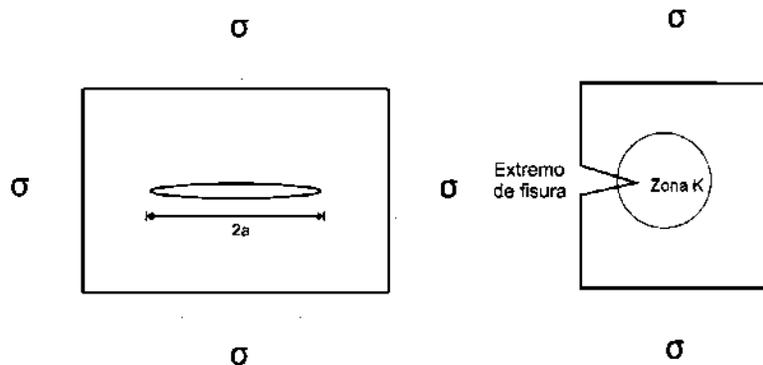


Figura 4.1. Modelo de Griffith para una fisura en una placa finita y la zona de valor crítico de una fractura en tensión (Editada de Anónimo, 2010; Vásquez-Serrano, 2013).

La ecuación anterior también puede escribirse de la siguiente forma:

$$\sigma_c(\pi a)^{1/2} = (2E\gamma_s)^{1/2}$$

Cabe considerar que $\sigma_c(\pi a)^{1/2}$ es una combinación de términos encontrados en fractomecánica, denominada K_c , donde K es conocido como factor de intensidad de tensiones y depende de la geometría del componente, su nivel de tensión y la longitud de la fisura. Para la geometría de Griffith, $K = \sigma_c(\pi a)^{1/2}$ el subíndice c es usado para indicar que K es el valor crítico para la fractura. Por lo tanto $K_c = (2E\gamma_s)^{1/2}$. Donde K_c es conocida como la “tenacidad de la fractura”, que al ser el valor crítico de intensidad de tensiones provoca la inestabilidad de la fisura (Anónimo, 2010).

Es importante mencionar que la teoría de Griffith descrita anteriormente, solamente aplica a situaciones de fractura frágil que muestran un comportamiento elástico-lineal, sin embargo, en fracturas elasto-plásticas (no lineales) se utiliza un parámetro diferente para la caracterización de la intensidad de tensión-deformación en el extremo de la fisura, al cual se denomina J , considerado análogo de K . La diferencia es que J representa la intensidad del campo elasto-plástico que rodea el extremo de la fisura, mientras que K es la intensidad del campo elástico circundante (Vásquez-Serrano, 2013), tal como se muestra en la figura 4.2.

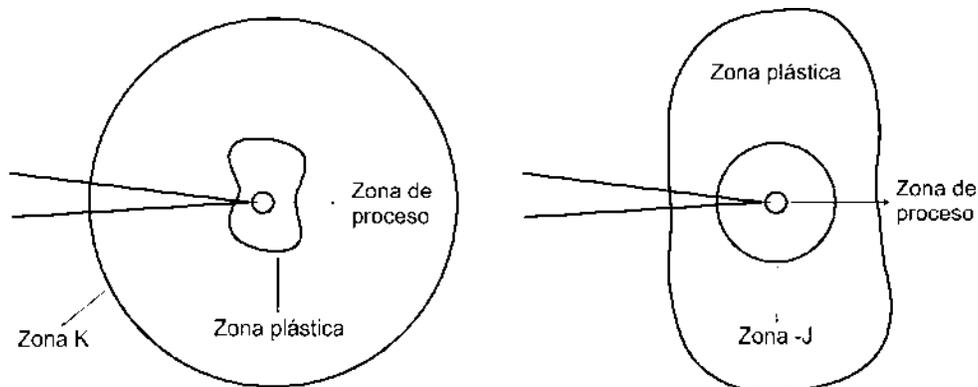


Figura 4.2. Representación de las diferencias entre los parámetros K y J de las fracturas lineales y no lineales en el extremo de las fisuras (Editada de Anónimo, 2010).

4.2. Modos de fracturas

De acuerdo a la mecánica de fractura anteriormente descrita, y acorde a los esfuerzos aplicados a los materiales, se han identificado tres modos de fracturas (Fig. 4.3), que corresponden con la separación de las dos superficies de fractura en cada una de las direcciones de espacio.

Modo I. Apertura; es un desplazamiento relativo de las superficies de fracturas normal a las paredes de la fisura, debiéndose a una fuerza de tensión.

Modo II. Deslizamiento o cizalla; es un desplazamiento tangencial de las paredes de fisura en dirección perpendicular al frente de la misma, originándose por esfuerzos de cizalla.

Modo III. Desgarre o tijera; desplazamiento tangencial de las paredes de fisura en dirección paralela al frente de la fisura, es producido al igual que el modo II por esfuerzo de cizalla (Anónimo, s/a).

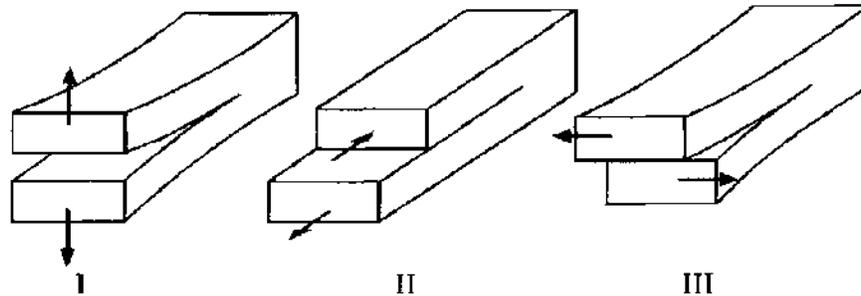


Figura 4.3. Modos de fractura. Modo I de apertura, modo II de deslizamiento o cizalla y modo III de desgarre o tijera, su formación está en función del esfuerzo como lo indican las flechas (Tomada de Lawn, 1993).

En general, sobre materiales frágiles dominarán las fracturas modo I, mientras que en materiales dúctiles lo serán el modo II y modo III de cizalladura (Anónimo, s/a), sin embargo los modos de fracturas II y III pueden generar posteriormente fracturas de modo I (Vásquez-Serrano, 2013), como lo demostró Riedel (1929), en zonas de cizalla y Bahat *et al.* (2005) (Fig. 4.4).

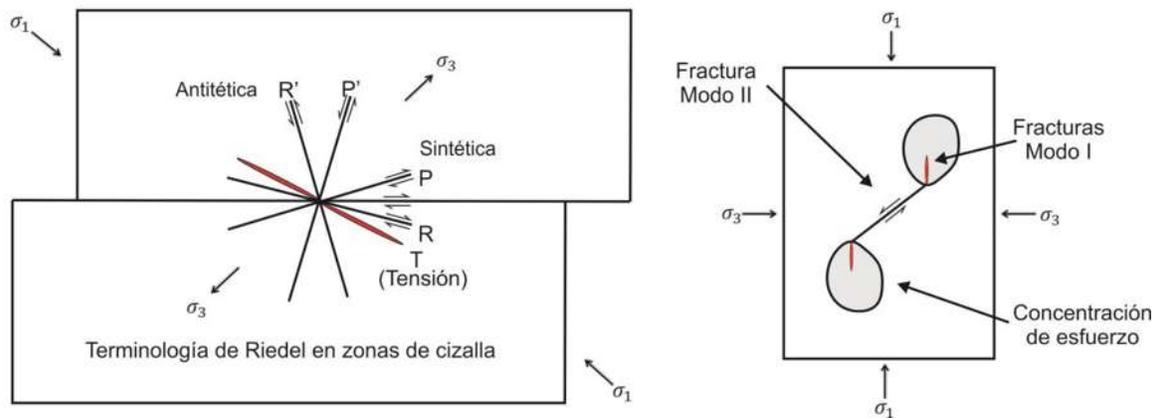


Figura 4.4. Generación de fracturas modo I a partir de zonas de cizalla (modo II y III). Modelo de Riedel para fallas por cizalla donde a 45° de la cizalla principal se forman fracturas de tensión, además de las fracturas R y P' y; modelo de Bahat *et al.* (2005) donde en zonas de concentración de esfuerzo se originan las fracturas modo I (Editada de Vásquez-Serrano, 2013)

4.3. Caracterización y análisis sistemático de fracturas

Las fracturas geológicas presentan propiedades y características en función del material rocoso (reología) en que se desarrollan, así como el tipo de esfuerzos, su durabilidad y fisuras preexistentes. Dependiendo de estas y otras propiedades, la roca se fragmenta para formar discontinuidades (fracturas) que tendrán propiedades en orientación,

inclinación, espaciamiento, longitud y apertura, dando lugar a complicadas configuraciones de redes o familias de fracturas.

La caracterización cuantitativa de las distribuciones espaciales de las fracturas tiene muchas áreas potenciales de aplicación, desde los depósitos de petróleo o el desarrollo de minas hasta la estabilidad de pendientes y la hidrología (Gillespie *et al.*, 1993). Para caracterizar y analizar los patrones de fracturas generados por esfuerzos en cuanto a su geometría y morfología se han desarrollado e implementado metodologías sistemáticas como las propuestas por Priest *et al.* (1981), Wong *et al.* (1989), Rosenstein *et al.* (1993), Cladouhos *et al.* (1996), Marrett (1996), Mauldon *et al.* (2001), Tripp *et al.* (2004), Nieto-Samaniego *et al.* (2005), Moreno-Sánchez *et al.* (2006), Ortega *et al.* (2006), Riley *et al.* (2011), Vásquez-Serrano (2013), Hooker *et al.* (2013) y Watkins *et al.* (2015). Si a esto agregamos el hecho de la innovadora teoría fractal propuesta por Mandelbrot en la década de 1970 (ver capítulo V), y su implementación en el campo de las geociencias aplicado a yacimientos naturalmente fracturados en hidrocarburos y campos geotérmicos, hizo que el análisis de patrones de fracturas resultase atractivo desde lo científico hasta lo industrial. Para esta finalidad, se necesitan descripciones cuantitativas de los sistemas de fracturas reales (en campo) para acotar los sistemas de fracturas generados numéricamente, usados cada vez más en aplicaciones prácticas (Gillespie *et al.*, 1993). Un ejemplo en el análisis de fracturas la da Bai *et al.* (2000) quienes buscaron encontrar la relación del espaciamiento de fracturas formadas durante extensión en rocas estratificadas, pues a menudo las fracturas en estas unidades son delimitadas por las capas.

Dependiendo de la variable a analizar en los sistemas de fracturas (longitud, densidad, intensidad, orientación, etc.) se han propuesto métodos como líneas de muestreo y ventanas circulares que se aplican sobre afloramientos de fracturas expuestos en superficie. Moreno-Sánchez *et al.* (2006) sugieren algunos inconvenientes al momento de aplicar dichos métodos, ya que se producen algunos sesgos como:

1. *Sesgo por orientación*: la medición de una familia de fractura se realiza perpendicular a su orientación, por lo que se descartan fracturas con orientación distinta. En consecuencia este sesgo es influenciado por la cara de muestreo (Fig. 4.5a).
2. *Sesgo por truncamiento*: se relaciona con la escala de observación, ya que las fracturas ocurren en gran variedad de escalas (Fig. 4.5b).
3. *Sesgo por censuramiento*: se debe a la medición parcial de propiedades de fracturas producto del tamaño del afloramiento (Fig. 4.5c).

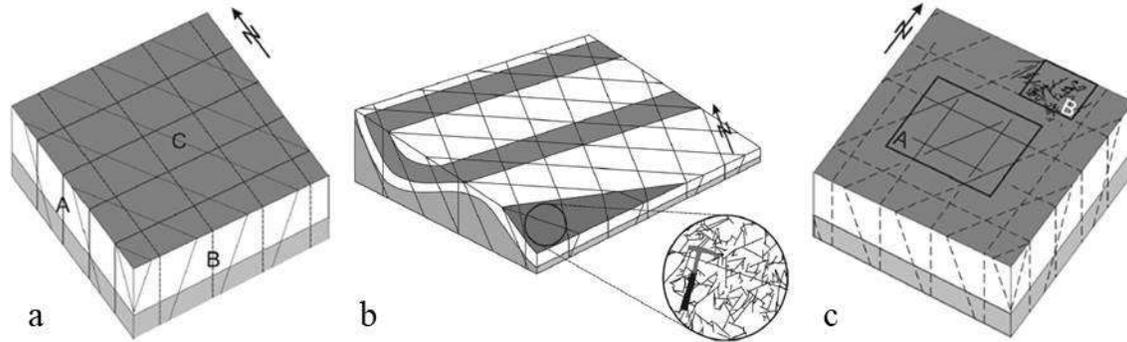


Figura 4.5. Sesgos en la toma de datos para el análisis de fracturas. a. Orientación; dependiendo del plano de muestreo será el sesgo; b. Truncamiento; la escala de observación es el sesgo, a mayor escala o resolución se observa más heterogeneidad de las estructuras y; c. Censuramiento; el tamaño del afloramiento (cuadro A) contiene longitudes totales y parciales (líneas punteadas), también puede haber agrupamiento de fracturas en zonas de alta deformación (cuadro B) (Tomada de Moreno-Sánchez *et al.*, 2006).

Sin lugar a duda, los sesgos antes mencionados representan una limitante cuando de caracterizar fracturas se trata, por lo que no deben pasarse por desapercibidos ya que se pueden agregar errores a la toma de datos. La adecuada determinación de las familias, las mediciones y el tamaño de fracturas son factores que inducen un sesgo.

La densidad e intensidad de fracturas, son dos parámetros fundamentales en la caracterización de las fracturas de tal forma que autores como Moreno-Sánchez *et al.* (2006) y Nieto-Samaniego *et al.* (2005) han propuesto metodologías para calcular valores de intensidad y densidad de fracturas en unidades rocosas, con las cuales se puede determinar qué tan fracturado se encuentra la unidad rocosa. Moreno-Sánchez *et al.* (2006) proponen la línea de muestreo circular dibujada sobre una superficie (plano) donde se trazan las fracturas encerradas (Fig. 4.6). A partir de este método, adicionalmente se pueden estimar la longitud media.

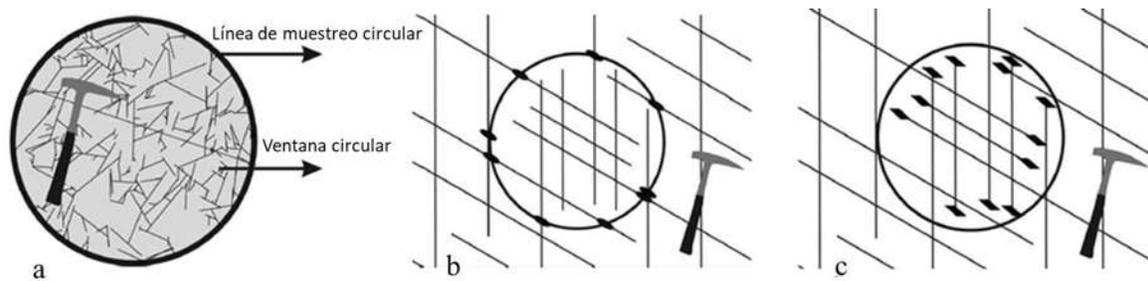


Figura 4.6. Ventanas circulares propuestas por Moreno-Sánchez *et al.* (2006). a. línea de muestreo circular y su área; b. intersecciones para calcular la intensidad y; c. puntos iniciales y terminales (m) dentro del área circular para sacar la densidad, adicionalmente puede estimarse la longitud media (Tomada de Moreno-Sánchez *et al.* 2006).

Intensidad de fracturas: se relaciona al espaciamiento promedio entre fracturas a través de una línea de muestreo, difiere del espaciamiento común al considerar todas las fracturas sin importar su orientación (Moreno-Sánchez *et al.*, 2006; Grossenbacher *et al.*,

1997). Mauldon *et al.* (2001) utilizaron una línea de muestreo circular para reducir los sesgos, definiendo la intensidad como el número de intersecciones de fracturas con el perímetro del círculo y está dada por:

$$I = \frac{n}{4r}$$

Donde n es número de fracturas que intersectan el perímetro del círculo y r es el radio del mismo. Nieto-Samaniego *et al.* (2005) calculan la intensidad a través de la longitud de fracturas, para ello utilizan la expresión:

$$I = \frac{1}{A} \sum_{K=1}^{N_{tot}} l_k$$

Donde l_k es la longitud de fractura y A es el área de muestreo.

Densidad de fracturas: definida como el número de fracturas por unidad de área, aunque se puede determinar por varias formas como la de Mauldon *et al.* (2001) dividiendo el número de puntos medios de fracturas entre el área, sin olvidar el sesgo por censura hace de este método poco fiable. Sin embargo, el mismo autor propone utilizar los puntos terminales de fracturas expresada en la función de:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} \left(\frac{m(+)}{A} + \frac{m(-)}{A} \right) = \frac{m}{2A}$$

También expresada:

$$\hat{\rho} = \frac{m}{2\pi r^2}$$

Donde m representa la sumatoria de puntos terminales positivos (+) y negativos (-) y A es el área circular. Como en la intensidad, Nieto-Samaniego *et al.* (2005) utilizan la longitud de fractura para calcular la densidad propuesta por Renshaw (1997).

$$D = \frac{1}{A} \sum_{K=1}^N \left(\frac{l_k^2}{4} \right)$$

5. FRACTALES Y GEOLOGÍA

Mandelbrot (1967) introdujo el concepto de fractales, derivado del latín “fractus” que significa quebrado o fracturado. Mandelbrot (1983) afirma que muchos patrones en la naturaleza son irregulares y fragmentados exhibiendo un grado de complejidad más alto. Para Mandelbrot los fractales involucran cambios regulares e irregulares que son estadísticos, y que además tienden a escalarse, implicando que el grado de irregularidad y/o fragmentación es idéntico en todas las escalas.

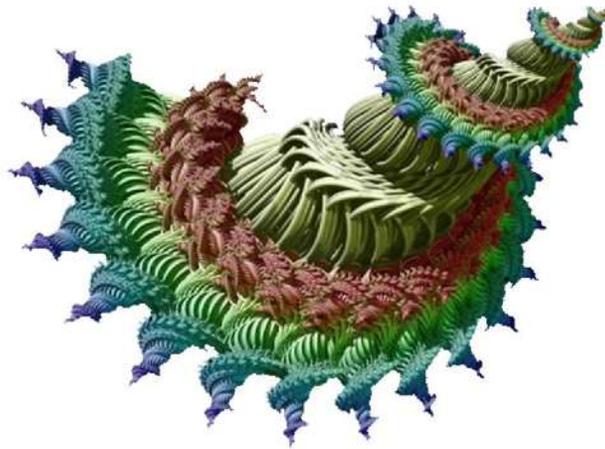


Figura 5.1. Ejemplo de una forma fractal que mantiene auto similitud. Obsérvese como la forma principal del objeto está compuesta por formas similares menores, es decir, existe invarianza de escala.

Turcotte (1997) describe que muchos fenómenos geológicos son invariantes de escala, como la distribución frecuencia-tamaño de fragmentos de rocas, depósitos minerales, fallas, terremotos, erupciones volcánicas, depósitos minerales y campos petrolíferos. El mismo autor considera que la distribución de ley de potencia no es la única aplicable estadísticamente a fenómenos geológicos, otros ejemplos son la distribución normal (Gaussiana) y la distribución log-normal. Sin embargo, la distribución de ley de potencia es la única que no incluye una escala de longitud característica. Por lo tanto, la distribución de ley de potencia es aplicable a fenómenos invariantes de escala. La filosofía fractal ha sido aplicada para tratamientos de fenómenos de crecimiento por Vicsek (1992) y en ciencias de la Tierra por Korvin (1992) (Turcotte, 1997).

En los siguientes apartados se abordan diversos aspectos de la teoría fractal con relación al análisis de fracturas geológicas y su aplicación en el flujo de fluidos.

5.1. Dimensión fractal

Desde su introducción por Mandelbrot (1967), el concepto fractal ha encontrado amplia aplicabilidad, y ha reunido una amplia gama de conceptos de las matemáticas y de ingeniería (Turcotte, 1997). Uno de los conceptos que se definieron fue el de conjunto fractal, expresado como:

$$N_i = \frac{C}{r_i^D}$$

Donde N_i es el número de objetos con una dimensión lineal característica r_i , C es una constante de proporcionalidad y D es la dimensión fractal, la cual puede ser un entero (Euclidiana, Fig. 5.2) o fraccional (fractal), en geometría euclidiana la dimensión de un punto es cero, de una línea es uno, de plano es dos y de un cubo es tres (Turcotte, 1997). De acuerdo a Turcotte (1997) la expresión anterior puede representarse como:

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log(N_{i+1}/N_i)}{\log(r_i/r_{i+1})}$$

Donde \ln es el logaritmo base e y \log es el logaritmo base 10, para todos el resultado es el mismo independientemente del logaritmo utilizado. La expresión anterior es validada por Turcotte (1997) con ejemplos para obtener la dimensión a través de la subdivisión de línea en un primer y segundo paso, considera una línea la cual es segmentada en un primer paso en dos partes (Fig. 5.3. a), obteniendo que $r_1 = \frac{1}{2}$; al retener una parte queda que $N_1 = 1$. El segmento restante es nuevamente dividido en un segundo paso en dos partes, así que $r_2 = \frac{1}{4}$; otra vez una parte es retenida, obteniéndose que $N_2 = 1$. Para este caso $\ln(N_2/N_1) = \ln 1 = 0$; $\ln(r_1/r_2) = \ln 2$, y $D=0$, la dimensión Euclidiana de un punto. Esta construcción puede extenderse a más pasos, pero en cada paso i , $i= 1, 2, 3, \dots, n$, se tiene que $\ln(N_{i+1}/N_i) = \ln 1 = 0$, es decir, a medida que los pasos se acerca al infinito, $n \rightarrow \infty$, la longitud de la línea tiende a 0, $r_n \rightarrow 0$, convirtiéndose en un punto. Otro caso, pero en el que se conservan todas las divisiones de la línea de cada paso la dimensión es uno (Fig. 5.3. c-d), correspondiente a la dimensión Euclidiana de una línea. Sin embargo no siempre se obtienen dimensiones fractales enteras o Euclidianas, por ejemplo, al dividir una línea en un primer paso en tres y tras eliminar la parte central, volver a dividir los dos extremos restantes en un segundo paso y nuevamente eliminar la parte central (Fig. 5.3. e-f), tendremos que $D = \ln 2/\ln 3 = 0.6309$, esto es llamado polvo de Cantor, por lo que se tiene una dimensión fraccional o fractal.

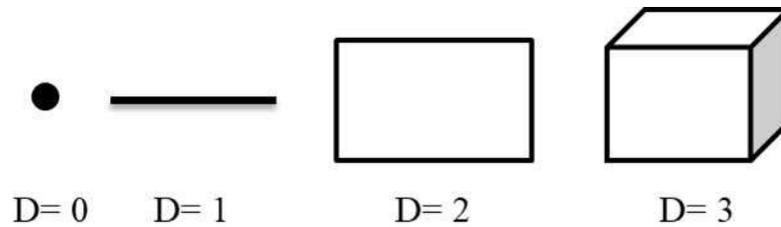


Figura 5.2. Dimensiones Euclidianas o dimensiones enteras, los fractales se caracterizan por escapar a estas, es decir, la dimensión está entre 0-1; 1-2 y 2-3.

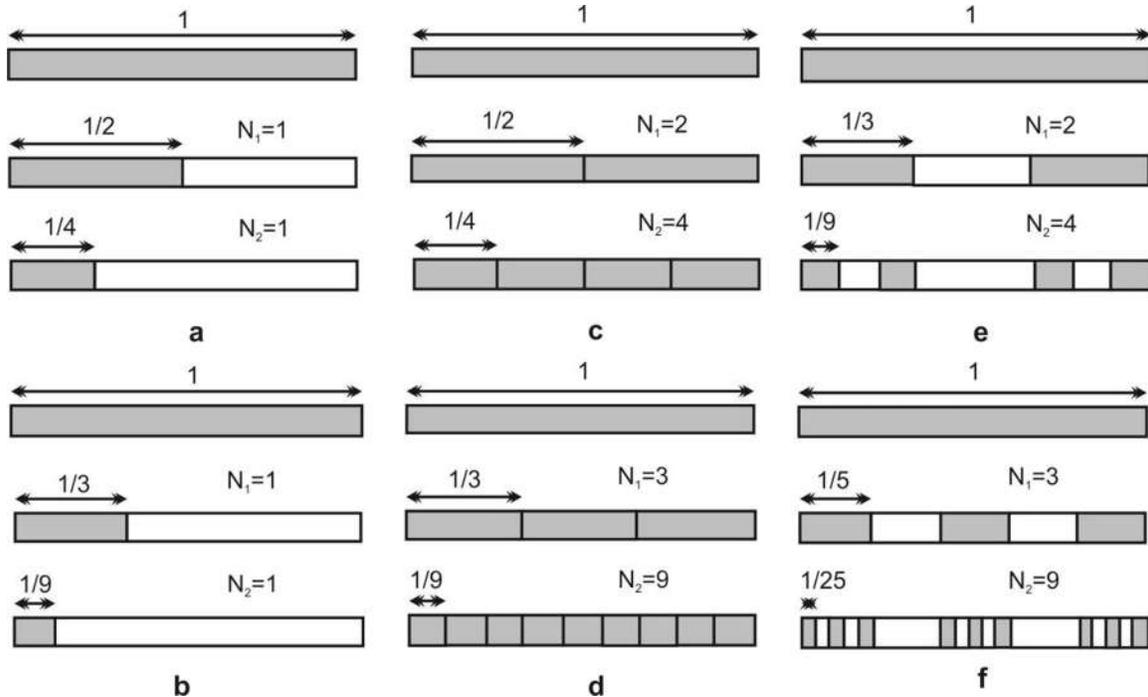


Figura 5.3. Construcción de seis dimensiones fractales a partir de una línea. a y b, son ejemplos de la división en 2 y 3 partes respectivamente y vueltas a dividir en un segundo paso, a las cuales se les retira uno y dos fragmentos, para este caso la dimensión dará 0, correspondiente a un punto en la dimensión Euclidianas; c y d, es también dividida en 2 y 3 fragmentos pero todos conservados y fragmentados en un segundo paso, aquí la dimensión dará 1, equivalente a una línea en la dimensión Euclidianas; finalmente, e y f, son la división en 3 y 5 fragmentos de los cuales se retira 1 y 2 respectivamente, los fragmentos restantes son nuevamente divididos en un segundo paso, aquí la dimensión no será entera sino fraccional con $D=0.6309$ y 0.6826 respectivamente, a este caso se le llama polvo de Cantor (Editada de Turcotte, 1997).

Como bien han expresado diversos autores, las ciencias de la tierra no escapan a los fenómenos de fragmentación, un claro ejemplo es la longitud de una línea de costa, si la longitud (perímetro) P es relacionada con la longitud de una varilla l se tiene que:

$$P \sim l^{1-D}$$

Donde D es la dimensión fractal, también conocida como la dimensión de Hausdorff. Otra definición de dimensión fractal es dada por la relación entre número y tamaño. Si el número N (de objetos) con una dimensión linear característica mayor que r , es

dado por la siguiente expresión, el fractal se define con D como una dimensión fractal (Turcotte, 1986).

$$N \sim r^{-D}$$

5.2. Fractales determinísticos y estadísticos

En términos generales se pueden distinguir dos tipos de conjuntos fractales, determinísticos y estadísticos, los primeros mantienen una auto- semejanza matemáticamente exacta, mientras que los segundos es una auto- semejanza aproximada, esta se encuentra en el mundo real (Spinadel, s/a).

➤ **Fractales determinísticos:** Los fractales determinísticos, al ser estrictamente auto- semejantes son desarrollados mediante modelos matemáticos en ordenadores, no obstante existen múltiples modelos que los ejemplifican, estos modelos se basan en iteraciones que generan el modelo auto- semejante, por ejemplo el polvo de Cantor de la figura 5.3 (Turcotte, 1997).

En dos dimensiones, el polvo de Cantor se construye a partir de un cuadro que es dividido. Si se toman 5 cuadros, lo cuales son fraccionados en dos pasos, en el primer paso todos son divididos en nueve cuadros obteniéndose un $r_1 = \frac{1}{3}$, en un segundo paso estos son divididos en nueve cuadros originando un $r_1 = \frac{1}{9}$, obteniéndose la configuración mostrada en la figura 5.4. En el caso a, se retiene un solo cuadro por lo que al obtener la dimensión esta será 0, la dimensión de un punto; en el caso b, son retenidos dos cuadros en el primer paso y cuatro en el segundo, dando que $D = \ln 2 / \ln 3 = 0.6309$, mismo resultado para la figura 5.3 e; para el caso c, se retienen tres y nueve cuadros, resultando que $D = \ln 3 / \ln 3 = 1$, por lo que en el límite $n \rightarrow \infty$ los cuadrados formaran una línea como en la figura 5.3 d; en el caso d, solo se elimina el cuadro central, teniendo en el primer paso $r_1 = \frac{1}{3}$, $N_1 = 8$, y en el segundo paso $r_2 = \frac{1}{9}$, $N_2 = 64$, dando una $D = \ln 8 / \ln 3 = 1.8928$, la cual es conocida como la alfombra de Sierpinski; finalmente en el caso e, se conservan todos los cuadros en ambas ordenes por lo que $D = \ln 9 / \ln 3 = 2$, la dimensión de un plano.

La analogía descrita en párrafos anteriores propuesta por Turcotte (1997) puede llevarse a un plano 3D, específicamente la alfombra de Sierpinski de la figura 5.4 d, llevada al plano 3D es conocida como esponja de Menger ilustrada en la figura 5.5, la cual presenta una $D = \ln 20 / \ln 3 = 2.7268$. La esponja de Menger puede ser usada como un modelo de flujo en medios porosos con una distribución fractal de poros (Turcotte, 1997).

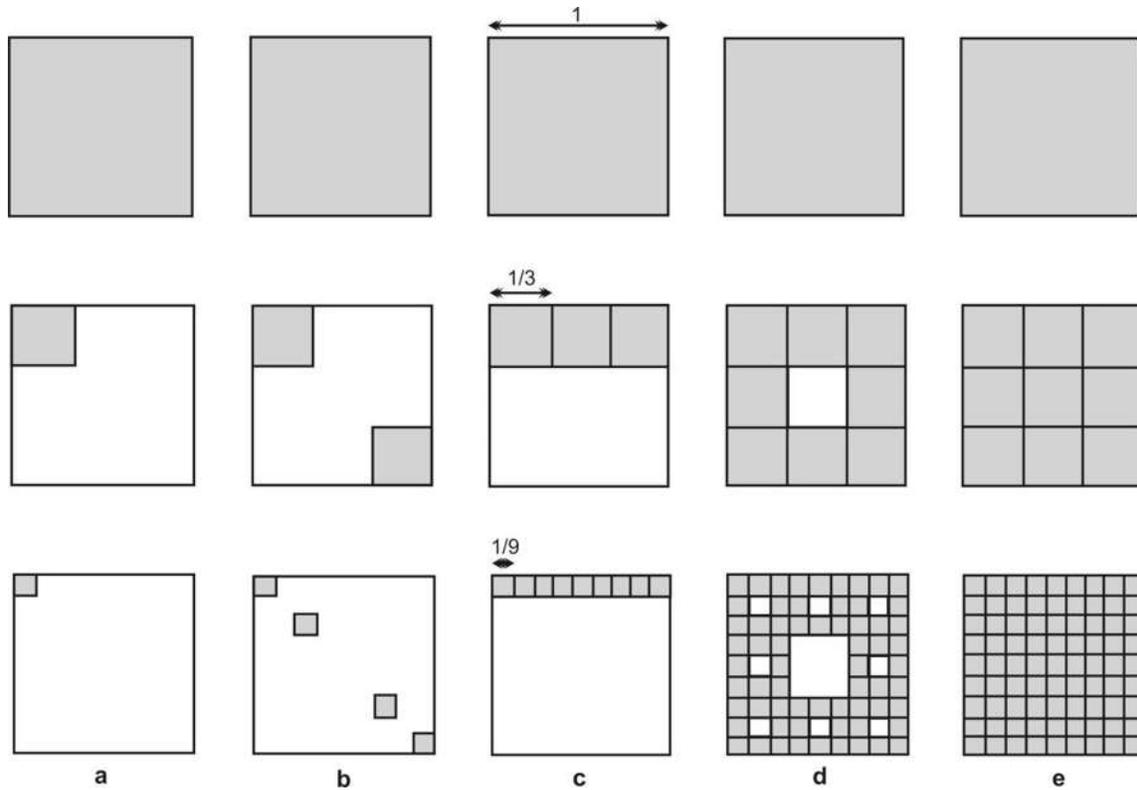


Figura 5.4. Polvo de Cantor en 2D. Construcción de cinco dimensiones fractales a partir de un cuadro dividido en 2 pasos, la primera en 9 cuadros y estos a su vez en otros 9; a. Solo es retenido un cuadro dando la dimensión de un punto (0); b. Se retienen 2 y 4 cuadros con $D=0.6309$; c. Retenidos 3 y 9 cuadros con $D=1$, una línea; d. Es removido el cuadro central con $D=1.8928$ conocido como alfombra de Sierpinski; y e. Al ser retenidos todos los cuadros la $D=2$, un plano (Editada de Turcotte, 1997).

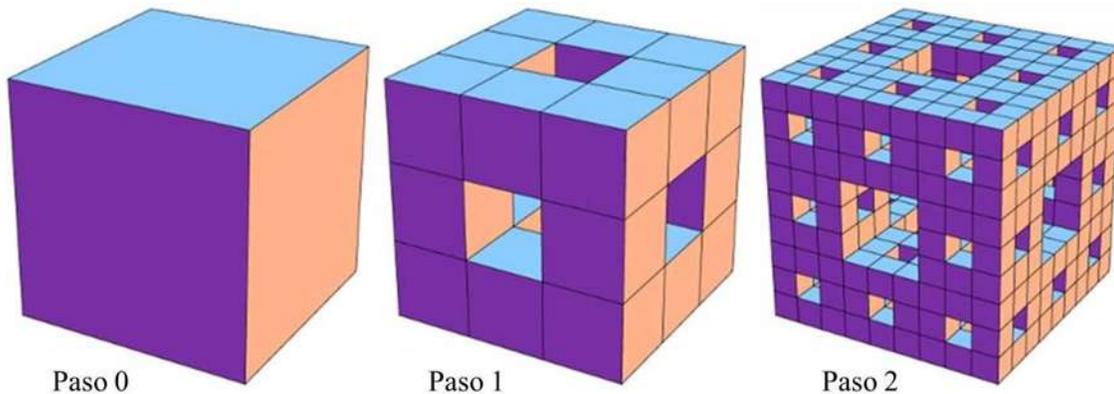


Figura 5.5. Esponja de Menger. Se forma a partir de un cubo que es dividido en un primer paso en 9 cubos del cual se retira el centro, en un segundo paso se divide nuevamente en 9 partes volviéndose a retirar el cubo central, arrojando una $D=2.7268$.

Los ejemplos anteriores muestran como las construcciones geométricas pueden dar dimensiones no enteras, sin embargo en todos los casos la estructura no es continua. Un ejemplo de construcción fractal continuo es la isla triádica de Koch (Fig. 5.6) la cual parte de un triángulo equilátero con tres lados de longitud $N_0 = 3$, $r_0 = 1$ en un primer paso se

coloca en cada lado un triángulo de longitud $r_1 = \frac{1}{3}$ en el centro, ahora se tienen 12 lados con $N_1 = 12$, al continuar con un segundo paso se tendrá que $r_2 = \frac{1}{9} N_2 = 48$, de modo que $D = \ln 4 / \ln 3 = 1.26186$. Una característica importante en este caso es que se puede calcular el perímetro mediante la expresión:

$$P_i = r_i N_i$$

Donde r_i es la longitud de orden i y N_i es el número de lados. Sustituyendo esta por:

$$P_i = \frac{C}{r_i^{D-1}}$$

El resultado de la operación anterior es igual que si aplicamos la ecuación:

$$D = \frac{\log(P_{i+1}/P_i)}{\log(r_i/r_{i+1})}$$

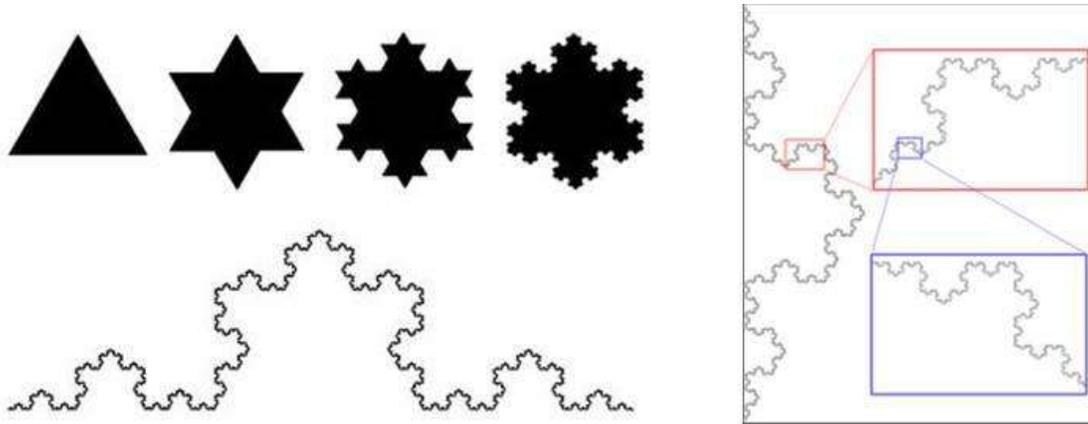


Figura 5.6. Tríadica de Koch. Se forma a partir de un triángulo equilátero en el que sus lados son divididos en 3 partes de $1/3$, donde la porción intermedia es sustituida por otro triángulo de igual longitud ($1/3$). El número de iteraciones es infinita y su perímetro continuo pero no diferenciable, además siempre presenta invarianza de escala.

Los ejemplos antes descritos son solo algunos de varios conjuntos fractales hasta hoy realizados, pues en la lista podrían considerarse el triángulo de Sierpinski (similar al cuadrado), el conjunto de Julia, la curva de Hilbert y el conjunto de Mandelbrot.

➤ **Fractales estadísticos:** el modelo de Koch puede ser usado para medir la longitud de una línea de costa, sin embargo se deben considerar algunas diferencias, por ejemplo, el perímetro de la tríadica de Koch (explicada anteriormente) es determinista e invariante de escala y una línea de costa es estadístico pues tendrá diferencias a diversas escalas, otra diferencia es que la tríadica de Koch a escala mínima es infinita pero la escala máxima depende del triángulo de origen mientras la línea de costa tiene una escala máxima de 10^3 y

10^4 km, el tamaño de un continente o isla considerado, y la mínima sería el tamaño de grano de la roca, generalmente 1 mm, esta es una característica de todos los fractales naturales por lo que son aproximadamente invariantes de escalas pues habrá fluctuaciones estadísticas (Turcotte, 1997).

Mandelbrot (1967) determino a dimensión fractal de la costa de Gran Bretaña (Fig. 5.7). La longitud de la línea de costa P_i fue determinada por un rango de longitudes de línea de medida r_i ; el resultado fue una dimensión fractal de 1.25, obtuvo que la línea de costa es un fractal y estadísticamente invariante a la escala. Muchos fenómenos geológicos son invariantes a la escala por lo que generan topografía fractal, la pregunta es si las topografías generadas tienen aproximadamente la misma dimensión, por ejemplo Bruno *et al.* (1992 y 1994) y Gaonach *et al.* (1992) demostraron que los perímetros de flujos de lava basálticas son fractales, sin embargo, Goodchild (1980) enfatiza que no toda la topografía es fractal, por ejemplo los edificios volcánicos y los abanicos aluviales (Turcotte, 1997).

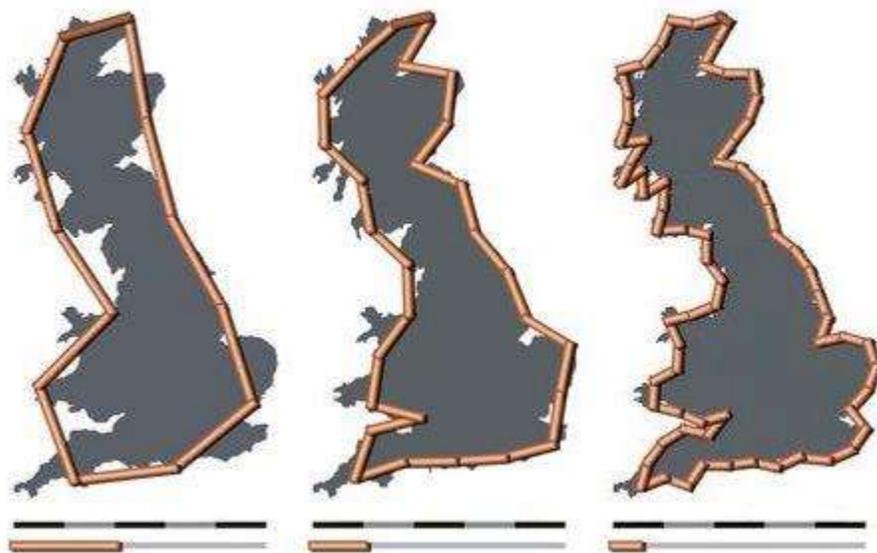


Figura 5.7. Ejemplo para determinar la longitud de línea de costa de Gran Bretaña, este método fue utilizado por Mandelbrot para introducir el termino fractal.

5.3. Características fractales

Aunque las distribuciones fractales serían útiles simplemente como un medio para cuantificar las distribuciones invariantes de escala, ahora se está volviendo evidente que su aplicabilidad a los problemas geológicos tiene una base más fundamental. Lorenz (1963) derivó un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales que se aproximan a la convección térmica en un fluido, el cual demostró un comportamiento caótico. Las ecuaciones son completamente deterministas; sin embargo, debido a la sensibilidad exponencial a las condiciones iniciales, la evolución de una solución caótica no es predecible. La evolución de la solución debe tratarse estadísticamente y las estadísticas

aplicables suelen ser fractales. Durante mucho tiempo se ha reconocido que los flujos turbulentos deben tratarse estadísticamente y que las estadísticas espectrales apropiadas son fractales (Turcotte, 1997).

La no linealidad es una condición necesaria para el comportamiento caótico. También es una condición necesaria para la invarianza de escala y las estadísticas fractales (Turcotte, 1997). Camacho *et al.* (2015) considera los fractales como los objetos matemáticos que constituyen la geometría de la teoría del caos, aunque no todos los fractales son caóticos, por lo que Mandelbrot concluyó que las escalas poseían un patrón el cual las relacionaba y que aunque no eran iguales a diferentes escalas, eran similares estadísticamente. Por lo que existen dos tipos de fractales, lineales y no lineales.

➤ **Fractales lineales**; son aquellos que se construyen con un simple cambio en la variación de sus escalas. Esto implica que los fractales lineales sean estrictamente idénticos en todas sus escalas, por ejemplo el triángulo y la alfombra de Sierpinski y la curva de Koch, mostrados en las figuras 5.4 d y 5.6 (Al-Majdalawi, 2006).

➤ **Fractales no-lineales**; son aquellos generados a partir de distorsiones complejas, es decir de las matemáticas caóticas, distorsiones no lineales. La mayoría de los fractales puramente matemáticos y naturales son no lineales, por ejemplo el conjunto de Mandelbrot y conjunto de Julia (Fig. 5.8) (Al-Majdalawi, 2006).

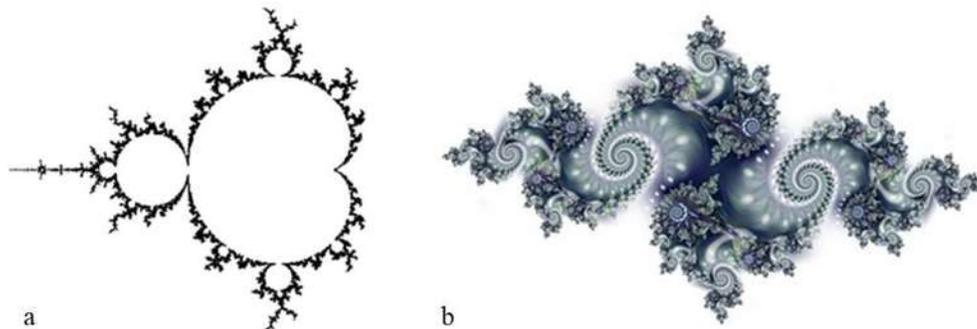


Figura 5.8. Modelos de fractales matemáticos no lineales. a. Conjunto fractal de Mandelbrot y; b. Conjunto fractal de Julia.

Existen algunos conceptos fractales que se relacionan con la escala de observación. Se pueden distinguir dos tipos de invarianza de escala como pueden ser los fractales auto-similares y los auto-afines.

➤ **Auto-similar**; es una propiedad de los objetos en la cual sus porciones más pequeñas tienen una relación estadística al objeto inicial, conformando así una réplica del todo (Gillespie *et al.*, 1993; González *et al.*, 2001; Milena, 2005). La auto-similaridad exacta es propiedad principalmente de modelos matemáticos determinísticos basados en iteraciones infinitas como lo ha expresado Turcotte (1997).

➤ **Auto-afín:** Turcotte (1997) los define como un espacio bidimensional x, y que es $f(rx, r^{H_a}y)$ es estadísticamente similar a $f(x, y)$ donde H_a se conoce como la medida de Hausdorff. Los fractales auto afines son objetos en los que se mantiene su forma en el escalamiento pero solo si una de sus direcciones varia, sufriendo pequeños cambios con respecto al original (Fig. 5.9) (González *et al.*, 2001; Milena, 2005). Esta es característica de una gran variedad de fenómenos naturales como los geológicos que presentan características fractales, sin embargo su escalamiento no es una réplica exacta pues existen pequeñas variaciones relacionadas estadísticamente como propuso Mandelbrot (1983). Un ejemplo puede ser la Tierra, si se observa desde el espacio se verá lisa pero si nos acercamos se observará rugosa ya que aparecen las montañas y los valles. La rugosidad de los fractales auto-afines, se puede cuantificar a través del exponente de Hurst (H) que va de 0 a 1, donde un fenómeno que es azaroso o caótico tendrá un exponente 0.5, si este es mayor se denomina persistente es decir se mantiene, como la superficie de la Tierra, pero si es menor será anti-persistente, es decir estocástico, o no determinista (Simonsen *et al.*, 1998; Quintero *et al.*, 2011).

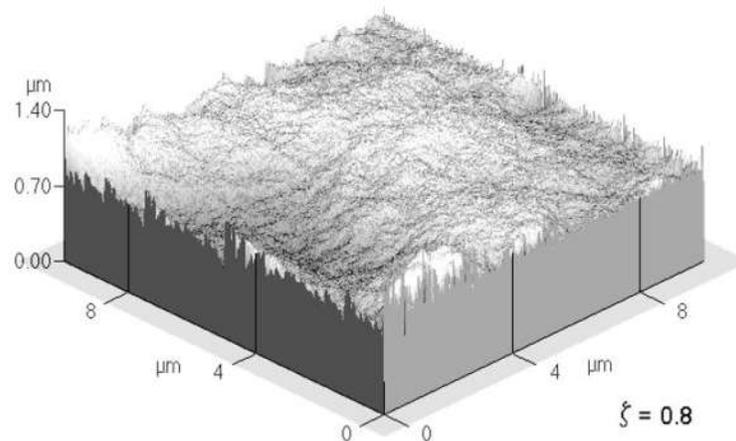


Figura 5.9. Superficie auto-afín generada mediante computadora, simulando la rugosidad de superficies de fractura (tomada de González *et al.*, 2001).

➤ **Fragmentación;** se sabe que si la distribución tamaño-número de objetos cumple la relación $N \sim r^{-D}$ define un fractal con dimensión D , en muchos casos la fragmentación da como resultado una dimensión fractal, evidencia de que la fragmentación es invariante en la escala (Turcotte, 1986). La fragmentación juega un importante papel en gran variedad de fenómenos geológicos, la corteza está fragmentada por procesos geológicos tectónicos que involucran fracturas y aún más con procesos de meteorización. La fragmentación ha sido discutida por Grady y Kipp (1987) y Clark (1987). Este fenómeno implica el inicio y propagación de fracturas, este último es un proceso no lineal que requiere modelos complejos y la iteración en una amplia gama de escalas, de esta manera la distribución tamaño de los fragmentos es un problema estadístico (Turcotte, 1997).

En el campo de la estadística Turcotte (1997) muestra que la función de Pareto es la que mejor se ajusta para describir la distribución de tamaño de fragmentos. En la función de Pareto la cola de la ley de potencia decae más lento que en la distribución normal o log-normal, esta es una característica de las distribuciones fractales, por lo tanto la ley de potencia de la distribución de Pareto es equivalente a la dimensión fractal.

➤ **Agrupamiento**; es posible hacer una relación entre las distribuciones fractales y la probabilidad, el objetivo es determinar la probabilidad de que un segmento de longitud r incluya un segmento de línea, por ejemplo el polvo de Cantor de la figura 5.3 e, en el paso 0 la probabilidad de en un segmento de longitud $r_0 = 1$ encontrar un segmento de línea $P_0 = 1$, en un primer paso $r_1 = \frac{1}{3}$ y $P_1 = \frac{2}{3}$ en un segundo paso es $r_2 = \frac{1}{9}$ y $P_2 = \frac{4}{9}$. La probabilidad de que un segmento de longitud r_i incluya un segmento de línea puede ser generalizado como:

$$P_i = N_i r_i$$

Donde P_i es el número de segmentos de líneas de longitud r_i ; si tomamos $C=1$ obtenemos que:

$$P_i = r_i^{1-D}$$

Esta relación de probabilidad en 1D se puede llevar a 2 y 3D como la alfombra de Sierpinski y la esponja de Menger respectivamente. La probabilidad de que una caja cuadrada de tamaño r_i retenga un cuadro se puede expresar como:

$$P_i = r_i^{2-D}$$

Mientras que la probabilidad de que un cubo de tamaño r_i retenga material es:

$$P_i = r_i^{3-D}$$

La generalización para los tres casos puede expresarse como:

$$P_i = r_i^{d-D}$$

➤ **Lacunaridad**; los conjuntos fractales pueden tener dimensiones idénticas pero apariencias diferentes, la cual dependerá del tamaño de la distribución de los espacios. Para esto Mandelbrot (1982) introdujo el concepto de lacunaridad como medida cuantitativa de la distribución de los espacios vacíos. Una lacunaridad grande implica grandes huecos y una aglomeración de puntos, mientras que una lacunaridad pequeña implica una distribución más uniforme en los tamaños de espacios (Turcotte, 1997).

5.4. Cálculo de la dimensión fractal en sistemas de fracturas

La metodología para la caracterización de fracturas en 1 y 2D, permite entender la distribución espacial de las fracturas en medios rocosos. Está basada en parámetros como densidad, intensidad, espaciamiento, apertura y longitud de fracturas así como la estimación de dimensiones fractales. A continuación se describen cada uno de los parámetros y la manera de cómo obtenerlos.

a. Análisis fractal en 1D

Consiste en la caracterización del espaciamiento y apertura/relleno de fracturas geológicas. Con el espaciamiento se mide el exponente de frecuencia acumulativa, dimensión de caja y de correlación, así como exponente de Lyapunov. Mientras que para la apertura solo se obtiene el exponente de frecuencia acumulada.

Frecuencia acumulativa: es una técnica sugerida por Harris *et al.* (1991), donde el espaciamiento y/o la apertura es representada en gráficos *log-log* de espaciado/apertura (S), contra el número acumulativo del espaciado/apertura (N_s), donde N_s es el número de espaciados/aperturas de fracturas $\geq S$. La distribución en el gráfico *log-log* es una línea recta que se ajusta muy bien a una función de ley de potencia:

$$N_s \propto S^{-D}$$

Donde D es la dimensión fractal entre $0 < D < 1$ (Mandelbrot, 1983). En el caso del espaciamiento, la dimensión fractal (D) proporciona una medida del grado de agrupamiento de las fracturas en una muestra lineal, donde dimensiones bajas indican espacios grandes y agrupamiento ajustado.

Dimensión de caja: en este método una línea es segmentada en tamaños de longitud r ; el objetivo es determinar el número de segmentos que incluyan al menos una fractura $N(r)$, los cuales son representados gráficamente como $\log N(r)$ vs $\log r$. Si se encuentra una dependencia lineal o casi lineal, la pendiente proporciona la dimensión fractal a través de: (Turcotte, 1997).

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log(N_{i+1}/N_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} \text{ Que es igual a: } N = r^{-D}$$

Dimensión de correlación: la distribución de correlación se define como el número de correlación de pares ($C(r)$) de puntos cuya separación es entre $r - \frac{1}{2}\Delta r$ y $r + \frac{1}{2}\Delta r$ por unidad de área donde r es la longitud (Vicsek, 1992; *in* Turcotte, 1997). Al seleccionar un punto se determina la distancia a todos los demás, lo mismo se hace para el segundo punto y el resto de ellos. El número de pares obtenido entre $r - \frac{1}{2}\Delta r$ y $r + \frac{1}{2}\Delta r$ es dividido por Δr (Turcotte, 1997). En la teoría del caos la dimensión de correlación es una medida de la dimensionalidad del espacio ocupado por un juego de puntos arbitrarios (espaciamiento) a

menudo referidos como un tipo de dimensión fractal, siendo la medida más comúnmente utilizada a partir de algoritmos por conteo de caja (Grassberger *et al.*, 1983). Grassberger *et al.* (1983) propusieron una forma de medir la dimensión fractal, la cual está dada por la integral de correlación:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \theta(r - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|)$$

Donde $\theta(x)$ es la función de Heaviside, $C(r)$ es la función de correlación, $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$ es el conjunto de datos (espaciamientos) y N el número de pares posibles. El objetivo de estos autores es demostrar que $C(r)$ se comporta como una potencia de r :

$$C(r) \propto r^{\nu}$$

Siendo ν la dimensión de correlación la cual es una aproximación cercana de la dimensión fractal. En general la dimensión de correlación cuenta el número total de pares posibles con un distancia menor que r , así, cuando $\nu \approx 0$ existe poca variación en los datos (espaciamientos) y las medidas son aproximadamente las mismas, por otro lado, si $\nu \approx 1$ indica un rango de valores de medición. Sin embargo, aunque la dimensión de correlación aporta información de la distribución no lo hace para su arreglo (Fig. 5.10) (Riley *et al.*, 2011; Vásquez-Serrano, 2013).

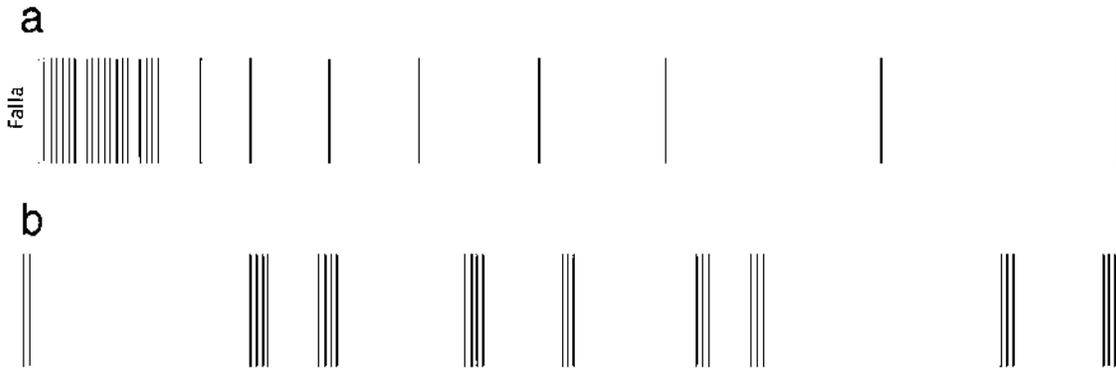


Figura 5.10. Dos diferentes geometrías para la misma distribución de espaciamientos. a. Falla donde la densidad de fracturas es mayor, y menor al alejarse, b. Agrupamiento de fracturas ampliamente espaciados (Editada de Riley *et al.*, 2011).

Exponente de Lyapunov: los sistemas caóticos se pueden cuantificar por el exponente de Lyapunov (λ) (Turcotte, 1997). El exponente de Lyapunov es un cálculo de la rapidez con que dos trayectorias convergen o divergen en el espacio de estados de un sistema dinámico no lineal (es decir, el espacio que representa todos los estados posibles del sistema), describiendo como el sistema cambia con el tiempo ($x(t)$), la solución al sistema puede escribirse como (Riley *et al.*, 2011):

$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} v_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} v_2$$

Donde c_1 y c_2 son constantes, λ_1 y λ_2 son los dos valores propios y v_1 y v_2 son los vectores propios correspondientes. Así, en sistemas dinámicos no lineales los valores propios indican que tan rápido dos puntos divergen (positivos) o convergen (negativos) (Riley *et al.*, 2011). Por consiguiente, el exponente de Lyapunov es la prueba cuantitativa del comportamiento caótico; si es positivo, las soluciones adyacentes divergen y se produce un comportamiento caótico y si es negativo convergen y se obtienen soluciones deterministas (Turcotte, 1997). Los valores propios en una matriz son los exponentes locales de Lyapunov, que para sistemas de n -dimensiones hay n -exponentes de Lyapunov, donde el exponente de Lyapunov máximo (λ_{max}) puede caracterizar el sistema (Rosenstein *et al.*, 1993; Riley *et al.*, 2011). El cálculo de λ_{max} para caracterizar sistemas dinámicos no lineales tiene tres posibles resultados, si es negativo representa un sistema estable que converge a un punto fijo; si es igual a cero indica un sistema periódico; y si es positivo indica un sistema caótico (irregular, pero no aleatorio) (Rosenstein *et al.*, 1993; Riley *et al.*, 2011). Rosenstein *et al.* (1993) determina λ_{max} a través de una ecuación que no requiere un conocimiento previo sobre las ecuaciones diferenciales del sistema.

$$\lambda_{max} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log_2 \left| \frac{dx_{n+1}}{dx_n} \right|$$

Donde N es número de datos y dx_n es la distancia entre puntos. Para abordar el problema de conjuntos de fracturas con diferentes geometrías (ej. Fig. 5.10) Riley *et al.* (2011) proponen una modificación al máximo exponente de Lyapunov de la ecuación anterior para cuantificar la geometría encontrada en los espaciamientos de fracturas. El método contempla el número de espaciamientos entre fracturas expresado como N y dx_n como la n -ésima medición del espaciado. De esta forma las fluctuaciones entre espaciamientos grandes y pequeños influyen en el cálculo de λ_{max} obteniéndose que a valores de espaciamientos relativamente grandes se tendrá un $\lambda_{max} > 1$, mientras que a poca o ninguna variación en los espaciamientos un λ_{max} tendente a cero (cercano a periódico), como los muestra la figura 5.11.

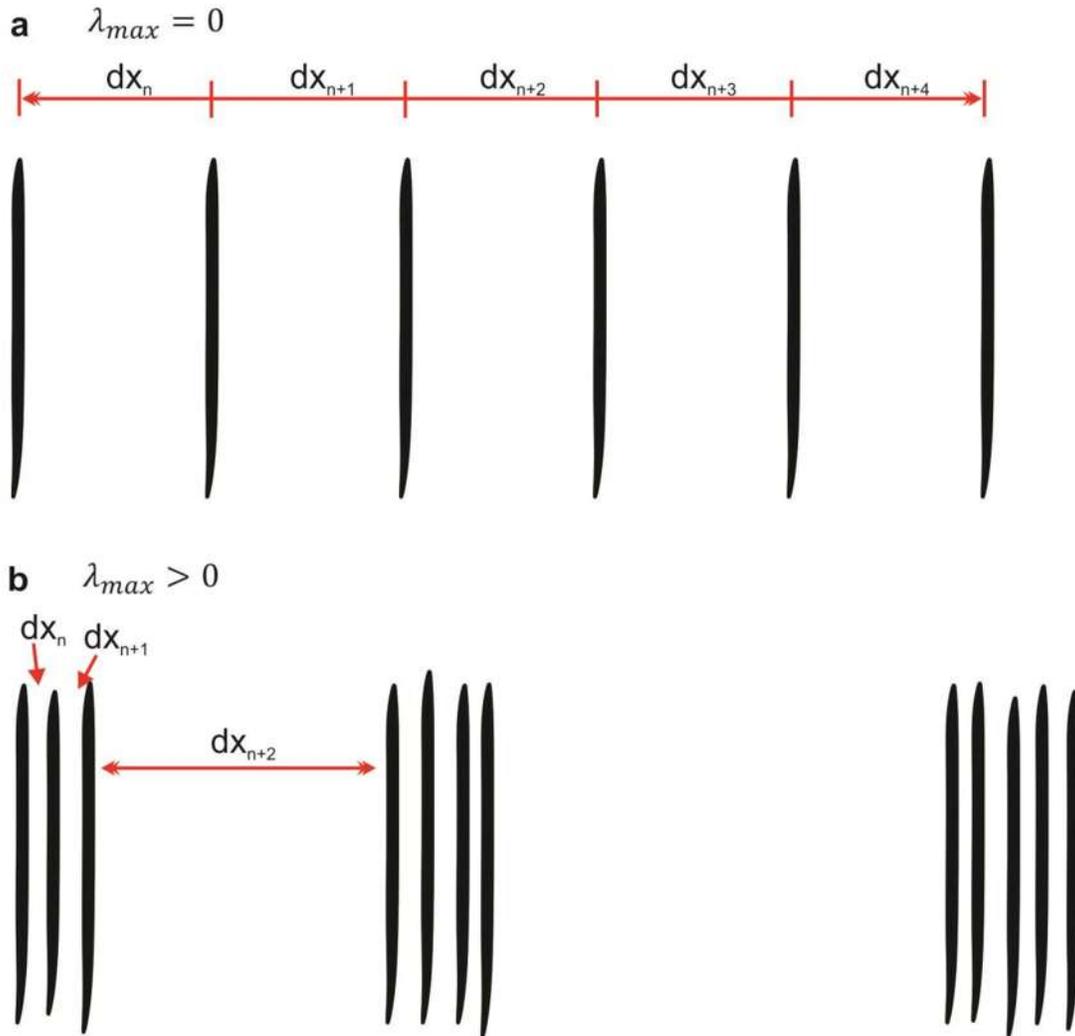


Figura 5.11. Cálculo de λ_{max} . a. Fracturas espaciadas periódicamente con medidas adyacentes iguales donde $\lambda_{max}=0$; b. Fluctuaciones en los espaciamientos adyacentes donde $\lambda_{max}>0$, a medida que aumentan las fluctuaciones y sean más numerosas también lo hará el λ_{max} (Editada de Riley *et al.*, 2011).

b. Análisis fractal en 2D

Las técnicas empleadas para la estimación de valores de dimensión fractal en 2D, están basadas en el análisis de mapas de fracturas binarizadas en blanco y negro. El análisis en 2D tiene por finalidad explicar cómo se distribuyen y ocupan el espacio las fracturas dentro del material rocoso, han sido aplicadas e interpretadas tanto en patrones naturales de fracturas como en sintéticos, a continuación se describen algunas metodologías empleadas en el presente trabajo.

Dimensión de caja: es la técnica más ampliamente utilizada para el cálculo de la dimensión fractal. En mapas de fracturas se sobreponen rejillas con cuadros de diferentes tamaños (cajas). El tamaño más grande contempla que ninguna caja quede sin fracturas, mientras que la caja más pequeña es fijada a la longitud de la fractura más pequeña (Barton,

1995; in Babadagli, 2001 y Vásquez-Serrano, 2013). El cálculo de la dimensión contempla el número de cajas (N) que contengan al menos una fractura, así como su tamaño (r). El resultado se presenta bilogarítmicamente en gráficos de N vs r (Gillespie *et al.*, 1993). Este análisis se hace mediante la relación:

$$N \propto r^{-D}$$

Donde N es el de cajas con fracturas, r el tamaño de caja y D , la dimensión fractal. Como explica Babadagli (2001) al aplicar esta técnica a diferentes escalas de imagen los resultados deben ser consistentes en todas ellas, ya que la dimensión de caja cuantifica como se llena el espacio por los patrones de fracturas, por lo que a mayor densidad de fracturas, mayor dimensión fractal.

Dimensión de masa: en este método, n cuadros con el mismo origen pero diferente tamaño se sobrepone a los mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones. El número de fracturas/puntos dentro del cuadro son contados. Si el sistema es fractal, la gráfica de número de fracturas/puntos $M(r)$ contra el tamaño de cuadro (r) en un gráfico *log-log* arrojará una línea recta (Bunde y Havlin, 1995) la pendiente de la recta corresponde a la dimensión fractal de masa de acuerdo a la siguiente expresión (Babadagli, 2001).

$$M(r) \propto r^{D_m}$$

Jafari y Babadagli (2009) aplicaron este método sobreponiendo un círculo de tamaño y centro específico en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones, donde el círculo aumentaba de tamaño pero conservando su centro.

Dimensión de correlación: se basa en el mismo principio que la dimensión de correlación en 1D (ver análisis fractal 1D, en este capítulo). Para una distribución bidimensional el número de cada intervalo Δr es dividido por $r \Delta r$ para obtener $C(r)$. La técnica de correlación de pares es un equivalente a la técnica de conteo de cajas para eventos puntuales y ambos métodos dan iguales dimensiones fractales para distribuciones invariantes de escala (Turcotte, 1997).

Lacunaridad: se relaciona con el grado de huecos o porosidad y la textura de un objeto irregular, se puede utilizar para diferenciar objetos fractales con la misma dimensión fractal pero diferentes apariencias (Turcotte, 1997; Jafari *et al.*, 2011). El término fue introducido por Mandelbrot (1982) como una medida cuantitativa de la distribución de tamaños de espacio (Turcotte, 1997). La lacunaridad Λ se calcula como la variación en la densidad de pixeles para diferentes ε (tamaño de cuadrícula), de acuerdo a la siguiente expresión (Jafari *et al.*, 2011):

$$\Lambda_\varepsilon = \left(\frac{S}{M} \right)^2$$

Para este análisis los mapas de fracturas son binarizados o digitalizados, para analizarse mediante *softwares* como *ImageJ*, *FracLac* y *Fractalyse*. Inicialmente, el número de píxeles dentro de cada cuadro de la malla es contado utilizando el recuento de cajas estándar que no se sobrepone. Para cada ϵ , se calcula un coeficiente de varianza es calculado a partir de la desviación estándar (s) y la media (M) del número de píxeles por caja. *Softwares* como *FracLac* para *ImageJ* calcula la lacunaridad en función de la densidad de píxeles en diferentes tamaños de cuadros para una imagen. Un fractal homogéneo tendrá una lacunaridad baja, mientras que el aumento en espacios vacíos en la textura dará un aumento en la lacunaridad (Hamida y Babadagli, 2005; in Jafari *et al.*, 2011), en otras palabras, una lacunaridad grande implica grandes huecos y una aglomeración de los mismos; una lacunaridad pequeña implica una distribución más uniforme de los tamaños de los huecos (Fig. 5.12) (Turcotte, 1997).

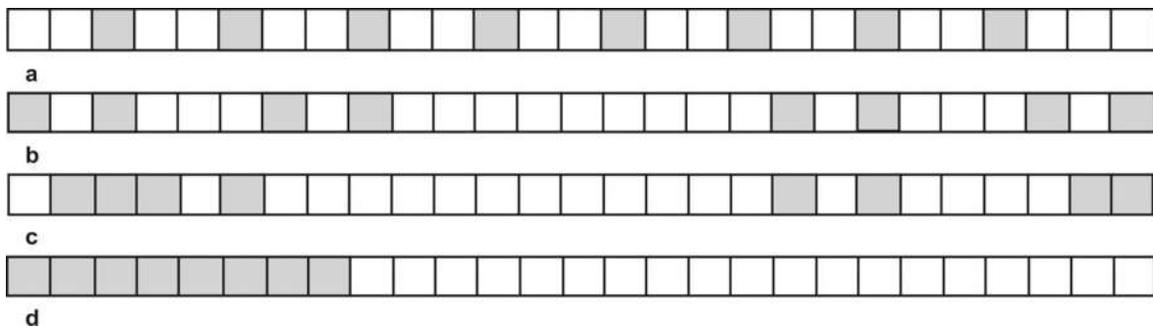


Figura 5.12. Ejemplo de lacunaridad. Una línea es dividida en 27 segmentos de igual tamaño y 8 son retenidos. a. Casi uniformemente distribuidos a, d. Distribución agrupada, en este orden la lacunaridad aumenta de arriba abajo (Editada de Turcotte, 1997).

6. METODOLOGÍA

El método de análisis fractal de fracturas se aplica a determinadas propiedades que pueden tener un comportamiento fractal como la longitud, el espaciamiento, el espesor y la distribución, además de variables como la densidad e intensidad. Todas estas variables son utilizadas para entender la conductividad y el rol de las fracturas en el proceso de migración de fluidos (Vásquez-Serrano, 2013). La metodología utilizada en este trabajo se divide en las siguientes partes:

6.1. Revisión bibliográfica

Se realizó una extensa investigación sobre la teoría fractal y su aplicación en el análisis de las fracturas, así mismo se recopiló información del área de estudio. Se encontraron documentos importantes en revistas científicas de Turcotte (1986), La Pointe (1988), Gillespie *et al.* (1993), Marret *et al.* (1999 y 2011), Mauldon *et al.* (2001), Moreno-Sánchez *et al.* (2006), Jafari y Babadagli (2009 y 2011) y Riley *et al.* (2011). Libros por Mandelbrot (1983) y Turcotte (1997). Además de tesis de Paredes (1995), Milena (2005), y Vásquez-Serrano (2013); así como páginas de internet, todos basados en propiedades fractales en ciencias de la Tierra.

Los análisis se realizaron de acuerdo los fundamentos teóricos descritos en los capítulos 4 y 5, que están basados en metodologías propuestas por los autores antes mencionados, los cuales propusieron algunas consideraciones al momento de adquirir los datos en campo, como el muestreo de fracturas en zonas donde se agrupan para reflejar su arreglo, así como los sesgos por orientación, truncamiento y censuramiento propuesto por Moreno-Sánchez *et al.* (2006).

6.2. Recolección de datos

Se realizaron varias campañas de campo dentro del área de estudio en donde se midió espaciamiento, apertura, longitud, densidad, intensidad y orientación de fracturas, además se tomaron fotografías para su posterior análisis en gabinete. Los datos de espaciamiento y apertura, así como las fotografías se obtuvieron mediante líneas de muestreo en escalas de 1, 0.1 y 0.01 metros. La metodología a detalle se describe a continuación y fue desarrollada sobre unidades de andesitas e ignimbritas miocénicas, donde se encontraron 49 afloramientos en los que se obtuvieron datos para el análisis 1D, y en 40 de ellos para el 2D.

Sobre afloramientos extensos y bien expuestos se midieron las variables de interés en torno a la orientación de fracturas para las tres escalas mencionadas anteriormente, tanto para el análisis 1D como 2D. De esta forma las fracturas fueron medidas a través líneas de

muestreo tomadas perpendicularmente a cada familia. Cabe mencionar que la toma de datos se realizó en zonas con abundancia de fracturas para caracterizar su arreglo. Sobre la línea de muestreo se midió el espaciamiento entre fracturas (Fig. 6.1a), además de apertura y/o relleno mineral, cumpliendo así el muestreo para el análisis en 1D.

El análisis 2D se realizó a partir de mapas cuyas variables de interés son la distribución de fracturas, puntos medios e intersecciones, densidad, intensidad y longitud. La obtención de los mencionados parámetros fue a través de ventanas circulares trazadas en los afloramientos en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros), los cuales fueron fotografiados para posteriormente obtener los mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones con ayuda de los programas *Corel Draw X8* y *ArcGis 10.3*. Dentro del área muestreada también se diferenciaron las familias de fracturas y se contabilizaron las fracturas intersectadas por el círculo independientemente de su orientación (Fig. 6.1b).

Finalmente, en cada afloramiento se tomaron entre 30 y 60 planos de fracturas con rumbo e inclinación para tener un muestreo representativo del comportamiento de las fracturas tanto en orientación como inclinación, permitiendo estimar la relación entre los principales planos de fracturas.

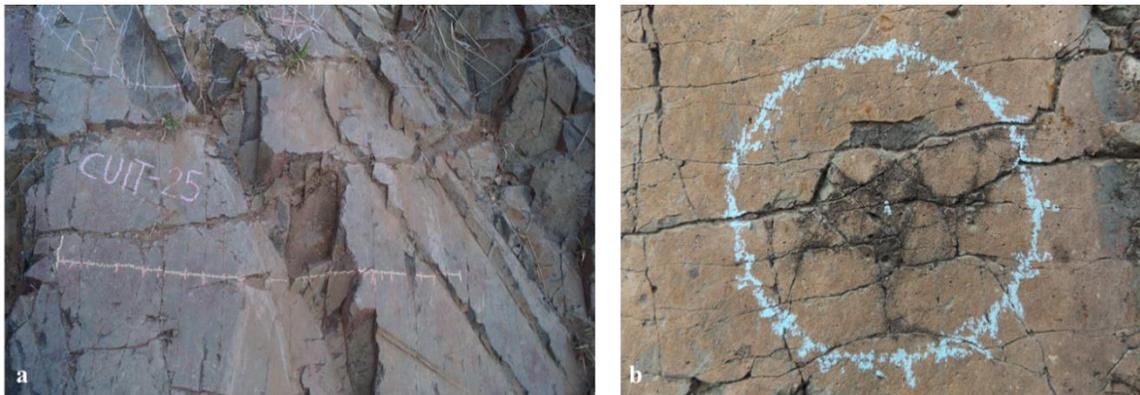


Figura 6.1. Toma de datos en líneas de muestreo y ventanas circulares en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 m). a. línea de muestreo lineal de 1 m trazada perpendicularmente a la familia para obtener espaciamientos y; b. ventana circular de 0.1 m donde se contaron la intersecciones de fracturas con el perímetro circular y se tomaron fotografías para la elaboración de mapas.

Obtenida una base de datos representativa de las fracturas, se procedió al análisis de datos en 1D para espaciamiento y apertura. En tanto que el análisis de mapas (2D) contemplo parámetros fractales en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones. También se obtuvieron valores de densidad, intensidad y longitud de fracturas.

6.3. Análisis de datos

Se agruparon los planos de fracturas medidos en cada afloramiento y se representaron en diagramas rosa y proyecciones planar y polar, cuya finalidad fue

determinar las orientaciones preferenciales de las fracturas, así como determinar la forma en que interactúan entre sí. Este análisis se realizó mediante los programas *GEOrient 9.4.5*, *SpheriStat 3*, *Dips 5.0* y *Stereonet online*.

El análisis 1D se realizó en función de los métodos explicados en el capítulo 5. Los datos utilizados fueron los espaciamientos obtenidos por las líneas de muestreo, los cuales fueron analizados por familias mediante exponentes de frecuencia acumulada. También del espaciamiento se obtuvieron dimensiones de caja y correlación, así como el exponente de Lyapunov mediante el programa Frackita escrito por Vásquez-Serrano (2013). Frackita automatiza la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011), para estimar la dimensión de correlación y el exponente de Lyapunov, mismo que fue complementado por Vásquez-Serrano (2013) con el cálculo de la dimensión de caja en 1D, intensidad y exponente de frecuencia acumulada (Fig. 6.2).

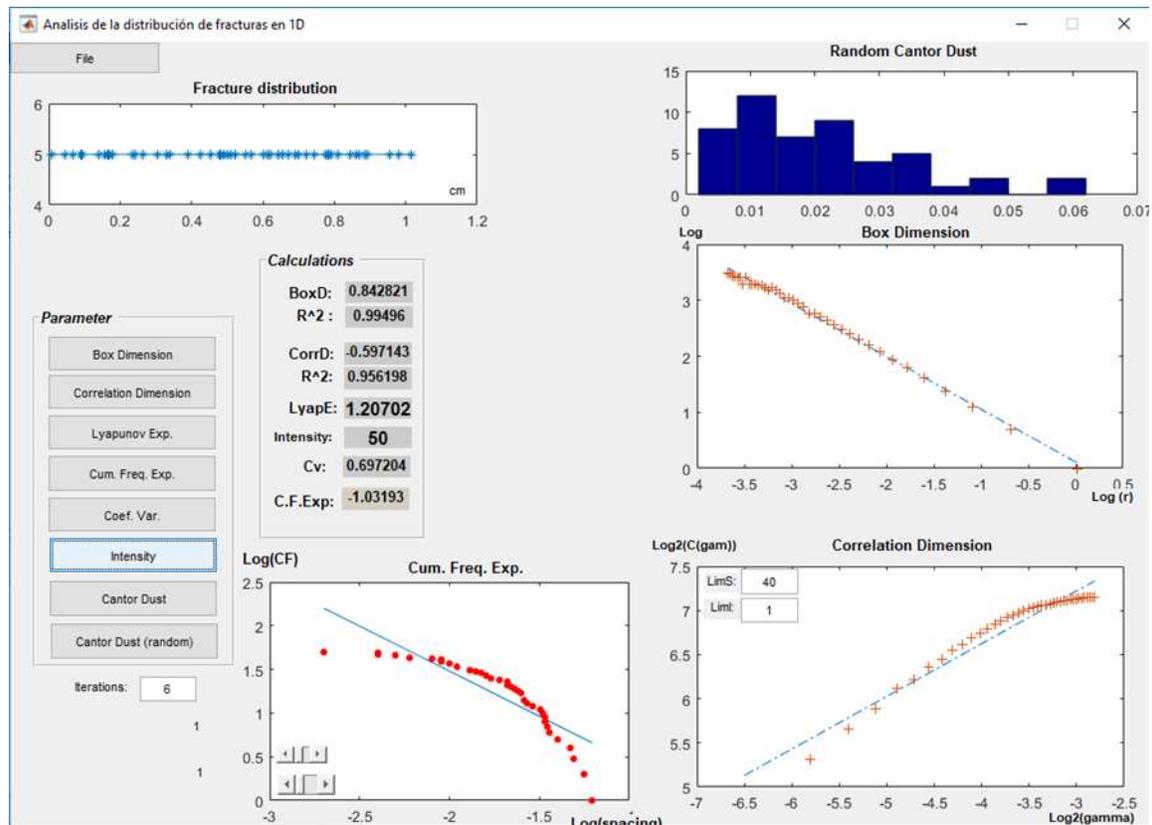


Figura 6.2. Ventana del programa Frackita desarrollado por Vásquez-Serrano (2013) en MatLab, para el análisis de espaciamientos de fracturas propuesto por Riley *et al.* (2011) para valores de dimensión de caja y correlación, exponente de Lyapunov, y polvos de Cantor determinístico y aleatorio, así como la representación visual en gráfico bilogarítmicos.

Vásquez-Serrano (2013) desarrolló Frackita en el apartado GUI (*Graphical User Interface*) de MatLab 7, el cual es un sistema de programación orientado a objetos con soporte matemático basado en matrices. MatLab presenta la ventaja de ser compatible con los principales sistemas operativos como *Linux*, *Windows* y *Mac OS X*. Frackita está

diseñado para su uso fácil y práctico a través de botones de comando para cada función. El archivo de lectura aceptado por Frackita es de extensión *.xlsx de Microsoft Excel, donde se almacena la lista de espaciamentos entre fracturas.

El análisis 2D se realizó a partir de mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones. Los mapas se obtuvieron a partir de fotografías tomadas en el campo en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros). Los mapas de fracturas se elaboraron manualmente a través de la digitalización fotográfica en *Corel Draw X8*, considerando aperturas constantes debido a su valor aparente producto del sesgo por orientación expresado por Vásquez-Serrano (2013). En tanto que los mapas de puntos medios e intersecciones se generaron a partir de los mapas de fracturas en *ArcGis 10.3*, para ello se puso un punto a mitad de cada fractura y otro en zonas donde se intersectan utilizando la herramienta *Feature Vertices To Points* e *Intersect* de *ArcToolbox*. Ambos casos se aplicaron para las tres escalas, obteniéndose un total de 357 mapas, 119 por cada tipo de mapa (fracturas, puntos medios e intersecciones) correspondientes a 40 afloramientos. Los mapas generados fueron guardados en formato *.bmp en blanco y negro (Fig. 6.3)

Si bien los mapas de fracturas pueden elaborarse también por binarización, en ocasiones esta técnica ensucia la imagen debido a heterogeneidades en la roca producto de la alteración. De esta forma, el análisis de mapas conlleva algunos sesgos introducidos en la fotografía, tal es el caso de la distorsión, aun cuando la fotografía sea tomada perpendicular al afloramiento. Otro importante efecto es la resolución fotográfica que impacta en la calidad de la imagen, evitando tener bien representadas las fracturas. Este último efecto influye en la generación de mapas tanto manual como por binarización fotográfica.

Obtenidos los mapas antes mencionados se realizaron los análisis propuestos por Babadagli (2001), Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005), Jafari y Babadagli (2011), y Moreno-Sánchez *et al.* (2006). Los métodos fueron explicados en el capítulo V y se basan en parámetros fractales de dimensión de caja, masa y correlación, y lacunaridad, para mapas de fracturas, mientras que para puntos medios e intersecciones solamente se obtuvo dimensión de caja y de masa, además de la densidad e intensidad de fracturas. De igual forma a través de la calculadora geométrica en *ArcGis* se determinaron longitudes de fracturas, sin embargo al arrojar valores en píxeles se implementó una regla de tres para conocer su longitud en metros, considerando el diámetro del círculo como la fractura más grande.

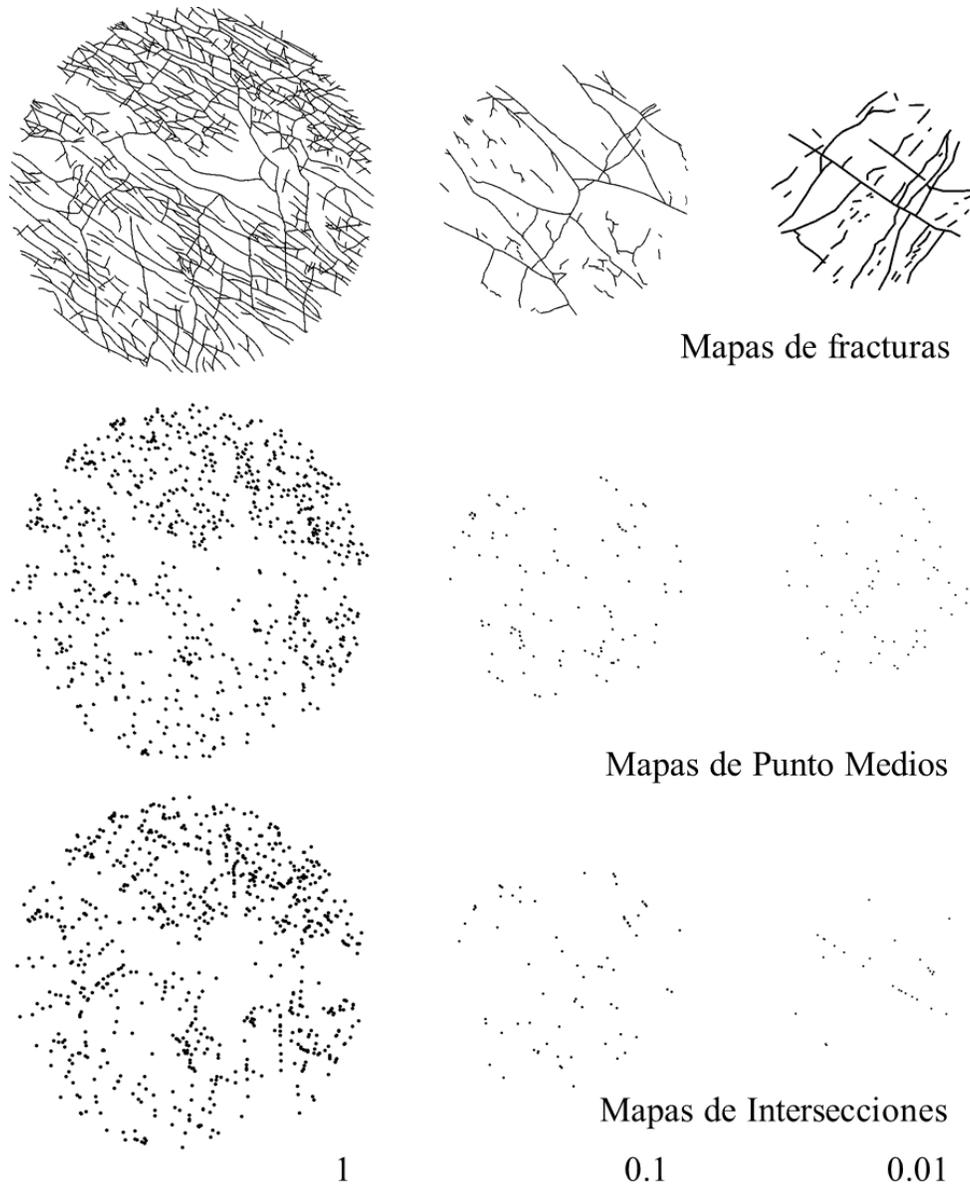


Figura 6.3. Mapas generados a partir de las fotografías tomadas en campo. Los mapas de fracturas se digitalizaron manualmente en *CorelDraw V.18* y usando herramientas de *ArcGis V.10.3* se generaron los mapas de puntos medios e intersecciones.

➤ *Dimensión de caja*: consiste en llenar el mapa con una rejilla cuadrada, en la cual el tamaño de los cuadros (r) disminuyen progresivamente con cada iteración, el método cuenta el número de cuadros (N) ocupados por alguna fractura. Al analizar, el programa arroja un gráfico $\log(N)$ vs $\log(r)$ donde la pendiente de la recta ajustada a los datos indicará la dimensión fractal (Fig. 6.4a). Este análisis puede realizarse en el programa *FracAnalysis* o *Fractalyse*, en nuestro caso se implementó *FracAnalysis* para los mapas de fracturas únicamente, su descripción se explica en el siguiente apartado.

➤ *Dimensión de masa*: se basa en el trabajo de Jafari (2011) el cual aplica a mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones, donde un círculo de radio pequeño aumenta progresivamente con cada iteración. Con cada aumento en el tamaño del círculo (r) se cuenta el número de puntos o fracturas dentro del círculo (N). En la representación bilogarítmica de N vs r la pendiente de la recta indicara la dimensión fractal de masa. Este análisis se realizó mediante el programa *Fractalysse* y su procedimiento se describe en el apartado siguiente.

➤ *Dimensión de correlación*: se basa en el método del coteo de caja, a partir de un número medio de puntos N por ventana de tamaño r , aplicado en iteraciones a ventanas de tamaño creciente. Sin embargo la dimensión de correlación considera dos puntos simultáneos a cierta distancia, es decir la distancia media entre un par de píxeles. La representación bilogarítmica de N vs r , indica a través de la pendiente la dimensión de correlación. Este parámetro se obtuvo mediante el programa *Fractalysse*.

➤ *Lacunaridad*: propuesta por Jafari y Babadagli (2011) se utilizó para mapas de fracturas en *Fractalysse* aunque también puede ser analizarse en *FracLac V.5* para *MatLab* (ej. Vásquez-Serrano, 2013). El análisis se basa en el método de conteo de caja, para este caso se realiza un conteo de densidad de píxeles en cajas de distintos tamaños en la imagen. La lacunaridad en el presente trabajo se obtuvo mediante el programa *Fractalysse*.

6.4. Programas usados para el análisis

Los parámetros fractales se obtuvieron mediante el programa *FracAnalysis V.16*, desarrollado por el Dr. Gustavo Tolson, y *Fractalysse V.2.4* desarrollado por Gilles Vuidel, ambos programas son de uso libre y de fácil implementación, a continuación se describe brevemente su uso.

➤ *FracAnalysis V.16*: es un programa que calcula la dimensión de caja y se basa en el método de conteo de cajas de Barton y La Pointe (1995). El programa trabaja con imágenes *.bmp de cualquier color. El análisis inicia eligiendo una imagen sobre la cual se coloca una rejilla grande que corresponde máximo espacio sin fracturas y una pequeña acorde a la fractura más pequeña, así como un número de iteraciones. Al correr el programa arroja un valor numérico de dimensión de caja junto con un gráfico bilogarítmico de N vs r (Fig. 6.4a). Este programa se utilizó para analizar los mapas de fracturas únicamente.

➤ *Fractalysse V.2.4*; este programa permite analizar diferentes parámetros fractales como dimensión de caja, masa y correlación, así como la lacunaridad, implementados en este estudio. Sin embargo, también permite obtener dilatación, agrupamiento, redes y pruebas multi-fractales. El programa trabaja con imágenes de extensión *.bmp y/o *.tiff, en general el programa se basa en el conteo de píxeles dentro del área de tamaño r , arrojando gráficos de $\log(N)$ vs $\log(r)$. A continuación se describe el procedimiento de los parámetros hechos en este estudio.

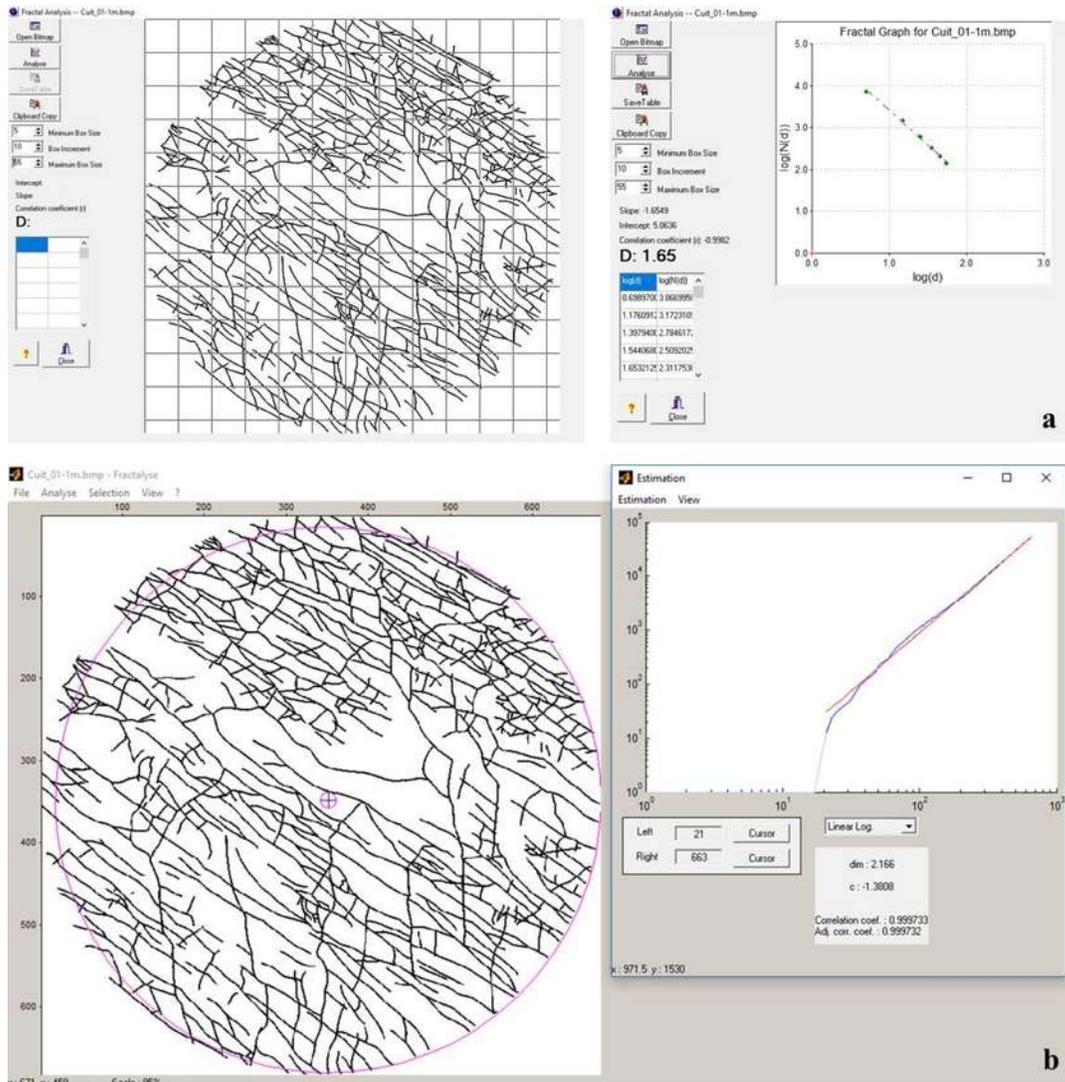


Figura 6.4. Ventanas de análisis en *FracAnalysis* y *Fractalyse*. a. *FracAnalysis* V.16 usado en mapas de fracturas para dimensión de caja, y b. *Fractalyse* V.2.4 usado en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones.

Dimensión de caja: en el submenú caja (*box*) de la herramienta analizar (*analyse*) aparece una ventana en la cual se puede elegir el tamaño de caja máximo, un tipo de análisis que puede ser exponencial o lineal, así como un algoritmo tipo cuadrículado o de caja libre, en nuestro caso elegimos lineal y cuadrículado. El resultado despliega un gráfico bilogarítmico de N vs r , junto con valores numéricos de dimensión fractal y de correlación, este último puede llevarse al ajuste conveniente mediante los cursores izquierda y derecha que permiten eliminar errores en los extremos. Este parámetro se implemento en mapas de puntos medios e intersecciones.

Dimensión de masa: se encuentra en el submenú masa (*radius mass*) de la herramienta analizar (*analyse*), en la ventana emergente se elige un análisis cuadrado o circular, en nuestro caso se eligió circular, así como el centro del círculo que representa el

centro de masa de los puntos que puede introducirse manual o automáticamente. El resultado al igual que en la dimensión de caja será un gráfico bilogarítmico de N vs r , donde N serán los píxeles contados dentro del círculo de tamaño r . Este parámetro se utilizó en todos los mapas sin embargo en mapas de puntos medios e intersecciones se ve afectado por la poca cantidad de puntos en escalas de 0.1 y 0.01 metros principalmente y que es producto del área analizada, por lo se consideró que la mayor parte de los puntos estuvieran dentro del círculo

Dimensión de correlación: esta es obtenida mediante un procedimiento similar al de la dimensión de masa, eligiendo un análisis circular, sin embargo en vez de considerar el centro de la imagen se determina un límite que nosotros consideramos por defecto. El resultado obtenido es igualmente un gráfico bilogarítmico donde el coeficiente de correlación puede ser ajustado cercano a 1 mediante los cursores de izquierda y derecha para eliminar errores. Este análisis se implementó únicamente en mapas de fracturas.

Lacunaridad: se encuentra en el submenú prueba de lacunaridad (*lacunarity testing*) de la herramienta analizar (*analyze*). La ventana emergente permite elegir el centro de la imagen manual o automáticamente así como el tamaño de ventana que en nuestro caso fue 10. Este análisis arroja nada más un valor numérico basado en el método de conteo de cajas sobre la densidad de píxeles dentro de la imagen.

Con los valores obtenidos en los análisis antes mencionados se generó una base de datos en Excel, los cuales fueron graficados en histogramas y son presentados a continuación en el capítulo de resultados.

7. RESULTADOS

En función de los objetivos planteados en el presente estudio y las metodologías expuestas en capítulos anteriores, se desarrollaron en la zona del Lago de Cuitzeo un total de 49 puntos de muestreo distribuidos principalmente en la porción Sur del Lago de Cuitzeo (Fig. 7.1), donde se clasificaron las fracturas en familias por su orientación, se tomaron espaciamientos, fotografías y se midieron planos de fracturas tomadas al azar. Para mejor manejo de datos, los 49 puntos de muestreo fueron agrupados en 6 estaciones generales denominadas “CuiFrac” las cuales están integradas por diferentes números de puntos debido a que están en función de las unidades litológicas (Tabla 7.1). Además, las estaciones CuiFrac presentan los resultados del análisis de fracturas por familias y por escala de observación. Se determinaron 4 familias de orientación NO-SE, NE-SO, E-O y N-S, cada una analizada en 1, 0.1 y 0.01 metros.

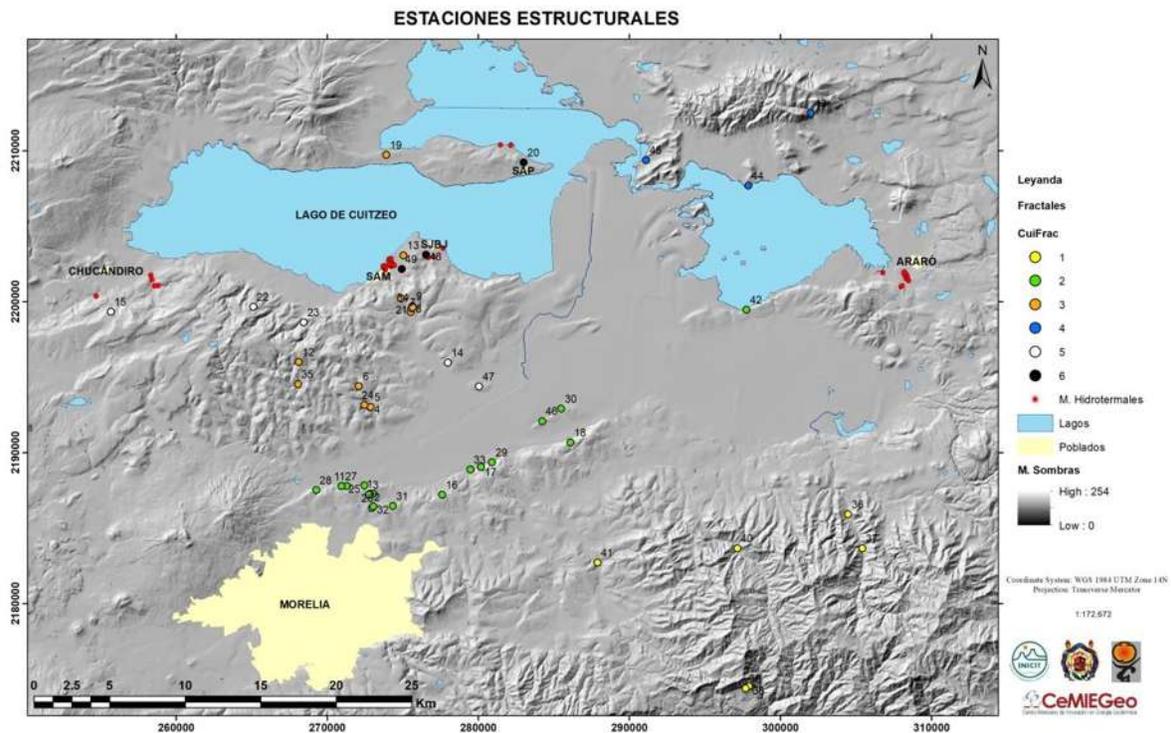


Figura 7.1. Ubicación de las 49 estaciones estructurales desarrolladas en campo y su integración en 6 estaciones generales denominadas CuiFrac identificadas por colores. Los puntos rojos corresponden a manifestaciones hidrotermales.

Tabla 7.1. Listado de las estaciones que integran cada uno de los 6 Cuifrac, así como la unidad en la que se encuentra.

Estación	Estaciones integradas	Roca
CuiFrac-01	36, 37, 38, 39, 40, 41	Andesita Mil Cumbres

CuiFrac-02	1,2,3,11,16,17,18,25,26,27,28,29,30,31,32,33,42,46	Andesita Falla Tarímbaro
CuiFrac-03	4,5,6,7,8,9,10,12,13,19,21,24,34,35	Andesita Tarímbaro
CuiFrac-04	43,44,45	Andesita S. San Andrés
CuiFrac-05	14,15,22,23,47	Ignimbrita Chucándiro
CuiFrac-06	20,48,49	Andesita exhumados

7.1. Secuencias geológicas y geología estructural

La caracterización fractal de fracturas requiere en primer lugar determinar la unidad de interés, es decir, aquella que aloja al yacimiento, en este caso los fluidos geotérmicos. Por ello, y como el presente caso forma parte de un estudio multidisciplinario a través del Centro Mexicano de Innovación en Energía Geotérmica, Proyecto 17 (CeMIE-Geo P-17), se colaboró en la elaboración de cartografía geológica, análisis estructural y geofísico, temas relacionados al presente análisis. Así, con base en la cartografía presentada por Maciel-Rivera (2015) y Trujillo-Hernández (2017) integrantes del Proyecto 17, y por revisión bibliográfica, se elaboró el mapa geológico-estructural presentado en la figura 7.2. El mapa es una simplificación de la geológica del área de estudio en tres grandes grupos volcánicos representados por La Sierra Mil Cumbres de $\sim\pm 23$ Ma perteneciente a la Sierra Madre Occidental (SMOc); la unidad Tarímbaro y Sierra San Andrés entre $\sim\pm 18.6$ y 15.8 Ma como etapa transicional entre la SMOc y el Cinturón Volcánico Transmexicano (CVTM) y finalmente, el CVTM representado por volcanes en semi-escudo, domos riolíticos y el Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato (CVMG) desde $\sim\pm 6.6$ Ma al presente. El mapa también ilustra los principales sistemas de fallas con expresión morfológica, así como las manifestaciones hidrotermales, entre otros rasgos. Por otro lado, la figura 7.3 presenta tres secciones geológicas ubicadas en el mapa de la figura 7.2, mismas que se trazaron sobre zonas de interés como Chucándiro en el límite Oeste del Lago de Cuitzeo (A-A'), San Agustín del Maíz en el centro (B-B'), y Araró en el límite Este (C-C'). Estas secciones intentan representar la secuencia geológica simplificada en los tres grupos volcánicos expuestos anteriormente así como las fallas con expresión topográfica y sus implicaciones en las unidades litológicas.

Las rocas características de estas unidades son alternancias de andesitas e ignimbritas. La Sierra de Mil cumbres como lo expreso Menella (2011) es una secuencia de andesitas conformadas por estratovolcanes y restos de calderas de composición andesítica, dacítica y riolítica, caracterizada por Gómez-Vasconcelos (2012) en cuatro estructuras volcánicas independientes como son: la Caldera de Atécuaro, Caldera la Escalera y los Complejos volcánicos Indaparapeo y Garnica. Por su parte la Unidad Tarímbaro y Sierra San Andrés reportadas por Trujillo-Hernández (2017) y Maciel-Rivera (2015) respectivamente, son una alternancia de andesitas basálticas y traquiandesitas con rocas ignimbritas, para el primero, y rocas andesíticas con intrusivos dioríticos, además de un episodio riolítico, para el segundo. Finalmente el CVTM es una secuencia compuesta

principalmente por andesitas, domos riolíticos y volcanes monognéticos del Cinturón Volcánico Michoacán-Guanajuato (CVMG). Estas secuencias se encuentran alternadas con depósitos lacustres del Lago de Cuitzeo, como se presenta en la columna de la figura 7.3.

El análisis en cuestión se implementó sobre las rocas andesíticas basales de la región de la Sierra Mil Cumbres, la Unidad Tarímbaro en su alternancia de andesitas e ignimbritas, así como las andesitas de la Sierra San Andrés. La antigüedad de estas rocas exhibe los eventos de deformación a los que han estado sometidas, pues el fracturamiento característico ha sido bien identificado sobre ellas a nivel local y regional como se presenta en la figura 7.4. En el mapa se observan grandes estructuras (fallas) y morfo lineamientos en el área de estudio. Las fallas son principalmente normales en dirección preferencial ENE-OSO pertenecientes al Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA) descrito por Garduño-Monroy *et al.* (2009), dicho sistema de fallas es aún activo pues ha presentado actividad sísmica reciente y se ha considerado de edad superior a 1.2 Ma según dataciones presentadas por Mercer *et al.* (2002). Sobre el mismo mapa es apreciable también como el SFMA presenta en la porción Este del Lago de Cuitzeo estructuras tipo grabens, siendo esta una característica de un lago que se considera es dividido en dos por una estructural regional tipo falla lateral derecha denominada como falla Tzitzio-Valle de Santiago de dirección NNO-SSE que ha sido sugerida como herencia de la deformación de Cuencas y Sierras o *Basin and Range* según reporta Pradal y Robin (1994), este evento de deformación fue catalogado de ~30 Ma por Henry y Aranda (1992). Sobre el mapa también se presentan fallas inferidas con líneas punteadas según datos obtenidos por compañeros integrantes del P-17. El mapa ilustra también que la porción Oeste del Lago de Cuitzeo está compuesta por fallas del SFMA buzando en su mayoría al Norte, por lo que bascula las unidades al Sur en ~30° caracterizándose como fallas de geometría lítrica según lo observado en campo y reportado por Olvera-García (2017). Este mismo autor reporta fallas de dirección NNO-SSE con movimientos recientes dentro de la zona del Lago de Cuitzeo como fallas laterales derechas observadas durante las campañas de campo que pueden ser reactivadas por SFMA. La reactivación de fallas con esta dirección también fue presentada por Menella (2011), quien al igual que Pasquaré *et al.* (1997) indica que puede ser consecuencia de la deformación del CVTM y no una manifestación en el presente de la deformación Cuencas y Sierras. Así pues, del mapa estructural presentado en la figura 7.4 se puede deducir que la zona de estudio ha sido afectada por al menos dos eventos de deformación, como propone Menella (2011) el primero de dirección NNO-SSE y el segundo ENE-OSO correspondiente al SFMA. Ambos sistemas son identificados en el presente análisis y analizados por familias de fracturas en unidades andesíticas e ignimbríticas, donde la primera es el objetivo principal del presente estudio al considerarse la unidad que alberga al yacimiento geotérmico, pues el campo geotérmico Los Azufres colindante al Este de la zona de estudio se encuentra alojado en la unidad andesítica de Mil Cumbres, misma que ha sido perforada en casi 3000 metros y su espesor no ha sido determinado.



Figura 7.2. Simplificación de las secuencias geológicas del área de estudio. De color azul La Sierra Mil Cumbres de $\sim\pm 23$ Ma (SMOc), en verde la unidad Tarímbaro y Sierra San Andrés entre $\sim\pm 18.6$ y 15.8 Ma (Tran. SMOc-CVTM) y en rojo el CVTM representado por volcanes semi-escudo, domos riolíticos y el CVMG de $\sim\pm 6.6$ Ma al presente. El análisis fractal se enfocó a las unidades andesíticas e ignimbríticas de la SMOc y la Transición SMOc-CVTM (color azul y verde). Nótese también los principales rasgos morfo estructurales de dirección ENE-OSO y NNO-SSE.

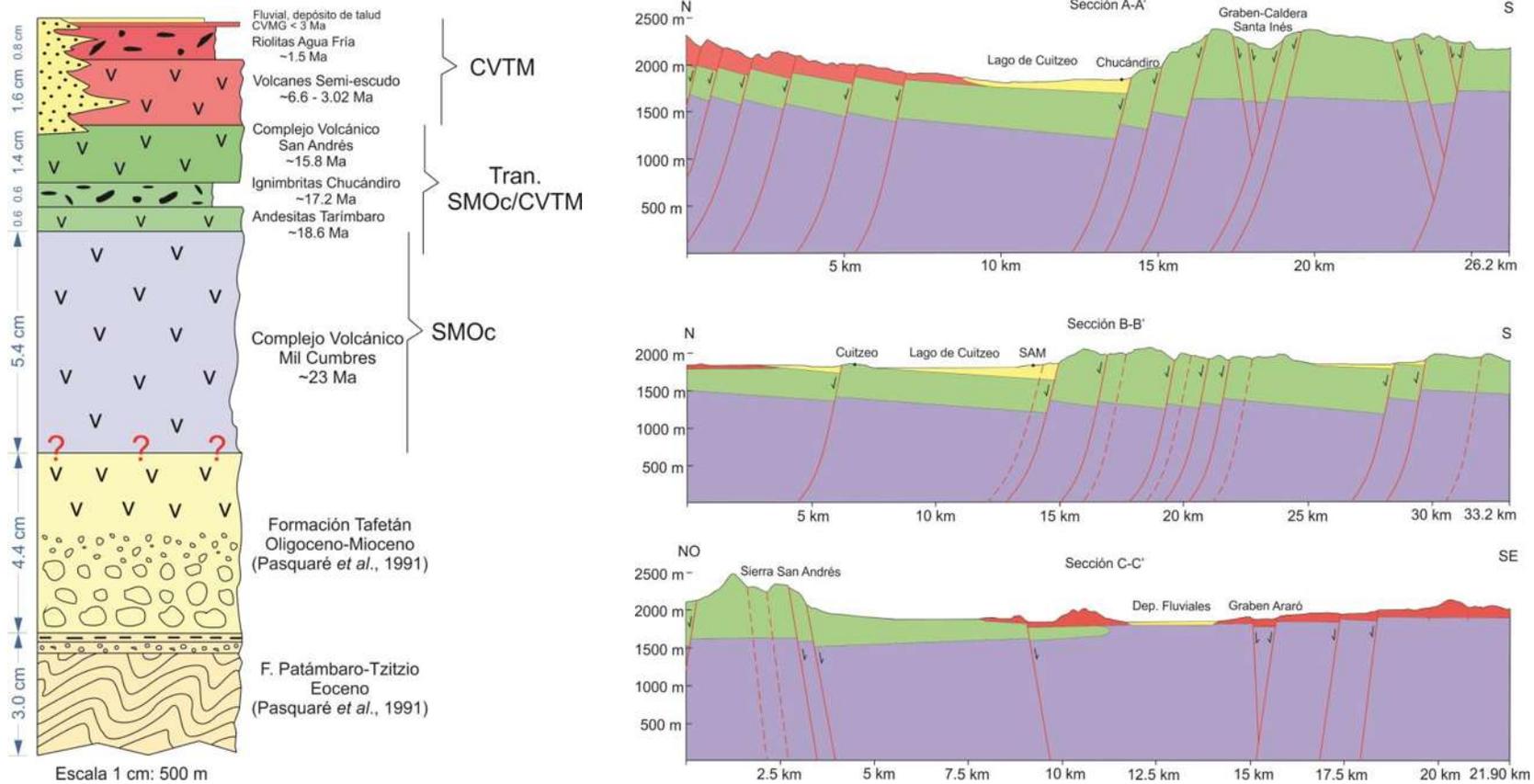


Figura 7.3. Columna y secciones estratigráficas de la geología del área de estudio con espesores aparentes. La columna está representada desde las formaciones Patámbaro-Tzitzio y Tafetán encontradas al Sur de la zona de estudio, sobreyacidas por la simplificación geológica de la SMOc, Tran. SMOc/CVTM y CVTM, las cuales tienen una evolución compleja y como rocas características andesitas, ignimbritas, riolitas y dácitas, citadas en el texto y el capítulo II. Las secciones (ubicación, Fig. 7.2) se basan en los tres grupos litológicos de la columna, además representan las principales fallas con expresión morfológica. Las secciones A-A' y B-B' se encuentran la porción oeste y central del Lago de Cuitzeo caracterizada por fallas lítricas que basculan las unidades al sur, mientras que la sección C-C' ubicada al este del lago se encuentra en el graben, donde las fallas no presentan la componente lítrica.

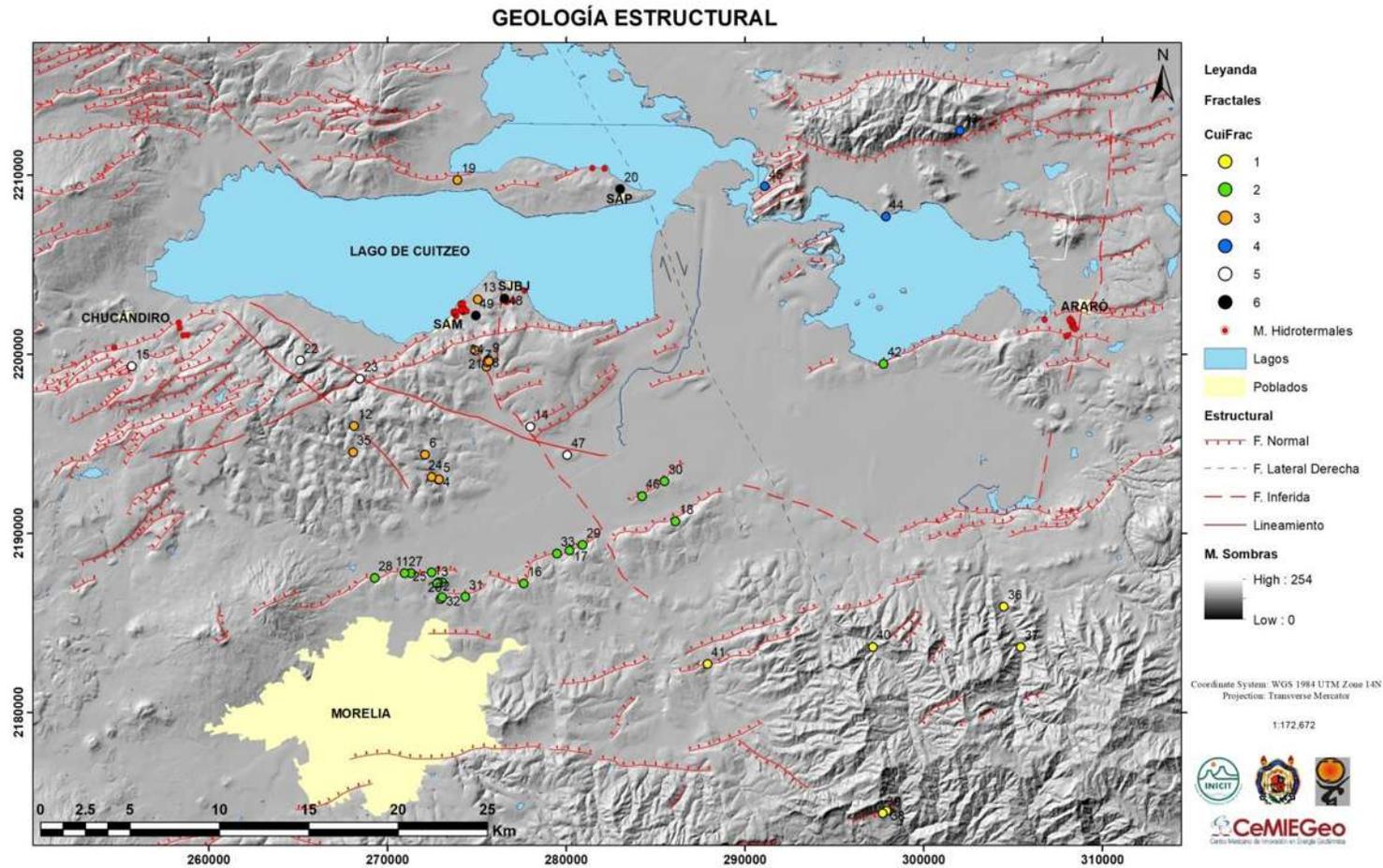
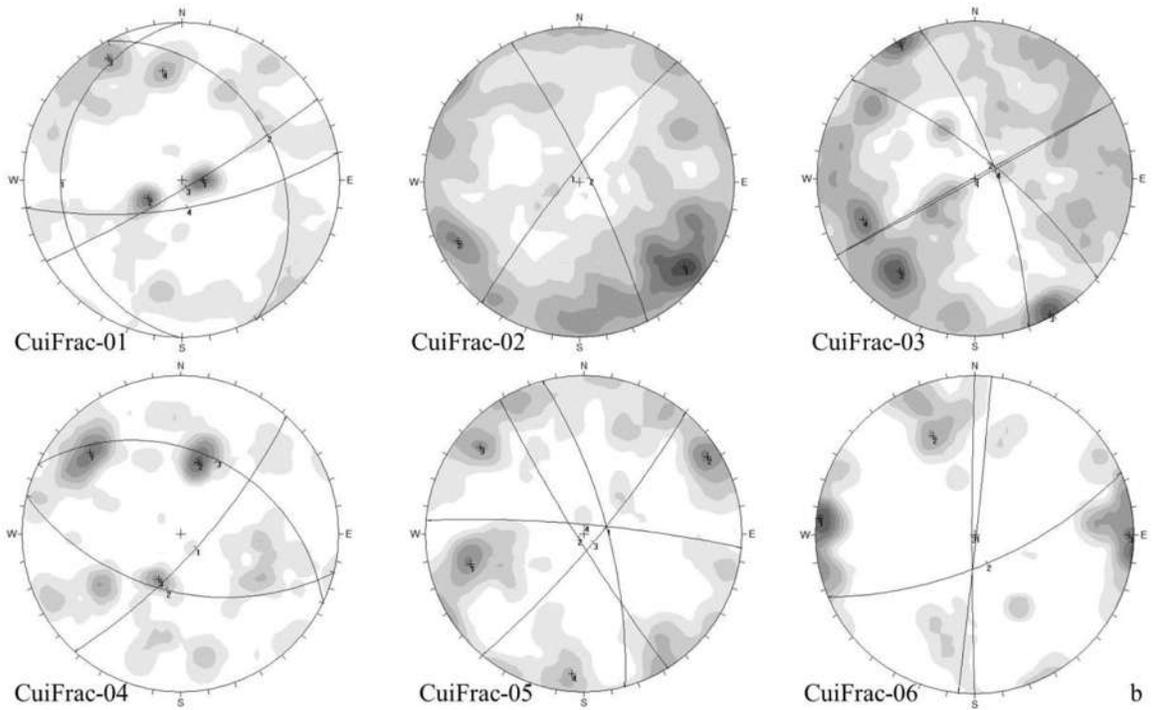
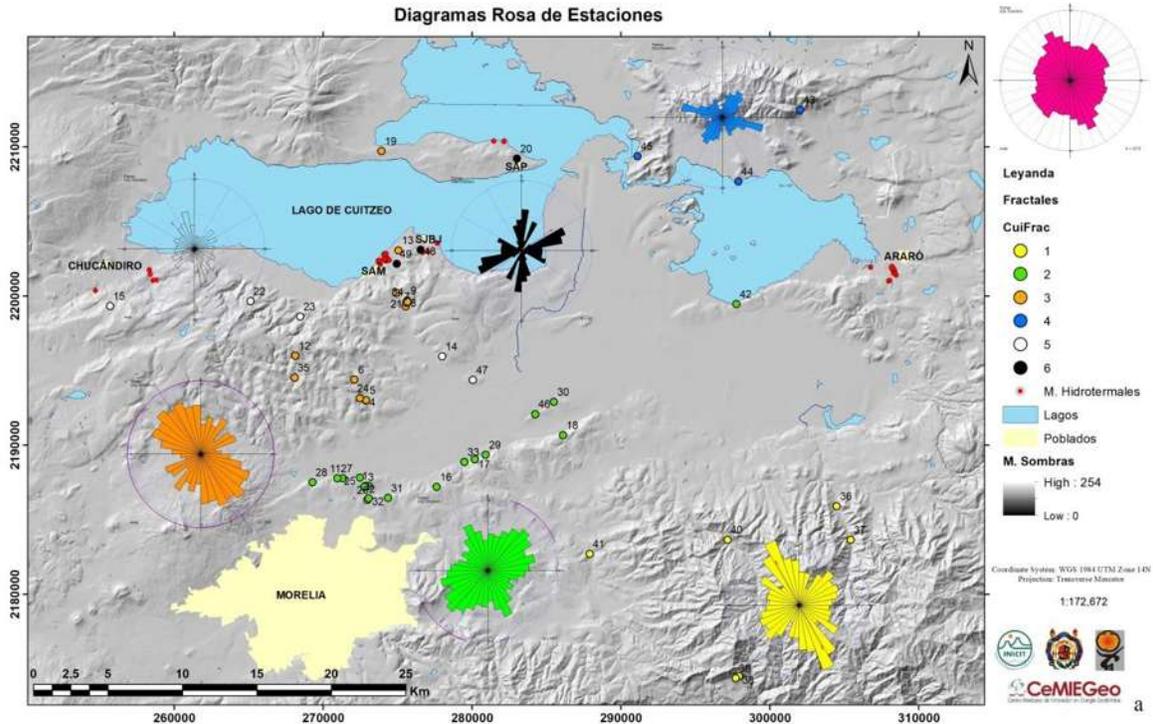


Figura 7.4. Mapa estructural de la zona de estudio caracterizado por dos eventos de deformación, el primero y más antiguo de dirección NNO-SSE al parecer relacionado a Cuencas y Sierras de hace ~30 Ma, el cual tiene como estructura principal la falla dextral Tzitzio-Valle de Santiago (línea negra punteada) que atraviesa el Lago de Cuitzeo. El segundo y más representado morfológicamente, es el SFMA de dirección preferencial ENE-OSO caracterizado por fallas normales que forman un graben en el este y un semi-graben en el oeste del lago. Los puntos representan las estaciones estructurales por grupos CuiFrac, el objetivo es ver su ubicación respecto a los rasgos estructurales mayores (fallas).

7.2. Determinación de familias de fracturas

En campo se clasificó a las fracturas por familias mediante las ventanas circulares y líneas de muestreo, considerándose como familia aquellas fracturas paralelas con una misma dirección. La determinación de las familias se interpretó a través del análisis de poblaciones de fracturas mediante el programa *SpheriStat V.3.0* utilizando los planos de fracturas de cada afloramiento, los cuales se obtuvieron mediante diagramas rosa para cada estación CuiFrac. Además, con el programa *Disp 5.0* se realizaron proyecciones de polos de fracturas para visualizar las concentraciones y determinar los planos preferenciales, los cuales posteriormente fueron representados tridimensionalmente en el programa *Stereonet online* con la finalidad es observar la interacción de las fracturas en orientación e inclinación, así como la inmersión del punto de intersección dado su importancia en la migración de los fluidos. De esta manera, la figura 7.5 (a, b y c) muestra las direcciones preferenciales de fracturas mediante diagramas rosa ubicados sobre el mapa en relación a los puntos de muestreo. En la misma figura pueden observarse la concentración de polos con sus respectivos planos, así como la representación en 3D. Hay que recordar que los gráficos son una representación estadística de las fracturas, ya que los mismos pueden variar producto de su toma aleatoria en los afloramientos, por lo que algunas familias probablemente no estén del todo bien representadas, y tal vez sea influencia también de los sesgos en los afloramientos como lo explica Moreno-Sánchez *et al.* (2006).

De acuerdo a los gráficos se encontraron cuatro familias de fracturas. La familia NO-SE con inclinación preferentemente sub-vertical ($\sim\pm 70^\circ$) en ambos cuadrantes; familia NE-SO también sub-vertical hacia ambos cuadrantes ($\sim\pm 70^\circ$); familia E-O con inclinación variable pero tendiente a la sub-horizontal pues en algunos casos se relacionan al enfriamiento de la roca y; familia N-S de inclinación preferencialmente sub-vertical, la cual fue poco observada. La inclinación de las cuatro familias es difícil de determinar, no obstante los datos indican una tendencia general a la sub-vertical, aunque también se observaron inclinaciones tendentes a la horizontal. Otra observación es la presencia de planos conjugados de fracturas lo que dificulta determinar la dirección de la inclinación preferencial. Estas características de las fracturas no son analizadas a detalle en el presente estudio dado su enfoque en la orientación de fracturas, sin embargo se reconoce su importante en la migración de fluidos por lo que no puede pasarse por desapercibido.



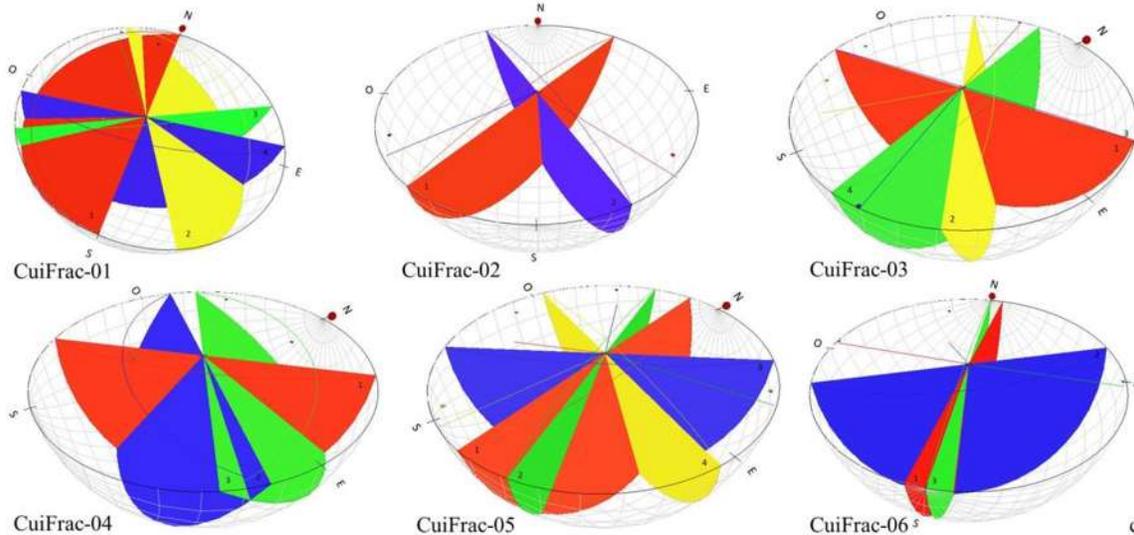


Figura 7.5. Análisis de planos de fracturas geológicas por estaciones. a. Mapa con la distribución de las estaciones y sus correspondientes diagramas rosa representadas por colores, el diagrama color rosa contiene 2379 fracturas de todas las estaciones; b. Concentración de polos con los planos preferenciales; c. Representación tridimensional de los planos preferenciales de la figura b.

7.3. Análisis 1D de fracturas geológicas

El análisis 1D de las fracturas se desarrolló con base en los espaciamientos obtenidos mediante líneas de muestreo y la apertura de fracturas. Como fue explicado en el capítulo previo el espaciamiento se toma midiendo perpendicularmente la distancia entre fracturas de una misma orientación, mientras que la apertura fue tomada con ayuda del medidor de apertura graduado propuesto por Ortega *et al.* (2006) que permite medir aperturas pequeñas como 0.050 mm.

A partir del espaciamiento y la apertura se obtuvieron exponentes de frecuencia acumulada para ambos casos, y dimensiones fractales de caja y correlación, además del exponente de Lyapunov para los espaciamientos, obtenidos mediante el programa Frackita desarrollado por Vásquez-Serrano (2013) el cual se basa en la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011). Los resultados fueron representados en gráficos bilogarítmicos con relación a la frecuencia acumulada o a la escala, según sea el caso.

En primer plano resulta interesante la intensidad de fracturas observada sobre las líneas de muestreo. La figura 7.6 deja ver el número de fracturas promedio por familia en líneas de 1 metro para las unidades de andesita e ignimbrita. Es de recalcar que de los 49 puntos de muestreo obtenidos en campo, 44 fueron en andesitas y 5 en ignimbritas por tanto las primeras están mejor representada. La figura muestra en las andesitas que la familia E-O es más abundante, sin embargo muchas veces está relacionada al enfriamiento de la roca que tiende a ser horizontal, intenso y regularmente espaciado, lo que conlleva en términos de apertura a problemas de profundidad. Aunque todas las familias tienen relación

tectónica, desde este punto de vista es considerable que las familias E-O y NE-SO podrían relacionarse al SFMA, que como indica Menella (2011) borra o enmascara el sistema NNO-SSE ligado a la deformación de Cuencas y Sierras, que bien podría relacionarse a las familias NO-SE y N-S. En el caso de las ignimbritas se observa una paridad en la familia E-O y N-S y escasa presencia de las NO-SE y NE-SO, no obstante esto puede estar influenciado por el número de estaciones desarrolladas sobre esta unidad. La figura 7.6 nos lleva al siguiente punto, ¿cómo se distribuyen espacialmente las fracturas en la línea de muestreo?, para ello la figura 7.7 ejemplifica a grandes rasgos la distribución en cuestión. El problema de distribución es también abordado por los parámetros fractales que se presentan a continuación.

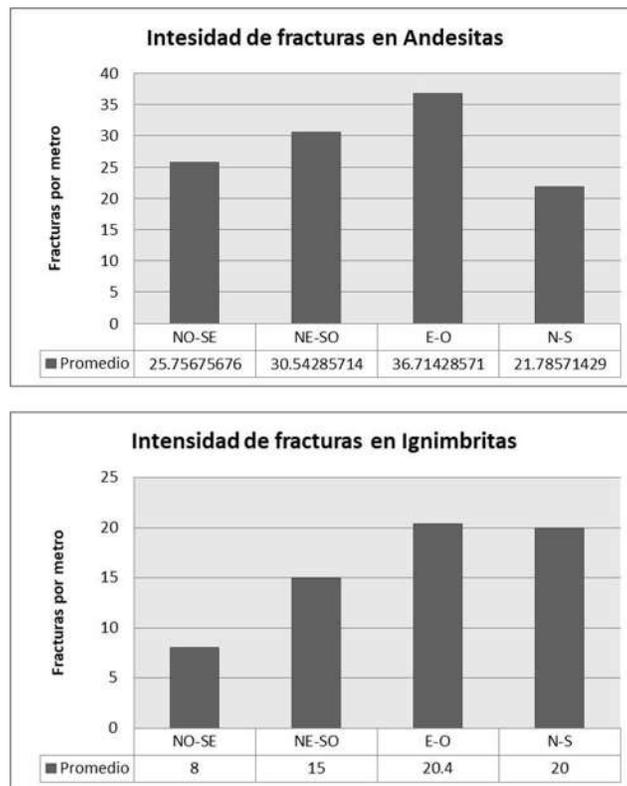


Figura 7.6. Número de fracturas promedio por metro para las cuatro familias. Obsérvese en las andesitas la relativa paridad de las E-O y NE-SO, y de las NO-SE con las N-S, todas superando las 20 fracturas por metro. Las Ignimbritas por su parte tienen un promedio similar para las E-O y N-S y baja para las otras dos, esta puede ser influencia de las pocas estaciones desarrolladas en esta unidad.

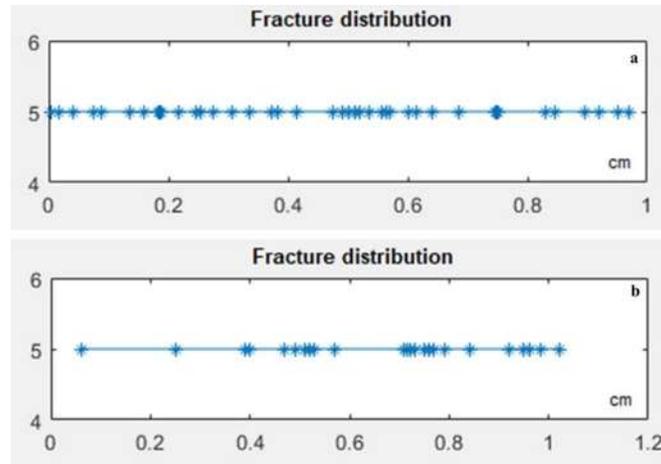


Figura 7.7. Ejemplos de la distribución de fracturas arrojada por el programa Frackita. a. Distribución en andesitas de la estación 21 para la familia E-O; b. Distribución en ignimbritas de la estación 15 para la familia E-O. La distribución en la andesita presenta mejor arreglo que el ejemplo de la ignimbrita donde se presenta agrupamiento. A partir de estas propiedades se obtienen las dimensiones fractales en 1D.

Exponente de frecuencia acumulativa

Esta técnica propuesta por Harris *et al.* (1991) representa la variable de interés en gráficos bilogarítmicos (*log-log*) de la variable (ej. Espaciamiento o apertura) contra su número acumulativo, relacionándose al grado de agrupamiento en muestreo lineal. Esta técnica se implementó para espaciamientos y apertura. El análisis del espaciamiento fue por familias agrupadas en las estaciones CuiFrac, contemplándose las líneas de muestreo en las tres escalas, de esta forma la base de datos en cada familia fue considerablemente alta, lo que mejora el ajuste en resultados representativos. Con la misma finalidad, en el análisis se implementó la regla de Sturges que permite determinar el número de intervalos necesarios, así como la amplitud o incremento del valor apropiado.

Las gráficas de las figuras 7.8 a,b,c, presentan valores de exponentes negativos para las andesitas con rangos de -1.373 a -3.114. El promedio por familia es; NO-SE -1.8096; NE-SO -1.9652; E-O -2.2282 y; N-S -2.076. Analizando la variación del promedio entre familias tenemos que es de -0.4186, sin embargo, al analizar cada familia por separado la variación va de -0.993 a -1.54. Estas variaciones en términos estadísticos pueden representar cambios fuertes entre espaciamientos grandes y pequeños. En términos fractales, el promedio indica una mayor presencia de espaciamientos pequeños que de espaciamientos grandes como se puede observar en los gráficos bilogarítmicos, donde se muestra también un buen ajuste en los datos, pues todos presentan un $R^2 > 0.86$, enfocado primordialmente en la porción central y descartando los errores de colas pesadas encontradas en los extremos del conjunto de datos, mismo que de igual forma son presentados en color gris cuya finalidad es puramente representativa y aclarativa para el lector. Es importante mencionar que el espaciamiento fue analizado en metros por lo que al referirnos a espaciamientos pequeños según las gráficas, es del orden menor a 10 cm.

La estación CuiFrac-05 presentada en la figura 7.c corresponde al análisis de fracturas en rocas ignimbritas, las cuales también exhiben las cuatro familias de fracturas, sin embargo al no tener estaciones generales comparativas se tienen valores absolutos por familia de: NO-SE -1.087; NE-SO -0.87; E-O -1.502 y; N-S -1.758; donde la mayor diferencia exponencial es de -0.881. Estos valores aunque presentan un buen ajuste ($R^2 > 0.81$) la cantidad de datos es poco representativa de la unidad rocosa pues escasamente llegaron a 100 datos de espaciamentos. Los valores exponenciales en esta unidad indican la existencia mayoritariamente de espacios pequeños sin embargo los espacios grandes también se hacen presentes aunque en menor medida. Lo anterior concuerda con lo observado en campo dado que las fracturas en esta unidad frecuentemente se observaron muy espaciadas y de grandes longitudes. Al igual que las otras gráficas, estas también muestran los puntos sobre los cuales se realizó el ajuste.

Como se ha propuesto en otros trabajos (ej. Gillespie *et al.* (1993) y Vásquez-Serrano (2013)) si aplicáramos una línea de ajuste considerando los puntos de color gris (colas pesadas) en las gráficas anteriores, la ley de potencia no será la de mejor ajuste, lo que se concluiría como un comportamiento no fractal. Sin embargo, en el análisis estadístico de datos es común tener errores representados como efecto de colas pesadas producto de errores de medición o sesgo de información de acuerdo con Marrett *et al.* (1999) y Ortega *et al.* (2006) quienes utilizaron la normalización de datos para solucionar el problema en variables como el espaciamiento y la intensidad de fracturas.

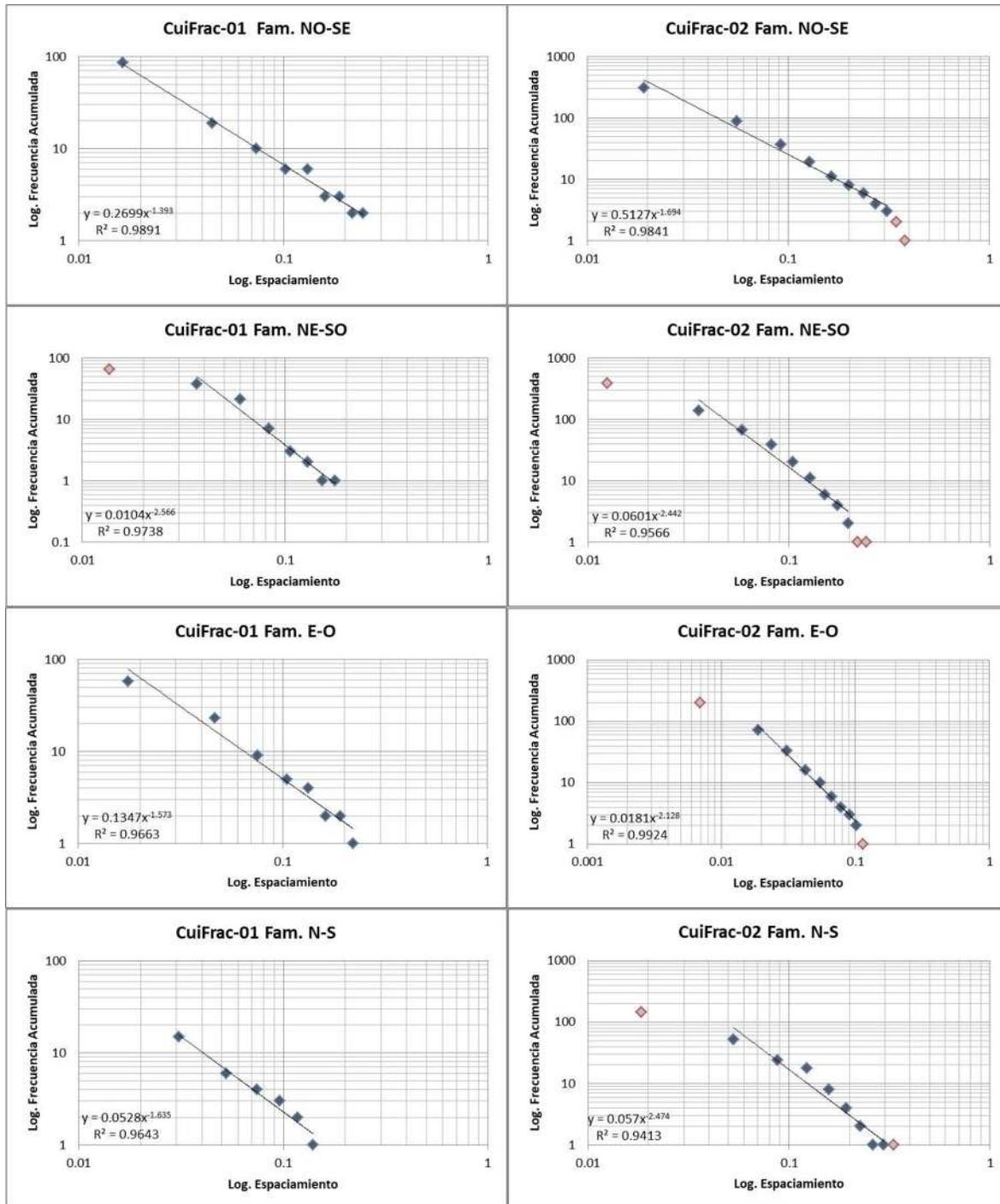


Figura 7.8, a. Gráficos de frecuencia acumulada contra espaciamento de las estaciones CuiFrac 01 y 02 en la unidad andesítica. El exponente de frecuencia acumulada es obtenido mediante el ajuste potencial. Obsérvese el buen ajuste estadístico (R^2) de los datos enfocados en los puntos azules, mientras que los puntos grises no son considerados en el mismo.

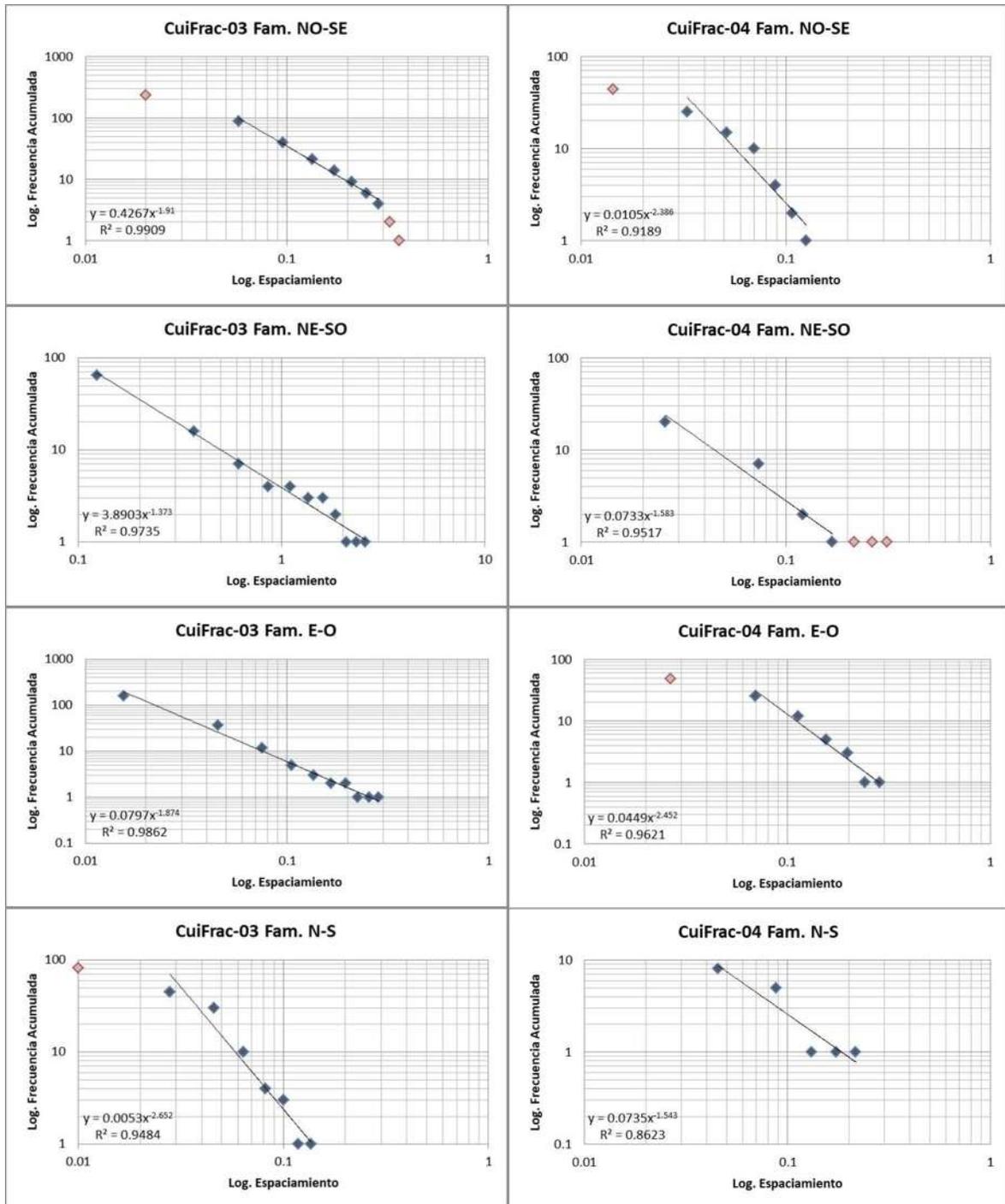


Figura 7.8b. Gráficos de frecuencia acumulada contra espaciamento de las estaciones CuiFrac 03 y 04 en la unidad andesítica. El exponente de frecuencia acumulada es obtenido mediante el ajuste potencial. Obsérvese el buen ajuste estadístico (R^2) de los datos enfocados en los puntos azules, mientras que los puntos grises no son considerados en el mismo.

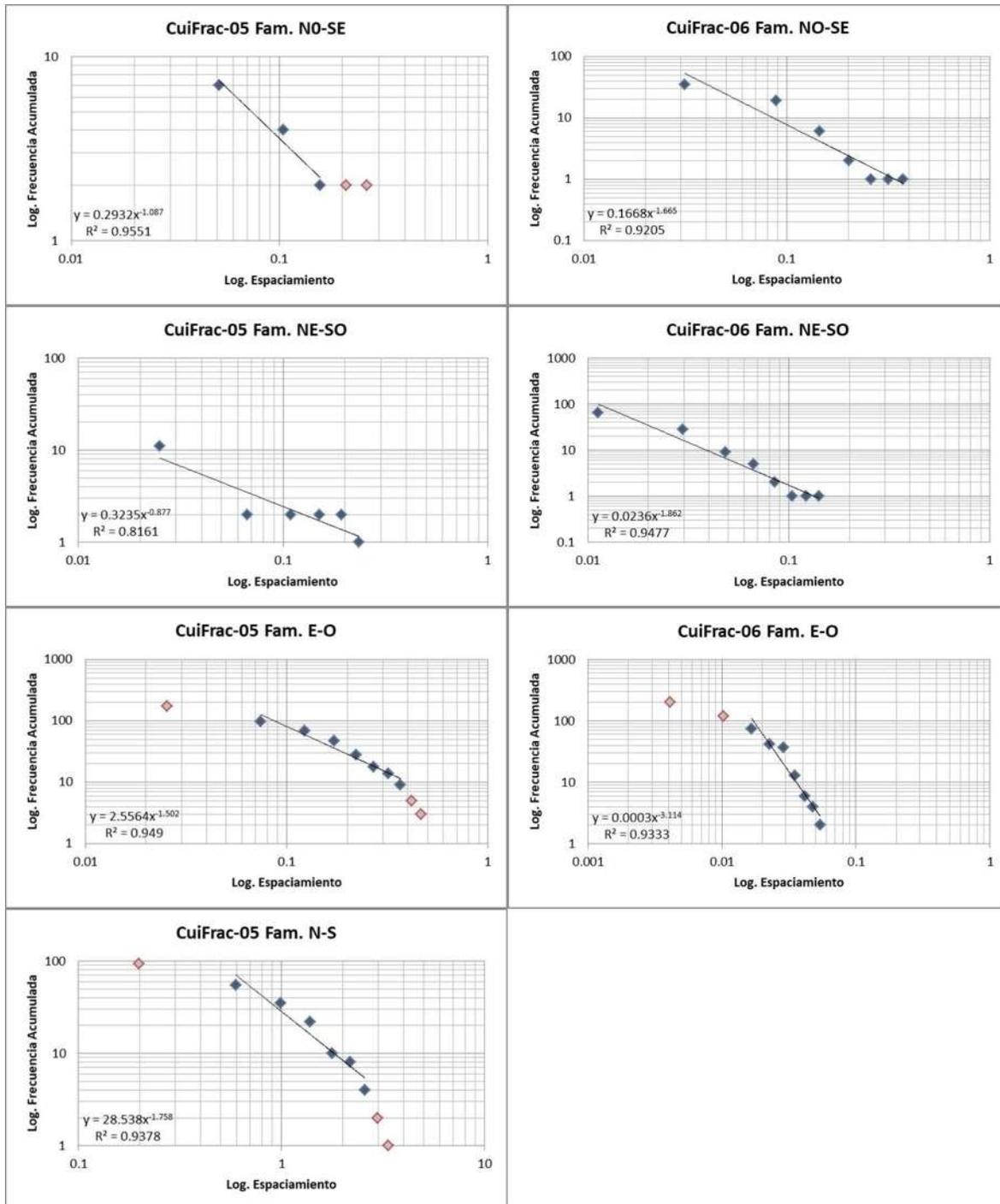


Figura 7.8c. Gráficos de frecuencia acumulada contra espaciamento de las estaciones CuiFrac 05 en ignimbritas y CuiFrac 06 en andesitas. El exponente de frecuencia acumulada es obtenido mediante el ajuste potencial. Obsérvese el buen ajuste estadístico (R^2) de los datos enfocados en los puntos azules, mientras que los puntos grises no son considerados en el mismo. El exponente de la estación CuiFrac 06 es comparado con los resultados de las figuras 7.8 y 7.9.

El exponente de frecuencia acumulada para la apertura se muestra en la figura 7.9. Este análisis se realizó por familias más no por estaciones, agrupándose por unidad rocosa,

cuya finalidad fue tener una base de datos importante en cada familia. Los resultados arrojan al igual que el espaciamiento, valores negativos del exponente de frecuencia acumulada mediante el ajuste potencial. El exponente en las familias andesíticas es de: NO-SE -1.464; NE-SO -0.995; E-O -1.149 y; N-S -1.201; teniendo una diferencia en el valor de los exponentes no mayor a -0.469 entre familias, pudiendo considerar las cuatro familias con mayor cantidad de aperturas pequeñas y en menor medida aperturas grandes, numéricamente hablando menores a 1 cm, recordando que los datos de apertura se analizaron en mm.

La apertura en ignimbritas mostrada también en la figura 7.9 se analizó únicamente en las familias E-O y N-S, que como se mostró en la figura 7.6 están más representadas en esta unidad. Sus valores son de: E-O -2.283 y N-S -1.049; como se observa en los gráficos la apertura en las fracturas de esta unidad rocosa es en muchos casos superior a 1 cm, no obstante las aperturas pequeñas siguen predominando. La apertura desde el punto de vista comparativo resulta contrastante entre andesitas e ignimbritas si comparamos las familias E-O y N-S, las primeras son menores a 1 cm y las segundas mayores o iguales 1 cm. Esta diferencia puede deberse a la frecuente presencia de fallas en las estaciones realizadas en las ignimbritas, mismas que exhiben claramente el patrón del SFMA y que al ser menos frágiles que las andesitas requieren más esfuerzo para su rotura.

En las gráficas de apertura nótese también el buen ajuste de los datos, con R^2 superior a 0.88 para ambas unidades, además, a diferencia del espaciamiento, en la apertura se consideran prácticamente los datos en su totalidad para el ajuste potencial, por lo tanto difícilmente otra función se ajustaría mejor, siendo contrario a lo obtenido por Gillespie *et al.* (1993) y a lo presentado por Vásquez-Serrano (2013). De comprobarse lo anterior podríamos decir que la apertura al tener como mejor ajuste la función potencial, esta tendría un comportamiento fractal. Sin embargo para corroborar tal comportamiento lo ideal sería normalizar los datos con la escala como lo implementó Vásquez-Serrano (2013) y proponen Marrett *et al.* (1999) y Ortega *et al.* (2006), lamentablemente el presente estudio no contemplo el análisis por escalas.

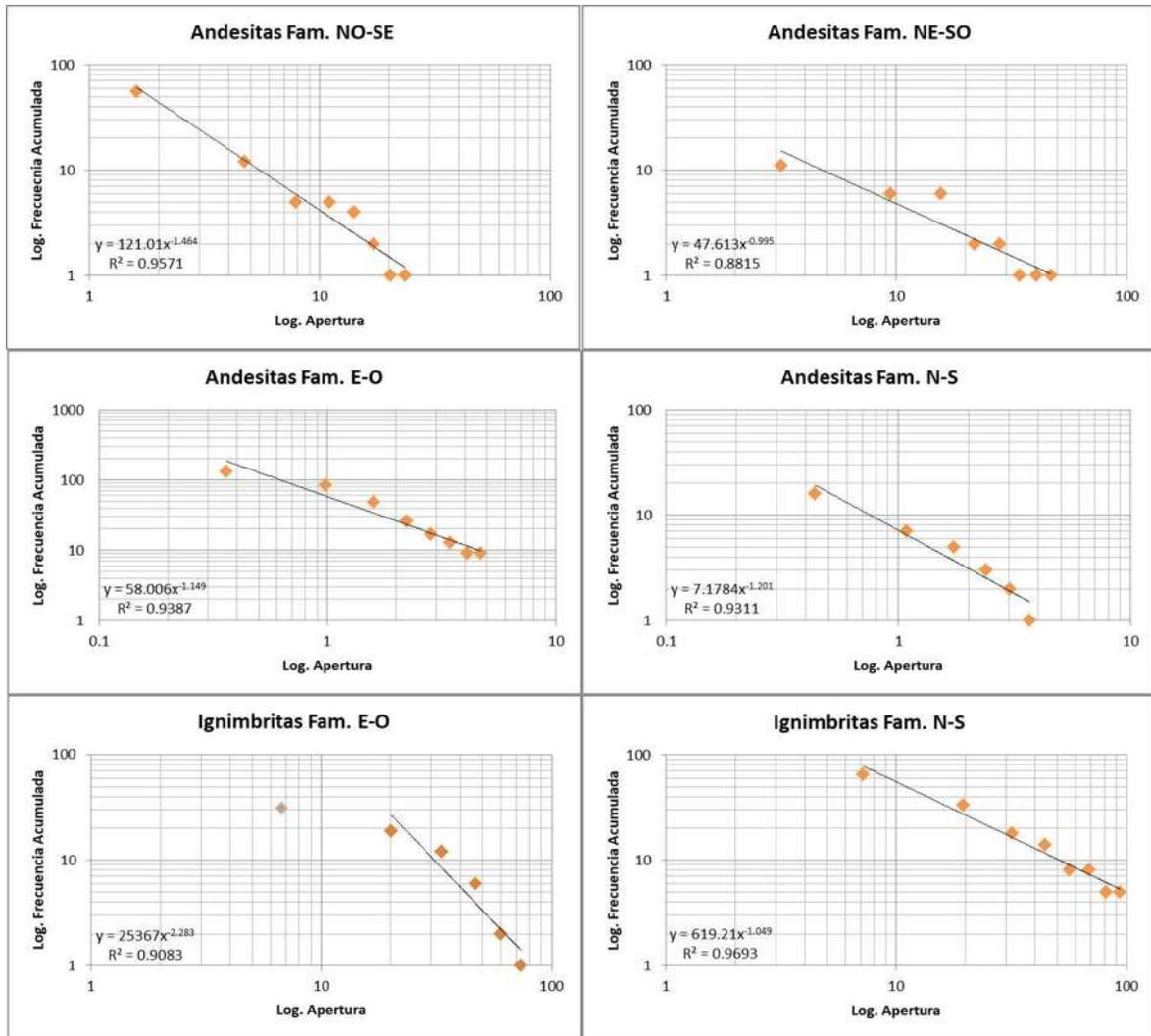


Figura 7.9. Gráficos bilogarítmicos para la apertura contra la frecuencia acumulada en las unidades andesita e ignimbrita, donde el exponente de frecuencia acumulada arroja valores negativos. Obsérvese el buen ajuste de los datos a la función potencial y la variación si se comparan las familias E-O y N-S de andesitas e ignimbritas. Los datos fueron analizados en mm.

Dimensión de Caja 1D

En análisis de dimensión de caja es quizá el parámetro más característico y representativo de los análisis fractales. Es ampliamente utilizado en imágenes bidimensionales, sin embargo se ha implementado recientemente en forma unidimensional (ej. Gillespie *et al.* (1993), Turcotte (1997) y Vásquez-Serrano (2013)). Este análisis es en sí una variante del 2D pero sobre una línea de muestro del espaciamiento. La característica más importante de este parámetro es que su valor debe estar entre 0 y 1, si tiende a cero representara espaciamientos grandes entre fracturas y agrupamiento, de lo contrario, si tiende a 1 indica espaciamientos pequeños y regulares que tienden a llenar el espacio formando una línea con dimensión euclidiana ($D=1$).

A continuación se presentan los resultados para dimensión de caja obtenidos mediante el programa Frackita para MatLab, escrito por Vásquez-Serrano (2013) y descrito en el capítulo VI. Este análisis se desarrolló en tres escalas diferentes de 1, 0.1 y 0.01 metros, agrupados en familias de fracturas dentro de las estaciones CuiFrac. El programa simplemente analiza una serie de puntos (espaciamientos de fracturas) sobre una línea de muestreo introducida en una tabla como archivo *.xlsx, la cual contiene valores numéricos del espaciamiento.

Las figura 7.10, muestra algunos ejemplos de los resultados de dimensión de caja de las estaciones CuiFrac donde la estación 05 corresponde a las ignimbritas y el resto a las andesitas (todas las gráficas en el anexo 1). Las gráficas representan la escala contra la dimensión de caja, además incluyen una línea de ajuste lineal con base al promedio de cada escala. En general se observa que las 4 familias en ambas unidades geológicas presentan dimensiones de caja variadas en las tres escalas, esto queda evidenciado en las gráficas donde se observa que la dimensión aumenta con la escala encontrándose en sus límites topológicos (0-1). De forma general Se puede observar que para la escala de 1 metro la dimensión de caja es regularmente encontrada entre 0.5 y 0.9, para 0.1 metro entre 0.2 y 0.6, mientras que para 0.01 metro es inferior a 0.2. Sin embargo el promedio para las tres escalas de cada familia es entre 0 y 0.66 para las NO-SE, de 0 a 0.76 para NE-SO, de 0 a 0.86 para la E-O y 0 a 0.68 para las N-S. La línea de tendencia con base al promedio indica que la pendiente se incrementa con la escala para prácticamente todas las familias entre 0.5 y 0.6 y donde el R^2 regularmente es superior a 0.7. De la dimensión de caja se puede deducir una mala distribución de las fracturas sobre la línea de muestreo, tendiendo a estar mayormente agrupadas, por lo tanto, y en cierta forma hay poca relación de la distribución de fracturas entre escalas.

El límite topológico de la dimensión de caja unidimensional esta entre 0 y 1, sin embargo algunas de las gráficas aquí mostradas presentan dimensiones negativas para la escala de 0.01 metro, esto es interpretado como un error y es producto de la cantidad de datos existente en esta escala, que al ser tan pequeña suele contener entre 2 y 3 fracturas (principalmente), resultando prácticamente imposible estimar correctamente su dimensión. No obstante se debe aclarar que el problema no es la escala en sí, pues este tipo de análisis se puede implementar microscópicamente mediante laminas delgadas (ej. Vásquez-Serrano, 2013), el problema aquí es consecuencia de la cantidad de fracturas en las rocas, por ejemplo, en una roca carbonatada es factible encontrar fracturas representadas en espacios muy pequeños, que miradas con lupa o microscopio pueden ser medidas.

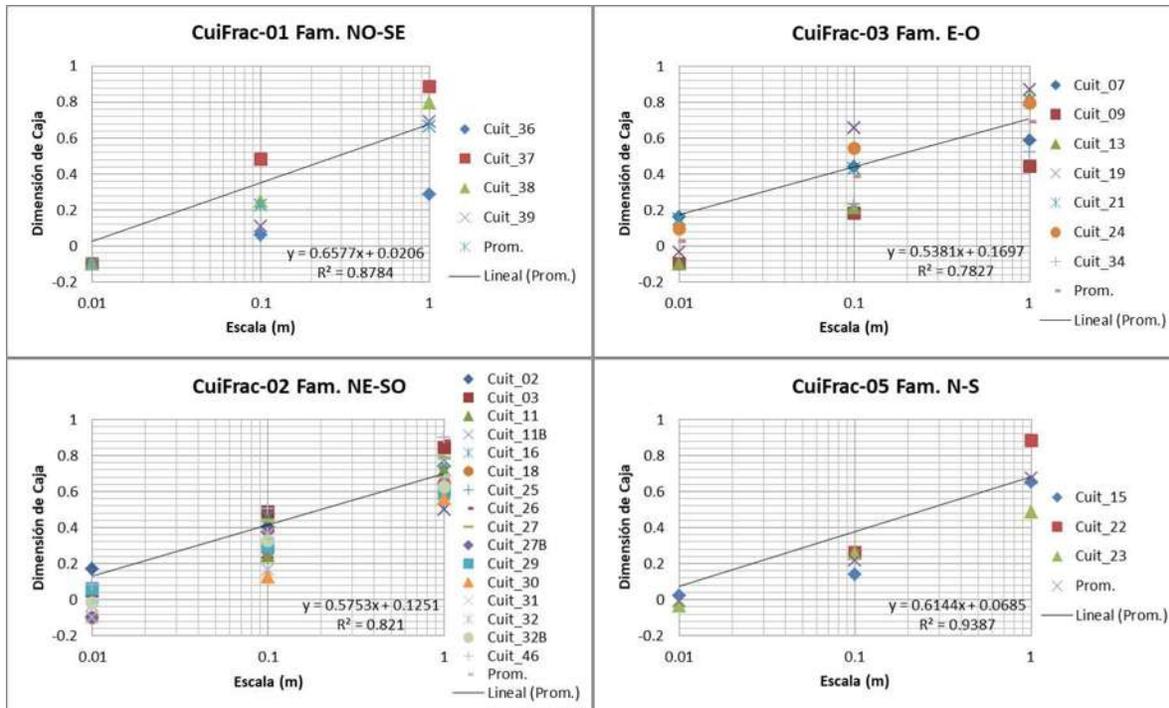


Figura 7.10. Variación de la dimensión de caja en tres escalas (CuiFrac-05 es en ignimbritas). La recta representa el cambio en la pendiente basado en el promedio de los valores para cada escala. Véase el aumento de la dimensión con la escala llegando a ser superior a 0.5 para la escala mayor, y menor a 0.6 para 0.1 metro. Los valores negativos son errores producto de la cantidad de datos como se explica en el texto. Para ver todas las gráficas ir al anexo 1.

Dimensión de Correlación 1D

La dimensión de correlación en cierta forma está relacionada con la dimensión de caja previamente descrita. Aquí la dimensión de correlación también aborda el tema de la distribución entre fracturas midiendo la probabilidad de tamaño del espacio entre fracturas, pues determina la distancia de un punto a todos los demás repitiendo este procedimiento a partir de cada punto (Turcotte, 1997). Por lo tanto este parámetro puede ser complementario al de dimensión de caja con la diferencia de que no indica su probable arreglo. De acuerdo a Riley *et al.* (2011) si la dimensión tiende a cero existe poca variación en los espaciamientos, y las medidas son aproximadamente las mismas, pero si tiende a 1 indica rangos en valores de medición. De esta forma y dada la relación en la medida de la distribución, la dimensión de caja y correlación deben tener un comportamiento muy similar. La figura 7.11 muestra ejemplos de los resultados analizados para este parámetro obtenidos en el programa Frackita (todas las gráficas en el anexo 2).

Las gráficas corresponden a valores de dimensión de correlación contra la escala, por familias agrupadas en seis estaciones, donde la estación 05 pertenece a las ignimbritas. Igual que la dimensión de caja, la dimensión de correlación muestra diferentes valores en las escalas para las cuatro familias de ambas unidades (andesitas e ignimbritas). Sin embargo, los rangos de dimensión disminuyen, obteniéndose para la escala de 1 metro

dimensiones entre 0.4 y 0.7, para 0.1 metro está entre 0.2 y 0.6, manteniéndose con relación a la dimensión de caja, finalmente para la escala 0.01 metro esta entre 0 y 0.3. El promedio para las familias considerando las tres escalas está dado por 0.012 a 0.53 para NO-SE, de 0.015 a 0.53 para NE-SO, entre 0.01 y 0.54 para las E-O y de 0.11 a 0.53 para N-S. Es evidente el incremento de dimensión aunque los valores entre escalas tienen un pequeño grado de correlación. Esta relación se encuentra bien representada por la línea de tendencia con base en el promedio de los datos, observándose que la pendiente de la misma se encuentra entre 0.2 y 0.4, de buen ajuste de R^2 pero con algunas excepciones por debajo de 0.6. Conceptualizando los resultados mencionados y expresados en las gráficas de correlación, se interpreta que existe cierta relación entre escalas y que los valores de este parámetro en promedio son < 5.3 , representando algunas variaciones en los espaciamientos, es decir las medidas aunque no serán las mismas tampoco serán muy irregulares. Considerando el incremento con la escala es probable que a escalas mayores el tamaño de los espaciamientos sea variado.

El error expresado en la dimensión de caja para la escala más pequeña, es también influenciado en la dimensión de correlación. Sin embargo el programa (Frackita) arrojó valores de dimensión de correlación no importando el número de datos en esta escala. No obstante, algunos valores presentaron un ajuste de R^2 tan bajos como 0.02, haciéndoles poco fiables. Característicamente, el ajuste bajo se determinó en líneas de muestreo cuya intensidad de fracturas era menor o igual a 3, y mejorando considerablemente cuando el número de fracturas era ≥ 4 , en cuyo caso el ajuste fue inclusive superior a 0.7, pero también con algunas excepciones. Conforme a lo expresado podría decirse que para tener un valor en dimensión de correlación representativo y confiable se debe tener al menos 7 fracturas en la línea de muestreo, sin mencionar la relación con la longitud de la misma, es decir, 7 fracturas distribuidas en una línea con longitud de un metro probablemente no sea tan representativa.

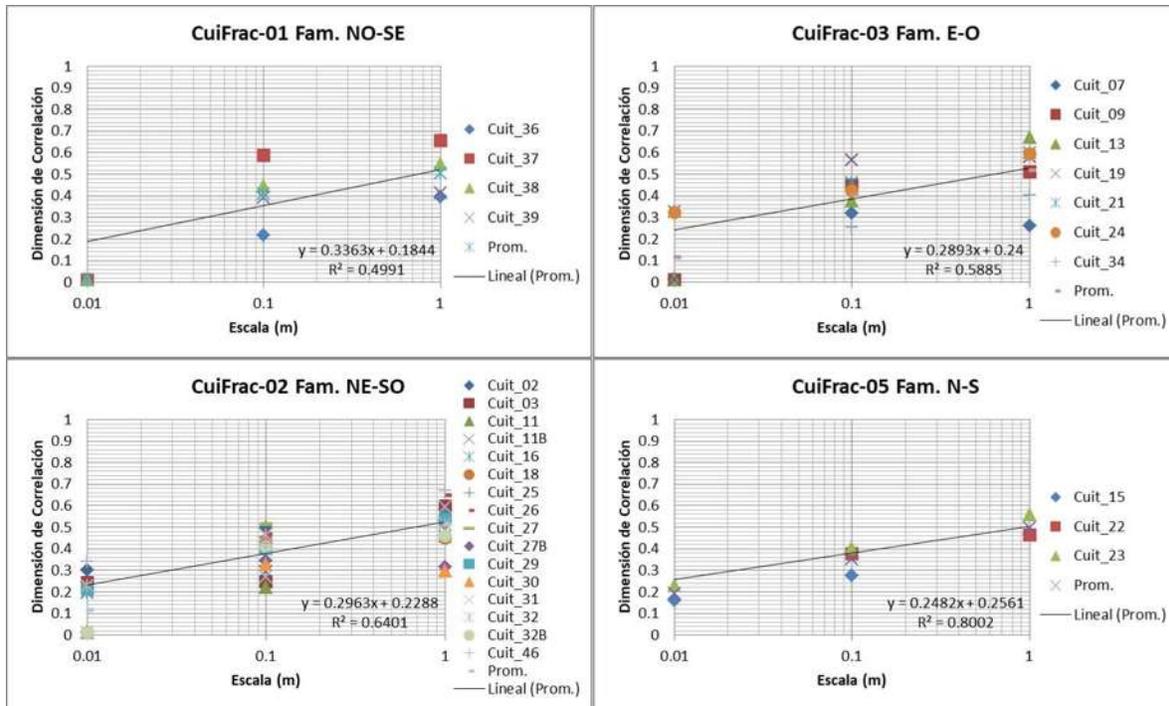


Figura 7.11. Variación de la dimensión de correlación contra la escala (CuiFrac-05 es en ignimbritas). Véase la relación entre escalas, principalmente para 0.1 y 1 metro, donde esta última tiene como valor máximo 0.7. La línea de tendencia se basa en el promedio de cada escala arrojando pendientes entre 0.2 y 0.4. Para ver todas las gráficas ir al anexo 2.

Exponente de Lyapunov

Obtenida mediante el programa Frackita, este parámetro se relaciona al arreglo de las fracturas a través de datos de espaciamentos. Cuando el exponente de Lyapunov tiende a valores grandes (>1) refleja un comportamiento caótico de fracturas, con agrupamiento de las mismas, si por el contrario, tiende a cero implica periodicidad de los espaciamentos.

Ejemplo de los resultados obtenidos para este parámetro se muestran en la figura 7.12 y todas las gráficas están en el anexo 3. Los rangos del exponente Lyapunov promedio para cada familia en las tres escalas va de 0.13 a 1.22 para la NO-SE; de 0.4 a 1.41 para la NE-SO; entre 0.4 y 1.27 para la E-O y de 0.50 a 1.40 para la familia N-S, en el caso de las andesitas. Respecto a las ignimbritas solamente se analizaron la familia E-O con valores entre 0.53 y 1.07 y de 0.72 a 1.33 para la N-S. Los valores están incluidos en los gráficos, y sobre ellos se aplicó una función de ajuste lineal que muestra pendientes positivas entre 0.11 y 1 para todas las familias, con excepción de la familia E-O de la estación 4 cuya pendiente es de -0.20 producto de la falta de datos en la escala de 0.01 metros.

Los resultados indican exponentes de Lyapunov variables con la escala, donde la escala de 1 metro es preferencialmente >1 en promedio, presentando comportamientos caóticos, mientras que para la escala intermedia tiende a ser <1 aunque en algunos casos es mayor a 1. Caso contrario, la escala más pequeña se comporta inestablemente pero

inclinada a valores bajos. Por lo tanto las familias de fracturas en la zona de Cuitzeo son caóticas a mayor escala.

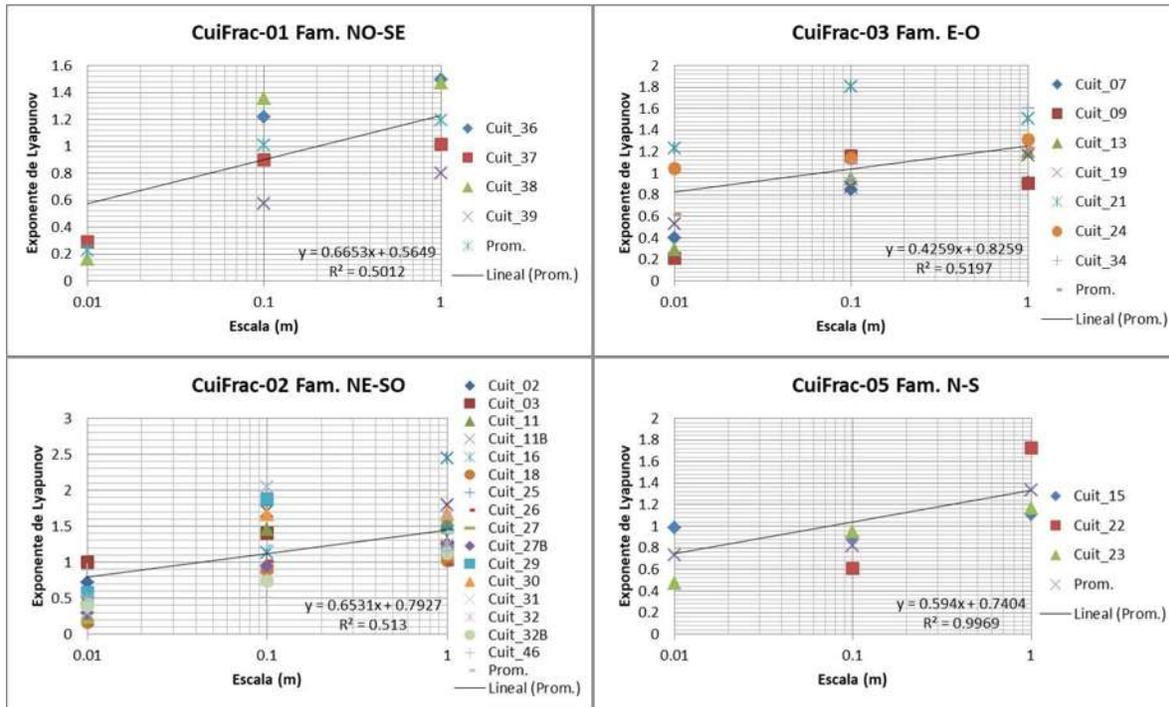


Figura 7.12. Variación del exponente de Lyapunov con la escala (CuiFrac-05 es en ignimbritas). Obsérvese que para la escala de 1 metro el exponente tiende a ser >1 y para las otras dos es <1 con algunas excepciones. La pendiente con base al promedio es positiva incrementándose con la escala. Par ver todas las gráficas ir al anexo 3.

7.4. Análisis 2D en mapas de fracturas

El análisis bidimensional se enfocó en el análisis de mapas de fracturas obtenidos a partir de fotografías de ventanas circulares trazadas en campo. La elaboración de mapas fue descrita en el capítulo VI. El análisis a presentar se basa en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones los cuales no distinguen a las fracturas por familias pero si contempla las tres escalas.

El análisis se enfocó a parámetros como: exponente de frecuencia acumulada de la longitud (también llamada dimensión de fragmentación), dimensión de caja, dimensión de masa, dimensión de correlación y lacunaridad en los mapas de fracturas, y únicamente las dimensiones de caja y masa para mapas de puntos medios e intersecciones, dichos parámetros de obtuvieron mediante los programa *FracAnalysis V.16* y *Fractalyse V.2.4*. Complementariamente se calcularon valores de densidad e intensidad de fracturas para caracterizar mejor estas estructuras en relación al flujo de fluidos. Para ello se implementaron las técnicas expuestas en el capítulo IV. A continuación se describen y

presentan los resultados de los parámetros y variables mencionadas mediante gráficas bilogarítmicas o en función de la escala, según convenga.

Exponente de frecuencia acumulada de la longitud

Se basa en la representación bilogarítmica de longitudes de fracturas contra la frecuencia acumulada de la longitud como lo aplicó Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) y Vásquez-Serrano (2013). La distribución tamaño-número ha sido relacionada a la dimensión fractal donde la fragmentación ejemplifica la invariancia de escala como lo demuestra Turcotte (1986) y es también tratada por Korvin (1989). Estadísticamente la ley de potencia ha demostrado ser equivalente a la dimensión fractal (Turcotte, 1997), por lo que la ley de potencia representa la relación de fracturas grandes y pequeñas a través de la pendiente de la recta, si la pendiente es grande habrá más fracturas pequeñas, caso contrario si la pendiente es pequeña, donde las fracturas grandes aumentarán. Si la proporción en tamaño se mantiene más o menos en distintas escalas, entonces se tendría un comportamiento auto-similar (Vásquez-Serrano, 2013).

El análisis de frecuencia acumulada de la longitud o fragmentación se presenta por estaciones en la figura 7.13, donde la estación 5 es en ignimbritas y el resto en andesitas. Los valores de fragmentación para andesitas esta entre 1.207 y 1.808 y es de 1.35 para las ignimbritas. El rango de valores en andesitas si bien parece ser amplio, esto en realidad no sucede ya que de las cinco estaciones, cuatro están entre 1.53 y 1.808, indicando se constante. La pendiente de las gráficas expone un mayor número de fracturas pequeñas que de fracturas grandes. Cabe remarcar que la longitud se analizó en metros.

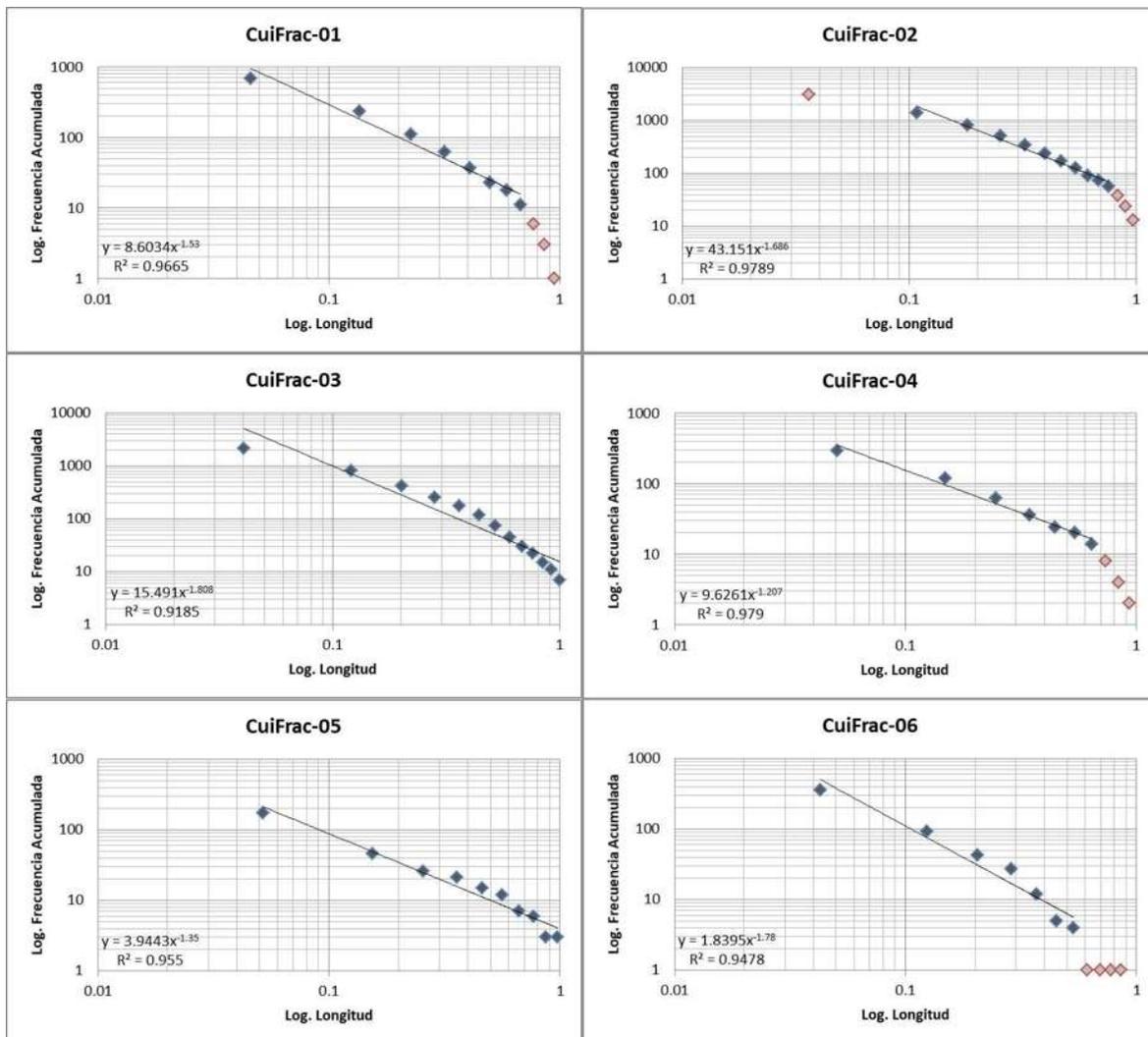


Figura 7.13. Determinación de valores de exponentes de frecuencia acumulada de la longitud por estaciones. En rango en valores va de 1.207 a 1.808 y puede observarse por la línea de tendencia mayor abundancia de fracturas pequeñas.

Dimensión de Caja

La dimensión de caja es la técnica más ampliamente usada para el cálculo de la dimensión fractal a través de imágenes, sobre las cuales se traza un mallado y se cuenta el número de cuadros con presencia de fracturas. El valor para dimensión de caja en mapas está restringido por las dimensiones euclidianas 1 y 2, si los valores tienden a 1 las fracturas serán escasas, y abundantes si es cercano a 2, el tal caso se considera que las fracturas llenan casi todo el espacio. Este parámetro ha sido tratado por Gillespie *et al.* (1993), Turcotte (1997), Babadagli (2001) y Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005), quienes proponen que al aplicar esta técnica a diferentes escalas de imagen los resultados deben ser consistentes en todas ellas, pues la dimensión de caja cuantifica como llenan el espacio fracturas, por lo que a mayor densidad de fracturas, mayor dimensión fractal. Este

parámetro en algunos casos (ej. Jafari y Babadagli, 2011) ha sido relacionado a variables ligadas al flujo de fluidos.

El conteo de caja en tres escalas se obtuvo mediante el programa *FracAnalysis V.16*, y sus resultados se presentan en la figura 7.14, donde se observa con base a la tendencia promedio (línea) un ligero aumento en la dimensión de caja con la escala, respaldado por el promedio general de 1.57, 1.39 y 1.32 para las escalas 1, 0.1 y 0.01 metro respectivamente. Acorde a los resultados, las fracturas en la zona del Lago de Cuitzeo pueden ser consideradas variantes a la escala con comportamiento auto afín al ocupar casi el mismo espacio en las escalas analizadas.

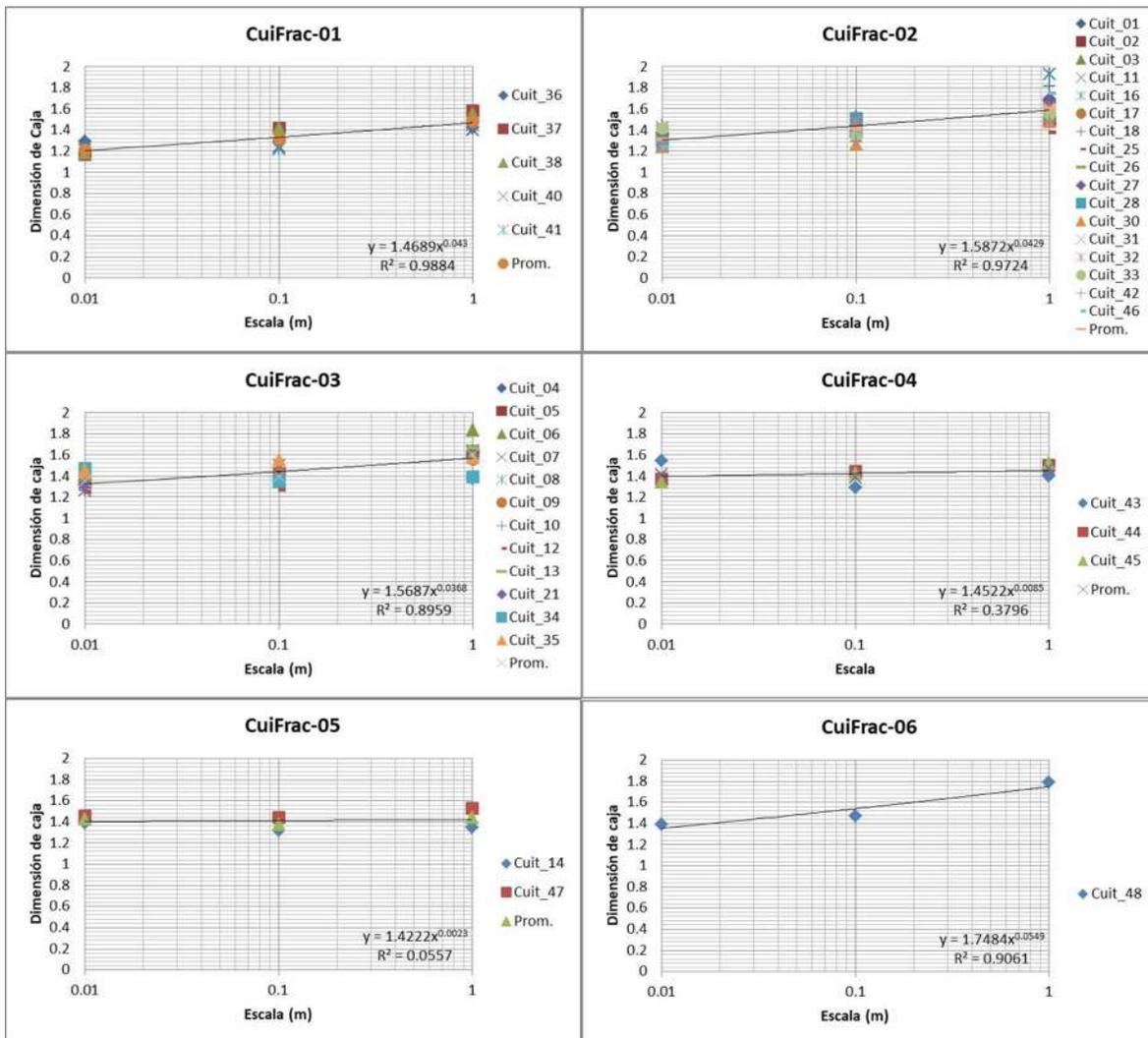


Figura 7.14. Variación de la dimensión de caja contra la escala. Las líneas de ajuste están basadas en el promedio por escala. Aunque la dimensión de caja aumenta ligeramente con la escala, las fracturas tienden a ser auto-similares. La estación 05 de las ignimbritas enmascara su variación probablemente por la cantidad de estaciones representadas.

Dimensión de Masa

Otro parámetro utilizado en la caracterización fractal es la dimensión de masa. Inicialmente aplicado en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones por Babadagli (2001) y Jafari y Babadagli (2009) para estimar la distribución y arreglo de las fracturas o puntos, relacionándolos al flujo de fluidos. El método es una variante del conteo de cajas ya que se rige por el mismo principio, número contra tamaño. Específicamente parte de la variación en tamaño de un círculo que mantiene siempre el mismo origen. Para el cálculo de la dimensión de masa se utilizó el programa *Fractalyse* que utiliza imágenes en blanco y negro.

La representación gráfica de la dimensión de masa se muestra en la figura 7.15, donde los resultados registran un aumento en la dimensión de masa con la escala de acuerdo a la línea de ajuste representada con base al promedio en las tres escalas. Es de recalcar que el incremento mencionado lo exhiben únicamente las estaciones de las unidades andesíticas, con excepción de la estación 06 donde solamente se tiene un punto. La estación 05 en ignimbritas, por el contrario disminuye con la escala, aunque lo hace ligeramente. En términos generales, el promedio por escala para la dimensión de masa es de 1.99, 1.91 y 1.72 para 1, 0.1 y 0.01 metro respectivamente.

Si analizamos detalladamente los valores representados en las gráficas de dimensión de masa, es evidente que los puntos convergen a dimensiones cercanas a 2 para la escala de 1 metro, mientras que para la escala inferior (0.01) divergen, ya que los puntos se dispersan entre 1 y 2.5 e inclusive mayor. Por otra parte, los puntos de la escala intermedia (0.1) tienden a mediar respecto a las otras dos. De acuerdo con los mapas de fracturas analizados, se observó que a mayor escala corresponde una mayor densidad de fracturas, por lo tanto podemos interpretar con base en el promedio, que a valores altos de dimensión de masa hay más densidad de fracturas y probablemente mejor distribuidas, mientras que a dimensiones bajas el agrupamiento de fracturas producto de su baja densidad es inminente. De esta manera los valores altos en la escala pequeña (0.01) son justificables por altas densidades de fracturas en áreas pequeñas.

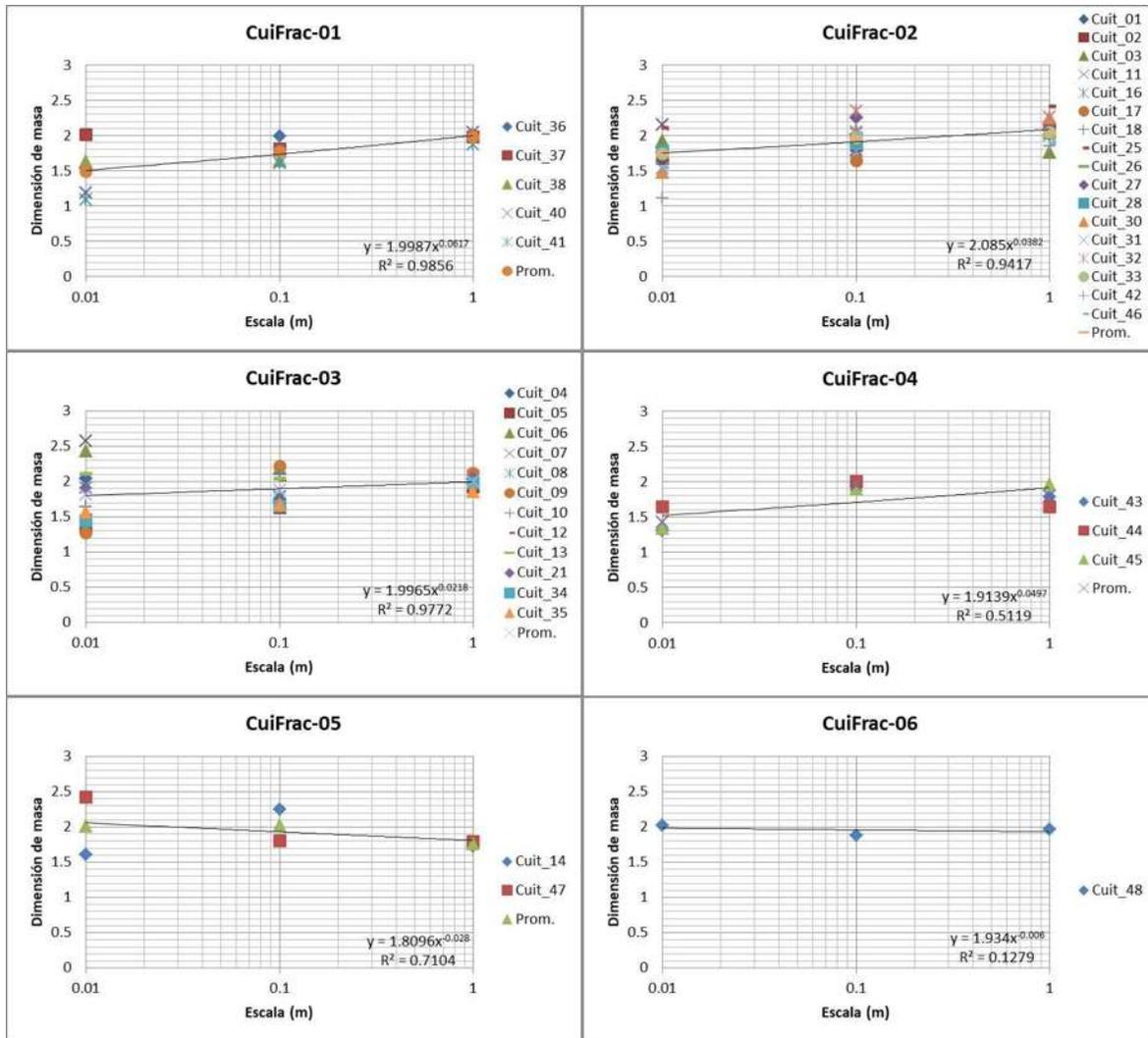


Figura 7.15. Variación de la dimensión de masa para mapas de fracturas. La tendencia ascendente con la escala es la más característica, salvo en la estación 05 de las ignimbritas que es descendente. Véase la convergencia de los puntos en la escala de 1 metros y la divergencia para la escala más pequeña. Sin embargo el promedio normaliza los valores.

Dimensión de Correlación

La dimensión de correlación se enfoca en aspectos de distribución de fracturas. Ha sido tratado en diversos trabajos (Grassberger *et al.* 1983; Turcotte, 1997; Riley *et al.* 2011) para caracterizar aspectos de distribución, representando ser el método matemático más riguroso de técnicas fractales. El enfoque en la distribución de puntos de este parámetro lo ha llevado más a su implementación en espaciamentos entre fracturas unidimensionalmente, complementándose con el exponente máximo de Lyapunov (ej. Riley *et al.* (2011)). El método en mapas está basado en los puntos de fracturas incrustados en pequeñas ventanas cuadradas (píxeles) los cuales son contados y enumerados para calcular el número medio de puntos en ventanas que incrementan en tamaño, sin embargo el método considera la distancia media entre un par de píxeles.

El análisis de la dimensión de correlación se realizó en el programa *Fractalyse V.2.4* y sus resultados se presentan en la figura 7.16. La relación de promedios (línea) muestra un incremento de la dimensión con la escala entre valores de 1 y 2 normal en el análisis de mapas. La dimensión promedio general para cada escala es 1.65, 1.44 y 1.32 en orden descendente. Recordando los valores de dimensión de caja para los mismos mapas estos son de 1.57, 1.39 y 1.32 en escalas respectivas. La comparación entre ambas dimensiones es similar debido a que la técnica de correlación de pares es equivalente al conteo de cajas como lo explica Turcotte (1997).

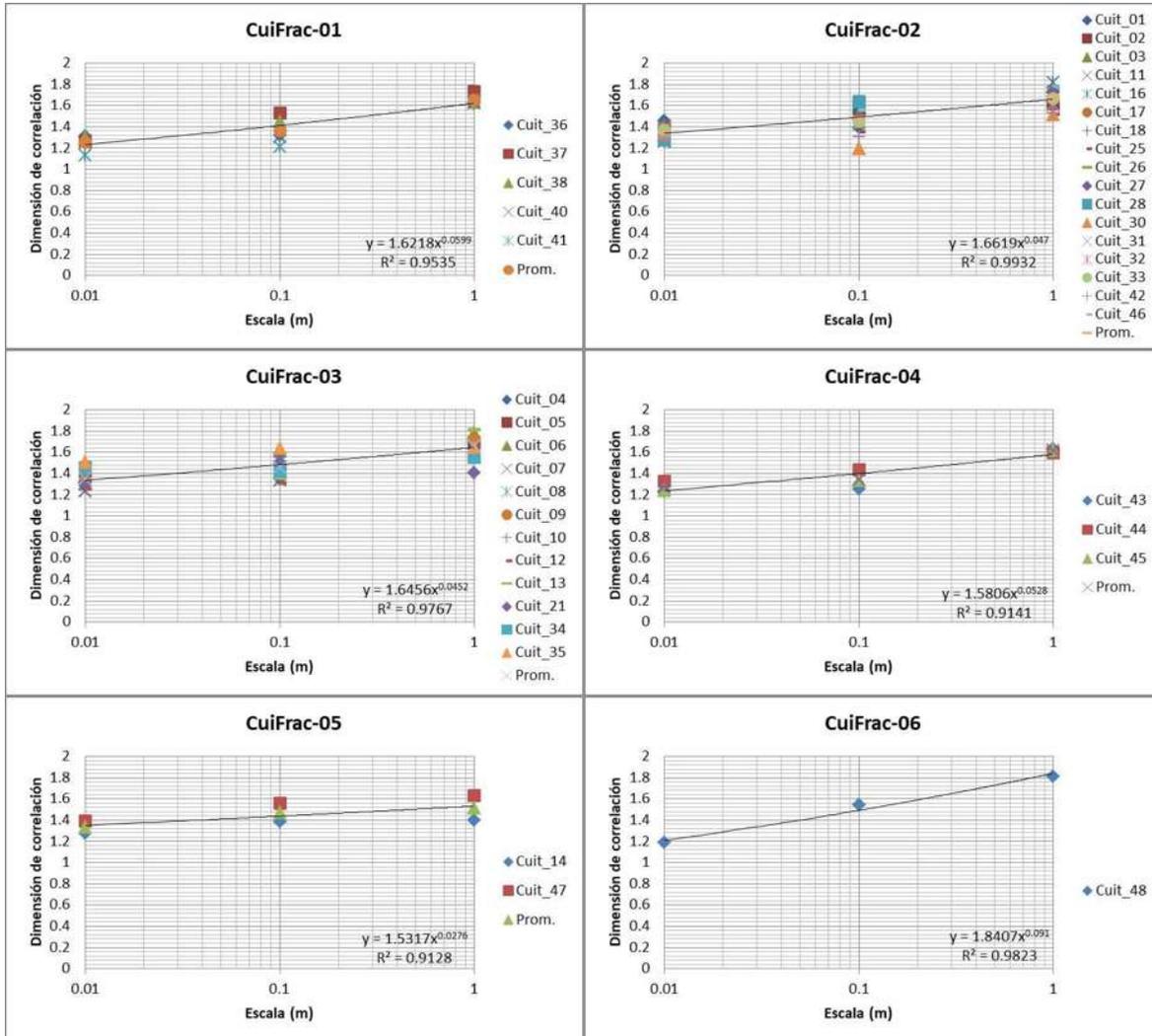


Figura 7.16. Variación de la dimensión de correlación. Véase como se incrementan de los valores de dimensión con el cambio de escala. En términos comparativos estos resultados son similares a la dimensión de caja de la figura 7.14 producto de la equivalencia de ambos métodos.

Lacunaridad

El análisis fractal con relación al flujo de fluidos como el presente caso, no puede hacer de lado el parámetro de lacunaridad. En cierta forma la definición de lacunaridad varía respecto al fractal, producto de la distribución y tamaño de huecos que dan a los objetos fractales texturas y formas distintas. Como definen Turcotte (1997) y Jafari *et al.* (2011) este parámetro define objetos fractales con misma dimensión pero diferente apariencia. La lacunaridad determina la distribución y tamaños de espacios vacíos en los mapas, medida a través de los píxeles. La medida de la lacunaridad es dada por dos aspectos extremos, donde valores bajos se relacionan con espacios o huecos de tamaño constante distribuidos uniformemente al que se denomina fractal homogéneo, por el contrario, se denomina fractal heterogéneo a valores altos relacionados con espacios o huecos de tamaño variable y distribución caótica.

El análisis de este parámetro se realizó en mapas de fracturas de la zona del Lago de Cuitzeo a través del programa *Fractalyse V.2.4*. La figura 7.17 muestra gráficamente la variación de la lacunaridad en las tres escalas de análisis. Se observa por la pendiente, que la lacunaridad disminuye con la escala en todas las gráficas, a excepción de las ignimbritas (estación 05) que tiende a aumentar muy ligeramente y donde la línea de ajuste tiene un R^2 bajo. El valor promedio general de lacunaridad para cada escala en orden descendente es de 0.73, 0.87 y 0.98. Por el promedio podemos decir que en el área del Lago de Cuitzeo en términos de lacunaridad se tienen fractales heterogéneos que tienden a homogeneizarse ligeramente con el incremento de escala, es decir los huecos son en tamaño relativamente grandes y se distribuyen caóticamente, basándonos en valores con rangos entre 0 y 1. Cabe remarcar que las fracturas de los mapas se digitalizaron manualmente por lo que no contemplan su apertura real.

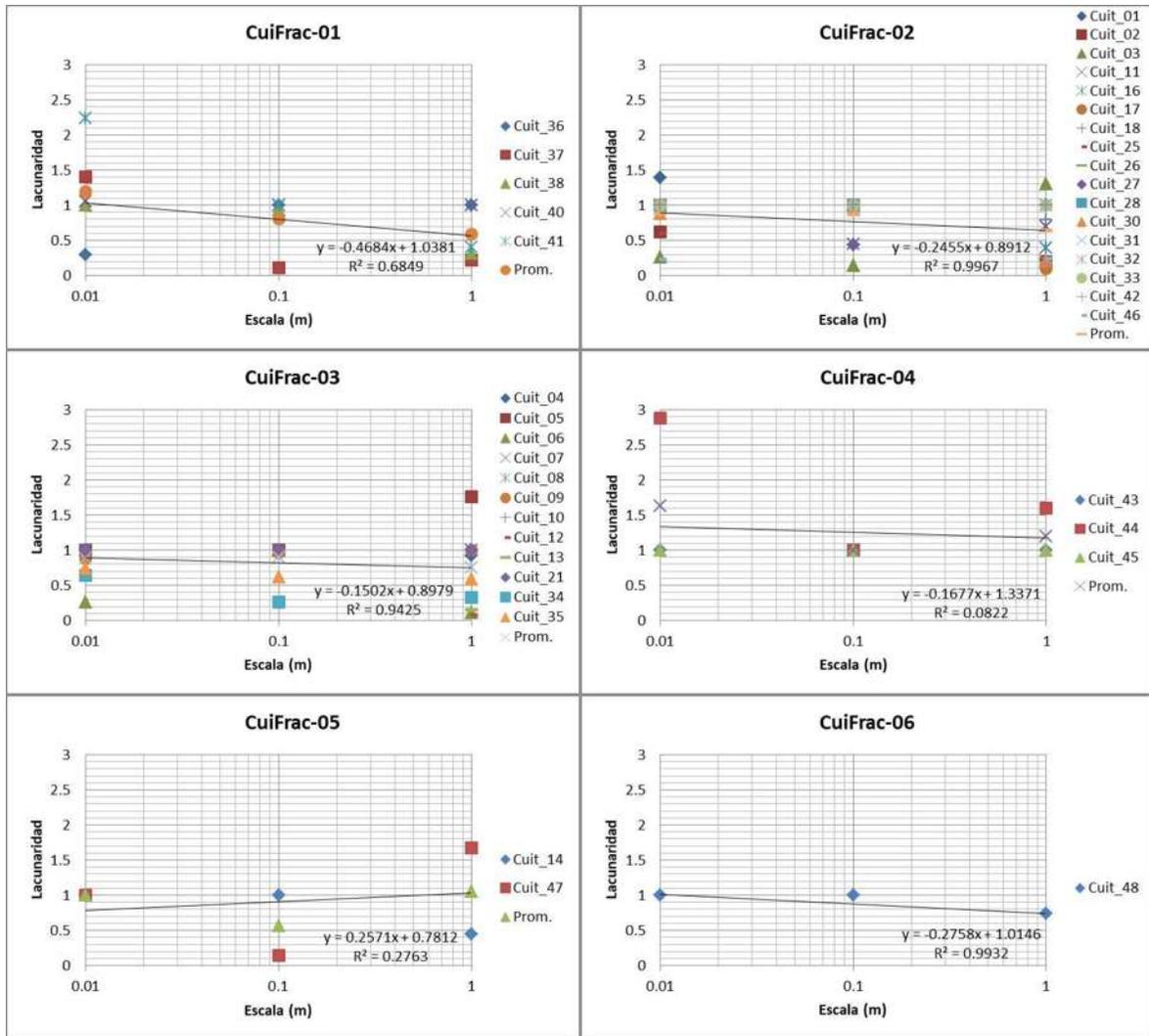


Figura 7.17. Variación de la lacunaridad para las tres escalas de observación. Nótese el ligero decaimiento de la línea de ajuste con base en el promedio para las andesitas, mientras que la ignimbrita (estación 05) incrementa ligeramente.

Mapas de puntos medios e intersecciones

El análisis de mapas de puntos medios e intersecciones obtenidos de los mapas de fracturas en tres escalas se realizó en el programa *Fractalyse V.2.4* para los parámetros de dimensión de caja y dimensión de masa. La figura 7.18 muestra gráficamente los resultados obtenidos para puntos medios e intersecciones (el anexo 4 las presenta por estación). Comparativamente la figura 7.18 indica que para ambos tipos de mapas la dimensión de caja se mantiene prácticamente constante en las tres escalas. Los valores promedio en mapas de puntos medios son de 1.078, 1.068 y 1.074 para las escalas de 1, 0.1, 0.01 metro respectivamente, en el mismo orden para mapas de intersecciones son de 1.155, 1.090 y 1.094. Es evidente un incremento mínimo con la escala en ambas gráficas. La comparación de la dimensión de caja en mapas de puntos medios e intersecciones es relevante debido a

que ambas variables están relacionadas, ha mayor densidad de fracturas (y por lo tanto puntos medios) mayor probabilidad de intersección.

En cuanto a la dimensión de masa, se observa que en ambas variables aumenta con la escala, y en prácticamente las mismas proporciones. El promedio de los valores en mapas de puntos medios son de 2.074, 1.947 y 1.661 para las escalas 1, 0.1 y 0.01 metro respectivamente, mientras que para las intersecciones son de 1.958, 1.894 y 1.712 en orden descendente. Al igual que la dimensión de caja estas variables muestran similitud en sus dimensiones de masa. Es importante recordar que a diferencia de la dimensión caja, la dimensión de masa no tiene un límite topológico de ahí que su valor sea mayor a 2.

Los valores de dimensión de caja indican que los puntos en ambas variables son invariantes a la escala y que estos se encuentran en proporciones bajas, no obstante la baja cantidad de puntos no representa precisamente baja densidad, no es lo mismo analizar fracturas continuas que un punto por fractura. Por su parte la dimensión de masa nos estaría indicando el probable agrupamiento de los puntos a escalas menores, importante para el flujo de fluidos.

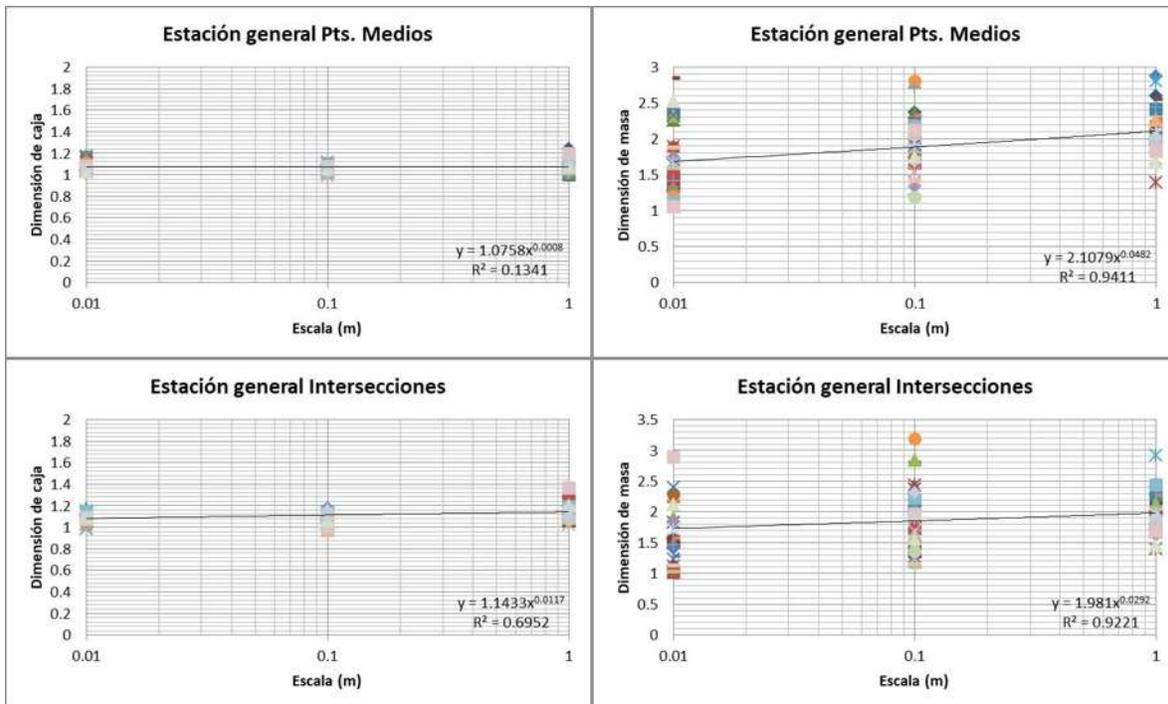


Figura 7.18. Comparación de los valores de dimensión de caja y masa para mapas de puntos medios e intersecciones. Nótese el comportamiento similar de ambas dimensiones en las dos variables, esto se debe a la relación existente entre puntos medios e intersecciones. Las gráficas por estaciones se encuentran en el anexo 4.

Densidad de fracturas

La densidad de fracturas, definida como el número de fracturas por unidad de área, se calculó mediante la metodología de Moreno-Sánchez *et al.* (2006) basada en el método

de Mauldon *et al.* (2001) y el método propuesto por Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) con base en la densidad propuesta por Renshaw (1997) ambos explicados en el capítulo IV. El primero utiliza puntos iniciales y terminales dentro de la ventana circular y el segundo la longitud de las fracturas. Como indica Vásquez-Serrano (2013) el problema en la estimación de densidad es la diferencia de valores producto del método utilizado. Los resultados presentados en la figura 7.19 ejemplifican este problema. Ambos gráficos corresponden a la densidad de fracturas en las rocas del Lago de Cuitzeo empleando los métodos citados anteriormente. Los resultados son el promedio de las estaciones generales CuiFrac, donde la 05 es para ignimbritas y el resto en andesitas. Obsérvese como en el método de Moreno-Sánchez *et al.* (2006) la densidad disminuye con la escala, mientras que el método de Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2006) representa incremento con la escala, no obstante los valores de ambos están en extremos opuestos.

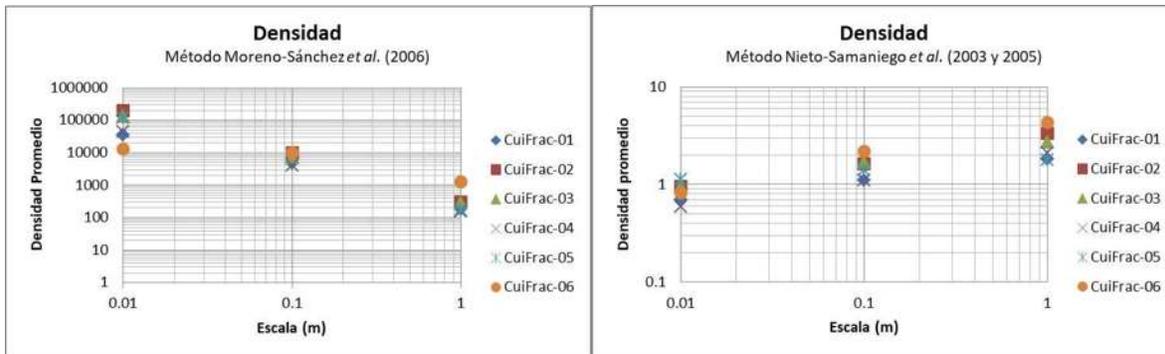


Figura 7.19. Valores de densidad obtenidos por dos metodologías diferentes, donde una indica pérdida de densidad con la escala, mientras la otra incrementa, sin embargo en valores muy opuestos.

Intensidad de fracturas

La intensidad es tratada por Moreno-Sánchez *et al.* (2006) como el espaciamiento promedio a través de una línea de muestreo circular (número de fracturas que intersectan el perímetro), difiere del espaciamiento común al considerar todas las fracturas sin importar su orientación. Por su parte Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) la define como la longitud de fractura por unidad de área. De esta manera la intensidad al igual que la densidad puede determinarse por más de un método. El presente análisis implemento ambas metodologías para el cálculo de la intensidad. Los resultados se muestran en la figura 7.20, la cual a diferencia de la densidad, presenta el mismo comportamiento en ambas metodologías, con decaimiento al incrementar la escala. Los valores presentados son el promedio por estaciones, donde la estación 05 corresponde a las ignimbritas. Nótese la similitud de valores arrojados en ambas metodologías pero no iguales. La correspondencia en valores de estas metodologías las hace apropiadas para el cálculo de la intensidad.

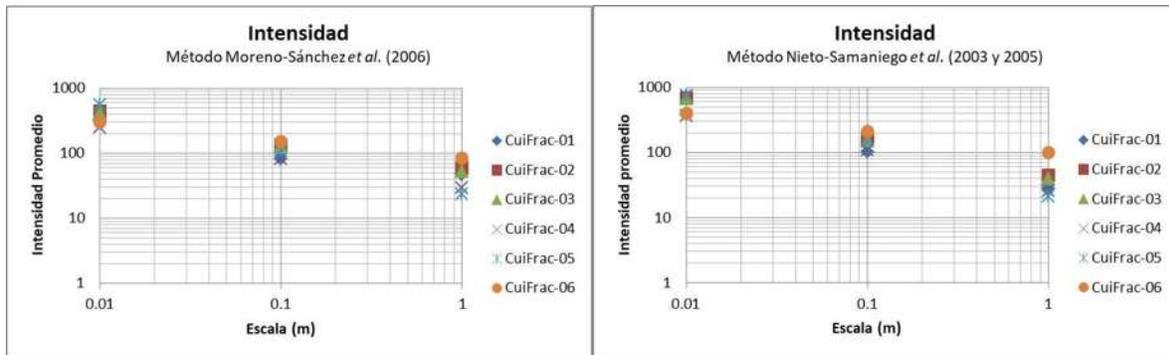


Figura 7.20. Valores de intensidad obtenida por dos metodologías diferentes, que como muestran los gráficos son correspondientes en sus valores, los valores indican decaimiento de la intensidad con el aumento de escala.

8. DISCUSIÓN

En el presente capítulo se discuten los resultados presentados en el capítulo VII. La discusión está enfocada en las propiedades fractales de fracturas en las rocas andesitas e ignimbritas de la zona del Lago de Cuitzeo cuyo interés se relaciona con los yacimientos geotérmicos del lugar.

En el campo de las geociencias las técnicas fractales se utilizan para caracterizar a las fracturas en distribución, arreglo, espaciamiento, densidad, intensidad y longitud, mediante leyes de potencia y parámetros fractales como dimensión de caja, dimensión de masa, dimensión de correlación, lacunaridad y exponente de Lyapunov, aplicadas en líneas de muestreo lineal (1D) y mapas (2D), las cuales han sido tratadas y analizadas por Gillespie *et al.* (1993), Marret (1999), Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2006), Moreno-Sánchez *et al.* (2006), Jafari y Babadagli (2011) y Riley *et al.* (2011), quienes han buscado su relación con el proceso de flujo de fluidos.

El presente análisis se desarrolló con base en las metodologías antes mencionadas en tres órdenes de magnitud de escala (1, 0.1 y 0.01 metro) para 1 y 2 dimensiones sobre rocas de la región de Lago de Cuitzeo, en relación a la permeabilidad de las zonas geotérmicas de San Agustín del Maíz y Araró. A continuación se analizan y comparan los resultados obtenidos con estudios de este tipo en otras zonas. No obstante, la comparación debe considerarse meramente estadística, pues desde el punto de vista geológico, las propiedades de fracturas varían con el tipo de roca (reología), así como el tiempo y la intensidad de deformación que las afectó.

Un primer paso en la caracterización de fracturas es la identificación de las orientaciones. Dentro del área de estudio se identificaron 4 familias de fracturas las cuales se relacionan a dos eventos de deformación, el primero corresponde a la deformación de Cuencas y Sierras, al que se atribuyen las familias NO-SE y N-S, el segundo evento de deformación es el Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA) aún activo y que origina las familias de fracturas NE-SO y E-O. Las cuatro familias están presentes en las unidades de roca andesita e ignimbrita de edad miocénica, sin embargo en las andesitas están mejor representadas.

De acuerdo a lo observado la intensa deformación que presentan las unidades rocosas permite vislumbrar una buena conexión entre fracturas, producto de su longitud, densidad e intensidad, además de la interacción perpendicular que llegan a mostrar y por ende una buena intersección. No obstante, se debe contemplar la inmersión de las intersecciones, pues entre más verticales sean, habrá mejor circulación del fluido a la superficie. De esta forma, las propiedades de fracturas pueden analizarse desde varios

puntos de vista como el espaciamiento y apertura mediante técnicas como las fractales que permitan modelar su distribución y arreglo.

8.1. Análisis 1D: espaciamiento y apertura

La dimensión fractal (D) proporciona una medida del grado de agrupamiento de estructuras en una muestra lineal, con dimensiones de potencia que indican espacios grandes y agrupaciones más ajustadas (Gillespie *et al.*, 1993). El espaciamiento se determinó utilizando los métodos de dimensión de caja, dimensión de correlación y exponente de Lyapunov como Gillespie *et al.* (1993) y Riley *et al.* (2011). Como indican Pollard y Aydin (1988; *in* Bai y Pollard, 2000) las fracturas de un mismo conjunto se forman bajo el mismo estrés tectónico, siendo paralelos o sub paralelos entre sí. Bai y Pollard (2000) a través de experimentos propuestos por Hobbs (1967) y demostrados por Wu y Pollard (1992 y 1995) consideran que cuando aumenta la tensión el espaciado de fracturas disminuye a un punto al que no pueden producirse más fracturas, aun cuando la tensión crece.

Esta y otras variables han sido caracterizada en leyes potencia mediante exponentes de frecuencia acumulada (ej. Gillespie *et al.* (1993), Marrett *et al.* (1999), Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005), Jafari y Babadagli (2011), Riley *et al.* (2011), McGinnis *et al.* (2017)), relacionadas en algunos casos directamente con la apertura y la conectividad, que influyen en la permeabilidad. El valor de ley de potencia de espaciamiento/apertura contra frecuencia acumulada, proporciona información sobre la cantidad relativa de los distintos tamaños (espaciamiento o apertura) pero no de su arreglo.

En el Lago de Cuitzeo se obtuvieron exponentes de frecuencia en espaciamientos para 4 familias de fracturas: NO-SE, NE-SO, E-O y N-S, analizadas en 6 grupos de estaciones denominadas CuiFrac, en unidades de roca andesita e ignimbrita. Los valores promedios por familia son; NO-SE -1.8096; NE-SO -1.9652; E-O -2.2282 y; N-S -2.076, para las andesitas, y valores absolutos en ignimbritas (estación CuiFrac-05) de; NO-SE -1.087; NE-SO -0.87; E-O -1.502 y; N-S -1.758, en términos generales con rangos -0.87 a -2.22. Si comparamos estos valores con casos de estudios como los presentados por Gillespie *et al.* (1993) en la relación fracturas-fallas presenta un rango de -0.4 a -0.95, mientras que Vásquez-Serrano (2013) en vetas de la Plataforma El Doctor, Querétaro, los valores oscilan de -0.86 a -0.75. De los casos considerados y el presente estudio indica que nuestro estudio tiene un rango más elevado de exponente de frecuencia acumulada. No obstante, los estudios antes mencionados se realizaron en secuencias sedimentarias y el presente en rocas ígneas, esto puede ser una posible razón de las diferencias.

En el caso de la apertura para este trabajo se encontraron valores de entre -0.995 y -1.464 para las andesitas y de -1.049 a 2.283 para las ignimbritas. Estos valores en rangos son similares a los obtenidos por Vásquez-Serrano (2013), cuyo caso va de -2.33 y -2.38

para vetas con espesor mineral. Dado que el exponente se relaciona a la abundancia relativa de apertura/espesor grande o pequeño, se puede decir que las fracturas de las rocas de la zona del Lago de Cuitzeo tienen mayoritariamente aperturas pequeñas (ver Fig. 7.9). Como sugiere Vásquez-Serrano (2013) las fracturas con mayor espesor (o apertura) son mejores conductoras, haciendo las rocas más permeables, sin embargo, para campos geotérmicos la permeabilidad no solo está en función de la apertura, también de los minerales disueltos en los fluidos.

Unidimensionalmente, del espaciamiento se determinaron parámetros fractales de dimensión de caja, dimensión de correlación y exponente de Lyapunov. Este análisis se realizó en tres escalas de observación (1, 0.1 y 0.01 metro) por familias, encontrándose una dimensión de caja promedio en las tres escalas de 0 a 0.86 donde los valores cero están influenciados por la cantidad de fracturas en la línea de muestreo, problema presentado en la escala de 0.01 metro. Los valores presentados difieren un poco con lo observado por Vásquez-Serrano (2013) en rocas carbonatadas de la Plataforma El Doctor, que presenta valores de entre 0.28 y 0.68. Para ambos casos se tiene un incremento de la dimensión con la escala, hecho que es corroborado por la dimensión de correlación en los dos trabajos.

La dimensión de correlación y la dimensión de caja se consideran complementarias, ambas abordan la distribución de fracturas pero desde un punto diferente ya que la dimensión de correlación de acuerdo con Riley *et al.* (2011) no indica la dependencia de su arreglo (*clustering*). Los resultados promedio para la dimensión de correlación en las tres escalas van de 0.01 a 0.53, mientras que para las vetas la Plataforma EL Doctor son de 0.43 a 0.63. En ambos casos la dimensión de correlación y caja son similares, y tienden a aumentar con la escala. Sin embargo, la variación con la escala como interpreta Vásquez-Serrano (2013) se infiere como un comportamiento no fractal, aunque hay que tomar en cuenta posiblemente se deba al sesgo implícito en las mediciones.

Finalmente, el espaciamiento fue analizado en relación a su comportamiento mediante el exponente máximo de Lyapunov (λ_{\max}) analizado por Riley *et al.* (2011), quien propone cuando el exponente tiende a valores altos (>1) refleja un comportamiento caótico con agrupamiento de fracturas, si por el contrario es cercano a cero, implica periodicidad en los espaciamientos. De acuerdo con lo expresado, las fracturas del Lago de Cuitzeo se comportan caóticamente a escalas grandes y periódicas a escalas menores, según el promedio del exponente de Lyapunov encontrado entre 0.3 y 1.41 para las tres escalas. Este valor difiere con el encontrado en para las rocas carbonatadas de la Plataforma El Doctor, que va de 0.85 a 1.5 donde las vetas tienden a agruparse independientemente de la escala.

8.2. Análisis 2D: dimensiones de caja, masa, correlación y lacunaridad

El análisis bidimensional de mapas ha sido más ampliamente utilizado en el análisis de fracturas y relacionado a la forma en como las fracturas ocupan el espacio (ej.

Babadagli, 2001). La caracterización mediante imágenes no se ha aplicado solamente en mapas de fracturas, por ejemplo Babadagli (2001) utilizó mapas de puntos medios e intersecciones obtenidos a partir de los mapas de fracturas para relacionarlos con la conectividad de fracturas. El análisis de mapas para demostrar un comportamiento fractal debe ser aplicado en al menos tres órdenes de magnitud, de los cuales se obtiene la dimensión de caja, masa, correlación y lacunaridad.

Analizando los parámetros antes mencionados se tiene que la dimensión de caja mide la distribución de las fracturas del espacio en el que se encuentran, la dimensión de masa mide la distribución y arreglo de las fracturas o puntos, siendo una variante del conteo de cajas, mientras que la dimensión de correlación mide la distancia entre dos puntos. Si se analizan las definiciones anteriores se entiende que todas las dimensiones se enfocan en variables similares, donde la dimensión de caja y masa y caja y correlación arrojan valores similares. Esto sucede de acuerdo con Riley *et al.* (2011) a que las dimensiones fractales tradicionales relacionan el número acumulativo que ocurre en una distancia específica independientemente de donde se encuentren, por lo que proporcionan información de las distancias pero no de la posición absoluta, es decir, se basan en posiciones relativas, este autor lo analiza en vista de la dimensión de correlación.

En el presente estudio se determinó que la dimensión de caja para mapas de fracturas en tres escalas tiene un promedio entre 1.32 y 1.57, mientras que en la Plataforma El Doctor Vásquez-Serrano (2013) reporta valores de 1.37 a 1.50 en cuatro escalas, sugiriendo auto-similitud en ambas zonas, debido a que los valores reportados son prácticamente invariantes escala, sin embargo su tendencia es a aumentar. La dimensión de masa en nuestro caso también mantiene un incremento con la escala representada con promedios entre 1.72 y 1.99. La misma tendencia se mantiene para la dimensión de correlación cuyos promedios van entre 1.32 y 1.65 lo que concuerda con lo expresado por Riley *et al.* (2011) sobre la similitud de valores. No obstante, en sentido estricto los valores del presente estudio podrían caracterizarse más con propiedades auto-afines producto de las variaciones presentadas.

Lo resultados encontrados en mapas de puntos medios e intersecciones de igual forma tienden a incrementar su dimensión con forme a la escala, tanto en la dimensión de caja como de masa pero con ligeras variaciones si comparamos las dimensiones correspondientes de cada variable. Al igual que Riley *et al.* (2011), Vásquez-Serrano (2013) explica la diferencia entre la dimensión de caja y masa encontrando que la dimensión de masa se enfoca en la distribución de puntos, si los puntos con distribución uniforme arrojaron valores altos, y puntos agrupados valores bajos (ceranos a cero). Por lo tanto este parámetro para fracturas del Lago de Cuitzeo indica que los puntos tienden a tener un comportamiento fractal pero aumentando con la escala, además tienden a distribuirse regularmente dado que los valores promedios de dimensión de masa están entre 1.661 y 2.074 para ambas variables.

Por último, la lacunaridad determinada en mapas de fracturas y enfocada a la distribución y tamaño de los huecos indica que en las rocas del Lago de Cuitzeo se tienen fractales heterogéneos que tienden a homogeneizarse ligeramente con el incremento de escala, es decir los huecos son en tamaño relativamente grandes y se distribuyen caóticamente, basándonos en valores con rangos entre 0 y 1. La utilización de este parámetro es útil para reducir el número de parámetros cuando las fracturas muestran estructuras complejas, generalmente a escalas de metros y kilómetros (Jafari *et al.*, 2011).

8.3. Relación permeabilidad-fractales-geotermia

Uno de los problemas a los que se ha orientado la aplicación de técnicas fractales es a la permeabilidad en yacimientos de hidrocarburos y más recientemente en campos geotérmicos. Donde la cuantificación de la estructura compleja de redes de fracturas es un problema importante en el modelado de flujo de fluidos en sistemas fracturas (Babadagli, 2001). Por tanto las dimensiones fractales pueden no ser suficientes para caracterizar las fracturas, necesitándose también aspectos como densidad, conectividad, orientación y tamaño de fracturas (Babadagli, 2001; La Pointe, 1988). Es importante conocer estas variables pues de ellas puede depender la circulación u obstrucción de los fluidos, como explica Babadagli (2001), las fracturas orientadas perpendicularmente al flujo reducirán la permeabilidad, y aumentara si son paralelas al mismo.

Son diversos los estudios enfocados a la permeabilidad en zonas geotérmicas como el hecho por Watanabe *et al.* (1995) quienes buscaron caracterizar mediante fractales las fracturas del subsuelo en sistemas de extracción de energía geotérmica al considerar que el flujo en rocas fracturadas ocurre a través de la red conectada de fracturas e intentar modelar mediante geometría fractal las fracturas sub-superficiales con datos de pozos, considerando la importancia de la transmisividad y la temperatura en geotermia. Otro caso lo reporta Ledéser *et al.* (1993) quienes aplican técnicas fractales en roca seca caliente a conjuntos de fracturas en núcleos de granito para determinar la trayectoria preferencial de los fluidos inyectados experimentalmente. Para ello, clasificaron a las fracturas por dirección al campo de tensión presente, inclinación y espesor (ancho de vetas), sus resultados indican un aumento de la dimensión fractal con la profundidad que relacionan al gradiente de presión litostática También encontraron zonas donde las fracturas se agrupan y otras donde se son espaciadas de forma regular.

La importancia de las fracturas en permeabilidad también ha sido analizada en vetas minerales donde por ejemplo Tripp *et al.* (2004) determinan que zonas donde la alta densidad de fracturas se convierte en nodos de permeabilidad para la migración de fluidos hidrotermales, como en las minas de Ora Banda, Australia, donde la densidad de fracturas fue mejorada por las intersecciones de falla-falla, falla-contacto y cambios en la geometría de fallas. La interacción de fallas también fue analizado por Peacock *et al.* (2017 y 2018) en relación con zonas de estrés tectónico, no obstante sugiere que las zonas de daño por

interacción (*damage zone*) pueden controlar el flujo de fluidos alrededor de fallas en interacción, además de la auto-similitud en geometrías de fallas (fractal), sugiriendo que fallas de intersección a pequeña escala se pueden usar para obtener información útil de los patrones de deformación en el tiempo. De igual forma considera las áreas de interacción e intersección de fracturas como sitios importantes para la concentración de estrés, el desarrollo estructural, el flujo de fluidos y la mineralización.

Otros estudios en relación a la permeabilidad lo realizaron Jafari y Babadagli (2009 y 2011) con relación en los parámetros fractales en zonas geotérmicas. De la misma manera Vásquez-Serrano (2013) estimó la permeabilidad mediante el método propuesto por Leung y Zimmerman (2012) considerando solo aquellas fracturas conectadas, es decir las que contribuyen al flujo, el cual comparó a los resultados de la Plataforma El Doctor. A partir de esa característica reestimó las dimensiones fractales de caja y masa, y la conectividad, para compararlos con la permeabilidad. El comparativo obtenido por Vásquez-Serrano (2013) para la Plataforma El Doctor mediante gráficos de dimensión contra permeabilidad indicó para la dimensión de caja una dispersión de los datos sin patrones definidos principalmente para escalas grandes, pues en escalas pequeñas hubo una relación positiva entre la dimensión de caja y la permeabilidad, por lo que él autor determina que la distribución de las fracturas no influye necesariamente en el flujo de fluidos. Mismo resultado arrojó para la dimensión de fragmentación (longitud) y los valores de conectividad y lacunaridad, sin embargo se sabe que la longitud es determinante en el flujo, pues si no hay conexión difícilmente hay permeabilidad. Para las variables de densidad e intensidad, dicho autor no reporta una relación, sino todo lo contrario. Respecto a la dimensión de masa en puntos medios e intersecciones contra la permeabilidad el mismo autor reporta una buena correlación mostrando interdependencia entre ambos parámetros.

El ejemplo de la relación entre permeabilidad y parámetros fractales analizados por Vásquez-Serrano (2013) indica una posible comparación entre estas variables, sin embargo, como lo expresa el autor, esto puede variar con el método utilizado para determinar la permeabilidad, por lo tanto debe ser considerado como un ejemplo simplemente.

En este contexto, se han realizado varios esfuerzos por encontrar dicha relación, como el propuesto por Miao *et al.* (2015), o los trabajos de Jafari y Babadagli (2009 y 2011) entre otros. En todos los casos se implementan las propiedades analizadas en el presente trabajo. Como lo indico Watanabe *et al.* (1995) los modelos geotérmicos deben considerar la temperatura, además de los procesos que esta conlleva como la deposición de minerales durante el ascenso de fluidos, obstaculizando la permeabilidad. Por lo tanto, aunque hubiese una relación entre permeabilidad y los parámetros fractales no implica que las fracturas permitan la circulación de los fluidos. En este caso, la tectónica se vuelve fundamental para que exista permeabilidad, siendo la sismicidad la mejor aliada para mantener los conductos abiertos, es decir, que la zona de interés sea tectónicamente activa.

De acuerdo a lo anterior el contexto geológico sobre el que se encuentra el Lago de Cuitzeo es favorable al ser una zona tectónicamente activa, donde el Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA) le permite reabrir los conductos y mantener la permeabilidad tal y como sucede en el campo geotérmico Los Azufres encontrado al sureste de la comunidad de Araró y zona de interés en este análisis. Las dos unidades analizadas en este estudio (andesitas e ignimbritas) muestran propiedades fractales que tienden a variar con la escala en algunos casos, por tanto las fracturas no presentan un comportamiento auto-similar propiamente, sin embargo puede considerarse auto-afín, es decir no son una réplica exacta.

9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Se determinaron 4 familias de fracturas (NO-SE, NE-SO, E-O y N-S) analizadas en dos unidades rocosas ígneas: andesitas e ignimbritas. Las primeras se consideran albergan el sistema geotérmico de San Agustín del Maíz y Araró, pues representan el basamento de la región y sobre la misma se extrae el calor en el campo geotérmico Los Azufres.
- Las familias de fracturas se pueden relacionar a los dos eventos de deformación más representados en la zona, el primero y más antiguo corresponde a la deformación de Cuencas y Sierras (*Basin and Range*) de dirección NNO-SSE y el segundo, el hasta hoy activo Sistema de Fallas Morelia-Acambay (SFMA). En términos generales el SFMA está mejor expresado en las unidades analizadas, de acuerdo al número de fracturas encontradas en líneas de muestro. Por lo que éstas representan ser los mejores objetivos en caso de perforación al estar orientadas conforme al campo de esfuerzos.
- Los valores de exponente de frecuencia acumulada relacionadas a comportamiento fractal para variables de espaciamiento, apertura y longitud, indican un dominio de espaciamientos pequeños, al igual que las aperturas y longitudes de fracturas.
- Las dimensiones fractales 1D presentaron dimensiones de caja en casi todo el rango topológico (0 y 1) en las tres escalas de observación (1, 0.1, 0.01 metro) teniéndose una mala distribución de fracturas. La dimensión de correlación también presentó diferentes valores pero en rangos más estables, por lo que el tamaño de los espaciamientos es variado. Finalmente el exponente de Lyapunov arrojó valores que se incrementan con la escala, teniéndose un comportamiento caótico de las fracturas, con tendencia a agruparse. En general los tres parámetros se incrementan con la escala por lo que las fracturas no tienden a ser invariantes a la escala.
- El análisis 2D en mapas de fracturas, indica a través de la dimensión de caja comportamiento invariantes a la escala, al obtenerse valores en rangos pequeños para las tres escalas, pero con tendencia a aumentar con la escala. La dimensión de masa de igual forma tiende a incrementar con la escala (con excepción de las ignimbritas que disminuye, esta variación puede estar influenciada por la cantidad de datos). La dimensión de correlación por su parte también se incrementa con la escala en rangos similares a los de la dimensión de caja. Finalmente la lacunaridad tiende a disminuir con la escala ligeramente (con excepción de las ignimbritas). Por los resultados se puede interpretar que en mapas las fracturas se acercan a la auto-similitud con algunas variaciones y donde la lacunaridad da un aspecto de fractal heterogéneo, es decir los huecos existentes se distribuyen caóticamente.
- El análisis de mapas de puntos medios e intersecciones muestra que la dimensión de caja es invariante a la escala en ambos casos, mientras que la dimensión de masa

tiende a aumentar con la escala, indicando probablemente agrupamiento de los puntos.

- La densidad analizada en dos métodos muestra valores diferentes, esto es común ya que se puede determinar de diferentes formas. El método de Moreno-Sánchez *et al.* (2006) determina disminución con el aumento de la escala, mientras que el método de Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) un incremento.
- La intensidad obtenida también por las metodologías de Moreno-Sánchez *et al.* (2006) y Nieto-Samaniego *et al.* (2003 y 2005) mostraron valores que disminuyen con la escala en ambos casos.
- Los resultados son influenciados por la cantidad de datos, esto se observó para todos los análisis pero principalmente en el cálculo de exponentes de frecuencia acumulada, por lo que tener una buena base de datos arrojará mejores resultados.
- En términos generales, se tiene que las dimensiones fractales se incrementan con la escala, tal y como reportan varios trabajos como Babadagli (2001) y Vásquez-Serrano (2013), esto implica redes de fracturas sean más complejas, en cuyo caso la determinación de sus límites de auto-similitud es crítico en la preparación de datos como en la permeabilidad (Babadagli, 2001).
- Las técnicas fractales aunque representan una forma sencilla y económica de caracterizar a las fracturas, falta todavía mucho para representar verazmente el comportamiento de dichas estructuras en medios rocosos, debido principalmente a errores en la toma de datos y metodológicos durante su análisis, además de los sesgos producto de los afloramientos.

Algunas de las recomendaciones para este tipo de análisis son:

- Analizar las fracturas de acuerdo al campo de esfuerzos que favorezca la circulación de fluidos (si es el caso).
- Implementar una metodología en más de tres escalas para representar mejor las fracturas.
- Realizar una base de datos con puntos de interés específicos y representativos considerando la finalidad del estudio, pues una extensa cantidad de datos solo puede complicar el manejo de los mismos.

BIBLIOGRAFÍA

- Al-Majdalawi, A. A. 2006. Fractales. Matemáticas en la vida cotidiana, Curso. P. 50.
- Anónimo. 2010. Conceptos Básicos de la Mecánica de Fractura. Materiales Aeronáuticos. P.15.
<<http://www.aero.ing.unlp.edu.ar/catedras/archivos/Mecanica%20de%20Fractura%202010rev01.pdf>> [Consulta: Julio, 2017]
- Anónimo. s/a. Tema VI. Fractura. Ps. 26. <http://materiales.unex.es/miembros/personal/p-mirandaold/docencia_sec/PMII/apuntesFRACTURA.pdf> [Consulta: Julio, 2017]
- Arredondo-Fragoso, J. J. 1983. Levantamiento gravimétrico en la zona central de la Laguna de Cuitzeo, Mich. Informe 29-83. CFE, Gerencia de Proyectos Geotermoeléctricos, departamento de exploración.
- Babadagli, T. 2001. Fractal analysis of 2-D fracture networks of geothermal reservoirs in south-western Turkey. *Journal of Volcanology and Geothermal research* 112. P. 83-103.
- Babadagli, T. 2002. Scanline method to determine the fractal nature of 2-D fracture networks. *Mathematical Geology* 34 (6). P. 647-670.
- Bai, T., & Pollard, D. D. 2000. Fracture spacing in layered rocks: a new explanation based on the stress transition. *Journal of Structural Geology*, 22(1). P. 43-57.
- Barton, C. C., Larsen, E. 1985. Fractal geometry of two dimensional fracture networks at Yucca Mountain, south-western Nevada. *Proceedings of International Symposium on Fundamentals of Rock Joints*, Bjorkliden, Sweden. P. 77-84.
- Barton, C. C., La Pointe, P. R. 1985. Fractal Analysis of Scaling and Spatial Clustering of Fractures. In: Barton, C., and La Pointe, P. R. (Eds). *Fractals in Earth Science*. Plenum Press, New York. P. 141-178.
- Bigurra-Pimentel, E., Romero de León, J. A. 1983. Estudio Geofísico San Agustín del Maíz. Informe 28-83. CFE Gerencia de proyectos geotermoeléctricos, departamento de exploración, México. P. 55.
- Calmus, T., Vega-Granillo, R., Lugo-Zazueta, R. 2011. Evolución geológica de Sonora durante el Cretácico Tardío y el Cenozoico. *Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Geología, Boletín* 118, cap. 7. P. 227-266.
- Camacho, V. R., y Vásquez, C. M. 2015. Geometría fractal, teoría del caos, y sus aplicaciones en la industria petrolera. *Ingeniería Petrolera*, 55(12). P. 718-729.

Campos-Enríquez, J. O., Herrera, B. F. 1988. Resultados preliminares del estudio magnetoteléurico del área geotérmica de Araró, Mich. Informe 13/88. CFE, Gerencia de Proyectos Geotermoeléctricos.

Cladouhos, T. T., & Marrett, R. 1996. Are fault growth and linkage models consistent with power-law distributions of fault lengths?. *Journal of Structural Geology*, 18(2-3). P. 281-293.

Escuder-Virueite, J., Carbonell, R., Jurado, M. J., Martí, D., & Pérez-Estaún, A. 2001. Two-dimensional geostatistical modeling and prediction of the fracture system in the Albala Granitic Pluton, SW Iberian Massif, Spain. *Journal of Structural Geology*, 23. P. 2011-2023.

Garduño-Monroy, V. H., Arreygue-Rocha, E., Israde-Alcántara, I., y Rodríguez-Torres, G. M. 2001. Efectos de las fallas asociadas a sobreexplotación de acuíferos y la presencia de fallas potencialmente sísmicas en Morelia, Michoacán, México. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 18(1). P. 37-54.

Garduño-Monroy V. H., Pérez-López R., Israde-Alcántara I., Rodríguez-Pascua M. A., Szykaruk E., Hernández-Madrigal V. M., García-Zepeda M. L., Corona-Chávez P., Ostroumov M., Medina-Vega V. H., García- Estrada G., Carranza O., López-Granados E. and Mora-Chaparro J. C. 2009. "Paleoseismology of the Southwestern Morelia-Acambay fault system, central Mexico". *Geofísica Internacional*, 48 (3). P. 319-335.

Gillespie, P. A., Howard, C. B., Walsh, J. J., y Watterson, J. 1993. Measurement and characterisation of spatial distributions of fractures. *Tectonophysics*, 22. P. 113-141.

Gómez-Tuena, A., Orozco-Esquivel, M. T., & Ferrari, L. 2005. Petrogénesis ígnea de la faja volcánica transmexicana. *Boletín de la Sociedad geológica Mexicana*, 57(3). P. 227-283.

Gómez-Vasconcelos, M. G. 2012. Geología y estratigrafía volcánica de la Sierra de Mil Cumbres. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. P. 151.

González, G. V. A., y Guerrero, C. 2001. Fractales: fundamentos y aplicaciones, parte 1: concepción geométrica en la ciencia e ingeniería. *Ingenierías*, IV(10). P. 53-59.

González-Partida, E. y González-Ruiz, L. E. 2016. Apuntes de Geología de la Geotermia (material didáctico). CeMIE-Geo-UNAM, México. P. 92.

Grassberger, P., and Procaccia, I. 1983. Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50(5). P. 346-349.

- Griffith, A. A. 1920. The Phenomena of Rupture and Flows in Solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 221. P. 163-198.
- Grossenbacher, K., Karasaki, K., & Bahat, D. 1997. Curved scanline theory. Mathematical geology, 29(5). P. 629-651.
- Henry, C. D., & Aranda-Gómez, J. J. 1992. The real southern Basin and Range: Mid-to late Cenozoic extension in Mexico. Geology, 20(8). P. 701-704.
- Hooker, J. N., Laubach, S. E., & Marrett, R. 2013. Fracture-aperture size—Frequency, spatial distribution, and growth processes in strata-bounded and non-strata-bounded fractures, Cambrian Mesón Group, NW Argentina. Journal of Structural Geology, 54. P. 54-71.
- Israde-Alcántara I. 1999. “Lagos volcánicos y tectónicos de Michoacán”. Carta Geológica de Michoacán, UMSNH-IIM. Departamento de Geología, Morelia, México. P. 46-74.
- Israde-Alcántara, I., Garduño-Monroy, V. H., y Ortega-Murillo, R. 2002. Paleoambiente lacustre del cuaternario tardío en el centro del lago de Cuitzeo. Hidrobiológica, 12(1). P. 61-78.
- Israde-Alcántara, I., Velázquez-Durán, R., Lozano-García, Ma. S., Bischoff, J., Domínguez-Vázquez, G., Garduño-Monroy, V. H. 2010. Evolución Paleolimnológica del Lago Cuitzeo, Michoacán durante el Pleistoceno-Holoceno. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, 62(3). P. 345-357.
- Jafari, A., & Babadagli, T. (2009). A sensitivity analysis for effective parameters on 2D fracture-network permeability. SPE Western Regional and Pacific Section AAPG Joint Meeting. Society of Petroleum Engineers. P. 455-469.
- Jafari, A. y Babadagli, T. 2011. Effective fracture network permeability of geothermal reservoirs. Geothermics, 40. P. 25-38.
- Korvin, G. (1989). Fractured but not fractal: Fragmentation of the gulf of suez basement. PAGEOPH, 131(1/2). P. 289-305.
- Kurokawa, K., Otsuki, K., and Hasenaka, T. 1995. Tectonic stress field and fractal distribution of volcanoes in the Michoacán-Guanajuato region of the Mexican Volcanic Belt. Geofísica Internacional, 34(3). P. 309-320.
- La Pointe, P. R. 1988. A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics. Abstracts, 25(6). P. 421-429.

Lawn, B. (1993). Fracture of brittle solids. Cambridge university press. Second edition. P. 378.

Ledéser, B., Dubois, J., Genter, A., and Meunier, A. 1993. Fractal analysis of fractures applied to Soultz-sous-Forets hot dry rock geothermal program. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 57. P. 1-17.

Maciel-Rivera, A. E. 2015. Contribución al estudio geológico-estructural de la sierra de San Andrés, Gto y sus implicaciones con el yacimiento geotérmico de la zona de Araró, Mich. Tesis de Licenciatura. Instituto Tecnológico Superior de Tacámbaro, Tacámbaro, México. P. 76.

Mandelbrot, B. B. 1983. The fractal geometry of nature (Vol. 173). New York: WH freeman. P.468.

Marrett, R. 1996. Aggregate properties of fracture populations. *Journal of Structural Geology*, 18. P. 169-178.

Marrett, R., Ortega, O. J., y Kelsey, C. M. 1999. Extent of power-law scaling for natural fractures in rock. *Geology*, 27(9). P. 799-802.

Martínez-Reyes, J., & Nieto-Samaniego, A. F. 1990. Efectos geológicos de la tectónica reciente en la parte central de México. *Revista mexicana de ciencias geológicas*, 9(1). P. 33-50.

Massiot, C., 2017. Fracture system characterisation and implications for fluid flow in volcanic and metamorphic rocks. Tesis Doctoral. Victoria University Wellington, Nueva Zelanda. P. 211.

Mauldon, M., Dunne, W. M., Rohrbaugh Jr., M. B. 2001. Circular scanlines and circular Windows: new tolos for characterizing the geometry of fracture traces. *Journal of Structural Geology*, 23. P. 247-258.

McGinnis, R. N., Ferrill, D. A., Morris, A. P., Smart, K. J., & Lehrmann, D. 2017. Mechanical stratigraphic controls on natural fracture spacing and penetration. *Journal of Structural Geology*, 95. P. 160-170.

Medina-Vega, V. H. 2008. Estudio geológico, geofísico e hidrogeoquímico para generar un modelo conceptual del acuífero de Cuitzeo, Michoacán México. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. P. 179.

Mennella, L. 2011. “Sismotectonica del sector occidental del sistema Morelia-Acambay, México, a partir del análisis de poblaciones de fallas”. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. P. 151.

- Miao, T., Yu, B., Duan, Y., & Fang, Q. 2015. A fractal analysis of permeability for fractured rocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 81. P. 75-80.
- Milena, C. M. S. 2005. Aplicación del análisis fractal a los yacimientos naturalmente fracturados (YNF): ejemplo en la formación Rosablanca del valle medio del Magdalena. Tesis. Universidad Industrial de Santander, Escuela de Geología, Bucaramanga. P. 156.
- Monsalve, G. A. 2013. Griffith y el inicio de la mecánica de la fractura. *Remetallica*, Universidad de Santiago de Chile, Dpto. de Ingeniería Metalúrgica. P. 3.
- Moreno-Sánchez, G. y García-Cabrejo, O. J. 2006. Caracterización cuantitativa de patrones de fracturamiento mediante ventanas circulares y análisis fractal. *Geología Colombiana*, 31. P.73-104.
- Nieto-Samaniego, A. F., Alanís-Álvarez, S. A., Tolson, G., Xu, S., y Pérez-Venzor, J. A. 2003. Estimación de densidades, distribuciones de longitud y longitud total de fracturas; un caso de estudio en la falla de Los Planes, La Paz, B. C. S. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, LVI(1). P. 1-9.
- Nieto-Samaniego, A. F., Alanís-Álvarez, S. A., Tolson, G., Oleschko, K., Korvin, G., Xu, S. S., y Perez-Venzor, J. A. 2005. Spatial Distribution, Scaling and Self-similar Behavior of Fracture Arrays in the Los Planes Fault, Baja California Sur, Mexico. *Pure Appl. Geophys*, 162. P. 805-826.
- Oleschko, K., and Tarquis, A. M. 2007. Fractal metrology for images, signals and time series processing in geosciences. *Geophysical Research Abstracts*, 9. P. 4.
- Olvera-García, E. 2017. Estudio de geología estructural, mineralógico y de litofacies de los depósitos hidrotermales de San Agustín del Maíz e Ixtlán de los Hervores, Michoacán: enfocado a la exploración geotérmica. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. P. 122.
- Ortega, O. J., Marrett, R. A., & Laubach, S. E. 2006. A scale-independent approach to fracture intensity and average spacing measurement. *AAPG bulletin*, 90(2). P. 193-208.
- Paredes, B. C. 1995. Aplicación de la Geometría Fractal en las Ciencias de la Tierra. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. P. 462.
- Pasquaré, G., Ferrari, L., Garduño-Monroy, V. H., Tibaldi, A., y Vezzoli, L. 1991. Geologic map of the central sector of the Mexican Volcanic Belt, states of Guanajuato and Michoacan, Mexico. *Geological Society of America*. P. 21.
- Peacock, D. C. P. 2006. Predicting variability in joint frequencies from boreholes. *Journal of Structural Geology*, 28. P. 353-361.

- Peacock, D. C. P., Nixon, C. W., Rotevatn, A., Sanderson, D. J., & Zuluaga, L. F. 2017. Interacting faults. *Journal of Structural Geology*, 97. P. 1-22.
- Peacock, D. C. P., Sanderson, D. J., & Rotevatn, A. 2018. Relationships between fractures. *Journal of Structural Geology*, 106. P. 41-53.
- Plotnick, R. E., Gardner, R. H., Hargrove, W. W., Prestegard, K., and Perlmutter, M. 1996. Lacunarity analysis: A general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical Review E*. Vol. 53. No. 5. P. 5461-5468.
- Priest, S. D., & Hudson, J. A. 1981. Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 18(3). P. 183-197.
- Quijano-León, J. L. 2007. *Manual de Geotermia: Ciencias de la Tierra e Ingeniería de Reservorios*. México. P. 109.
- Quintero-Legorreta, O. 2002. Análisis estructural de fallas potencialmente activas. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, LV(1). P. 1-11.
- Quintero, D. O. Y., y Ruiz, D. J. 2011. Estimación del exponente de Hurst y la dimensión fractal de una superficie topográfica a través de la extracción de perfiles. *Revista Geomática UD.GEO*. No. 5. P. 84-91.
- Riley, P., Tikoff, B., and Murray, A. B. 2011. Quantification of fracture networks in non-layered, massive rock using synthetic and natural data sets. *Tectonophysics* 505. P. 44-56.
- Rosenstein, M. T., Collins, J. J., & De Luca, C. J. 1993. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D* 65. P. 117-134.
- Segovia, N., Barragán, R. M., Tello, E., Alfaro, R., y Mena, M. 2005. Geochemical Characteristics and ²²²Rn Measurements at Cuitzeo Basin (Mexico) Thermal Springs and Artesian Wells. *Proceedings World Geothermal Congress, Antalya, Turkey*. P. 24-29.
- Simonsen, I., Hansen, A., & Nes, O. M. 1998. Determination of the Hurst exponent by use of wavelet transforms. *Physical Review E*, 58(3). P. 2779-2787.
- Spinadel, V. M. W. s/a. *Fractales*. Universidad de Buenos Aires. P. 113-122.
- Tello-Hinojosa, E., Quijano-León, J.L. 1984. Reconocimiento y evaluación geoquímica de las zonas termales del Lago de Cuitzeo. Informe 33-83. CFE, Subgerencia de estudios geotérmicos, departamento de exploración.

- Tripp, G. I., & Vearncombe, J. R. 2004. Fault/fracture density and mineralization: a contouring method for targeting in gold exploration. *Journal of Structural Geology*, 26. P. 1087-1108.
- Trujillo-Hernández, N. 2017. Estudio geológico, geoquímico y mineralógico de las secuencias volcánicas de la porción suroeste del Lago de Cuitzeo, Michoacán, ligadas a la zona geotérmica de San Agustín del Maíz. Tesis de Maestría. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México. P. 110.
- Turcotte, D. L. 1986. Fractals and Fragmentation. *Journal of Geophysical Research*, 91(B2). P. 1921-1926.
- Turcotte, D. L. 1997. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge University Press, Second Edition. P. 398.
- Vaca-Serrano, J. M. E., 2008. Modelo de costeo de pozos geotérmicos aplicado para el caso del campo geotérmico de Cerro Prieto, BC. *Geotermia*, 21(1). P. 51-58.
- Vargas-Ledezma, H. 1985. Sinopsis del estudio geohidrológico los Azufres-Cuitzeo, Estado de Michoacán. Reporte GG 1/85. CFE, Gerencia de Proyectos Geotermoeléctricos, departamento de exploración.
- Vásquez-Serrano, A. 2013. Análisis fractal de fracturas geológicas en un análogo expuesto de yacimientos carbonatados naturalmente fracturados y su aplicación en modelos de flujo fluidos. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México. P. 156.
- Viggiano Guerra, J. C., & Gutiérrez Negrín, L. C. 2003. Régimen de flujo hidrotermal en la zona geotérmica de Araró, Michoacán, México. *Ingeniería Hidráulica en México*, 18(1). P. 39-53.
- Watanabe, K., and Takahashi, H. 1995. Fractal geometry characterization of geothermal reservoir fracture networks. *Journal of Geophysical Research*, 100. P. 521-528.
- Watkins, H., Bond, C. E., Healy, D., Butler, R. W. H. 2015. Appraisal of fracture sampling methods and a new workflow to characterise heterogeneous fracture networks at outcrop. *Journal of Structural Geology*, 72. P. 67-82.
- Wong, T. F., Fredrich, J. T., & Gwanmesia, G. D. 1989. Crack aperture statistics and pore space fractal geometry of Westerly granite and Rutland quartzite: Implications for an elastic contact model of rock compressibility. *Journal of Geophysical Research*, 94(B8). P. 10267-10278.
- Yielding, G., Needham, T., & Jones, H. 1996. Sampling of fault populations using sub-surface data: a review. *Journal of Structural Geology*, 18(2-3). P. 135-146.

Zhang, Z. Z. 2015. Fractal dimension of fracture surface in rock material after high temperature. *Advances in Materials Science and Engineering*. P. 6.

Enlaces WEB

Fractales. 2017.

<<http://www.geociencias.unam.mx/~roman/platicas/fractales/Fractales.htm>> [Consulta: 29 Nov. 2017].

CeMIE-Geo. 2018. <<http://www.cemiegeo.org/index.php/geotermia-en-mexico>> [Consulta: 25 Enero 2018].

Programas implementados en el análisis fractal

Fractalyse V.2.4 <<http://www.fractalyse.org/en-download.html>>

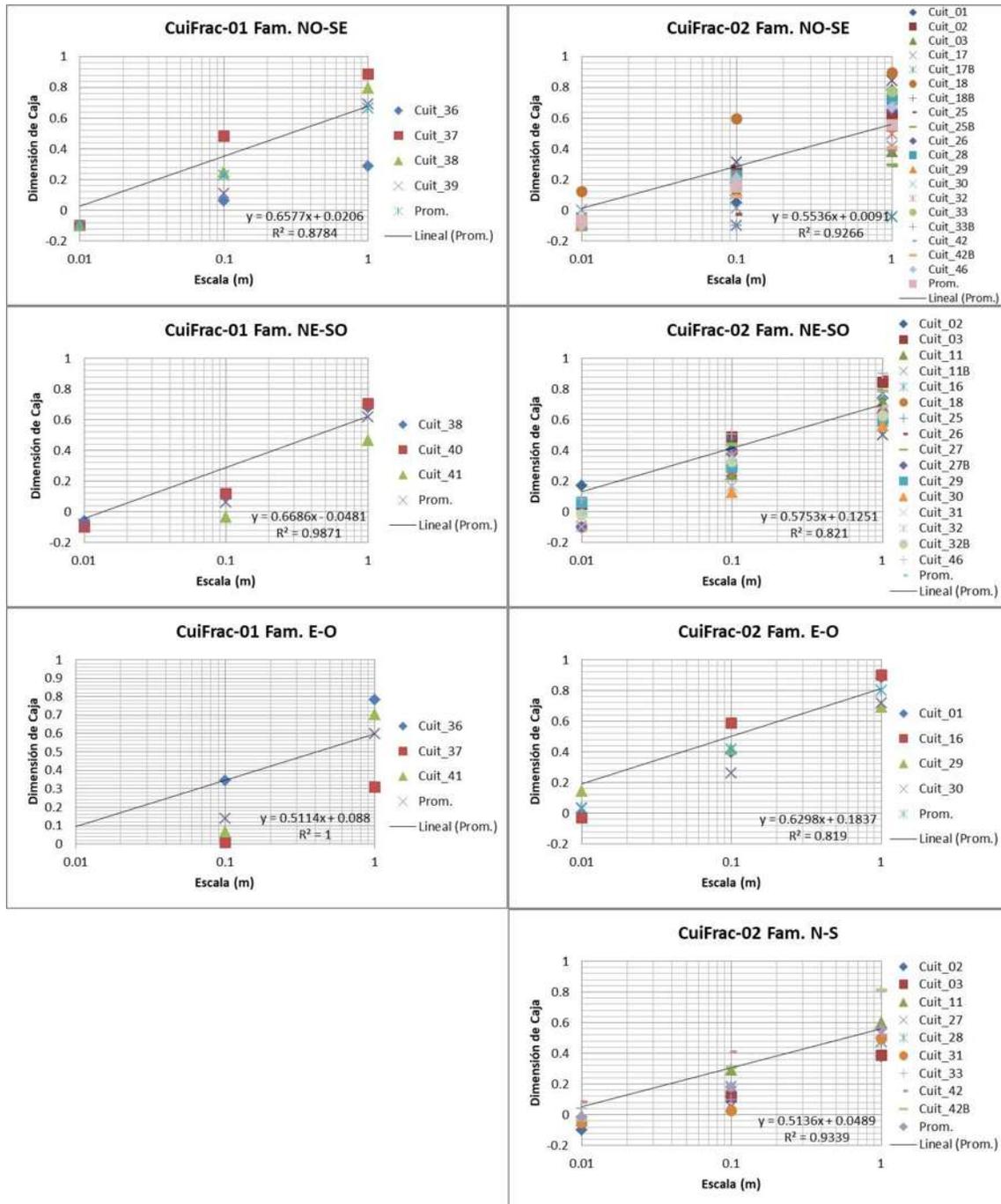
FracAnalysis V. 16 <<http://www.geologia.unam.mx/comunidad-igl/tolson-g>>

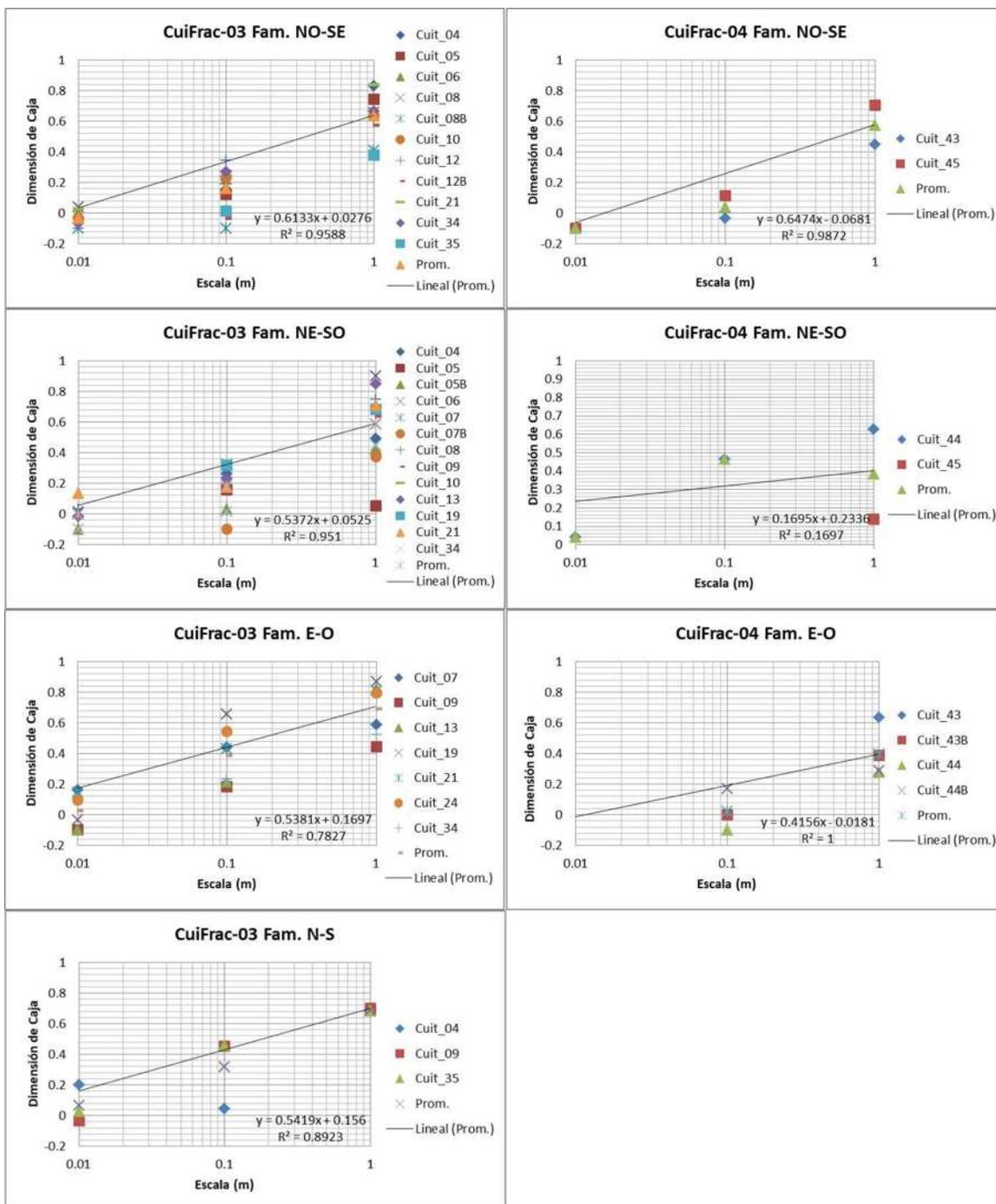
Frackita, no disponible en la red.

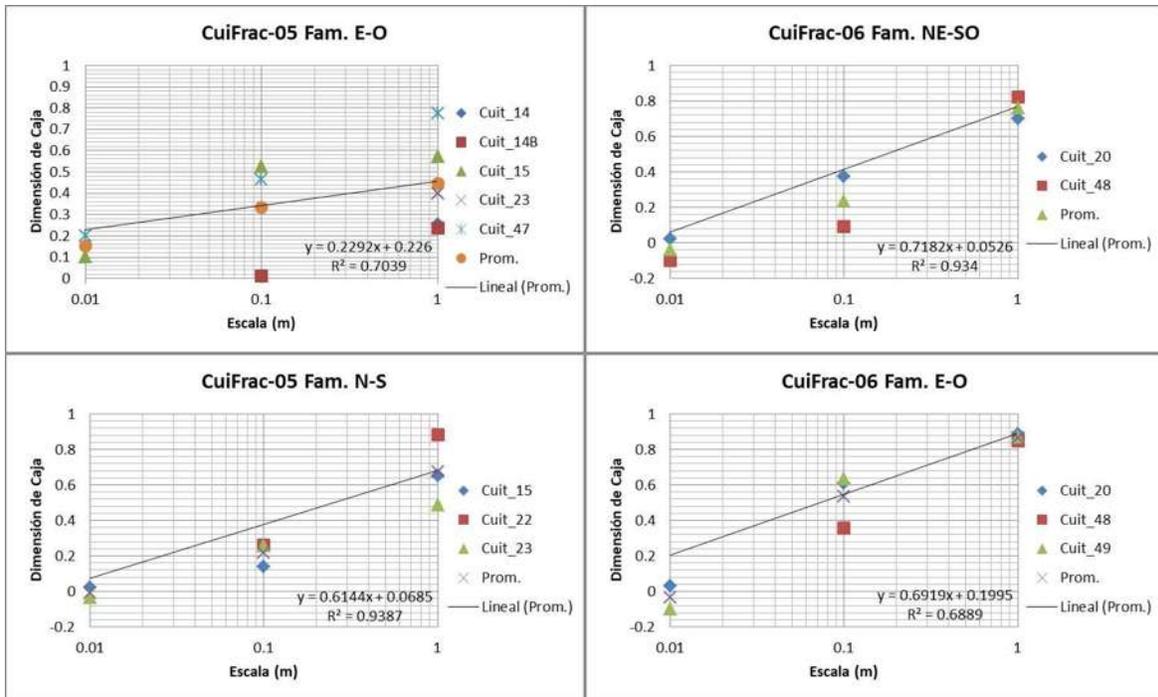
Stereonet online <<http://app.visiblegeology.com/stereonetApp.html>>

Anexo 1. Dimensión de caja 1D

Graficas de dimensión de caja 1D vs escala para espaciamentos por familias de fracturas en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros) donde la estación 5 pertenece a ignimbritas y el resto en andesitas. El análisis se realizó a través del programa Frackita en MatLab. Obsérvese que las dimensiones fractales se distribuyen en todo el rango topológico (0-1), donde la recta es el promedio. La escala pequeña (0.01 m) es afectada por el número de datos por lo que su valor es poco representativo al ser negativo en algunas ocasiones.





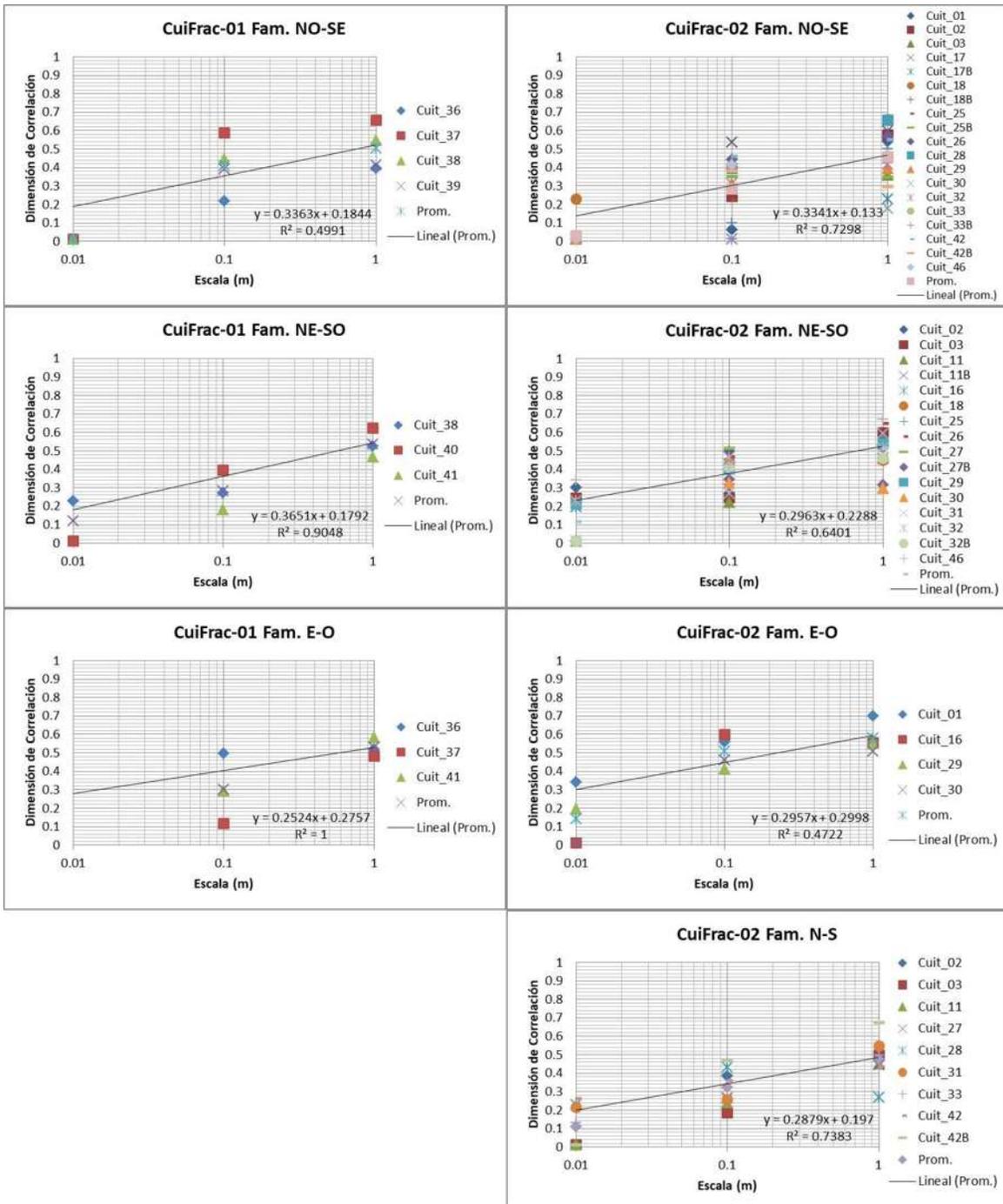


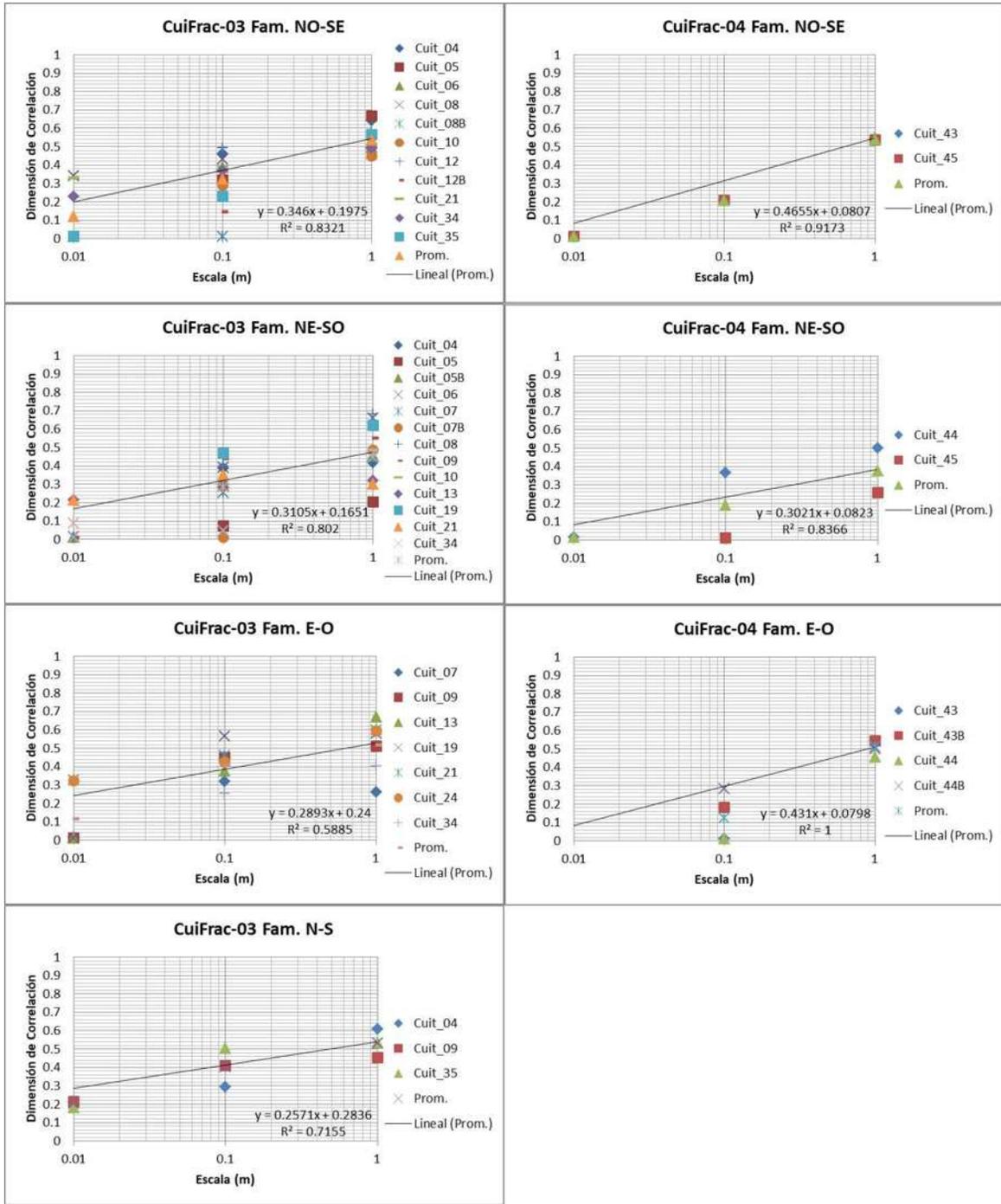
La pendiente de la recta en los gráficos indica que el espaciamiento entre fracturas descende con la escala, es decir, a escalas grandes existen fracturas con espaciamientos que tienden a ser regulares y pequeños, ya que la dimensión tiende a 1, es decir a formar una línea. Por el contrario a escalas pequeñas las fracturas están más separadas y con tendencia a agruparse. Este comportamiento puede observarse en todas las familias de las 6 estaciones analizadas, sin embargo lo hacen en distintas formas, por ejemplo, para las ignimbritas (estación 5) el promedio indica cambios menos marcados que en las andesitas. En conclusión, los valores mostrados indican que los espaciamientos están lejos de ser invariantes al cambio de escala (fractal), en todo caso su comportamiento sería auto-afín.

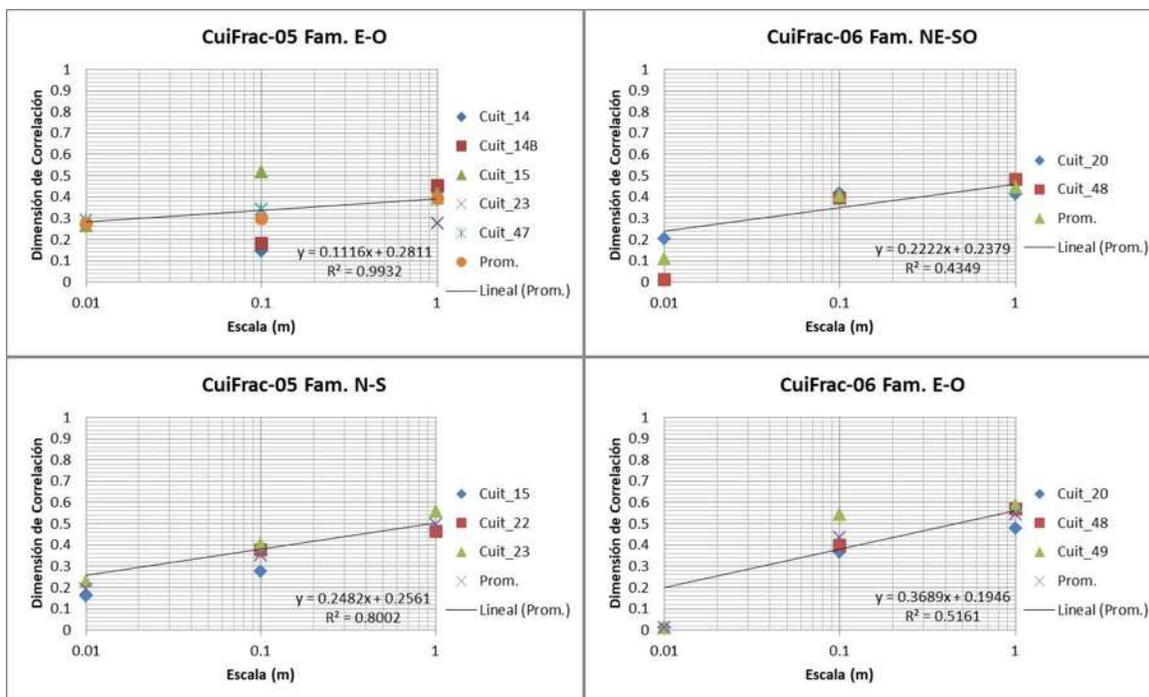
Los capítulos 7 y 8 presentan los resultados y discusión referente a los anexos.

Anexo 2. Dimensión de correlación 1D

Graficas de dimensión de correlación 1D vs escala para espaciamentos por familias de fracturas en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros) donde la estación 5 pertenece a ignimbritas y el resto en andesitas. El análisis se realizó a través del programa Frackita en MatLab. Obsérvese que las dimensiones fractales se distribuyen en casi todo el rango topológico (0 -1), donde la recta es el promedio. La escala pequeña (0.01 m) es afectada por el número de datos por lo que su valor es poco representativo.





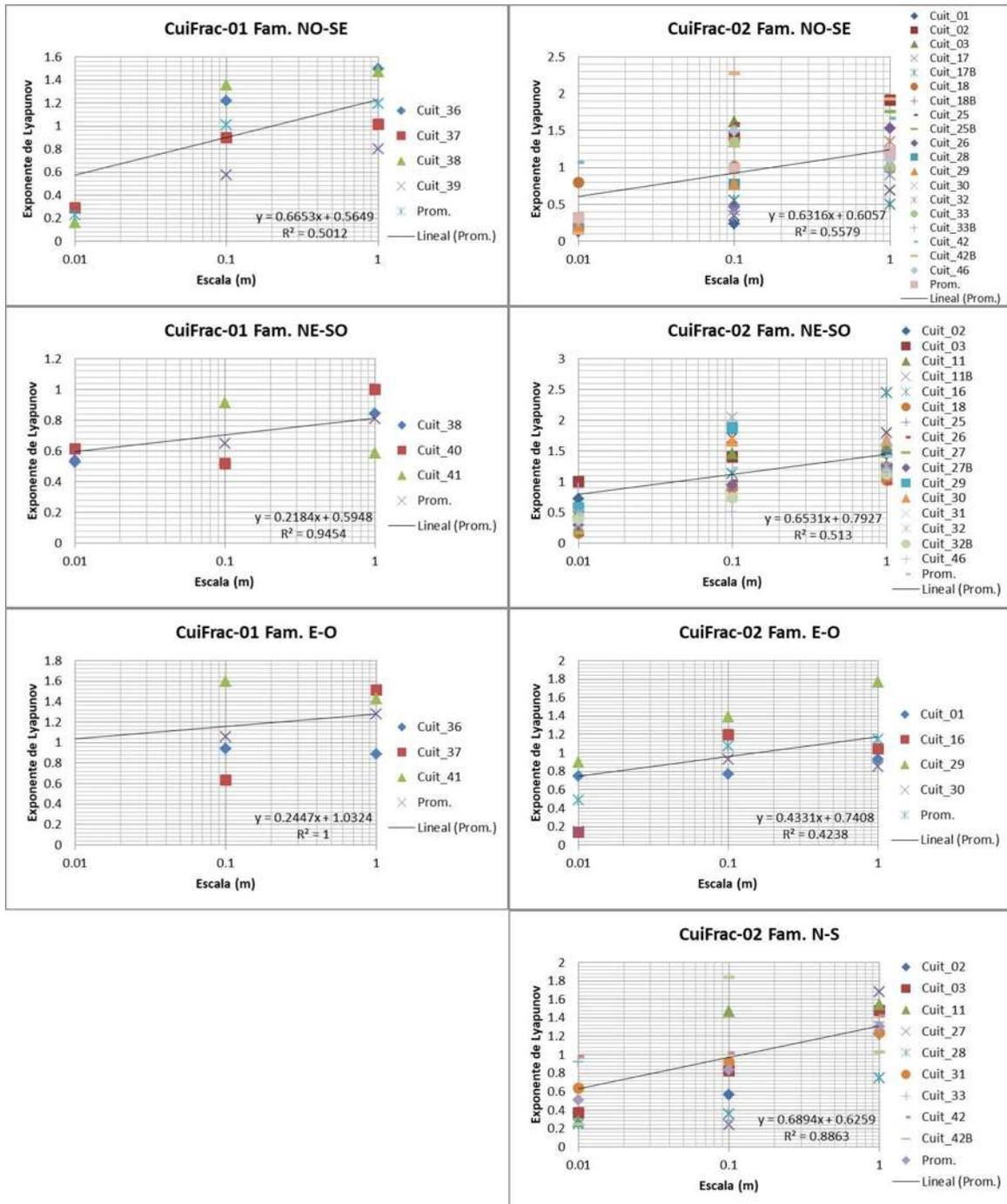


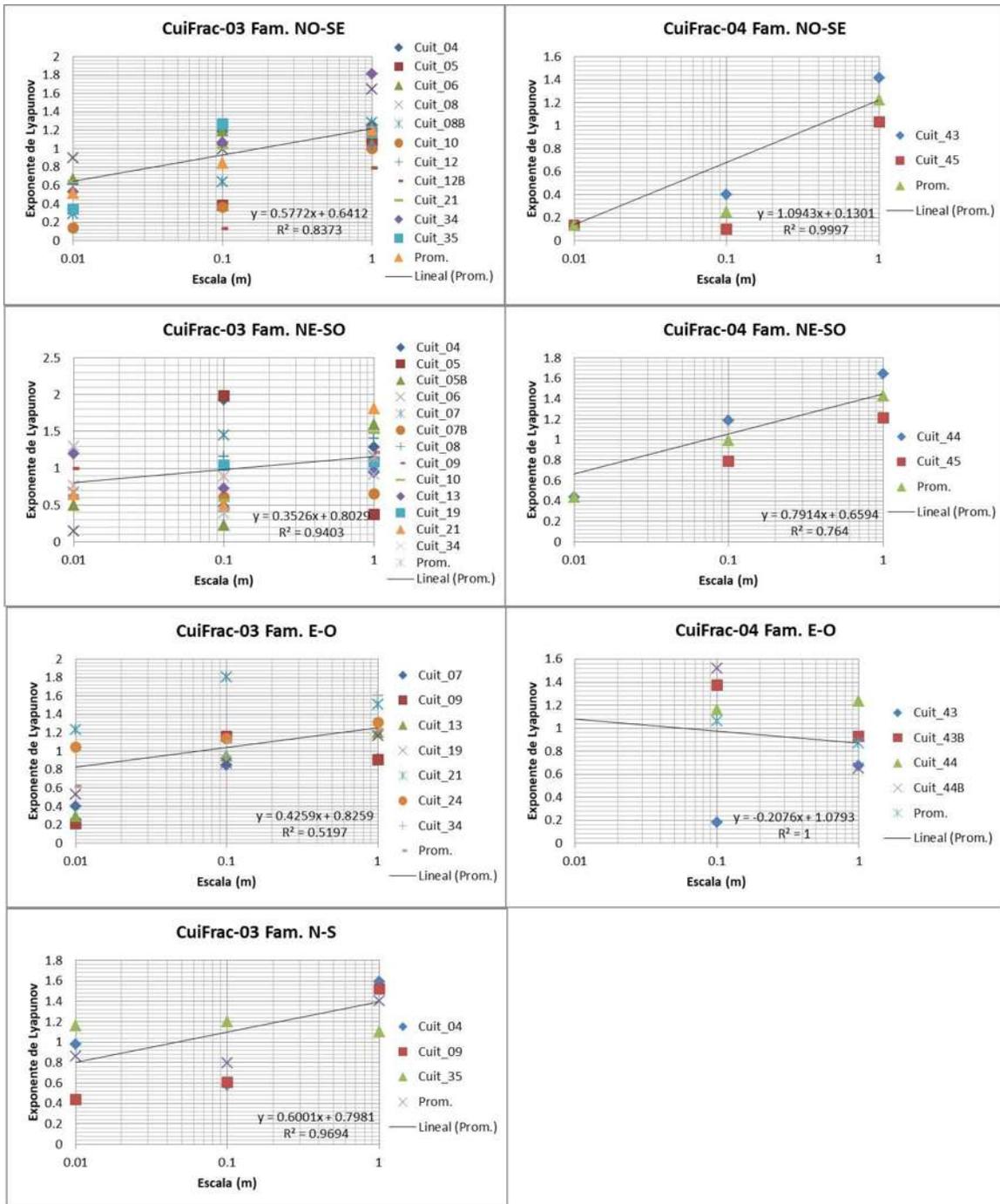
Al igual que la dimensión de caja presentada en el anexo 1, la pendiente de la recta en la dimensión de correlación muestra que la dimensión cambia con la escala en forma positiva, es decir, a escalas grandes la dimensión aumenta y con ello los valores de medición, teniéndose espaciamientos de distintos tamaños, mientras que a escalas pequeñas la dimensión tiende a cero, representando poca variación de los espaciamientos y por ende más regulares, aunque la variación se presenta en todas las familias, lo hace en proporciones diferentes. No obstante, en los gráficos de dimensión de correlación vs escala puede observarse un promedio menor a 5.3, por lo que los espaciamientos no tienden a ser regulares si no que existen variaciones. La dimensión de correlación y la dimensión de caja suelen presentar valores similares debido a que ambos se centran en la distribución de fracturas pero de forma complementaria.

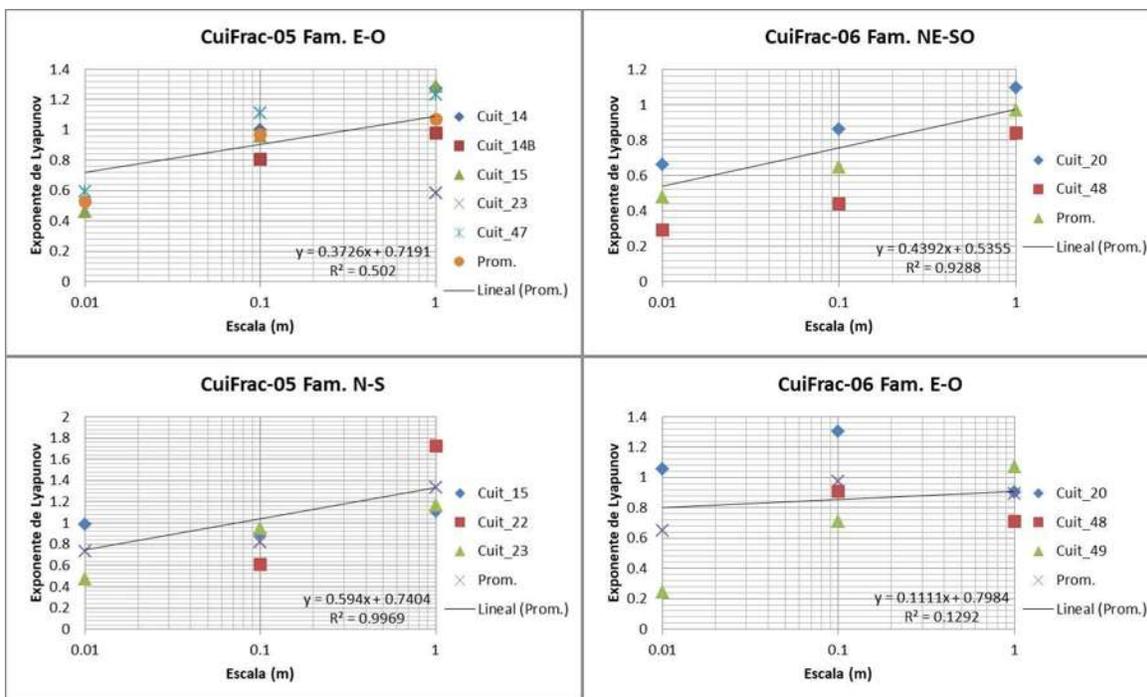
Los capítulos 7 y 8 presentan los resultados y discusión referente a los anexos.

Anexo 3. Exponente de Lyapunov

Graficas del exponente de Lyapunov vs escala para espaciamentos por familias de fracturas en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros) donde la estación 5 pertenece a ignimbritas y el resto en andesitas. El análisis se realizó a través del programa Frackita en MatLab. El exponente de Lyapunov no tiene un límite topológico necesariamente, sin embargo se define que si es >1 los espaciamentos son caóticos, si por el contrario tienden a 0 son periódicos, por lo que se enfoca en el arreglo de las fracturas mediante espaciamentos.







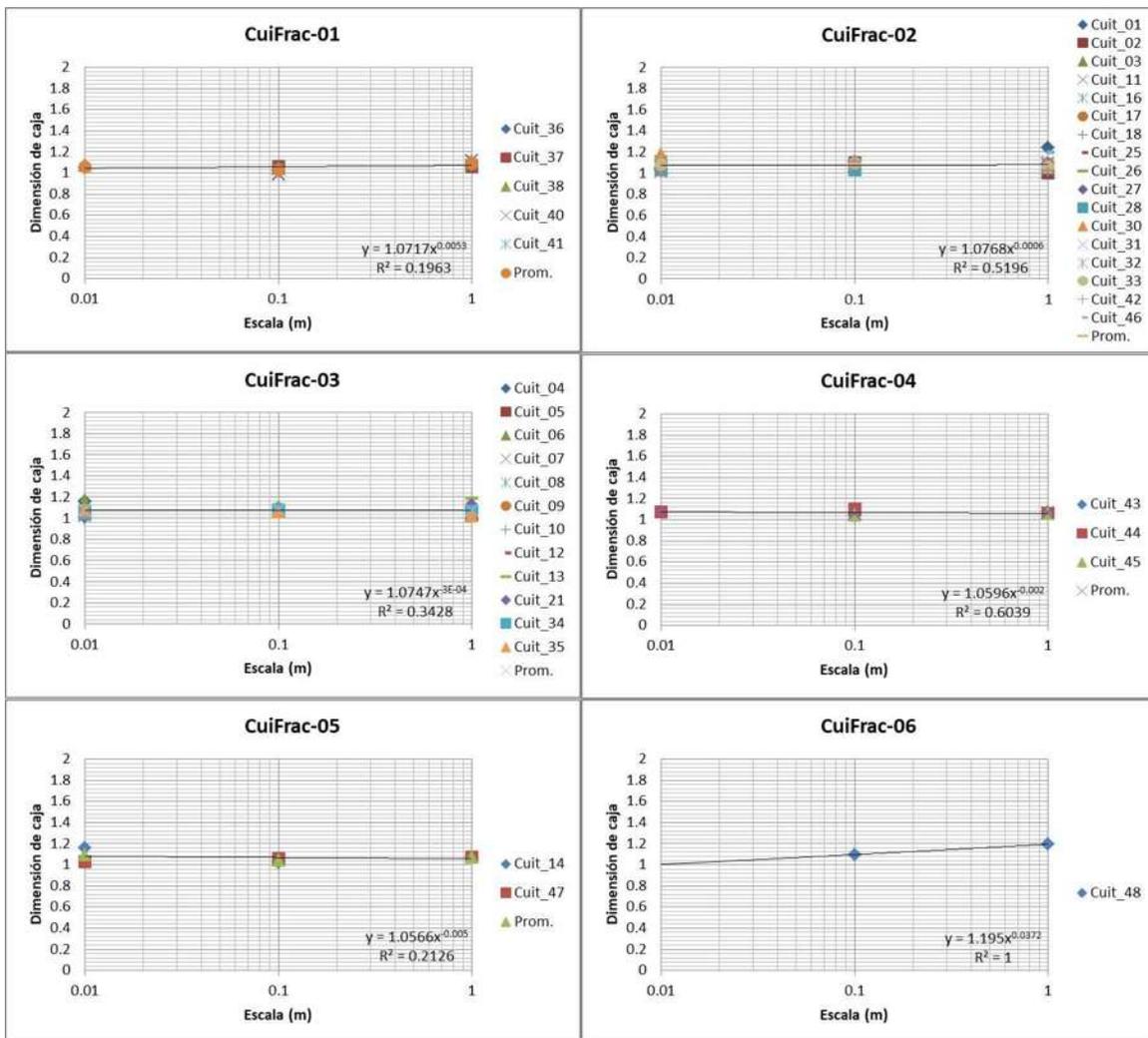
Los resultados del exponente de Lyapunov vs la escala muestran que gran parte de los datos presentan valores cercanos a uno o mayor a uno, principalmente a escalas grandes. Po lo tanto, el exponente de Lyapunov se incrementa con la escala y con él la irregularidad de los espaciamientos, de acuerdo a la pendiente de la recta (promedio) el incremento es diferente para cada familia. El grafico de la estación 4 para la familia de fracturas E-O escapa de la tendencia mencionada pues la pendiente es negativa, indicando que a escalas grandes los espaciamiento son periódicos y a escalas pequeñas irregulares, sin embargo este valor puede estar influenciado por los datos, ya que la escala de 0.01 metros no tiene valores definidos. Cabe recordar que las dimensiones de caja y correlación de los anexos 1 y 2 también presentan este inconveniente, el cual parece ser provocado por el escaso número de fracturas en escalas pequeñas.

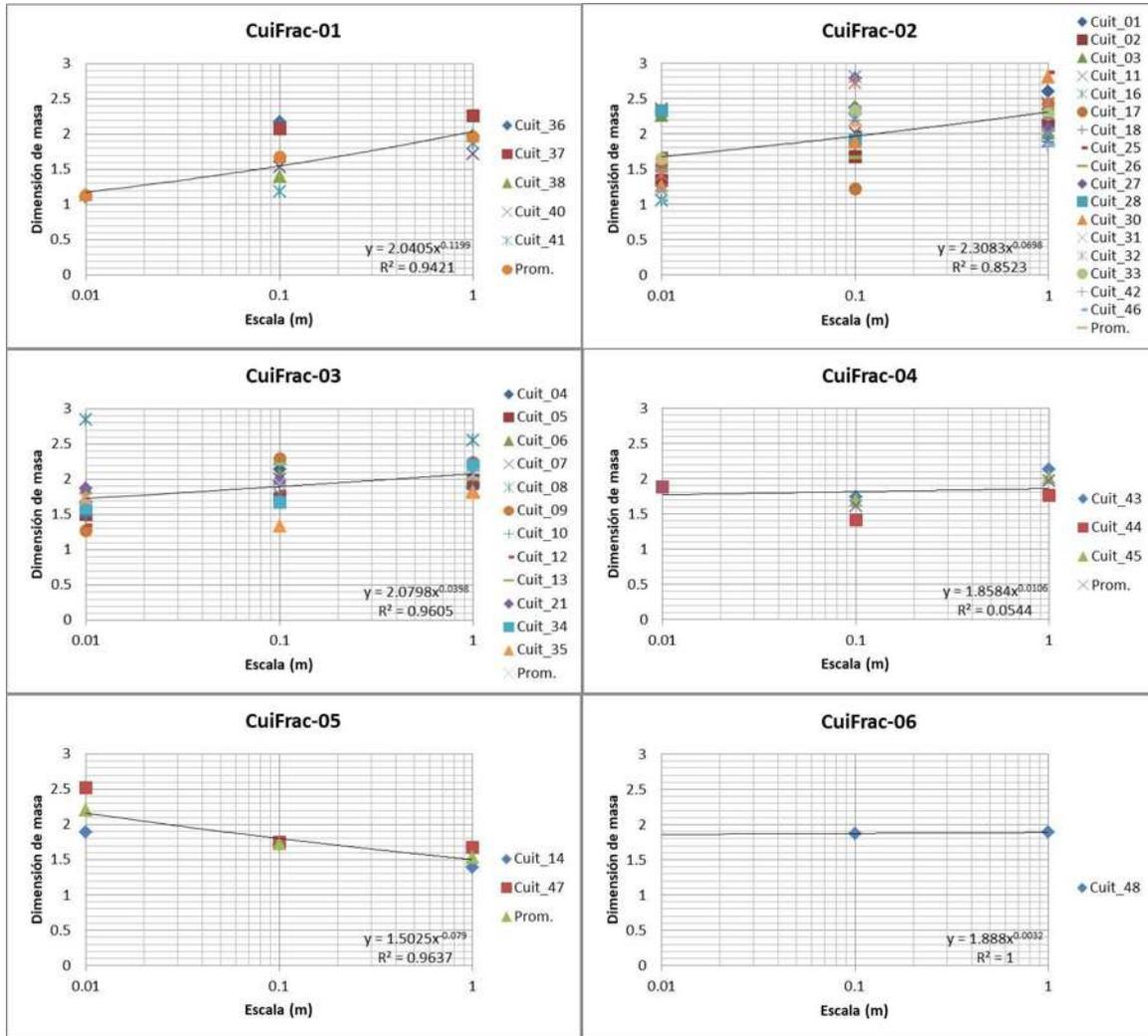
Los capítulos 7 y 8 presentan los resultados y discusión referente a los anexos.

Anexo 4. Mapas de puntos medios e intersecciones

Mapas de puntos medios: representación gráfica de las dimensiones de caja y masa vs escala para mapas de puntos medios de fracturas en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros) donde la estación 5 pertenece a ignimbritas y el resto en andesitas. El análisis se realizó a través del programa *Fractalyse* de uso libre. En mapas la dimensión caja tiene límites topológicos entre 1-2 y se enfoca en la distribución de las puntos dentro del mapa.

La dimensión de caja muestra que los valores están en un rango de 1 a 1.2, por lo que la recta (promedio) es casi horizontal, sin embargo es visible que los valores tienden a aumentar con la escala pero de forma casi imperceptible, ya que los valores de dimensión para las tres escalas son prácticamente constantes. Para este caso se puede interpretar que la distribución de puntos medios tiene un comportamiento fractal, aunque la cantidad de puntos está lejos de llenar un plano 2D pero no indica que las fracturas sean escasas, no obstante el agrupamiento de puntos puede ser una característica en la distribución de los puntos.

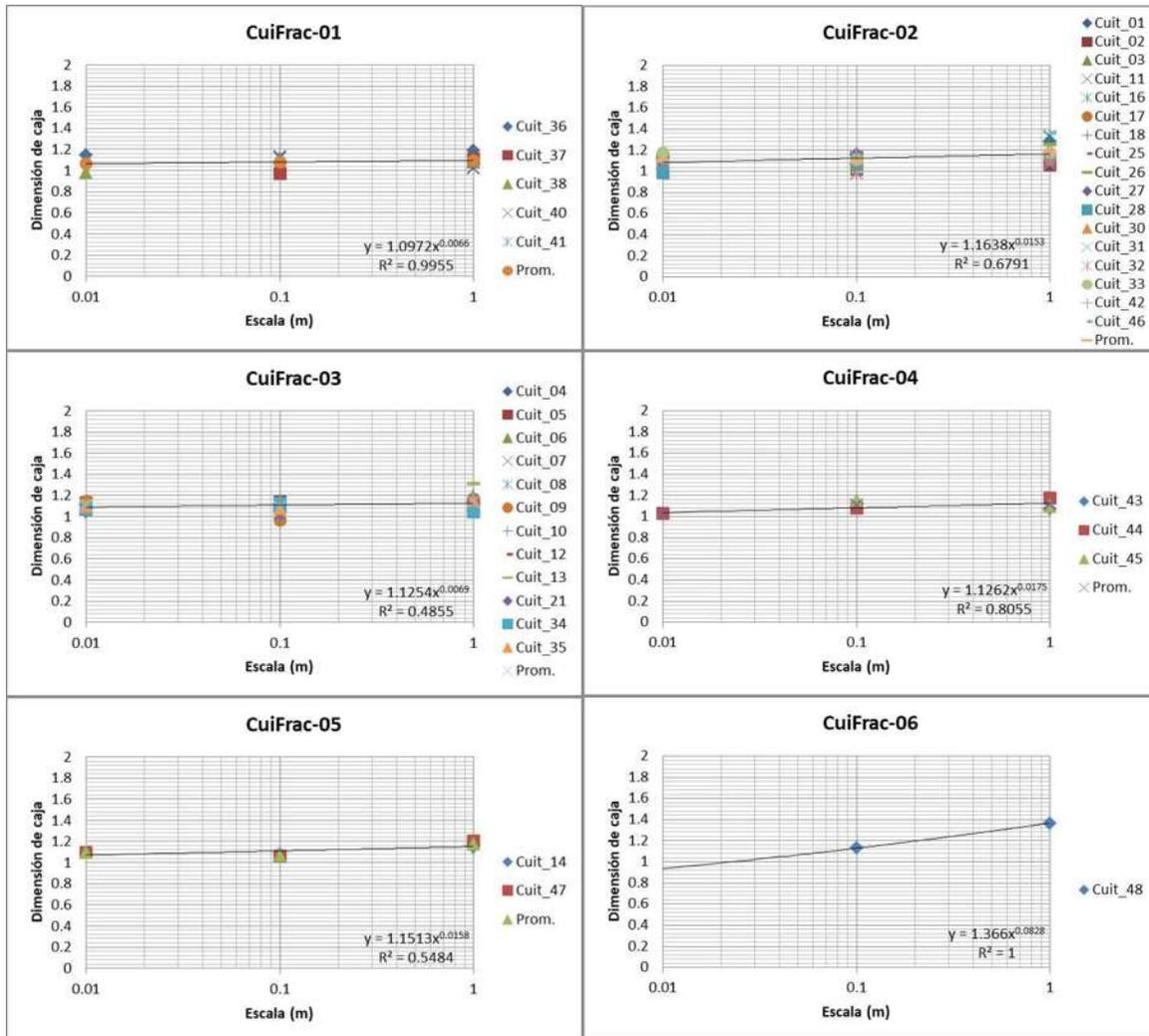


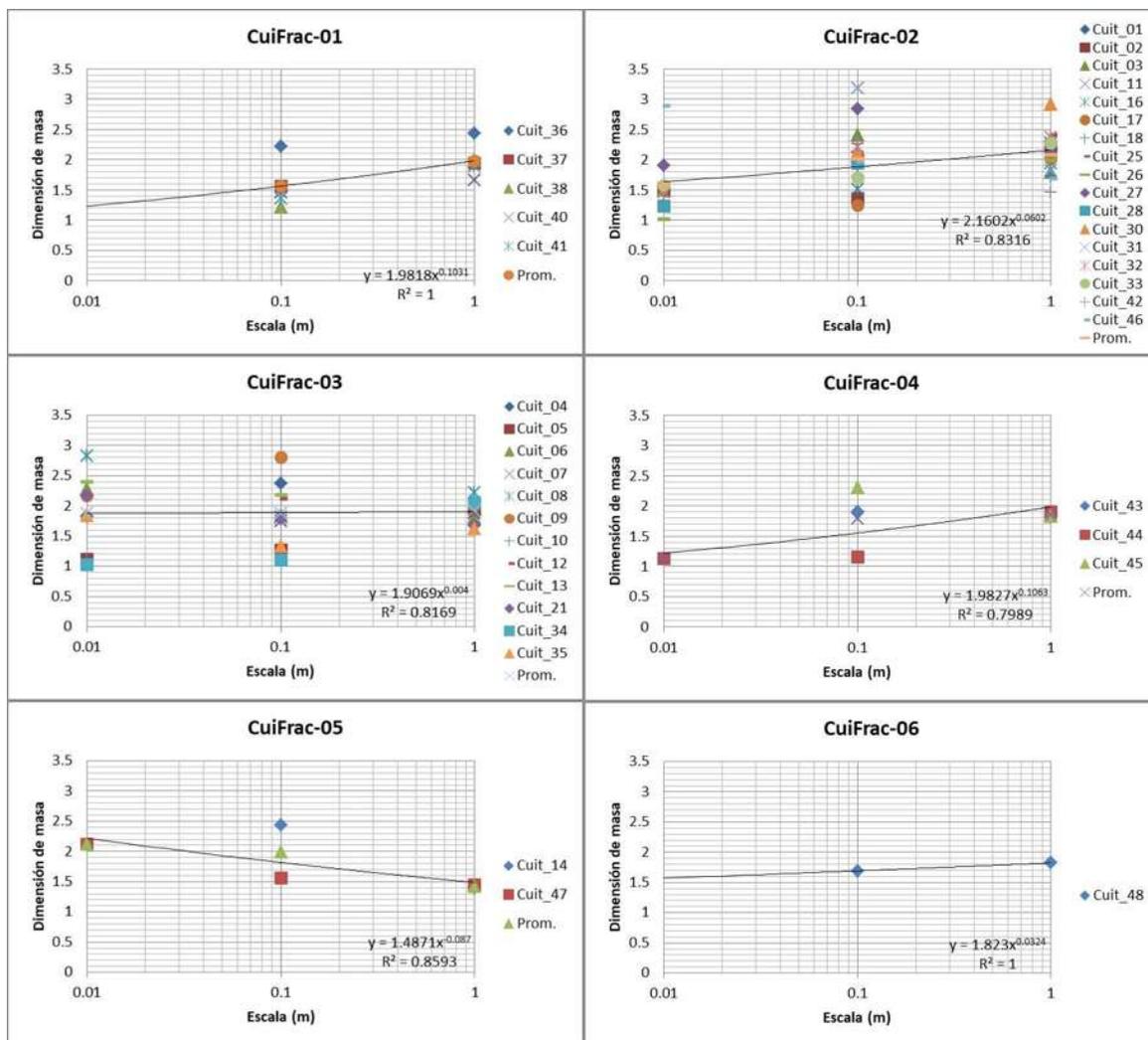


La dimensión de masa por su parte no tiene un límite topológico por ello los gráficos presentan valores superior a 2. Este parámetro caracteriza el grado de agrupamiento de los puntos, indicando que a escalas pequeñas los puntos tienden a agruparse. Los resultados para puntos medios muestran una tendencia positiva con la escala de acuerdo a la recta (promedio), la cual cambia en proporciones diferentes para cada estación en un rango de valores entre 1 y 2.5, por lo tanto a escalas grandes los puntos están mejor distribuidos. Una excepción a lo anterior es la estación 05 que desciende con la escala, indicando un agrupamiento a escalas grandes.

Mapas de intersecciones: representación gráfica de las dimensiones de caja y masa vs escala para mapas de intersecciones de fracturas en tres escalas (1, 0.1 y 0.01 metros) donde la estación 5 pertenece a ignimbritas y el resto en andesitas. El análisis se realizó a través del programa *Fractalyse* de uso libre. En mapas la dimensión caja tiene límites topológicos entre 1-2 y se enfoca en la distribución de las puntos dentro del mapa.

La dimensión de caja de igual forma que en los mapas de puntos medios, muestra valores en rangos de 1 a 1.2, donde la recta (promedio) es casi horizontal, no obstante los valores tienden a aumentar con la escala pero de forma casi imperceptible. Se puede interpretar que la distribución de intersección tiene un comportamiento fractal, aunque la cantidad de puntos está lejos de llenar un plano 2D pero no indica escases de fracturas ni ausencia de intersección, sin embargo el agrupamiento de puntos puede ser una característica en la distribución de los puntos de intersección.





La dimensión de masa por su parte no tiene un límite topológico por ello los gráficos presentan valores superior a 2. Este parámetro caracteriza el grado de agrupamiento de los puntos, indicando que a escalas pequeñas los puntos tienden a agruparse. Los resultados para puntos intersección muestran una tendencia positiva con la escala de acuerdo a la recta (promedio), la cual cambia en proporciones diferentes para cada estación en un rango de valores entre 1 y 2.5, por lo tanto a escalas grandes los puntos están mejor distribuidos. Una excepción a lo anterior es la estación 05 que desciende con la escala, indicando un agrupamiento a escalas grandes. Si se comparan los gráficos para puntos medios e intersecciones en dimensión de masa y caja se puede observar que la distribución es similar en ambos casos.

Los capítulos 7 y 8 presentan los resultados y discusión referente a los anexos.