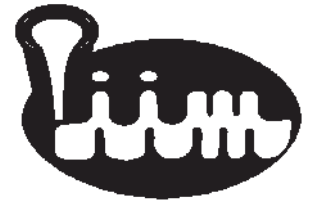




UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES METALÚRGICAS

“CONTROL DE TAMAÑO DE BURBUJAS EN SISTEMAS DE FLOTACIÓN  
UTILIZANDO DISPERSORES DE GAS TIPO JET DE ORIFICIO DE  
DESCARGA DE ABERTURA VARIABLE”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN METALURGIA Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES

PRESENTA:  
ING. GERARDO EMERSON BARRERA MENDOZA

MORELIA MICHOACÁN, NOVIEMBRE DEL 2008

a mi prometida, Karen  
a mis padres  
a mis hermanas  
a mis amigos

## AGRADECIMIENTOS

A mi asesor, el Dr. Francisco J. Tavera Miranda por su coordinación y actitud docente, por la motivación y entusiasmo hacia este trabajo de investigación. Por su guía y consejos hacia mi futuro profesional.

A mi coasesor, el Dr. Ramiro Escudero García, por su apoyo y orientación durante mi estancia en el Instituto, así como aportar ideas que enriquecieron este trabajo.

A mis sinodales, Dr. Ricardo Morales Estrella, Dr. Juan Serrato Rodríguez, Dr. Carlos Alberto León Patiño y la Dra. Ena Athenea Aguilar Reyes, cuya guía, sugerencias y comentarios constructivos me permitieron aprender de sus experiencias.

A mis padres Gerardo y Columba, por sus consejos e interés en este trabajo, así como su constante apoyo hacia mi crecimiento no sólo como profesional, sino como persona.

A mis hermanos, Cici, Erandi y Edson, por su compañía y hacer mi vida más alegre.

A mi prometida, Karen, por su paciencia, apoyo y por su amor. También agradezco a su familia: Sr. Luis, Sra. Ana María, Luis y Amín, por recibirme y sentir así que tengo una segunda familia.

A mis amigos, compañeros del Instituto, Roberto y Silvino, por hacer que la estadía en el mismo fuera amena. A mis amigos de la vieja guardia, Armando, Laura, Rodrigo, Fabricio, Daisy, Luis y Erick, por contar siempre con ustedes.

Por último, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por su apoyo en el financiamiento de este proyecto, y su incesante preocupación por el desarrollo de la ciencia y la tecnología en México.

## RESUMEN

En muchas aplicaciones de ingeniería se usan reactores de burbujeo, en donde un gas se dispersa en un medio líquido con el fin de llevar a cabo procesos de mezclado, reacción, separación, o para promover el transporte de masa y momento. En estas tecnologías, la eficiencia del proceso en cuestión depende del tamaño de las burbujas producidas, pues estas determinan la dimensión de la superficie vapor-líquido que se genera, la fracción de gas retenido en el líquido y el flujo del área superficial expuesta de las burbujas. En los procesos de concentración de minerales por flotación, en la flotación iónica y en la flotación coloidal, el tamaño de las burbujas que se produce es importante, porque de éste depende el comportamiento hidrodinámico del caudal burbujas-líquido y, finalmente, la eficacia en la formación del agregado especie-burbuja.

En el presente trabajo, se propone la aplicación de un método para la formación controlada de los tamaños de las burbujas al inyectar un gas en medios acuosos, utilizando inyector tipo jet con orificio de descarga de abertura variable, controlando la velocidad superficial del gas y la presión diferencial en el orificio de descarga. El principio del método se basa en que los tamaños de las burbujas formadas dependen de la energía cinética disipada por el gas y de la tensión superficial del medio. Los experimentos para validar la propuesta, se llevaron a cabo en una celda de flotación sub-aireada y en una columna de flotación, en escala planta piloto. Los resultados de las mediciones experimentales mostraron que:

El incremento en la concentración del modificador de la tensión superficial ocasiona una disminución en el tamaño de las burbujas, y un incremento en la fracción del gas retenido y en el área superficial del flujo de burbujas. Un aumento en la velocidad superficial del gas resulta en la disminución del tamaño de la burbuja debido al incremento en la cantidad de energía cinética del gas que se disipa para crear una nueva área superficial de la interfase vapor-líquido. El incremento en la velocidad

superficial de líquido no tiene efecto alguno en el tamaño de las burbujas, empero, este aumento ocasiona que el valor de la fracción de gas retenido se eleve.

El tamaño de las burbujas producidas por este tipo de dispersores puede anticiparse, si se conoce el valor de la energía cinética que se disipa al inyectar el gas en el seno del líquido, así como las propiedades fundamentales del sistema. El diseño del dispersor desarrollado en el presente trabajo permite controlar y estimar la energía cinética disipada de una manera relativamente sencilla, con lo cual es posible evaluar el tamaño de las burbujas.

Se puede anticipar que la simplicidad en este procedimiento puede garantizar, en dado caso, una transferencia tecnológica relativamente sencilla para su aplicación en la operación de la planta industrial.

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	I
<b>ÍNDICE</b> .....	III
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	VI
<b>LISTA DE SÍMBOLOS GRIEGOS</b> .....	VII
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	VIII
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	XI
<b>CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN</b> .....	1
1.1 Planteamiento del problema .....	1
1.2 Objetivo .....	3
1.3 Organización de la tesis.....	4
<b>CAPÍTULO II: ANTECEDENTES</b> .....	5
2.1 Dispersiones gas-líquido.....	5
2.1.1 Métodos de dispersión de gases en líquidos .....	6
2.1.2 Dispensores de gas .....	7
2.2 Proceso de flotación.....	8
2.3 Burbujas.....	10
2.3.1 Propiedades de una burbuja .....	13
2.3.1.a Velocidad de flotación .....	13
2.3.1.b Fracción de gas retenido.....	14
2.3.1.c Tamaño .....	14
2.4 Medición de las propiedades de una burbuja.....	16
2.4.1 Velocidad de flotación .....	16
a) Métodos no invasivos .....	16
b) Métodos invasivos .....	16
2.4.2 Fracción de gas retenido .....	17
a) Métodos para determinar la fracción de gas retenido global. ....	17
b) Métodos para determinar la fracción de gas retenido local.....	17
2.4.3 Diámetro de burbuja.....	20

a) Método fotográfico.....	22
b) Modelo de arrastre (drift-flux).....	22
2.5 Factores que afectan las propiedades de las burbujas .....	24
2.5.1 Velocidad superficial de gas.....	25
2.5.2 Velocidad superficial de líquido.....	25
2.5.3 Configuración del orificio de descarga .....	26
2.5.4 Viscosidad del líquido .....	26
2.5.5 Densidad del gas .....	27
2.5.6 Presencia de partículas sólidas.....	27
2.5.7 Tensión superficial .....	27
2.5.8 Agentes espumantes .....	28
<b>CAPÍTULO III: DESARROLLO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>30</b>
3.1 Material y equipo.....	31
3.1.1 Construcción y calibración del sensor de conductividad .....	31
3.1.2 Construcción del sensor para medir la velocidad superficial de gas .....	33
3.1.3 Visor de burbujas .....	34
3.1.4 Construcción de los dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable .....	36
3.2 Experimentación en celda de flotación sub-aireada.....	37
3.2.1 Medición de la tensión superficial .....	39
3.2.2 Medición del diámetro de burbuja: Método fotográfico.....	40
3.2.3 Estimación del diámetro de burbuja: Modelo Drift-Flux.....	42
3.2.4 Medición de la fracción de gas retenido.....	42
3.2.5 Medición de la velocidad superficial de gas .....	43
3.2.6 Medición de la caída de presión.....	44
3.3 Experimentación en columna de flotación.....	47
<b>CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSION .....</b>	<b>51</b>
4.1 Calibración del sensor de conductividad.....	51
4.2 Mediciones en celda de flotación sub-aireada .....	52
4.2.1 Efecto de la tensión superficial (concentración de espumante) .....	52
4.2.2 Efecto de la velocidad superficial de gas .....	56

---

4.2.3 Efecto de la velocidad superficial de líquido .....	60
4.2.4 Efecto de la energía cinética disipada.....	63
4.3 Mediciones en la columna de flotación .....	65
4.3.1 Efecto de la tensión superficial (concentración de espumante) .....	65
4.3.2 Efecto de la velocidad superficial de gas .....	67
4.3.3 Efecto de la energía cinética disipada.....	70
4.4 Tamaño de burbuja obtenido por método fotográfico y por modelo drift-flux .....	72
4.5 Modelo matemático propuesto para la predicción del tamaño de burbuja .....	75
<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>78</b>
5.1 CONCLUSIONES .....	78
5.2 RECOMENDACIONES .....	80
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>81</b>
<b>APÉNDICE A .....</b>	<b>85</b>
<b>APÉNDICE B .....</b>	<b>87</b>
<b>APÉNDICE C .....</b>	<b>90</b>
<b>APÉNDICE D .....</b>	<b>91</b>
<b>APÉNDICE E.....</b>	<b>92</b>
<b>APÉNDICE F.....</b>	<b>104</b>

**LISTA DE SÍMBOLOS**

A	área de la sección transversal de la celda de conductividad, $\text{cm}^2$
C	constante de celda, $\text{cm}^{-1}$
C'	concentración de las partículas en una pulpa mineral, $\text{masa}\cdot\text{volumen}^{-1}$
[C]	concentración de espumante, ppm
$d_{10}$	diámetro medio de la burbuja, mm
$d_{20}$	diámetro superficial de la burbuja, mm
$d_{30}$	diámetro volumétrico de la burbuja, mm
$d_{32}$	diámetro Sauter de la burbuja, mm
$d_{32V}$	diámetro Sauter de la burbuja corregido a las condiciones normales de presión y temperatura
$d_b$	diámetro de la burbuja, mm
$d_c$	diámetro del equipo de flotación, mm
$d_o$	diámetro del orificio de descarga del dispersor de gas, mm
$d_p$	diámetro de la partícula sólida en una pulpa mineral, mm
$\Delta E$	energía cinética disipada por el gas, $\text{J}\cdot\text{g}^{-1}$
g	aceleración de la gravedad, $\text{cm}/\text{s}$
$J_g$	velocidad superficial de gas, $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
$J_l$	velocidad superficial de líquido, $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
$k_1$	constante cinética de flotación, $\text{tiempo}^{-1}$
K	conductividad eléctrica, $\text{mS}\cdot\text{cm}^{-1}$
k	conductancia eléctrica, mS
$k_d$	conductividad eléctrica de la dispersión gas-líquido, $\text{mS}\cdot\text{cm}^{-1}$

$k_l$	conductividad eléctrica de la fase líquida, $\text{mS}\cdot\text{cm}^{-1}$
$L$	longitud de la celda de conductividad
$N_d$	número de dispersión
$N_{Re}$	número de Reynolds
$\Delta P$	caída de presión en el dispersor de gas
$Q$	flujo volumétrico de gas, $\text{volumen}\cdot\text{tiempo}^{-1}$
$R$	radio interno del dispersor
$r$	radio del orificio de descarga de gas del dispersor
$Re_b$	número de Reynolds de la burbuja
$Re_s$	número de Reynolds del enjambre de burbujas
$S_b$	área superficial de flujo de burbujas, $\text{s}^{-1}$
$U_t$	velocidad terminal de la burbuja, $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
$U_{sb}$	velocidad relativa entre la fase gas y la fase líquida, $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$

## LISTA DE SÍMBOLOS GRIEGOS

$\varepsilon_g$	fracción volumétrica de gas retenido
$\mu_l$	viscosidad de la fase líquida, $\text{g}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
$\mu_{sl}$	viscosidad de la pulpa mineral, $\text{g}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
$\rho_g$	densidad de la fase gaseosa, $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$
$\rho_l$	densidad de la fase líquida, $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$
$\rho_{sl}$	densidad de la pulpa mineral, $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$
$\sigma$	tensión superficial, $\text{dina}\cdot\text{cm}^{-1}$

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 2.1</b> Celda mecánica de flotación.....	9
<b>Figura 2.2</b> Columna de flotación .....	10
<b>Figura 2.3</b> Comportamiento de la fracción de gas retenido con la velocidad superficial de gas .....	25
<b>Figura 3.1</b> Presentación esquematizada de la metodología seguida en la investigación experimental.....	30
<b>Figura 3.2</b> Detalles (izquierda) y vista isométrica del sensor (derecha).....	31
<b>Figura 3.3</b> Polaridad de los electrodos y superficies de isopotencial dentro del sensor de conductividad .....	32
<b>Figura 3.4</b> Sensor de conductividad modificado para determinar la velocidad superficial de gas .....	33
<b>Figura 3.5</b> A la izquierda, vista frontal, al centro vista lateral y a la derecha vista isométrica del visor de burbujas.....	34
<b>Figura 3.6</b> Visor de burbujas con el sistema de extracción de aire y el sistema de iluminación.....	35
<b>Figura 3.7</b> Piezas de un dispersor de gas tipo jet.....	36
<b>Figura 3.8</b> Vista isométrica de un dispersor de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable .....	37
<b>Figura 3.9</b> Celda de flotación sub-aireada con los 4 dispersores de gas instalados.....	38
<b>Figura 3.10</b> Secuencia experimental llevada a cabo en la celda de flotación para cada velocidad superficial de líquido .....	39
<b>Figura 3.11</b> Posiciones (5) de muestreo en la celda sub-aireada .....	41
<b>Figura 3.12</b> Secuencia de medición de la velocidad superficial de gas con el uso del sensor de conductividad.....	43
<b>Figura 3.13</b> Medición de la caída de presión en el dispersor.....	44
<b>Figura 3.14</b> Detalle de la boquilla de descarga del dispersor .....	46
<b>Figura 3.15</b> Vista lateral de la columna de flotación (izquierda) y detalle de la columna con los dispersores de gas instalados (derecha).....	47

<b>Figura 3.16</b> Vista lateral (izquierda) e isométrica (derecha) de la columna de flotación con el visor de burbujas montado .....	49
<b>Figura 3.17</b> Vista superior (izquierda) e isométrica (derecha) de las posiciones en las que se estimó la fracción de gas retenido .....	50
<b>Figura 4.1</b> Curva de calibración del sensor de conductividad eléctrica .....	51
<b>Figura 4.2</b> Efecto de la concentración de espumante en la tensión superficial, $J_g=0.625$ cm/s, $J_l=0.18$ cm/s.....	52
<b>Figura 4.3</b> Efecto de la tensión superficial en el diámetro de burbuja, $J_g=0.625$ cm/s, $J_l=0.18$ cm/s .....	53
<b>Figura 4.4</b> Efecto de la tensión superficial en la fracción de gas retenido, $J_g=0.625$ cm/s, $J_l=0.18$ cm/s .....	54
<b>Figura 4.5</b> Representación esquemática del concepto de $S_b$ .....	55
<b>Figura 4.6</b> Efecto de la tensión superficial en el área superficial de flujo de burbujas, $J_g=0.625$ cm/s, $J_l=0.18$ cm/s.....	56
<b>Figura 4.7</b> Efecto de la velocidad superficial de gas en el diámetro de burbuja, $J_l=0$ .....	57
<b>Figura 4.8</b> Efecto de la velocidad superficial de gas en la fracción de gas retenido, $J_l=0$ .....	58
<b>Figura 4.9</b> Efecto de la velocidad superficial de gas en el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ), $J_l=0$ .....	59
<b>Figura 4.10</b> Efecto de la velocidad superficial de líquido en el diámetro de burbuja, $J_g=0.625$ cm/s .....	60
<b>Figura 4.11</b> Burbujas atrapadas en el flujo de colas .....	61
<b>Figura 4.12</b> Efecto de la velocidad superficial de líquido en la fracción de gas retenido, $J_g=0.625$ cm/s .....	61
<b>Figura 4.13</b> Efecto de la velocidad superficial de líquido en el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ), $J_g=0.625$ cm/s .....	62
<b>Figura 4.14</b> Efecto de la energía cinética disipada en el diámetro de burbuja y el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ) .....	63
<b>Figura 4.15</b> Relación entre la energía cinética experimental y calculada .....	64

---

<b>Figura 4.16</b> Efecto de la tensión superficial en el tamaño de burbuja producido en la columna de flotación .....	65
<b>Figura 4.17</b> Efecto de la tensión superficial en la fracción de gas retenido en la columna de flotación .....	66
<b>Figura 4.18</b> Efecto de la tensión superficial en el área superficial de flujo de burbujas en la columna de flotación.....	67
<b>Figura 4.19</b> Efecto de la velocidad superficial de gas en el tamaño de burbuja producido en la columna de flotación.....	68
<b>Figura 4.20</b> Efecto de la velocidad superficial de gas en la fracción de gas retenido en la columna de flotación .....	69
<b>Figura 4.21</b> Efecto de la velocidad superficial de gas en el área superficial de flujo de burbujas en la columna de flotación.....	70
<b>Figura 4.22</b> Efecto de la energía cinética disipada en el diámetro de burbuja ( $d_b$ ) y el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ) en la columna de flotación .....	71
<b>Figura 4.23</b> Relación entre la energía cinética experimental y calculada en la columna de flotación .....	72
<b>Figura 4.24</b> Diámetros de burbuja medidos con el método fotográfico vs diámetros de burbuja calculados con el modelo drift-flux en la celda de flotación .....	73
<b>Figura 4.25</b> Diámetros de burbuja medidos con el método fotográfico vs diámetros de burbuja calculados con el modelo drift-flux en la columna de flotación.....	74
<b>Figura 4.26</b> Predicciones de tamaño de la burbuja con el uso del modelo empírico ....	75
<b>Figura 4.27</b> Predicciones de tamaño de la burbuja con el uso de redes neuronales....	76
<b>Figura 4.28</b> Predicción del tamaño de la burbuja con el uso del modelo empírico en la columna de flotación .....	77

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 3.1</b> Rango e intervalo de las variables controladas.....	40
<b>Tabla 3.2</b> Experimentos en columna de flotación.....	51
<b>Tabla B.1</b> Resultados experimentales en la celda de flotación sub-aireada .....	91
<b>Tabla C.1</b> Resultados experimentales en la columna de flotación .....	94

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Planteamiento del problema

La flotación es una operación fisicoquímica muy compleja que ha sido utilizada ampliamente en la industria química y en particular en la industria minero-metalúrgica ordinariamente en la recuperación y concentración de minerales para incrementar su valor económico. Hasta hace muy poco, la práctica de la flotación en el procesamiento de minerales se realizaba mirando las experiencias cotidianas, ignorando en la mayoría de los casos los conceptos fundamentales implicados en esta práctica; sin embargo, durante las últimas tres décadas el desarrollo de investigación fundamental para conocer los principios científicos que gobiernan los fenómenos que toman lugar en dichos procesos ha crecido en interés, siendo la base fundamental para lograr mejoras en los resultados de la aplicación de las diversas tecnologías y para el desarrollo de nueva tecnología.

La flotación también se utiliza en el tratamiento de aguas residuales, efluentes industriales, recuperación de suelos y en la eliminación de tinta de papel de reciclaje. En la flotación, las especies hidrófobas se recolectan y transportan a la superficie mediante burbujas de gas, las cuales se encuentran dispersas en un líquido, o una pulpa sólido-líquido, en cuya superficie forman una espuma, conocida como concentrado. Las especies hidrófilas permanecen en la fase líquida o en la pulpa y salen del proceso en una corriente que contiene los materiales no-flotados denominada corriente de colas. De lo anterior, se puede deducir que las burbujas de gas juegan un papel importante en el proceso de flotación y que el comportamiento y tamaño de las mismas afecta la eficiencia de colección de las especies hidrófobas.

En el proceso de flotación, la remoción de partículas ha sido descrita con un modelo cinético de primer orden (Arbiter et al., 1962), como se muestra en la ecuación 1.1. Es decir, la velocidad de flotación es constante con respecto a la concentración de partículas.

$$\frac{dC'}{dt} = -k_1 C' \quad (1.1)$$

Se han realizado algunos estudios (Jameson et al., 1977a; Díaz-Penafiel et al., 1994) para determinar el valor de la constante cinética de flotación  $k_1$ . A continuación se presentan algunas expresiones que representan la dependencia de la constante cinética con respecto al diámetro de burbuja:

$$k_1 \propto \frac{d_p^{1.5}}{d_b^3} \quad \text{para } 4 \mu\text{m} < d_p < 30 \mu\text{m} \text{ y } d_b < 100 \mu\text{m} \quad (1.2)$$

$$k_1 \propto \frac{d_p^2}{d_b^{2.67}} \quad \text{para } 10 \mu\text{m} < d_p < 50 \mu\text{m} \text{ y } 600 \mu\text{m} < d_b < 1000 \mu\text{m} \quad (1.3)$$

$$k_1 \propto \frac{1}{d_b^{1.54}} \quad \text{para } d_p < 50 \mu\text{m} \text{ y } 800 \mu\text{m} < d_b < 2000 \mu\text{m} \quad (1.4)$$

En las ecuaciones anteriores es notorio que a medida que el diámetro de burbuja  $d_b$  disminuye, para una determinado diámetro de partícula  $d_p$ , la constante cinética de flotación aumenta, lo que se ve reflejado en un incremento en la remoción de partículas del sistema de flotación, y con ello, un aumento en la eficiencia del equipo de flotación.

Con lo anterior, se puede pensar que en un sistema de flotación es deseable generar burbujas lo más pequeñas posible para mejorar la eficiencia del proceso; sin embargo, las burbujas deben tener un tamaño tal que permita que una vez que se forma el agregado burbuja-partícula hidrófoba su densidad relativa sea menor que la densidad de la pulpa y, por lo tanto, tenga suficiente fuerza de flotación para ascender a la espuma. Por lo tanto, para una determinada aplicación en un sistema de flotación, el tamaño de burbuja debe ser aquel que provea la mayor área superficial para el contacto burbuja-partícula hidrófoba, pero que permita la flotación de este agregado a la superficie del líquido.

El tamaño de las burbujas producidas depende de algunas variables de operación del sistema, tales como la velocidad superficial de gas ( $J_g$ ), la velocidad superficial de líquido ( $J_l$ ) y la concentración de espumante, así como de algunas propiedades

fisicoquímicas del sistema, como la viscosidad del líquido ( $\mu_l$ ), la densidad del gas ( $\rho_g$ ), la densidad del líquido ( $\rho_l$ ) y la tensión superficial ( $\sigma$ ).

Un problema con el que se enfrentan los ingenieros en planta, es el hecho de que no existe un control sobre el tamaño de las burbujas que se generan en el equipo de flotación. Una posible forma para poder controlar el tamaño de las burbujas es mediante el control de la energía cinética disipada por el dispersor de gas en el sistema de flotación.

En la práctica, las burbujas se generan mediante dos tipos de dispersores: internos y externos. Entre los dispersores internos más comúnmente utilizados se puede mencionar aquellos fabricados con materiales porosos, tales como fibras textiles y metales, o cerámicos y vidrios sinterizados; éstos tienen la desventaja que se obstruyen y deben recibir mantenimiento con frecuencia. Entre los dispersores externos se encuentran aquellos que mezclan la pulpa y el aire en el exterior del equipo de flotación, y aquellos del tipo tobera o toberas de inyección del gas, pudiendo ser de orificio con tamaño variable de la descarga. La desventaja de los dispersores externos es que su operación es más complicada en comparación con los dispersores internos y requieren de un entrenamiento de sus operadores.

En este trabajo se analiza el efecto que tiene la energía cinética disipada en el tamaño de burbujas en un sistema de flotación. La experimentación se realizó en una celda de flotación de escala laboratorio y en una columna de flotación de nivel planta piloto; se utilizaron dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga variable. Se espera que el control de la energía cinética disipada permita un control del tamaño de burbuja producido.

## **1.2 Objetivo**

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar un método de inyección de gases en líquidos, el cual permita controlar el tamaño de las burbujas que se generan al alimentar un flujo de gas en régimen jet; al alcanzar este objetivo, será posible llevar a cabo aplicaciones particulares de separación selectiva de especies presentes en medios acuosos en sistemas de flotación de una manera eficiente.

Además, se tienen los siguientes objetivos particulares:

- Determinar experimentalmente las características de dispersiones gas-líquido y compararlas con las estimadas por modelos matemáticos.
- Desarrollar un método que permita relacionar las características en la formación de áreas superficiales de interfases vapor-líquido con la energía que se demanda para ese proceso.
- Relacionar la energía cinética disipada con las variables de operación del proceso de flotación, las características de operación del dispersor de gas y las propiedades fisicoquímicas del sistema.
- Desarrollar el modelo de control de dimensiones de las burbujas, que permita su aplicación en-línea y tiempo real.

### **1.3 Organización de la tesis**

En el Capítulo I se describe a grandes rasgos el proceso de flotación, se plantea el problema del control del tamaño de burbuja y se detalla la estructura de la tesis.

En el Capítulo II se presenta una revisión bibliográfica que incluye la descripción del proceso de flotación, las variables que afectan el tamaño de las burbujas, y los métodos empleados en la medición del tamaño de burbuja.

El Capítulo III incluye la secuencia experimental llevada a cabo, detallando las especificaciones del equipo utilizado y se presenta un esquema de la metodología aplicada a los experimentos realizados.

Los resultados y su discusión se presentan en el Capítulo IV. Se enfatiza particularmente sobre la relación que existe entre la energía cinética disipada y el tamaño de burbuja. En el Capítulo V se presentan las conclusiones derivadas de las observaciones experimentales del trabajo y recomendaciones para trabajo futuro en esta línea de investigación.

Finalmente, en los Apéndices se incluye un glosario, los datos experimentales y el código de los programas computacionales realizados.

## **CAPÍTULO II**

### **ANTECEDENTES**

En el campo minero-metalúrgico la aplicación de la flotación por espuma es una técnica de concentración de minerales que consiste en introducir un gas (generalmente aire) en una pulpa mineral que contiene partículas sólidas, algunas de naturaleza hidrófoba y otras de naturaleza hidrófila; las primeras tienden a adherirse a la interfase vapor-líquido mientras que las segundas permanecen humectadas en el seno de la pulpa. Al introducir el gas en la pulpa se pretende que éste se disperse en forma de burbujas, presentando un contacto eficiente entre las fases sólido, líquido y gas. Con la disminución del tamaño de las burbujas, su tiempo de residencia en la pulpa mineral aumenta, así como la superficie específica de la interfase vapor-líquido; con el incremento de estas dos variables la probabilidad de que exista un contacto entre las burbujas de gas y los sólidos hidrófobos contenidos en la pulpa mineral es mayor.

El comportamiento de cualquier sistema de flotación depende grandemente de la dimensión de las burbujas, lo cual finalmente determinará sus características de circulación y mezclado.

Por lo tanto, el tamaño de burbuja juega un papel crucial en la eficiencia de un proceso de flotación, por lo que es importante conocer cómo se forma una burbuja, cuáles son los factores que afectan su tamaño, algunos métodos disponibles para la estimación de su tamaño, así como una descripción del proceso de flotación.

#### **2.1 Dispersiones gas-líquido**

Los sistemas de contacto gas-líquido son utilizados en la industria para la transferencia de masa, calor y/o momento entre las fases, sujeta a restricciones de equilibrio termodinámico. El equipo de proceso para este tipo de sistemas requiere ser diseñado de manera que se logre la transferencia con un costo mínimo de energía e inversión de capital. Las dispersiones multi-fase se encuentran en la industria química, petroquímica y en la industria de los minerales.

En aplicaciones tales como la flotación, destilación y absorción, la interacción de las fases ocurre al hacer burbujear gas en un continuum líquido (pudiendo éste ser una pulpa sólido-líquido), y el equipo en el cual se efectúa el proceso se diseña con base en el conocimiento de parámetros hidrodinámicos que dan como resultado una operación óptima.

La presencia de un gas disperso en un líquido provee una gran área interfacial para la transferencia de calor y masa. Para maximizar el área interfacial vapor-líquido y mejorar los fenómenos de transporte, se requiere tener burbujas pequeñas, así como una distribución radial uniforme de las mismas.

En procesos de flotación, la dispersión de burbujas de gas en un líquido se efectúa con uno de los siguientes objetivos:

- Contacto gas-líquido. Generalmente, esta operación se lleva a cabo en celdas de flotación (columnas, mecánicas, sub-aireadas, Jameson), con la finalidad de promover el contacto entre las fases.
- Producción de espuma. Esto es importante en separaciones por flotación, así como en la manufactura de elastómeros celulares, plásticos y en algunos productos alimenticios.

### **2.1.1 Métodos de dispersión de gases en líquidos**

Para dispersar un gas en un líquido, se puede aplicar alguno de los siguientes mecanismos:

- Un líquido volátil puede vaporizarse y formar burbujas, ya sea por disminución de la presión del sistema o por incremento de la temperatura del mismo.
- Por una reacción química que produzca un gas
- Introducir el gas en el líquido a través de un dispersor
- Por la destrucción de una burbuja de gran tamaño o una corriente de gas causada por turbulencia en el líquido.

### 2.1.2 Dispersores de gas

Las características del diseño de los dispersores de gas utilizados en los procesos de flotación tienen una influencia decisiva en los tamaños de burbuja producidos y su distribución en el continuum, lo cual afecta la magnitud y el valor de la fracción de gas retenido, el área interfacial y la velocidad de flotación (Cheng et al., 1996).

De una forma general, los dispersores de gas pueden ser clasificados en dos grupos: internos y externos.

#### a) *Dispersores internos*

Estos dispersores generan las burbujas dentro del equipo de flotación; se pueden dividir en perforados y porosos.

Los dispersores de tubos perforados deben ser diseñados de tal manera que la caída de presión entre cada orificio sea mayor a la caída de presión a lo largo de todo el dispersor; en caso contrario, es posible que los orificios más lejanos a la alimentación del gas no funcionen de manera adecuada.

Los dispersores porosos, los cuales pueden ser rígidos o flexibles, producen fracciones de gas retenido mayores a las generadas por dispersores perforados (Dobby & Finch, 1990). Esta es una de las razones por las cuales los dispersores porosos eran utilizados con mayor frecuencia en columnas de flotación. En la actualidad, los dispersores perforados y porosos en las celdas de flotación (sub-aireadas y columnas) están siendo sustituidos por inyectores de gas tipo tobera, debido a que estos producen mayores fracciones de gas retenido, además requieren poco mantenimiento, ya que no se obstruyen con material sólido, lo cual ocurre con los dispersores porosos.

#### b) *Dispersores externos*

El término *externo* se refiere al hecho de que el gas y el líquido que va a ser procesado entran en contacto fuera del equipo de flotación. Una vez que se ha generado la dispersión gas-líquido, ésta se alimenta en la parte inferior del equipo. Este tipo de dispersores tiene la ventaja de que su mantenimiento es sencillo, en comparación con los internos, además de que existe una menor probabilidad de oclusión del dispersor (Cheng et al., 1996).

## 2.2 Proceso de flotación

La flotación es una operación unitaria, es decir, un método de tratamiento en el que toman lugar fenómenos físicos y químicos, que se emplea para la separación de especies hidrófobas dispersas en una fase líquida.

La separación se consigue introduciendo finas burbujas de gas, generalmente aire, en la fase líquida. Las partículas con superficie hidrófoba se adhieren a las burbujas, y la fuerza de flotación que experimenta el conjunto burbuja-partícula hace que asciendan hasta la superficie del líquido, siempre y cuando la densidad relativa del agregado burbuja-sólido sea menor que la densidad de la pulpa.

Cuando se procesan sólidos, éstos tienen que ser triturados y molidos previamente, con la finalidad de liberar las especies que los constituyen y aumentar el área superficial. En caso de que la materia de interés no sea hidrófoba, se agregan reactivos químicos que se adsorben selectivamente en las partículas, modificando su superficie; de esta manera, las partículas de interés adquieren un carácter hidrófobo y pueden ser flotadas. Estos reactivos químicos son denominados colectores; este proceso de modificación de la superficie hidrófila o hidrófoba, con los reactivos de flotación, depende de las características de pH de la pulpa, lo que determina la polaridad del potencial.

Las especies hidrófobas ascienden a la superficie del líquido adheridas a las burbujas de gas, en donde se aglomeran formando una espuma o concentrado de la sustancia flotada. Esta espuma se separa por métodos mecánicos o por gravedad.

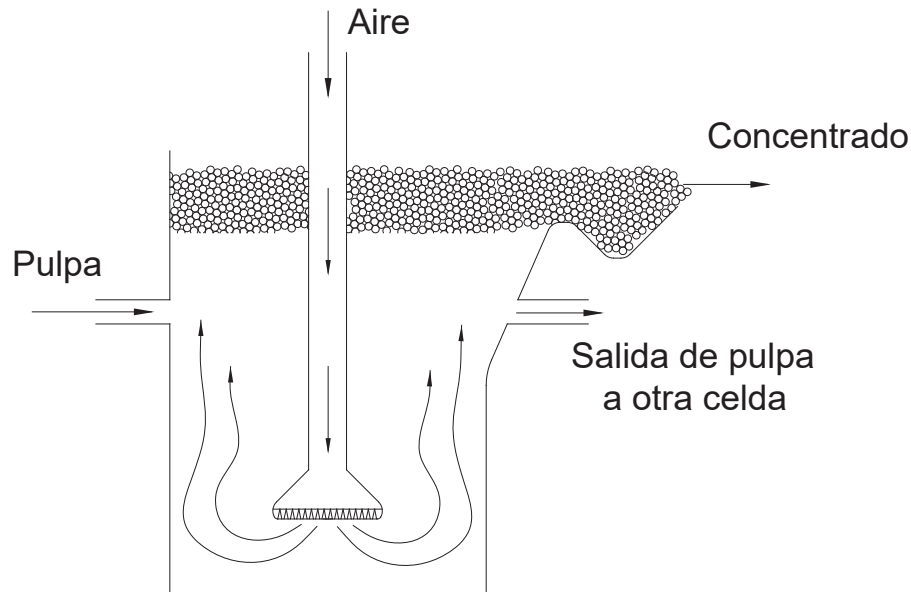
Las aplicaciones de la flotación se pueden dividir en dos grupos: aplicaciones minerales y no minerales.

- a) Aplicaciones minerales: Con el uso de este proceso se concentran principalmente minerales de cobre, molibdeno, plomo, zinc, hierro, oro, plata, níquel, tungsteno, litio, estaño, carbón, diamantes, etc.
- b) Aplicaciones no minerales: La flotación también es utilizada para el tratamiento de aguas residuales (eliminación de materia suspendida y concentración de lodos biológicos), en el reciclado de papel (flotación de tinta del papel),

tratamiento de suelos (remoción de pesticidas, aceites y elementos radioactivos) y en flotación de iones disueltos en agua.

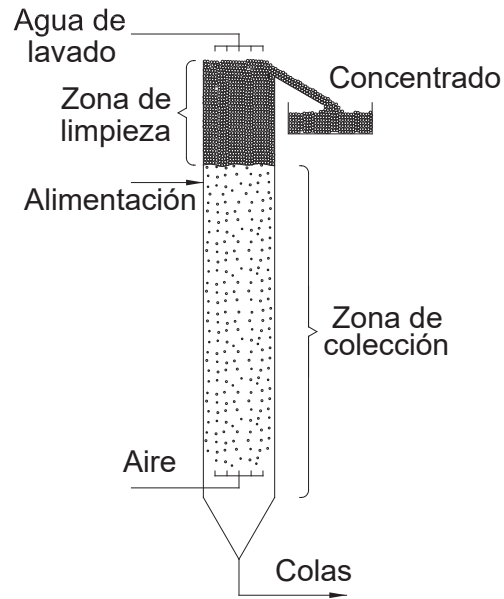
La flotación puede ser llevada a cabo en diferentes celdas de flotación, tales como las celdas mecánicas, celdas sub-aireadas, columnas de flotación o en celdas Jameson.

En las celdas mecánicas el aire se introduce a través de un dispersor-agitador. La Figura 2.1 muestra un esquema simplificado de una celda mecánica.



**Figura 2.1** Celda mecánica de flotación

En una columna de flotación el aire se introduce por el fondo a través de dispersores de gas y la alimentación se introduce cerca de la parte superior, a aproximadamente un tercio de la altura total de la columna. La Figura 2.2 esquematiza una columna de flotación con sus principales componentes (Dobby & Finch, 1990).



**Figura 2.2** Columna de flotación

En el proceso de flotación, el tamaño de burbuja ( $d_b$ ) juega un papel muy importante, ya que de él depende la constante cinética del proceso ( $k_1$ ), como se muestra en la ecuación 2.1 (Jameson et al., 1977b):

$$k_1 \propto \frac{d_p^2}{d_b^{2.67}} \quad (2.1)$$

Por lo tanto, se puede concluir que el control del tamaño de burbuja permitiría un control de la cinética del proceso de flotación, y consecuentemente, de la eficiencia de éste.

### 2.3 Burbujas

Una burbuja es un glóbulo de gas o vapor rodeado por una masa de líquido o una película delgada de líquido. En general, las burbujas pueden ser originadas de tres fuentes:

- Pueden formarse por la despresurización del gas de una solución.
- Por la descomposición de un componente en el líquido.
- Pueden ser producidas al introducir un gas directamente en el líquido mediante un dispersor.

- Pueden ser resultado de la fragmentación o rompimiento de burbujas de mayor tamaño presentes en el líquido.

En general, es bien conocido que un gas que pasa a través de un orificio o de un material poroso, como efecto de fuerzas viscosas y de tensión superficial actuando sobre el sistema, no puede mantenerse como una fase continua, donde sólo es posible a números de Reynolds muy altos. La discontinuidad de la fase gas genera burbujas.

En dispersores de gas, la formación de burbujas se puede originar en dos formas distintas de orificios:

- 1) Formación en un sólo orificio. La formación de burbujas en un orificio o en un capilar sumergido en un líquido ha sido caso de estudio de muchos trabajos experimentales y teóricos (Perry & Green, 1999).

Este régimen se puede dividir, a su vez, en tres grupos:

- a. Régimen de burbujeo. En este régimen, las burbujas son producidas una a la vez; su tamaño está determinado por el tamaño del orificio  $d_o$ , la tensión superficial de la película gas-líquido  $\sigma$ , las densidades del líquido  $\rho_l$  y del gas  $\rho_g$ , y la aceleración de la gravedad, como se observa en la ecuación (2.2).

$$d_b = d_o \left[ \frac{6\sigma}{d_o^2(\rho_l - \rho_g)} \right]^{1/3} \quad (2.2)$$

Este régimen se presenta para números de Reynolds menores a 200. El tamaño de burbuja es definido por el diámetro del orificio, tensión superficial y por la densidad de las fases gas y líquido. Si se incrementa la velocidad del gas, se da paso al régimen de transición.

- b. Régimen de transición. Se caracteriza por la formación periódica de burbujas, proporcional al flujo de gas. En este régimen, el tamaño de burbuja depende del flujo de gas  $Q$  y de la fuerza de gravedad  $g$ :

$$d_b = 1.378 \times \frac{6Q^{6/5}}{\pi g^{3/5}} \quad (2.3)$$

Si se aumenta aún más el flujo de gas, se genera el régimen jet, o turbulento.

- c. Régimen turbulento o *jet*. Con flujos de gas todavía mayores ( $N_{Re} > 2100$ ), comienza a existir una turbulencia en el orificio de descarga del dispersor, y la corriente de gas comienza a tomar un comportamiento tipo jet (una corriente de gas a alta velocidad), la cual se descompone en burbujas de menor tamaño a unos 5 – 7 cm arriba del orificio (Perry & Green, 1999). En este régimen las burbujas se forman por la disgregación del jet; el movimiento ascendente generado por las burbujas induce una fuerte recirculación en el líquido: ascendente cerca del jet y descendente lejos de él. La corriente de burbujas producidas consta de pequeñas burbujas muy cercanas entre sí, cuyo movimiento describe una espiral, debido a la alta velocidad de éstas. Existen muchos reportes contradictorios acerca de este régimen (Silberman, 1960; Leibson et al., 1956), y aún no ha sido posible describir con claridad el fenómeno observado en este régimen de burbujeo.

- 2) Formación en orificios múltiples. En un dispersor poroso aumenta la probabilidad de que exista coalescencia (es decir, que las burbujas tienen la tendencia a chocar y unirse entre sí y formar, de esta manera, burbujas de mayor tamaño) debido a la cercanía entre los poros del dispersor. A altas velocidades de flujo de gas, la probabilidad de que exista coalescencia aumenta. Cuando se tienen burbujas muy pequeñas (como las originadas con un dispersor hecho de material poroso sinterizado), es un hecho que existirá coalescencia.

Algunos reportes mencionan la existencia de dos zonas de tamaños de burbuja (Polli et al., 2002; Majumder et al., 2006), además de los tres regímenes de burbujeo: una zona localizada cerca del dispersor, en la cual el tamaño de las burbujas está determinado por uno de los tres regímenes de formación, y otra zona localizada en el seno del líquido, en la cual las propiedades de las burbujas están gobernadas por el flujo del líquido.

En la concentración de minerales, las burbujas de aire son componentes indispensables para el proceso de flotación, ya que las partículas hidrófobas se adhieren a las burbujas y son llevadas por éstas a la superficie, mientras que las partículas hidrófilas permanecen en la fase líquida y salen del equipo de flotación con la corriente de colas.

### **2.3.1 Propiedades de una burbuja**

La eficiencia de un sistema gas-líquido está definida por la manera como se dispersa el gas en el líquido. Por ejemplo, en una columna de flotación, el tamaño de las burbujas y su distribución varían con la altura, debido a la coalescencia y ruptura de las burbujas (Mandal et al., 2005).

Las principales propiedades que presentan las dispersiones gas-líquido son el tamaño de la burbuja, la fracción de gas retenido y la velocidad de flotación. El factor principal que determina estas propiedades es el tipo de dispersor de gas, sin embargo, esto es válido a flujos de gas bajos (Lee et al., 2003).

El comportamiento de las burbujas tiene una relación directa con la hidrodinámica, transferencia de masa y eficiencia del equipo de flotación. En procesos de flotación, el tamaño de burbuja, la velocidad de flotación y la profundidad de la zona de colección definen el tiempo de residencia aparente del gas, y, por lo tanto, el tiempo de operación.

Se puede concluir que las propiedades de las dispersiones gas-líquido son parámetros importantes en el control del proceso de flotación.

#### **2.3.1.a Velocidad de flotación**

Una vez que una burbuja se ha formado en el líquido, comienza a elevarse, debido a las fuerzas de flotación. La flotación de una burbuja en un líquido es un fenómeno que ha sido estudiado desde hace muchas décadas (Kulkarni et al., 2005). Éste es un fenómeno muy interesante, ya que las otras propiedades de las burbujas (tamaño y fracción de gas retenido) muestran un comportamiento dinámico de sistema a sistema, lo que hace muy complicado desarrollar alguna correlación general que describa la velocidad de flotación en todos los regímenes en sistemas gas-líquido. El problema ha

sido abordado en algunos trabajos que proponen balances de fuerza. Las principales fuerzas que actúan sobre una burbuja son las de flotación, gravedad, arrastre, tensión superficial y fuerzas viscosas. A medida que disminuye el tamaño de una burbuja, la velocidad de flotación disminuye. La velocidad de flotación es inversamente proporcional a la presión del sistema.

### **2.3.1.b Fracción de gas retenido**

La fracción de gas retenido  $\epsilon_g$  es la relación del volumen de las burbujas de aire con respecto al volumen de la dispersión aire-líquido (Hofmeester, 1988). Generalmente se expresa en porcentaje en volumen.

La fracción de gas retenido juega un papel fundamental en el diseño de un equipo de dispersión gas-líquido. La fase gas se mueve en la dispersión en uno de los dos regímenes existentes: laminar o turbulento, dependiendo del número de Reynolds.

Si la fracción de gas retenido es baja, la transferencia de masa disminuye, debido a que existe poca área superficial de las burbujas para realizar el transporte de masa. Con fracciones de gas retenido mayores, se tiene una superficie de transferencia grande, y de esta manera, se incrementa la eficiencia de colección. Sin embargo, se debe considerar que al aumentar la fracción de gas retenido, el volumen útil del equipo de flotación disminuye. La fracción de gas retenido no puede ser calculada a partir de correlaciones empíricas, por lo que debe ser estimada en cada equipo de contacto gas-líquido.

### **2.3.1.c Tamaño**

Las características de la dispersión de un gas dentro de un equipo de flotación presentan un aspecto determinante en su desempeño. Un sistema ideal debe tener pequeñas burbujas distribuidas de manera uniforme en la sección transversal del equipo para maximizar el área interfacial e incrementar los fenómenos de transporte, así como disminuir la circulación y el mezclado axial. El conocimiento de la fracción de gas retenido y del tamaño de burbuja permite la determinación del área interfacial

disponible, la cual es muy importante en los procesos de transferencia de masa. En sistemas de dos fases gas-líquido, se considera que la variación de tamaños de burbuja a lo largo de una columna es ocasionada por la coalescencia y ruptura de las burbujas (Mandal et al., 2005).

La flotación es la mejor técnica para separar partículas finas en el procesamiento de minerales; sin embargo, cuando las partículas son demasiado pequeñas ( $<20\mu\text{m}$ ), la eficiencia disminuye, como consecuencia del decremento en la probabilidad de colisión entre la partícula sólida y la burbuja (Lee et al., 2003). El diámetro de burbuja juega un papel crítico en el proceso de flotación. Hay trabajos que indican que la generación de microburbujas puede mejorar la recuperación de partículas finas (Cheng et al., 1996).

Es importante mencionar que en la mayoría de los procesos industriales no se manejan condiciones tales que permitan trabajar en el régimen homogéneo de burbujas, por lo tanto, las burbujas no tienen un tamaño único, sino que presentan una distribución de tamaños (Barigou et al., 1991; Mandal et al., 2005; Polli et al., 2002; Majumder et al., 2006). Hay trabajos que indican la presencia de distribuciones de burbujas con un sesgo positivo, es decir, que la distribución tiene una cola asimétrica hacia los valores mayores; dicho comportamiento es típico de una distribución log-normal.

Dada la gran importancia del tamaño de burbuja en procesos de dispersión, es indispensable conocer su distribución de tamaño; desarrollar un modelo teórico para predecir el tamaño de burbuja en un sistema de inyección gas-líquido es muy complejo, por lo que se opta por desarrollar modelos empíricos (Majumder et al., 2006).

El tamaño de una burbuja generada en un orificio, bajo condiciones de equilibrio, puede ser calculado utilizando datos termodinámicos, de los cuales se puede notar una clara dependencia de la tensión superficial (Cho et al., 2002). Sin embargo, en la práctica, las burbujas se forman rápidamente, por lo que los cálculos basados en equilibrio no son adecuados para predecir el tamaño de burbuja.

## **2.4 Medición de las propiedades de una burbuja**

La eficiencia de un sistema gas-líquido está definida por la dispersión del gas en el líquido. El conocimiento de las propiedades de las dispersiones gas-líquido permite la determinación de algunos parámetros hidrodinámicos, los cuales permiten que el sistema de dispersión tenga un buen desempeño.

### **2.4.1 Velocidad de flotación**

Los métodos que son empleados con mayor frecuencia en la medición de la velocidad de flotación se pueden clasificar en métodos invasivos y no invasivos.

#### **a) Métodos no invasivos**

El método fotográfico es el más empleado para medir velocidades de flotación en sistemas transparentes. Este método da buenos resultados en sistemas bidimensionales o incluso en sistemas tridimensionales (Kulkarni et al., 2005). Otro método es el uso de un laser: se inyecta un colorante fotosensible y el movimiento de la burbuja genera un desplazamiento en el líquido el cual es detectado por el laser, ya que éste induce fluorescencia en el líquido (Takemura et al., 2004). Para medir la velocidad de flotación también se puede utilizar el método denominado Velocímetro de Partículas de Imágenes (PIV). Este consiste en un procesamiento y análisis de las imágenes, por ejemplo, detección de bordes e imágenes bicolor (Kulkarni et al., 2005).

#### **b) Métodos invasivos**

Las mediciones realizadas con los métodos incluidos en esta categoría deben ser tomadas con reserva, debido al hecho de que el instrumento de medición provoca alteraciones en los patrones de flujo (Kulkarni et al., 2005). Los sensores ópticos basan su funcionamiento en la detección de la reflectividad de la fase gas y la fase líquida (Saberri et al., 1995). En este grupo también se incluyen los sensores de capacitancia o conductividad. La velocidad de flotación también puede ser determinada utilizando Rayos X o Rayos Gamma (Saito et al., 2004); estos métodos tienen la ventaja de no depender de las características de las

fases gas y líquida, pero tienen la desventaja de presentar un alto costo, así como un riesgo a la salud al exponerse a esta clase de radiaciones.

### 2.4.2 Fracción de gas retenido

Los métodos para estimar la fracción de gas retenido se pueden clasificar en dos grandes grupos (Dobby & Finch, 1990):

#### a) Métodos para determinar la fracción de gas retenido global

El volumen ocupado por el gas dentro del sistema es la diferencia entre el volumen medido de la dispersión gas-líquido y el volumen del líquido. El volumen total de la dispersión se puede conocer midiendo el nivel de la dispersión, usando una escala sobre la pared del equipo de dispersión. El volumen de líquido se puede determinar al medir la diferencia de presión entre el fondo y la parte superior del equipo de dispersión o midiendo la altura del líquido antes de inyectar aire. La fracción de gas retenido se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta h}{L} \quad (2.4)$$

en donde:

$\Delta h$  es la diferencia de alturas entre el nivel del líquido y la dispersión

$L$  es la altura del nivel de líquido

#### b) Métodos para determinar la fracción de gas retenido local

La fracción de gas retenido local se puede determinar empleando varios métodos. Los métodos más comúnmente utilizados incluyen: mediciones locales de conductividad eléctrica en la dispersión (Tavera et al., 1998a); métodos que utilizan la capacidad de la fase gaseosa y líquida de absorber radiaciones gamma de manera diferente (Hofmeester, 1988); y mediciones de diferencias de presión estática entre dos puntos situados a una distancia vertical conocida, como se expresa en la ecuación (2.5).

$$\varepsilon_g = 1 - \frac{\rho_l}{\rho_d} \left( \frac{\Delta P}{L} \right) \quad (2.5)$$

en donde:

$\rho_l$  es la densidad de la fase líquida

$\rho_d$  es la densidad de la pulpa

$\Delta P$  es la caída de presión entre los dos puntos de medición

$L$  es la distancia entre los dos puntos de medición

De estos métodos, se describe en mayor detalle la aplicación de la medición de conductividad eléctrica de la dispersión.

### **Método de conductividad eléctrica para estimar la fracción de gas retenido local**

La conductividad eléctrica es la capacidad de un medio o espacio físico de permitir el paso de la corriente eléctrica a través de él. También es definida como la propiedad natural característica de cada cuerpo que representa la facilidad con la que los electrones pueden pasar por él. La conductividad eléctrica de un material es una propiedad intensiva, es decir, que no depende de la cantidad de materia del sistema. Es equivalente a la conductancia de un cubo de 1 cm por lado, suponiendo que la corriente se transfiere perpendicularmente entre las caras opuestas del cubo. La conductividad eléctrica es la constante de proporcionalidad en la ley de Ohm, la cual especifica que el flujo de corriente en cualquier parte de un sistema es proporcional al gradiente de potencial, como se expresa en la siguiente ecuación:

$$i = -k\nabla V \quad (2.6)$$

en donde  $i$  es la densidad de corriente ( $A/cm^2$ ),  $\nabla V$  es el gradiente de potencial (volt/cm), y  $k$  es la conductividad eléctrica (mS/cm).

La teoría del potencial se relaciona con la distribución de potencial de energía entre electrodos. Se considera que un electrodo se encuentra en su totalidad en un mismo nivel energético y, por lo tanto, tiene una superficie con un equipotencial. Se considera

a la variación de potencial entre dos electrodos como un número de superficies equipotenciales (Spyridopoulos et al., 2004).

La conductividad eléctrica tiene varios términos equivalentes: conductividad, conductancia específica y conductividad específica.

La conductividad eléctrica tiene unidades de Siemens (S) por unidad de longitud; de acuerdo con el SI, las unidades de la conductividad eléctrica son  $S \cdot m^{-1}$  ó  $mho \cdot m^{-1}$ .

Los métodos para determinar la fracción de gas retenido local que se basan en la medición de conductividad eléctrica se encuentran entre los más utilizados para sistemas de dos y tres fases (Uribe-Salas, 1991).

Se han propuesto varios modelos para describir el comportamiento de sistemas multi-fase. El modelo de Maxwell ha mostrado un buen desempeño al predecir el comportamiento de la conductividad eléctrica y el gas retenido en una mezcla en procesos de separación de minerales (Tavera et al., 1998a). Maxwell consideró una esfera de una conductividad distinta a la del material circundante, y el efecto del flujo de corriente y del potencial en el material circundante (Maxwell, 1982).

La determinación de la cantidad de gas presente en una mezcla gas-líquido puede ser determinada a partir de la medición de la conductividad eléctrica de la mezcla, siempre que el líquido y el gas tengan conductividades diferentes (Tavera et al., 2000). El modelo de Maxwell puede ser aplicado para sistemas de dos fases, donde la fase dispersa sea no-conductora, como se muestra en la ecuación (2.7):

$$\varepsilon_g = \frac{1 - \frac{k_d}{k_l}}{1 + 0.5 \left( \frac{k_d}{k_l} \right)} \quad (2.7)$$

donde:

$k_d$  es la conductividad eléctrica de la dispersión gas-líquido

$k_l$  es la conductividad eléctrica del líquido

$\varepsilon_g$  es la fracción volumétrica de gas retenido

## Calibración de los sensores de conductividad utilizados en dispersiones gas-líquido

Esta clase de sensores miden la conductancia eléctrica  $K$  (mS), la cual está relacionada con la conductividad eléctrica  $k$  como lo muestra de la ecuación siguiente (Tavera et al., 1998b):

$$k = KC \quad (2.8)$$

La ecuación (2.8) introduce la constante de celda  $C$  ( $\text{cm}^{-1}$ ), la cual, en una celda ideal, se define como la relación de la distancia de separación entre los electrodos ( $L$ ) al área transversal ( $A$ ) con respecto a la dirección del flujo de la corriente transferida de un electrodo al otro ( $L/A$ , longitud<sup>-1</sup>); esta expresión de la constante de celda es denominada *constante de celda geométrica* (Tavera et al., 1998a).

Sin embargo, la constante de celda real normalmente difiere de la constante de celda geométrica; estas diferencias entre el valor de la constante de celda real y el valor de la constante de celda geométrica aumentan a medida que la geometría de la celda es más compleja. Por lo tanto, el valor de la constante de celda real debe ser determinado mediante la calibración eléctrica empleando soluciones acuosas de conductividad eléctrica conocida (Tavera et al., 2000).

Una vez que se determina la constante de celda real, el sensor puede ser utilizado para determinar la conductividad eléctrica de cualquier líquido o dispersión (fase dispersa/líquido).

### 2.4.3 Diámetro de burbuja

Un flujo tridimensional gas-líquido en un recipiente con agitación tiene una estructura inherentemente fluctuante y además de una naturaleza compleja. Para comprender detalladamente este tipo de sistemas, es necesario medir algunos parámetros locales, como el diámetro de burbuja y la fracción de gas retenido. Sin embargo, la medición del diámetro de burbuja sigue siendo un problema en el área. Posiblemente sea el área menos investigada, y la información existente es escasa.

Los principales métodos para la determinación del tamaño de burbuja son: fotografías de alta velocidad, tomografías de impedancia eléctrica, sondas de succión capilar, tomografía óptica, sensores endoscópicos ópticos, sondas de capacitancia, y detección acústica pasiva. Existen discrepancias entre las mediciones realizadas por los distintos métodos, relacionadas con la sensibilidad del instrumento utilizado, rapidez de detección, o la interpretación de los datos (tomografías de impedancia eléctrica, sondas de capacitancia, y detección acústica pasiva) (Kulkarni, 2005).

Cuando se desea analizar la formación, tamaño y comportamiento de burbujas, los métodos más comúnmente empleados son la visualización de imágenes a través de un estroboscopio, la fotografía de alta velocidad o el uso de rayos X.

El tamaño de burbuja puede ser representado de varias maneras:

diámetro medio ( $d_{10}$ ):

$$d_{10} = \frac{\sum d_i}{\sum N_i} \quad (2.9)$$

diámetro superficial ( $d_{20}$ ):

$$d_{20} = \left( \frac{\sum d_i^2}{\sum N_i} \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

diámetro volumétrico ( $d_{30}$ ):

$$d_{30} = \left( \frac{\sum d_i^3}{\sum N_i} \right)^{1/3} \quad (2.11)$$

y diámetro Sauter ( $d_{32}$ ):

$$d_{32} = \frac{\sum d^3}{\sum d^2} \quad (2.12)$$

En la caracterización de tamaños de burbuja, el diámetro promedio Sauter es el más utilizado, ya que representa una relación de área y volumen, como se expresa en la ecuación (2.12).

### a) Método fotográfico

Con el uso de técnicas fotográficas es posible obtener información del tamaño y forma de las burbujas. Debido a su simplicidad, esta técnica es utilizada ampliamente en el estudio de tamaños de burbuja (Mandal et al., 2005; Lee et al., 2003; Luo et al., 1999; Grau et al., 2002; Polli et al., 2002; Majumder et al., 2006; Grau et al., 2006). Sin embargo, es necesario realizar una cuidadosa selección del equipo fotográfico y del tipo de iluminación para obtener buenos resultados. El análisis de propiedades de una burbuja con el uso de fotografía de alta velocidad (500 a 2000 cuadros por segundo) es altamente confiable, incluso cuando se está trabajando en régimen jet. A pesar de las ventajas mencionadas, la aplicación de este método está restringida a sistemas transparentes o semitransparentes y cerca de la pared del equipo (Kulkarni et al., 2005). El método fotográfico es la técnica experimental usada con mayor frecuencia para analizar el tamaño de burbuja y la velocidad de flotación en sistemas transparentes.

Aunque los resultados obtenidos con esta técnica son excelentes, su confiabilidad disminuye si se tiene un sistema con muchas partículas en movimiento, si hay excesiva turbulencia o si el sistema presenta curvatura, por ejemplo, un equipo cilíndrico (Adrian, 1991). Recientemente se han diseñado dispositivos que contrarrestan estos inconvenientes y han dado buenos resultados (Grau et al., 2002; Girgin et al., 2002).

### b) Modelo de arrastre (drift-flux)

El modelo de arrastre, de velocidad relativa entre fases o *drift-flux*, es un conjunto de ecuaciones y una metodología para estimar un diámetro de burbuja promedio en un equipo de flotación (Escudero, 2007). La velocidad relativa ( $U_{sb}$ ) entre las fases gas (burbujas) y líquido está definida por la ecuación siguiente:

$$U_{sb} = \frac{J_g}{\varepsilon_g} + \frac{J_l}{1-\varepsilon_g} \quad (2.13)$$

La velocidad relativa  $U_{sb}$  se relaciona con la velocidad terminal ( $U_t$ ) de una burbuja generada en un medio de profundidad infinita y la fracción de gas retenido ( $\varepsilon_g$ ) con la siguiente expresión (para  $\varepsilon_g$  menores a 30%):

$$U_{sb} = U_t(1 - \varepsilon_g)^{m-1} \quad (2.14)$$

en donde m es función del número de Reynolds de la burbuja ( $Re_b$ ):

$$m = \left(4.45 + 18 \frac{d_b}{d_c}\right) Re_b^{-0.1} \quad 1 < Re_b < 200 \quad (2.15)$$

$$m = 4.45 Re_b^{-0.1} \quad 200 < Re_b < 500 \quad (2.16)$$

El número de Reynolds de la burbuja se define en:

$$Re_b = \frac{U_t \cdot \rho_{sl} \cdot d_b}{\mu_{sl}} \quad (2.17)$$

Al combinar las ecuaciones (2.13) y (2.14) se obtiene:

$$U_t = \frac{J_g}{\varepsilon_g(1-\varepsilon_g)^{m-1}} + \frac{J_g+J_l}{(1-\varepsilon_g)^{m-1}} \quad (2.18)$$

Algunos autores (Yianatos et al., 1988) adaptaron la ecuación que representa la velocidad relativa entre fases y el diámetro de burbuja en un sistema de sedimentación (Masliyah, 1979) de la manera siguiente:

$$U_{sb} = \frac{g \cdot d_b^2 \cdot (\rho_{sl} - \rho_g)(1 - \varepsilon_g)^{m-1}}{18\mu_{sl}(1 + 0.15 Re_s^{0.687})} \quad (2.19)$$

El número de Reynolds ( $Re_s$ ) del enjambre de burbujas se define como:

$$Re_s = \frac{d_b \cdot U_{sb} \cdot \rho_{sl}(1 - \varepsilon_g)}{\mu_{sl}} \quad (2.20)$$

Al igualar las ecuaciones (2.14) y (2.18) se obtiene la ecuación:

$$U_t = \frac{\left(\frac{J_g}{\varepsilon_g} + \frac{J_l}{(1-\varepsilon_g)}\right)}{(1-\varepsilon_g)^{m-1}} \quad (2.21)$$

ó:

$$U_t = \frac{g \cdot d_b^2 \cdot (\rho_{sl} - \rho_g)(1 - \varepsilon_g)^{m-1}}{18\mu_{sl}(1 + 0.15 Re_s^{0.687})} \quad (2.22)$$

Para encontrar el diámetro de burbuja promedio es necesario resolver las ecuaciones anteriores de manera iterativa; además, es indispensable conocer algunas propiedades del medio (la densidad de la fase líquida  $\rho_{sl}$  y de la fase gas  $\rho_g$ , la viscosidad de la fase líquida  $\mu_{sl}$ ), así como algunas variables del sistema (velocidad superficial de gas  $J_g$  y de líquido  $J_l$ , así como la fracción de gas retenido  $\alpha_g$ ). El algoritmo empleado para la solución de las ecuaciones es el siguiente (Escudero, 2007):

1. Suponer un valor de  $m$ .
2. Calcular  $U_{sb}$  y  $U_t$  de las ecuaciones (2.13) y (2.18) respectivamente.
3. Suponer  $d_b$ .
4. Calcular  $U_{sb}$  y  $Re_s$  de las ecuaciones (2.19) y (2.20) respectivamente.
5. Calcular  $d_b$  a partir de la ecuación (2.22):

$$d_b = \sqrt{\frac{18\mu_{sl}U_t}{g(\rho_{sl} - \rho_g)} (1 + 0.15 Re_s^{0.687})} \quad (2.23)$$

6. Iterar con  $d_b$  hasta que la diferencia entre el  $d_b$  calculado y el supuesto sea menor a una tolerancia especificada.
7. Calcular  $m$  a partir de la ecuación (2.14) o (2.16).
8. Iterar con  $m$  hasta que la diferencia entre el valor calculado y supuesto de  $m$  sea menor a una tolerancia especificada.

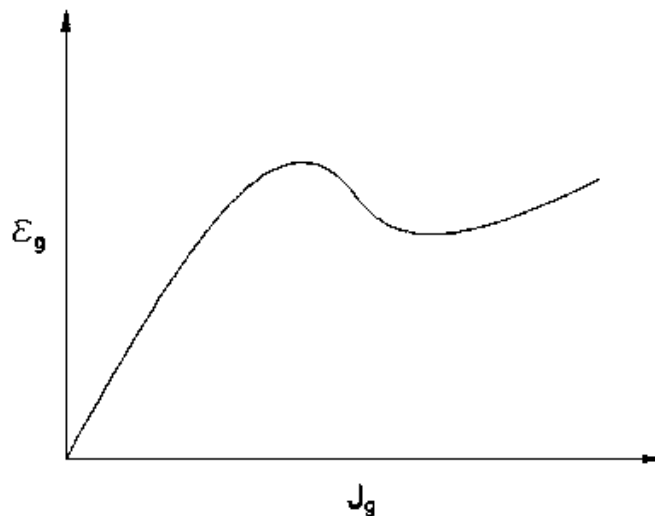
## 2.5 Factores que afectan las propiedades de las burbujas

El tamaño de burbuja está gobernado por muchos parámetros de operación (velocidad del gas a través del orificio de descarga, modo de operación, si el líquido se encuentra en régimen batch o en flujo continuo); por propiedades del sistema (dimensiones del orificio, volumen del equipo); y por propiedades fisicoquímicas (viscosidad del líquido, densidad del líquido, tensión superficial).

### 2.5.1 Velocidad superficial de gas

La velocidad superficial de gas ( $J_g$ ) se define como el flujo volumétrico de gas que pasa a través de una sección de área transversal. Este parámetro es muy importante para el diseño de equipos de dispersión, ya que permite comparar equipos de diferentes dimensiones, independientemente de los flujos de materiales. La velocidad a la cual es inyectado el gas en el equipo está relacionada con la energía cinética disipada. Al disiparse una mayor cantidad de energía cinética, es posible generar burbujas de un tamaño menor (o producir una superficie interfacial más grande) (Evans et al., 1992).

La velocidad superficial de gas también tiene un efecto directo en la fracción de gas retenido. En el régimen homogéneo, la fracción de gas aumenta proporcionalmente con la velocidad de gas; sin embargo, en el régimen de transición y en el turbulento, el comportamiento de la fracción de gas cambia, como lo demuestra la siguiente gráfica (Dobby & Finch, 1990):



**Figura 2.3** Comportamiento de la fracción de gas retenido con la velocidad superficial de gas (Dobby & Finch, 1990)

### 2.5.2 Velocidad superficial de líquido

De manera análoga al flujo de gas, la velocidad superficial de líquido ( $J_l$ ) se define como el flujo volumétrico de líquido que pasa a través de una sección de área

transversal. En el flujo de burbujeo, el movimiento de la fase líquida tiene un efecto importante en la formación de una burbuja (Kulkarni et al., 2005). Si se tiene un flujo de fases en contracorriente, la fuerza de arrastre generada por el líquido provocará que la burbuja se desprenda más rápido que si no hubiera flujo de líquido. Ya que el desprendimiento, y por lo tanto, el tiempo de formación de la burbuja es menor, la burbuja producida es de un menor tamaño. Existen reportes (Grau et al., 2006) que mencionan que algunas burbujas muy pequeñas son arrastradas por las corrientes de líquido; por esta razón, en un sistema de flotación, algunas burbujas pueden ser expulsadas con el flujo de colas.

### **2.5.3 Configuración del orificio de descarga**

La formación de una burbuja se puede llevar a cabo en un orificio. La posición en que se encuentra sumergido el orificio (vertical, horizontal, oblicuo), el material y el tipo de orificio son parámetros importantes en la formación de burbujas. Existen diversos diseños de orificio de descarga, sin embargo, el circular-cilíndrico es el más utilizado (Kulkarni et al. 2005). Es necesario realizar investigaciones más profundas en este campo, con la finalidad de entender el proceso de formación y desprendimiento de una burbuja.

### **2.5.4 Viscosidad del líquido**

Se han reportado diversas observaciones respecto a la forma en que la viscosidad del líquido afecta a la formación de una burbuja; sin embargo, dichos reportes son contradictorios, y se pueden clasificar en tres grupos (Kulkarni et al. 2005):

- i) El tamaño de burbuja incrementa proporcionalmente con la viscosidad.
- ii) El tamaño de burbuja es independiente de la viscosidad.
- iii) Existe un efecto muy pequeño en el tamaño de burbuja debido a la viscosidad.

Como consecuencia de estos reportes contradictorios, se realizó una investigación exhaustiva (Jamialahmadi et al., 2001) en la que se concluyó que el diámetro de burbuja depende de la viscosidad en la proporción  $\mu_l^{0.66}$ .

### **2.5.5 Densidad del gas**

La densidad de la fase gas puede ser incrementada al aumentar la presión del sistema o al utilizar un gas de alto peso molecular. Al aumentar la densidad del gas, la diferencia de densidades entre las fases disminuye, lo que se ve reflejado en la producción de burbujas más pequeñas y una disminución de la fuerza de flotación.

### **2.5.6 Presencia de partículas sólidas**

Una partícula altamente hidrófoba puede producir coalescencia entre burbujas, incluso si dicha partícula tiene una forma regular; esto causa un decremento en la fracción de gas retenido (Spyridopoulos et al., 2004).

La coalescencia es la ruptura de la fina capa existente entre dos burbujas vecinas, lo que resulta en la formación de una sola burbuja de mayor tamaño. Inmediatamente después de que la película que separa las burbujas se ha roto, la tensión superficial contrae la capa restante (Cho et al., 2002).

### **2.5.7 Tensión superficial**

Cuando una sustancia que afecta la tensión superficial de un líquido (sustancia tensoactivadora) está presente, ésta se encuentra en una concentración mayor en la interfase gas-líquido que en el seno del líquido, debido a que estas sustancias tienen un extremo de la molécula con naturaleza polar y otro extremo no polar, por lo tanto, éste no tiene afinidad con el agua (Takamura, 2006).

De acuerdo con la termodinámica, las burbujas de aire en agua tienden a chocar entre ellas y coalescer, esto es debido a que la tensión superficial del agua es alta ( $72.6 \text{ dina}\cdot\text{cm}^{-1}$ ), y se tienen cantidades grandes de energía libre de Gibbs que pueden ser consumidas en el proceso de coalescencia.

En líquidos puros, no es posible formar espuma, debido a que no existe algún mecanismo que retarde el drenado de la fina partícula existente entre burbujas. Sin embargo, cuando se tiene la presencia de moléculas surfactantes, la adsorción en la interface gas-líquido ocasiona que el proceso de drenado se retarde y así se produce un sistema más estable. Se puede concluir que la estabilidad de la espuma y las burbujas está relacionada con la tensión superficial (Cho et al., 2002).

### **2.5.8 Agentes espumantes**

En los procesos de flotación se requiere una amplia variedad de reactivos químicos. Los espumantes o tensoactivadores son utilizados en el proceso de flotación con el objetivo de incrementar la generación de burbujas pequeñas y estabilizar la espuma producida (Laskowski, 2004). El espumante controla el tamaño de burbuja en sistemas de flotación al controlar la coalescencia de burbujas (Cho et al., 2002).

Los espumantes son sustancias cuyas moléculas pueden ser divididas en dos partes: una parte polar y una no polar. La parte polar contiene átomos de elementos tales como O, S, N, P, los cuales aparecen en grupos funcionales, por ejemplo un alcohol, tiol, éter, éster, ácido, etc. El grupo no polar está compuesto en general por un hidrocarburo parafínico o aromático. La parte polar tiene afinidad para los solventes polares, particularmente el agua (parte hidrófila), mientras que la parte no polar tiene afinidad para los solventes orgánicos, en particular los hidrocarburos, aceites o grasas, o simplemente es repelida por el agua (parte hidrófoba) (Takamura, 2006).

Los espumantes juegan un papel fundamental en los procesos de flotación. De acuerdo con la teoría de la penetración formulada por Schulman y Leja, las moléculas de espumante se absorben de forma preferencial en la interface aire-agua, y juega un papel vital en el proceso de adhesión burbuja-partícula, ya que también interacciona con las moléculas de colector adsorbidas en las partículas del mineral (Laskowski, 2004). Lo anterior se puede explicar de la siguiente manera: las moléculas de espumante están compuestas por una parte hidrófoba (la cadena carbonada) y por una parte hidrófila (el grupo polar). Como consecuencia, estas sustancias tienden a acumularse en la interface gas-líquido, con la parte carbonada dirigida hacia el centro

de la burbuja. Cuando dos burbujas se aproximan entre sí, se forma una delgada capa entre ellas. El área superficial de este elemento se incrementa a medida que dicha capa se adelgaza. Como consecuencia, la concentración de alcohol en la capa decrece en comparación con aquella en la superficie de la burbuja. La disminución en la concentración de alcohol produce un incremento en la tensión superficial de la película; por lo tanto, se crea un gradiente de tensión superficial, lo que inmoviliza la interface gas-líquido, y resulta en una disminución en el grado de coalescencia (Cho et al., 2002).

Cuando se tienen mezclas de alcohol y agua, en lugar de tener régimen homogéneo y heterogéneo, se presentan el régimen homogéneo y el régimen de espuma. Con la presencia de alcohol, el régimen homogéneo se preserva a mayores velocidades de gas, para posteriormente pasar al régimen de espuma (Camarasa et al., 1999).

Esta información muestra que la presencia de espumantes incrementa la fracción de gas retenido y disminuye el tamaño de las burbujas (Laskowski, 2004). Al incrementar la concentración de espumante, el grado de coalescencia se reduce y el diámetro de burbuja también disminuye; a una concentración de espumante en particular (denominada concentración crítica de coalescencia, CCC), la coalescencia de burbujas se evita totalmente (Grau et al., 2006). A cualquier concentración de espumante mayor a la concentración crítica de coalescencia, la película existente entre las burbujas que colisionan es lo suficientemente elástica para resistir la ruptura. Se encontró que los valores de CCC obtenidos para distintos espumantes, no dependen del tipo de celda de flotación ni de las condiciones de operación, por lo que se puede concluir que la CCC es una propiedad distintiva de cada espumante (Grau, 2006). Cuando se iguala o excede la concentración crítica de coalescencia, se obtiene el menor tamaño de burbujas, debido a que la coalescencia se previene totalmente (Laskowski, 2004).

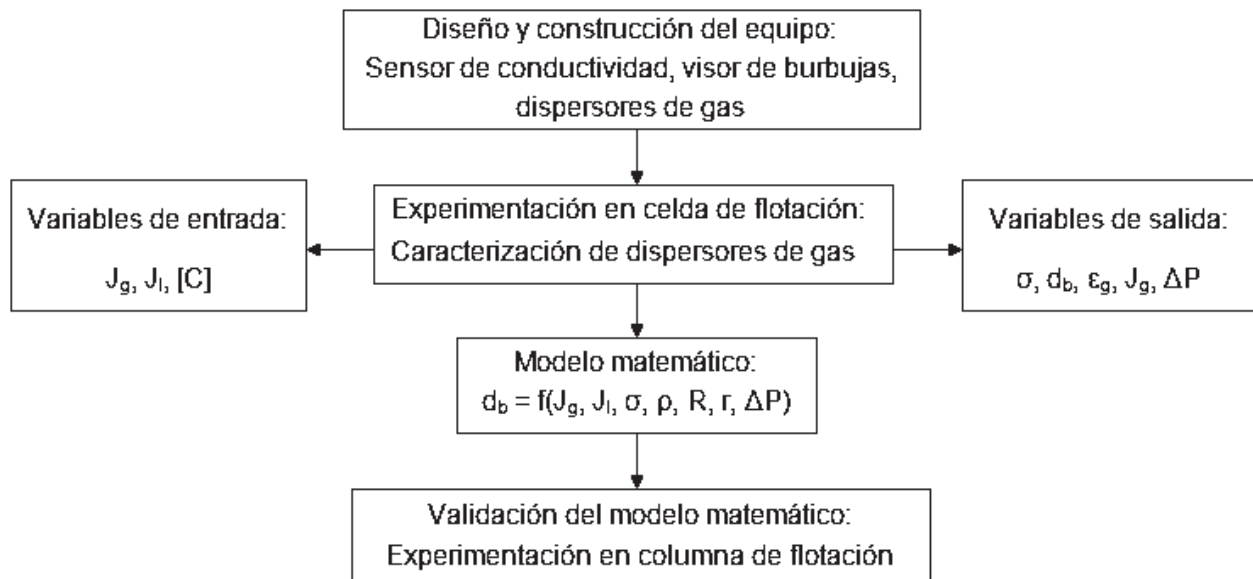
Algunos estudios (Cho et al., 2002) indican que cuando hay cambios en la concentración de espumante, el tamaño de burbuja es mucho más sensible a éstos que a cambios en la tensión superficial; por lo tanto, el tamaño de burbuja es un buen indicativo de la presencia de tensoactivadores, incluso si éstos se encuentran en concentraciones muy bajas (concentraciones de partes por millón).

## CAPÍTULO III

### DESARROLLO EXPERIMENTAL

Se llevó a cabo la caracterización de inyectores de gases tipo tobera, con orificio de descarga del gas de abertura variable, operándolos en medios acuosos con el objetivo de encontrar los parámetros más importantes que permitan modelar su comportamiento en la predicción del tamaño de burbujas que pueden generar. Las variables de operación que se controlaron fueron: velocidad superficial de gas, velocidad superficial de líquido y la concentración de espumante; siendo las variables de respuesta: el tamaño de burbuja, la tensión superficial, la fracción de gas retenido y la presión en el interior del dispersor de gas.

Los experimentos fueron realizados en dos sistemas de flotación; una celda de flotación sub-aireada y una columna de flotación a escala planta piloto. En cada uno de estos equipos se instaló un sistema de inyección de gas formado por cuatro dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable, con las mismas características geométricas y de materiales de construcción entre ellos. En la Figura 3.1 se muestra la secuencia experimental.



**Figura 3.1** Presentación esquematizada de la metodología seguida en la investigación experimental

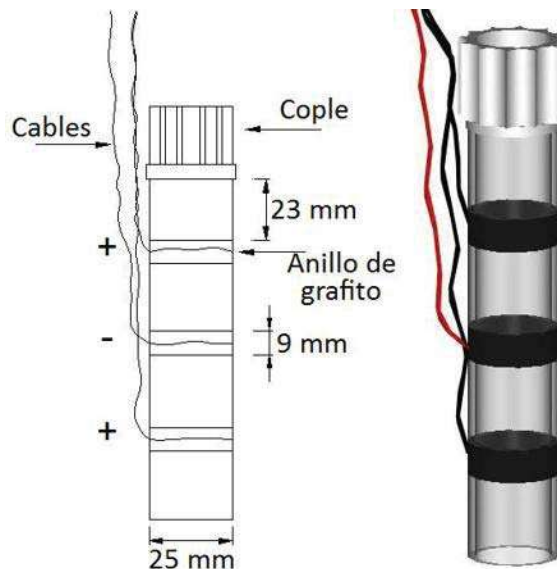
### 3.1 Material y equipo

La celda de flotación sub-aireada se construyó con acrílico transparente, teniendo 40 cm de lado, 40 cm de fondo y 50 cm de altura desde el fondo hasta el labio del vertedero; el gas fue inyectado a la celda a través de 4 dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable.

La fracción de gas retenido fue estimada con el uso de un sensor de conductividad, tal y como se describe en el Capítulo II. El tamaño de burbuja se midió con un analizador de imágenes al procesar fotografías digitales de muestras de burbujas. Los resultados así obtenidos, fueron validados mediante una serie de experimentos en una columna de flotación construida con PVC, de 4m de altura y 50cm de diámetro.

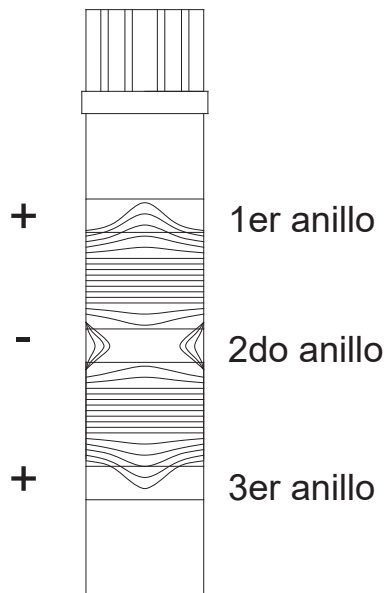
#### 3.1.1 Construcción y calibración del sensor de conductividad

Para la estimación de la fracción de gas retenido se construyó un sensor de conductividad, construido con tubos de acrílico de 0.3 cm de espesor de pared y 2.5 cm de diámetro interno. Los electrodos fueron hechos con 3 anillos de grafito, cada uno de 0.3 cm de espesor de pared, 0.9 cm de altura y 2.5 cm de diámetro interno; con este diseño, la superficie de los electrodos de grafito se mantuvo al ras de la pared de los tubos de acrílico, como se expone en la Figura 3.2.



**Figura 3.2** Detalles (izquierda) y vista isométrica del sensor (derecha)

Los electrodos de los extremos del sensor fueron conectados a la misma polaridad, y polaridad opuesta a la del electrodo central, como se muestra en la Figura 3.3; de esta manera la transferencia de energía eléctrica se lleva a cabo únicamente dentro del sensor (Tavera et al., 2000). Utilizando este diseño de sensor, las condiciones de flujo eléctrico se aproximan al criterio de campo uniforme del modelo de Maxwell (Tavera et al., 1998b), y la constante eléctrica de la celda se mantiene sin variaciones; además, la transferencia de energía eléctrica se lleva a cabo entre los electrodos de carga eléctrica opuesta (Tavera et al., 1998a), a través de las superficies de isopotencial, como se muestra en la Figura 3.3.



**Figura 3.3** Polaridad de los electrodos y superficies de isopotencial dentro del sensor de conductividad

Las mediciones de conductividad fueron hechas al introducir el sensor verticalmente en el líquido y en la dispersión gas-líquido, con el objetivo de estimar la fracción de aire retenido en el agua y la distribución del mismo dentro del equipo, aplicando el modelo de Maxwell, el cual se presentó previamente en la ecuación (2.7).

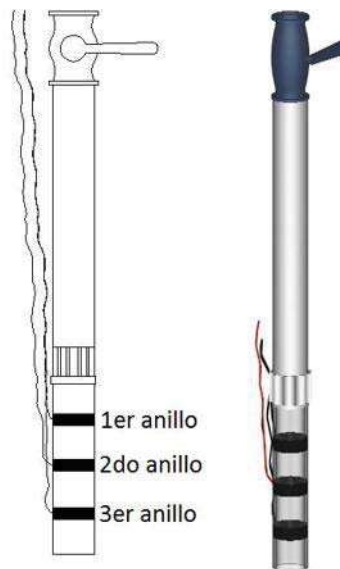
El sensor de conductividad se calibró eléctricamente en su constante de celda mediante la medición de la conductancia de soluciones salinas de conductividad eléctrica conocida. Las soluciones acuosas usadas para esta calibración se prepararon mediante la adición de cantidades de cloruro de potasio (KCl) en agua corriente; en cada solución

salina de concentración de KCl conocida, se midió la conductividad eléctrica utilizando un conductímetro (Hanna HI 8733) de constante de celda unitaria. La conductancia se midió con el sensor en las soluciones salinas mencionadas utilizando un conductímetro (Tacussel CDRV62). Con los pares de datos (Conductividad  $k$  y Conductancia  $K$ ) se determinó la constante de celda del sensor, cuya ecuación de calibración se expresa con la siguiente ecuación:

$$k = K(L/A) \quad (3.1)$$

### 3.1.2 Construcción del sensor para medir la velocidad superficial de gas

Para determinar la velocidad superficial de gas dentro de la celda de acrílico, se modificó el sensor descrito en la sección anterior. En este nuevo diseño se añadió una sección tubular y una válvula de corte en la parte superior, como se muestra en la Figura 3.4.

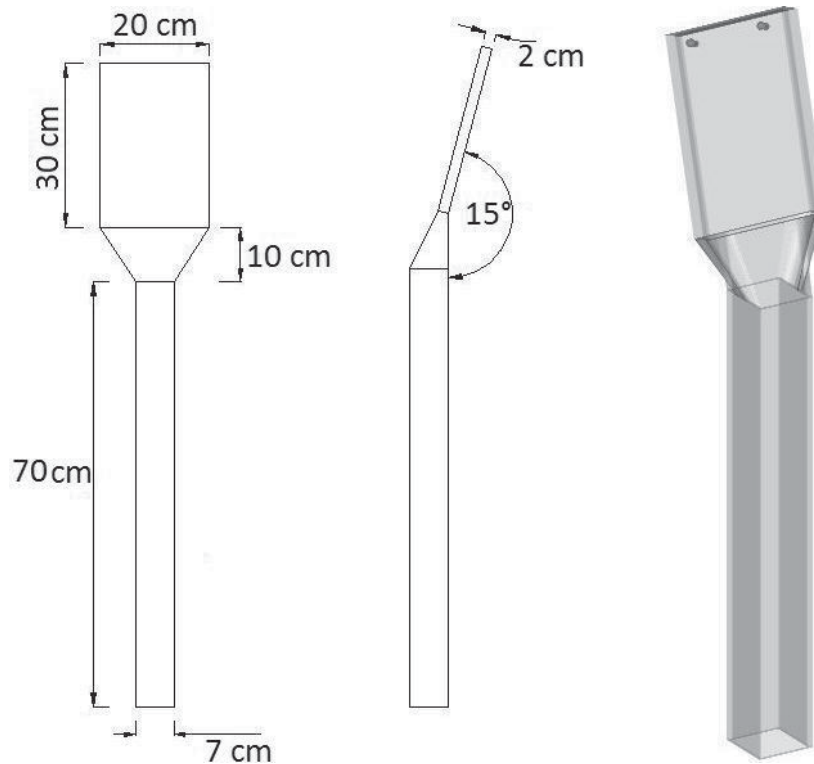


**Figura 3.4** Sensor de conductividad modificado para determinar la velocidad superficial de gas

La velocidad superficial de gas fue calculada de acuerdo al principio de desplazamiento del líquido por el gas que paulatinamente entra al sensor, cuando la válvula de corte está en la posición de cerrado.

### 3.1.3 Visor de burbujas

Se construyó una sonda para tomar muestras de burbujas de la celda sub-aireada. El principal objetivo de esta sonda es capturar burbujas, fotografiarlas y posteriormente analizar estas imágenes con un software especializado. Este dispositivo cuenta con dos partes: la parte inferior cuya función es recolectar una muestra de la dispersión gas-líquido, y la parte superior, en la cual las burbujas de aire son registradas con una cámara fotográfica digital (Fuji S5700, 7.1 Mpx). En la Figura 3.5 se presenta un esquema del visor de burbujas construido.

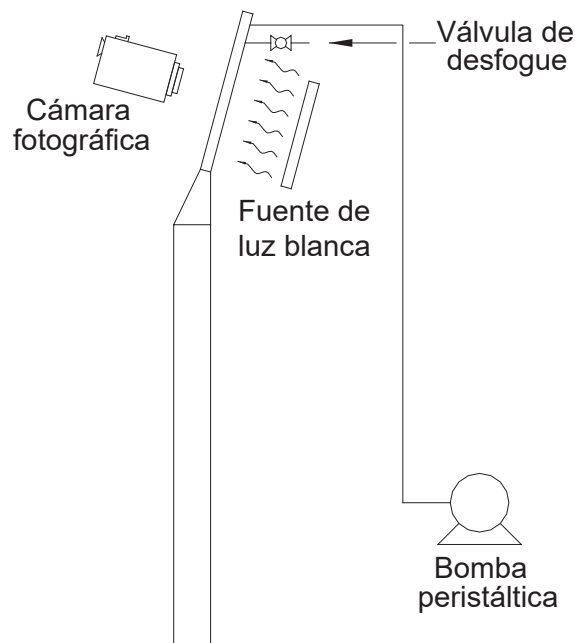


**Figura 3.5** A la izquierda, vista frontal, al centro vista lateral y a la derecha vista isométrica del visor de burbujas

La sección inferior tiene una geometría cuadrada (7 cm por lado) y se construyó con acrílico transparente de 0.6 cm de espesor; la parte superior se diseñó con una inclinación de 15° respecto a la sección inferior con el objetivo de que las burbujas formen una sola capa y sea posible capturar su imagen fotográfica (las dimensiones de las áreas transversales al flujo de materiales de estas dos secciones de la sonda son numéricamente iguales, de forma tal que las variables  $J_g$  y  $J_l$  se mantienen constantes

en toda la sonda). Las dimensiones de las burbujas se obtuvieron comparándolas con una cinta graduada colocada como referencia en la parte superior del visor.

Se realizaron varias pruebas de velocidad de obturación y profundidad de campo de la cámara fotográfica para garantizar la calidad de las fotografías de las nubes de burbujas y llevar a cabo la medición de las mismas. Se observó que una combinación de velocidad de obturación de 1/500 s y una abertura del diafragma f8 produjeron los mejores resultados. Debido a que la velocidad de obturación es relativamente alta, es necesario disponer de una fuente de luz, de esta manera se podrá contar con las condiciones de velocidad y profundidad de campo necesarias para obtener una buena nitidez de las burbujas de gas. Por ello, en la parte trasera del visor se instaló una fuente de luz blanca difusa. En la parte superior del visor de burbujas se realizaron dos perforaciones: una para succionar el aire del interior del visor y de esta manera promover que la dispersión gas-líquido ascienda hasta la parte superior; y otra perforación para liberar el exceso de aire en el visor originado por las burbujas que ascienden. El aire fue extraído del visor con una bomba peristáltica (Cole-Palmer 7549-32), como se observa en la Figura 3.6.

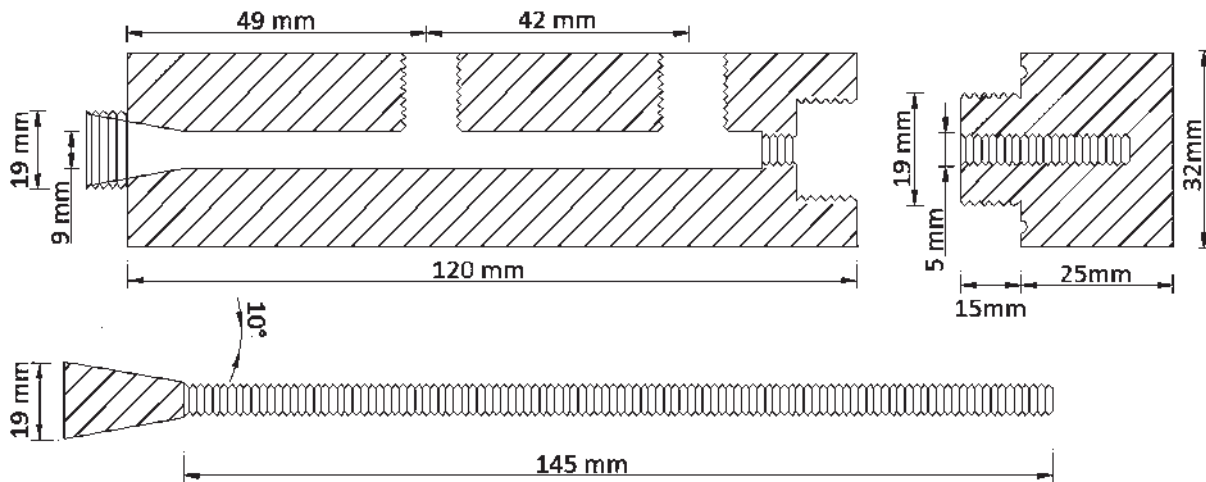


**Figura 3.6** Visor de burbujas con el sistema de extracción de aire y el sistema de iluminación

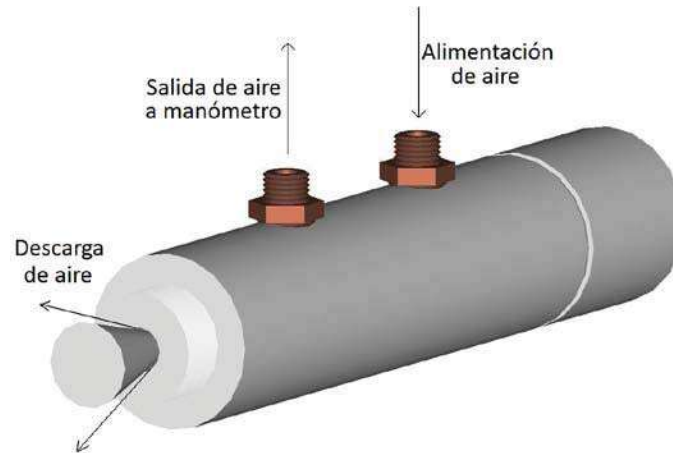
### 3.1.4 Construcción de los dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable

Este tipo de dispersor de gas tiene la ventaja de poder operar a presiones de gas mayores que un dispersor poroso. También tiene la ventaja de requerir poco mantenimiento, ya que difícilmente se obstruye y, además, al tener un orificio de descarga de gas de diámetro variable, es posible controlar la presión de descarga del gas, y por lo tanto, controlar el tamaño promedio de las burbujas que se producen.

Cada dispersor de gas fue construido con dos barras de nylonid de distintos diámetros: una de 1.9 cm y otra de 3.1 cm de diámetro. En la Figura 3.7 se muestra el detalle de las piezas de un dispersor construido y en la Figura 3.8 se expone el diseño final del dispersor tipo jet.



**Figura 3.7** Piezas de un dispersor de gas tipo jet



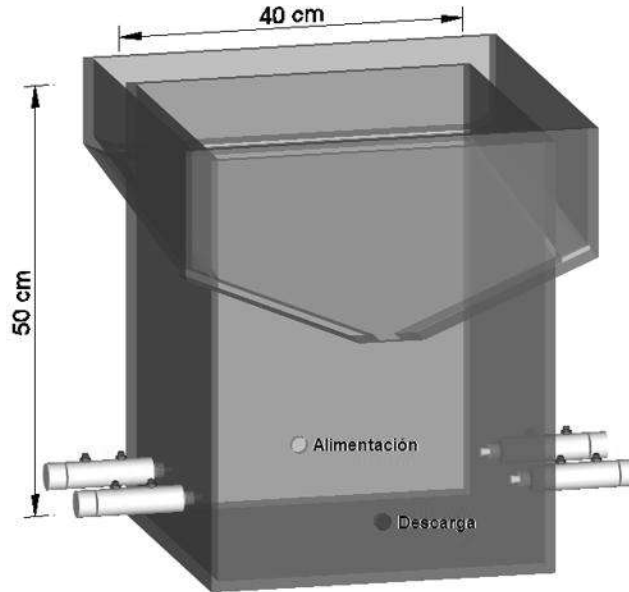
**Figura 3.8** Vista isométrica de un dispersor de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable

### 3.2 Experimentación en celda de flotación sub-aireada

Se estudió el efecto que tienen algunas propiedades fisicoquímicas y las variables de operación del sistema en el tamaño de burbuja producido. Se realizó una serie de experimentos en la celda sub-aireada en la cual se alimentó aire a través de cuatro dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable; la celda se presenta en la Figura 3.9.

El agua se mezcló con espumante (MIBC, Alkemin) en un tanque de acondicionamiento de 50 cm de diámetro y 70 cm de altura, y se alimentó a la celda sub-aireada con dos bombas peristálticas (Cole-Palmer 7549-32), cada una con dos cabezales (Cole-Palmer 77601-00) previamente calibradas en función del flujo de agua vs la velocidad del rotor de la bomba. El nivel del líquido se mantuvo a 10 cm por debajo del tope de la celda.

El aire que fue alimentado a la celda a través de los 4 dispersores de gas tipo jet de orificio de descarga de abertura variable se midió con un rotámetro (Cole-Palmer 32461-58) por cada dispersor. La presión de gas en cada dispersor se registró con un manómetro (Cole-Palmer 68332-06).



**Figura 3.9** Celda de flotación sub-aireada con los 4 dispersores de gas instalados

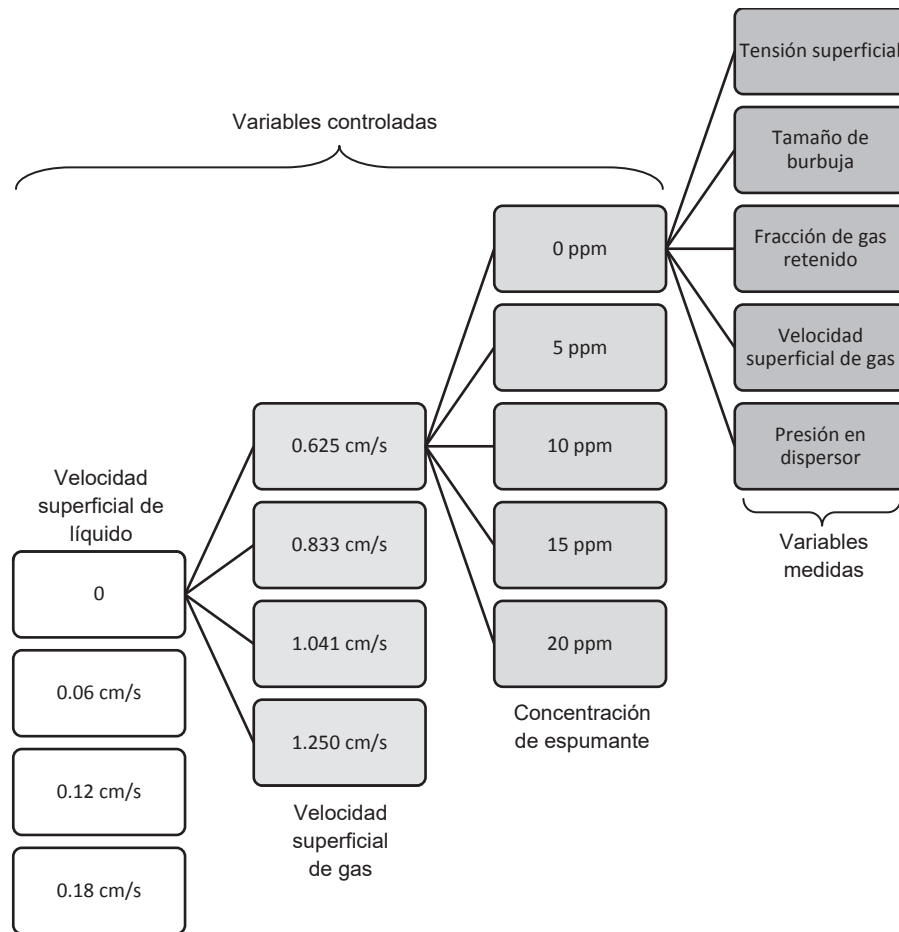
En la Tabla 3.1 se presentan los rangos dentro de los cuales se controlaron las variables de operación.

**Tabla 3.1** Rango e intervalo de las variables controladas

Variable	Rango	Intervalo
Flujo de gas ( $\text{l}\cdot\text{min}^{-1}$ )	0.625 – 1.250	0.210
Flujo de líquido ( $\text{l}\cdot\text{min}^{-1}$ )	0 – 0.18	0.06
Espumante (ppm)	0 – 20	5

Además de medir, la tensión superficial, el tamaño de burbuja, y la fracción de gas retenido, se midió la velocidad superficial del aire y la presión en el interior de cada dispersor de gas. Es importante mencionar que el tamaño de burbuja fue medido con el método fotográfico y además fue estimado con el uso del modelo de arrastre o drift-flux, para comparación.

La organización de los experimentos se presenta en la Tabla 3.1, (80 experimentos), lo cual se detalla en la Figura 3.10, (40, 000 mediciones de tamaño de burbuja).



**Figura 3.10** Secuencia experimental llevada a cabo en la celda de flotación para cada velocidad superficial de líquido

### 3.2.1 Medición de la tensión superficial

Esta propiedad se determinó con un medidor de tensión superficial (Cole-Palmer 59780-90). El equipo consta de un tubo de vidrio (en cual se coloca la muestra), un capilar con graduación milimétrica y un tapón de caucho para sellar el equipo y evitar fugas de aire.

En cada experimento, se determinó la tensión superficial al inicio del mismo. Para ello, se tomó una muestra del líquido y se colocó en el aparato; se inyectó aire dentro del medidor lo que ocasionó un aumento en la presión interna y el líquido ascendió por el tubo capilar hasta que se derramaron algunas gotas; cuando esto ocurrió, se suspendió la alimentación de gas y se esperó hasta que el líquido dentro del capilar alcanzó el equilibrio; posteriormente, se registró la altura existente entre el líquido en el capilar y el

líquido dentro del tubo. El proceso de inyección de aire y registro de la altura se repitió 4 veces y el promedio de las alturas fue utilizado para calcular la tensión superficial con la siguiente ecuación (Manual de operación del equipo, Cole Palmer):

$$\sigma = 0.5 \times h \times d_c \times \rho_l \times g \quad (3.2)$$

en donde:

$h$  es la altura entre el líquido en el capilar y el líquido dentro del tubo, cm

$d_c$  es el diámetro del capilar, cm

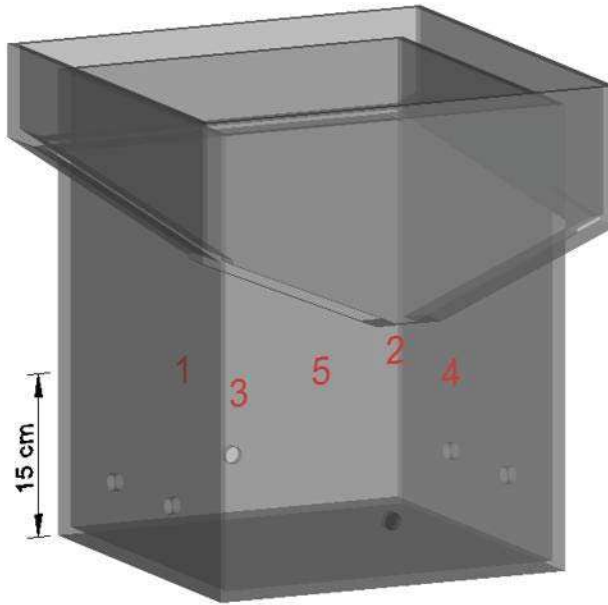
$\rho_l$  es la densidad del líquido,  $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$

$g$  es la aceleración de la gravedad,  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-2}$

El diámetro del capilar tuvo que ser determinado; esta determinación se llevó a cabo utilizando una sustancia de referencia de tensión superficial conocida, y el diámetro del capilar se calculó con la ecuación 3.2; para ello se utilizó alcohol etílico (tensión superficial =  $22.3 \text{ dina}\cdot\text{cm}^{-1}$ ) y se calculó el diámetro nominal del capilar (0.02 mm). Una vez conocido este dato y la densidad de la solución, se calculó la tensión superficial de la solución con la ecuación 3.2.

### 3.2.2 Medición del diámetro de burbuja: Método fotográfico

El diámetro de burbuja se midió con el uso del visor de burbujas descrito en la Sección 3.1.3. Las mediciones se realizaron de la siguiente manera: se sumergió la sección inferior del visor en la dispersión gas-líquido, hasta una profundidad establecida (25 cm por debajo de la interfase dispersión-espuma y 15 cm sobre el fondo de la celda); después se succionó el aire del interior del visor, como consecuencia, el nivel de la dispersión gas-líquido dentro del visor ascendió y ésta se fotografió. Se tomaron muestras de la dispersión gas-líquido en 5 posiciones radiales distintas de la celda sub-aireada, todas a la misma profundidad, como se expone en la Figura 3.11. En cada posición se tomaron 5 fotografías.



**Figura 3.11** Posiciones (5) de muestreo en la celda sub-aireada

Las fotografías fueron analizadas con un software especializado (National Instruments Vision Assistant 7.0.0); en cada experimento se analizaron 500 burbujas. Una vez medidas las 500 burbujas, se realizó un análisis estadístico, en el cual se determinó el diámetro Sauter ( $d_{32}$ ), desviación estándar y distribución de frecuencias de tamaño; el diámetro de burbuja Sauter ( $d_{32V}$ ) reportado en el presente trabajo corresponde a las condiciones normales de presión y temperatura (Grau, 2006). Para ello, se utiliza la siguiente ecuación:

$$d_{32V} = d_{32} \cdot C_{TP} \quad (3.3)$$

en donde:

$$C_{TP} = \sqrt[3]{\frac{1033.22 - H_M}{1033.22} \cdot \frac{298.15}{T_M}} \quad (3.4)$$

en donde:

$C_{TP}$  es el factor de corrección por presión y temperatura

$H_M$  es la distancia entre el punto en el que las burbujas son fotografiadas y la interfase líquido-espuma

$T_M$  es la temperatura a la cual se realizaron las mediciones

### **3.2.3 Estimación del diámetro de burbuja: Modelo Drift-Flux**

El modelo de flujo de fases, arrastre o drift-flux fue resuelto de manera iterativa, con el uso de un programa realizado en VisualBasic™, en el cual es necesario introducir como datos las conductancias de las fases líquida y dispersa, además de la velocidad superficial de gas. El procedimiento de solución a la serie de ecuaciones se describe en la Sección 2.4.3.b.

En el Apéndice D se incluye el código del programa realizado, y en el Apéndice B se presentan los diámetros de burbuja medidos con el análisis de imágenes y los calculados con el uso del modelo de arrastre en la celda de flotación.

### **3.2.4 Medición de la fracción de gas retenido**

La fracción de gas retenido se determinó con el uso del modelo de Maxwell, descrito en la Sección 2.4.2. Para determinar la conductividad de las fases continua y dispersa, se utilizó el sensor de conductividad descrito en la sección 3.1.1. Las mediciones se efectuaron en las mismas posiciones en las cuales se tomaron muestras de la dispersión gas-líquido con el visor de burbujas, (Figura 3.11).

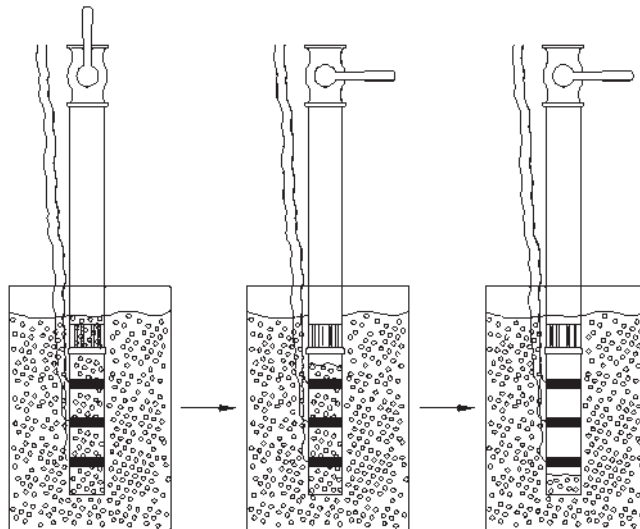
La secuencia para determinar la fracción de gas retenido fue la siguiente:

- a) Se sumergió el sensor de conductividad en la celda sub-aireada y se registró el valor de conductancia (fase dispersa). Para medir la conductancia de la fase continua, la medición se efectuó en el sistema sin inyectar aire, es decir, cuando únicamente se tenía agua.
- b) Se calculó la conductividad de cada fase (continua y dispersa) con el uso de la ecuación de calibración de la constante de celda del sensor.
- c) Se determinó la fracción de gas retenido con el modelo de Maxwell (ecuación 2.7).

### 3.2.5 Medición de la velocidad superficial de gas

La aplicación del modelo de arrastre, o drift-flux, para determinar el diámetro de burbuja involucra algunas características de la dispersión, como la fracción de gas retenido y la velocidad superficial de gas. Para la medición de esta última variable, se utilizó el sensor de conductividad descrito en la Sección 3.1.2. Las mediciones se realizaron en la celda sub-aireada en las posiciones mostradas en la Figura 3.11. Cada medición se llevó a cabo de la siguiente manera:

- Se sumergió el sensor en la celda sub-aireada en la misma posición donde se realizó la medición de fracción de gas retenido y se registró la conductividad de la dispersión.
- Una vez que la dispersión gas-líquido pasó a través del sensor, se cerró la válvula colocada en la parte superior del sensor de conductividad y se midió el tiempo ( $t$ ) requerido para que el aire desplazara el líquido desde el primer anillo de conductividad hasta el tercero. Esta secuencia está representada en la Figura 3.12. Cuando el volumen entre los 3 anillos de conductividad está ocupado por aire (como es el caso del extremo derecho de la Figura 3.12), la conductividad registrada por el sensor es igual a cero.



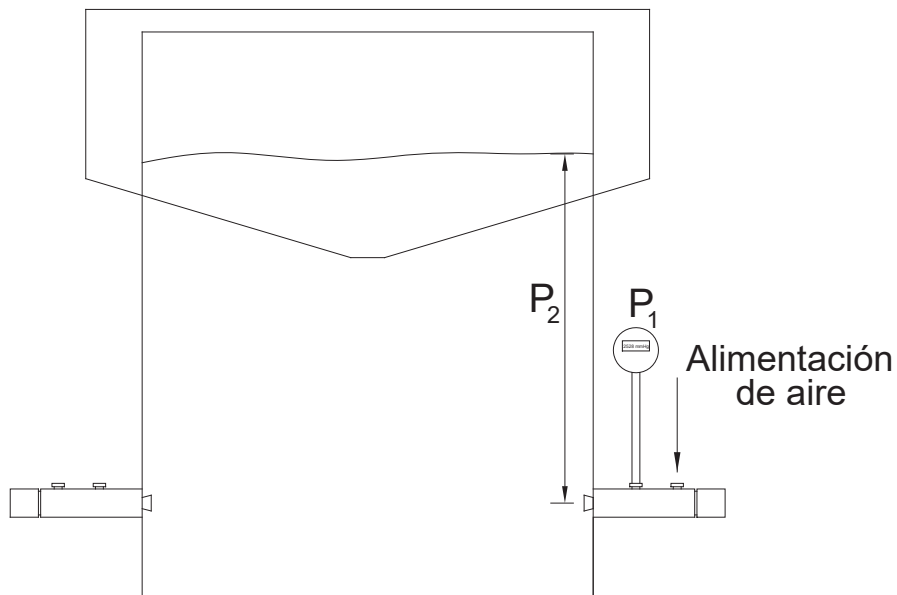
**Figura 3.12** Secuencia de medición de la velocidad superficial de gas con el uso del sensor de conductividad

- c) Con el tiempo de desplazamiento de líquido ( $t$ ) y la distancia ( $d$ ) entre anillos de conductividad conocidos, se calculó la velocidad superficial del aire ( $J_g$ ) en ese punto de medición:

$$J_g = \frac{d}{t} \quad (3.16)$$

### 3.2.6 Medición de la caída de presión

Se registraron medidas de caídas de presión en el dispersor de gas con el objetivo de determinar la cantidad de energía cinética disipada. Para ello se registró la presión en el interior del dispersor ( $P_1$ ) y en la descarga del mismo ( $P_2$ ), como se expone en la Figura 3.13.



**Figura 3.13** Medición de la caída de presión en el dispersor

Una vez obtenidas los valores de caída de presión, se calculó la energía cinética disipada para cada experimento.

### Cálculo de la energía cinética disipada

La energía cinética disipada por el dispersor de gas se calculó con el uso del principio de Bernoulli, el cual especifica que un fluido incompresible, sobre el que no se realiza un trabajo, sufre un incremento en su velocidad simultáneamente a un decremento en la presión (Clancy, 1975). Este principio es equivalente al principio de conservación de energía, el cual incluye la energía cinética y potencial. El principio de Bernoulli puede ser aplicado a fluidos compresibles, como es el caso de los gases.

La ecuación de Bernoulli para fluidos compresibles puede ser expresada de la siguiente manera:

$$m \frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + w = \text{constante} \quad (3.17)$$

Para un fluido en estado estacionario, sin aplicación de trabajo en él, la ecuación anterior se expresa:

$$\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \left( \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) \quad (3.18)$$

Ahora, la energía cinética se define con la ecuación (3.19):

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 \quad (3.19)$$

Por lo tanto, el cambio de energía cinética del fluido es:

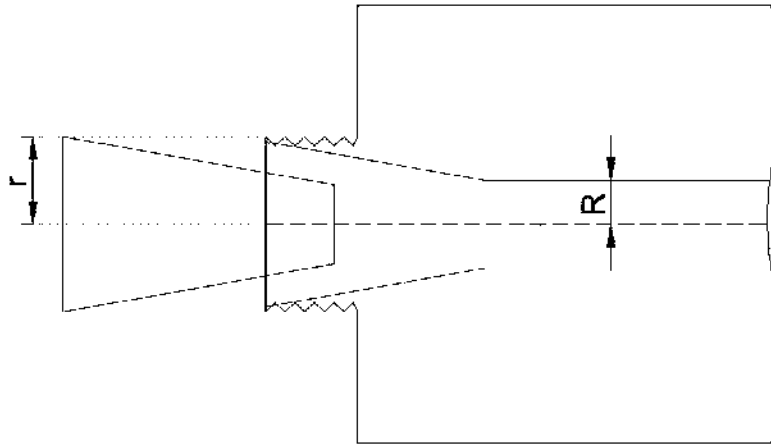
$$\Delta E_C = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad (3.20)$$

Por lo tanto, sustituyendo la ecuación (3.20) en la (3.18) se obtiene:

$$\Delta E_C = \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21) representa la energía cinética disipada por el dispersor de gas, en términos de la presión en el interior y en la descarga de éste.

La energía cinética disipada por el dispersor también puede ser determinada con base en el conocimiento del radio interno (R) y del orificio de descarga (r) del dispersor de gas, como se presenta en la Figura 3.14.



**Figura 3.14** Detalle de la boquilla de descarga del dispersor

Para calcular la energía cinética disipada a partir de las características del dispersor, se parte de la ecuación (3.20), sustituyendo el término de la velocidad con la siguiente definición:

$$v = \frac{Q}{A} \quad (3.22)$$

en donde:

Q es el flujo volumétrico del fluido

A es la sección transversal por la cual pasa el fluido

Se sustituye la ecuación (3.22) en la (3.20) y se obtiene:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2} \left( \frac{Q_2}{A_2} - \frac{Q_1}{A_1} \right) \quad (3.23)$$

Debido a que se trabajó en régimen estacionario,  $Q_1 = Q_2$ . Además,  $A_1$  es el área del orificio interno del dispersor:

$$A_1 = \pi R^2 \quad (3.24)$$

y  $A_2$  es el área del orificio de descarga del dispersor:

$$A_2 = \pi(r^2 - R^2) \quad (3.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.24) y (3.25) en la (3.23):

$$\Delta E_C = \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{[\pi(r^2 - R^2)]^2} - \frac{1}{(\pi R^2)^2} \right) \quad (3.26)$$

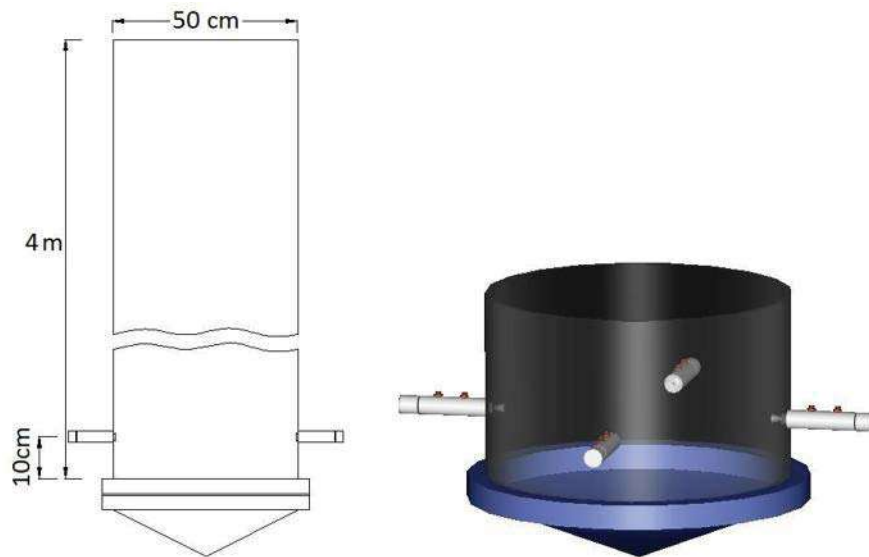
Simplificando la ecuación anterior se obtiene:

$$\Delta E_C = \frac{Q^2}{2\pi^2 R^4} \left[ \frac{2r^2 R^2 - r^4}{(r^2 - R^2)^2} \right] = \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \quad (3.27)$$

En cada experimento se calculó la energía cinética obtenida a partir de las mediciones de presión, ecuación (3.21), y la calculada a partir de las características del dispersor, ecuación (3.27).

### 3.3 Experimentación en columna de flotación

Se efectuó una serie de experimentos en una columna de flotación de escala planta piloto para hacer la validación de los resultados experimentales obtenidos en la celda de flotación, y observar el efecto de la presión hidrostática en el tamaño de burbuja. El equipo experimental se presenta en la Figura 3.15.



**Figura 3.15** Vista lateral de la columna de flotación (izquierda) y detalle de la columna con los dispersores de gas instalados (derecha)

Se realizaron 9 experimentos en la columna de flotación, bajo las condiciones mostradas en la Tabla 3.2; las variables medidas fueron las siguientes: tensión superficial, tamaño de burbuja, fracción de gas retenido, velocidad superficial de gas y la presión de gas en el interior de cada dispersor de gas.

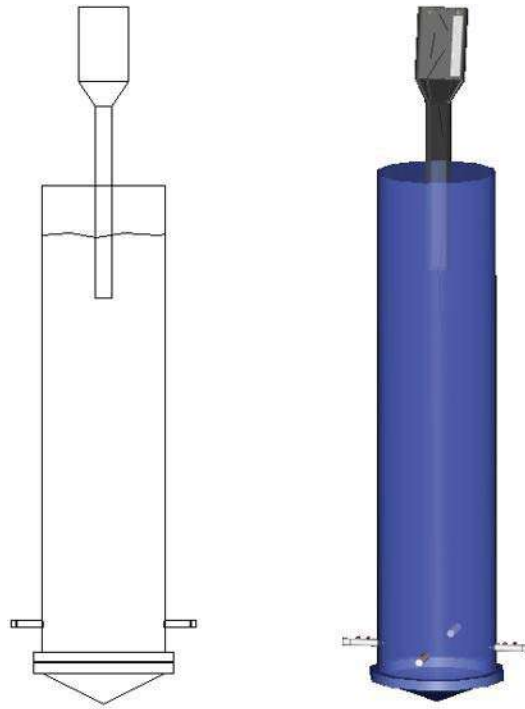
**Tabla 3.2** Experimentos en columna de flotación

<b>Experimento No.</b>	<b>Velocidad superficial de gas (cm/s)</b>	<b>Velocidad superficial de líquido (cm/s)</b>	<b>Concentración de Espumante (ppm)</b>
1	0	0.625	0
2	0	0.625	5
3	0	0.625	10
4	0	0.625	15
5	0	0.625	20
6	0	0.833	20
7	0	0.833	10
8	0	1.041	10
9	0	1.250	10

El nivel del líquido se mantuvo a 10 cm por debajo del tope de la columna de flotación. El aire se alimentó a la columna a través de 4 dispersores de gas de orificio de descarga de abertura variable, midiendo el gasto volumétrico con un rotámetro (Cole-Palmer 32461-58) por cada dispersor. En cada dispersor se registró la presión del gas con un manómetro (Cole-Palmer 68332-06).

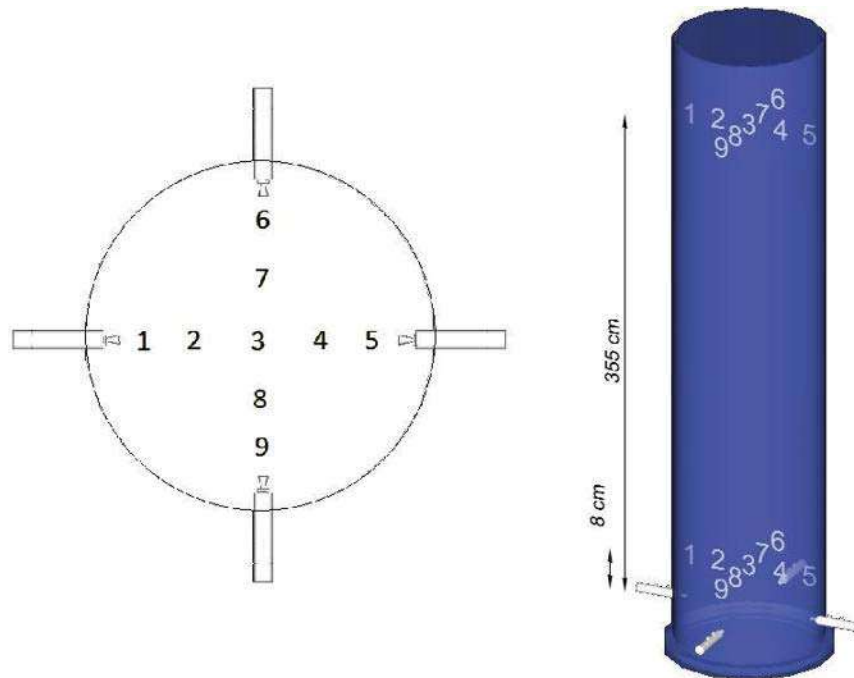
Las mediciones de la tensión superficial, el tamaño de burbuja, la fracción de gas retenido, la velocidad superficial de gas y el cálculo de la energía cinética disipada se efectuaron de la misma manera que aquellos experimentos realizados en la celda de flotación sub-aireada, como se describe en las secciones 3.2.1 a 3.2.6.

Para la medición de tamaño de burbuja con el visor de burbujas, se tomaron muestras 25 cm por debajo de la interfase líquido-espuma, como se observa en la Figura 3.16; dichas muestras fueron tomadas en la posición central de la columna.



**Figura 3.16** Vista lateral (izquierda) e isométrica (derecha) de la columna de flotación con el visor de burbujas montado

La fracción de gas retenido y la velocidad superficial de gas fueron medidas en las mismas posiciones en las que se tomaron las muestras del visor de burbujas. Además se estimó la fracción de gas retenido en 18 posiciones radiales, 9 mediciones a 8 cm y otras 9 a 355 cm por encima de los dispersores de gas, como se muestra en la Figura 3.17.



**Figura 3.17** Vista superior (izquierda) e isométrica (derecha) de las posiciones en las que se estimó la fracción de gas retenido

La discusión de los resultados experimentales se presenta en el Capítulo IV del presente trabajo; los resultados de los experimentos realizados en la celda de flotación se presentan en el Apéndice B y los resultados de los experimentos de la columna de flotación se presentan en el Apéndice C.

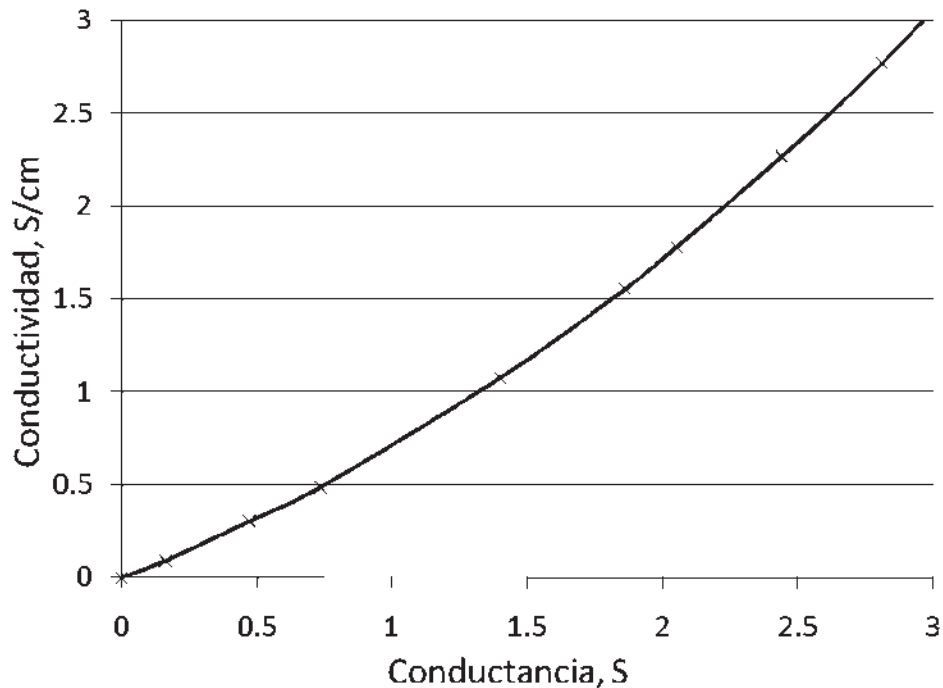
## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1 Calibración del sensor de conductividad

Para llevar a cabo la medición de la fracción de gas retenido y la velocidad superficial de aire inyectado a la celda de acrílico y a la columna de flotación mediante sensores de conductividad eléctrica se requiere la calibración de la constante de celda de los mismos.

En la Figura 4.1 se presenta la curva de calibración del sensor de conductividad. La ecuación (4.1) representa el comportamiento de la constante de celda obtenida en esa calibración.



**Figura 4.1** Curva de calibración del sensor de conductividad eléctrica

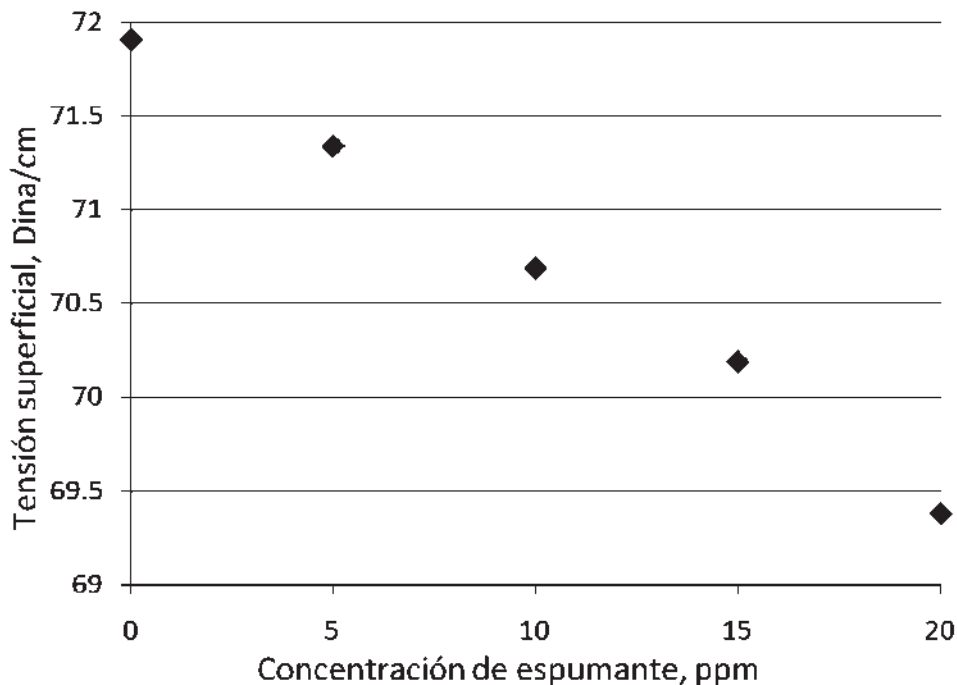
$$k = (1.66 \times 10^{-5})K^4 - (3.38 \times 10^{-3})K^3 + (0.0486)K^2 + (0.2074)K + 0.0439 \quad (4.1)$$

El sensor registra la conductancia ( $K$ ), sin embargo, el modelo de Maxwell involucra las conductividades ( $k$ ) de las fases; por lo tanto, las conductividades de la dispersión (agua-aire) y de la fase continua (agua) se calcularon con la ecuación (4.1).

## 4.2 Mediciones en celda de flotación sub-aireada

### 4.2.1 Efecto de la tensión superficial (concentración de espumante)

Como se mencionó en el Capítulo II, la tensión superficial tiene un efecto en el tamaño de burbuja y, por consecuencia, en la fracción de gas retenido. En los experimentos se modificó la tensión superficial del líquido con el uso de metilisobutilcarbinol (MIBC) como espumante; en la Figura 4.2 se expone el comportamiento de la tensión superficial del líquido con la concentración de espumante.

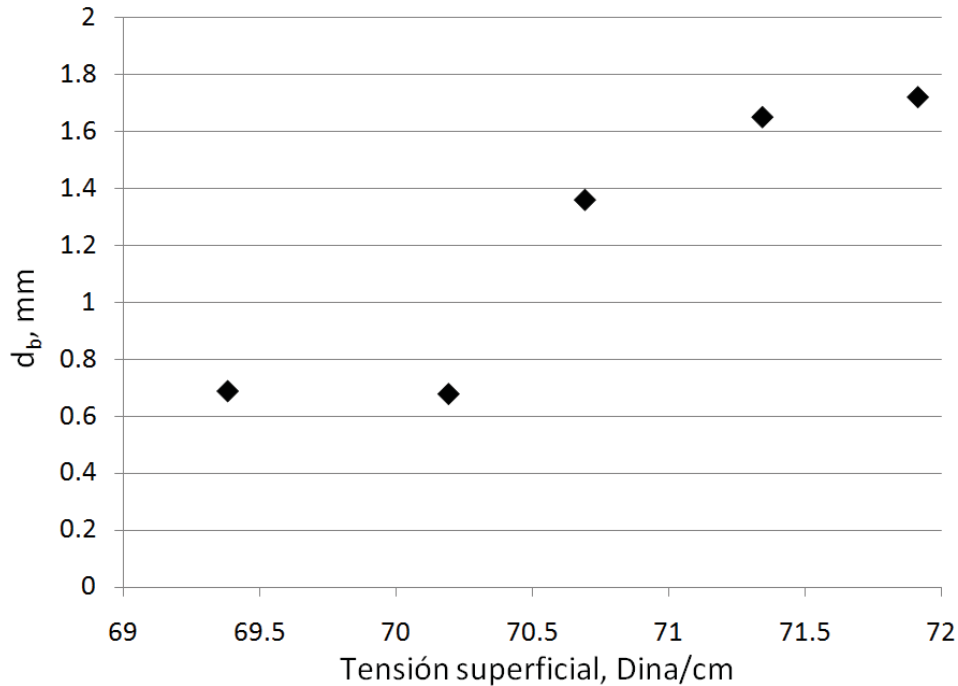


**Figura 4.2** Efecto de la concentración de espumante en la tensión superficial,  $J_g = 0.625$  cm/s,  $J_l = 0.18$  cm/s

En la figura anterior se puede observar que la presencia de un espumante tiene un efecto en la tensión superficial: a medida que la concentración de espumante aumenta, la tensión superficial disminuye; la terminal polar del espumante se orienta hacia el seno del agua, y el espumante tiene el efecto de disminuir la fuerza del enlace de puente

hidrógeno del agua, lo que se ve reflejado en una disminución de la tensión superficial del agua.

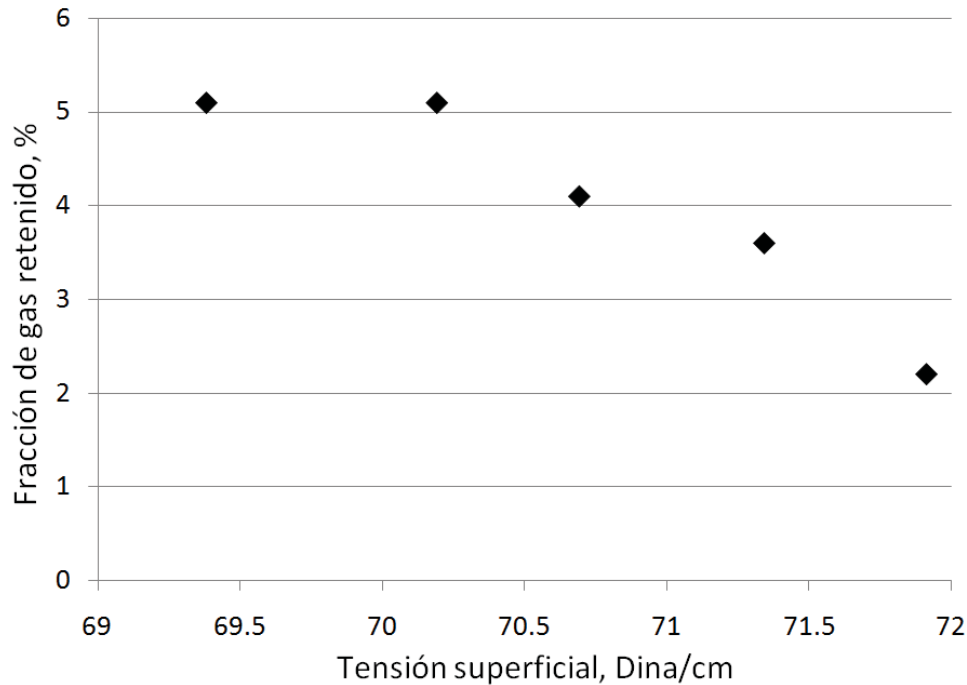
Una disminución en la tensión superficial provoca una disminución en el diámetro de burbuja; este comportamiento se observa en la Figura 4.3.



**Figura 4.3** Efecto de la tensión superficial en el diámetro de burbuja,  $J_g = 0.625$  cm/s,  $J_l = 0.18$  cm/s

Este efecto es muy pronunciado a concentraciones de espumante bajas (en este caso, menores a 10ppm). Sin embargo, la concentración de espumante disminuye su efecto en el diámetro de burbuja a concentraciones mayores a 10 ppm. Lo anterior está relacionado con la concentración crítica de coalescencia (CCC); a concentraciones mayores a la CCC, el tamaño de la burbuja está determinado por el dispersor de gas y por el grado de coalescencia de las burbujas, mientras que a concentraciones menores a la CCC, el tamaño de burbuja está determinado únicamente por las características del dispersor de gas. Estas observaciones son similares a algunas reportadas en la literatura (Cho et al., 2002; Grau et al., 2006). En la CCC se alcanza la saturación del espumante en el agua.

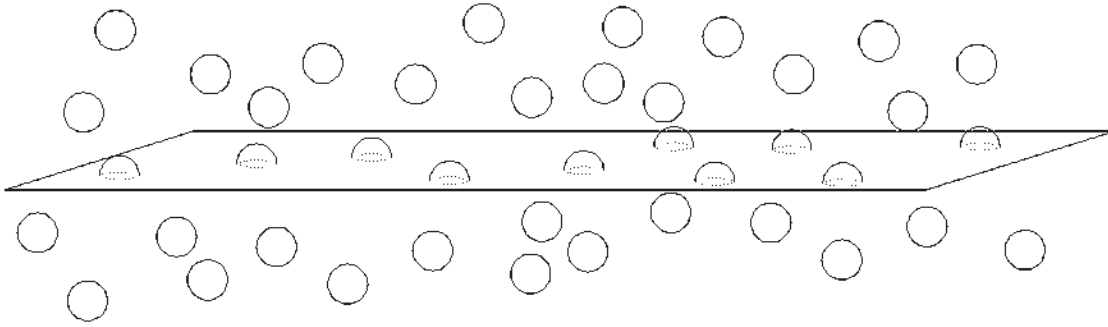
La fracción de gas retenido se relaciona con el tamaño de burbuja; por ejemplo, para un flujo de gas dado, al disminuir el tamaño de burbuja la fracción de gas se incrementa, debido a la disminución en la velocidad de flotación de las burbujas, lo cual origina un mayor tiempo de residencia en el líquido. Este comportamiento se presenta en la Figura 4.4.



**Figura 4.4** Efecto de la tensión superficial en la fracción de gas retenido,  $J_g = 0.625$  cm/s,  $J_l = 0.18$  cm/s

En la figura anterior, es posible notar que el efecto de la tensión superficial en la fracción de gas retenido es similar al efecto de la tensión superficial sobre el diámetro de la burbuja; cuando los valores de la tensión superficial son altos (mayores a 70 Dina/cm) la fracción de gas baja considerablemente debido al aumento en el tamaño de las burbujas. Cuando los valores de la tensión superficial son menores que 70 Dina/cm, la fracción de gas retenido se mantiene a un valor prácticamente constante ( $\sim 6\%$ ); esto está relacionado con el tamaño de burbuja, como se observa en la Figura 4.3, ya que a estos valores de tensión superficial el tamaño de burbuja se mantiene en un mismo valor.

También es importante conocer el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ), ya que es un indicativo de la eficiencia de un equipo de flotación.  $S_b$  se define como el flujo de la superficie de las burbujas (superficie  $\cdot$  tiempo<sup>-1</sup>) que cruza una superficie unitaria normal a la dirección de ese flujo; por lo tanto,  $S_b$  tiene unidades de tiempo<sup>-1</sup>. La idea de este concepto se muestra en la Figura 4.5



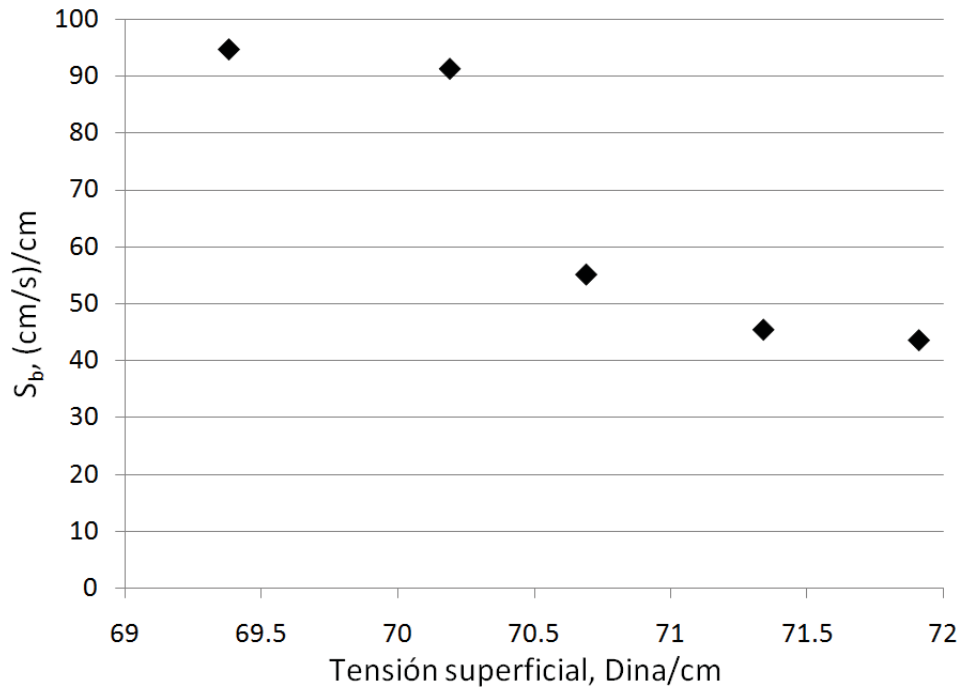
**Figura 4.5** Representación esquemática del concepto de  $S_b$

A partir de consideraciones geométricas  $S_b$  se expresa como la relación entre la velocidad superficial del gas en el sistema de flotación y el diámetro de las burbujas:

$$S_b = 6 J_g / d_b \quad (4.2)$$

De la representación previa, se puede anticipar que al disminuir el diámetro de las burbujas por unidad de gas alimentado, como resultado de la disminución en el valor de la tensión superficial, la fracción volumétrica de gas retenido aumentará y la superficie de burbujas que cruza una superficie unitaria normal a la dirección del flujo de gas también aumentará.

En la Figura 4.6 se muestra el comportamiento de  $S_b$  respecto a la tensión superficial.



**Figura 4.6** Efecto de la tensión superficial en el área superficial de flujo de burbujas,  $J_g = 0.625$  cm/s,  $J_l = 0.18$  cm/s

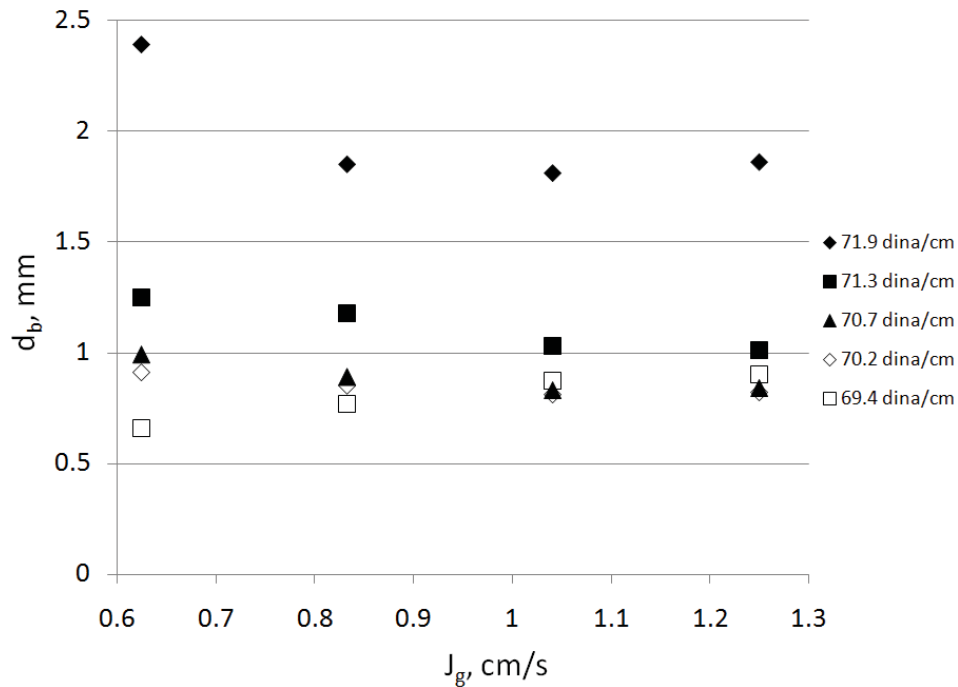
El  $S_b$  exhibe un comportamiento similar a la fracción de gas retenido y al diámetro de burbuja en relación a la tensión superficial: los valores más bajos de tensión superficial (es decir, cuando se tienen las concentraciones de espumante más altas) presentan un efecto pequeño en el área superficial de burbujas, y a valores mayores de tensión superficial (a concentraciones menores de espumante), se nota una disminución considerable en el  $S_b$  debido a la disminución en el diámetro de la burbuja (ecuación 4.2). Del concepto de  $S_b$ , puede notarse que esta variable reúne las características químicas, hidrodinámicas y geométricas del sistema de flotación, por lo que es un excelente candidato para ser considerado como un parámetro de control en el proceso de flotación.

#### 4.2.2 Efecto de la velocidad superficial de gas

La velocidad a la cual se inyecta el gas al equipo de flotación a través de un dispersor está relacionada con la energía cinética que se disipa; por lo tanto, es de esperarse que a medida que se aumenta la velocidad superficial de gas, la energía cinética disipada se

incrementalmente, y por lo tanto, esta energía disipada produzca una superficie interfacial vapor-líquido grande debido a la disminución en el tamaño de la burbuja por unidad de flujo de aire que se inyecta.

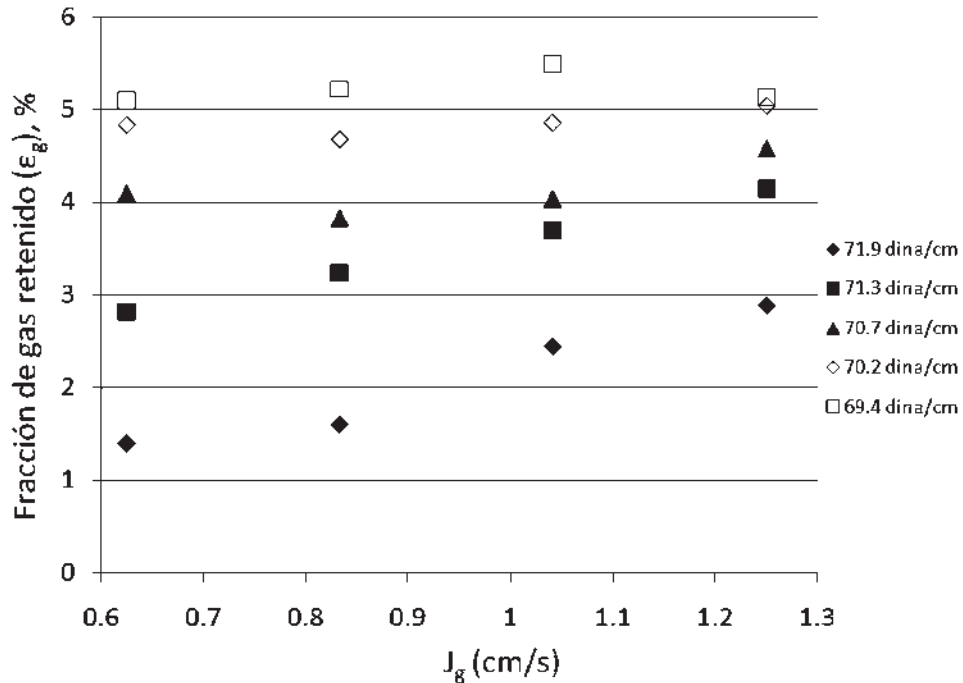
Este comportamiento fue observado en los experimentos, y se puede apreciar en la Figura 4.7.



**Figura 4.7** Efecto de la velocidad superficial de gas en el diámetro de burbuja,  $J_l = 0$

El efecto de la velocidad superficial de gas en el diámetro de burbuja es más notorio a concentraciones de espumante menores a 15 ppm; lo anterior se puede relacionar con el hecho de que a concentraciones superiores a 15 ppm el diámetro de burbuja varía ligeramente con respecto al patrón general explicado. Esta información sugiere que cuando la concentración del espumante en el líquido es menor que 15 ppm, el tamaño de la burbuja que se produce en este sistema experimental se ve afectado de una manera más notoria por la velocidad superficial del gas en el orificio de descarga del inyector; mientras que cuando la concentración de espumante en el líquido es superior a 15 ppm, la dependencia del tamaño de la burbuja respecto a la velocidad superficial del gas es encubierta por el efecto de la tensión superficial en la interfase vapor-líquido.

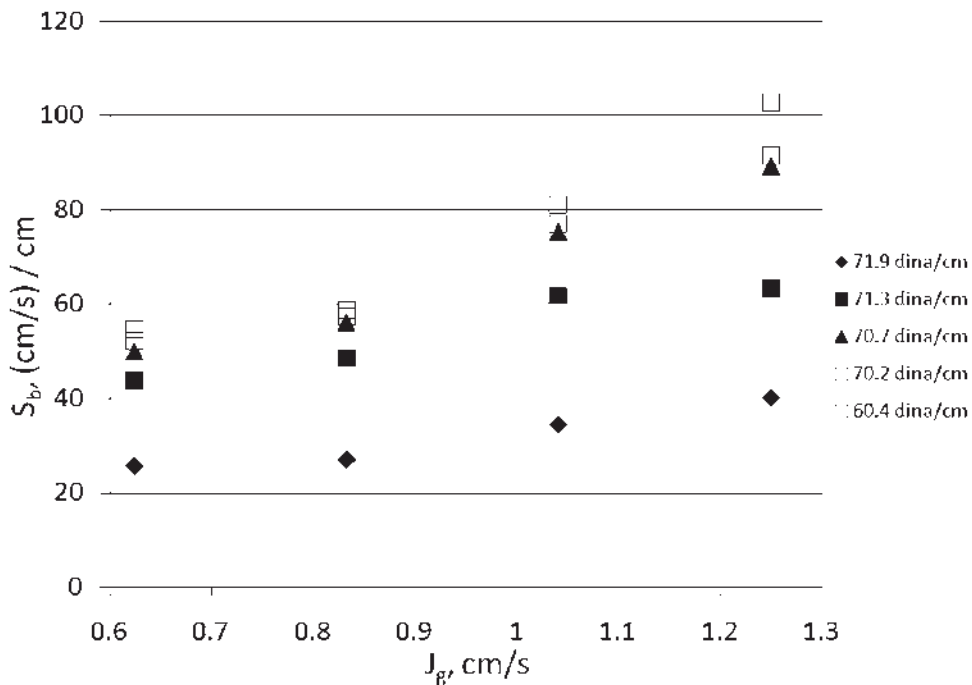
Por lo que se puede afirmar que a concentraciones mayores a 15 ppm, la concentración de espumante tiene un mayor efecto en el tamaño de burbuja en comparación con la velocidad superficial de gas. El cambio en la dimensión de las burbujas debido a la variación en la concentración del espumante en el líquido, afecta directamente al valor de la fracción del gas retenido en el sistema de flotación. Este efecto se puede apreciar en la Figura 4.8, en donde se muestra el gráfico de los datos experimentales de la fracción de gas retenido en función de la velocidad superficial del gas. Como se anticipa, a medida que se incrementa  $J_g$  la fracción de gas retenido aumenta, lo cual se debe a la disminución en el tamaño de las burbujas y al incremento en la cantidad de gas disperso en la celda de flotación.



**Figura 4.8** Efecto de la velocidad superficial de gas en la fracción de gas retenido,  $J_l = 0$

Nuevamente, la explicación previa de la relación entre la fracción de gas retenido y la velocidad superficial del gas es muy clara cuando la concentración de espumante es menor que 15 ppm; los resultados sugieren que cuando el contenido de espumante en el líquido es superior a 15 ppm el sistema se ve afectado por la coalescencia de

burbujas, como lo señala la disminución en la fracción de gas retenido cuando la velocidad superficial del gas es mayor que 1.05 cm/s (a 20 ppm de espumante). Posiblemente, bajo tales condiciones el sistema se ve saturado por la superficie interfacial vapor-líquido formada, presentando un límite para contener burbujas de tales dimensiones ( $\approx 0.9$  mm, Figura 4.7); por supuesto, esta explicación debe considerarse como especulativa por lo que se requiere de mayor cantidad de trabajo experimental sobre este punto para derivar conclusiones.



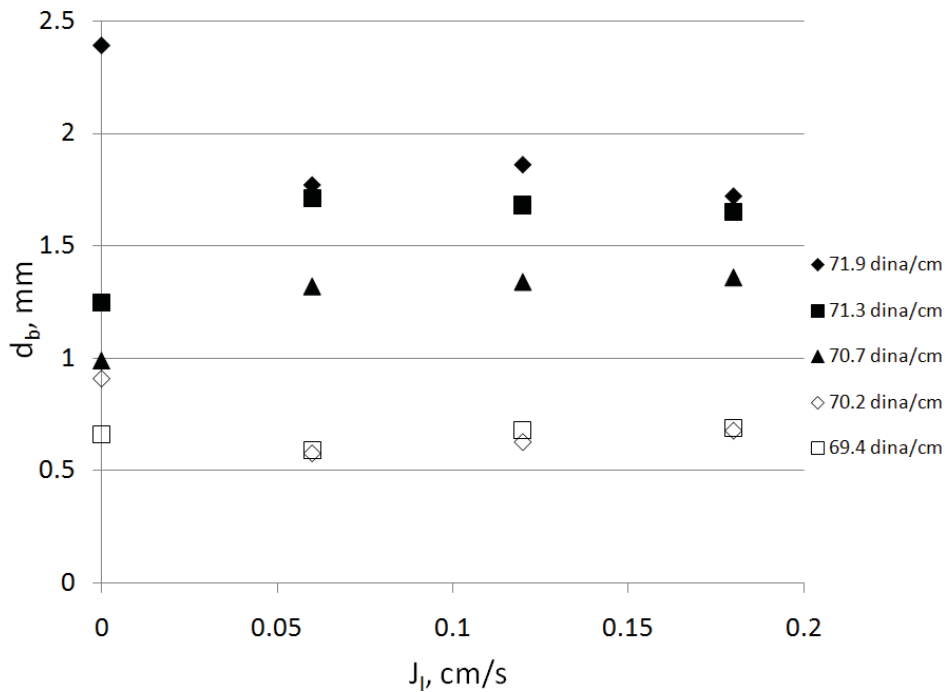
**Figura 4.9** Efecto de la velocidad superficial de gas en el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ),  $J_l = 0$

El efecto de la superficie interfacial vapor-líquido se puede visualizar en términos del comportamiento de los valores estimados del flujo superficial de superficie de burbujas,  $S_b$ , lo cual se representa esquemáticamente en la Figura 4.9, en donde se grafican los valores experimentales de la velocidad superficial del gas y las estimaciones de  $S_b$ . En esta representación de la información experimental se observa que a medida que se incrementa la concentración de espumante en el líquido y la velocidad superficial del

gas en el sistema de flotación, se crea una mayor área interfacial vapor-líquido evidenciada por el incremento en el valor de  $S_b$ .

### 4.2.3 Efecto de la velocidad superficial de líquido

El flujo de líquido en el equipo de flotación puede ocasionar que las burbujas de menor tamaño sean arrastradas por la corriente de colas. Tal y como se mencionó en el Capítulo III, se experimentó con 4 distintos flujos de líquido en la celda de flotación; en la representación de los datos experimentales se usa velocidad superficial de líquido en vez de gastos volumétricos, tal como el caso de la descripción de la fase gas; en el caso en que la velocidad superficial de líquido es igual a cero, se trata de un proceso batch. La Figura 4.10 representa el comportamiento del tamaño de burbuja con relación a la velocidad superficial de líquido.



**Figura 4.10** Efecto de la velocidad superficial de líquido en el diámetro de burbuja,  $J_g = 0.625$  cm/s

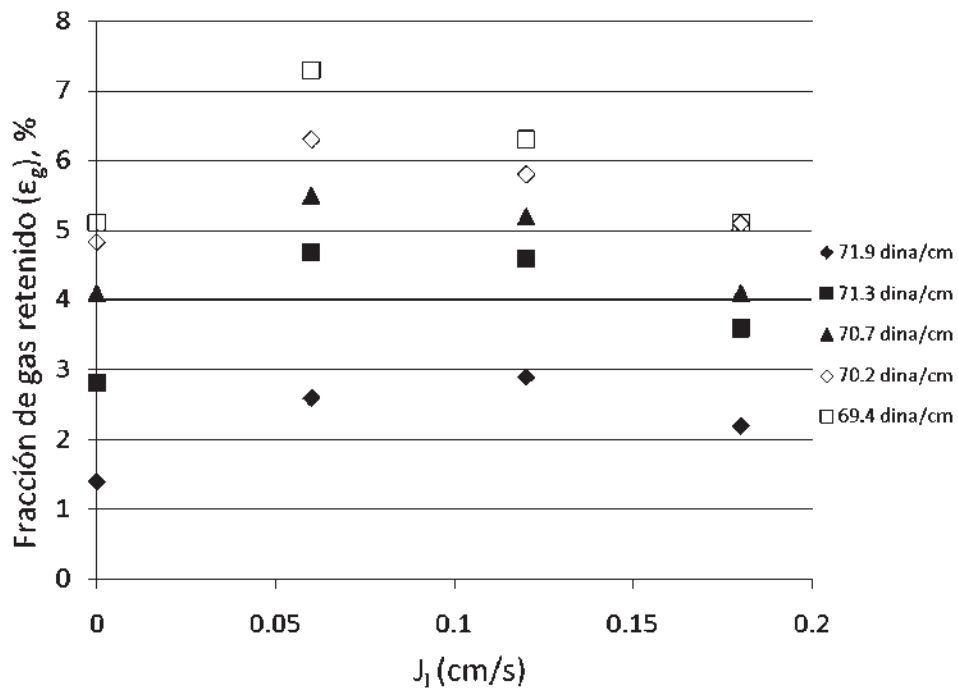
En la figura anterior se puede observar que no existe un efecto considerable de la velocidad superficial de líquido en el tamaño de burbuja; para todas las concentraciones de espumante utilizadas se observa un efecto prácticamente nulo del  $J_l$  en el diámetro

de burbuja. Cuando se realizaron los experimentos a un  $J_l$  de 0.18 cm/s se observó la salida de pequeñas burbujas con el flujo de colas, como se aprecia en la Figura 4.11.



**Figura 4.11** Burbujas atrapadas en el flujo de colas

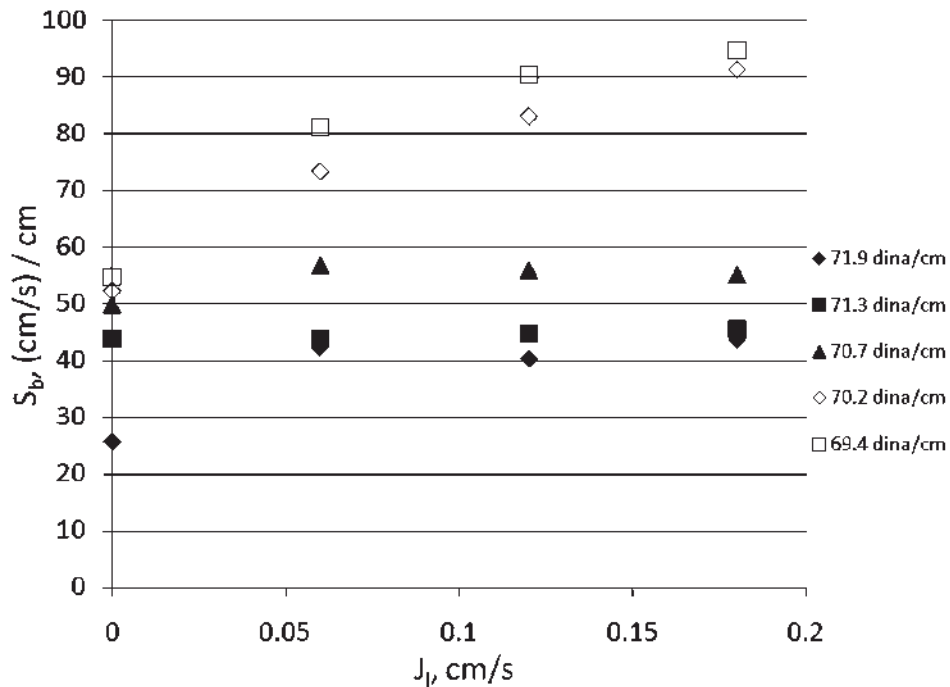
El flujo de líquido en la celda tiene un efecto importante en la fracción de gas retenido, como se observa en la Figura 4.12.



**Figura 4.12** Efecto de la velocidad superficial de líquido en la fracción de gas retenido,  $J_g = 0.625$  cm/s

Se observa que la fracción de gas retenido tiene un valor máximo en un  $J_l$  de 0.06 cm/s y un mínimo en 0.18 cm/s; esto puede explicarse por el hecho de que el flujo de líquido en la celda tiende a disminuir la velocidad de flotación de las burbujas, por lo que éstas permanecen un tiempo mayor en la celda de flotación, y consecuentemente, la fracción de gas retenido aumenta. Sin embargo, si se incrementa aún más el flujo de líquido en la celda, algunas de las burbujas de menor tamaño son arrastradas con la corriente de colas, lo que ocasiona que la fracción de gas retenido disminuya.

La disminución en la fracción retenida tiene como consecuencia un decremento en el área superficial de flujo de burbujas, como se demuestra en la Figura 4.13.



**Figura 4.13** Efecto de la velocidad superficial de líquido en el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ),  $J_g = 0.625$  cm/s

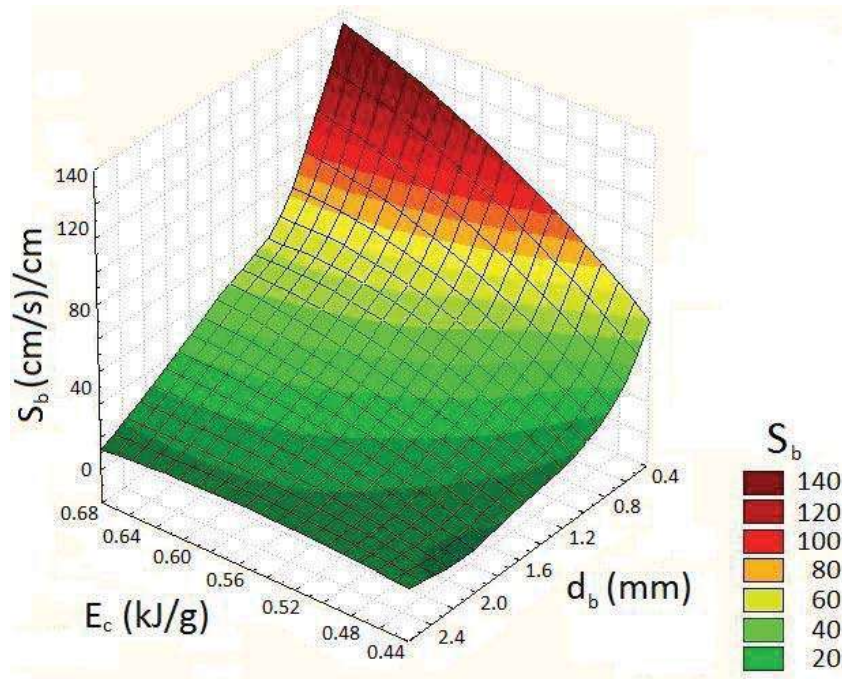
Es posible observar que a las menores concentraciones de espumante (0, 5 y 10 ppm), el  $S_b$  se mantiene prácticamente constante; en cambio para las concentraciones de 15 y 20 ppm se observa una disminución en el  $S_b$  a medida que  $J_l$  incrementa. Esto se debe a cuando se tienen las menores concentraciones de espumante hay muy pocas burbujas pequeñas (menores de 0.2 mm de diámetro) que pueden ser arrastradas por el flujo de colas, por lo que casi la totalidad de las burbujas llegan a la superficie del

líquido; en cambio cuando la concentración de espumante es de 15 y 20 ppm, se produce una cantidad considerable de pequeñas burbujas que son arrastradas con el flujo de colas. Esto explica, también, porqué la fracción de gas retenido se ve más afectada por  $J_1$  cuando las concentraciones de espumante son mayores.

#### 4.2.4 Efecto de la energía cinética disipada

Como se explicó en la Sección 3.2.6, la energía cinética disipada por el dispersor en el equipo de flotación fue calculada conociendo las presiones en el interior y en la descarga del dispersor de gas.

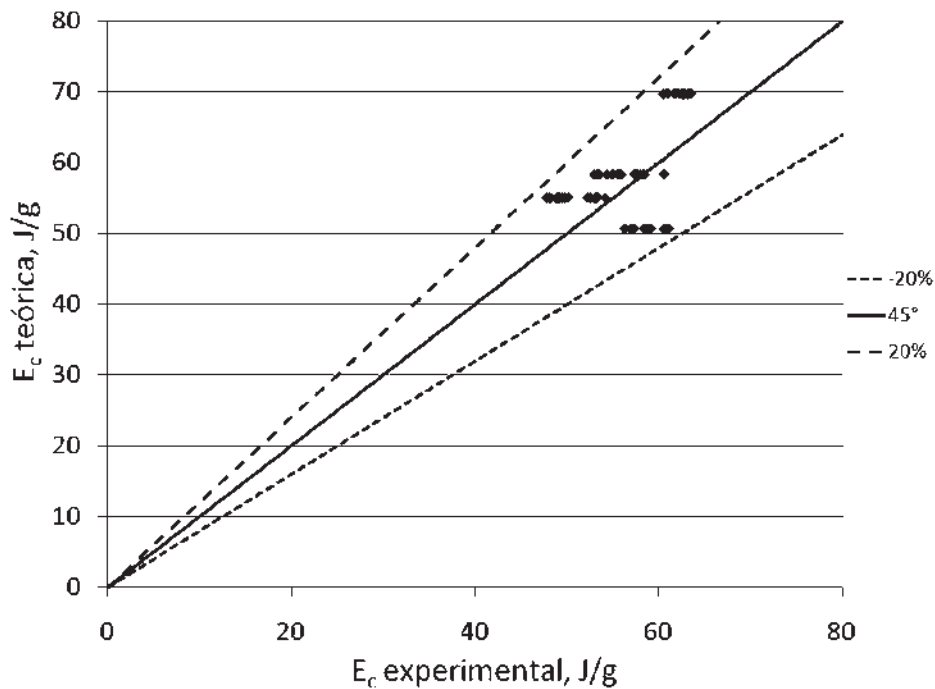
Se puede esperar que a medida que se incrementa la energía cinética disipada, el tamaño de burbuja disminuye, debido a que se dispone de una cantidad de energía suficiente para crear una superficie de la interfase vapor-líquido mayor, lo cual se ve reflejado en un diámetro de la burbuja menor. Este comportamiento se puede observar en la Figura 4.14.



**Figura 4.14** Efecto de la energía cinética disipada en el diámetro de burbuja y el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ )

Se puede apreciar que el diámetro de burbuja disminuye a medida que la energía cinética aumenta; al disminuir el tamaño de burbuja, el área superficial de flujo de burbujas aumenta. De lo anterior se puede deducir que el control de la energía cinética disipada por el dispersor de gas permitiría un control del tamaño de burbuja producido. Como se demostró en la Sección 3.2.6 (Ecuación 3.27), la energía cinética disipada por el dispersor de gas está relacionada con las características de diseño de éste (la relación de radios interno y de descarga) así como las presiones en el interior y en el orificio de descarga.

Para cada experimento, además de medir la presión en el interior y en el orificio de descarga del dispersor, se definió el radio del orificio de descarga; con estos datos se calculó la energía cinética en términos de las características físicas del dispersor, es decir, la relación de radios (energía cinética teórica) y en términos de las presiones medidas (energía cinética experimental).



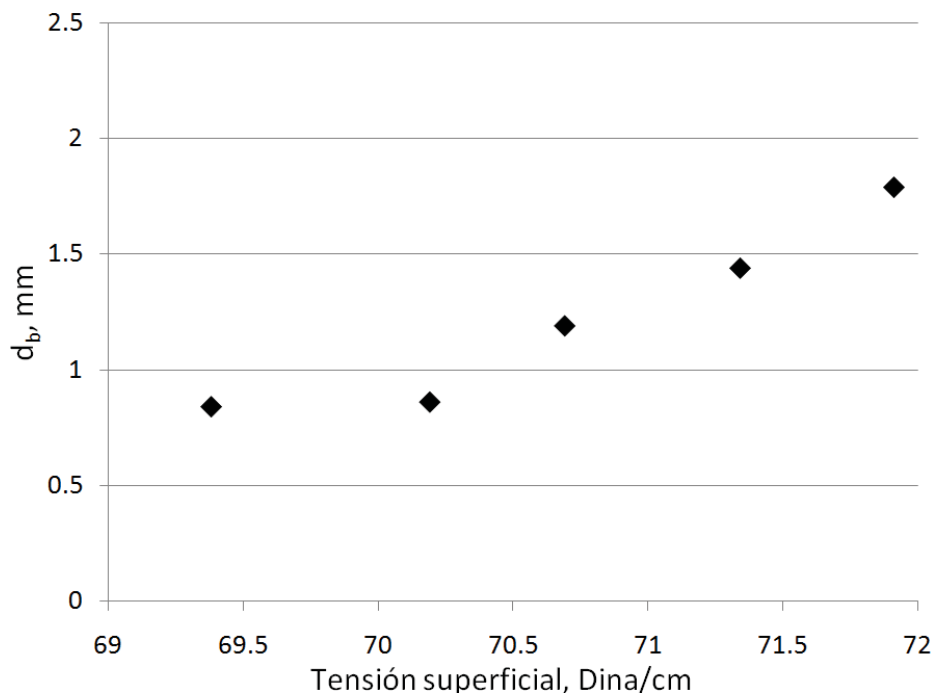
**Figura 4.15** Relación entre la energía cinética experimental y calculada

En la Figura 4.15 se puede apreciar que existe una buena concordancia entre las energías cinéticas experimental y teórica, por lo que se deriva que con el conocimiento de las características físicas de este tipo de dispersor (relación de radios interno y de descarga), es posible predecir que tamaño de burbuja será producido.

### 4.3 Mediciones en la columna de flotación

#### 4.3.1 Efecto de la tensión superficial (concentración de espumante)

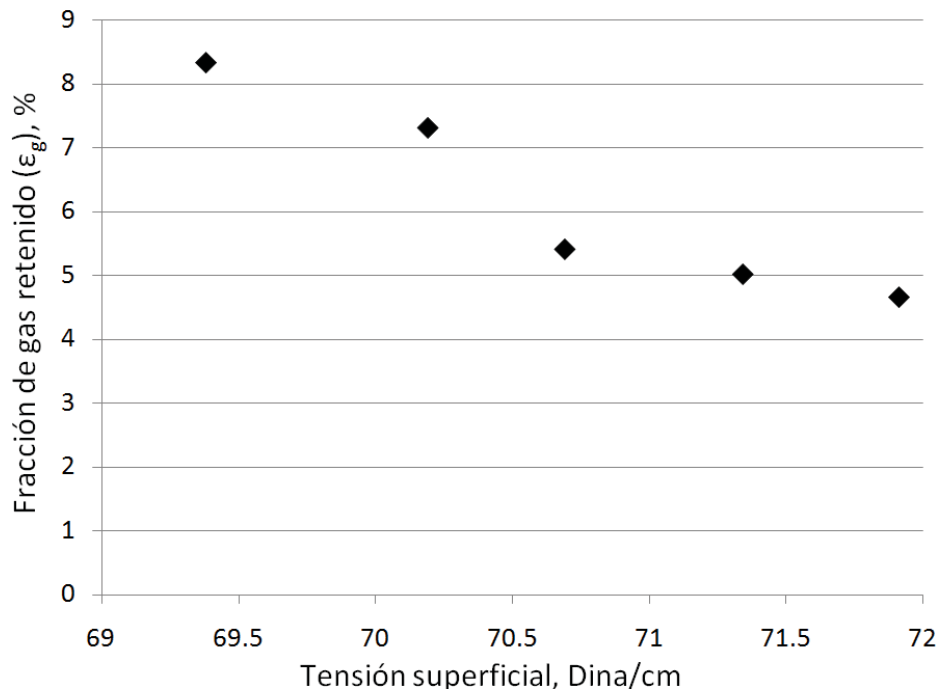
Se realizaron los experimentos en la columna de flotación para observar el efecto de la tensión superficial en el tamaño de burbuja. Los resultados experimentales obtenidos en la columna de flotación muestran que, de la misma manera que en los experimentos en la celda de flotación, a medida que se disminuye la tensión superficial, el tamaño de las burbujas también disminuye. La Figura 4.16 muestra el comportamiento del sistema en términos de los valores medidos de los diámetros de las burbujas y de la tensión superficial.



**Figura 4.16** Efecto de la tensión superficial en el tamaño de burbuja producido en la columna de flotación

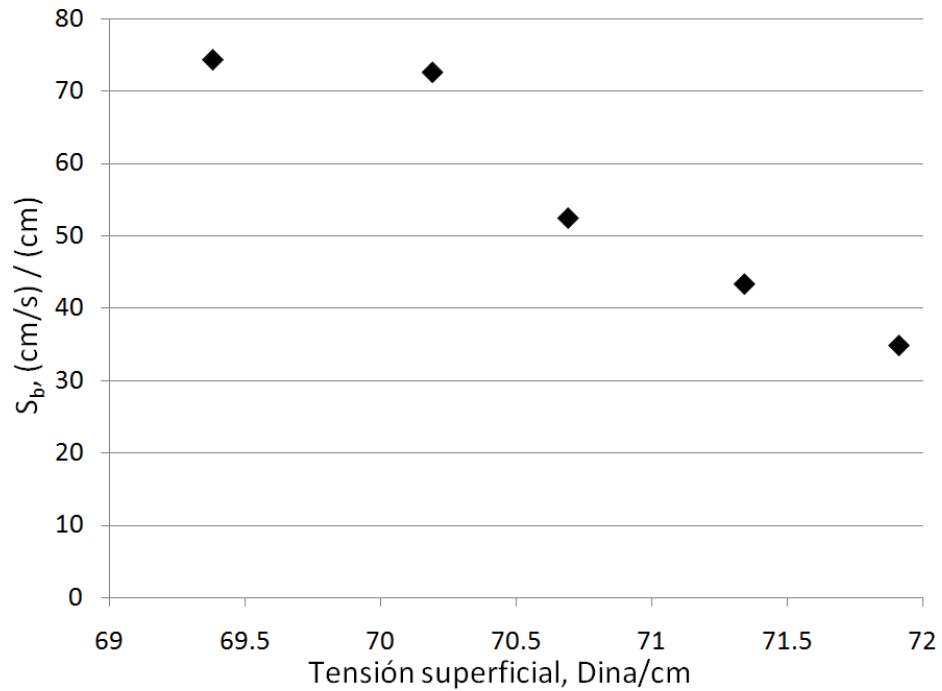
Se puede notar que en los dos puntos con la tensión superficial más baja, el tamaño de burbuja es prácticamente el mismo; lo anterior se puede deber a que ambos puntos se encuentran por encima de la concentración crítica de coalescencia.

Con el cambio en el valor de la tensión superficial se produce un cambio en el tamaño de las burbujas, lo cual conduce a una variación en la fracción del gas retenido; cuando disminuye la tensión superficial se anticipa que la fracción de gas retenido aumenta. Este comportamiento se puede observar en la Figura 4.17, en términos de los valores medidos de la fracción de gas retenido y la tensión superficial.



**Figura 4.17** Efecto de la tensión superficial en la fracción de gas retenido en la columna de flotación

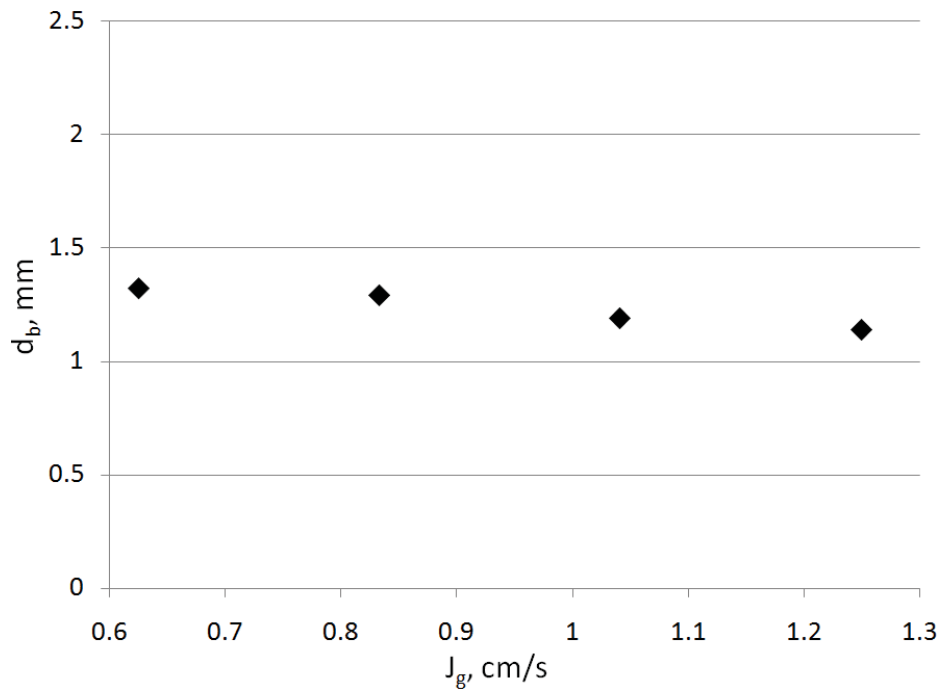
El área superficial de flujo de burbujas aumenta a medida que la tensión superficial disminuye. En la Figura 4.18 se observa que hay un aumento considerable en  $S_b$  a una tensión superficial de 69.38 y 71.19 Dina/cm; estos resultados son consistentes con la disminución del tamaño de la burbuja para las mismas condiciones de tensión superficial impuestas.



**Figura 4.18** Efecto de la tensión superficial en el área superficial de flujo de burbujas en la columna de flotación

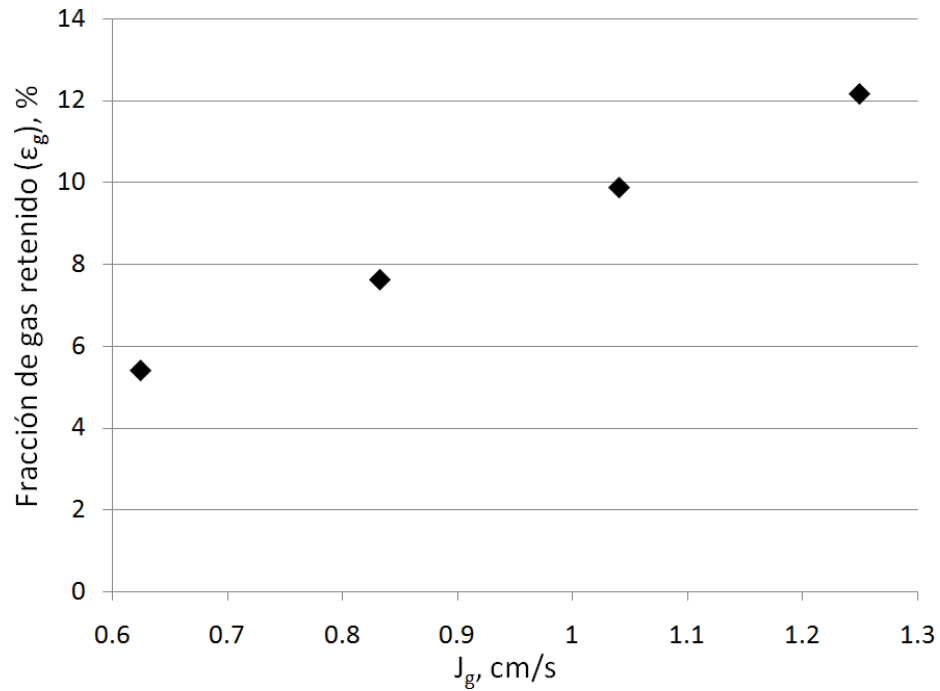
#### 4.3.2 Efecto de la velocidad superficial de gas

En la Figura 4.19 se muestra la influencia de  $J_g$  en el tamaño de burbuja. Se puede apreciar que el diámetro de burbuja tiende a disminuir a medida que  $J_g$  aumenta; este comportamiento se debe a que  $J_g$  está relacionado con la energía cinética disipada, ecuación (3.20); por lo tanto, se espera que al aumentar la energía cinética disipada, el tamaño de burbuja disminuya.



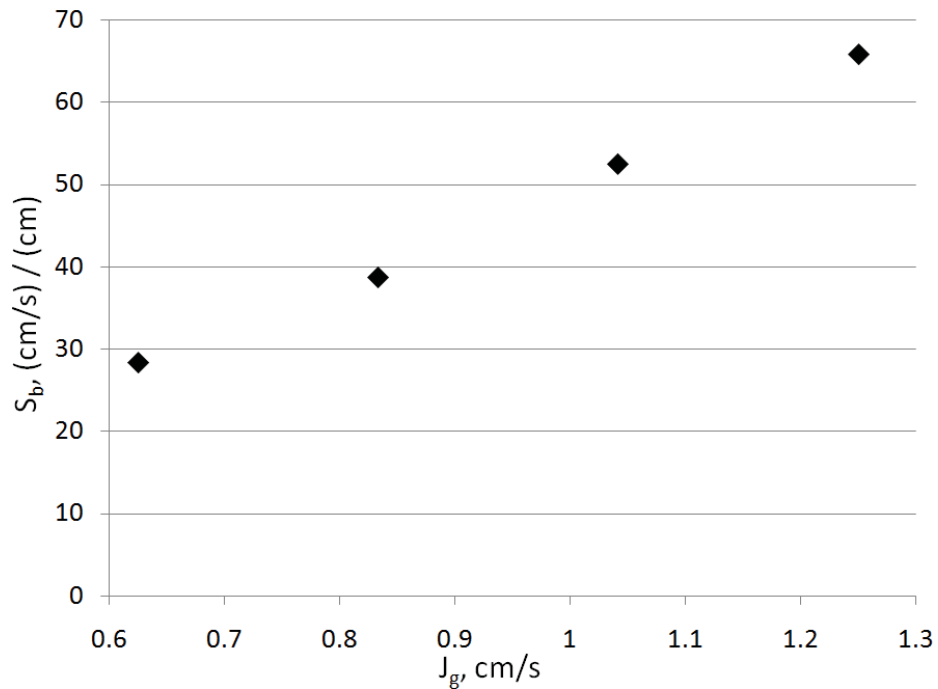
**Figura 4.19** Efecto de la velocidad superficial de gas en el tamaño de burbuja producido en la columna de flotación

Al disminuir el tamaño de las burbujas e incrementarse la cantidad de gas en la columna de flotación, se puede esperar que la fracción de gas retenido aumente. Este comportamiento se presenta en la Figura 4.20; en esta Figura se puede apreciar que la fracción de gas retenido aumenta con la velocidad superficial de gas, ya que la cantidad de gas inyectado a la columna de flotación es mayor.



**Figura 4.20** Efecto de la velocidad superficial de gas en la fracción de gas retenido en la columna de flotación

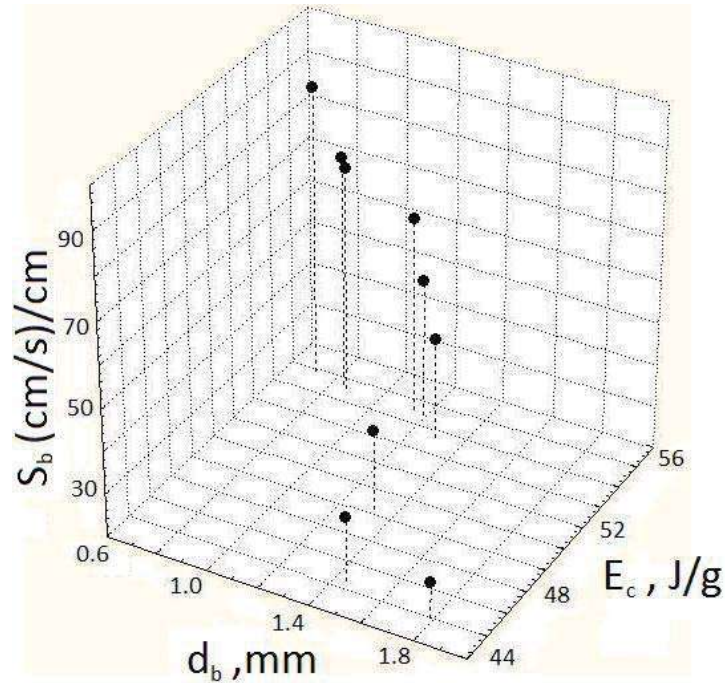
En la Figura 4.21 se muestra el comportamiento que tiene el área superficial de flujo de burbujas en términos de  $J_g$ ; ya que el área superficial  $S_b$  está relacionada directamente con  $J_g$ , se espera que aumente con el incremento en el valor de esta variable.



**Figura 4.21** Efecto de la velocidad superficial de gas en el área superficial de flujo de burbujas en la columna de flotación

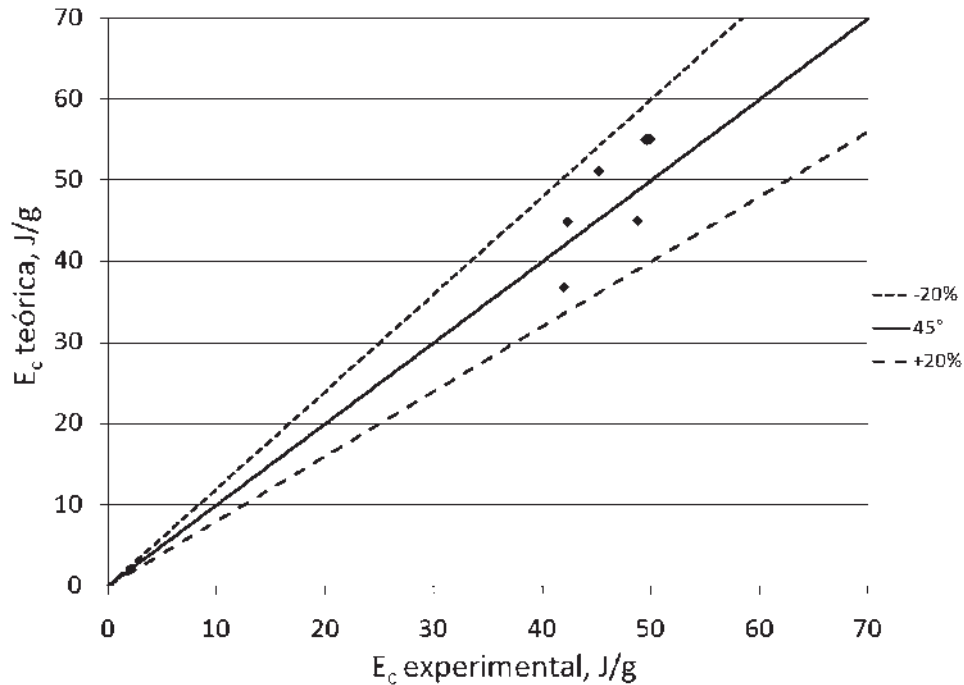
### 4.3.3 Efecto de la energía cinética disipada

En un dispersor de gas, cuando una cantidad de energía cinética que se disipa es grande, se refleja en la formación de burbujas pequeñas y, por lo tanto, en la producción de una mayor área superficial de flujo de burbujas. Este comportamiento se puede notar en la Figura 4.22; en esta figura se aprecia que cuando se disipa la mayor cantidad de energía cinética se tiene el diámetro de la burbuja menor, y el valor más elevado de  $S_b$ .



**Figura 4.22** Efecto de la energía cinética disipada en el diámetro de burbuja ( $d_b$ ) y el área superficial de flujo de burbujas ( $S_b$ ) en la columna de flotación

La energía cinética disipada se determina con las mediciones de presión en el dispersor, mediante la aplicación de la ecuación (3.21); y también se calcula considerando las características físicas del dispersor de gas, aplicando la ecuación (3.26).

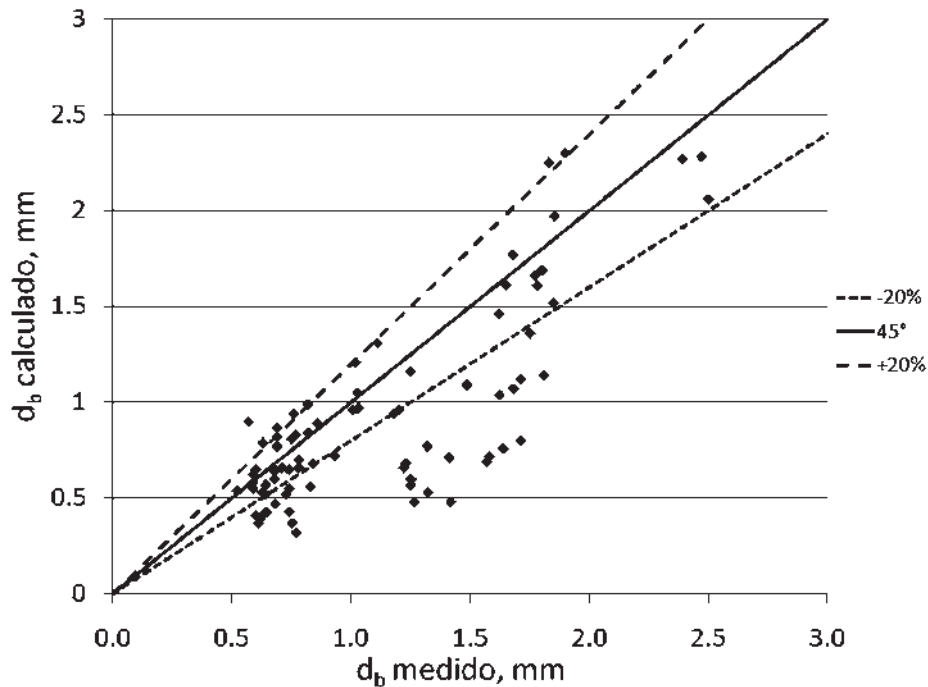


**Figura 4.23** Relación entre la energía cinética experimental y calculada en la columna de flotación

En la Figura 4.23 se puede apreciar que existe una buena relación entre la energía cinética disipada teórica (en función de las presiones en el dispersor de gas) y la calculada, en términos de la relación de radios del dispersor de gas.

#### 4.4 Tamaño de burbuja obtenido por método fotográfico y por modelo drift-flux

En cada experimento se midió el diámetro de burbuja utilizando el método fotográfico, y también fue calculado con el uso del modelo drift-flux. En la Figura 4.24 se muestra la comparación de los diámetros de burbuja medidos y los calculados en la celda de flotación.



**Figura 4.24** Diámetros de burbuja medidos con el método fotográfico vs diámetros de burbuja calculados con el modelo drift-flux en la celda de flotación

En esta figura se puede notar que en varios datos existe una diferencia mayor al 20% entre el diámetro de burbuja medido y el calculado; esta diferencia puede deberse a que una de las suposiciones del modelo drift-flux es que el flujo de fases se presenta en régimen de mezclado tipo pistón; sin embargo, en la celda de flotación el flujo de mezclado es del tipo totalmente mezclado, como se demuestra con el número de dispersión ( $N_d$ ):

$$N_d = 1.8 \left( \frac{d_c}{H_c} \cdot \frac{J_g}{J_l} \right)^{0.6} \quad (4.3)$$

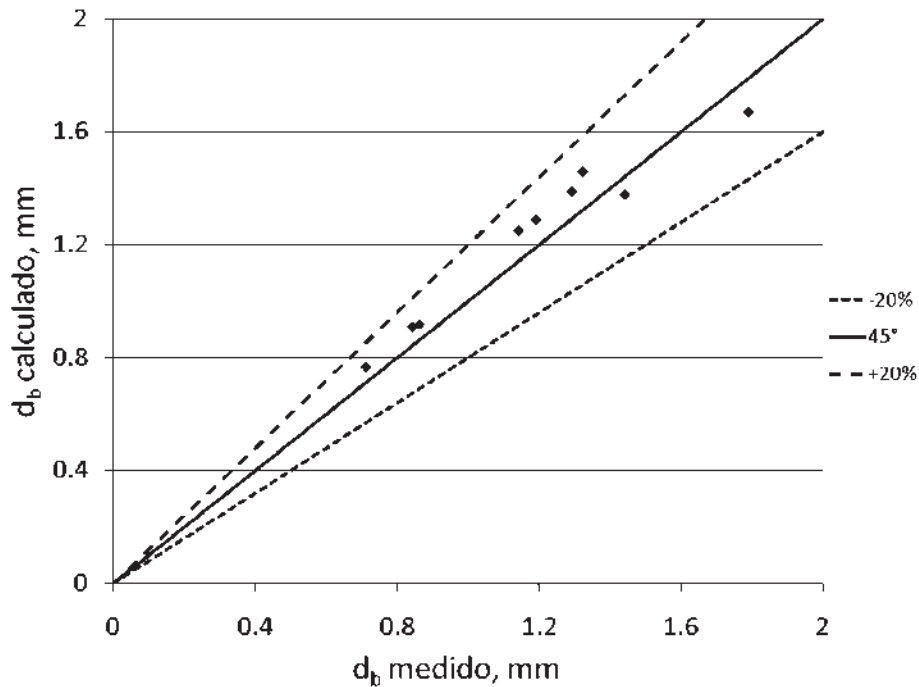
en donde

$d_c$  es el diámetro del equipo de flotación

$H_c$  es la altura del equipo de flotación

Con las condiciones utilizadas en los experimentos en la celda de flotación, se tienen números de dispersión entre 3.8 y 5.8, los cuales corresponden a un flujo perfectamente mezclado.

En la columna de flotación también se realizó la comparación de tamaños de burbuja medidos y calculados. Los resultados de muestran en la Figura 4.25.



**Figura 4.25** Diámetros de burbuja medidos con el método fotográfico vs diámetros de burbuja calculados con el modelo drift-flux en la columna de flotación

Como se puede observar en esta última figura, todos los valores de tamaños de burbuja calculados con el modelo drift-flux están en un error menor al 20%; a diferencia de la celda de flotación, en la columna se tiene un mezclado intermedio entre un flujo pistón y un mezclado perfecto, es decir, se tiene un mezclado mixto. En la columna de flotación se obtuvieron números de dispersión entre 0.4 y 0.6, los cuales corresponden a un régimen de mezclado mixto. Al existir un alejamiento menor del flujo pistón, se tiene una mejor aproximación a la suposición del modelo drift-flux, y por lo tanto, un menor error en el cálculo, en comparación con la celda de flotación.

#### 4.5 Modelo matemático propuesto para la predicción del tamaño de burbuja

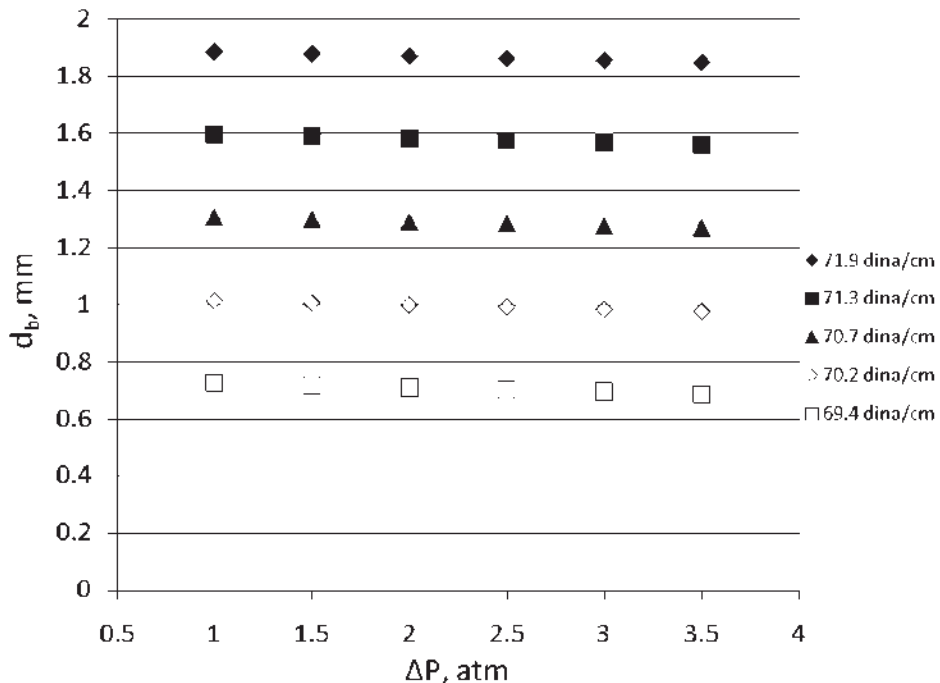
Con los resultados experimentales, se realizó un modelo lineal empírico; dicho modelo requiere como datos la velocidad superficial de gas, la velocidad superficial de líquido, la concentración de espumante y la caída de presión en el dispersor. La ecuación para el modelo empírico se presenta a continuación:

$$d_b = -14.47 - 0.033J_g - 0.013J_l + 0.206\Delta P + 0.218\sigma \quad (4.4)$$

En la ecuación anterior, el término  $\Delta P$  puede ser sustituido a partir de la ecuación (3.27), para obtener una expresión en términos de las características físicas del dispersor de gas (relación de radios del orificio de descarga del dispersor). La expresión obtenida es la siguiente:

$$d_b = -14.47 - 0.033J_g - 0.013J_l + \frac{0.206}{\rho_1 + \rho_2} \left[ P_2\rho_2 - P_1\rho_1 - \frac{\rho_1\rho_2 Q^2}{2\pi^2 R^4} \left( \frac{2r^2 R^2 - r^4}{(r^2 - R^2)^2} \right) \right] + 0.218\sigma$$

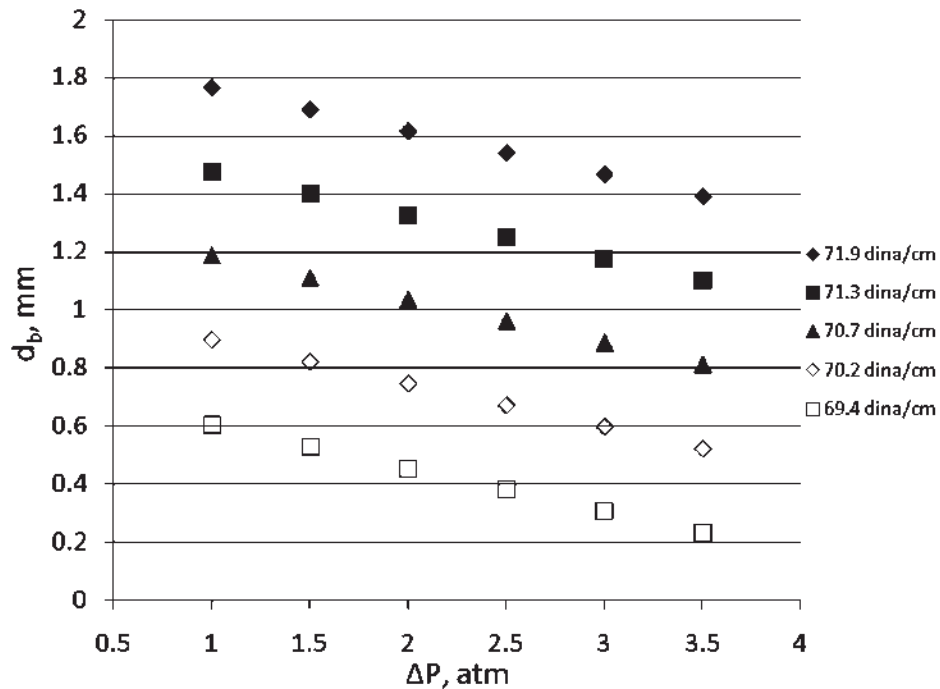
Se calculó el diámetro de la burbuja para varias concentraciones de espumante y caídas de presión. El gráfico de estos resultados se muestra en la Figura 4.26.



**Figura 4.26** Predicciones de tamaño de la burbuja con el uso del modelo empírico

En este último gráfico se puede observar que el diámetro de la burbuja se ve afectado ligeramente por la caída de presión; el modelo empírico presenta un factor de correlación relativamente bajo ( $R = 0.904$ ).

También se realizó un modelo matemático, con el uso de un software (NeuroShell<sup>®</sup> 2) de redes neuronales (Apéndice F), para predecir el tamaño de la burbuja a partir de los valores de la velocidad superficial de gas, la velocidad superficial del líquido, la concentración del espumante y la caída de la presión en el dispersor. El programa se realizó en VisualBasic<sup>®</sup>, y su código se presenta en el Apéndice E.



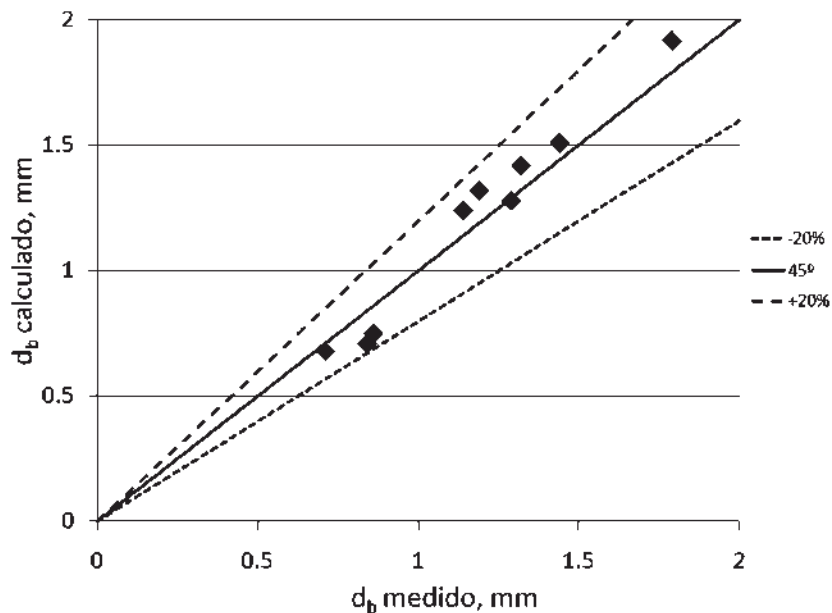
**Figura 4.27** Predicciones de tamaño de la burbuja con el uso de redes neuronales

Para este modelo matemático se obtuvo un factor de correlación  $R$  de 0.999. En la Figura 4.27 se puede observar que el tamaño de la burbuja disminuye al incrementarse el valor de caída de presión; este tipo de gráfico podría utilizarse en la industria, ya que el operador de un equipo de flotación podría, en teoría, controlar el tamaño de burbuja manipulando la presión del dispersor de gas, controlando la abertura del orificio de descarga del gas del dispersor. Es importante señalar que los resultados mostrados en

este gráfico se deben tomar con reserva, y conviene realizar un mayor estudio sobre este punto.

Las diferencias entre los valores previstos de los diámetros de la burbuja (producidos en función de la caída de presión en la descarga del inyector de gas) por estos dos modelos, son ilustradas por los valores de los coeficientes de correlación que cada uno ellos muestran (0.904 versus 0.999).

El modelo empírico, desarrollado en este trabajo en base a las características del dispersor de gas y de las propiedades fisicoquímicas del sistema, se valida en sus predicciones contra la medición directa del tamaño de las burbujas que se generan. En la Figura 4.28 se muestra la validación del modelo empírico. Se puede observar que el modelo predice el tamaño de las burbujas con un error menor al 20% en todos los casos, lo cual es aceptable desde el punto de vista en su aplicación en ingeniería.



**Figura 4.28** Predicción del tamaño de la burbuja con el uso del modelo empírico en la columna de flotación

## CAPÍTULO V

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1 CONCLUSIONES

Se llevaron a cabo mediciones experimentales de tamaño de burbuja mediante un método fotográfico-análisis de imágenes, usando una sonda diseñada para tal aplicación; los experimentos se llevaron a cabo en una celda de flotación y en una columna de flotación de escala planta piloto. En ambos casos el gas se alimentó mediante cuatro inyectores de gas tipo jet de orificio de abertura de descarga variable, en donde la velocidad superficial del gas en la descarga del orificio es conocida y controlada. Del análisis de los resultados se derivan las siguientes conclusiones.

1. Es posible controlar y predecir el tamaño de las burbujas producidas en un sistema de flotación (aire-agua; sin sólidos) con el dispersor de gas utilizado en el presente trabajo. Su diseño permite medir y controlar la presión en su interior, al manipular el diámetro del orificio anular de descarga del gas, con lo cual se determina y controla la energía cinética disipada y el tamaño de burbuja.
2. Se desarrolló un modelo matemático que predice el tamaño de las burbujas a partir del diámetro del orificio anular de descarga del dispersor de gas, la velocidad superficial del gas, la velocidad superficial de líquido y la tensión superficial del medio:

$$d_b = -14.47 - 0.033J_g - 0.013J_l + \frac{0.206}{\rho_1 + \rho_2} \left[ P_2\rho_2 - P_1\rho_1 - \frac{\rho_1\rho_2 Q^2}{2\pi^2 R^4} \left( \frac{2r^2 R^2 - r^4}{(r^2 - R^2)^2} \right) \right] + 0.218\sigma$$

3. La disminución de la tensión superficial del medio originada por la adición del espumante (MIBC), ocasiona una disminución en el tamaño de la burbuja, y un incremento en la fracción de gas retenido y en el área superficial de flujo de burbujas; sin embargo este efecto se ve disminuido considerablemente a valores de tensión superficial menores a 70.7 dina/cm. Este fenómeno se atribuye al

exceso de área superficial de la interfase vapor-líquido, lo cual origina la coalescencia de las burbujas.

4. Un incremento en la velocidad superficial del gas resulta en la disminución del tamaño de la burbuja, en un aumento en la fracción del gas retenido y en un incremento en el área superficial de flujo de burbujas; este comportamiento es debido a la cantidad de energía cinética del gas que se disipa para crear una nueva área superficial de la interfase vapor-líquido.
5. La velocidad superficial de líquido no tiene efecto alguno en el tamaño de las burbujas; sin embargo, a una velocidad superficial del líquido de 0.06 cm/s, la fracción de gas retenido aumenta en un determinado valor y posteriormente disminuye a un valor de  $J_l = 0.18$  cm/s, esto como resultado del arrastre de burbujas con el flujo de colas.
6. El modelo de arrastre presenta errores mayores al 20% en la predicción del tamaño de burbuja en la celda de flotación en comparación con el método fotográfico; por el contrario, en la columna de flotación, el modelo presenta errores menores al 15%; estas diferencias se atribuyen a los tipos de mezclado entre estos dos procesos de flotación. En el caso de la celda de flotación, se tiene un mezclador cercano al caso perfecto, como lo indican los valores del número de dispersión (3.8 a 5.8), mientras que la columna de flotación se acerca más a un mezclador tipo pistón como lo sugiere el valor del número de dispersión (0.4 a 0.6).

El dispersor de gas utilizado en el presente trabajo permite controlar el tamaño de las burbujas producidas, al controlar la energía cinética disipada. La simplicidad en este procedimiento de la práctica puede garantizar, en dado caso, una transferencia tecnológica relativamente simple para la aplicación de la técnica en la producción industrial.

## 5.2 RECOMENDACIONES

1. Estudiar el efecto que tiene la presencia de sólidos hidrófobos e hidrófilos en una pulpa mineral, en el tamaño de burbuja; así como el efecto de la densidad de la pulpa en el modelo.
2. Estudiar el efecto la energía cinética disipada por el dispersor de gas en los patrones de mezclado de las fases gas y líquido.
3. Estudiar la flotación de sólidos, de especies en solución (flotación iónica) y de emulsiones líquido-líquido y determinar la eficiencia del proceso mediante el control de los tamaños de las burbujas manipulando el valor de la energía cinética disipada en la inyección del gas en el líquido o en la pulpa
4. Desarrollar un sistema y procedimiento de control automático del diámetro de abertura de descarga del dispersor de gas.
5. Modificar el sistema de iluminación del visor de burbujas, para que sea posible obtener fotografías que puedan ser analizadas de manera automática por software.

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1. Adrian R. J., 1991. Particle-Imaging Techniques For Experimental Fluid-Mechanics, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 23, pp. 261-304.
2. Arbiter, N., Harris, C. C., 1962. Flotation kinetics, AIME, New York, pp. 215-246.
3. Barigou M., Greaves M., 1991. A capillary suction probe for bubble size measurement, *Meas. Sci. Technol.*, 2, pp. 318-326.
4. Camarasa E., Vial C., Poncin S., Wild G., Midoux N., Bouillard J., 1999. Influence of coalescence behavior of the liquid and of gas sparging on hydrodynamics and bubble characteristics in a bubble column, *Chemical Engineering and Processing*, 38, pp. 329–344.
5. Cheng Y. H., Mikhail M. W., Salama A. I. A., 1996. Bubble generation by a two-phase ejector; Column '96, Third International Symposium on Column Flotation.
6. Cho Y. S., Laskowski J. S., 2002. Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability, *Inter. J. Miner. Process*, 64, pp. 69-80.
7. Clancy, L. J., 1975, *Aerodynamics*, John Wiley & Sons, Londres.
8. Diaz-Penafiel, P., Dobby, G. S., 1994. Kinetic studies in flotation columns: Bubble size effect, *Miner. Eng.* 7 (4), pp. 465-478.
9. Dobby & Finch, 1990. *Column Flotation*, Pergamon Press.
10. Escudero R., 2007. Modelos matemáticos comúnmente empleados en sistemas de dispersión para estimar las características de las mismas, Programa de capacitación y adiestramiento SPUM, UMSNH.
11. Evans G. M., Jameson G. J., Atkinson B. W., 1992. Prediction of the bubble size generated by a plunging liquid jet bubble column, *Chem. Eng. Science*, 47 (13), pp. 3265-3272.
12. Girgin E. H., Do S., Gómez C. O., Finch J. A., 2002. A technique for the direct measurements of bubble size distributions in industrial flotation cells, *Minerals Engineering*, 19 (2), pp. 201-203.
13. Grau R.A., Heiskanen, K., 2002. Visual technique for measuring bubble size in flotation machines, *Miner. Eng.* 15 (7), pp. 507-513.

14. Grau R. A., Laskowski J. S., 2006. Role of frothers in Bubble Generation and Coalescence in a Mechanical Flotation Cell attachment, *Can. J. Chem. Eng.*, 84, pp. 170-182.
15. Grau R. A., 2006. PhD Thesis, Helsinki University of Technology, Finland.
16. Hofmeister, J. J. M., 1988. Gas holdup measurements in bioreactors, *TIBTECH*, 6, pp. 19-22.
17. Jameson, G. J., Nam, S., Moo-Young, M., 1977a. Physical factors affecting recovery rates in flotation. *Min. Sci. Eng.* 9 (3), pp. 103-118.
18. Jameson G. J., Nam S., Moo-Young M., 1977b. Physical factors affecting recovery rates in flotation, *Min. Sci. Eng.*, 9 (3), pp. 103-111.
19. Jamialahmadi M., Zehtaban M. R., Muller-Steinhagen H., 2001. Study of bubble formation under constant flow conditions, *Chem. Eng. Res. Des*, 79 (5), p. 523.
20. Kulkarni A. A., Joshi J. B., 2005. Bubble Formation and Bubble Rise Velocity in Gas-Liquid Systems: A review, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 44, pp. 5873-5931.
21. Laskowski J. S., 2004. Testing Flotation Frothers, *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 38, pp. 13-22.
22. Lee J. E., Choi W. S., Lee J.K., 2003. A Study of the Bubble Properties in the Column Flotation System, *Korean J. Chem. Eng.*, 20 (5), pp. 942-949.
23. Leibson I., Holcomb E. G., Cacosso A. G., John J. J., 1956. Rate of flow and mechanics of bubble formation from single submerged orifices. *AIChE. J.*, 2 (3), pp. 296 – 306.
24. Luo X., Lee D. J., Lau R., Yang G., Fan L. S., 1999. Maximum stable bubble size in high pressure columns, *AIChE Journal*, 45 (4), pp. 665-680.
25. Majumder S. K., Kundu G., Mukherjee D., 2006. Bubble size distribution and gas-liquid interfacial area in a modified downflow bubble column, *Chem. Eng. J.*, 122, pp. 1-10.
26. Mandal A., Kundu G., Mukherjee D., 2005. A comparative study of gas holdup, bubble size distribution and interfacial area in a downflow bubble column, *Chemical Engineering Research and Design*, 83 (4), pp. 423-428.
27. Manual de Operación del Medidor de Tensión superficial, Cole-Palmer 59780-90

28. Masliyah J. H., 1979. Hindered settling in a multi-species particles system, *Chemical engineering science*, 34, pp. 1166-1168.
29. Maxwell J. C., 1982. *A treatise of electricity and magnetism*, 3<sup>rd</sup>. Ed., Part. II, Chap. IX, Oxford University Press, London, pp. 435.
30. Neuroshell<sup>®</sup> 2, Neural Network Software, 1998. Ward Systems Group. Frederick, Maryland.
31. Perry & Green, 1999. *Chemical Engineer's Handbook*, McGraw-Hill.
32. Polli M., Di Stanislao M., Bagatin R., Bark E. A., Masi M., 2002. Bubble size distribution in the sparger region of bubble columns, *Chem. Eng. Sci.*, 57, pp. 197-205.
33. Saberi, S., Shakourzadeh, K., Bastoul, D., Militzer, J., 1995. Bubble size and velocity measurement in gas-liquid systems: Application of fibre optic technique to pilot plant scale, *Can. J. Chem. Eng.*, 73, p. 253.
34. Saito Y., Mishima K., Tobita Y., Suzuki T., Matsubayashi, M., 2004. Velocity field measurement in gas-liquid metal twophase flow with use of PIV and neutron radiography techniques, *App. Rad. Isotopes*, 61 (4), pp. 683-691.
35. Silberman E. 1960. Air-Water Mixture Flow Through Orifices, Bends, and Other Fittings in a Horizontal Pipe, Project Report No 63. St. Anthony Falls Hydraulic Lab., University of Minnesota, pp. 253-494.
36. Spyridopoulos M., Simons S. Neethling S., Cilliers J., 2004. Effect of humic substances and particles on bubble coalescence and foam stability in relation to dissolved air flotation, *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 38, pp. 37-52.
37. Takamura K., 2006. Surface Tension and Surfactant, *RBU Functional Polymers – NAFTA*.
38. Takemura, F., Magnaudet, J., 2004. The history force on a rapidly shrinking bubble rising at finite Reynolds number, *Phys. Fluids*, 16 (9), pp. 3247-3255.
39. Tavera F. J., Escudero R., Gómez C. O., Finch J. A., 1998a. Determination of solids holdup in thickeners from measurements of electrical conductivity using flow cells, *Minerals Engineering*, 11 ( 3), pp. 233-241.

40. Tavera F. J., Gómez C. O., Finch J. A., 1998b. Conductivity flow cell for measurements on dispersions, *Canadian Metallurgical Quarterly*, 37 (1), pp. 19-25.
41. Tavera F. J., Gómez C. O., Finch J. A., 2000. Estimation of gas holdup in froths by electrical conductivity: application of the standard addition method, *Minerals Engineering*, 11 (10), pp. 139-142.
42. Uribe-Salas, Alejandro, 1991. PhD Thesis, McGill University, Canadá.
43. Yianatos J. B., Finch J. A., Dobby G. S., Xu M., 1988. Bubble size estimation in a bubble swarm, *Journal of colloid and interface science*, 126 (1), pp. 37-44.

## APÉNDICE A

### GLOSARIO

**Ecuaciones de Navier-Stokes:** Se trata de un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que describen el movimiento de un fluido. Estas ecuaciones se obtienen aplicando los principios de conservación de la mecánica y la termodinámica a un volumen fluido.

**Hidrófilo:** se aplica al comportamiento de toda molécula que posee afinidad por el agua. Las moléculas hidrófilas tienden a acercarse y mantener contacto con el agua.

**Hidrófobo:** término que se aplica al comportamiento que tienen las sustancias que son repelidas por el agua o que no se pueden mezclar con ella.

**Fuerza de arrastre:** en dinámica de fluidos, es la fricción entre dos fluidos, por ejemplo, una burbuja de gas que se mueve en el seno de un líquido. La fuerza de arrastre actúa en dirección opuesta al movimiento de la partícula.

**Fuerzas viscosas:** la viscosidad es la propiedad que presenta un fluido a oponerse a su flujo cuando se le aplica una fuerza. La fuerza de viscosidad es aquella debida a la fuerza de cohesión existente entre las moléculas de un fluido, lo que origina una desigual distribución de velocidades de las líneas de corriente de un fluido en movimiento.

**Número de Reynolds:** El número de Reynolds es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos, diseño de reactores y fenómenos de transporte para caracterizar el movimiento de un fluido.

Como todo número adimensional es un cociente, una comparación. En este caso es la relación entre los términos convectivos y los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento de los fluidos.

Además el número de Reynolds permite predecir el carácter turbulento o laminar de un fluido. Si el número de Reynolds es menor a 2100, se presenta un flujo laminar; un número de Reynolds de entre 2100 y 4000 representa un flujo de transición entre el

laminar y el turbulento; éste último se presenta en números de Reynolds mayores a 4000. El flujo turbulento es un régimen de flujo caracterizado por baja difusión de momento, alta convección y cambios espacio-temporales rápidos de presión y velocidad.

**Tensión superficial:** la tensión superficial es causada por la atracción entre moléculas de un líquido debida a fuerzas intermoleculares. En el seno del líquido cada molécula es repelida y atraída en todas direcciones por las moléculas circundantes con la misma intensidad, lo que resulta en una fuerza neta igual a cero. En la superficie del líquido, las moléculas son atraídas hacia el seno del líquido, sin embargo, no son atraídas por otras moléculas del medio circundante, por ejemplo, un gas. Consecuentemente, todas las moléculas en la superficie del líquido son atraídas al interior por las fuerzas intermoleculares que son contrarrestadas únicamente por la fuerza de compresión del líquido, por lo tanto, hay una tendencia a que la superficie del líquido ocupe la menor área posible.

## APÉNDICE B

Tabla B.1 Resultados experimentales en la celda de flotación sub-aireada

$d_b$ (mm), Sauter	$d_b$ (mm), drift Flux	$\sigma$ (Dina/cm)	$J_g$ (cm/s)	$J_l$ (cm/s)	Diámetro de abertura del orificio descarga del dispersor (mm)	$\Delta P$ (atm)	$E_c$ (J/g)	$\epsilon_g$ (%)	$S_b$ (cm/s)/cm
2.39	2.06	71.91	0.625	0	0.165	2.98	60.94	1.4	25.69
1.25	0.76	71.34	0.625	0	0.165	3.35	62.72	2.82	43.78
0.99	0.53	70.69	0.625	0	0.165	3.36	62.79	4.1	49.88
0.91	0.41	70.19	0.625	0	0.165	3.44	63.14	4.83	52.21
0.66	0.32	69.38	0.625	0	0.165	2.73	59.53	5.1	54.67
1.85	1.69	71.91	0.833	0	0.206	2.55	58.45	1.61	27.02
1.18	1.09	71.34	0.833	0	0.206	2.35	56.99	3.24	48.52
0.89	0.6	70.69	0.833	0	0.206	2.95	60.78	3.83	56.16
0.85	0.47	70.19	0.833	0	0.206	2.38	57.26	4.68	58.80
0.77	0.37	69.38	0.833	0	0.206	2.58	58.62	5.22	57.45
1.81	1.77	71.91	1.041	0	0.223	2.21	55.94	2.45	34.51
1.03	1.04	71.34	1.041	0	0.223	2.02	54.36	3.7	61.84
0.83	0.48	70.69	1.041	0	0.223	2.54	58.34	4.04	75.25
0.81	0.43	70.19	1.041	0	0.223	1.93	53.51	4.86	77.11
0.87	0.4	69.38	1.041	0	0.223	2.09	54.93	5.5	81.12
1.86	1.97	71.91	1.25	0	0.248	1.54	49.13	2.89	40.32
1.01	1.12	71.34	1.25	0	0.248	1.57	49.54	4.15	63.56
0.84	0.48	70.69	1.25	0	0.248	1.91	53.32	6.27	89.29
0.82	0.53	70.19	1.25	0	0.248	1.52	48.90	5.04	91.46
0.90	0.37	69.38	1.25	0	0.248	1.55	49.23	5.13	102.74
1.77	2.28	71.91	0.625	0.06	0.165	2.97	60.91	2.6	42.37
1.71	0.72	71.34	0.625	0.06	0.165	3.34	62.69	4.7	43.85
1.32	0.57	70.69	0.625	0.06	0.165	3.36	62.77	5.5	56.81
0.58	0.54	70.19	0.625	0.06	0.165	3.44	63.11	6.3	73.31
0.59	0.43	69.38	0.625	0.06	0.165	2.72	59.49	7.3	81.11
1.75	1.36	71.91	0.833	0.06	0.206	2.55	58.44	2.14	28.56
1.41	0.71	71.34	0.833	0.06	0.206	2.34	56.95	4.89	35.45
1.23	0.68	70.69	0.833	0.06	0.206	2.95	60.78	6.28	40.63
0.63	0.79	70.19	0.833	0.06	0.206	2.38	57.23	7.8	79.33
0.73	0.52	69.38	0.833	0.06	0.206	2.57	58.58	10.5	68.47
1.65	1.61	71.91	1.041	0.06	0.223	2.21	55.91	3.62	37.85
1.57	0.69	71.34	1.041	0.06	0.223	2.02	54.35	5.24	39.78

1.22	0.66	70.69	1.041	0.06	0.223	2.53	58.32	6.87	51.20
0.6	0.65	70.19	1.041	0.06	0.223	1.93	53.49	8.28	104.10
0.59	0.58	69.38	1.041	0.06	0.223	2.09	54.92	11.02	105.86
1.77	1.66	71.91	1.25	0.06	0.248	1.54	49.08	3.39	42.37
1.71	0.8	71.34	1.25	0.06	0.248	1.57	49.50	5.58	43.86
1.32	0.77	70.69	1.25	0.06	0.248	1.91	53.26	7.22	56.82
0.58	0.57	70.19	1.25	0.06	0.248	1.52	48.88	8.39	129.31
0.59	0.62	69.38	1.25	0.06	0.248	1.54	49.17	9.82	127.12
1.86	2.27	71.91	0.625	0.12	0.165	2.63	58.96	2.9	40.32
1.68	1.16	71.34	0.625	0.12	0.165	3.49	63.33	4.6	44.64
1.34	0.64	70.69	0.625	0.12	0.165	3.53	63.49	5.2	55.97
0.63	0.65	70.19	0.625	0.12	0.165	3.15	61.79	5.8	83.04
0.68	0.52	69.38	0.625	0.12	0.165	3.29	62.49	6.3	90.30
1.85	1.52	71.91	0.833	0.12	0.206	2.57	58.57	2.29	27.02
1.03	0.97	71.34	0.833	0.12	0.206	2.99	61.02	4.34	48.52
0.83	0.56	70.69	0.833	0.12	0.206	2.62	58.87	5.41	60.22
0.78	0.66	70.19	0.833	0.12	0.206	2.59	58.68	7.49	64.08
0.59	0.55	69.38	0.833	0.12	0.206	3.00	61.07	8.09	84.71
1.81	1.14	71.91	1.041	0.12	0.223	2.17	55.63	3.36	34.51
1.01	0.96	71.34	1.041	0.12	0.223	2.90	60.53	5.51	61.84
0.68	0.6	70.69	1.041	0.12	0.223	1.88	52.97	6.1	91.85
0.78	0.7	70.19	1.041	0.12	0.223	1.91	53.29	7.39	80.08
0.64	0.57	69.38	1.041	0.12	0.223	2.48	57.98	7.99	97.59
1.68	1.07	71.91	1.25	0.12	0.248	1.59	49.76	3.85	44.64
1.18	0.94	71.34	1.25	0.12	0.248	1.90	53.17	6.1	63.56
0.84	0.68	70.69	1.25	0.12	0.248	1.32	46.14	6.99	89.29
0.93	0.72	70.19	1.25	0.12	0.248	1.47	48.27	7.39	80.65
0.68	0.65	69.38	1.25	0.12	0.248	2.00	54.17	8.49	110.29
1.72	2.3	71.91	0.625	0.18	0.165	1.05	60.51	2.2	43.6
1.65	1.31	71.34	0.625	0.18	0.165	2.98	62.14	3.6	45.45
1.36	0.83	70.69	0.625	0.18	0.165	5.58	62.54	4.1	55.14
0.68	0.55	70.19	0.625	0.18	0.165	5.73	60.52	5.1	91.29
0.69	0.66	69.38	0.625	0.18	0.165	5.92	62.21	5.1	94.69
1.72	2.25	71.91	0.833	0.18	0.206	2.25	56.29	1.65	27.31
1.03	1.05	71.34	0.833	0.18	0.206	2.90	60.53	3.66	48.52
0.82	0.84	70.69	0.833	0.18	0.206	2.26	56.31	5.13	60.95
0.75	0.81	70.19	0.833	0.18	0.206	2.66	59.11	6.22	66.64
0.57	0.9	69.38	0.833	0.18	0.206	2.97	60.89	7.22	87.68
1.78	1.61	71.91	1.041	0.18	0.223	2.16	55.52	3.47	35.09
1.02	1.21	71.34	1.041	0.18	0.223	2.42	57.57	4.15	61.24
0.82	0.99	70.69	1.041	0.18	0.223	1.94	53.55	4.94	76.17

---

0.76	0.94	70.19	1.041	0.18	0.223	2.39	57.33	6.52	82.18
0.69	0.77	69.38	1.041	0.18	0.223	2.54	58.34	7.52	90.52
1.62	1.46	71.91	1.25	0.18	0.248	1.62	50.15	2.88	46.30
1.2	0.96	71.34	1.25	0.18	0.248	1.89	53.04	4.74	62.50
0.86	0.89	70.69	1.25	0.18	0.248	1.44	47.80	5.53	87.21
0.69	0.82	70.19	1.25	0.18	0.248	1.84	52.57	6.42	108.70
0.69	0.87	69.38	1.25	0.18	0.248	1.80	52.20	7.02	108.70

## APÉNDICE C

**Tabla C.1** Resultados experimentales en la columna de flotación

$d_b$ (mm), Sauter	$d_b$ (mm), drift-flux	$\sigma$ (Dina/cm)	$J_g$ (cm/s)	$J_l$ (cm/s)	Diámetro de abertura del orificio descarga del dispersor (mm)	$\Delta P$ (atm)	$E_c$ (J/g)	$\epsilon_g$ (%)	$S_b$ (cm/s)/cm
1.19	1.29	70.69	0.625	0	0.1939	3.56	49.44	5.41	28.41
1.14	1.33	70.69	0.833	0	0.2475	2.12	41.95	7.63	38.74
1.29	1.42	70.69	1.041	0	0.2549	2.62	45.20	9.88	52.49
1.32	1.53	70.69	1.25	0	0.2885	2.17	42.30	12.17	65.79
0.84	0.94	69.38	0.625	0	0.1939	3.61	49.60	8.33	34.89
1.79	1.64	71.91	0.625	0	0.1939	3.60	49.56	4.66	43.38
1.44	1.38	71.34	0.625	0	0.1939	3.63	49.70	5.02	52.49
0.86	1.01	70.19	0.625	0	0.1939	3.68	49.86	7.31	72.63
0.71	0.81	70.69	0.833	0	0.2039	3.37	48.73	8.33	74.36

## APÉNDICE D

```

Sub drift()
Dim i As Integer
Dim Usb, Jg, JI, Eg, Ut, Db, Resb, Reb, g, RI, m, MuL As Double
Dim ciclom, ciclodb, resm, resDb, errorm, rangom, errorDb, rangoDb As Double

```

```

Eg = Cells(2, 2)
Jg = Cells(3, 2)
JI = Cells(4, 2)

```

```

g = 981
RI = 1
MuL = 0.01
rangom = 0.0000000001
errorm = 1
rangoDb = 0.0000000001
errorDb = 1

```

```

m = 4.45
Db = 0.001

```

```

While errorm >= rangom
  resm = m
  Usb = Jg / Eg + JI / (1 - Eg)
  Ut = Jg / (Eg * (1 - Eg) ^ m) + (Jg + JI) / ((1 - Eg) ^ m)
  While errorDb >= rangoDb
    resDb = Db
    Resb = (Db * Usb * RI * (1 - Eg)) / MuL
    Usb = (g * Db ^ 2 * RI * (1 - Eg) ^ (m - 1)) / (18 * MuL * (1 + 0.15 * Resb ^ 0.687))
    Db = ((18 * MuL * Ut * (1 + 0.15 * Resb ^ 0.687)) / (g * RI)) ^ 0.5
    errorDb = Abs(Db - resDb)
  Wend
  Reb = Ut * RI * Db / MuL
  If Reb < 200 Then
    m = (4.45 + 18 * Db / 400) * Reb ^ (-0.1)
  Else
    m = 4.45 * Reb ^ (-0.1)
  End If
  errorm = Abs(m - resm)
Wend
Cells(5, 2).Value = Db * 10
End Sub

```

## APÉNDICE E

```

Sub Botón1_Haga_clic_en()
  Dim netsum As Double
  Static feature2(95) As Double

  ' Db is Db(mm)._Sauter
  ' Jg is Jg_(cm/s)
  ' JI is JI_(cm/s)
  ' DP is ?P_(atm)
  ' ppm is ppm

  Jg = Cells(2, 2)
  JI = Cells(3, 2)
  Db = Cells(4, 2)
  ppm = Cells(5, 2)

  If (Db < 0.52) Then Db = 0.52
  If (Db > 2.5) Then Db = 2.5
  Db = (Db - 0.52) / 1.98

  If (Jg < 0.625) Then Jg = 0.625
  If (Jg > 1.25) Then Jg = 1.25
  Jg = (Jg - 0.625) / 0.625

  If (JI < 0) Then JI = 0
  If (JI > 0.18) Then JI = 0.18
  JI = JI / 0.18

  If (ppm < 0) Then ppm = 0
  If (ppm > 20) Then ppm = 20
  ppm = ppm / 20

  Db = Db * 3
  Jg = Jg * 2.694118
  JI = JI * 0.3176471
  ppm = ppm * 0.1529412

  feature2(1) = (Db - 3) ^ 2
  feature2(1) = feature2(1) + (Jg - 0) ^ 2
  feature2(1) = feature2(1) + (JI - 0) ^ 2
  feature2(1) = feature2(1) + (ppm - 0) ^ 2
  feature2(1) = Exp(-feature2(1) / 0.01276238)
  netsum = feature2(1)

  feature2(2) = (Db - 1.212121) ^ 2

```

---

```
feature2(2) = feature2(2) + (Jg - 0) ^ 2
feature2(2) = feature2(2) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(2) = feature2(2) + (ppm - 0.07647059) ^ 2
feature2(2) = Exp(-feature2(2) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(2)
```

```
feature2(3) = (Db - 0.1212122) ^ 2
feature2(3) = feature2(3) + (Jg - 0) ^ 2
feature2(3) = feature2(3) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(3) = feature2(3) + (ppm - 0.1147059) ^ 2
feature2(3) = Exp(-feature2(3) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(3)
```

```
feature2(4) = (Db - 1.939394) ^ 2
feature2(4) = feature2(4) + (Jg - 0.8966023) ^ 2
feature2(4) = feature2(4) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(4) = feature2(4) + (ppm - 0) ^ 2
feature2(4) = Exp(-feature2(4) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(4)
```

```
feature2(5) = (Db - 1.469697) ^ 2
feature2(5) = feature2(5) + (Jg - 0.8966023) ^ 2
feature2(5) = feature2(5) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(5) = feature2(5) + (ppm - 0.0382353) ^ 2
feature2(5) = Exp(-feature2(5) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(5)
```

```
feature2(6) = (Db - 1.106061) ^ 2
feature2(6) = feature2(6) + (Jg - 0.8966023) ^ 2
feature2(6) = feature2(6) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(6) = feature2(6) + (ppm - 0.07647059) ^ 2
feature2(6) = Exp(-feature2(6) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(6)
```

```
feature2(7) = (Db - 0.2424243) ^ 2
feature2(7) = feature2(7) + (Jg - 0.8966023) ^ 2
feature2(7) = feature2(7) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(7) = feature2(7) + (ppm - 0.1147059) ^ 2
feature2(7) = Exp(-feature2(7) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(7)
```

```
feature2(8) = (Db - 0.3484849) ^ 2
feature2(8) = feature2(8) + (Jg - 0.8966023) ^ 2
feature2(8) = feature2(8) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(8) = feature2(8) + (ppm - 0.1529412) ^ 2
feature2(8) = Exp(-feature2(8) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(8)
```

---

```
feature2(9) = (Db - 1.666667) ^ 2
feature2(9) = feature2(9) + (Jg - 1.793205) ^ 2
feature2(9) = feature2(9) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(9) = feature2(9) + (ppm - 0.0382353) ^ 2
feature2(9) = Exp(-feature2(9) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(9)
```

```
feature2(10) = (Db - 1.121212) ^ 2
feature2(10) = feature2(10) + (Jg - 1.793205) ^ 2
feature2(10) = feature2(10) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(10) = feature2(10) + (ppm - 0.07647059) ^ 2
feature2(10) = Exp(-feature2(10) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(10)
```

```
feature2(11) = (Db - 0.1969697) ^ 2
feature2(11) = feature2(11) + (Jg - 1.793205) ^ 2
feature2(11) = feature2(11) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(11) = feature2(11) + (ppm - 0.1147059) ^ 2
feature2(11) = Exp(-feature2(11) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(11)
```

```
feature2(12) = (Db - 0.1515152) ^ 2
feature2(12) = feature2(12) + (Jg - 1.793205) ^ 2
feature2(12) = feature2(12) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(12) = feature2(12) + (ppm - 0.1529412) ^ 2
feature2(12) = Exp(-feature2(12) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(12)
```

```
feature2(13) = (Db - 2.015152) ^ 2
feature2(13) = feature2(13) + (Jg - 2.694118) ^ 2
feature2(13) = feature2(13) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(13) = feature2(13) + (ppm - 0) ^ 2
feature2(13) = Exp(-feature2(13) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(13)
```

```
feature2(14) = (Db - 1.80303) ^ 2
feature2(14) = feature2(14) + (Jg - 2.694118) ^ 2
feature2(14) = feature2(14) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(14) = feature2(14) + (ppm - 0.0382353) ^ 2
feature2(14) = Exp(-feature2(14) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(14)
```

```
feature2(15) = (Db - 1.363636) ^ 2
feature2(15) = feature2(15) + (Jg - 2.694118) ^ 2
feature2(15) = feature2(15) + (Jl - 0) ^ 2
feature2(15) = feature2(15) + (ppm - 0.07647059) ^ 2
```

---

feature2(15) = Exp(-feature2(15) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(15)

feature2(16) = (Db - 0.1666667) ^ 2  
feature2(16) = feature2(16) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(16) = feature2(16) + (Jl - 0) ^ 2  
feature2(16) = feature2(16) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
feature2(16) = Exp(-feature2(16) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(16)

feature2(17) = (Db - 0.1363637) ^ 2  
feature2(17) = feature2(17) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(17) = feature2(17) + (Jl - 0) ^ 2  
feature2(17) = feature2(17) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(17) = Exp(-feature2(17) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(17)

feature2(18) = (Db - 2.954545) ^ 2  
feature2(18) = feature2(18) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(18) = feature2(18) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(18) = feature2(18) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(18) = Exp(-feature2(18) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(18)

feature2(19) = (Db - 1.106061) ^ 2  
feature2(19) = feature2(19) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(19) = feature2(19) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(19) = feature2(19) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(19) = Exp(-feature2(19) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(19)

feature2(20) = (Db - 0.3333334) ^ 2  
feature2(20) = feature2(20) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(20) = feature2(20) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(20) = feature2(20) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(20) = Exp(-feature2(20) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(20)

feature2(21) = (Db - 1.863636) ^ 2  
feature2(21) = feature2(21) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
feature2(21) = feature2(21) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(21) = feature2(21) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(21) = Exp(-feature2(21) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(21)

feature2(22) = (Db - 1.348485) ^ 2  
feature2(22) = feature2(22) + (Jg - 0.8966023) ^ 2

---

feature2(22) = feature2(22) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(22) = feature2(22) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(22) = Exp(-feature2(22) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(22)

feature2(23) = (Db - 1.075758) ^ 2  
feature2(23) = feature2(23) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
feature2(23) = feature2(23) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(23) = feature2(23) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(23) = Exp(-feature2(23) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(23)

feature2(24) = (Db - 0.1666667) ^ 2  
feature2(24) = feature2(24) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
feature2(24) = feature2(24) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(24) = feature2(24) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
feature2(24) = Exp(-feature2(24) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(24)

feature2(25) = (Db - 0.3181819) ^ 2  
feature2(25) = feature2(25) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
feature2(25) = feature2(25) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(25) = feature2(25) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(25) = Exp(-feature2(25) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(25)

feature2(26) = (Db - 1.712121) ^ 2  
feature2(26) = feature2(26) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(26) = feature2(26) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(26) = feature2(26) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(26) = Exp(-feature2(26) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(26)

feature2(27) = (Db - 1.590909) ^ 2  
feature2(27) = feature2(27) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(27) = feature2(27) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(27) = feature2(27) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(27) = Exp(-feature2(27) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(27)

feature2(28) = (Db - 1.060606) ^ 2  
feature2(28) = feature2(28) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(28) = feature2(28) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(28) = feature2(28) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(28) = Exp(-feature2(28) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(28)

---

feature2(29) = (Db - 0.1060606) ^ 2  
feature2(29) = feature2(29) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(29) = feature2(29) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(29) = feature2(29) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(29) = Exp(-feature2(29) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(29)

feature2(30) = (Db - 1.893939) ^ 2  
feature2(30) = feature2(30) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(30) = feature2(30) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(30) = feature2(30) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(30) = Exp(-feature2(30) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(30)

feature2(31) = (Db - 1.80303) ^ 2  
feature2(31) = feature2(31) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(31) = feature2(31) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(31) = feature2(31) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(31) = Exp(-feature2(31) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(31)

feature2(32) = (Db - 1.212121) ^ 2  
feature2(32) = feature2(32) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(32) = feature2(32) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(32) = feature2(32) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(32) = Exp(-feature2(32) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(32)

feature2(33) = (Db - 0.1060606) ^ 2  
feature2(33) = feature2(33) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(33) = feature2(33) + (Jl - 0.1058823) ^ 2  
feature2(33) = feature2(33) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(33) = Exp(-feature2(33) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(33)

feature2(34) = (Db - 1.106061) ^ 2  
feature2(34) = feature2(34) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(34) = feature2(34) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(34) = feature2(34) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(34) = Exp(-feature2(34) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(34)

feature2(35) = (Db - 0.2424243) ^ 2  
feature2(35) = feature2(35) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(35) = feature2(35) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(35) = feature2(35) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(35) = Exp(-feature2(35) / 0.01276238)

netsum = netsum + feature2(35)

feature2(36) = (Db - 0.3333334) ^ 2  
 feature2(36) = feature2(36) + (Jg - 0) ^ 2  
 feature2(36) = feature2(36) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
 feature2(36) = feature2(36) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
 feature2(36) = Exp(-feature2(36) / 0.01276238)  
 netsum = netsum + feature2(36)

feature2(37) = (Db - 2.015152) ^ 2  
 feature2(37) = feature2(37) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
 feature2(37) = feature2(37) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
 feature2(37) = feature2(37) + (ppm - 0) ^ 2  
 feature2(37) = Exp(-feature2(37) / 0.01276238)  
 netsum = netsum + feature2(37)

feature2(38) = (Db - 0.7727273) ^ 2  
 feature2(38) = feature2(38) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
 feature2(38) = feature2(38) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
 feature2(38) = feature2(38) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
 feature2(38) = Exp(-feature2(38) / 0.01276238)  
 netsum = netsum + feature2(38)

feature2(39) = (Db - 0.4696969) ^ 2  
 feature2(39) = feature2(39) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
 feature2(39) = feature2(39) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
 feature2(39) = feature2(39) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
 feature2(39) = Exp(-feature2(39) / 0.01276238)  
 netsum = netsum + feature2(39)

feature2(40) = (Db - 0.3939394) ^ 2  
 feature2(40) = feature2(40) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
 feature2(40) = feature2(40) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
 feature2(40) = feature2(40) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
 feature2(40) = Exp(-feature2(40) / 0.01276238)  
 netsum = netsum + feature2(40)

feature2(41) = (Db - 0.1060606) ^ 2  
 feature2(41) = feature2(41) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
 feature2(41) = feature2(41) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
 feature2(41) = feature2(41) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
 feature2(41) = Exp(-feature2(41) / 0.01276238)  
 netsum = netsum + feature2(41)

feature2(42) = (Db - 0.7424242) ^ 2  
 feature2(42) = feature2(42) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
 feature2(42) = feature2(42) + (Jl - 0.2117647) ^ 2

---

feature2(42) = feature2(42) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(42) = Exp(-feature2(42) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(42)

feature2(43) = (Db - 0.2424243) ^ 2  
feature2(43) = feature2(43) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(43) = feature2(43) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(43) = feature2(43) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(43) = Exp(-feature2(43) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(43)

feature2(44) = (Db - 0.3939394) ^ 2  
feature2(44) = feature2(44) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(44) = feature2(44) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(44) = feature2(44) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
feature2(44) = Exp(-feature2(44) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(44)

feature2(45) = (Db - 0.1818182) ^ 2  
feature2(45) = feature2(45) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(45) = feature2(45) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(45) = feature2(45) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(45) = Exp(-feature2(45) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(45)

feature2(46) = (Db - 1.757576) ^ 2  
feature2(46) = feature2(46) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(46) = feature2(46) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(46) = feature2(46) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(46) = Exp(-feature2(46) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(46)

feature2(47) = (Db - 0.9999999) ^ 2  
feature2(47) = feature2(47) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(47) = feature2(47) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(47) = feature2(47) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(47) = Exp(-feature2(47) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(47)

feature2(48) = (Db - 0.4848485) ^ 2  
feature2(48) = feature2(48) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(48) = feature2(48) + (Jl - 0.2117647) ^ 2  
feature2(48) = feature2(48) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(48) = Exp(-feature2(48) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(48)

feature2(49) = (Db - 2.090909) ^ 2

---

feature2(49) = feature2(49) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(49) = feature2(49) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(49) = feature2(49) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(49) = Exp(-feature2(49) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(49)

feature2(50) = (Db - 0.8939394) ^ 2  
feature2(50) = feature2(50) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(50) = feature2(50) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(50) = feature2(50) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(50) = Exp(-feature2(50) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(50)

feature2(51) = (Db - 0.3787879) ^ 2  
feature2(51) = feature2(51) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(51) = feature2(51) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(51) = feature2(51) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(51) = Exp(-feature2(51) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(51)

feature2(52) = (Db - 0.3333334) ^ 2  
feature2(52) = feature2(52) + (Jg - 0) ^ 2  
feature2(52) = feature2(52) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(52) = feature2(52) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
feature2(52) = Exp(-feature2(52) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(52)

feature2(53) = (Db - 0.7727273) ^ 2  
feature2(53) = feature2(53) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
feature2(53) = feature2(53) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(53) = feature2(53) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(53) = Exp(-feature2(53) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(53)

feature2(54) = (Db - 0.3484849) ^ 2  
feature2(54) = feature2(54) + (Jg - 0.8966023) ^ 2  
feature2(54) = feature2(54) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(54) = feature2(54) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
feature2(54) = Exp(-feature2(54) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(54)

feature2(55) = (Db - 1.909091) ^ 2  
feature2(55) = feature2(55) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(55) = feature2(55) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(55) = feature2(55) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(55) = Exp(-feature2(55) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(55)

---

feature2(56) = (Db - 0.7575758) ^ 2  
feature2(56) = feature2(56) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(56) = feature2(56) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(56) = feature2(56) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(56) = Exp(-feature2(56) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(56)

feature2(57) = (Db - 0.3636364) ^ 2  
feature2(57) = feature2(57) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(57) = feature2(57) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(57) = feature2(57) + (ppm - 0.1147059) ^ 2  
feature2(57) = Exp(-feature2(57) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(57)

feature2(58) = (Db - 0.2575758) ^ 2  
feature2(58) = feature2(58) + (Jg - 1.793205) ^ 2  
feature2(58) = feature2(58) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(58) = feature2(58) + (ppm - 0.1529412) ^ 2  
feature2(58) = Exp(-feature2(58) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(58)

feature2(59) = (Db - 1.666667) ^ 2  
feature2(59) = feature2(59) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(59) = feature2(59) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(59) = feature2(59) + (ppm - 0) ^ 2  
feature2(59) = Exp(-feature2(59) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(59)

feature2(60) = (Db - 1.030303) ^ 2  
feature2(60) = feature2(60) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(60) = feature2(60) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(60) = feature2(60) + (ppm - 0.0382353) ^ 2  
feature2(60) = Exp(-feature2(60) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(60)

feature2(61) = (Db - 0.5151516) ^ 2  
feature2(61) = feature2(61) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(61) = feature2(61) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(61) = feature2(61) + (ppm - 0.07647059) ^ 2  
feature2(61) = Exp(-feature2(61) / 0.01276238)  
netsum = netsum + feature2(61)

feature2(62) = (Db - 0.2575758) ^ 2  
feature2(62) = feature2(62) + (Jg - 2.694118) ^ 2  
feature2(62) = feature2(62) + (Jl - 0.3176471) ^ 2  
feature2(62) = feature2(62) + (ppm - 0.1147059) ^ 2

```
feature2(62) = Exp(-feature2(62) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(62)
```

```
feature2(63) = (Db - 0.2575758) ^ 2
feature2(63) = feature2(63) + (Jg - 2.694118) ^ 2
feature2(63) = feature2(63) + (Jl - 0.3176471) ^ 2
feature2(63) = feature2(63) + (ppm - 0.1529412) ^ 2
feature2(63) = Exp(-feature2(63) / 0.01276238)
netsum = netsum + feature2(63)
```

```
dP = feature2(1) * 0.7502962
dP = dP + feature2(2) * 0.9249462
dP = dP + feature2(3) * 0.9621637
dP = dP + feature2(4) * 0.5583096
dP = dP + feature2(5) * 0.4634614
dP = dP + feature2(6) * 0.7364703
dP = dP + feature2(7) * 0.4804547
dP = dP + feature2(8) * 0.5700476
dP = dP + feature2(9) * 0.3179992
dP = dP + feature2(10) * 0.5508384
dP = dP + feature2(11) * 0.2766327
dP = dP + feature2(12) * 0.347164
dP = dP + feature2(13) * 0.09726103
dP = dP + feature2(14) * 0.1120023
dP = dP + feature2(15) * 0.2674294
dP = dP + feature2(16) * 0.08906309
dP = dP + feature2(17) * 0.100728
dP = dP + feature2(18) * 0.7477585
dP = dP + feature2(19) * 0.9234906
dP = dP + feature2(20) * 0.6335923
dP = dP + feature2(21) * 0.5576808
dP = dP + feature2(22) * 0.4608488
dP = dP + feature2(23) * 0.7364016
dP = dP + feature2(24) * 0.4781829
dP = dP + feature2(25) * 0.5672445
dP = dP + feature2(26) * 0.3998804
dP = dP + feature2(27) * 0.3173939
dP = dP + feature2(28) * 0.5493125
dP = dP + feature2(29) * 0.3466826
dP = dP + feature2(30) * 0.09563658
dP = dP + feature2(31) * 0.1105798
dP = dP + feature2(32) * 0.2647938
dP = dP + feature2(33) * 0.09862522
dP = dP + feature2(34) * 0.9826657
dP = dP + feature2(35) * 0.9999999
dP = dP + feature2(36) * 0.8272564
dP = dP + feature2(37) * 0.5666467
```

---

```
dP = dP + feature2(38) * 0.7573221
dP = dP + feature2(39) * 0.588165
dP = dP + feature2(40) * 0.5744172
dP = dP + feature2(41) * 0.7615063
dP = dP + feature2(42) * 0.715481
dP = dP + feature2(43) * 0.2516438
dP = dP + feature2(44) * 0.2659892
dP = dP + feature2(45) * 0.5265989
dP = dP + feature2(46) * 0.1201434
dP = dP + feature2(47) * 0.2606097
dP = dP + feature2(48) * 0
dP = dP + feature2(49) * 0.713688
dP = dP + feature2(50) * 0.8601314
dP = dP + feature2(51) * 0.8995815
dP = dP + feature2(52) * 0.7148834
dP = dP + feature2(53) * 0.715481
dP = dP + feature2(54) * 0.605499
dP = dP + feature2(55) * 0.3783621
dP = dP + feature2(56) * 0.4997011
dP = dP + feature2(57) * 0.4847579
dP = dP + feature2(58) * 0.550508
dP = dP + feature2(59) * 0.134489
dP = dP + feature2(60) * 0.2546324
dP = dP + feature2(61) * 0.05200239
dP = dP + feature2(62) * 0.2337119
dP = dP + feature2(63) * 0.2175732
dP = dP / netsum
```

```
dP = 2.201316 * dP + 1.324921
Cells(6, 2).Value = dP
```

```
End Sub
```

---

## APÉNDICE F

### REDES NEURONALES

En el campo de la inteligencia artificial se refiere habitualmente de forma más sencilla como redes de neuronas o redes neuronales; las redes de neuronas artificiales (denominadas habitualmente como RNA o en inglés como "ANN") son un paradigma de aprendizaje y procesamiento automático inspirado en la forma en que funciona el sistema nervioso de los animales. Se trata de un sistema de interconexión de neuronas en una red que colabora para producir un estímulo de salida. Una red neuronal se compone de unidades llamadas neuronas. Cada neurona recibe una serie de entradas a través de interconexiones y emite una salida. Esta salida viene dada por tres funciones:

1. Una función de propagación, que por lo general consiste en el sumatorio de cada entrada multiplicada por el peso de su interconexión (valor neto). Si el peso es positivo, la conexión se denomina excitatoria; si es negativo, se denomina inhibitoria.
2. Una función de activación, que modifica a la anterior. Puede no existir, siendo en este caso la salida la misma función de propagación.
3. Una función de transferencia, que se aplica al valor devuelto por la función de activación. Se utiliza para acotar la salida de la neurona y generalmente viene dada por la interpretación que queramos darle a dichas salidas.

#### Diseño y programación de una RNA

El objetivo del programador es modelar matemáticamente el problema en cuestión y posteriormente formular una solución (programa) mediante un algoritmo codificado que tenga una serie de propiedades que permitan resolver dicho problema. En contraposición, la aproximación basada en las RNA parte de un conjunto de datos de entrada suficientemente significativo y el objetivo es conseguir que la red aprenda automáticamente las propiedades deseadas. En este sentido, el diseño de la red tiene menos que ver con cuestiones como los flujos de datos y la detección de condiciones, y

más que ver con cuestiones tales como la selección del modelo de red, la de las variables a incorporar y el pre-procesamiento de la información que formará el conjunto de entrenamiento. Asimismo, el proceso por el que los parámetros de la red se adecúan a la resolución de cada problema no se denomina genéricamente programación sino que se suele denominar entrenamiento.

Por ejemplo en una red que se va a aplicar al diagnóstico de imágenes médicas; durante la fase de entrenamiento el sistema recibe imágenes de tejidos que se sabe son cancerígenos y tejidos que se sabe son sanos, así como las respectivas clasificaciones de dichas imágenes. Si el entrenamiento es el adecuado, una vez concluido, el sistema podrá recibir imágenes de tejidos no clasificados y obtener su clasificación sano/no sano con un buen grado de exactitud. Las variables de entrada pueden ser desde los puntos individuales de cada imagen hasta un vector de características de las mismas que se puedan incorporar al sistema.

### **Estructura**

Al igual que el cerebro, una RNA se compone de un conjunto masivamente paralelo de unidades de proceso muy simples y es en las conexiones entre estas unidades donde reside la inteligencia de la red. Biológicamente, un cerebro aprende mediante la reorganización de las conexiones sinápticas entre las neuronas que lo componen; de la misma manera, las RNA tienen un gran número de procesadores virtuales interconectados que de forma simplificada simulan la funcionalidad de las neuronas biológicas. En esta simulación, la reorganización de las conexiones sinápticas biológicas se modela mediante un mecanismo de pesos, que son ajustados durante la fase de aprendizaje. En una RNA entrenada, el conjunto de los pesos determina el conocimiento de esa RNA y tiene la propiedad de resolver el problema para el que la RNA ha sido entrenada.

Por otra parte, en una RNA, además de los pesos y las conexiones, cada neurona tiene asociada una función matemática denominada función de transferencia. Dicha función genera la señal de salida de la neurona a partir de las señales de entrada. La entrada

de la función es la suma de todas las señales de entrada por el peso asociado a la conexión de entrada de la señal.

## **Ventajas**

Las redes neuronales artificiales (RNA) tienen muchas ventajas debido a que están basadas en la estructura del sistema nervioso, principalmente el cerebro.

- **Aprendizaje:** Esto consiste en proporcionar a la RNA datos como entrada a su vez que se le indica cuál es la respuesta esperada.
- **Trabajo en tiempo real:** La estructura de una RNA es paralela, por lo cual si esto es implementado con computadoras o en dispositivos electrónicos especiales, se pueden obtener respuestas en tiempo real.
- **Tolerancia a fallos:** Debido a que una RNA almacena la información de forma redundante, ésta puede seguir respondiendo de manera aceptable aun si se daña parcialmente.
- **Flexibilidad:** Una RNA puede manejar cambios no importantes en la información de entrada, como señales con ruido u otros cambios en la entrada.

## **Aprendizaje**

Para cada tipo de aprendizaje encontramos varios modelos propuestos por diferentes autores:

- **Aprendizaje supervisado:** necesitan un conjunto de datos de entrada previamente clasificado o cuya respuesta objetivo se conoce.
- **Aprendizaje no supervisado o autoorganizado:** no necesitan de tal conjunto previo (por ejemplo, una red de Kohonen).
- **Redes híbridas:** son un enfoque mixto en el que se utiliza una función de mejora para facilitar la convergencia.
- **Aprendizaje reforzado:** se sitúa a medio camino entre el supervisado y el autoorganizado.

## Aplicaciones

Las características de las RNA las hacen bastante apropiadas para aplicaciones en las que no se dispone a priori de un modelo identificable que pueda ser programado, pero se dispone de un conjunto básico de ejemplos de entrada. Asimismo, son altamente robustas tanto al ruido como a la disfunción de elementos concretos. Esto incluye problemas de clasificación y reconocimiento de patrones de voz, imágenes, señales, etc. También se han utilizado para encontrar patrones de fraude económico, hacer predicciones en el mercado financiero, hacer predicciones de tiempo atmosférico, etc.

También se pueden utilizar cuando no existen modelos matemáticos precisos o algoritmos con complejidad razonable; por ejemplo la red de Kohonen ha sido aplicada con un éxito más que razonable al clásico problema del viajante (un problema para el que no se conoce solución algorítmica de complejidad polinomial).

Para mayor información acerca de redes neuronales artificiales, se sugiere la siguiente bibliografía:

1. Freeman J. A., Skapura D. M., 1993. Redes neuronales: algoritmos, aplicaciones y técnicas de programación, Addison-Wesley.
2. Hilera J. R., Martínez v. J., 1995. Redes neuronales artificiales: Fundamentos, modelos y aplicaciones, Ed. Ra-ma.
3. Fausett, L. V., 1994. Fundamentals of Neural Networks: Architectures, Algorithms, and Applications, Prentice Hall.
4. Gurney, K., 1997. An Introduction to Neural Networks, CRC Press.