



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

---

---



**TESIS**

---

---

**Estimación numérica del potencial geotérmico y tiempo productivo de yacimientos geotérmicos de media y baja entalpía de Michoacán.**

---

---

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA MECÁNICA

**PRESENTA:**

**Cristian Jesús Torres Pacheco**

**ASESORES:**

**Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica  
Sergio Ricardo Galván González**

**Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica  
Oscar Chávez López**



**CONACYT**

*Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*

**Morelia, Michoacán, Diciembre del 2016.**

## DEDICATORIAS

### A DIOS

#### A mis hijos:

**Cristian Noé e Isis Nefertari**

Quienes con sus sonrisas y alegrías me  
han impulsado a alcanzar las metas

#### A mi esposa:

**Olga Cárdenas**

Por su comprensión y apoyo durante  
mis estudios

#### A mi abuela:

**María de Jesús Pacheco**

#### A mi Familia:

Quienes me han alentado y apoyado  
en todas las metas de mi vida.

---

## AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACYT, por la beca otorgada para concluir los estudios de maestría.

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por haberme dado la oportunidad cursar la maestría.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica, por el apoyo brindado durante los estudios de maestría.

A mis asesores de tesis Dr. Sergio R. Galván y Dr. Oscar Chávez, por el tiempo dedicado y brindado para la conclusión de este trabajo.

A mis sinodales, por los comentarios y sugerencias tan oportunos para lograr un trabajo de calidad.

Al Centro Mexicano de Innovación en Energía Geotérmica, por los datos proporcionados y el apoyo recibido para la elaboración de este proyecto.

A mis compañeros, maestros, amigos y a todos aquellos que de alguna manera contribuyeron para la realización de este proyecto.

## RESUMEN

En este trabajo se presenta un modelo adimensional en 2-D para la estimación del tiempo productivo de yacimientos geotérmicos, así como una estimación numérica del potencial geotérmico de yacimientos geotérmicos de baja y media entalpía en el estado de Michoacán. Para obtener el modelo numérico se aplicaron las ecuaciones de la energía, continuidad y la ley de Darcy. Se hicieron las consideraciones respectivas de inyección y extracción de fluido considerando yacimientos con distintas condiciones de fronteras para obtener un modelo aplicable y solucionable. Para resolver las ecuaciones numéricamente se aplicaron los esquemas de discretización de diferencias finitas y métodos iterativos para la resolución de sistemas de ecuaciones resultantes para la temperatura y presión adimensional. Además para determinar el tiempo de productividad se aplicaron los métodos de Crank-Nicolson e implícito para las estimaciones y simulaciones temporales. Para resolver los sistemas iterativos se ha elaborado una herramienta computacional en Matlab® que permite realizar las simulaciones temporales y permanentes para cada caso específico de fronteras. Los resultados obtenidos mediante el modelo numérico permitieron determinar potenciales geotérmicos para diferentes manifestaciones geotérmicas del estado de Michoacán. Estos resultados están entre 1MWe y 30MWe para las manifestaciones utilizadas en el estudio, y la energía en el estado estima un valor de  $1.07423E+15$  KJ para un total de 30 manifestaciones utilizadas.

### **PALABRAS CLAVE:**

Estimación numérica, potencial geotérmico, media y baja entalpía.

## ABSTRACT

In this paper, a 2-D dimensionless model is presented for estimating the productive time of geothermal reservoirs, as well as a numerical estimate of the geothermal potential of low and medium enthalpy geothermal reservoirs in the state of Michoacán. To obtain the numerical model the equations of energy, continuity and Darcy's law were applied. The respective fluid injection and extraction considerations were made considering reservoirs with different boundary conditions to obtain an applicable and solvable model. To solve the equations numerically, the discretization schemes of finite differences and iterative methods for the resolution of systems of resulting equations for temperature and pressure were used. In addition, to determine the productivity time, the Crank-Nicolson and implicit methods for temporal estimates and simulations were applied. In order to solve the iterative systems, a computational tool has been developed in Matlab® that allows temporary and permanent simulations to be performed for each specific border case. The results obtained by the numerical model allowed to determine geothermal potential for different geothermal manifestations of the state of Michoacán. These results are between 1MWe and 30MWe for the manifestations used in the study, and the energy in the state estimates a value of  $1.07423E + 15$  KJ for a total of 30 manifestations used.

## KEYWORDS

Numerical estimation, geothermal potential, mean and low enthalpy.

## Índice

RESUMEN .....	4
ABSTRACT .....	5
Índice.....	6
Índice de figuras.....	8
Índice de Tablas.....	10
NOMENCLATURA .....	12
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	13
HIPOTESIS .....	13
OBJETIVOS .....	14
Objetivo general.....	14
Objetivos específicos.....	14
Capítulo 1. INTRODUCCION .....	15
1.1 Potencial geotérmico en México .....	16
1.2 Potencial geotérmico en Michoacán.....	17
1.3 Técnicas numéricas como apoyo para estimación del potencial geotérmico 18	
1.4 Algunos estudios numéricos de reservorios geotérmicos realizados .....	19
Capítulo 2. DEFINICIÓN DEL PROYECTO.....	24
2.1 Modelo conceptual .....	24
2.2 Ecuaciones de modelado de transferencia de calor y flujo .....	25
Capítulo 3. DESARROLLO MATEMÁTICO .....	27
3.1 Presión en el reservorio .....	29
3.1.1 Condiciones de frontera.....	29
3.1.2 Adimensionalización de presión .....	30
3.2 Temperatura en el reservorio geotérmico .....	32
3.2.1 Condiciones de frontera.....	33

3.2.2	Adimensionalización de temperatura .....	34
3.2.3	Comportamiento de temperatura en el tiempo .....	36
3.3	Potencial geotérmico de los reservorios.....	37
Capítulo 4.	Discretización de las ecuaciones .....	39
4.1	Discretización del campo de presión.....	39
4.2	Discretización del campo de temperaturas .....	41
4.2.1	Condiciones de frontera.....	42
4.3	Operadores de discretización.....	43
4.4	Discretización para Crank-Nicolson .....	46
4.4.1	Análisis de estabilidad o criterio de convergencia numérica.....	47
Capítulo 5.	RESULTADOS DEL MODELO NUMÉRICO .....	49
5.1	Resultados del campo de presión .....	50
5.1.1	Resultados para el escenario 1:1 .....	50
5.1.2	Resultados para el escenario 2:1 .....	53
5.1.3	Resultados para el Escenario 3:4 .....	58
5.2	Resultados para la distribución de temperatura .....	62
Capítulo 6.	ESTIMACIÓN DEL POTENCIAL GEOTÉRMICO EN MICHOACÁN	67
6.1	Manifestaciones geotérmicas de Michoacán.....	69
6.1.1	Potencial de la zona geotérmica de Ixtlán de los Hervores .....	71
6.1.2	Potencial de la zona geotérmica de Araró .....	73
6.1.3	Potencial geotérmico para la zona de los Negritos .....	74
6.1.4	Potencial geotérmico de la Zona de Puruándiro, Mich. ....	75
6.2	Potencial geotérmico manifestaciones termales .....	77
6.2.1	Manifestación termal de La Mina .....	77
6.2.2	Manifestación termal de Agua Caliente de Cuilalá .....	78
6.2.3	Manifestación termal de El Salitre .....	79
6.2.4	Manifestación termal de Petatán .....	80
6.2.5	Manifestación térmica de Estación Contepec.....	81
6.2.6	Manifestación termal de San Agustín del Maíz.....	81

6.2.7	Manifestación termal de San Juan Tarameo .....	82
6.2.8	Potencial geotérmico de las manifestaciones restantes .....	83
6.3	Modelo numérico para estimación del potencial geotérmico .....	84
6.3.1	Estimación del potencial por análisis numérico .....	84
Capítulo 7.	CONCLUSIONES.....	86
7.1	Trabajos a futuro .....	87
Anexo A.-	Método de aproximación para Michoacán .....	89
Anexo B.-	Códigos fuente en Java y Matlab .....	93
	Referencias bibliográficas .....	102

## Índice de figuras

Figura 1.-	Principales productores de energía eléctrica utilizando recursos geotérmicos (Secretaría de Energía, 2012).....	16
Figura 2.-	Manifestaciones geotérmicas registradas en México (CemieGeo P33). 17	
Figura 3.-	Manifestaciones geotérmicas y zonas de interés geotérmico en Michoacán (CemieGeo P33). .....	18
Figura 4.-	Resultados de la temperatura simulada a diferentes tiempos (años) a una profundidad de 1350m.....	22
Figura 5.-	Modelo conceptual utilizado para el reservorio de Yangbajing, China. .	22
Figura 6.-	Esquema del pozo de la roca fracturada.....	23
Figura 7.-	Modelo conceptual utilizado por C. Pan y Chávez. ....	23
Figura 8.-	Modelo conceptual utilizado para este proyecto. ....	24
Figura 9.-	Operador stencil para discretización en diferencias finitas. ....	44
Figura 10.-	Orden de numeración para obtención de sistema lineal (Nigro 2007). 44	
Figura 11.-	Algoritmo general para solución del campo de temperaturas o campo de presiones.....	49
Figura 12.-	Campo de presiones en los reservorios de este caso.....	51
Figura 13.-	Contornos de la distribución de presión para el modelo numérico caso 1. ....	51
Figura 14.-	Líneas de flujo del fluido para el escenario 1:1 por el modelo numérico. ....	52
Figura 15.-	Distribución de presión para el escenario 1:1 con recarga natural.....	52
Figura 16.-	Contornos para el escenario 1:1 con recarga natural. ....	53
Figura 17.-	Líneas de flujo para el escenario 1:1 con recarga natural.....	53



Figura 18.- Contornos de presión obtenidos mediante el modelo numérico. ....	54
Figura 19.- Comportamiento de los niveles freáticos obtenidos numéricamente escenario 2:1.....	54
Figura 20.- Estimación del comportamiento del nivel freático obtenido numéricamente.....	55
Figura 21.- Contornos determinados por el modelo numérico para el escenario 1:2. .....	55
Figura 22.- Líneas de flujo para el escenario 1:2 tipo aislado. ....	56
Figura 23.- Nivel de presiones obtenidas para el escenario 1:2.....	56
Figura 24.- Líneas de flujo para el escenario 1:2 obtenidas mediante el modelo numérico.....	57
Figura 25.- Contornos del perfil de presión en el modelo de reservorio simulado.	57
Figura 26.- Resultados para el escenario 3:4 obtenido con el modelo numérico campo de presión.....	58
Figura 27.- Perfil de presión en contornos del yacimiento geotérmico, resultados del modelo numérico.....	59
Figura 28.- Líneas de flujo obtenidas del perfil de presiones mediante el modelo numérico.....	59
Figura 29.- Resultados del escenario 3:4 con recarga y descarga natural.....	60
Figura 30.- Líneas de flujo del fluido para el escenario 3:4 determinado mediante el modelo numérico.....	61
Figura 31.- Cono de descenso del manto freático Margan 1962.....	61
Figura 32.- Ilustración del pozo de extracción con sondeos de niveles.(Sánchez J.). ....	62
Figura 33.- Resultados de la temperatura en el tiempo en la zona de extracción.	63
Figura 34.- Evolución de la distribución de temperaturas del reservorio: a) 3Años; b) 9 Años; c) 15 Años; d) 21 Años; e) 30 Años y f) 36 Años. ....	64
Figura 35.- Perfil de temperatura en nodo de extracción. ....	64
Figura 36.- Comportamiento del enfriamiento del reservorio con diferentes números adimensionales de Peclet.....	65
Figura 37.- Distribución de las temperaturas para 123 años. ....	66
Figura 38.- Comportamiento de la temperatura en el tiempo del pozo de producción (Farkhutdinov 2014).....	66
Figura 39.- Evolución de la temperatura y el potencial durante un periodo de 50 años (Yu-Chao 2015).....	67
Figura 40.- Histograma generado para Ixtlán de los Hervores. ....	73
Figura 41.- Histograma obtenido en este proyecto.....	74
Figura 42.- Histograma con las frecuencias obtenidas para Los Negritos, Mich. ...	75
Figura 43.- Histograma obtenido de las simulaciones para Puruándiro, Mich. ....	76

Figura 44.- Histograma para la Mina.....	78
Figura 45.- Histograma para el Salitre.....	80
Figura 46.- Distribución de manifestaciones sobre coordenadas rectangulares aplicando fórmulas de Mercator. ....	89
Figura 47.- Malla para simulación en el estado de Michoacán.....	90
Figura 48.- Contorno inicial para determinar las temperaturas en el estado de Michoacán.....	90
Figura 49.- Perfil de temperatura para Michoacán. ....	91
Figura 50.- contorno de Temperatura para el estado de Michoacán.....	91
Figura 51.- Ubicación de las manifestaciones termales y zonas de interés geotérmico.....	92
Figura 52.- Mapa térmico preliminar del estado de Michoacán.....	93

## Índice de Tablas

Tabla 1.- Principales Zonas de interés geotérmico en Michoacán. ....	17
Tabla 2.- Ecuaciones para modelar en el fenómeno. ....	28
Tabla 3.- Tabla de ecuaciones gobernantes para este proyecto.....	38
Tabla 4.- Esquemas de diferencias finitas involucradas en este proyecto. ....	39
Tabla 5.- Ecuaciones discretizadas para el campo de presión. ....	40
Tabla 6.- Escenarios para cálculo del campo de presión. ....	50
Tabla 7.- Manifestaciones termales para el análisis del potencial CemieGeo P33. ....	69
Tabla 8.- Zonas geotérmicas con potencial geotérmico CemieGeo P33.....	70
Tabla 9.- Tabla con las condiciones para el cálculo del potencial en Ixtlán (Hiriart, 2011). ....	72
Tabla 10.- Tabla de parámetros para Araró (Hiriart, 2011). ....	73
Tabla 11.- Tabla con las condiciones para la zona de los Negritos, Mich (Hiriart, 2011). ....	74
Tabla 12.- Condiciones para la zona de Puruándiro, Mich (Hiriart, 2011). ....	75
Tabla 13.- Potencial reportado por Hiriart (2011) y el potencial determinado en este proyecto.....	76
Tabla 14.- Condiciones para la manifestación de La Mina. ....	77
Tabla 15.- condiciones para Agua caliente de Cuilalá.....	78
Tabla 16.- Condiciones para estimación del potencial en El Salitre, Mich. ....	79
Tabla 17.- Condiciones para determinar el potencial geotérmico.....	80
Tabla 18.- Condiciones para la estimación del potencial. ....	81
Tabla 19.- Condiciones para estimar el potencial.....	82

---

Tabla 20.- Condiciones para estimación del potencial Tarameo.....	82
Tabla 21.- Tabla de potencial de manifestaciones restantes.....	83

## NOMENCLATURA

$p$	Presión
$\Gamma$	Presión adimensional
$\theta$	Temperatura adimensional
$T$	Temperatura
$\emptyset$	Porosidad
$K$	Conductividad térmica
$k$	Permeabilidad
$z, x, y$	Dimensiones físicas
$q, Q$	Calor
$t$	Tiempo
$v$	Velocidad
$Pr$	Prandtl
$Pe$	Peclet
$C_p$	Calor específico a presión constante
$C$	Calor específico de la roca
$e$	Energía máxima
$\rho$	Densidad
$\delta$	Dimensión $x$ adimensional
$\sigma$	Dimensión $y$ adimensional
$h$	Entalpía
$\exists$	Energía máxima teórica (Exergía)
$\rightarrow$	Vector
$\eta$	Eficiencia
$L$	Longitud
$W$	Potencial
$\nabla$	Gradiente
$\Delta$	Delta
$\tau$	Tiempo adimensional
$\langle \rangle$	Valor promedio
$Re$	Reynolds

$M$	Número de nodos en $y$ .
$N$	Número de nodos en $x$ .
$R$	Factor de recuperación de $q$ .
$m$	Flujo producido por el pozo.
$S$	Entropía.
$\gamma$	Coefficiente para metodología temporal.
$\mu$	Viscosidad.

### Subíndices

$i$	Iteración en $y$ .
$j$	Iteración en $x$ .
$ext$	Extracción.
$iny$	Inyección.
$p$	Presión constante.
$R$	Reservorio.
$w$	Agua.
$rec$	Recuperable.
$s$	Sólido o Roca.
$res$	Reservorio.

### Superíndices

$k$	Instante de tiempo.
$t$	Tiempo actual de iteración
$\tau$	Tiempo adimensional de iteración.

## **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

El aprovechamiento de la energía geotérmica en México se encuentra limitado debido a carencia de datos técnicos referentes al potencial geotérmico del país. Existe una base de datos con información de los sitios geotérmicos del país, estos datos pueden integrarse y utilizarse para generar modelos numéricos de los sitios con manifestaciones geotérmicas.

A partir de la información disponible se tienen que generar modelos numéricos que permitan plantear y determinar los parámetros básicos, así como estimar que tan exacto es un modelo geotérmico construido con información superficial. El modelo numérico debe permitir estimar el potencial geotérmico en cada manifestación del estado Michoacán con base a la información disponible incluyendo el tiempo en el que puede ser explotado.

Para dar respuesta a estos planteamientos se tienen que resolver modelos numéricos de los sitios geotérmicos hidrotermales para finalmente obtener resultados estimados del potencial, energía extraída y tiempo de vida productivo posible en los sitios geotérmicos dentro del estado de Michoacán.

## **HIPOTESIS**

Mediante una herramienta que cuente con algoritmos para simulación numérica mediante diferencias finitas y Crank-Nicolson y el procesamiento de la información con datos obtenidos de la exploración superficial disponibles de los sistemas geotérmicos en México, podrá ser construido y aplicado un modelo numérico a un recurso geotérmico específico, obteniendo una estimación del potencial geotérmico y tendencias futuras de la temperatura del mismo.

---

## OBJETIVOS

### Objetivo general

Desarrollar una herramienta computacional con algoritmo que permitan procesar información para evaluar modelos numéricos que estimarán numéricamente el potencial geotérmico y la temperatura de los sitios geotérmicos de Michoacán, México.

### Objetivos específicos

- Recopilar la información técnica existente de los sitios geotérmicos del país particularmente el estado de Michoacán.
- Contar con una herramienta informática para el procesamiento de la información y los modelos numéricos
- Implantar algoritmos de procesamiento de datos mediante interfaz gráfica de software.
- Implantar algoritmos para la resolución de los modelos numéricos en los sitios geotérmicos con datos recopilados.
- Elaborar modelos numéricos aplicables a cualquier reservorio conociendo sus propiedades y características físicas.

## Capítulo 1. INTRODUCCION

La geotermia es una fuente de energía renovable que se utiliza en el mundo para generar energía eléctrica desde 1911. En México se tiene registro que la utilización de esta fuente de energía fue en el año de 1959, año en el cual dio inicio la operación de la primera unidad geotermoeléctrica en el país (Hiriart, 2011).

El interés por el uso de la energía geotérmica en México y en el mundo ha ido creciendo en los últimos años dando como resultado numerosos estudios respecto al uso o explotación de este recurso principalmente para la producción de energía eléctrica.

Los recursos geotérmicos se encuentran clasificados de acuerdo a la temperatura estimada en el yacimiento. Tomando un promedio de varias fuentes consultadas (Hiriart, 2011 y Nuñez, 2008) se clasifican como sigue:

- $< 80\text{ }^{\circ}\text{C}$                       Recurso de muy baja entalpía
- $80\text{ }^{\circ}\text{C} - 150\text{ }^{\circ}\text{C}$                       Recurso de baja entalpía
- $150\text{ }^{\circ}\text{C} - 200\text{ }^{\circ}\text{C}$                       Recurso de media entalpía
- $> 200\text{ }^{\circ}\text{C}$                       Recurso de alta entalpía

Para la explotación del recurso geotérmico es necesario identificar los sitios y determinar la factibilidad técnica mediante la una estimación del potencial principalmente en aquellos que son de altas temperaturas o alta entalpía. Sin embargo se estima de manera general que los sitios de baja y media entalpía presentan el mayor potencial explotable (Hiriart, 2011).

Sin embargo, la CFE tiene mayor interés en los sitios geotérmicos de alta entalpía siendo los de baja y media entalpía los que tiene el mayor potencial en el país, que podrían ser explotados para generación de energía eléctrica mediante ciclos binarios o explotados para otro tipo de usos directos.

El bajo interés y los costos sobre los recursos de baja y media entalpía tiene como consecuencia la falta de información física, necesaria para determinar una factibilidad técnica, por tanto es necesario aplicar modelos de análisis numéricos sobre los modelos matemáticos gobernantes de este tipo de fenómenos para conocer una estimación probable del potencial geotérmico.

La evaluación técnica de un proyecto geotérmico hasta la fecha es un tema

desarrollado muy poco y con alcances muy limitados. Se pueden encontrar en la bibliografía modelos conceptuales y numéricos para determinar las características de los sitios geotérmicos, los resultados que se obtienen dependen mucho del planteamiento original o de las condiciones iniciales del planteamiento (Hiriart, 2011).

### 1.1 Potencial geotérmico en México

México es el cuarto productor mundial de generación eléctrica a partir de recurso geotérmico, pero la CFE es quien aprovecha los campos en explotación (Secretaría de Energía, 2012). La figura 1 muestra los principales países productores de energía eléctrica con el uso de la energía geotérmica, información actualizada al 2012 (Secretaría de Energía, 2012).

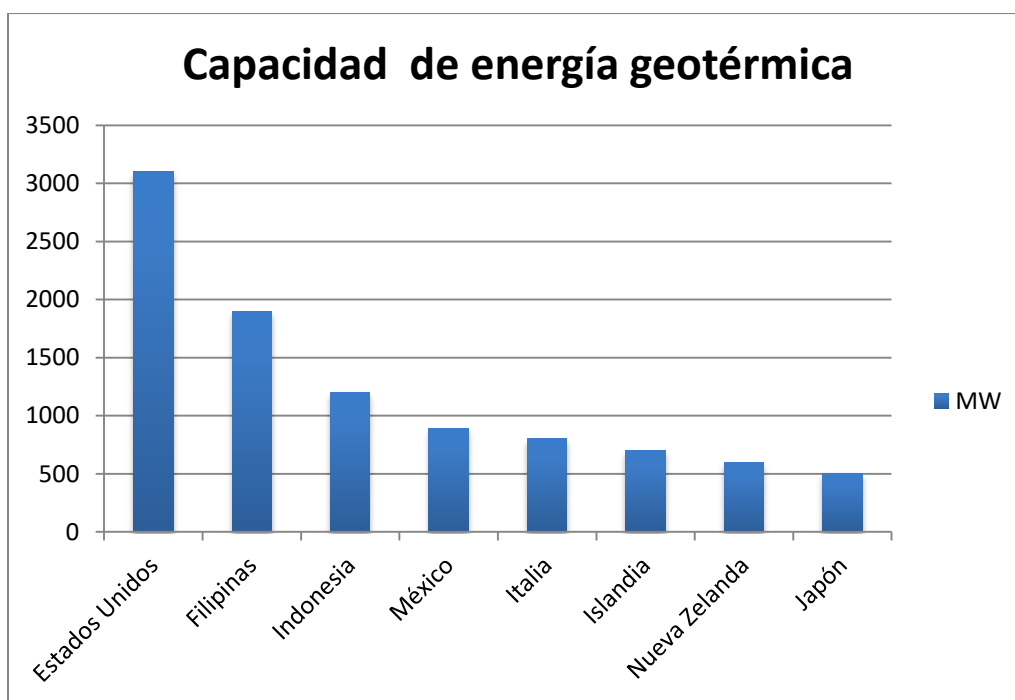


Figura 1.- Principales productores de energía eléctrica utilizando recursos geotérmicos (Secretaría de Energía, 2012).

México a través de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) opera 38 unidades con una capacidad total instalada de aproximadamente 958 MW (Hiriart, 2011). Esta capacidad instalada en aproximadamente 20 sitios geotérmicos de un total de aproximadamente 1300 manifestaciones geotérmicas registradas, de las cuales la mayor parte pertenecen a los recursos de baja y mediana entalpía ver Figura 2.





Figura 2.- Manifestaciones geotérmicas registradas en México (CemieGeo P33).

Sin embargo México tiene un potencial enorme en recursos geotérmicos, donde gran parte del territorio nacional, se distingue con este recurso, aunque sin aprovecharse a la fecha. *En el reporte Evaluación de la Energía Geotérmica en México* se estima un potencial geotérmico probable de más de 2000 MW y reservas posibles por más de 7000 MW (Hiriart, 2011).

## 1.2 Potencial geotérmico en Michoacán

En el estado de Michoacán, se estiman aproximadamente 136 manifestaciones geotérmicas registradas. De las manifestaciones registradas existen algunas consideradas como zonas de interés debido a la temperatura de fondo estimada para dichas manifestaciones. La tabla 1 muestra las zonas de interés registradas con un potencial geotérmico estimado por Hiriart (Hiriart, 2011).

**Tabla 1.-** Principales Zonas de interés geotérmico en Michoacán.

Zonas	Entidad	Potencial	Profundidad reservorio	Temperatura de reservorio
Simirao	Michoacán	32 MW	2000 m	235
Ixtlán de los Hervores	Michoacán	17 MW	1300 m	200
Los Negritos	Michoacán	24 MW	1300 m	200
Puruándiro	Michoacán	12 MW	1500 m	167

En la Figura 3 se muestran mediante un mapa georreferenciado las principales

zonas de interés geotérmico en el estado de Michoacán, además de mostrar las manifestaciones geotérmicas registradas.



Figura 3.- Manifestaciones geotérmicas y zonas de interés geotérmico en Michoacán (CemieGeo P33).

Para determinar el potencial geotérmico de las manifestaciones es necesario realizar costosos estudios o utilizar algunas técnicas de análisis numérico que permitan estimar la energía probable del correspondiente reservorio.

Iglesias (Iglesias, 2009) hizo un estudio para determinar las reservas y las temperaturas promedio para 20 estados de la república mexicana en el cual particularmente para Michoacán la reservas posibles calculas por Iglesias fue de  $6.98E+15$  KJ con una temperatura promedio de  $119.5^{\circ}\text{C}$ . Para obtener el resultado hizo un análisis de 24 manifestaciones con las cuales contaba con información para realizar el estudio.

### 1.3 Técnicas numéricas como apoyo para estimación del potencial geotérmico

Las técnicas numéricas junto a los avances computacionales permiten elaborar algoritmos que pueden ser capaces de realizar aproximaciones numéricas de las ecuaciones matemáticas que modelan un fenómeno, por ejemplo un sistema hidrotermal. Además mediante los resultados aproximados pueden proporcionar información suficiente como estimaciones del potencial y tiempo productivo de un

reservorio geotérmico.

Este trabajo se enfoca principalmente en realizar una estimación del potencial geotérmico existente en el estado de Michoacán aplicando técnicas numéricas y de simulación para los recursos de baja y media entalpía considerándolos como sistemas hidrotermales.

Las estimaciones numéricas de modelos matemáticos que gobiernan un reservorio geotérmico, tienen gran importancia en el desarrollo de proyectos geotérmicos ya que se basan sus resultados principalmente:

- Estimaciones sobre el tamaño de los recursos y tipo de campo geotérmico.
- Localización de las zonas de extracción y reinyección del fluido.
- Propiedades físicas del reservorio obtenidas mediante estudios.

Para obtener modelos numéricos de los sitios geotérmicos es necesario auxiliarse de modelos conceptuales de dichos sitios. Los modelos conceptuales forman la base para la exploración; desarrollando y administrando estrategias de seguimiento para encontrar el campo geotérmico (Axelsson, 2013). Además los modelos conceptuales son la base para construir los modelos numéricos que permitirán predecir los futuros cambios en el yacimiento geotérmico.

Un modelo conceptual preciso se elabora con información recopilada durante la exploración superficial la cual permite la localización de los yacimientos técnicamente adecuados para llevarlos a la explotación previamente estudiados. El objetivo principal de la exploración es determinar la ubicación de los sitios de mayor interés, tamaño, tipo del fluido, composición química y finalmente determinar la capacidad geotérmica del sitio (Huerta, 2013).

Debido a que la exploración geotérmica es multidisciplinaria, ya que se involucran datos geofísicos, geoquímicos y geológicos. Cada disciplina provee un punto de vista distinto (Axelsson, 2013) por lo que es necesario desarrollar herramientas para generar modelos numéricos que permitan determinar el potencial y tiempo productivo de manifestaciones geotérmicas sin el conocimiento exhaustivo de las propiedades físicas del reservorio geotérmico.

## **1.4 Algunos estudios numéricos de reservorios geotérmicos realizados**

El modelado y simulación numérica ha ido tomando auge en los últimos años, esto debido a que los fenómenos están gobernados por modelos matemáticos muy

complejos en los cuales es difícil o incluso imposible resolverlos analíticamente. Estos permiten obtener una aproximación numérica de los comportamientos de los fenómenos tratados.

Existen investigadores dedicados exclusivamente a la modelación numérica proponiendo distintos modelos y soluciones numéricas para un mismo fenómeno, a continuación se presenta una revisión de las investigaciones encaminadas lista de algunos investigadores que han presentado algunos trabajos enfocados a la solución y estimación de temperaturas y energías aplicando técnicas numéricas utilizadas en este trabajo.

El modelado numérico tiene gran importancia en la simulación de comportamiento de fenómenos geotérmicos reales (reservorios), ya que permite conocer el comportamiento variando cuidadosamente los parámetros que involucran el modelo matemático de los yacimientos geotérmicos, así lo especifica Battistelli (Battistelli, 1997) en los estudios realizados para simular las salmueras y el gas no condensable en reservorios geotérmicos usando el simulador *TOUGH2/EWASG*.

Estudios estadísticos realizados al campo geotérmico de los Azufres han permitido generar relaciones de Temperatura-profundidad, (García-Estrada, 2001), a través de los registros de la base de datos respecto a los estudios físicos aplicados a este campo comparándolos con los resultados obtenidos mediante modelos numéricos. Por su parte Gehlin (Gehlin, 2003) ha elaborado modelos numéricos para ver los efectos de la transferencia de calor en el subsuelo a través de un intercambiador de calor considerando un medio poroso y roca dura fracturada

Los estudios anteriores proveen un punto de vista respecto a las técnicas numéricas, sin embargo, estos estudios están basados principalmente sobre las propiedades específicas de los reservorios, es decir, requieren de conocimiento de las áreas de geofísica, geoquímica, ya que con la información adicional respecto al reservorio de interés se pueden estimar resultados muy precisos.

El estudio teórico realizado por Sánchez (Sánchez, 1996), se presenta un modelo adimensional aplicable a un reservorio geotérmico para estudiar el comportamiento convectivo y conductivo y los efectos sobre los mismos al variar un parámetro referente a las fuerzas viscosas y convectivas. Este estudio ha sido realizado en el estado estacionario para observar las líneas de corriente. Los resultados obtenidos fueron comparados con datos reales del campo geotérmico de Cerro Prieto con unas variaciones resultado de las limitantes computacionales de la época.

Otro estudio similar presentado por Colin (Colin, 2007) se enfoca al proceso de imbibición y la transferencia de calor sobre el campo de temperaturas del medio poroso. Este análisis ha sido desarrollado unidimensionalmente, por lo que el modelo puede extenderse a 2D y aplicarse a un reservorio geotérmico considerando la roca caliente como el medio poroso y observar su

comportamiento en el tiempo acerca del campo de temperaturas.

Recientemente Madera (Madera, 2011) en su trabajo doctoral, estudió los efectos del no-equilibrio térmico local en la transferencia de calor entre un medio poroso y un fluido, por lo que se estudio es muy puntual al realizar los estudios enfocados al análisis de la interacción del sólido y el fluido en un poro microscópico. Estos estudios permiten ver los efectos de considerar equilibrio térmico local y no-equilibrio térmico local en un medio poroso, las ecuaciones resultante se resolvieron aplicando técnicas numéricas.

Los estudios realizados por Madera, Colín y Sánchez (Madera, 2011; Colin, 2007; Sánchez, 1996) no proporcionan como obtener el potencial geotérmico de reservorios, sin embargo, modelan un fenómeno de estudio de reservorios geotérmico que se encuentran en el estudio del comportamiento de temperaturas y presiones en los campos geotérmicos. Además los trabajos presentados por Sánchez (Sánchez, 1996) puede ampliarse agregando el análisis temporal y el trabajo de Colín (Colin, 2007) puede ampliarse tomando en cuenta más dimensiones y enfocarlo al estudio de reservorios geotérmicos. El estudio presentado por Madera (Madera, 2011) sirve para tomar en cuenta el no-equilibrio térmico local y modelar enfocándolo al análisis de reservorios geotérmicos. Otros estudios referentes a la simulación numérica de reservorios geotérmicos como el trabajo realizado por Llanos (Llanos, 2015) sobre el reservorio geotérmico de Habanero Australia que permite describir mediante el modelo el perfil de flujo de seguimiento y la temperatura asociada.

Farkhutdinov (Farkhutdinov, 2014) realizó un estudio para determinar las predicciones de temperatura sobre los depósitos de agua geotérmica en Khankala, en el cual aplica técnicas de simulación numérica y el método de Kriging para abordar áreas o superficies grandes tomando la geo-estadística como base. Otro estudio que presenta resultados predictivos de temperatura en reservorios geotérmicos es presentado por Yu-Chao (2015) en el cual presenta simulación numérica utilizando TOUG sobre el potencial para generación eléctrica.

En la simulación numérica de superficies grandes es necesario utilizar métodos de probabilidad geoestadística, los cuales permiten estimar valores probables válidos para realizar las estimaciones numéricas de las temperaturas o potenciales geotérmicos, en los trabajos de Yu-chao y Farkhutdinov realizan sus estudios sobre áreas grandes, solo Farkhutdinov ha utilizado un el método de Kriging para compensar el modelo de simulación. Algunos de los resultados obtenidos por Yu-Chao se presentan en la Figura 4.

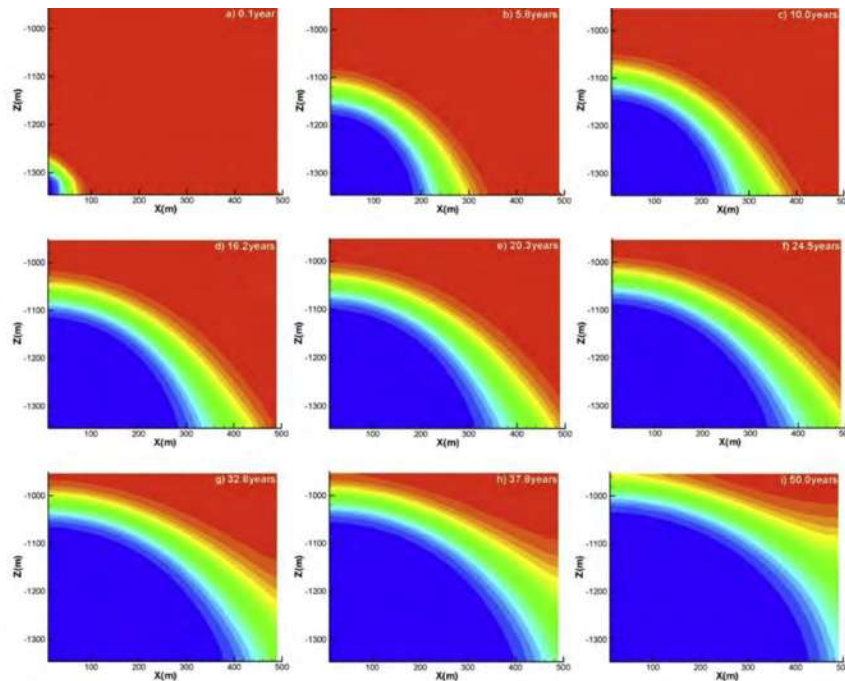


Figura 4.- Resultados de la temperatura simulada a diferentes tiempos (años) a una profundidad de 1350m.

Para el estudio utilizó el modelo conceptualizado que se ilustra en la Figura 5.

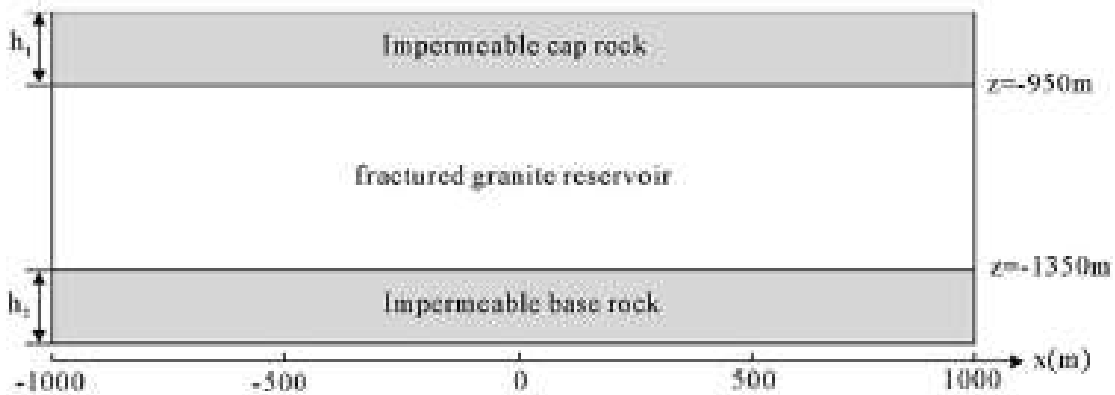


Figura 5.- Modelo conceptual utilizado para el reservorio de Yangbajing, China.

La capa central corresponde al reservorio de tipo de roca fracturada en el cual presentan el modelo como lo ilustra la Figura 6.

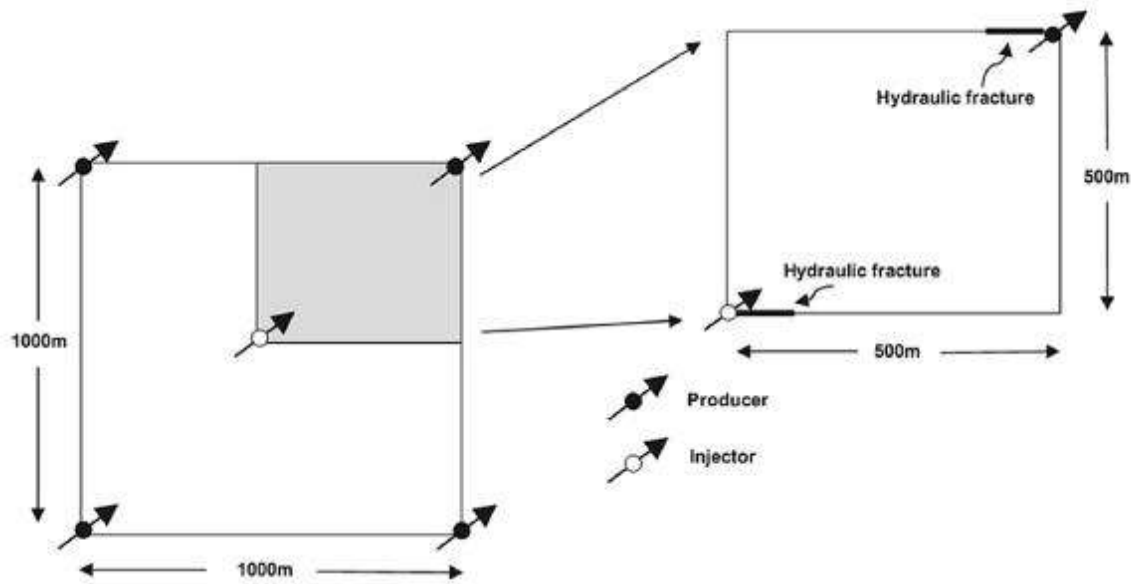


Figura 6.- Esquema del pozo de la roca fracturada.

Finalmente un estudio enfocado a la estimación del potencial geotérmico utilizando CO<sub>2</sub> presentado por Pan y Chávez (Pan-Chávez, 2016), proporcionan resultados aplicando las ecuaciones del calor disponible sobre reservorios del estado de Michoacán utilizando el modelo conceptual mostrado en la figura 7.

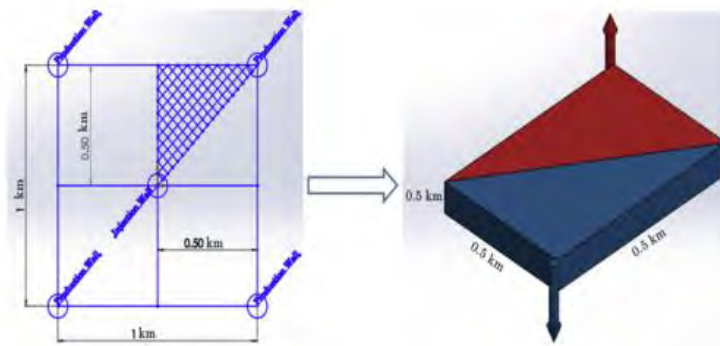


Figura 7.- Modelo conceptual utilizado por C. Pan y Chávez.

## Capítulo 2. DEFINICIÓN DEL PROYECTO

En el presente trabajo se pretende proponer un modelo adimensional para los reservorios geotérmicos mediante el cual permita determinar el potencial geotérmico y el tiempo productivo.

Para la simulación o modelado numérico de yacimientos geotérmicos se requiere de un modelo conceptual del reservorio, mediante el cual se establecen las geometrías para la modelación numérica, es decir, el modelo conceptual es la base para el modelo numérico (Axelsson, 2013).

### 2.1 Modelo conceptual

El modelo conceptual para los reservorios geotérmicos depende de las características físicas del campo geotérmico, sin embargo se proponen ciertos modelos conceptuales para el modelado numérico general, La figura 8 muestra el modelo conceptual general básicos para modelar un reservorio geotérmico.

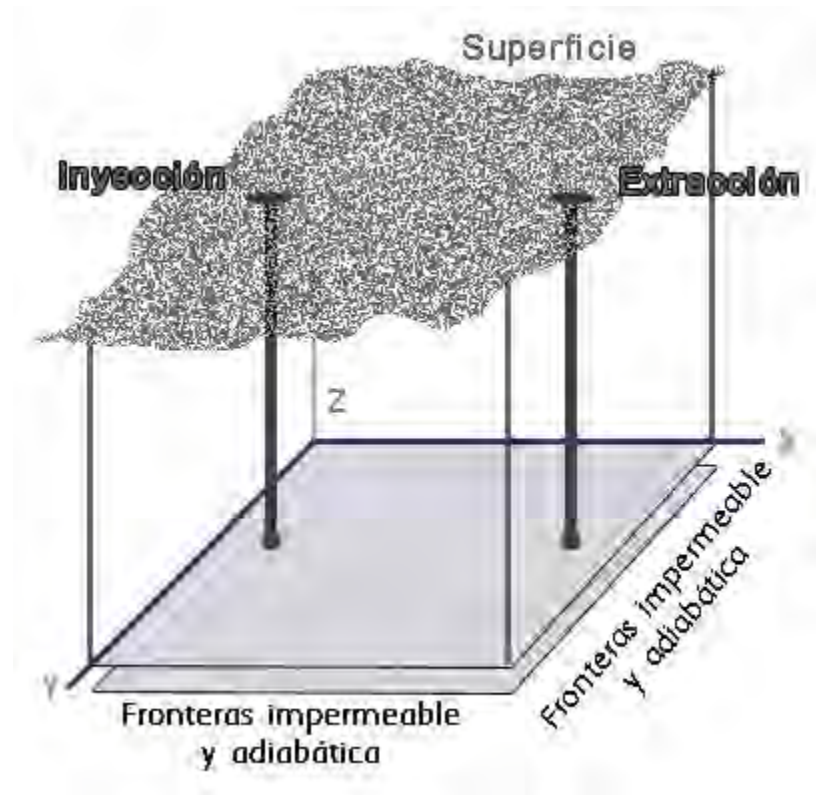


Figura 8.- Modelo conceptual utilizado para este proyecto.



El modelo conceptual se propone con varios escenarios, en los cuales se utilizan simulaciones de producción e inyección, en los siguientes capítulos se analizan estos escenarios. Los escenarios cambian en el número de pozos inyectoros y productores.

Con el modelo propuesto en la Figura 8, se pretende determinar el comportamiento del reservorio geotérmico y su potencial disponible. Esto simulando la explotación del campo geotérmico, en el cual se tienen propiedades de inyección y producción, tanto de temperatura como de presión.

El fenómeno que se pretende modelar corresponde a un fenómeno de transferencia de calor en medios porosos, debido a que se involucre un fluido y un sólido mediante el cual hay flujo de fluido.

## 2.2 Ecuaciones de modelado de transferencia de calor y flujo

Para el análisis de problemas de transferencia de calor y flujo de fluido las ecuaciones básicas que gobiernan estos fenómenos son, la ecuación de continuidad, conservación de momentum (Ley de Darcy) y la ecuación de la energía.

La ecuación de Continuidad o conservación de masa se define como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0 \quad (1)$$

La ecuación para la Ley de Darcy está definida:

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} \nabla p - \rho g \nabla z \quad (2)$$

La ecuación de la energía:

$$\nabla \mathbf{K} \cdot \nabla T \pm \dot{q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T \quad (3)$$



### Capítulo 3. DESARROLLO MATEMÁTICO

Para obtener el modelo matemático para los reservorios geotérmicos propuestos mediante el modelo conceptual se parte de la Ecuación 3, bajo las consideraciones que se listan a continuación:

- No se genera ni consume energía por reacción química.
- No hay pérdidas del fluido de inyección y extracción.
- No hay Energía interna.
- Existe Equilibrio térmico local.
- El reservorio no genera ni consume energía.
- Se considera un medio isotrópico
- El reservorio es fluido dominante con la densidad constante durante el tiempo de simulación.
- Se modela en 2 dimensiones el fenómeno “X” y “Y” del modelo propuesto en la figura 8.
- Tiene fronteras impermeables y adiabáticas.
- Presenta fronteras de inyección y extracción de fluido.

Aplicando las consideraciones a la Ecuación 3 se tiene:

$$\nabla K \cdot \nabla T = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T \quad (4)$$

Al considerar un medio isotrópico la conductividad es constante:

$$K \nabla \cdot \nabla T = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T \quad (5)$$

Donde  $\vec{v}$  es la velocidad del fluido dada por la ecuación de la velocidad de Darcy.

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu}\nabla p - \rho g \nabla z \quad (6)$$

Donde  $p$  es la presión en el reservorio geotérmico. Para obtener el campo de velocidad se utilizará la ecuación de continuidad o conservación de masa.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0 \quad (7)$$

Por la consideración como la densidad constante la Ecuación 7 se reduce a:

$$\rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (8)$$

Sustituyendo la Ecuación 6 en la Ecuación 7:

$$\rho \nabla \cdot \left( -\frac{K}{\mu} \nabla p - \rho g \nabla z \right) = 0 \quad (9)$$

Por la consideración 8, La Ecuación 9 se reduce a:

$$-\frac{K}{\mu} \rho \nabla \cdot \nabla p = 0 \quad (10)$$

Donde  $\frac{K}{\mu}$  es una constante.

En resumen las ecuaciones que se tienen que modelar para obtener el comportamiento del reservorio geotérmico se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2.- Ecuaciones para modelar en el fenómeno.

Ecuación	Nombre de ecuación
----------	--------------------

$-\frac{K}{\mu} \rho \nabla \cdot \nabla p = 0$	Ecuación de continuidad
$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} \nabla p - \rho g \nabla z$	La velocidad de Darcy.
$K \nabla \cdot \nabla T = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \vec{v} \cdot \nabla T$	Ecuación de la Energía

Además de presentar las ecuaciones que se van a modelar la tabla 2 muestra el orden en el que se van solucionando las ecuaciones para estimar las temperaturas, presiones y velocidades.

Delimitando las ecuaciones aplicando las consideraciones y basándose en el modelo conceptual propuesto, se establecen las condiciones de frontera.

### 3.1 Presión en el reservorio

Para determinar el campo de presiones en el reservorio geotérmico es necesario dar solución numérica a la ecuación de continuidad con las condiciones de frontera. En el modelo de la Figura 7 se tienen delimitado el fenómeno con fronteras impermeables y adiabática, por lo tanto indica que no existe flujo de fluido hacia el exterior y por lo tanto la velocidad en la frontera es cero, esto quiere decir que no hay variación de la presión.

#### 3.1.1 Condiciones de frontera

Representando matemáticamente las condiciones planteadas:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{0,j} = 0; \quad \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{m,j} = 0; \quad \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{j,0} = 0; \quad \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_{j,m} = 0; \quad (11)$$

Donde m es el número total de nodos para la rejilla del mallado. Además se hace la simulación de extracción e inyección por lo que es necesario definir las condiciones de frontera adicionales:

$$p_{inx,iny} = p_{inyeccion}; \quad p_{extx,exty} = p_{extracción} \quad (12)$$

Las condiciones de frontera se han definido en las Ecuación 11 y Ecuación 12.

Con los modelos matemáticos obtenidos se procede a resolverlos tomando la consideración que indica en 2-D, para lo cual se determinará el potencial geotérmico. La ecuación gobernante para la distribución de presión viene dada de la ecuación de continuidad que con las consideraciones descritas, se reduce a la Ecuación 13.

$$\nabla^2 p = 0 \quad (13)$$

### 3.1.2 Adimensionalización de presión

Para generalizar la ecuación se tiene que adimensionalizar, para lo cual se toman las condiciones de frontera de la presión descritas en la Ecuación 11 y 12. Las condiciones establecen que la presión de inyección y la extracción pertenecen a las condiciones límite y el campo de presiones tiene que estar entre esos valores.

Adimensionalizando  $p$  se tiene:

$$\Gamma = \frac{p - p_{ext}}{p_{iny} - p_{ext}} \quad (14)$$

Entonces:

$$(p_{iny} - p_{ext})\Gamma + p_{ext} = p \quad (15)$$

Sustituyendo en la Ecuación 13.

$$\nabla^2 ((p_{iny} - p_{ext})\Gamma + p_{ext}) = 0 \quad (16)$$

Desarrollando el Laplaciano en 2D:

$$(p_{iny} - p_{ext}) \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \Gamma \right) + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} p_{ext} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} p_{ext} = 0 \quad (17)$$

Reagrupando y despejando:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Gamma + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Gamma \right) = 0 \quad (18)$$

Donde  $\Gamma$  es la presión adimensional.

Dimensionalmente representando a x:

$$\left( \frac{x}{L} \right) = \delta \quad (19)$$

Dónde:

$$x = \delta L \quad (21)$$

Así mismo para “y”:

$$\left( \frac{y}{L} \right) = \sigma \quad (22)$$

Dónde:

$$y = \sigma L \quad (23)$$

Al sustituir y despejar en la Ecuación 18 queda:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Gamma + \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} \Gamma \right) = 0 \quad (24)$$

La ecuación para discretizar y solucionar numéricamente está dada por la Ecuación 24. Ahora adimensionalizando las condiciones de frontera impermeables para el campo de presión se tienen:

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \delta} \right|_{0,j} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \delta} \right|_{m,j} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma} \right|_{j,0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma} \right|_{j,m} = 0; \quad (25)$$

$$\Gamma_{inyx,inyy} = \frac{p_{iny} - p_{ext}}{p_{iny} - p_{ext}} = 1 \quad (26)$$

$$\Gamma_{extx,exty} = \frac{p_{ext} - p_{ext}}{p_{iny} - p_{ext}} = 0 \quad (27)$$

### 3.2 Temperatura en el reservorio geotérmico

Otras de los parámetros importantes para determinar el potencial geotérmico de un reservorio geotérmico es la temperatura, ya que esta propiedad permite tener una referencia sobre la temperatura del yacimiento y la superficial que permitirá este delta determinar la energía. Partiendo de la ecuación de la energía la cual está indicada en la Ecuación 3, que al considerar el reservorio como aislado, es decir, no hay consumo ni generación de calor, por tanto, la Ecuación 3 se reduce a la Ecuación 28.

$$K \nabla^2 T \pm \dot{q} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C \vec{v} \cdot \nabla T \quad (28)$$

Resolviendo en estado permanente, el termino transitorio queda eliminado, Ecuación 29.

$$K \nabla^2 T \pm \dot{q} = \rho C \vec{v} \cdot \nabla T \quad (29)$$

Aplicando la condición de que el sistema no genera ni consume calor, sino que ya se encuentra a cierta temperatura, la Ecuación 29 queda.

$$K \nabla^2 T = \rho C \vec{v} \cdot \nabla T \quad (30)$$

Despejando se tiene:

$$\nabla^2 T = \frac{\rho C}{K} \vec{v} \cdot \nabla T \quad (31)$$

Sustituyendo la velocidad de Darcy en el término convectivo



$$\vec{v} = \left( -\frac{K}{\mu} \nabla p - \rho g \nabla z \right)$$

$$\nabla^2 T = \frac{\rho C}{K} \left( -\frac{K}{\mu} \nabla p - \rho g \nabla z \right) \cdot \nabla T \quad (32)$$

La Ecuación 32 es la que define el campo de temperaturas en el reservorio geotérmico. Resolviendo para 2 dimensiones, x y y.

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = -\frac{\rho C k}{K \mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \right) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (33)$$

Otra forma de representarlo:

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \frac{\rho C}{K} (v_x + v_y) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (34)$$

Haciendo el producto punto a las ecuaciones 33 y 34 se tiene:

$$\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \frac{\rho C}{K} \left( v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (35)$$

Despejando:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{\rho C}{K} v_x \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\rho C}{K} v_y \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (36)$$

### 3.2.1 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera para resolver la ecuación 36 son;

- Temperatura constante en la recarga y descarga natural.
- Fronteras adiabáticas.

Matemáticamente queda representado en las fronteras definidas para:

Temperatura constante en X=0(recarga natural)

$$T_{i,0} = T_{rec} \quad (37)$$

Temperatura constante en X=N(descarga natural)

$$T_{i,N} = T_{des} \quad (38)$$

Frontera adiabática para Y=0;

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{0,j} = 0 \quad (39)$$

Frontera adiabática para  $Y=N$ ;

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{N,j} = 0 \quad (40)$$

Además se incluyen las condiciones límite para los pozos inyectores y productores según sea el caso. Estas condiciones están dadas únicamente cuando exista el caso, caso contrario no se aplican, por tanto la temperatura queda definida para los casos por:

$$T_{[j,i]} = T_{inj} \quad (41)$$

Donde  $i$  y  $j$  representan los nodos donde se coloca la inyección del fluido y tiene que ser:

$$0 \leq i, j \leq N$$

Asi mismo para la extracción la temperatura queda definida por:

$$T_{[j,i]} = T_{ext} \quad (42)$$

Donde  $i$  y  $j$  representan los nodos donde se coloca la extracción del fluido y tiene que ser:

$$(0 \leq i, j \leq N)_{iny} \neq (0 \leq i, j \leq N)_{ext}$$

### 3.2.2 Adimensionalización de temperatura

Para establecer el modelo general es necesario llevar a la adimensionalización de la temperatura definida por la Ecuación 36. Para llevar a cabo la Adimensionalización se usará la temperatura máxima del reservorio y la temperatura de referencia en su caso la temperatura de inyección.

Entonces con esos criterios la temperatura queda:

$$\theta = \frac{T}{T_R} ; T = \theta T_R \quad (43)$$

Ahora la longitud adimensional queda:

$$\delta = \frac{x}{X} ; x = \delta X \quad (44)$$

Como se usará un delta de longitud igual para "x" y "y" la Ecuación 44 aplica para

ambos casos de longitud es decir a las dos dimensiones. Sustituyendo las Ecuaciones 43 y 44 en la Ecuación 36, queda:

$$\frac{\partial^2(\theta T_R)}{\partial(\delta X)^2} + \frac{\partial^2(\theta T_R)}{\partial(\delta X)^2} - \frac{\rho C}{K} v_x \frac{\partial(\theta T_R)}{\partial(\delta X)} - \frac{\rho C}{K} v_y \frac{\partial(\theta T_R)}{\partial(\delta X)} = 0 \quad (45)$$

Despejando  $X$  y  $T_R$ , se tiene:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - \frac{\rho C X}{K} v_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - \frac{\rho C X}{K} v_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = 0 \quad (46)$$

Aplicando los números adimensionales  $Pr$ ,  $Re$ , y  $Pe$ , se tiene:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - \frac{\mu \rho C X}{\mu K} v_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - \frac{\mu \rho C X}{\mu K} v_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = 0 \quad (47)$$

Entonces aplicando el número Prandtl:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pr_x \frac{\rho X}{\mu} v_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pr_y \frac{\rho X}{\mu} v_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = 0 \quad (48)$$

Y aplicando el número de Reynolds:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pr_x Re_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pr_y Re_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = 0 \quad (49)$$

Y por el número de Peclet:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pe_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pe_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = 0 \quad (50)$$

Entonces la Ecuación 50 es la que determina la temperatura adimensional para el reservorio en estado permanente. Teniendo la ecuación general, es necesario adimensionalizar las condiciones de frontera definidas para la temperatura, por tanto las condiciones quedan:

Temperatura constante en  $X=0$ (recarga natural)

$$\theta_{i,0} = \frac{T_{rec}}{T_R} \quad (51)$$

Temperatura constante en  $X=N$ (descarga natural)

$$\theta_{i,N} = \frac{T_{des}}{T_R} = 1 \quad (52)$$

Frontera adiabática para  $Y=0$ ;

$$\theta|_{0,j} = 0 \quad (53)$$

Frontera adiabática para  $Y=N$ ;

$$\theta|_{N,j} = 0 \quad (54)$$

Para las condiciones límite para los pozos inyectores y productores según sea el caso.

$$\frac{T_{iny}}{T_R} = \theta_{[j,i]} \quad (55)$$

Así mismo para la extracción la temperatura queda definida por:

$$\frac{T_{ext}}{T_R} = \theta_{[j,i]} \quad (56)$$

### 3.2.3 Comportamiento de temperatura en el tiempo

Para determinar la ecuación que gobierna el comportamiento de la temperatura para cada paso de tiempo, se parte de la Ecuación 50, agregándole el término transitorio, quedando la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pe_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pe_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = \frac{X^2 \rho C \partial T}{T_R K \partial t} \quad (57)$$

Sustituyendo la Ecuación 43 en la Ecuación 57, se tiene:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pe_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pe_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = \frac{T_R X^2 \rho C \partial \theta}{T_R K \partial (\rho C X^2 \tau / k)} \quad (58)$$

Rescribiendo la Ecuación 58, se tiene:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pe_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pe_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad (59)$$

Donde el tiempo adimensional queda del orden de magnitud de:

$$t = \frac{\rho C X^2}{k} \tau \quad (60)$$

### 3.3 Potencial geotérmico de los reservorios

La ecuación que permite determinar la energía en el reservorio está definida en la Ecuación 61.

$$q_d = V(\phi(\rho C)_w + (1 - \phi)(\rho C)_s)(T_{i,j} - T_{iny}) \quad (61)$$

Para el estudio se utilizará el calor específico volumétrico como constantes tanto para el fluido, así como para la roca o sólido. Además la energía disponible en forma de calor tiene que estar restringida a un factor de recuperación, esto por las pérdidas que se presentan, y se utilizará un factor  $R=0.25$ , así como una porosidad promedio de 16%. Entonces el calor recuperable está definido por la ecuación 62.

$$q_{rec} = RV(\phi(\rho C)_w + (1 - \phi)(\rho C)_s)(T_{i,j} - T_{iny}) \quad (62)$$

Asumiendo un proceso isoentálpico, la cantidad de fluido producido en el pozo de producción está dado por la Ecuación 63 (Garg-K 2011).

$$m_w = \frac{q_{rec}}{h_R - h_{iny}} \quad (63)$$

Donde  $h_r = h(T_R)$  y  $h_{iny} = h(T_{iny})$ .

El máximo trabajo o potencia que puede extraerse teóricamente del fluido bajo ciertas condiciones está dado por la Ecuación 64 (DiPippo 2008).

$$e = h_R - h_{iny} - T_R^K (s_R - s_{iny}) \quad (64)$$

Entonces el máximo trabajo disponible está definido por:

$$W_e = m_w e \quad (65)$$

Para estimar el potencial del reservorio hay que tomar en cuenta la vida útil del proyecto geotermoeléctrico en unidades de segundos y la eficiencia del ciclo termodinámico aplicado. Entonces la ecuación 65 aplicando estos criterios permite estimar un potencial real del reservorio conociendo ciertas propiedades.

$$W_e = \frac{\eta(m_w e)}{t * 365 * 24 * 3600} \text{ KW} \quad (66)$$

Donde  $t$  esta dado en Años y  $W$  esta en kilowatts.

Con la Ecuación 66 se finaliza el modelado matemático, es decir, las ecuaciones

necesarias para determinar el potencial geotérmico para este estudio, sin embargo, tiene que solucionarse numéricamente para determinar un resultado estimado, esto porque la solución analítica se hace complicada, y por tanto se requiere de estimaciones numéricas para dar solución al modelo matemático propuesto. La tabla 3, presenta las ecuaciones adimensionales obtenidas para la temperatura y la presión, así mismo la ecuación para determinar el potencial geotérmico estimado en los reservorios geotérmicos en el estado de Michoacán.

Tabla 3.- Tabla de ecuaciones gobernantes para este proyecto.

Ecuación	Gobierna
$\left( \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Gamma + \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} \Gamma \right) = 0$	Campo de presión del reservorio
$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \delta^2} - Pe_x \frac{\partial \theta}{\partial \delta} - Pe_y \frac{\partial \theta}{\partial \delta} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$	Distribución de temperatura del reservorio
$W = \frac{\eta m (h_R - h_{iny} - T_R^K (s_R - s_{iny}))}{t * 365 * 24 * 3600}$	Potencial del reservorio

## Capítulo 4. Discretización de las ecuaciones

Para resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales obtenidas, es necesario, aplicar algunos esquemas de discretización. Existen varios esquemas de discretización, por ejemplo, elemento finito, volumen finito, diferencias finitas, etc. En este proyecto se aplica el esquema de las diferencias finitas para solucionar numéricamente las ecuaciones de la tabla 3, se ha determinado las diferencias finitas por la simplicidad y bajo coste computacional, además que proporcionan resultados con una precisión aceptable.

El método de diferencias finitas consiste principalmente en aproximar la derivada haciendo uso de valores numéricos aproximados de la función a resolver, se determinan mediante la serie de Taylor Ecuación 67.

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a) \quad (67)$$

Expandiendo para n=2 para derivadas de orden 2(las que se necesitan):

$$f = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x - a) + \frac{f''(a)}{2!} (x - a)^2 \quad (68)$$

Sin entrar a detalles para obtener las aproximaciones para efectos de este trabajo se presentan las diferencias finitas para las derivadas que se involucran en este modelo se presentan en la Tabla 4:

Tabla 4.- Esquemas de diferencias finitas involucradas en este proyecto.

$$f' = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad \text{Diferencias finitas hacia atrás} \quad (69)$$

$$f' = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad \text{Diferencias finitas hacia delante} \quad (70)$$

$$f' = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad \text{Diferencias finitas centrales} \quad (71)$$

$$f'' = \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{\Delta x^2} \quad \text{Diferencias finitas centrales para segundo orden} \quad (72)$$

### 4.1 Discretización del campo de presión

Sustituyendo la ecuación 72 en la Ecuación 24 para obtener la aproximación en

diferencias finitas en dos dimensiones utilizando los subíndices  $i, j$  para representar cada una de las dimensiones:

$$\left( \frac{\Gamma_{i,j-1} - 2\Gamma_{i,j} + \Gamma_{i,j+1}}{(\Delta\delta)^2} + \frac{\Gamma_{i-1,j} - 2\Gamma_{i,j} + \Gamma_{i+1,j}}{(\Delta\sigma)^2} \right) = 0 \quad (73)$$

Haciendo  $\Delta\delta = \Delta\sigma$  la Ecuación 73 se transforma:

$$\Gamma_{i,j-1} + \Gamma_{i,j+1} + \Gamma_{i-1,j} - 4\Gamma_{i,j} + \Gamma_{i+1,j} = 0 \quad (74)$$

De la Ecuación 74 se puede determinar que:

$$\frac{\Gamma_{i,j-1} + \Gamma_{i,j+1} + \Gamma_{i-1,j} + \Gamma_{i+1,j}}{4} = \Gamma_{i,j} \quad (75)$$

Discretizando las condiciones de frontera para el campo de presión:

$$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\delta} \right|_{0,j} = 0; \rightarrow \Gamma_{1,j} - \Gamma_{0,j} = 0; \rightarrow \Gamma_{1,j} = \Gamma_{0,j} \quad (76)$$

$$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\delta} \right|_{m,j} = 0; \rightarrow \Gamma_{m,j} - \Gamma_{m-1,j} = 0; \rightarrow \Gamma_{m-1,j} = \Gamma_{m,j} \quad (77)$$

$$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma} \right|_{j,0} = 0; \rightarrow \Gamma_{j,1} - \Gamma_{j,0} = 0; \rightarrow \Gamma_{j,1} = \Gamma_{j,0} \quad (78)$$

$$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma} \right|_{j,m} = 0; \rightarrow \Gamma_{j,m} - \Gamma_{j,m-1} = 0; \rightarrow \Gamma_{j,m} = \Gamma_{j,m-1} \quad (79)$$

En resumen la tabla 5 presenta las ecuaciones para determinar la presión en el reservorio.

Tabla 5.- Ecuaciones discretizadas para el campo de presión.

$\left( \frac{\partial^2}{\partial\delta^2} \Gamma + \frac{\partial^2}{\partial\sigma^2} \Gamma \right) = 0$	$\frac{\Gamma_{i,j-1} + \Gamma_{i,j+1} + \Gamma_{i-1,j} + \Gamma_{i+1,j}}{4} = \Gamma_{i,j}$
$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\delta} \right _{0,j} = 0$	$\Gamma_{1,j} = \Gamma_{0,j}$
$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\delta} \right _{m,j} = 0$	$\Gamma_{m-1,j} = \Gamma_{m,j}$
$\left. \frac{\partial\Gamma}{\partial\sigma} \right _{j,0} = 0$	$\Gamma_{j,1} = \Gamma_{j,0}$



$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \Gamma}{\partial \sigma} \right|_{j,m} &= 0 & \Gamma_{j,m} &= \Gamma_{j,m-1} \\ \Gamma_{inyx,inyy} &= \frac{p_{iny} - p_{ext}}{p_{iny} - p_{ext}} = 1 & & 1 \\ \Gamma_{extx,exty} &= \frac{p_{ext} - p_{ext}}{p_{iny} - p_{ext}} = 0 & & 0 \end{aligned}$$

La tabla 5 muestra las ecuaciones que se tienen resolver numéricamente mediante alguna herramienta computacional para determinar la distribución de presión en el reservorio geotérmico.

Para resolver la distribución de presión en el reservorio geotérmico se determina con los siguientes pasos:

1. **Input** parámetros de entrada ( $P_{inyección}$ ,  $P_{extracción}$ ,  $Nodos$ ,  $\text{Área del Reservorio}$ ,  $\text{profundidad promedio del reservorio}$ .)
2. Establecer las condiciones en forma adimensional usando las ecuaciones descritas para tal objetivo.
3. Mientras no haya convergencia, aplicar un método iterativo para determinar la presión en el reservorio.
4. Si el método converge antes de terminar sus iteraciones máximas, graficar los resultados obtenidos.
5. Fin del proceso de iteración para solución de presión.

## 4.2 Discretización del campo de temperaturas

El campo de temperaturas tiene una variación en cuanto a la discretización debido que la temperatura presenta variaciones respecto al tiempo, por tanto se presentan dos ecuaciones discreteadas una en estado permanente y la otra en estado transitorio, para el primer caso se tiene:

Sustituyendo las diferencias finitas en la Ecuación 59 en estado permanente:

$$\frac{\theta_{j,i-1} - 2\theta_{j,i} + \theta_{j,i+1}}{\Delta\sigma^2} + \frac{\theta_{j-1,i} - 2\theta_{j,i} + \theta_{j+1,i}}{\Delta\sigma^2} - Pe_x \left( \frac{\theta_{j,i-1} - \theta_{j,i+1}}{2\Delta\sigma} \right) - Pe_y \left( \frac{\theta_{j-1,i} - \theta_{j+1,i}}{2\Delta\sigma} \right) = 0 \quad (80)$$

Despejando:

$$\theta_{j,i-1} - 2\theta_{j,i} + \theta_{j,i+1} + \theta_{j-1,i} - 2\theta_{j,i} + \theta_{j+1,i} - \frac{\Delta\sigma Pe_x}{2} (\theta_{j,i-1} - \theta_{j,i+1}) -$$

$$\frac{\Delta\sigma Pe_y}{2} (\theta_{j-1,i} - \theta_{j+1,i}) = 0 \quad (81)$$

Agrupando términos queda:

$$A\theta_{j,i-1} + B\theta_{j,i+1} + C\theta_{j-1,i} + D\theta_{j+1,i} + E\theta_{j,i} = 0 \quad (82)$$

Dónde:

$$A = \left(1 - \frac{\Delta\sigma Pe_x}{2}\right); \quad B = \left(1 + \frac{\Delta\sigma Pe_x}{2}\right); \quad C = \left(1 - \frac{\Delta\sigma Pe_y}{2}\right);$$

$$D = \left(1 + \frac{\Delta\sigma Pe_y}{2}\right); \quad E = -4 \quad (83)$$

#### 4.2.1 Condiciones de frontera

Para las condiciones de frontera, se usan diferencias finitas hacia atrás o hacia delante según sea el contorno específico delimitada por condiciones tipo Newman. Para las condiciones tipo Dirichlet solo se hace la definición.

**Condiciones tipo Neumann:**

$$\left. \frac{\partial\theta}{\partial\sigma} \right|_{\sigma=0,i} = 0; \quad \left. \frac{\partial\theta}{\partial\sigma} \right|_{\sigma=M,i} = 0; \quad (84)$$

$$\frac{\theta_{j+1,i} - \theta_{j,i}}{\Delta\sigma} = 0 \quad (85)$$

Despejando y sustituyendo  $j=0$  se tiene:

$$\theta_{j+1,i} = \theta_{j,i} \rightarrow \theta_{1,i} = \theta_{0,i} \quad (86)$$

$$\frac{\theta_{j,i} - \theta_{j-1,i}}{\Delta\sigma} = 0 \quad (87)$$

Despejando y sustituyendo  $j=M$  se tiene:

$$\theta_{j,i} = \theta_{j-1,i} \rightarrow \theta_{M,i} = \theta_{M-1,i} \quad (88)$$

**Condiciones tipo Dirichlet:**

$$\theta|_{j,x=0} = \frac{T_{iny}}{T_R} \quad (89)$$

La Ec. 59 representa la temperatura en la recarga natural donde  $z$  representa la profundidad.

$$\theta|_{j,x=M} = \frac{T_R}{T_R} = 1 \quad (90)$$

La Ec. 60 representa la frontera en la temperatura de descarga, que geotérmicamente será la extracción de fluido.

Además de las recarga y descarga natural, se tienen las condiciones de temperatura de reinyección y extracción, correspondientes a los pozos productores e inyectores, definidas por la Ec. 61.

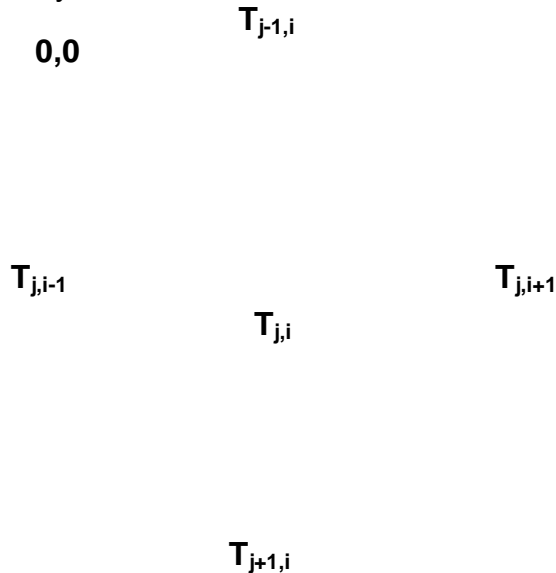
$$\theta|_{j,i} = \frac{T_{iny}}{T_R}; \theta|_{j,i} = \frac{T_{ext}}{T_R} \quad (91)$$

Donde  $i$  y  $j$  son los nodos que corresponden a inyección y extracción.

### 4.3 Operadores de discretización

La técnica de diferencias finitas es una aproximación numérica basada principalmente en una malla de nodos para los cuales se obtiene una ecuación lineal nodal. Esto quiere decir que cada nodo hay una ecuación.

Para obtener la ecuación nodal se tienen esquemas para cada tipo de frontera denominado operador “stencil” o estrella, este esquema incluye los nodos centrales y de contorno. La ecuación resultante se obtiene de la ecuación gobernante del fenómeno y las condiciones de frontera. Ver Figura 9.



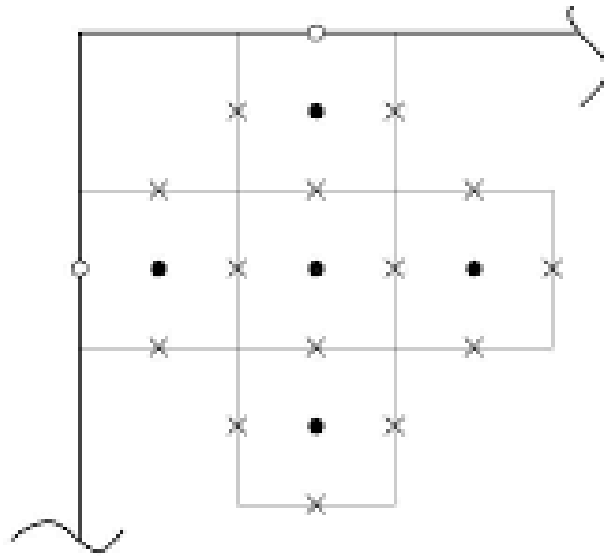


Figura 9.- Operador stencil para discretización en diferencias finitas.

Utilizando el operador discreto se discretiza las ecuaciones utilizando la rejilla como lo ilustra la Figura 10.

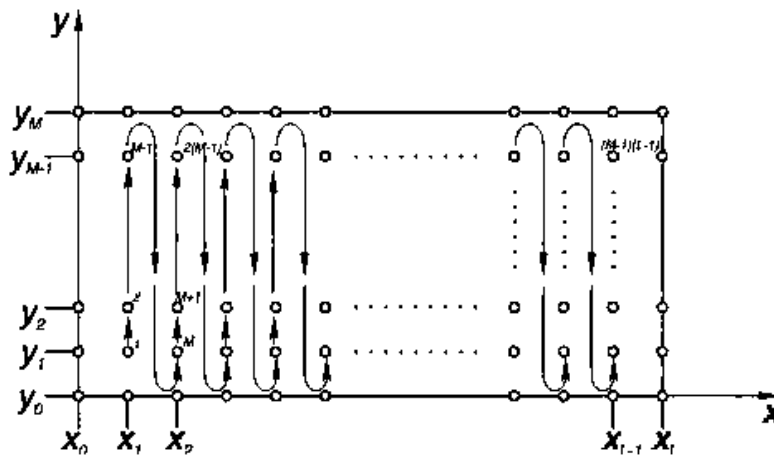


Figura 10.- Orden de numeración para obtención de sistema lineal (Nigro 2007).

El orden presentado en la Figura 10 para una rejilla homogénea, es decir donde  $\Delta x = \Delta y$ , donde el vector incógnita queda:

$$T = \begin{bmatrix} T_{1,1} \\ T_{2,1} \\ T_{3,1} \\ \vdots \\ T_{M-1,1} \\ T_{1,2} \\ T_{2,1} \\ T_{3,2} \\ \vdots \\ T_{M-1,2} \\ T_{1,3} \\ T_{2,3} \\ T_{3,3} \\ \vdots \\ T_{M-1,3} \end{bmatrix} \quad (92)$$

Utilizando el operador discreto, se obtiene la ecuación nodal en la que todos los nodos son nulos excepto los nodos vecinos al nodo en cuestión; y todos los coeficientes serán iguales en toda la malla.

Resolviendo para 5 nodos, en los cuales solo una malla de 3x3 es la aplicable del operador discreto, es decir, a los nodos centrales se aplica la Ecuación 82 para generar el sistema de ecuaciones lineales.

Aplicando la Ecuación 82 a la malla de 3x3 queda:

$$\begin{bmatrix} E & D & 0 & B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C & E & D & 0 & B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & E & 0 & 0 & B & 0 & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & E & D & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 & C & E & D & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & A & 0 & C & E & 0 & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & A & 0 & 0 & E & D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A & 0 & C & E & D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A & 0 & C & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{21} \\ T_{31} \\ T_{12} \\ T_{22} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{23} \\ T_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_{1,0} + T_{0,1}) \\ -T_{2,0} \\ (T_{3,0} + T_{4,1}) \\ -T_{0,2} \\ 0 \\ -T_{4,2} \\ (T_{1,4} + T_{0,3}) \\ -T_{2,4} \\ (T_{3,4} + T_{4,3}) \end{bmatrix} \quad (93)$$

Para resolver el sistema puede usarse cualquier método conocido, eliminación gaussiana, Gauss-Jordan, Cholesky, etc. Sin embargo se puede observar que la

matriz resultante es una matriz bandada, definido el número de bandas por el operador seleccionado (5 puntos), este sistema es para el estado permanente del reservorio geotérmico y al resolverse consume tiempo computacional por la naturaleza de la matriz.

Para resolver este sistema se tiene que aplicar un método iterativo ya que se trata de una matriz dispersa y bandada. Resolviendo por los métodos exactos en su estado natural.

Cuando se tiene la solución del el sistema en estado permanente, el modelo se usa para obtener los transitorios en el reservorio, es decir, su comportamiento en el tiempo, para lo cual se usan el método de Crank-Nicolson, Implícito y explícito.

El método de Crank-Nicolson es un método utilizado para resolver numéricamente ecuaciones diferenciales parciales como la ecuación de difusión de calor (Ozizik 2008) utilizando diferencias finitas. Es un método de segundo orden en el tiempo, implícito y estable numéricamente y fue desarrollado en 1947 por Phyllis Nicolson y John Crank.

El método se basa principalmente en diferencias centrales en el espacio y la regla del trapecio en el tiempo y la Ecuación 94 para el método de Crank-Nicolson es una combinación del método de Euler implícito y Euler explícito.

$$(1 - \gamma)\Delta_{xy}\theta^{\tau} + \gamma(\Delta_{xy}\theta^{\tau+1}) = \left(\frac{\theta_{j,i}^{\tau+1} - \theta_{j,i}^{\tau}}{\Delta\tau}\right) \quad (94)$$

Donde  $k$ =iteración en el tiempo y  $\Delta_{xy}\theta$  es la matriz con diferencias finitas centrales definida por la Ecuación 82.

#### 4.4 Discretización para Crank-Nicolson

Aplicando la discretización para el método de Crank-Nicolson utilizando la Ecuación 86, se tiene:

$$\frac{1}{2}(A\theta_{j,i-1}^{k+1} + B\theta_{j,i+1}^{k+1} + C\theta_{j-1,i}^{k+1} + D\theta_{j+1,i}^{k+1} + E\theta_{j,i}^{k+1}) + \frac{1}{2}(A\theta_{j,i-1}^k + B\theta_{j,i+1}^k + C\theta_{j-1,i}^k + D\theta_{j+1,i}^k + E\theta_{j,i}^k) = \left(\frac{\theta_{j,i}^{k+1} - \theta_{j,i}^k}{\Delta\tau}\right) \quad (95)$$

Con la Ecuación 95 se puede deducir que para determinar la temperatura en el tiempo  $k+1$  se requiere la temperatura en el tiempo  $k$ . Para determinar la distribución de temperatura en el tiempo es necesaria una condición inicial, para este trabajo se toma la temperatura del reservorio geotérmico determinado por la

Ecuación 96.

$$\theta_{j,i} = \frac{T_R}{T_R} \Big|_{x,y,0} \quad (96)$$

Despejando la Ecuación 87 para dejarla de la forma

$$\theta_{j,i}^{k+1} = \theta_{j,i}^k \quad (97)$$

Se tiene:

$$-A_1 \theta_{j,i-1}^{k+1} - B_1 \theta_{j,i+1}^{k+1} - C_1 \theta_{j-1,i}^{k+1} - D_1 \theta_{j+1,i}^{k+1} + E_1 \theta_{j,i}^{k+1} = A_1 \theta_{j,i-1}^k + B_1 \theta_{j,i+1}^k + C_1 \theta_{j-1,i}^k + D_1 \theta_{j+1,i}^k + E_2 \theta_{j,i}^k \quad (98)$$

Dónde:

$$A_1 = \frac{A}{2}; \quad B_1 = \frac{B}{2}; \quad C_1 = \frac{C}{2}; \quad D_1 = \frac{D}{2}; \quad E_1 = \left(-\frac{E}{2} + \frac{1}{\Delta\tau}\right);$$

$$E_2 = \left(\frac{E}{2} + \frac{1}{\Delta\tau}\right) \quad (99)$$

Donde los coeficientes A,B,C,D,E, han sido definidos anteriormente en la sección que discretiza la temperatura.

#### 4.4.1 Análisis de estabilidad o criterio de convergencia numérica

Para la elección del paso temporal se tiene que usar un tipo de criterio para asegurar valores inferiores al paso temporal máximo, es decir, el intervalo de tiempo elegido debe ser menor al tiempo en el que transcurren variaciones de temperatura en los reservorios geotérmicos.

Haciendo uso de la ecuación de la energía, mediante la cual se definen los cambios de temperatura respecto al tiempo, se hace un análisis de orden de magnitud para determinar el orden de magnitud del tiempo.

$$\frac{\Delta T}{L^2} \sim \frac{\rho C \Delta T}{K t} \quad (100)$$

Despejando t para saber el orden de magnitud:

$$t \sim \frac{\rho C L^2}{k} \quad (101)$$

Con esto se puede definir que:

$$t = \frac{\rho CL^2}{k} \tau \quad (102)$$

Con la ecuación 94 se define que el valor máximo de  $t$  se tiene con esas condiciones, por tanto:

$$\Delta t \leq \frac{\rho CL^2}{k} \Delta \tau \quad (103)$$

Tomando el coeficiente  $E_2$ :

$$E_2 = \left( \frac{E}{2} + \frac{1}{\Delta \tau} \right)$$

Desdoblado el valor de  $E$ :

$$\frac{1}{\Delta \tau} = -\frac{E}{2}$$

Sustituyendo el valor de  $\Delta \tau$ :

$$\frac{\rho CL^2}{k \Delta t} = -\frac{E}{2}$$

Despejando  $\Delta t$  y sustituyendo el valor de  $E$ :

$$\frac{\rho CL^2}{2k} = \Delta t \quad (104)$$

En la ecuación 104, se observa al resolver el sistema en el tiempo, los pasos temporales quedan por abajo del límite, por lo que se define que el método es numéricamente estable y convergente.



## Capítulo 5. RESULTADOS DEL MODELO NUMÉRICO

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la solución del modelo numérico desarrollado. Se ha elaborado una herramienta computacional en el lenguaje Matlab® programar los algoritmos desarrollados para el resolver los sistemas de ecuaciones.

En la figura 11 se presenta el algoritmo general implementado para resolver los sistemas de ecuaciones para cada uno de los modelos que lo requieren para su solución.

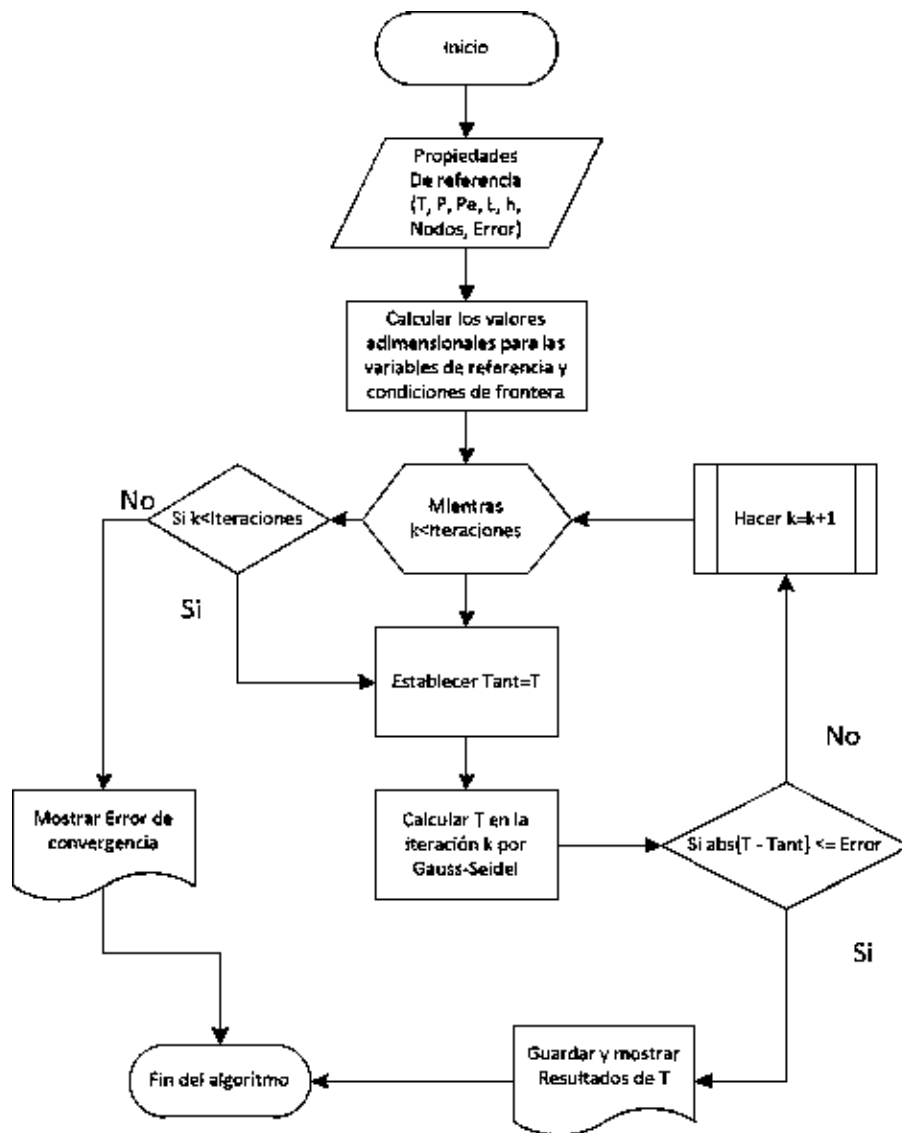


Figura 11.- Algoritmo general para solución del campo de temperaturas o campo de presiones.

El algoritmo presentado en la Figura 11 se ilustra la secuencia general para resolver el sistema de ecuaciones resultante de la discretización por diferencias finitas, se aplicó para solucionar el sistema generado para el campo de presiones y temperaturas en cada nodo de la malla.

## 5.1 Resultados del campo de presión

En este proyecto se plantearon algunos escenarios para obtener los campos de presiones, estos escenarios son casos que pueden presentarse en la explotación de recurso geotérmico (CemieGeo P33), la tabla 6 muestra los escenarios planteados para los campos de presiones.

Tabla 6.- Escenarios para cálculo del campo de presión.

# Escenario	Nombre	Relación	Descripción
1	Escenario 1:1	1:1	El escenario presenta casos en los que se maneja un pozo productor y un inyector.
2	Escenario 2:1	1:2 ó 2:1	Cuando se presentan casos de 2 productores y un inyector y viceversa.
3	Escenario 3:4	3:4	Este escenario presenta casos en los que se contemple 3 productores y 4 inyectores
4	Recarga y descarga natural	Carga y descarga	Aborda los escenarios anteriores con las condiciones de recarga del acuífero de forma natural

### 5.1.1 Resultados para el escenario 1:1

Los resultados se obtienen en forma adimensional, se observa el comportamiento de la variable de estudio en la figura 12 obtenido para el escenario 1:1.

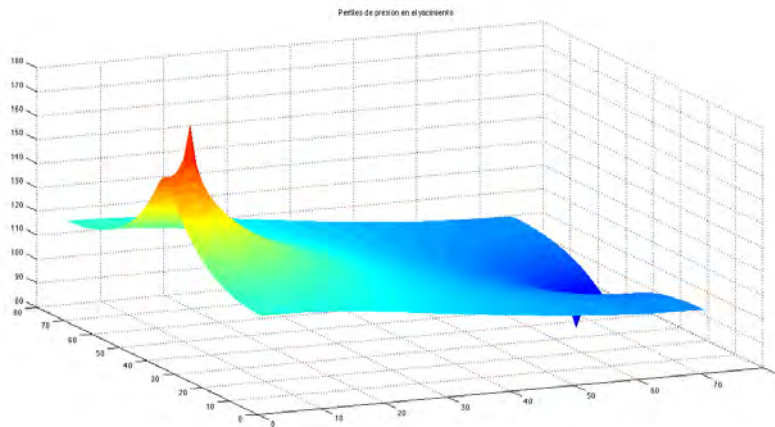


Figura 12.- Campo de presiones en los reservorios de este caso.

En la figura 12 se observan dos picos, uno máximo y uno mínimo, estos corresponden a las propiedades de referencia, es decir, a las propiedades de inyección y extracción.

Al obtener los contornos de interpolación de la distribución de presiones, se obtienen los resultados que se muestran en la figura 13.

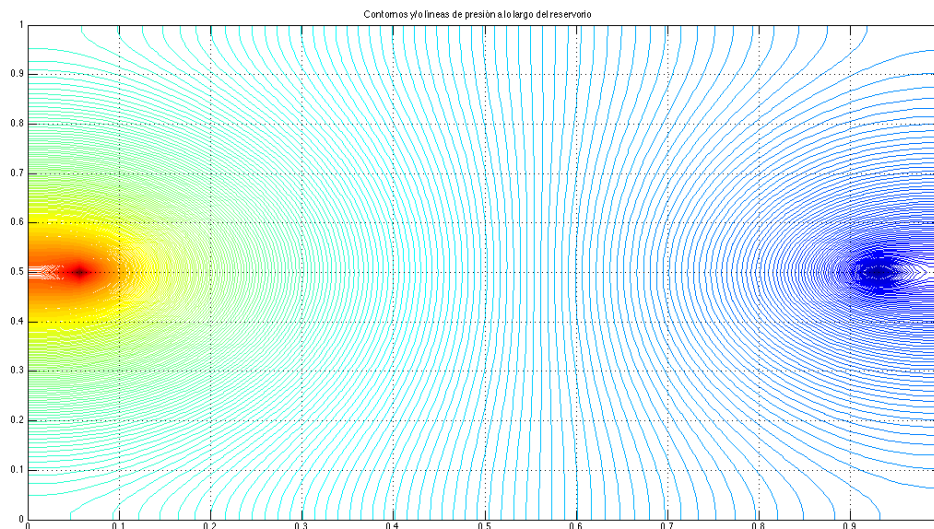


Figura 13.- Contornos de la distribución de presión para el modelo numérico caso 1.

En este escenario existe un gradiente de presión que está determinado por la inyección y extracción, esto quiere decir, que el fluido llevará una dirección desde la inyección hasta la extracción, y la figura 14 muestra los resultados para este comportamiento.

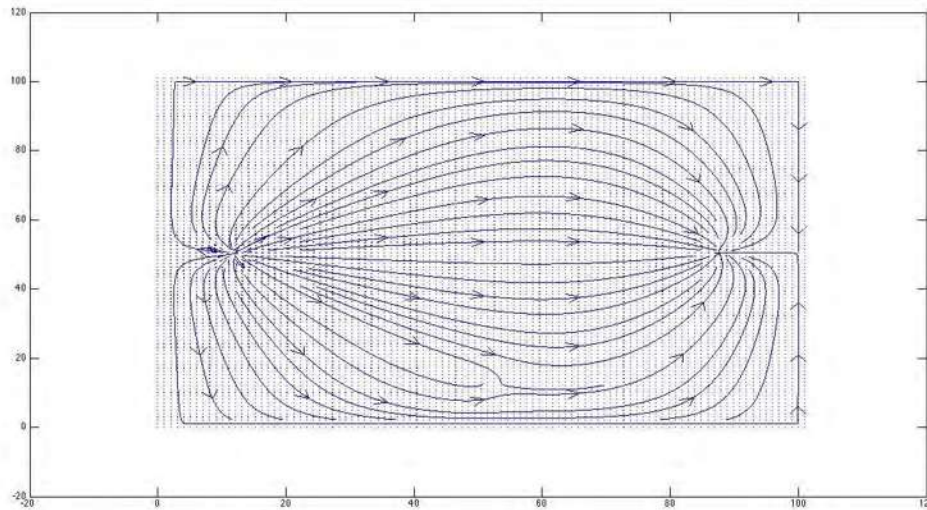


Figura 14.- Líneas de flujo del fluido para el escenario 1:1 por el modelo numérico.

Este mismo escenario ha sido simulado contemplando las condiciones de recarga natural, es decir, que en el subsuelo el yacimiento se está recargando naturalmente debido a un lago, un río, etc. La figura 15 muestra los resultados obtenidos por el modelo numérico.

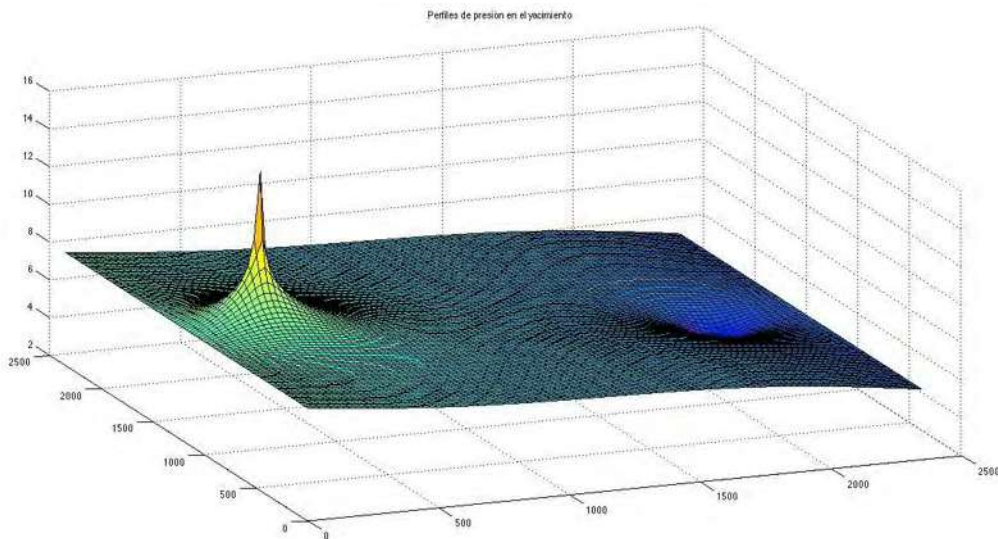


Figura 15.- Distribución de presión para el escenario 1:1 con recarga natural.

El resultado es distinto a los obtenidos sin recarga natural, esto debido a que además de la inyección también se está recargando el yacimiento desde otra fuente por eso el gradiente de presión más notable. Para observar los contornos se presenta la Figura 16 donde muestra los contornos obtenidos.

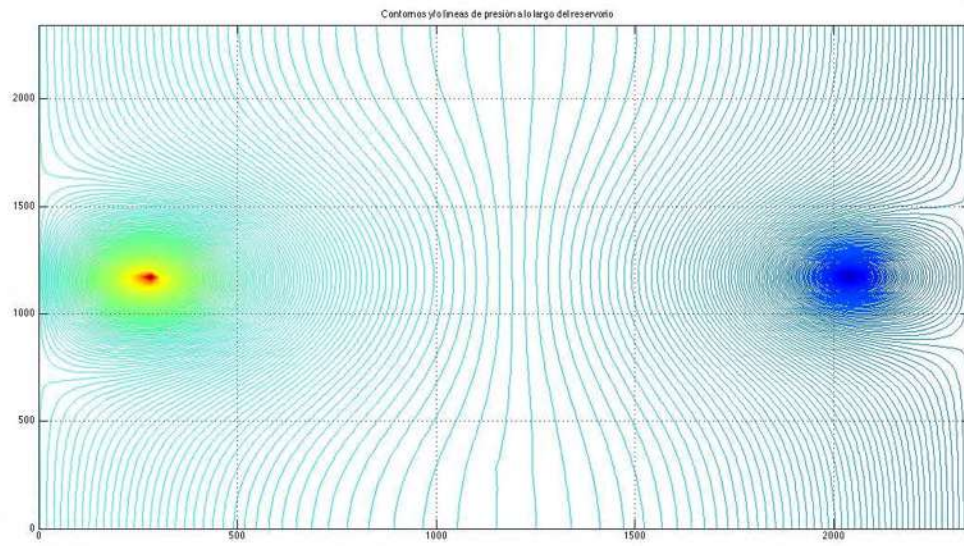


Figura 16.- Contornos para el escenario 1:1 con recarga natural.

En el diagrama de contornos no parece haber diferencia, sin embargo, al determinar las líneas de flujo se hacen presentes las diferencias de modelar con recarga y descarga natural que un reservorio aislado Ver Figura 17.

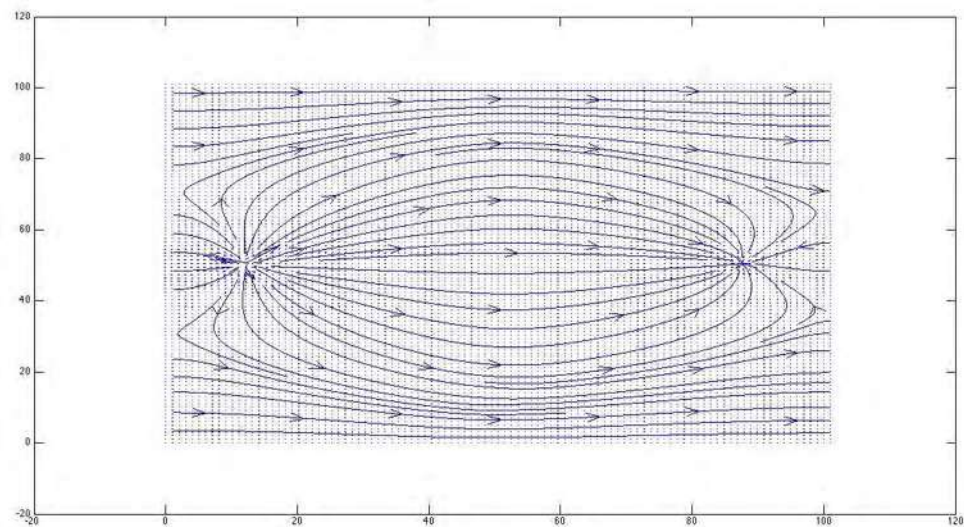


Figura 17.- Líneas de flujo para el escenario 1:1 con recarga natural.

### 5.1.2 Resultados para el escenario 2:1

Similar el caso al escenario 1:1, sin embargo, en este caso se plantean dos pozos de un tipo contra uno del otro. La figura 18 muestra los resultados para el caso de 1 inyector y 2 productores.

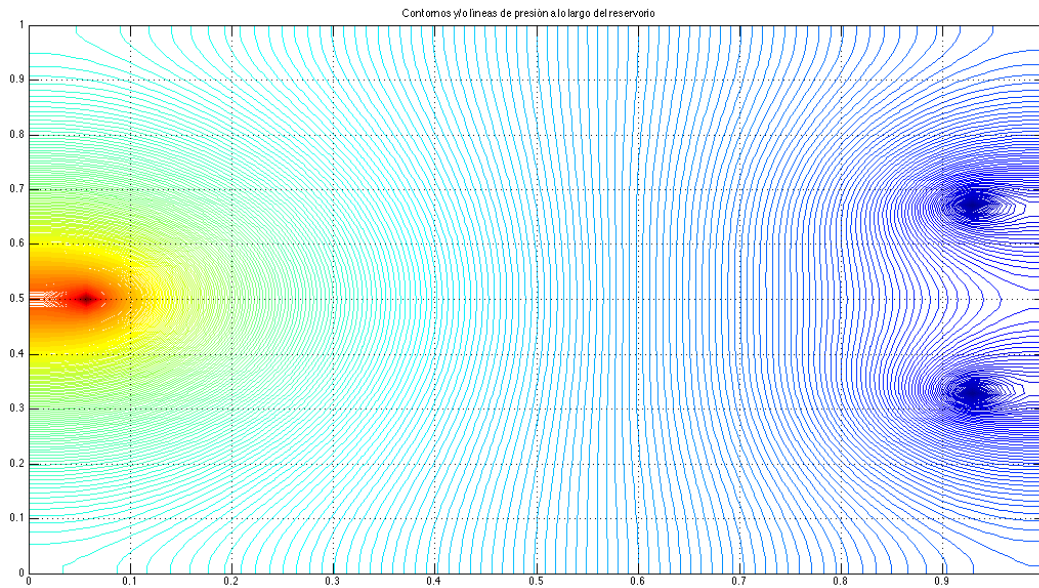


Figura 18.- Contornos de presión obtenidos mediante el modelo numérico.

Observando la Figura 19 en la cual se presenta el comportamiento de las superficies estimadas.

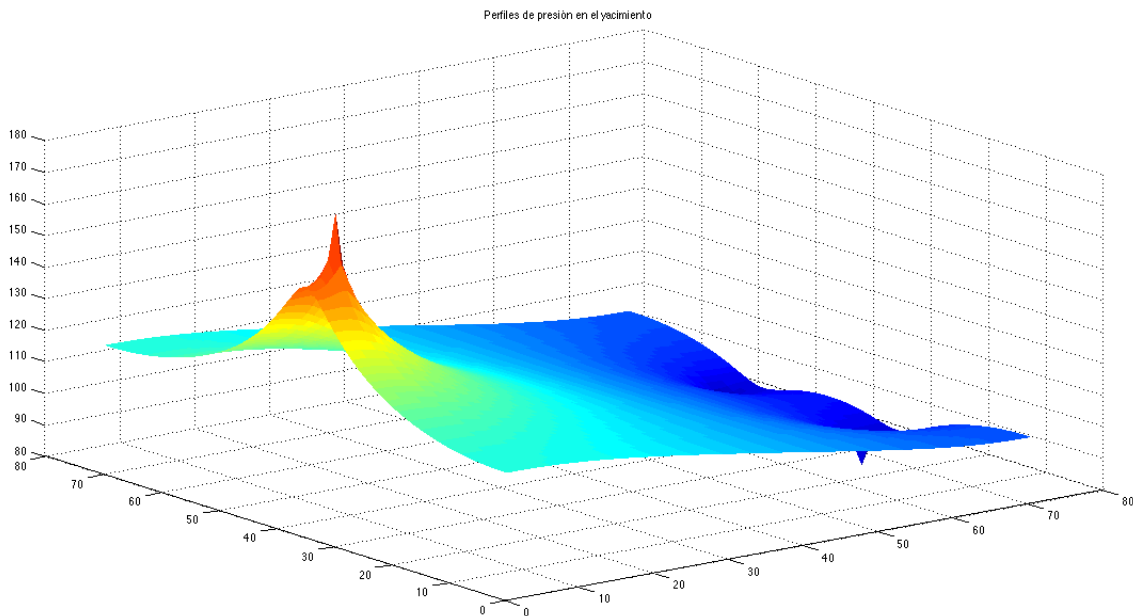


Figura 19.- Comportamiento de os niveles fríaticos obtenidos numéricamente escenario 2:1.

Para el mismo escenario al invertir los tipos de pozos se tienen los resultados que

se muestran en las figuras 20 y 21.

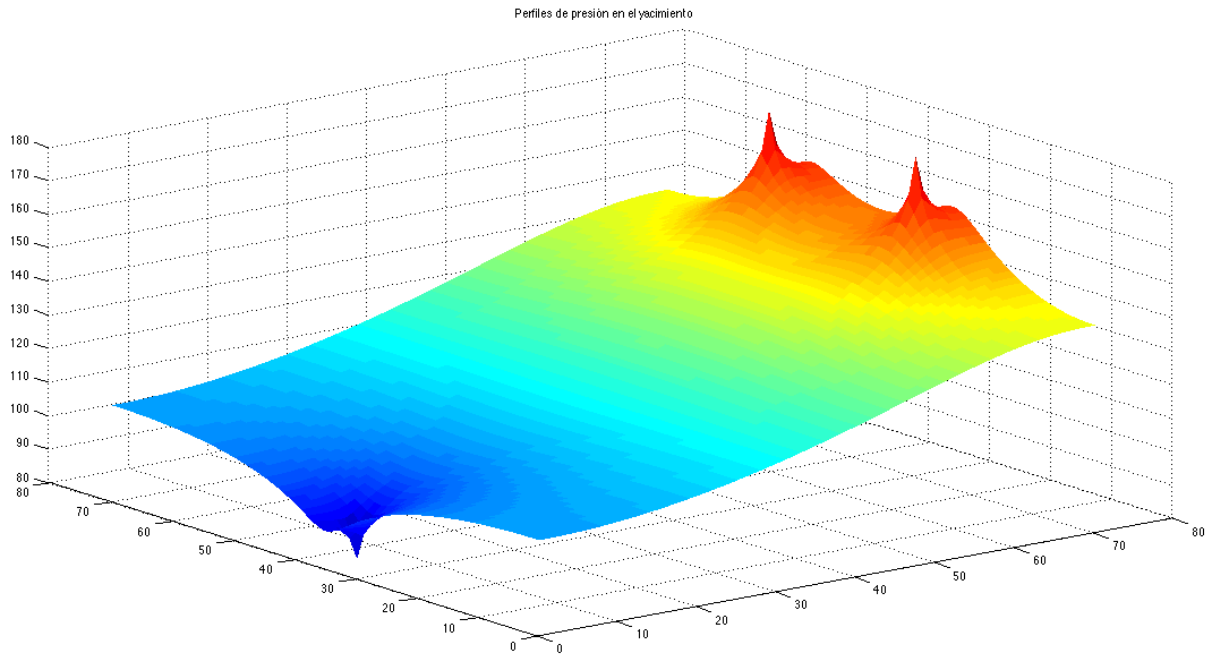


Figura 20.- Estimación del comportamiento del nivel freático obtenido numéricamente.

Y el gráfico de contornos ilustrado por la figura 21.

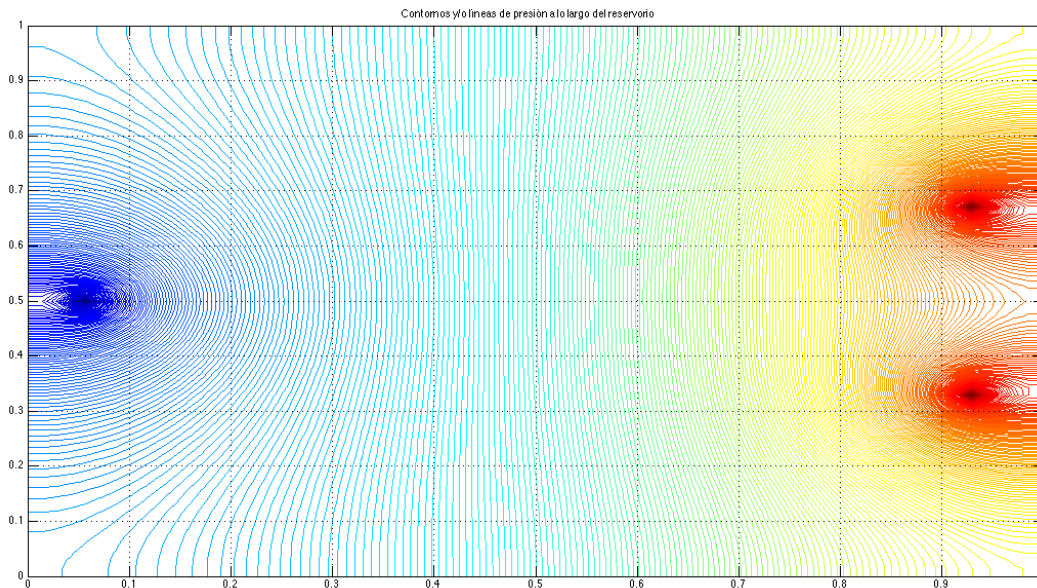


Figura 21.- Contornos determinados por el modelo numérico para el escenario 1:2.

Así mismo las líneas de flujo obtenidas para este escenario se presentan en la

figura 22.

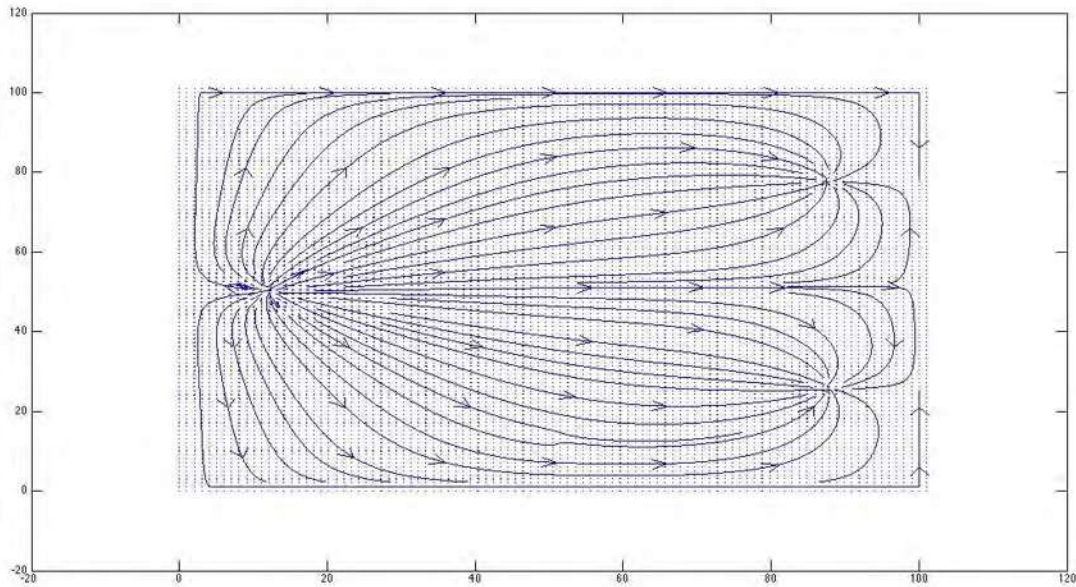


Figura 22.- Líneas de flujo para el escenario 1:2 tipo aislado.

Los resultados presentados son tomando el caso de un yacimiento aislado, es decir, un volumen de fluido sellado. La figura 23 muestra los resultados del modelo numérico para el caso que contempla la recarga y descarga natural, obteniendo datos similares al escenario 1:1.

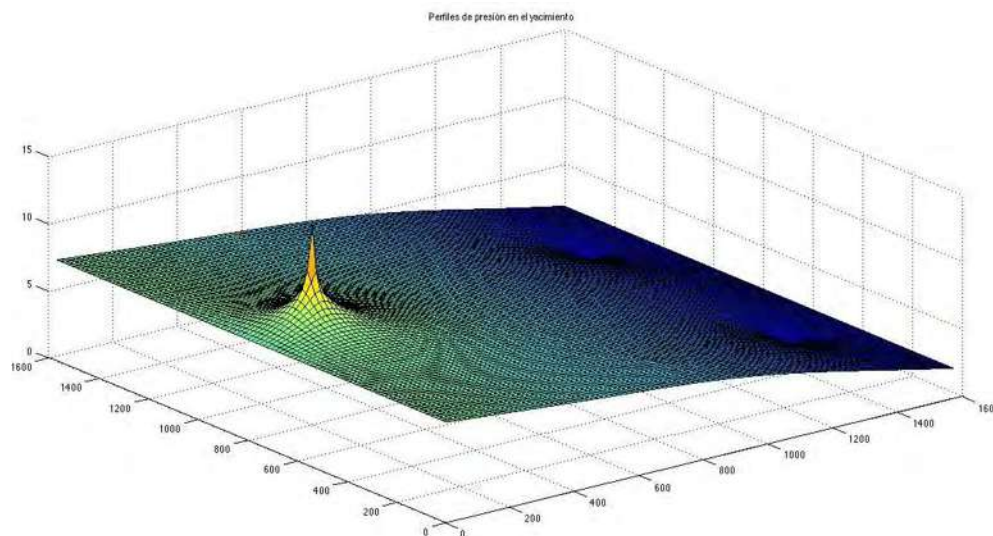


Figura 23.- Nivel de presiones obtenidas para le escenario 1:2.

La figura 23 muestra el caso cuando se presentan 2 productores y un inyector,



además de la inyección por recarga natural de yacimiento. Las líneas de flujo obtenidas para este caso se presentan en la Figura 24.

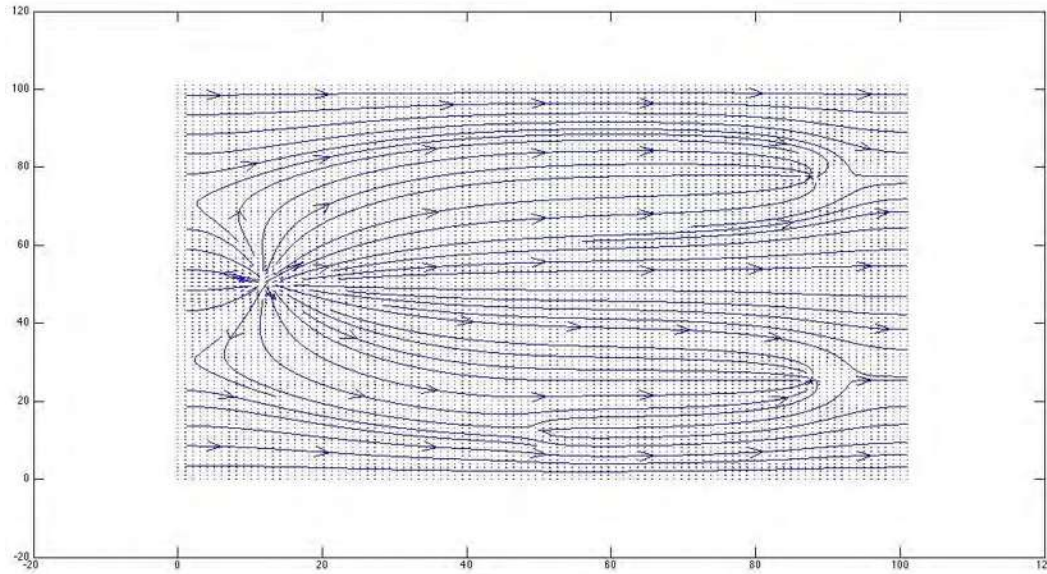


Figura 24.- Líneas de flujo para el escenario 1:2 obtenidas mediante el modelo numérico.

La figura 25 muestra los perfiles de contorno de la distribución de presión en el yacimiento geotérmico, en el cual ya se muestra algunas diferencias en cuanto al presentado en el caso donde no existe recarga natural.

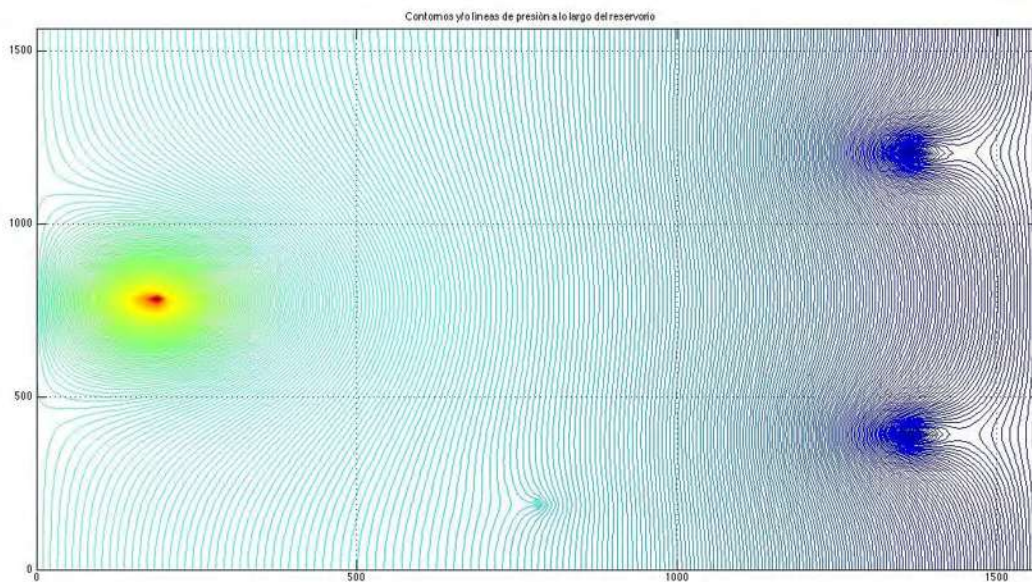


Figura 25.- Contornos del perfil de presión en el modelo de reservorio simulado.

### 5.1.3 Resultados para el Escenario 3:4

Este caso puede tal vez no presentarse realmente sin embargo se han realizado las simulación para observar el comportamiento de los resultados arrojados por el modelo numérico desarrollado. Similarmente se trata con y sin recarga y descarga natural. La figura 26 muestra los resultados cuando no existe la recarga natural.

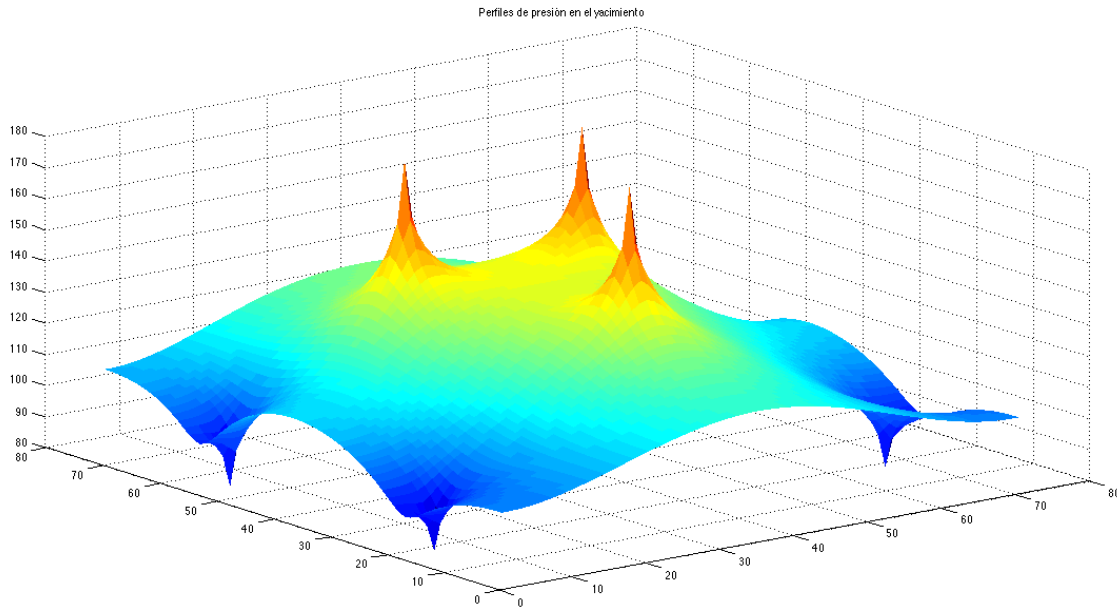


Figura 26.- Resultados para el escenario 3:4 obtenido con el modelo numérico campo de presión.

Para el Perfil de presiones en gráfico de contorno se muestra en la Figura 27.

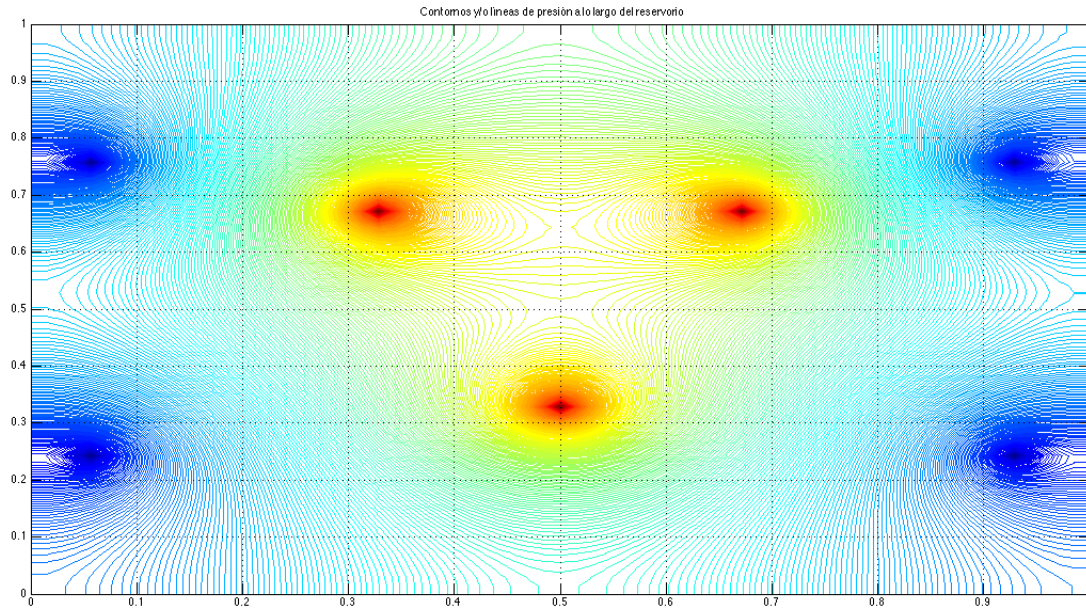


Figura 27.- Perfil de presión en contornos del yacimiento geotérmico, resultados del modelo numérico.

En este caso se está simulando el modelo considerando el yacimiento aislado, es decir que tienen una recarga adicional a la del pozo de inyección. Las líneas de flujo quedan representadas en la Figura 28 resultados del modelo numérico implementado.

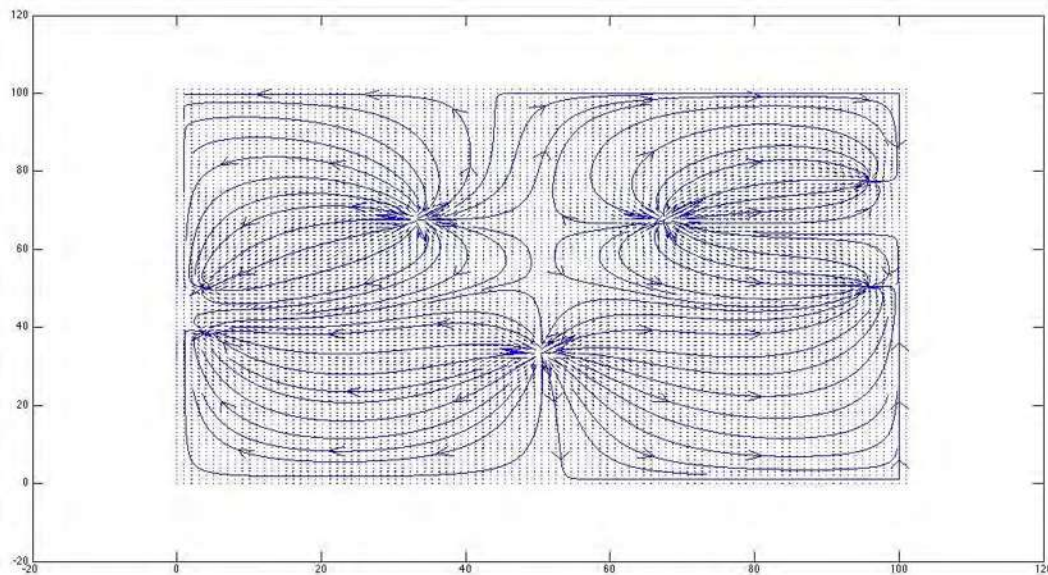


Figura 28.- Líneas de flujo obtenidas del perfil de presiones mediante el modelo numérico.

Al tomar la consideración de la recarga natural los resultados obtenidos nuevamente para este escenario que presentado en la Figura 29.

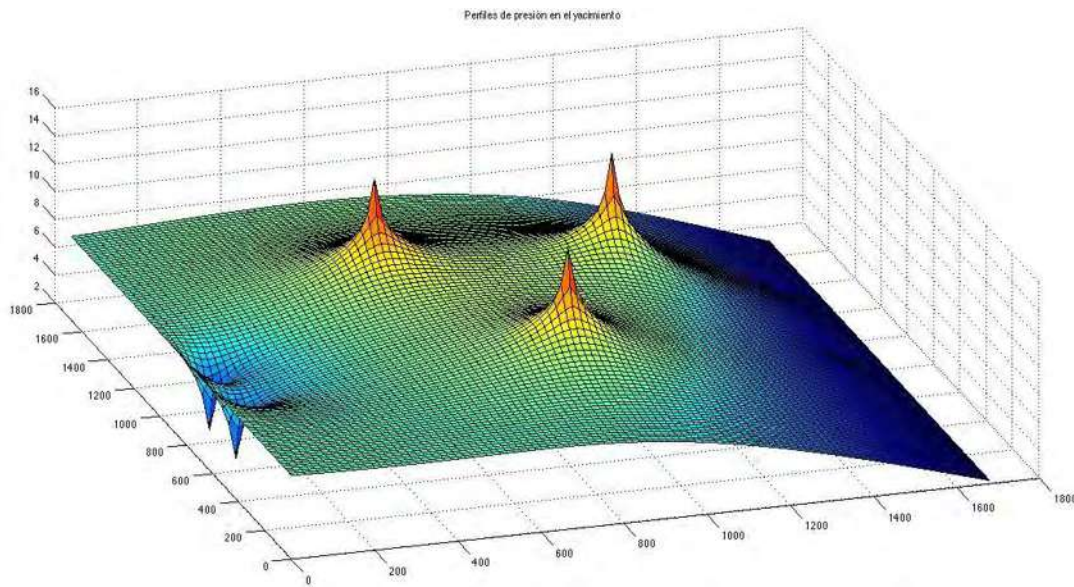


Figura 29.- Resultados del escenario 3:4 con recarga y descarga natural.

La figura 29 presenta resultado que se aproximan a los casos reales sobre el comportamiento del manto freático, ya que donde existe una extracción se tiene afectado el nivel piezométrico en el cual se forman los conos de depreciación. La figura 30 muestra las líneas de flujo para este escenario de simulación.

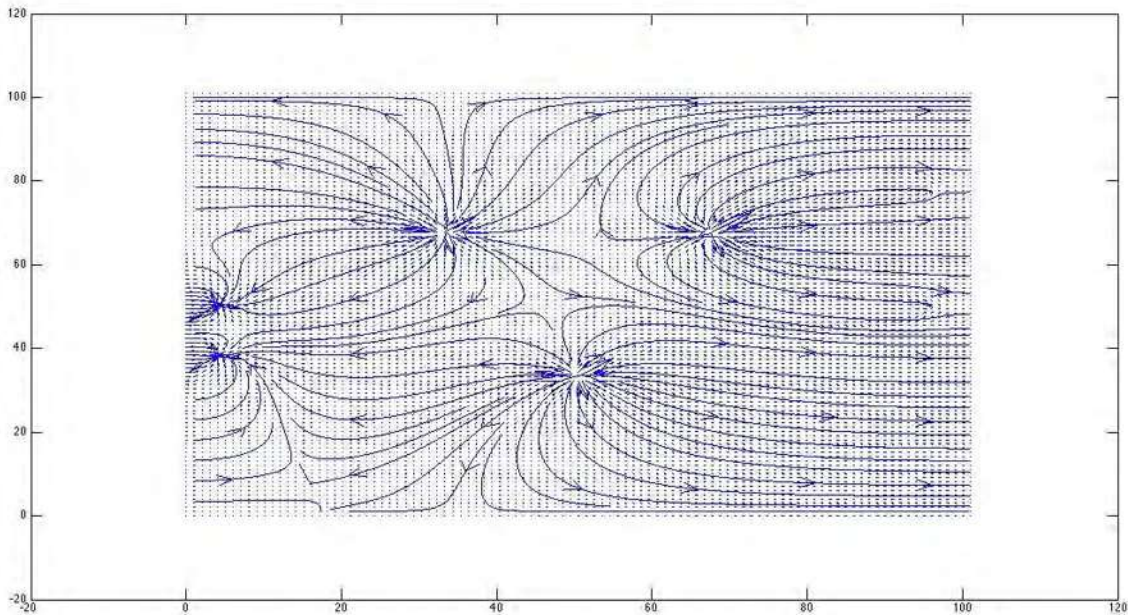


Figura 30.- Líneas de flujo del fluido para el escenario 3:4 determinado mediante el modelo numérico.

Los resultados del comportamiento de la superficie de los mantos freáticos tiene el comportamiento que describe Margat (1962), en el cual describe su formación del cono de descenso cuando se hace una extracción. La figura 31 muestra el comportamiento descrito por Margat.

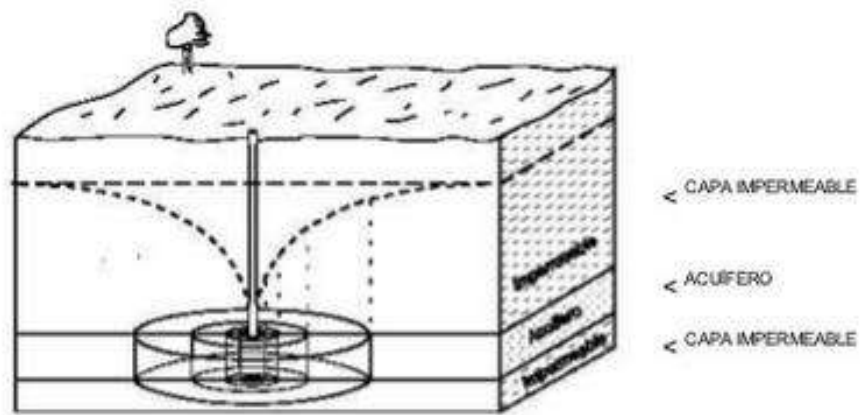


Figura 31.- Cono de descenso del manto freático Margat 1962.

La formación de la forma del cono Margat lo explica “El fluido fluye radialmente hacia el pozo tiene que atravesar cada vez secciones menores (Las paredes de imaginarios cilindros concéntricos con el pozo), de modo que, según Darcy, Si disminuye la sección tendrá que aumentar el gradiente para que el producto

*permanezca constante*". Esto puede apreciarse si se colocan a los alrededores del pozo de extracción sondeos para observación de los niveles Ver Figura 32.

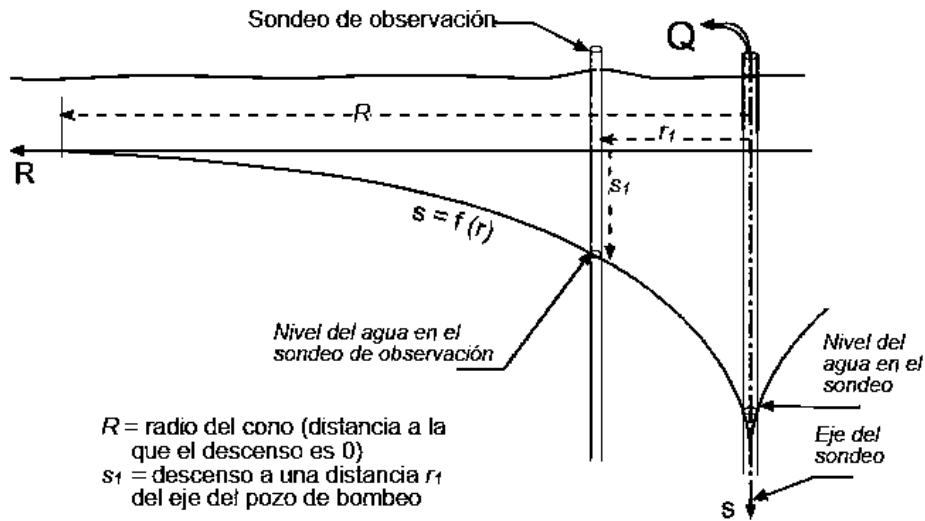


Figura 32.- Ilustración del pozo de extracción con sondeos de niveles.(Sánchez J.).

## 5.2 Resultados para la distribución de temperatura

Para los resultados de la simulación del comportamiento de la temperatura se analizan solo un escenario, el escenario de su estado natural en el cual existe una temperatura de fluido de recarga y la temperatura a la que se encuentra el reservorio geotérmico. Realizando la primera simulación para la temperatura se tienen los resultados para la zona de extracción como se muestra la figura 33.

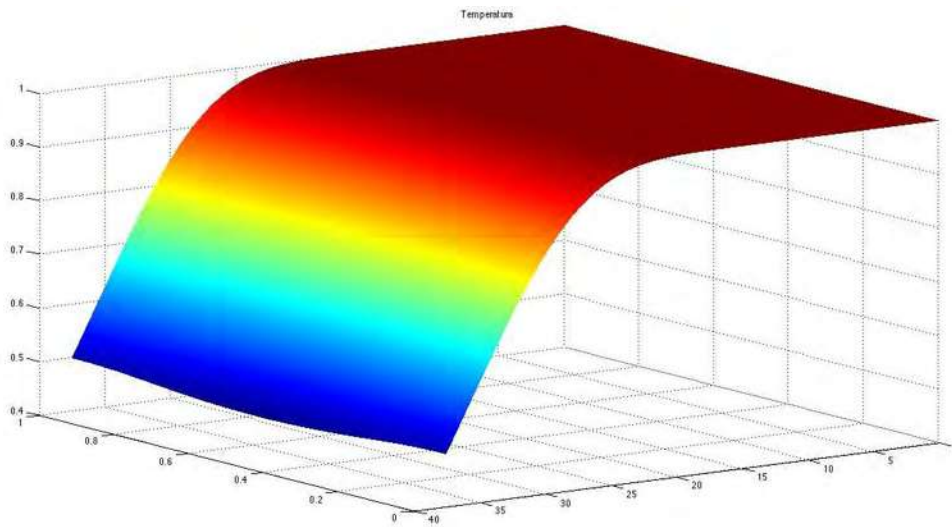
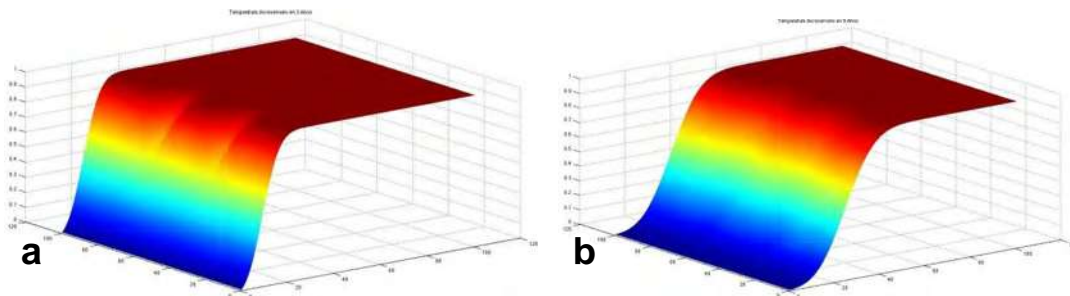


Figura 33.- Resultados de la temperatura en el tiempo en la zona de extracción.

La figura 33 muestra el comportamiento en el tiempo de la temperatura en la frontera de extracción. Los resultados obtenidos son en base a utilizar un número de Peclet en X,  $Pe_x=0.4$ ; un número de Peclet en Y,  $Pe_y=0$ , una temperatura de inyección de  $30^\circ\text{C}$  y la temperatura del reservorio de  $200^\circ\text{C}$  con una dimensión del yacimiento de  $1.7^2\text{km}$ . La figura 36 muestra un comportamiento cada cierto año del reservorio geotérmico.

La figura 34 muestra la temperatura a distintos tiempos utilizando los criterios descritos anteriormente. Este comportamiento de la temperatura en el tiempo varía de acuerdo a los números adimensionales utilizados para la simulación.



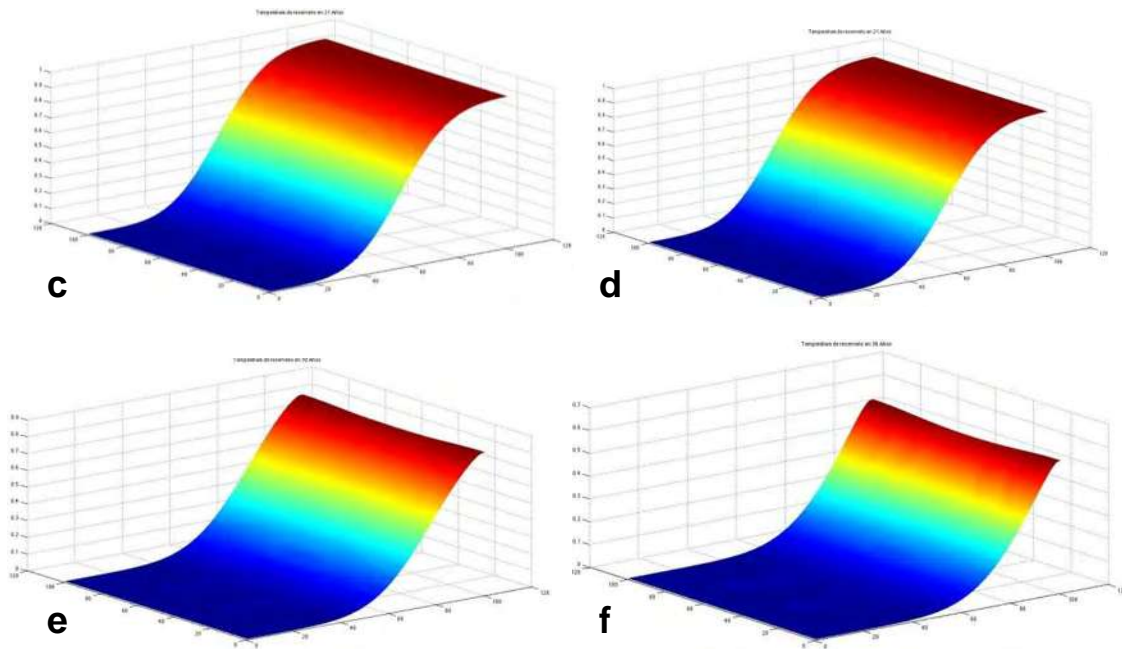


Figura 34.- Evolución de la distribución de temperaturas del reservorio: a) 3 Años; b) 9 Años; c) 15 Años; d) 21 Años; e) 30 Años y f) 36 Años.

Considerando que la extracción del fluido geotérmico se encuentra en la parte media de la dimensión X, es decir en  $L=0.5$  adimensional. El perfil de temperatura que se obtiene se muestra en la Figura 35.

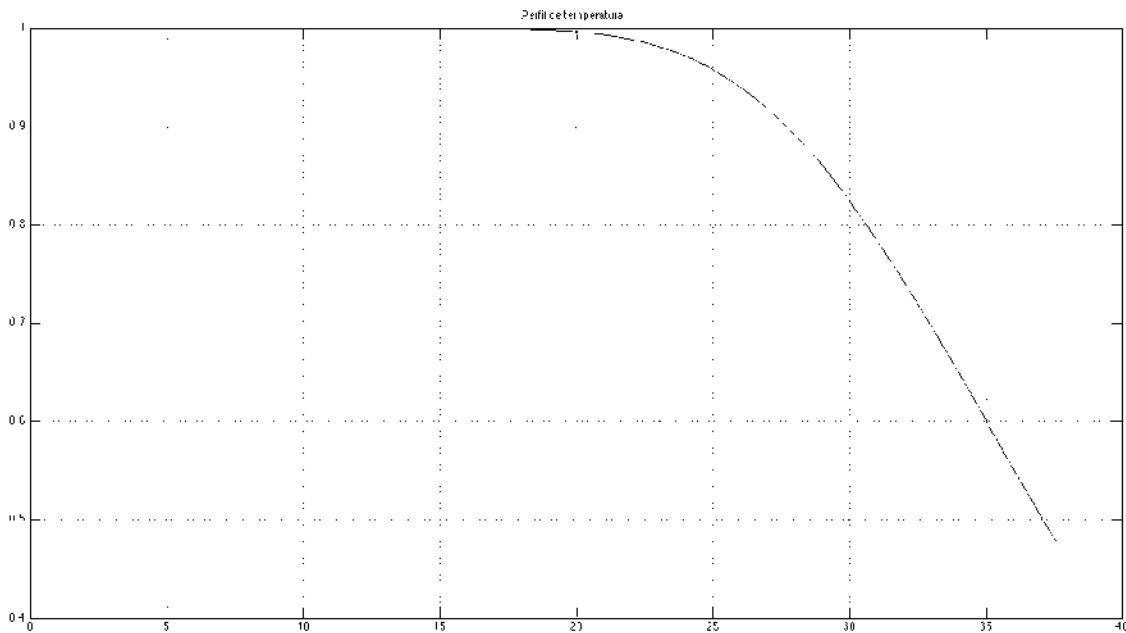


Figura 35.- Perfil de temperatura en nodo de extracción.



Con estos resultados se pueden realizar distintas simulaciones de la temperatura para diferentes números adimensionales, los cuales presentan el resultado que se muestra en la figura 36.

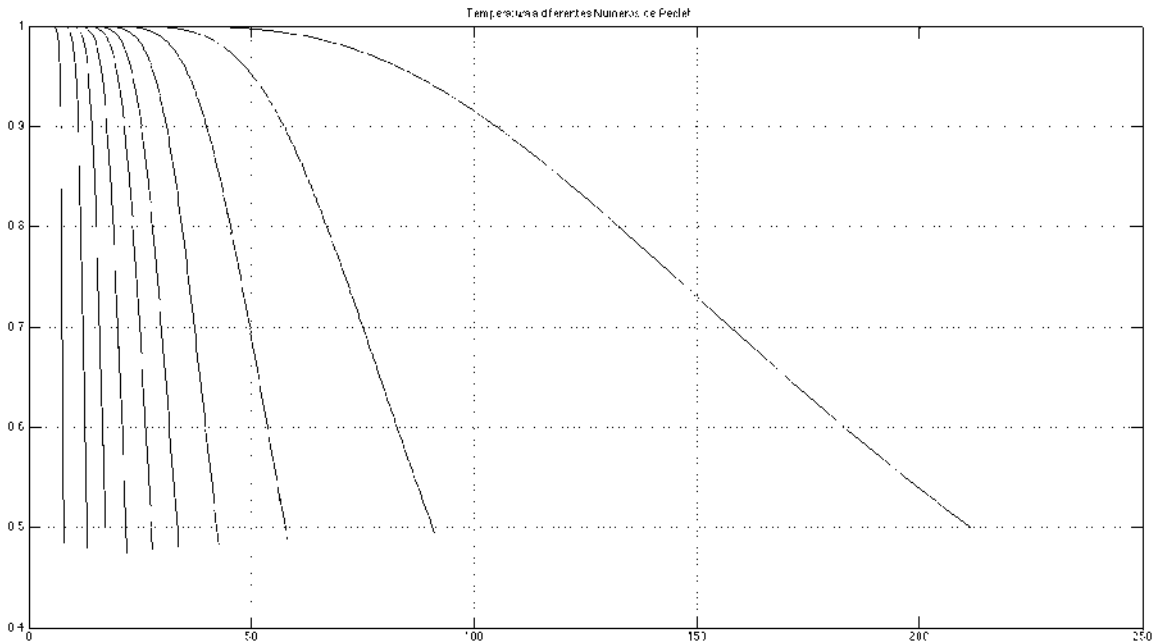


Figura 36.- Comportamiento del enfriamiento del reservorio con diferentes números adimensionales de Peclet.

Realizando una simulación en el tiempo para un número de Peclet de 2.5 a 123 años se muestra el resultado de la Figura 37.

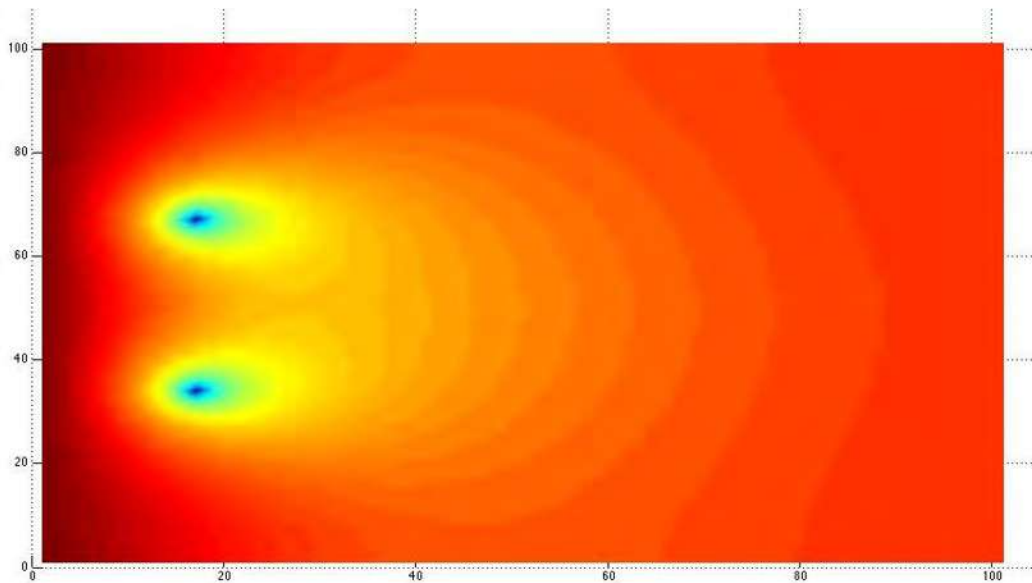


Figura 37.- Distribución de las temperaturas para 123 años.

Los resultados obtenidos para el comportamiento de la temperatura son similares a los presentados por otros autores, por ejemplo, Farkhutdinov (2014) presenta el comportamiento de la temperatura en el depósito de aguas termales de Khankala Ver figura 38.

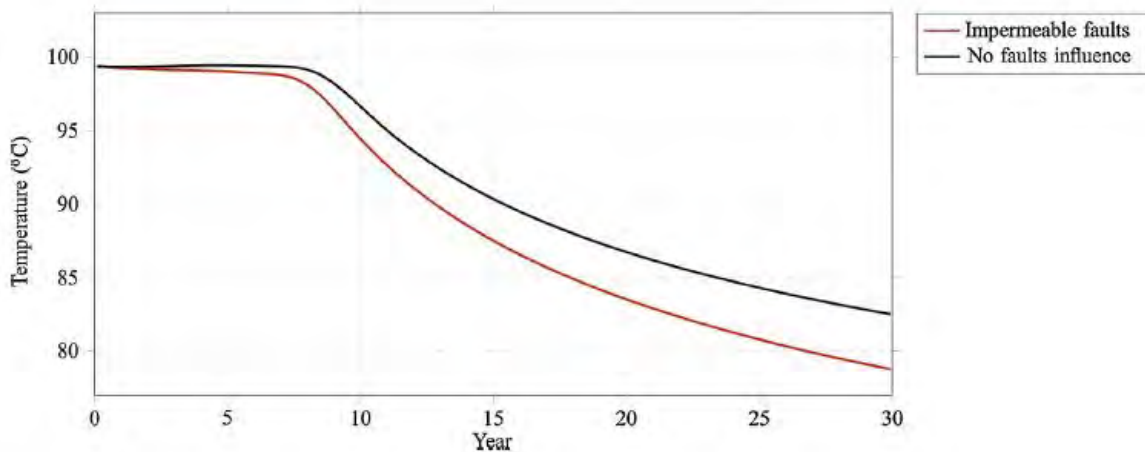


Figura 38.- Comportamiento de la temperatura en el tiempo del pozo de producción (Farkhutdinov 2014).

Otro estudio de simulación numérica donde presentan comportamientos de la temperatura es presentado por Yu-chao (2015) donde su estudio o basa en la simulación del potencial para generación de electricidad en el campo geotérmico

de Yangbajing, Figura 39.

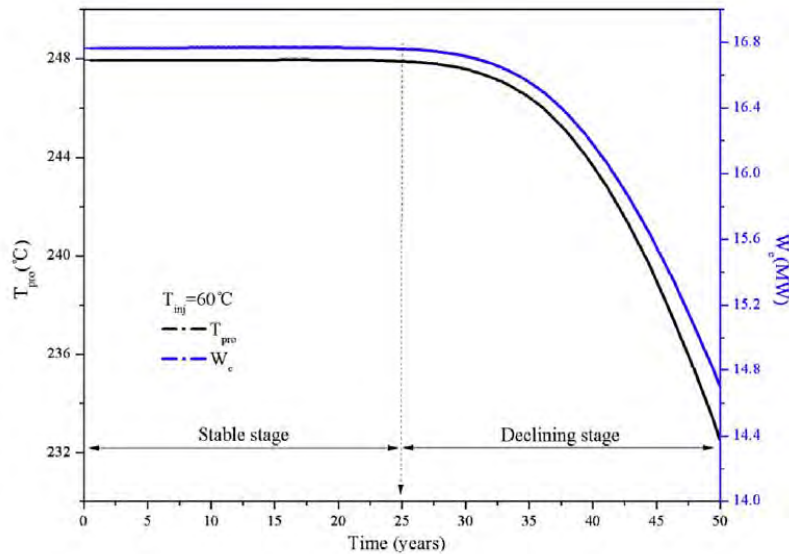


Figura 39.- Evolución de la temperatura y el potencial durante un periodo de 50 años (Yu-Chao 2015).

## Capítulo 6. ESTIMACIÓN DEL POTENCIAL GEOTÉRMICO EN MICHOACÁN

Con el modelado de las ecuaciones de temperatura se puede estimar mediante números adimensionales de Peclet el potencial geotérmico conociendo algunas propiedades físicas necesarias para poder estimar numéricamente el potencial geotérmico mediante la ecuación 62.

$$q_{rec} = RV(\phi(\rho C)_w + (1 - \phi)(\rho C)_s)(T_{i,j} - T_{iny})$$

La ecuación 62 permite obtener la energía del reservorio disponible, y para obtener un valor numérico es necesario conocer el promedio del calor específico volumétrico, entonces la ecuación 62 se reduce a:

$$q_{rec} = RV\overline{\rho C}(T_{i,j} - T_{iny}) \quad (105)$$

Iglesias (2009) sugiere valores probables para el calor específico volumétrico de la más agua de un valor constante de 2700 kJ/m<sup>3</sup>°C, para el cual supone que la roca contiene 2500 kJ/m<sup>3</sup>°C. Además menciona que para realizar las estimaciones del potencial geotérmico es necesario la temperatura de por lo menos un

geotermómetro. Con el modelo numérico desarrollado en este trabajo puede estimarse el tiempo en el que se considera productivo el reservorio a ciertos números de Peclet y diferencial de temperatura mediante el cual se podrá determinar el potencial geotérmico.

El calor recuperable queda representado entonces por unidad de volumen como:

$$\left(\frac{q_{rec}}{V}\right)_{i,j} = R\bar{\rho C}(T_{i,j} - T_{iny}) \quad (106)$$

Donde

$$\bar{\rho C} = \phi\rho(T_{i,j})Cp(T_{i,j}) + (1 - \phi)\rho_{roca}Cp_{roca} \quad (107)$$

En la Ecuación 99 se está tomando las propiedades de las rocas constantes, sin embargo para el agua se está tomando variable a la temperatura para determinar el potencial geotérmico los resultados presentados por Iglesias (2009), los presenta utilizando constantes ambos medios.

## 6.1 Manifestaciones geotérmicas de Michoacán

En Michoacán se tiene registros de aproximadamente 137 manifestaciones termales con temperaturas superficiales mínimas de 23 °C y máximas de 95 °C, obteniendo un promedio de 45.8 °C. Del total de las manifestaciones recopiladas (CemieGeo P33) se utilizarán solamente las manifestaciones que cuenten con los datos de ubicación, temperatura superficial, por lo menos un registro de algún geotermómetro, nombre de la manifestación y tipo de manifestación. La tabla 7 muestra las manifestaciones que se utilizarán para determinar el potencial en el estado de Michoacán.

Tabla 7.- Manifestaciones termales para el análisis del potencial CemieGeo P33.

Nombre de la manifestación termal	Coordenadas aproximadas		Tipo de Manifestación	Temp. °C	Geotermometría de fase líquida					
	Lat. N	Long. W			K/Mg °C	K/Na °C	Na/K °C	NaKCa °C	SiO <sub>2</sub> (Cond) °C	SiO <sub>2</sub> (Adiab) °C
La Mina	19° 53' 43"	100° 58' 55"	Manantial	46	93		59	59	107	107
Agua Caliente de Cuilalá	18° 14' 24"	103° 04' 46"	Manantiales	60	110				95	
El Salitre (San Sebastián)	19° 53' 25"	101° 18' 26"	Hervideros	55	84		60	60	137	134
Petatán	20° 09' 30"	102° 52' 00"	Manantial	36	103				103	
Estación Contepec	19° 54' 48"	100° 10' 36"	Manantial	32	77				95	
San Agustín del Maíz	19° 54' 00"	101° 09' 59"	Manantial	89	140	182	164	167	197	184
San Juan Tarameo	19° 54' 59"	101° 07' 53"	Hervideros y manantiales	82	149	192	174	183	202	187
San Agustín del Pulque	19° 57' 56"	101° 04' 16"	Manantial	75	122	145	125	128	194	179
Huandacareo	19° 58' 48"	101° 17' 05"	Manantial y Pozo	38			30	80	84	
La Herradura	19° 47' 07"	100° 57' 11"	Manantial	32	45				100	
San Lorenzo Queréndaro	19° 40' 08"	100° 29' 20"	Manantial	23	44		290	58	142	137
Zimbanguaro	19° 52' 55"	101° 33' 32"	Manantial	32	58				121	
San José Purúa	19° 28' 07"	100° 28' 58"	Manantial	33	64		216	183	165	157
La Huacana	18° 57' 04"	101° 47' 44"	Hervideros	55	93				100	
Ciudad del Sol - La Piedad	20° 22' 00"	102° 02' 00"	Pozo	49	61		199	178	126	
Etúcuaro	19° 25' 16"	101° 12' 46"	Manantial	40	96				73	
Cointzio	19° 38' 21"	101° 16' 32"	Manantial	33	53				100	
La Luz	20° 09' 02"	102° 28' 01"	Pozo	36	86				91	
Tecomatán	20° 06' 53"	102° 29' 48"	Manantial	35	73				98	
Yurécuaro	20° 20' 30"	102° 18' 15"	Pozo	38	60			200	119	
Las Adjuntas	19° 50' 40"	100° 45' 14"	Manantial	40	71		330	219	159	152
Balneario de Taimeo	19° 50' 39"	100° 47' 55"	Manantial	33	63				95	
Estación Queréndaro	19° 53' 00"	100° 56' 50"	Hervideros	81	129	159	140	87	185	173

Nombre de la manifestación termal	Coordenadas aproximadas		Tipo de Manifestación	Temp. °C	Geotermometría de fase líquida					
	Lat. N	Long. W			K/Mg °C	K/Na °C	Na/K °C	NaKCa °C	SiO2 (Cond) °C	SiO2 (Adiab) °C
San Bartolomé Coro	19° 53' 42"	100° 52' 30"	Manantial	93	54		305	63	148	143
Atzimba	19° 51' 59"	100° 50' 07"	Manantial	35	65		28	97	142	137
Huingo	19° 54' 24"	100° 50' 17"	Manantial	43	116		152	186	176	166

Además se presentan 4 zonas principales con potencial geotérmico preliminar presentado por Hiriart (2011), Las zonas forman parte de los estudios realizados para le evaluación de la energía geotérmica en México (Hiriart 2011). La tabla 8 se lista las zonas de su ubicación y el potencial estimado.

Tabla 8.- Zonas geotérmicas con potencial geotérmico CemieGeo P33.

Zona geotérmica	Potencial estimado	Profundidad de reservorio	Temperatura de fondo
Simirao	32 MW	2000 m	235 °C
Ixtlán de los hervores	17 MW	1300 m	200 °C
Los negritos	24 MW	1300 m	200°C
Puruándiro	12 MW	1500 m	167 °C

En este proyecto se determina el potencial geotérmico para estas zonas en particularmente utilizando el método "USGS Heat in Place" presentado por Garg (2011).

El método a utilizar se presenta a partir de la Ecuación 100.

$$q_{Res} = V\overline{\rho C}(T_{Res} - T_{ref}) \quad (108)$$

Donde el calor del reservorio tiene que ser multiplicado por el factor de recuperación, esto determinará el calor recuperable.

$$q_{rec} = Rg * q_{Res} \quad (109)$$

En el método se asume un proceso isoentálpico, para lo cual se necesita determinar la entalpía con la temperatura del reservorio y la entalpía con la temperatura de referencia. Al determinar las entalpias se obtiene la cantidad de flujo producido en la cabeza del pozo de producción.

Para determinar el flujo producido se determina por:

$$m_w = \frac{q_{rec}}{h_{Res} - h_{ref}} \quad (110)$$

Este método utiliza el concepto de trabajo máximo disponible que puede extraerse a una sustancia a una temperatura y las condiciones termodinámicas de su entorno (DiPippo 2008, Garg 2011).

Para obtener el trabajo tiene que tomarse en cuenta el factor de utilización o recuperación así como el desempeño de la planta o ciclo termodinámico aplicado (Garg 2011), este proyecto se basa en sistemas de simple flash, ya que en sistemas binarios el modelo termodinámico es diferente, aunque se pretende en un futuro integrar el modelo para estimar el potencial utilizando el ciclo binario. La máxima energía disponible por unidad de masa está dada por:

$$\Xi = h_{Res} - h_{ref} - T_{ref}^k (S_{res} - S_{ref}) \quad (111)$$

Para obtener el potencial eléctrico es por:

$$W_e = m_w \Xi = m_w (h_{Res} - h_{ref} - T_{ref}^k (S_{res} - S_{ref})) \quad (112)$$

Y tomando el tiempo de vida útil y la eficiencia de la planta o el ciclo:

$$W_e = \frac{\eta m_w \Xi}{t(s)} \quad (113)$$

Este modelo necesita de propiedades para estimar el potencial, pero se puede complementar con el método de simulaciones de Montecarlo para obtener las variables o propiedades que no se conocen.

Al utilizar el modelo para aplicarlo a las zonas geotérmicas donde se conoce el potencial geotérmico para los resultados pueden ser comparados con los que se obtengan aplicando este modelo y posteriormente aplicarlo a cada manifestación termal.

### 6.1.1 Potencial de la zona geotérmica de Ixtlán de los Hervores

Para determinar el potencial geotérmico de esta zona, se utilizará las mismas condiciones utilizadas por Hiriart (2011). Sin embargo, se utilizará para las propiedades del agua  $\rho$  y  $C_p$  en función de la temperatura del reservorio, para lo cual se usará la formulación IAPWS-97 (IAPWS-97) con los algoritmos

programados y desarrollados por Torres (2011).

La tabla 9, muestra las condiciones utilizadas para evaluar el potencial en la zona de Ixtlan con el modelo de Garg (2011). Para utilizar el método de Montecarlo, es necesario especificar las variables probables, para lo cual se han propuesto en la tabla 9.

Tabla 9.- Tabla con las condiciones para el cálculo del potencial en Ixtlán (Hiriart, 2011).

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	1	2.5	4
Espesor (m)	800	1500	2100
Temperatura del reservorio (°C)	170	220	250
Temperatura de referencia (°C)	4	18	31
Porosidad (%)	5	13	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2600	2800
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.79	0.82	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

Al realizar el cálculo del potencial y aplicando las simulaciones de Montecarlo al modelo presentado por Garg (2011) se ha obtenido un potencial de **12.42 MW** con una eficiencia del ciclo termodinámico determinada por el 80% de la eficiencia máxima teórica entre las 2 fuentes de temperatura. El potencial calculado por Hiriart (2011) es de **15 MW** eléctricos para esta zona.

El potencial obtenido es resultado de realizar simulaciones con 1,000 hasta 100,000 iteraciones en las cuales se ha observado que a partir de las 5,000 no hay cambios significativos en los resultados de la estimación del potencial, sin embargo se han utilizado 10,000 iteraciones en la simulación de Montecarlo para obtener el potencial mencionado anteriormente.

La Figura 40 presenta el histograma obtenido para determinar el potencial geotérmico de esta zona de Ixtlán de los Hervores.



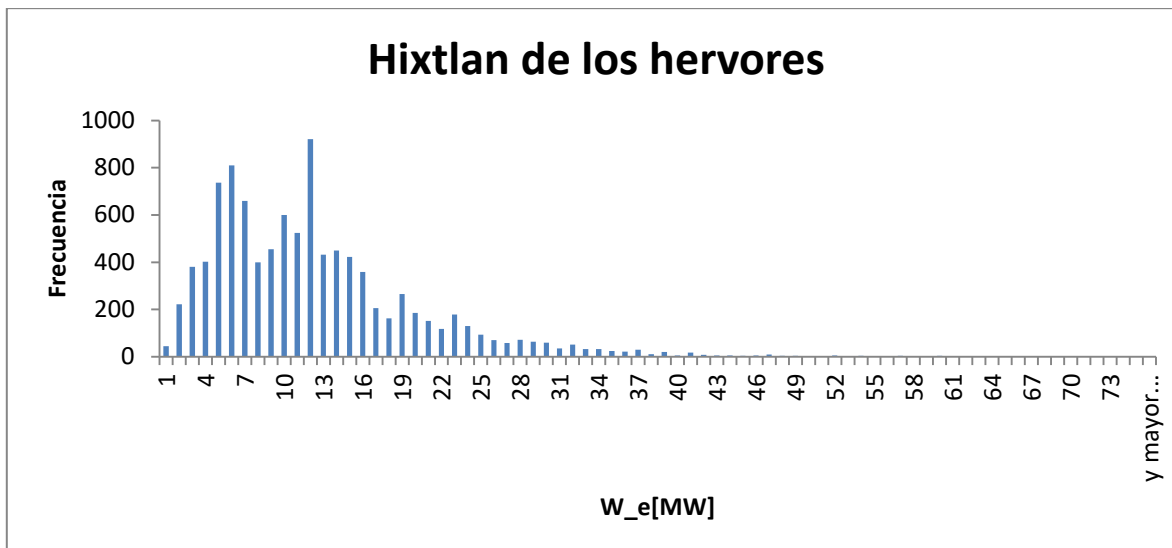


Figura 40.- Histograma generado para Ixtlán de los Hervores.

### 6.1.2 Potencial de la zona geotérmica de Araró

Para determinar el potencial de esta zona se usará las condiciones utilizadas por Hiriart (2011) y los algoritmos utilizados para Ixtlán. La tabla 10 muestra las condiciones para esta zona geotérmica.

Tabla 10.- Tabla de parámetros para Araró (Hiriart, 2011).

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	1.5	4	6
Espesor (m)	800	1800	2400
Temperatura del reservorio (°C)	190	215	225
Temperatura de referencia (°C)	-4	17.5	31
Porosidad (%)	7	17	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2500	2900
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.8	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

El potencial estimado por Hiriart (2011) es de **21 MW** y los resultados obtenidos con el modelo de Garg (2011) es de **21.48 MW**, el histograma obtenido se presenta en la Figura 41 resultado de las simulaciones de Montecarlo.

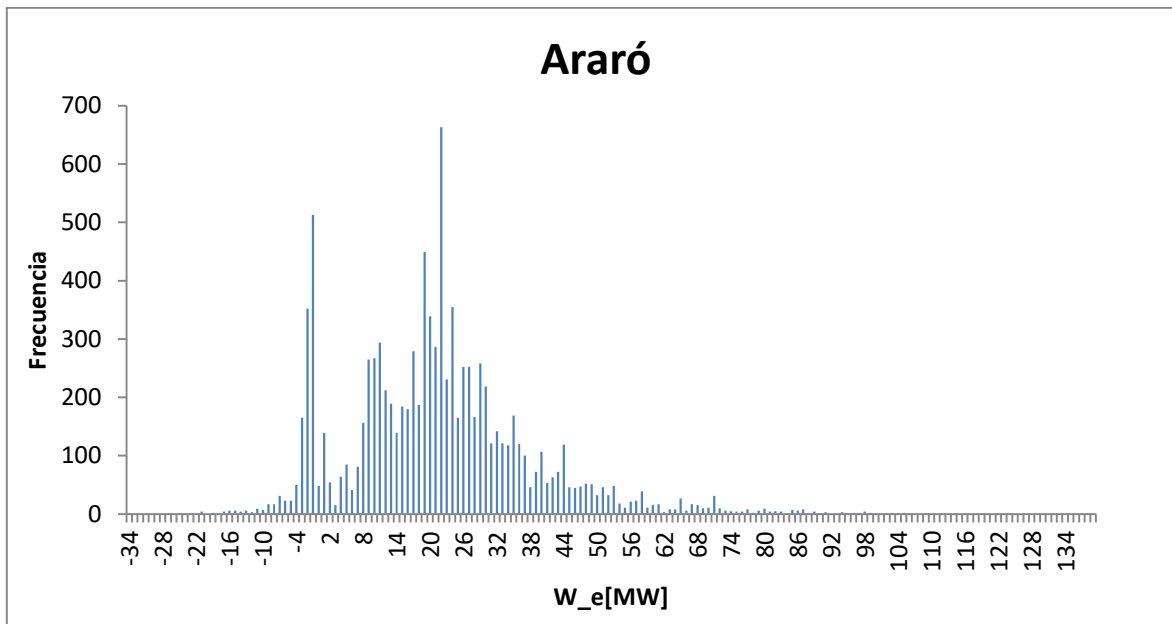


Figura 41.- Histograma obtenido en este proyecto.

### 6.1.3 Potencial geotérmico para la zona de los Negritos

Similar a las zonas de Ixtlan se usa las condiciones utilizadas por Hiriart en el reporte presentado para el BID (Hiriart 2011), así como los algoritmos mencionados anteriormente. La tabla 11 se presenta las condiciones utilizadas por Hiriart que será utilizado para este proyecto.

Tabla 11.- Tabla con las condiciones para la zona de los Negritos, Mich (Hiriart, 2011).

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	2	3	4.6
Espesor (m)	1000	2000	3000
Temperatura del reservorio (°C)	175	220	240
Temperatura de referencia (°C)	4	23.8	31
Porosidad (%)	7	10	15
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2400	2600	2800
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.79	0.85	1.1
Factor de recuperación (%)	5	13	20

El potencial obtenido al ejecutar el modelo con las Simulaciones de Montecarlo para la zona de Los Negritos Michoacán es de **23.97 MW**, el potencial reportado por Hiriart (2011) es de **24 MW**, El histograma obtenido para los negritos se presenta en la Figura 42, en el cual se presenta las frecuencias obtenidas para el potencial.

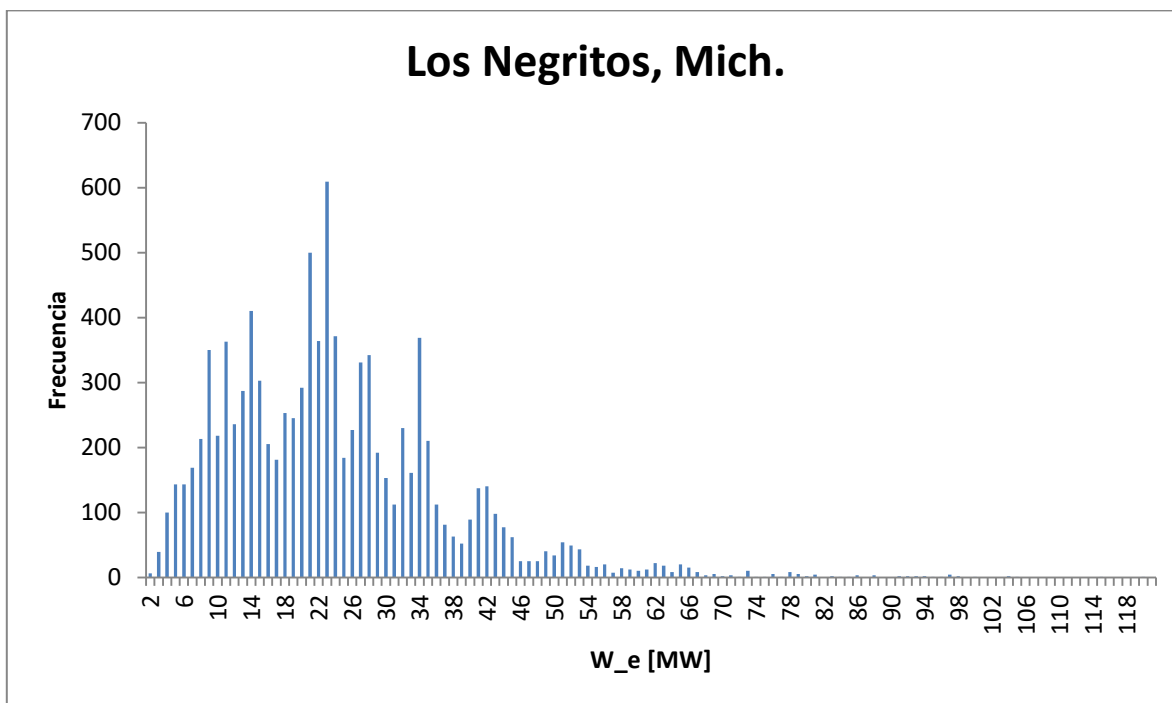


Figura 42.- Histograma con las frecuencias obtenidas para Los Negritos, Mich.

#### 6.1.4 Potencial geotérmico de la Zona de Puruándiro, Mich.

La tabla 12 presenta las condiciones para ejecutar el cálculo del potencial.

Tabla 12.- Condiciones para la zona de Puruándiro, Mich (Hiriart, 2011).

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	4	4.5	5
Área (km <sup>2</sup> )	0.7	3	5
Espesor (m)	1500	2500	3000
Temperatura del reservorio (°C)	160	165	170
Temperatura de referencia (°C)	4	23.8	31
Porosidad (%)	4	15	20

Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2400	2600	2800
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.79	0.89	1.1
Factor de recuperación (%)	5	15	20

La zona geotérmica de Puruándiro presenta un potencial de **12 MW**, determinado por Hiriart (2011), al aplicar el modelo de Garg (2011) utilizado en este proyecto, se obtiene un potencial geotérmico de **16.18 MW**, utilizando la simulación de Montecarlo con 10,000 iteraciones para determinar el potencial. La figura 43, presenta el histograma obtenido de las simulaciones.

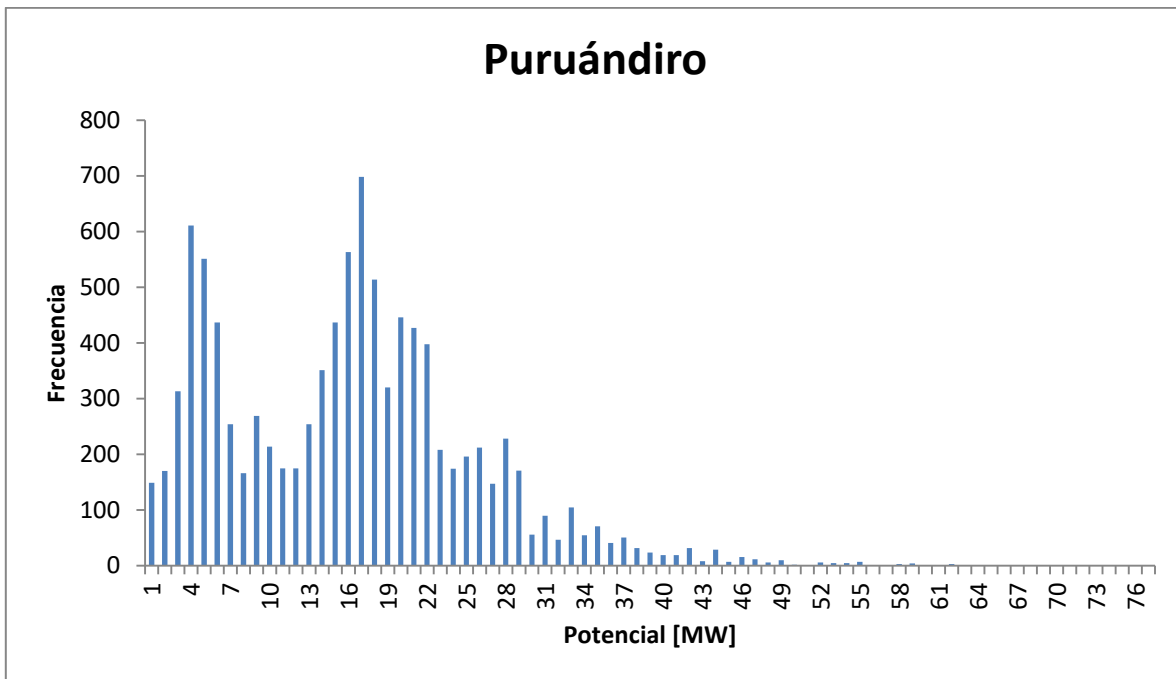


Figura 43.- Histograma obtenido de las simulaciones para Puruándiro, Mich.

En resumen las zonas geotérmicas analizadas y reportadas por Hiriart (2011) en el reporte para el BID, ha presentado un potencial preliminar, en este trabajo se presenta un potencial muy similar al obtenido en ese estudio. La tabla 13 presenta en resumen los resultados obtenido en este proyecto.

Tabla 13.- Potencial reportado por Hiriart (2011) y el potencial determinado en este proyecto.

Zona geotérmica	Potencial estimado	Potencial este proyecto (Garg 2011)
Simirao o Araró	32 MW	21.48 MW

Ixtlán de los hervores	17 MW	12.42 MW
Los negritos	24 MW	23.97 MW
Puruándiro	12 MW	16.18 MW

Con los resultados comparados y presentados en la tabla 13 puede concluirse que el modelo presentado por Garg (2011) puede ser aplicado para todas las manifestaciones del estado de Michoacán.

## 6.2 Potencial geotérmico manifestaciones termales

Para determinar el potencial geotérmico en las manifestaciones termales, se utilizarán condiciones similares a las aplicadas en el reporte del BID presentado por Hiriart (2011).

### 6.2.1 Manifestación termal de La Mina

Esta manifestación está localizada en el municipio de Álvaro Obregón sobre las coordenadas LatN 19° 53' 43", y LongW 100° 58' 55", con temperatura de geotermómetro máxima de 107 °C y superficiales de 46°C. Debido a la cercanía que tiene a la zona de Araró y Simirao, se usará las condiciones de esta zona, utilizando un área de 2.5 km<sup>2</sup> con un espesor de 1.5 km. La Tabla 14 muestra las propiedades utilizadas para esta manifestación termal.

Tabla 14.- Condiciones para la manifestación de La Mina.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	8	12
Área (km <sup>2</sup> )	1	2.5	3.5
Espesor (m)	500	1000	2000
Temperatura del reservorio (°C)	90	107	150
Temperatura de referencia (°C)	25	46	50
Porosidad (%)	7	17	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2500	2900
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.8	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

Al aplicar el modelo se obtiene un potencial de **2 MW**, y el histograma obtenido se

presenta en la figura 44.

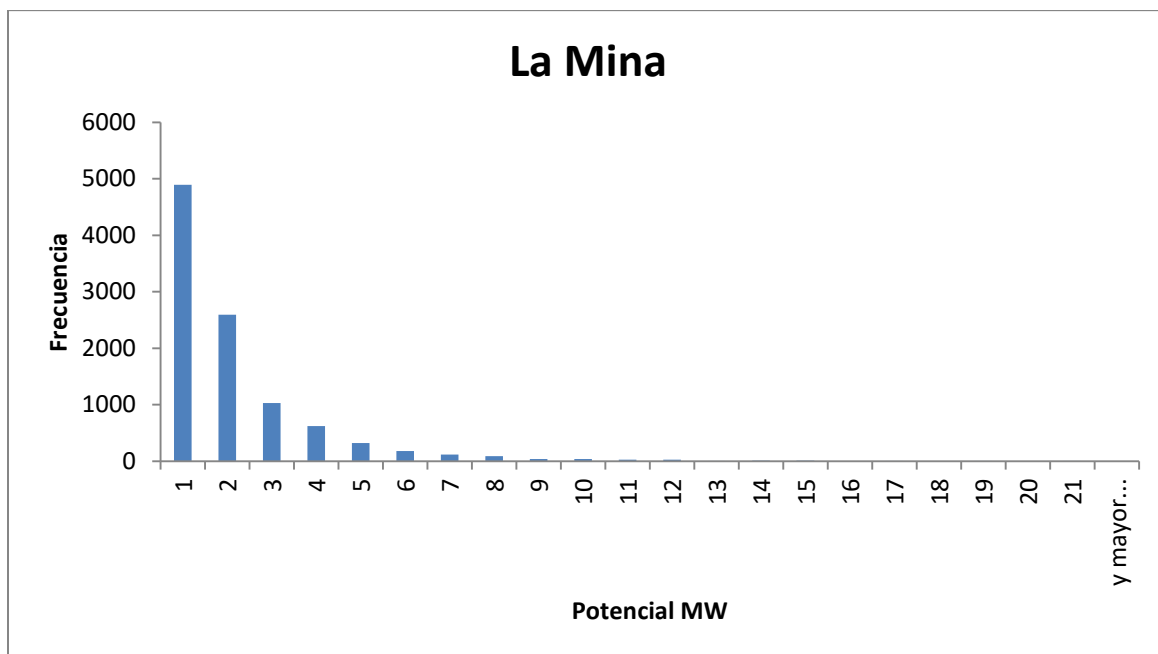


Figura 44.- Histograma para la Mina.

### 6.2.2 Manifestación termal de Agua Caliente de Cuilalá

La manifestación se encuentra ubicada en el municipio de Aquila sobre las coordenadas LatN 18° 14' 24" y LonW 103° 04' 46", no tiene zonas geotérmicas muy cercanas por tanto las condiciones para determinar el potencial se muestran en la tabla 15.

Tabla 15.- condiciones para Agua caliente de Cuilalá.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	8	12
Área (km <sup>2</sup> )	1	2.5	3.5
Espesor (m)	500	800	1500
Temperatura del reservorio (°C)	80	110	180
Temperatura de referencia (°C)	35	60	65
Porosidad (%)	7	17	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2500	2900
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.8	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

Al aplicar el modelo, se obtiene un potencial de **1.5 MW** para esta manifestación termal. El histograma obtenido se muestra en la Figura 44.

### 6.2.3 Manifestación termal de El Salitre

La manifestación se encuentra ubicada sobre las coordenadas LatN 19° 53' 25" y LongW 101° 18' 26" en el municipio de Chucandiro. Se encuentra cerca de la zona geotérmica de Puruándiro, por tanto se utilizará las condiciones de esta zona. La tabla 16 muestra las condiciones para el modelo.

Tabla 16.- Condiciones para estimación del potencial en El Salitre, Mich.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	4	4.5	5
Área (km <sup>2</sup> )	0.7	3	5
Espesor (m)	1500	2500	3000
Temperatura del reservorio (°C)	125	137	150
Temperatura de referencia (°C)	35	50	65
Porosidad (%)	4	15	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2400	2600	2800
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.79	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	15	20

El potencial estimado para esta manifestación termal fue de **8.5 MW**, La figura 45 muestra el histograma de frecuencias para el potencial de esta manifestación.

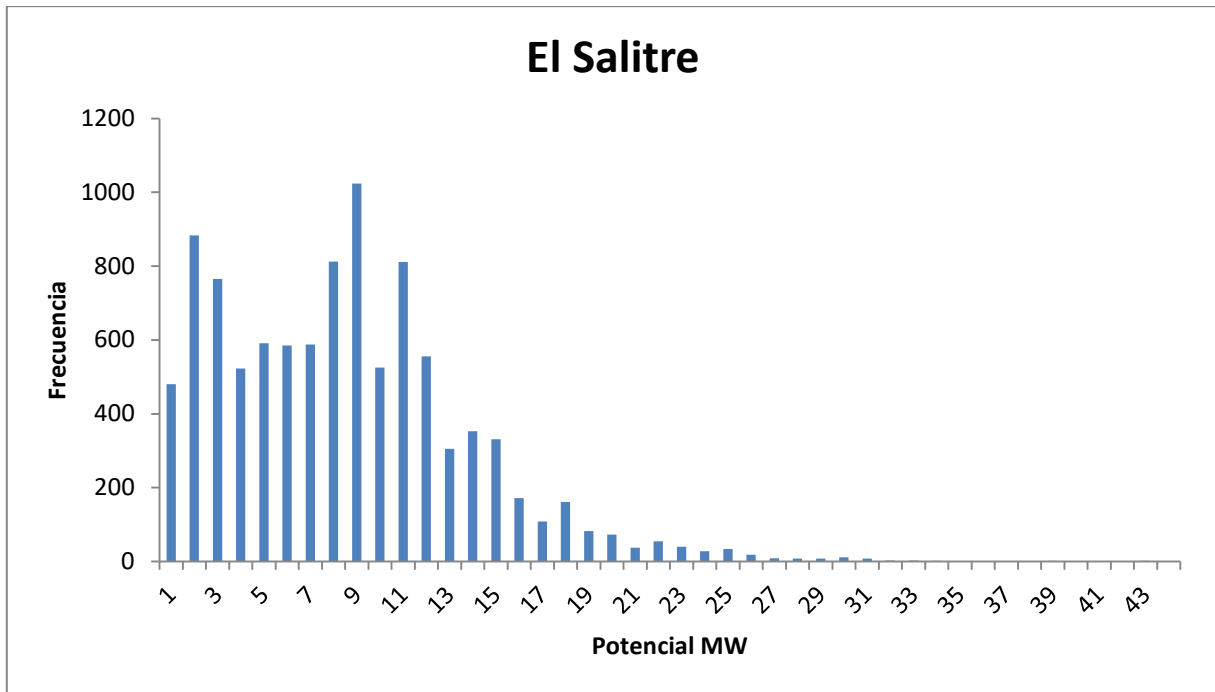


Figura 45.- Histograma para el Salitre.

#### 6.2.4 Manifestación termal de Petatán

Esta manifestación termal se encuentra ubicada sobre las coordenadas LatN 20° 09' 30" y LonW 102° 52' 00" sobre el municipio de Cojumatlán de Regules. Se encuentra próxima a la zona geotérmica de los Negritos, por tanto se utilizarán las condiciones para determinar el potencial.

Tabla 17.- Condiciones para determinar el potencial geotérmico.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	2	3	4.6
Espesor (m)	1000	2000	3000
Temperatura del reservorio (°C)	90	103	150
Temperatura de referencia (°C)	4	36	50
Porosidad (%)	7	10	15
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2400	2600	2800
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.79	0.85	1.1
Factor de recuperación (%)	5	13	20



Al realizar los cálculos con las condiciones de la tabla 17, se obtiene un potencial geotérmico estimado de **5.2 MW**. Los histogramas presentados para las manifestaciones térmicas anteriores son una referencia de la frecuencia de los resultados de las simulaciones de Montecarlo, a partir de esta manifestación solo se presentará la tabla de las condiciones y el potencial estimado.

### 6.2.5 Manifestación térmica de Estación Contepec

Ubicada en el municipio de Contepec sobre las coordenadas LatN 19° 54' 48" y LongW 100° 10' 36", se encuentra cerca de la zona geotérmica de Araró o Simirao, por tanto se usará sus condiciones.

Tabla 18.- Condiciones para la estimación del potencial.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	1.5	4	6
Espesor (m)	800	1800	2400
Temperatura del reservorio (°C)	70	95	120
Temperatura de referencia (°C)	0	32	35
Porosidad (%)	7	17	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2500	2900
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.8	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

El potencial estimado para esta manifestación termal es de **4.85 MW**, bajo las condiciones de la tabla 17.

### 6.2.6 Manifestación termal de San Agustín del Maíz

Ubicada en el municipio de Copandaro, sobre las coordenadas LatN 19° 54' 00" y LonW 101° 09' 59". Se encuentra cerca de la zona de Araró, por lo que se utilizarán las condiciones de esa zona geotérmica. La tabla 18 muestra las condiciones para la estimación del potencial en esta manifestación.

Tabla 19.- Condiciones para estimar el potencial.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	1.2	3	4.5
Espesor (m)	800	1800	2400
Temperatura del reservorio (°C)	170	197	220
Temperatura de referencia (°C)	40	50	89
Porosidad (%)	7	17	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2500	2900
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.8	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

Para la manifestación se obtiene un potencial estimado de **10.9 MW**, bajo las condiciones de la tabla 18.

### 6.2.7 Manifestación termal de San Juan Tarameo

Ubicada sobre las coordenadas LatN 19° 54' 59" y LonW 101° 07' 53", sobre el municipio de Cuitzeo, la zona cerca de la manifestación es la de Araró. La tabla 19 muestra las condiciones sobre las cuales se evalúa el potencial de la manifestación.

Tabla 20.- Condiciones para estimación del potencial Tarameo.

Parámetro	Mínimo	Esperado	Máximo
Vida del proyecto(Años)	25	30	35
Presión de separación	5	9	12
Área (km <sup>2</sup> )	0.8	1.5	2.5
Espesor (m)	800	1800	2400
Temperatura del reservorio (°C)	170	202	220

Temperatura de referencia (°C)	40	50	82
Porosidad (%)	7	17	20
Densidad de la roca (kg/m <sup>3</sup> )	2200	2500	2900
Calor específico de la roca (kJ/(kg °C))	0.8	0.84	1.1
Factor de recuperación (%)	5	10	20

El resultado obtenido en esta manifestación es de **6 MW**, bajo las condiciones presentadas en la tabla 19.

El procedimiento y modelo utilizado para estimar el potencial implica utilizar los parámetros de la zona más cercana a la manifestación que se desea conocer, por lo tanto en los resultados anteriores se presentó. Las manifestaciones restantes solo se presentarán en la tabla 20, donde se presenta la manifestación y el potencial estimado para la misma.

### 6.2.8 Potencial geotérmico de las manifestaciones restantes

En la tabla 20 se muestran las manifestaciones sobre las cuales se aplica el modelo de estimación de potencial geotérmico. Los resultados presentados son estimaciones realizadas con el modelo presentado por Garg (2011), bajo las condiciones de la zona geotérmica de Michoacán más cercana y utilizando las simulaciones de Montecarlo para un estimación probable.

Tabla 21.- Tabla de potencial de manifestaciones restantes.

Manifestación Termal	LatN	LongW	T(°C) Sup	T(°C) Prob.	Zona Cercana	Potencial MW
San Agustín del Pulque	19° 57' 56"	101° 04' 16"	75	194	Araró	7.7
Huandacareo	19° 58' 48"	101° 17' 05"	38	84	Puruándiro	1.6
La Herradura	19° 47' 07"	100° 57' 11"	32	100	Araró	3.9
San Lorenzo Queréndaro	19° 40' 08"	100° 29' 20"	23	290	Araró	29
Zimbanguaro	19° 52' 55"	101° 33' 32"	32	121	Puruándiro	12
San José Purúa	19° 28' 07"	100° 28' 58"	33	216	Araró	15
La Huacana	18° 57' 04"	101° 47' 44"	55	100	-	1.5
Ciudad del Sol - La Piedad	20° 22' 00"	102° 02' 00"	49	199	Ixtlán	10.5
Etúcuaro	19° 25' 16"	101° 12' 46"	40	96	Araró	2.7
Cointzio	19° 38' 21"	101° 16' 32"	33	100	Araró	2.9
La Luz	20° 09' 02"	102° 28' 01"	36	91	Ixtlán	2

Tecomatán	20° 06' 53"	102° 29' 48"	35	98	Ixtlán	2.4
Santa Clara	19° 37' 37"	102° 29' 02"	32	81	Negritos	2
Yurécuaro	20° 20' 30"	102° 18' 15"	38	200	Ixtlán	10.5
Las Adjuntas	19° 50' 40"	100° 45' 14"	40	330	Araró	21.5
Balneario de Taimeo	19° 50' 39"	100° 47' 55"	33	95	Araró	3
Estación Queréndaro	19° 53' 00"	100° 56' 50"	81	185	Araró	11
San Bartolomé Coro	19° 53' 42"	100° 52' 30"	93	305	Araró	12.5
Atzimba	19° 51' 59"	100° 50' 07"	35	142	Araró	10
Huingo	19° 54' 24"	100° 50' 17"	43	186	Araró	18

Se han determinado el potencial de 31 manifestaciones, para las cuales se ha obtenido un potencial estimado de 1 MW hasta 22 MW proyectando a 30 años para cada proyecto, sin embargo para representar la energía en el estado hay que presentarlo en kJ obteniendo una energía estimada de  $1.07423E+15$  kJ, que puede ser comparada y discutida con la presentada por Iglesias (2009) de  $6.98E+15$  kJ con 27 manifestaciones. Los resultados presentan diferencia, debido a que en este estudio el calor específico volumétrico no se ha considerado constante, sino, dependiente a la temperatura del fluido.

### 6.3 Modelo numérico para estimación del potencial geotérmico

Para estimar el potencial geotérmico utilizando el modelo numérico desarrollado en el capítulo 3 y capítulo 4, se usa la ecuación 98 para determinar la energía por unidad de volumen. Se tiene que estimar la temperatura en el reservorio, y posteriormente determinar el calor en cada nodo de simulación. Aplicando este modelo a una zona geotérmica descrita anteriormente, para lo cual se ha seleccionado la zona de Araró.

#### 6.3.1 Estimación del potencial por análisis numérico

El modelo desarrollado determina temperaturas adimensionales, sin embargo conociendo la temperatura de referencia y la temperatura del reservorio probable, se puede dimensionar la temperatura para ser utilizada en la estimación de la energía. Utilizando varios valores para el número adimensional Peclet para estimación de la temperatura a 30 años proyectados, se tiene:

$$\langle T \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n T_{i,j}}{n} \quad (114)$$

Con la ecuación 114, se determina la temperatura promedio en el reservorio para obtener las propiedades necesarias para estimar el potencial. Para la energía se

tiene:

$$\langle Q \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q_{i,j}}{n} \quad (115)$$

Ya determinado el calor, se continúa aplicando el modelo de Garg (2011) para estimar el potencial eléctrico en las zonas geotérmicas. Aplicando el modelo a la zona de Araró, se obtiene el potencial estimado de **22.28 MW**.

## Capítulo 7. CONCLUSIONES

Los modelos desarrollados en este proyecto se han realizado con base a las ecuaciones de transferencia de calor aplicados a medios porosos, el modelo conceptual propuesto para el análisis numérico fue definido utilizando las dimensiones X y Y.

Se ha elaborado el modelo matemático para estimar la energía y la temperatura disponible en los yacimientos geotérmicos. Además se ha elaborado el modelo para determinar el tiempo productivo.

Se ha utilizado el esquema de discretización de diferencias finitas y se obtuvieron los resultados esperados para estimar la temperatura del reservorio geotérmico, así como la distribución de presiones de los yacimientos geotérmicos.

De las manifestaciones geotérmicas registradas en el estado de Michoacán algunas no cuentan con información suficiente para poder aplicar los modelos de estimación numérica, por lo que se hizo un filtrado y se han seleccionado 31 manifestaciones geotérmicas para estimar el potencial geotérmico del estado de Michoacán.

Se desarrolló una herramienta computacional para resolver numéricamente mediante las técnicas de solución de sistemas de ecuaciones lineales resultantes de la discretización de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno. Se utilizaron las diferencias finitas y el método de Crank-Nicolson para la discretización en el tiempo.

El tiempo productivo de los reservorios geotérmicos se determina al establecer unas diferencias de temperatura como criterio de paro para la simulación en el tiempo. Este criterio de paro es seleccionado de acuerdo al descenso de a temperatura que indica el enfriamiento del reservorio geotérmico.

Se ha observado durante las simulaciones que influye mucho la distancia en la que se ubican los pozos de producción y los de inyección, así mismo los números adimensionales de Peclet que se aplican para determinar la temperatura del reservorio.

Se ha propuesto un modelo matemático y su equivalente numérico para obtener una aproximación del comportamiento del fenómeno real, que para este trabajo es un reservorio geotérmico.

Se obtuvieron los modelos adimensionales para determinar los perfiles de presión

y temperatura en el reservorio geotérmico.

Se realizaron los primeros modelos de simulación en los cuales se hace un análisis matricial del campo, además de realizarlo iterativamente, para el método de Euler implícito, explícito y Crank-Nicolson.

Por conocimiento empírico, se tiene que las velocidades del fluido en el subsuelo son lentas, por lo que números pequeños de Peclet determinan una vida más amplia para los yacimientos geotérmicos

Se tiene el comportamiento temporal de la distribución de temperaturas en el yacimiento geotérmico. Se refiere a un comportamiento en tiempo adimensional.

Se tiene el mallado para realizar la simulación en el estado de Michoacán aunque no se presenta en este reporte, esta malla será para determinar la energía disponible en el estado de Michoacán para yacimientos geotérmicos aislados.

Para determinar el modelo para obtener la energía es necesario conocer el flujo másico, por tanto con la ecuación de continuidad y de momentum se están obteniendo estos parámetros para ser utilizados para determinar la energía.

Se encontraron algunas dificultades con el método de Crank-Nicolson, ya que el paso de tiempo para que el método tenga estabilidad se requiere de un paso de tiempo pequeño y la simulación que se realizan para los yacimientos son pasos de tiempo grandes.

Se ha intentado elaborar un mapa de la distribución de la temperatura en el estado Michoacán, sin embargo el modelo numérico desarrollado en este proyecto no puede ser aplicado en áreas extremadamente grandes, los resultados preliminares que carecen de suficiente precisión se han presentado en el Anexo A de este proyecto.

## 7.1 Trabajos a futuro

Se va a trabajar en el área de Michoacán aplicando técnicas de geoestadística, estas permiten determinar variables donde no se conocen por medio de valores probables, estas técnicas han sido aplicadas en Chile, en Nueva Zelanda y en otros países para determinar las distribuciones de temperaturas en el subsuelo de toda una ciudad o estado completo (Sepúlveda 2012).

Los mapas presentados del estado de Michoacán se corregirán utilizando la técnica de Krigin, muy utilizada para este tipo de estudios con un nivel alto de

precisión.



## Anexo A.- Método de aproximación para Michoacán

Para obtener el mapa de temperatura de Michoacán se ha aplicado el modelo numérico desarrollado en este proyecto, sin embargo para el área que representa la entidad el mapa no es lo suficientemente preciso. Para obtener el mapa se hace uso del método de Mercator para convertir las geocoordenadas a coordenadas cartesianas y esta metodología permite la transformación con un porcentaje de precisión muy alto sobre las ubicaciones cercanas al ecuador de la tierra.

Al aplicar este método se obtiene las coordenadas cartesianas ubicadas sobre el modelado para aplicar la simulación. La figura 46 muestra las coordenadas rectangulares obtenidas y procesadas.

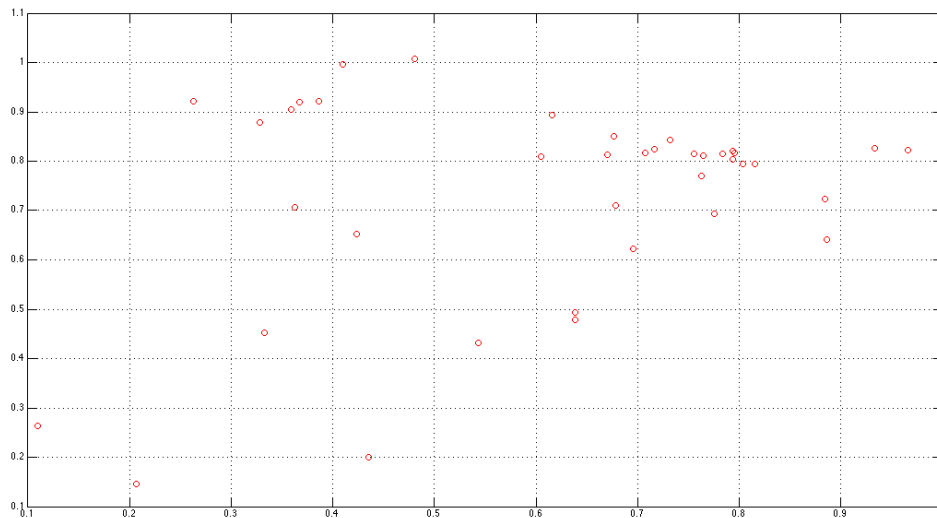


Figura 46.- Distribución de manifestaciones sobre coordenadas rectangulares aplicando fórmulas de Mercator.

Cuando se aplicaron las técnicas de discretización y condiciones para el estado de Michoacán se logra los resultados mostrados en la figura 47. Esta representación en forma de gradiente de temperatura, es generada tomando en cuenta las temperaturas de los geotermómetros, de tal manera que no se encuentran las 137 manifestaciones registradas para el estado de Michoacán.

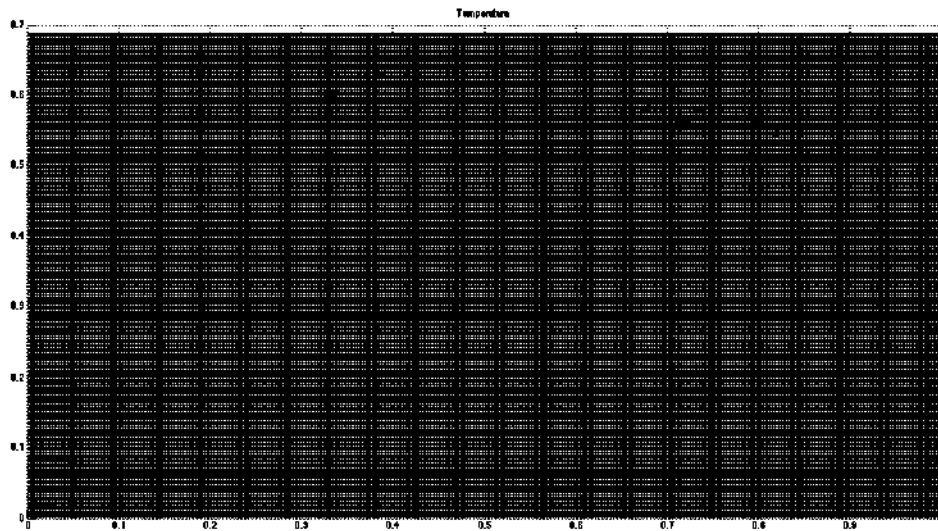


Figura 47.- Malla para simulación en el estado de Michoacán.

Al aplicar la simulación se obtiene un mapa de temperatura para el estado de Michoacán como el que se muestra en la figura 48. Este mapa ha sido generado tomando condiciones de temperaturas ambientales del INEGI para conocer las temperaturas ambientes sobre las zonas de mayor incidencia de manifestaciones termales.

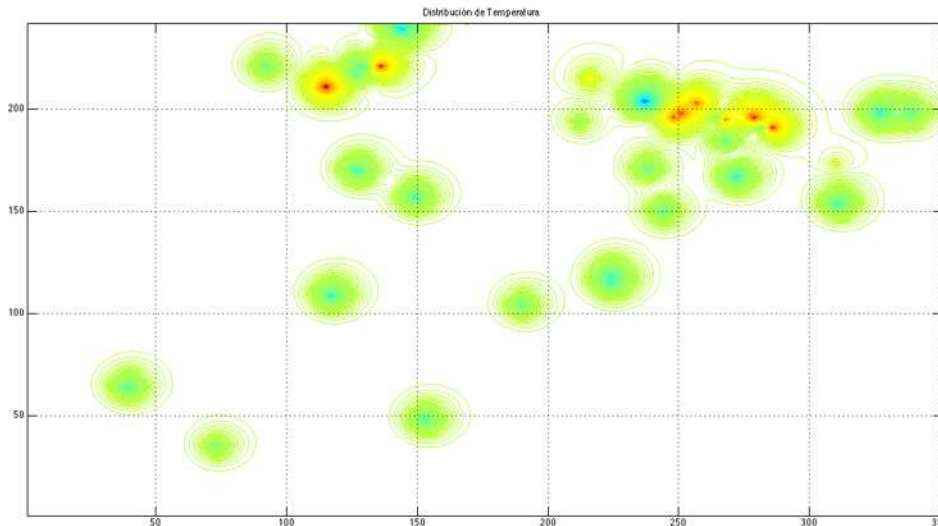


Figura 48.- Contorno inicial para determinar las temperaturas en el estado de Michoacán. Así mismo al correr la simulación para obtener la temperatura del estado de

Michoacán se obtienen los resultados de la Figura 49.

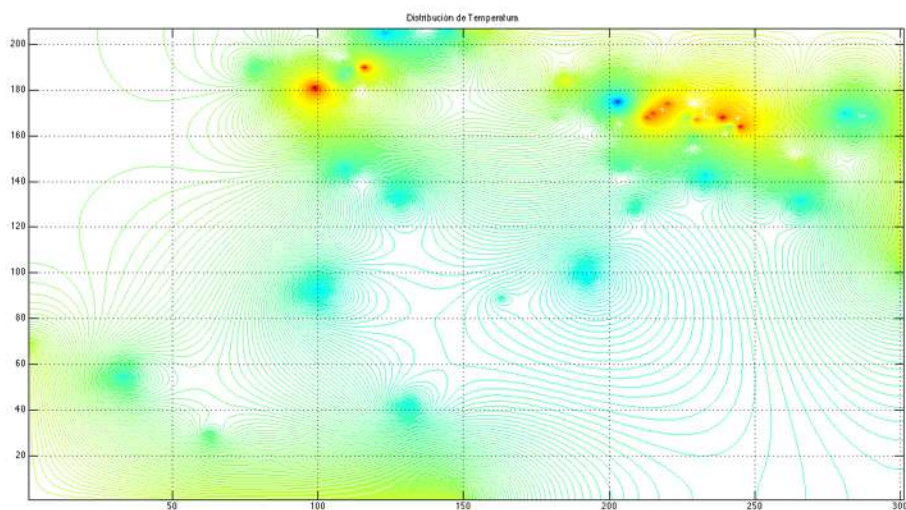


Figura 49.- Perfil de temperatura para Michoacán.

Una representación adicional disminuyendo el número de líneas de contornos de la temperatura se presentan en la Figura 50.

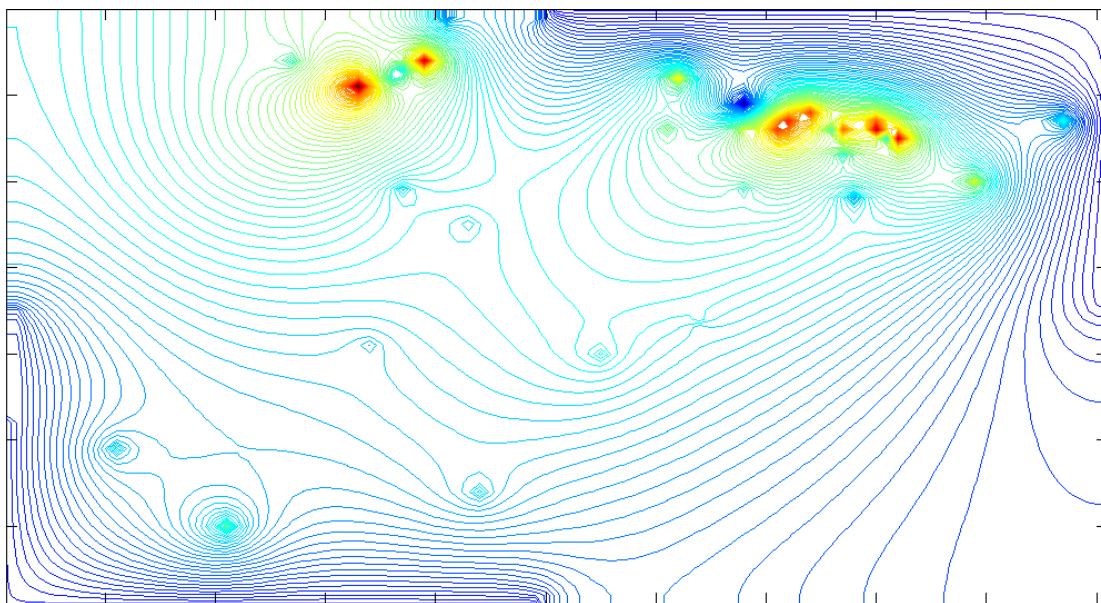


Figura 50.- contorno de Temperatura para el estado de Michoacán.

Al regresar los resultados obtenidos a coordenadas georreferenciadas, primeramente se muestra la ubicación original de las manifestaciones termales

registradas. Ver figura 51.

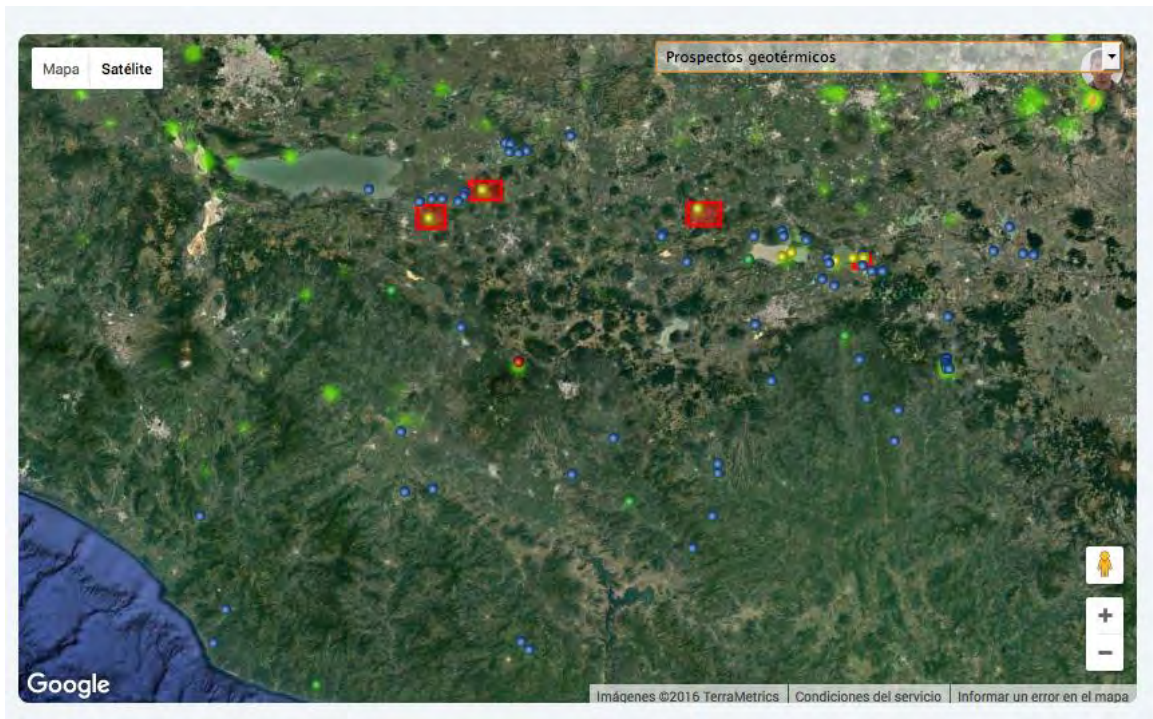


Figura 51.- Ubicación de las manifestaciones termales y zonas de interés geotérmico. Al acoplar los resultados de la simulación se obtiene los resultados de la Figura 52

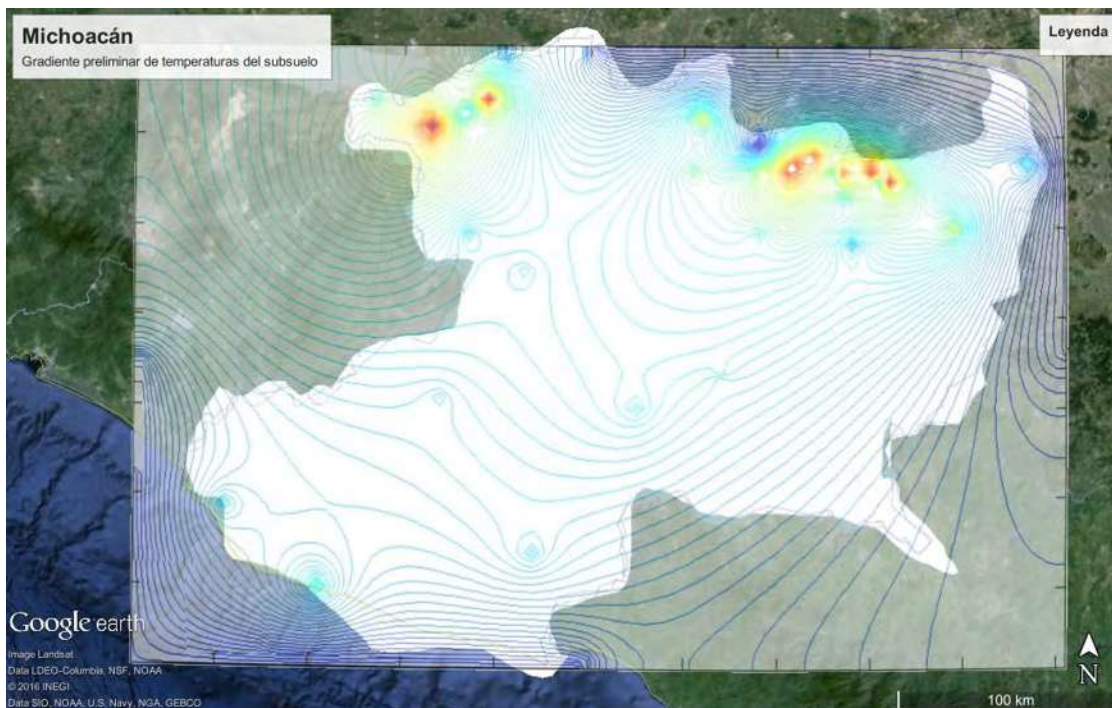


Figura 52.- Mapa térmico preliminar del estado de Michoacán.

## Anexo B.- Códigos fuente en Java y Matlab

El código desarrollado para la herramienta computacional para determinar el potencial y el comportamiento de la temperatura en el tiempo se presenta a continuación.

Código de Matlab para el campo de presión.

```
clear
clc
Pinj=input('Presión de inyección: ');
Pext=input('Presión de extracción: ');
Pr=input('Presión del reservorio: ');
L=input('Longitud del reservorio: ');
Trec=input('Temperatura de recarga: ');
Tres=input('Temperatura de extracción: ');
display('Considerando area cuadrangular:\n');

Area=L*L;

nNodos=input('Numero de nodos a utilizar: ');
nIter=input('Numero máximo de iteraciones: ');

Error=input('Criterio de paro ejemplo 1e-3: ');
Rho=985;
Cp=2.08;
g=9.81;
```

```

z=input('profundidad del yacimiento: ');

P=zeros(nNodos+1);
Vel=zeros(nNodos+1);
Vx=zeros(nNodos+1);
Vy=zeros(nNodos+1);
PHI=zeros(nNodos+1);

M=nNodos+1;%Nodos a calcular;

continua=0;
P(:,:)=(Pr - Pext)/(Pinj+ Pr-Pext);
% P(:,:)=(Pr - Pext)/(Pinj+ Pr-Pext);
adim=(Pinj + Pr)/2;
P(:,1)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
adim=(Pext)/2;
P(:,M)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);

ninj=ceil(M/2);
ninj2=ceil(M/4);
ninj8=ceil(M/8);
ninj3=ceil(M/3);
if Pinj~=0
    adim=Pinj + Pr;
    P(ninj3,ninj)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
    P(2*ninj3,ninj3)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
    P(2*ninj3,2*ninj3)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr - Pext);
end
adim=Pr;
P(ninj2,M-6)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
P(3*ninj2,M-6)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
P(ninj2,5)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
P(3*ninj2,5)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);

Pant=P;
K=0.3;
Mu=0.282E-3;
paso=1/(nNodos);
factor=-K/(Mu*paso);
delta=1/nNodos;
x=0:delta:1;
y=x;
FR=1:1:nIter;
%DEterminando iterativamente la presión:
for k=1 : nIter
    Pant=P;
    continua=0;
    for j=2 : M-1
        for i=2 : M-1
            if i==ninj3 && j==ninj && Pinj~=0
                adim=Pinj+Pr;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
            elseif i==2*ninj3 && j==ninj3 && Pinj~=0
                adim=Pinj+Pr;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
            elseif i==2*ninj3 && j==2*ninj3 && Pinj~=0
                adim=Pinj+Pr;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj+Pr - Pext);
            elseif i==ninj && j==(M-5)
                adim=Pr-Pext;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
            elseif i==3*ninj2 && j==(M-5)
                adim=Pr-Pext;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
            elseif i==ninj && j==(5)
                adim=Pr-Pext;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
            elseif i==3*ninj8 && j==(5)
                adim=Pr-Pext;
            end
        end
    end
    continua=1;
end

```

```

        P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
    else
        P(i,j)=(P(i+1,j)+P(i,j+1)+P(i-1,j)+P(i,j-1))/4;
    end
    P(1,:)=P(2,:);
    P(M,:)=P(M-1,:);
%     P(:,1)=P(:,2);
%     P(:,M)=P(:,M-1);
    end
end
%surf(x*L,y*L,P), grid on
%pause(0.1);
for i=1:M
    for j=1:M
        if abs(P(i,j)-Pant(i,j))>Error
            continua=1;
            break;
        end
    end
end
if continua==0
    fprintf('Convergencia en %d \n',k);
    break;
end
end
P;
P=P.*(Pinj+Pr - Pext);
P= (P + Pext)/10;

    for i=1:M-1
        for j=1:M-1
            Vx(i,j)=factor*(P(i,j+1) - P(i,j));
            Vy(i,j)=factor*(P(i+1,j) - P(i,j));
        end
    end
%lineas de corriente
%PHI=dVx/dy
%PHI=dVy/dx
for i=2:M-2
    for j=2:M-2
        PHI(i,j)=(Vx(i,j+1) - Vx(i,j))/(Vy(i+1,j) - Vy(i,j));
    end
end

Vel=sqrt((Vx.^2) + (Vy.^2));

[X,Y]=meshgrid(x,y);
figure(gcf)
figure(1)
%subplot(222),surf(P), grid on
surf(x*L,y*L,P), grid on
title('Perfiles de presión en el yacimiento')

figure(gcf)
figure(2)
contour(x*L,y*L,P,5*M), grid on
title('Contornos y/o líneas de presión a lo largo del reservorio')

figure(gcf)
figure(3)
quiver(x*L,y*L,Vx,Vy,5), grid on
title('Vectores de velocidad')
hold off

figure(gcf)
figure(4)
quiver(X*M,Y*M,Vx,Vy,5), hold on
h = streamslice(Vx,Vy); % downhill

```

```

figure(gcf)
figure(5)
surf(x*L,y*L,Vx), grid on
title('Vx')

figure(gcf)
figure(6)
surf(x*L,y*L,Vy), grid on
title('Vy')

figure(gcf)
figure(7)
plot(x*L,Vx(:,round(M/2))), grid on;
hold on
plot(x*L,Vx(:,round(M/3))), grid on;
hold on
plot(x*L,Vx(:,round(2*M/3))), grid on;
title('Perfiles de Vx');
hold off

figure(gcf)
figure(8)
plot(x*L,Vy(round(M/2),:)), grid on;
hold on
plot(x*L,Vy(round(M/3),:)), grid on;
hold on
plot(x*L,Vy(round(2*M/3),:)), grid on;
title('Perfiles de Vy');
hold off

```

## Un ejemplo del cálculo para un escenario específicamente el escenario 1:1

```

clear
clc
Pinj=input('Presión de inyección: ');
Pext=input('Presión de extracción: ');
Pr=input('Presión del reservorio: ');
L=input('Longitud del reservorio: ');
Trec=input('Temperatura de recarga: ');
Tres=input('Temperatura de extracción: ');
display('Considerando area cuadrangular:\n');

Area=L*L;

nNodos=input('Numero de nodos a utilizar: ');
nIter=input('Numero máximo de iteraciones: ');

Error=input('Criterio de paro ejemplo 1e-3: ');
Rho=985;
Cp=2.08;
g=9.81;
z=input('profundidad del yacimiento: ');

P=zeros(nNodos+1);
Vel=zeros(nNodos+1);
Vx=zeros(nNodos+1);
Vy=zeros(nNodos+1);
PHI=zeros(nNodos+1);

M=nNodos+1;%Nodos a calcular;

continua=0;
P(:,:)=(Pr - Pext)/(Pinj+ Pr-Pext);
% adim=(Pinj + Pr)/2;
% P(:,1)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
% adim=(Pext + Pr)/2;

```



```

% P(:,M)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
ninj=ceil(M/2);
ninj2=ceil(M/4);
ninj8=ceil(M/8);
ninj3=ceil(M/3);
if Pinj~=0
    adim=Pinj + Pr;
    P(ninj,ninj8)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
%     P(2*ninj3,ninj3)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
%     P(2*ninj3,2*ninj3)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr - Pext);
end
adim=Pr;
P(ninj,round(7*M/8))=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
% P(3*ninj2,M-6)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
% P(ninj2,5)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);
% P(3*ninj2,5)=(adim-Pext)/(Pinj + Pr - Pext);

Pant=P;
K=0.3;
Mu=0.282E-3;
paso=1/(nNodos);
factor=-K/(Mu*paso);
delta=1/nNodos;
x=0:delta:1;
y=x;
FR=1:1:nIter;
%DEterminando iterativamente la presión:
for k=1 : nIter
    Pant=P;
    continua=0;
    for j=2 : M-1
        for i=2 : M-1
            if i==ninj8 && j==ninj && Pinj~=0
                adim=Pinj+Pr;
                P(j,i)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
%                 elseif i==2*ninj3 && j==ninj3 && Pinj~=0
%                 adim=Pinj+Pr;
%                 P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
%                 elseif i==2*ninj3 && j==2*ninj3 && Pinj~=0
%                 adim=Pinj+Pr;
%                 P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj+Pr - Pext);
            elseif i==ninj && j==round(7*M/8)
                adim=Pr-Pext;
                P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
%                 elseif i==3*ninj2 && j==(M-5)
%                 adim=Pr-Pext;
%                 P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
%                 elseif i==ninj && j==(5)
%                 adim=Pr-Pext;
%                 P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
%                 elseif i==3*ninj8 && j==(5)
%                 adim=Pr-Pext;
%                 P(i,j)=(adim-Pext)/(Pinj +Pr- Pext);
            else
                P(i,j)=(P(i+1,j)+P(i,j+1)+P(i-1,j)+P(i,j-1))/4;
            end
        end
        P(1,:)=P(2,:);
        P(M,:)=P(M-1,:);
        P(:,1)=P(:,2);
        P(:,M)=P(:,M-1);
    end
end
%surf(x*L,y*L,P), grid on
%pause(0.1);
for i=1:M
    for j=1:M
        if abs(P(i,j)-Pant(i,j))>Error
            continua=1;
            break;
        end
    end
end

```

```

        end
    end
end
if continua==0
    fprintf('Convergencia en %d \n',k);
    break;
end
end
P;
P=P.*(Pinj+Pr - Pext);
P= (P + Pext)/10;

for i=1:M-1
    for j=1:M-1
        Vx(i,j)=factor*(P(i,j+1) - P(i,j));
        Vy(i,j)=factor*(P(i+1,j) - P(i,j));
    end
end
%lineas de corriente
%PHI=dVx/dy
%PHI=dVy/dx
for i=2:M-2
    for j=2:M-2
        PHI(i,j)=(Vx(i,j+1) - Vx(i,j))/(Vy(i+1,j) - Vy(i,j));
    end
end

Vel=sqrt((Vx.^2) + (Vy.^2));

[X,Y]=meshgrid(x,y);
figure(gcf)
figure(1)
%subplot(222),surf(P), grid on
surf(x*L,y*L,P), grid on
title('Perfiles de presión en el yacimiento')

figure(gcf)
figure(2)
contour(x*L,y*L,P,5*M), grid on
title('Contornos y/o líneas de presión a lo largo del reservorio')

figure(gcf)
figure(3)
quiver(x*L,y*L,Vx,Vy,5), grid on
title('Vectores de velocidad')
hold off

figure(gcf)
figure(4)
quiver(X*M,Y*M,Vx,Vy,5), hold on
h = streamslice(Vx,Vy); % downhill

figure(gcf)
figure(5)
surf(x*L,y*L,Vx), grid on
title('Vx')

figure(gcf)
figure(6)
surf(x*L,y*L,Vy), grid on
title('Vy')

figure(gcf)
figure(7)
plot(x*L,Vx(:,round(M/2))), grid on;
hold on
plot(x*L,Vx(:,round(M/3))), grid on;
hold on
plot(x*L,Vx(:,round(2*M/3))), grid on;

```

```

title('Perfiles de Vx');
hold off

figure(gcf)
figure(8)
plot(x*L,Vy(round(M/2),:)), grid on;
hold on
plot(x*L,Vy(round(M/3),:)), grid on;
hold on
plot(x*L,Vy(round(2*M/3),:)), grid on;
title('Perfiles de Vy');
hold off

```

El código realizado para determinar el comportamiento de la temperatura en el tiempo:

```

clear;
clc
n=input('Numero de nodos: ');
Long=input('Largo del yacimiento (m): ');
Pex=input('Numero de Peclet en X: ');
Pey=input('Numero de Peclet en Y: ');
numFo=input('Numero de Fo: ');
Tam=input('Temperatura ambiente °C: ');
Text=input('Temperatura del reservorio °C: ');
Tiny=input('Temperatura de inyección de pozos: ');
Tiny=Tiny+Tam;
Profundidad=input('Profundidad del yacimiento(m): ');
[row col]=size(Profundidad);
tn=input('Tiempo de análisis(Años): ');
deltaTau=0.04;
Error=1e-5;
Peclets=1000000;
nIter=10000;
dx=Long/n;
dy=dx;
%deltaTau=dx*dx/2;
[X,Y]=meshgrid([0:Long/n:Long]/Long,[0:Long/n:Long]/Long);
nNod=n+1;
sizeMat=n-1;
m=(sizeMat)*(sizeMat);
alfa=23e-4;
Trec=Tam+25*Profundidad/1000;
T=zeros(nNod,nNod);
Ttrans=zeros(round(tn/deltaTau),nNod);
%Condiciones tipo Newman
deltaT=(Text-Trec);
T(:,:)=(Trec-Trec)/deltaT;
Energia=0;
[rowP, mP]=size(Pex);
for h=1:mP
%Nodos de inyeccion
T(round(nNod/3),round(nNod/6))=((Tiny-Trec))/deltaT;
T(round(2*nNod/3),round(nNod/6))=((Tiny-Trec))/deltaT;
%T(round(nNod/2),round(nNod/6))=((Text/3-Trec))/deltaT;
%Nodo de Extracción
T(round(nNod/2),round(4*nNod/5))=(Text(11)-Trec)/deltaT;

Tant(:,:)=(Text-Trec)/deltaT;
T(:,:)=(Text-Trec)/deltaT;
T(:,1)=(Trec-Trec)/deltaT;
%T(:,nNod)=(Text-Trec)/deltaT;
kt=1;
for ll=0:deltaTau:tn
%%Obteniendo temperaturas.
T(:,round(nNod/2):nNod)=(Text(ll)-Trec)/deltaT;

```

```

%surf(T);
%T

A=(1 + Pex(h)/2);%Vx
B=(1 - Pex(h)/2);%Vx
C=(1 + Pey/2);%Vy
D=(1 - Pey/2);%Vy
E=-4;
%   A1=A/2;
%   B1=B/2;
%   C1=C/2;
%   D1=D/2;
%   E1=(E/2)+(dx*dx/(alfa*deltaTau));
%   E2=(E/2)-(dx*dx/(alfa*deltaTau));
Fo=numFo;
%for k=1 : nIter
Tant=T;
TnAnt=T;
continua=0;
for i=2 : nNod-1
    for j=2 : nNod-1
        if(j==round(nNod/3) && i == round(nNod/6))
            T(j,i)=((Tiny-Trec))/deltaT;
        elseif (j==round(2*nNod/3) && i == round(nNod/6))
            T(j,i)=((Tiny-Trec))/deltaT;
%           elseif (j==round(nNod/2) && i == round(4*nNod/5))
%               % T(j,i)=(Text(11)-Trec)/deltaT;
%               T(j,i)=- (A*T(j,i-1)+B*T(j,i+1)+C*T(j-1,i)+D*T(j+1,i))/E;
        else
            T(j,i)=Fo*(A*Tant(j,i-1)+B*Tant(j,i+1)+C*Tant(j-1,i)+D*Tant(j+1,i)) + (E*Fo+
1)*Tant(j,i);
        end
    end
end
%T(:,1)=T(:,2);
T(:,nNod)=T(:,nNod-1);
T(1,:)=T(2,:);
T(nNod,:)=T(nNod-1,:);
if mod(kt*deltaTau, 5)==0
    figure(kt)
    surf(T)
    shading interp;
    title(['Temperatura de reservorio en ',num2str(kt*deltaTau), ' Años']);
end
for j=1:nNod
    Tcompara=(Text-Trec)/deltaT;
    if abs(T(i,nNod) - Tcompara)*100<=50
        continua=1;
        break;
    end
end
Ttrans(kt,:)=T(:,nNod);
if continua==0
    fprintf('Convergencia en %d Años\n',kt*deltaTau);
    Tdescend=Ttrans(1:kt,:);
    figure(11)
    surf(X(1,:),deltaTau*[1:kt],Tdescend)
    shading interp;
    title('Temperatura');

    figure(Peclets)
    plot(log(deltaTau*[1:kt]), Tdescend(:,round(nNod/2))), grid on;

t1=text(log(round(5*deltaTau*kt/6)),Tdescend(round(5*kt/6),round(nNod/2)),strcat('Pex=',num2
str(Pex(h),3)));

t2=text(log(round(deltaTau*kt)),Tdescend(kt,round(nNod/2)),strcat(num2str(kt*deltaTau,3),'Añ
os'));
    title('Temperatura a diferentes Numeros de Peclet');

```

```
ylabel('Temperatura adimensional');
xlabel('Logaritmo natural de tiempo; (t=años): Ln(t Años)');
if h==1
    axis([0 log(deltaTau*(kt+50)) 0.35 1]);
end
hold on
break;
end

% if k==1 && ll==1
% T;
% surf(T), grid on
% end
% surf(T), grid on
% pause(0.1);
% for i=1:nNod
%     for j=1:nNod
%         if abs(T(i,j)-TnAnt(i,j))>Error
%             continua=1;
%             break;
%         end
%     end
% end
% if continua==0
%     fprintf('Convergencia en %d \n',k);
%     break;
% end
%end
kt=kt+1;
figure(9)
surf(T)
shading interp;
title('Temperatura');
pause(0.1)
end
end
%
hold off;
figure(10)
contour(X,Y,T,2*nNod), grid on
title('Contornos de temperaturas');
```

## Referencias bibliográficas

- Ahmed, T., Belova, I. V., & Murch, G. E. (2015). Finite Difference Solution of the Diffusion Equation and Calculation of the Interdiffusion Coefficient using the Sauer-Freise and Hall Methods in Binary Systems. *Procedia Engineering*, 105, 570–575. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.05.034>
- Alemán-Nava, G. S., Casiano-Flores, V. H., Cárdenas-Chávez, D. L., Díaz-Chavez, R., Scarlat, N., Mahlknecht, J., ... Parra, R. (2014). Renewable energy research progress in Mexico: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 32, 140–153. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.01.004>
- Aravena, D., Muñoz, M., Morata, D., Lahsen, A., Parada, M. Á., & Dobson, P. (2016). Assessment of high enthalpy geothermal resources and promising areas of Chile. *Geothermics*, 59, 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2015.09.001>
- Arellano, V. ., García, A., Barragán, R. ., Izquierdo, G., Aragón, A., & Nieva, D. (2003). An updated conceptual model of the Los Humeros geothermal reservoir (Mexico). *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 124(1), 67–88. [https://doi.org/10.1016/S0377-0273\(03\)00045-3](https://doi.org/10.1016/S0377-0273(03)00045-3)
- Bataillé, A., Genthon, P., Rabinowicz, M., & Fritz, B. (2006). Modeling the coupling between free and forced convection in a vertical permeable slot: Implications for the heat production of an Enhanced Geothermal System. *Geothermics*, 35(5), 654–682. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2006.11.008>
- Battistelli, A., Calore, C., & Pruess, K. (1997). The simulator TOUGH2/EWASG for modelling geothermal reservoirs with brines and non-condensable gas. *Geothermics*, 26(4), 437–464. [https://doi.org/10.1016/S0375-6505\(97\)00007-2](https://doi.org/10.1016/S0375-6505(97)00007-2)
- Cheng, W.-L., Wang, C.-L., Nian, Y.-L., Han, B.-B., & Liu, J. (2016). Analysis of influencing factors of heat extraction from enhanced geothermal systems considering water losses. *Energy*, 115, 274–288. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.09.003>
- Christian Arturo Ordaz Méndez, M. F. A. y G. R. S. (2011). Potencial geotérmico de la República Mexicana Geothermal potential in Mexico, 24(1), 50–58.
- Farkhutdinov, A., Goblet, P., de Fouquet, C., & Cherkasov, S. (2016). A case study of the modeling of a hydrothermal reservoir: Khankala deposit of geothermal waters. *Geothermics*, 59, 56–66. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2015.10.005>
- Fossoul, F., Orban, P., & Dassargues, A. (2011). Numerical Simulation of Heat Transfer Associated with Low Enthalpy Geothermal Pumping in an Alluvial Aquifer.

*Geologica Belgica*, 14(1–2), 45–54.

- Ganguly, S., & Mohan Kumar, M. S. (2014). Analytical solutions for movement of cold water thermal front in a heterogeneous geothermal reservoir. *Applied Mathematical Modelling*, 38(2), 451–463. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.06.031>
- Garg, S. K., & Combs, J. (2015). A reformulation of USGS volumetric “heat in place” resource estimation method. *Geothermics*, 55, 150–158. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2015.02.004>
- Gehlin, S. E. A., & Hellström, G. (2003). Influence on thermal response test by groundwater flow in vertical fractures in hard rock. *Renewable Energy*, 28(14), 2221–2238. [https://doi.org/10.1016/S0960-1481\(03\)00128-9](https://doi.org/10.1016/S0960-1481(03)00128-9)
- Gong, B., Liang, H., Xin, S., & Li, K. (2013). Numerical studies on power generation from co-produced geothermal resources in oil fields and change in reservoir temperature. *Renewable Energy*, 50, 722–731. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2012.07.026>
- Hiriart Le Bert, G., Gutiérrez Negrín, L. C. a., Quijano León, J. L., Ornelas Celis, A., Espíndola, S., & Hernández, I. (2011). Evaluación de la Energía Geotérmica en México, 164.
- Hofmann, H., Weides, S., Babadagli, T., Zimmermann, G., Moeck, I., Majorowicz, J., & Unsworth, M. (2014). Potential for enhanced geothermal systems in Alberta, Canada. *Energy*, 69, 578–591. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.03.053>
- Iglesias, E. R., & Torres, R. J. (2009). Primera estimación de las reservas geotérmicas de temperatura intermedia a baja en veinte estados de México. *Geotermia*, 22(2), 54–65.
- Izadi, G., & Elsworth, D. (2015). The influence of thermal-hydraulic-mechanical- and chemical effects on the evolution of permeability, seismicity and heat production in geothermal reservoirs. *Geothermics*, 53, 385–395. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2014.08.005>
- Katzenbach, R., & Wagner, I. M. (2009). Impacto del agua subterránea en los sistemas geotérmicos, 91–101.
- Köhler, M., Händel, F., Epting, J., Binder, M., Mueller, M. H., Huggenberger, P., & Liedl, R. (2015). Numerical Evaluation and Optimization of Depth-oriented Temperature Measurement for the Investigation of Thermal Influences on Groundwater Resources. *Energy Procedia*, 76, 371–380. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2015.07.844>
- Llanos, E. M., Zarrouk, S. J., & Hogarth, R. A. (2015). Numerical model of the Habanero geothermal reservoir, Australia. *Geothermics*, 53, 308–319.

<https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2014.07.008>

Lopez, J. (n.d.). Transferencia de calor en un lecho fijo para almacenamiento de energía térmica, 126.

Marian, R., & Roberto, J. (2012). Universidad nacional autonoma de méxico facultad de ingeniería.

Mcdowell, A., Zarrouk, S. J., & Clarke, R. (2016). Modelling viscous fingering during reinjection in geothermal reservoirs. *Geothermics*, 64, 220–234. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2016.06.003>

Mottaghy, D., Pechnig, R., & Vogt, C. (2011). The geothermal project Den Haag: 3D numerical models for temperature prediction and reservoir simulation. *Geothermics*, 40(3), 199–210. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2011.07.001>

Nigro, N., & Storti, M. (2007). Métodos Numéricos en Fenómenos de Transporte, 1–8. <https://doi.org/10.4067/S0071-17132000003500023>

Núñez, P. (2008). 2008 Geotermia.

Palabiyik, Y., Onur, M., Tureyen, O. I., & Cinar, M. (2016). Transient temperature behavior and analysis of single-phase liquid-water geothermal reservoirs during drawdown and buildup tests: Part I. Theory, new analytical and approximate solutions. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 146, 637–656. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.08.003>

Pan, C., Chávez, O., Romero, C. E., Levy, E. K., Aguilar Corona, A., & Rubio-Maya, C. (2016). Heat mining assessment for geothermal reservoirs in Mexico using supercritical CO<sub>2</sub> injection. *Energy*, 102, 148–160. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.02.072>

Ranaldi, M., Lelli, M., Tarchini, L., Carapezza, M. L., & Patera, A. (2016). Estimation of the geothermal potential of the Caldara di Manziana site in the Sabatini Volcanic District (central Italy) by integrating geochemical data and 3D-GIS modelling. *Geothermics*, 62, 115–130. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2016.04.003>

Raymond, J., Therrien, R., Gosselin, L., & Lefebvre, R. (2011). Numerical analysis of thermal response tests with a groundwater flow and heat transfer model. *Renewable Energy*, 36(1), 315–324. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2010.06.044>

Rivera, J. A., Blum, P., & Bayer, P. (2016). Increased ground temperatures in urban areas: Estimation of the technical geothermal potential. *Renewable Energy*. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2016.11.005>



- Rühaak, W., & Renz, a. (2010). Numerical Modeling of Geothermal Applications. *Proceedings World Geothermal Congress 2010*, (April), 25–29. Retrieved from <http://www.geothermal-energy.org/pdf/IGAstandard/WGC/2010/3202.pdf>
- Sanyal, S. K. (2009). Cost of Electric Power from Enhanced Geothermal Systems — Its Sensitivity and Optimization. *GRC Transactions*, 33(2004), 245–249.
- Sanyal, S. K., & Butler, S. J. (2005). An Analysis of Power Generation Prospects from Enhanced Geothermal Systems. *Most*, V(April), 24–29. Retrieved from [http://repository.usgin.org/sites/default/files/dlio/files/2011/u19/an\\_analysis\\_of\\_power\\_generation\\_prospects\\_from\\_enhanced\\_geothermal\\_systems\\_-\\_by\\_subir\\_sanyal\\_and\\_steven\\_butler\\_wgc2005.pdf](http://repository.usgin.org/sites/default/files/dlio/files/2011/u19/an_analysis_of_power_generation_prospects_from_enhanced_geothermal_systems_-_by_subir_sanyal_and_steven_butler_wgc2005.pdf)
- Sepúlveda, F., Rosenberg, M. D., Rowland, J. V., & Simmons, S. F. (2012). Kriging predictions of drill-hole stratigraphy and temperature data from the Wairakei geothermal field, New Zealand: Implications for conceptual modeling. *Geothermics*, 42, 13–31. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2012.01.002>
- Shaik, A. R., Rahman, S. S., Tran, N. H., & Tran, T. (2011). Numerical simulation of Fluid-Rock coupling heat transfer in naturally fractured geothermal system. *Applied Thermal Engineering*, 31(10), 1600–1606. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.01.038>
- Stefansson, V.-ður. (1997). Geothermal reinjection experience. *Geothermics*, 26(1), 99–139. [https://doi.org/10.1016/S0375-6505\(96\)00035-1](https://doi.org/10.1016/S0375-6505(96)00035-1)
- Troiano, A., Di Giuseppe, M. G., Monetti, A., Patella, D., Troise, C., & De Natale, G. (2017). Fluid injection in Enhanced Geothermal Systems: a study on the detectability of self-potential effects and on their correlation with induced seismicity. *Geothermics*, 65, 280–294. <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2016.05.003>
- Xu, Q., Liu, X., Yang, Z., & Wang, J. (2011). The model and algorithm of a new numerical simulation software for low permeability reservoirs. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 78(2), 239–242. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.05.012>
- Žecová, M., & Terpák, J. (2015). Heat conduction modeling by using fractional-order derivatives. *Applied Mathematics and Computation*, 257, 365–373. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2014.12.136>
- Zeng, Y. chao, Zhan, J. min, Wu, N. you, Luo, Y. ying, & Cai, W. hao. (2016). Numerical simulation of electricity generation potential from fractured granite reservoir through vertical wells at Yangbajing geothermal field. *Energy*, 103, 290–304. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.02.123>
- Zeng, Y.-C., Wu, N.-Y., Su, Z., Wang, X.-X., & Hu, J. (2013). Numerical simulation of

heat production potential from hot dry rock by water circulating through a novel single vertical fracture at Desert Peak geothermal field. *Energy*, 63, 268–282.  
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.10.036>

- Zeng, Y.-C., Zhan, J.-M., Wu, N.-Y., Luo, Y.-Y., & Cai, W.-H. (2016). Numerical investigation of electricity generation potential from fractured granite reservoir through a single vertical well at Yangbajing geothermal field. *Energy*, 114, 24–39.  
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.07.153>
- Zhai, S., Feng, X., & He, Y. (2014). A new method to deduce high-order compact difference schemes for two-dimensional Poisson equation. *Applied Mathematics and Computation*, 230, 9–26. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2013.12.096>
- Zhang, R., Zhang, L., Luo, J., Yang, Z., & Xu, M. (2016). Numerical simulation of water flooding in natural fractured reservoirs based on control volume finite element method. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 146, 1211–1225.  
<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2016.08.024>
- Zhang, Y.-J., Guo, L.-L., Li, Z.-W., Yu, Z.-W., Xu, T.-F., & Lan, C.-Y. (2015). Electricity generation and heating potential from enhanced geothermal system in Songliao Basin, China: Different reservoir stimulation strategies for tight rock and naturally fractured formations. *Energy*, 93, 1860–1885. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.10.059>
- ZHOU, F., SHI, A., & WANG, X. (2014). An efficient finite difference model for multiphase flow in fractured reservoirs. *Petroleum Exploration and Development*, 41(2), 262–266. [https://doi.org/10.1016/S1876-3804\(14\)60031-8](https://doi.org/10.1016/S1876-3804(14)60031-8)
- García-Estrada, G., López-Hernández, A., & Prol-Ledesma, R. M. (2001). Temperature–depth relationships based on log data from the Los Azufres geothermal field, Mexico. *Geothermics*, 30(1), 111–132. [https://doi.org/10.1016/S0375-6505\(00\)00039-0](https://doi.org/10.1016/S0375-6505(00)00039-0)
- Juárez, H. (2006). Introducción Ejemplo Clásico Sencillo Método de separación de variables.
- Colin, J. P. (2007). *Influencia del proceso de imbibición sobre el campo de temperaturas en un medio poroso*. México, D.F.: Tesis de grado.
- Axelsson, G. (March de 2013). CONCEPTUAL MODELS OF GEOTHERMAL SYSTEMS – INTRODUCTION . *GEOTHERMAL TRAINING PROGRAMME* , -.
- geotérmico, D. d. (2009). *Energía Geotérmica*. Instituto Nacional de Electrificación de Guatemala, Division de desarrollo Geotérmico. Guatemala: -.
- Huerta, C. G. (2013). *FACTIBILIDAD DE UN PROYECTO GEOTERMOELÉCTRICO*

*PARA LA ZONA DE SAN MARCOS JALISCO* . México, DF: Tesis.

Madera, C. G. (2011). *Transferencia de Calor entre un medio poroso y un fluido*. México, D.F.: Tesis doctoral - Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa.

Patankar, S. (1980). *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. USA: Taylor and Francis.

Sánchez, H. C. (1996). *Simulación Numérica de Condiciones de presión y Temperatura en un yacimiento geotérmico*. Salamanca, Gto: Tesis de Grado - Universidad de Guanajuato.

Secretaría de Energía, M. (2012). *Prospectiva de Energías Renovables 2012 - 2026*. Gobierno Federal, Secretaría de Energía. México: Rep.

Víctor M. Arellano, A. G. (2000). Distribución inicial de presión y temperatura del campo geotérmico de Los Humeros, Puebla . *Aplicaciones Tecnológicas* , 169-177.

Este trabajo ha sido realizado con apoyo del Grupo de Eficiencia Energética y Energías Renovables, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología y el Centro Mexicano de Innovación en Energía Geotérmica. Un agradecimiento especial a todos ellos por el apoyo recibido.



