



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MECÁNICA

T E S I S

*Reconstrucción virtual de un álabe de turbina de vapor
mediante interpolación transfinita y Polinomios de Bernstein
de cuarto grado*

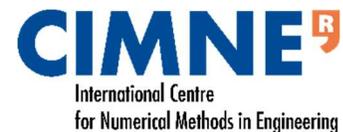
que para obtener el grado de:
MAESTRO EN CIENCIAS DE INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA

Ing. Luis David Pérez Rubio

ASESORES

Dr. Sergio Ricardo Galván González
Dr. Francisco Javier Domínguez Mota



Morelia, Michoacán. Octubre, 2021

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado, a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por las enseñanzas, a mis asesores y a mi familia.

Resumen

En el panorama económico e industrial actual, los operadores de turbinas de vapor han optado por reparar sus componentes en vez de reemplazarlos con el beneficio de ahorrar dinero y tiempo en la puesta en marcha de su maquinaria, sin embargo, dentro del mismo ámbito de la reparación de componentes, existe la desventaja de que sólo el fabricante original de la maquinaria suele hacerlas a fin de proteger sus diseños. Lo anterior, a pesar de ser una reparación, supone un gasto económico elevado para pequeños operadores de turbinas, por lo que desarrollar una técnica de reparación rápida y barata es imperativa para resolver tal problemática. Dentro de un proceso de reparación, el primer paso es la regeneración de una geometría 3D dañada a su óptimo estado y a su vez, tal técnica debe tener como antecedente una metodología que permita replicar de primera instancia una geometría “limpia” con el mayor detalle, de tal manera que ésta pueda implementarse posteriormente a la regeneración de un álabe deformado. Algunas de estas técnicas de regeneración de álabes (y por consecuencia su técnica base de replicación) han probado ser difíciles de implementar, caras de ejecutar computacionalmente y útiles sólo en casos limitados debido al gran número de parámetros utilizados en sus algoritmos. En este trabajo se presenta el desarrollo de una metodología para la reconstrucción virtual de una geometría sin errores de un álabe de turbina de vapor implementando una combinación de reconstrucción simplificada de perfiles aerodinámicos mediante el uso de polinomios de Bernstein de cuarto grado, la interpolación automática de varios perfiles adicionales y el apilamiento ortogonal de los anteriores en una malla conforme construida mediante Interpolación Transfinita. Este enfoque paramétrico de secciones y superficies ha demostrado ser preciso, obteniendo errores máximos de separación entre el álabe nominal y reconstruido de 0.0192 mm y 0.0012 mm en los lados de succión y presión respectivamente, demostrando su potencial para su uso en la regeneración de álabes deformes.

Palabras clave: *Turbina, álabe, reconstrucción, TFI, vapor.*

Abstract

In the current economic and industrial setting, steam turbine operators have chosen to repair their components rather than replace them with the benefit of saving money and time in the operation of their machinery, however, within the same scope of the Component repair, there is the disadvantage that only the original manufacturer of the machinery does the repairing in order to protect their original designs. Thus, despite being a repair, it represents a high economic impact for small turbine operators, so developing a quick and cheap repair technique is imperative to solve such problem. In a repair process, the first step is the regeneration of a damaged 3D geometry to its optimal state and at the same time, such a technique must have as a basis a methodology that allows a “clean” geometry to be replicated in the first instance with the greatest detail, in such a way that it can be implemented after the regeneration of a deformed blade. Some of these blade regeneration techniques (and consequently their base replication technique) have proven difficult to implement, expensive to execute computationally, and useful only in limited cases due to the large number of parameters used in their algorithms. This work presents the development of a methodology for the virtual reconstruction of a geometry without errors of a steam turbine blade for its later use in a real case of repairing a deformed blade implementing a combination of simplified reconstruction of aerodynamic profiles through the use of fourth degree Bernstein polynomials, the automatic interpolation of several additional profiles and their orthogonal stacking in a conformal mesh constructed by Transfinite Interpolation. This parametric approach of sections and surfaces has proven to be accurate, obtaining maximum separation errors between the nominal and reconstructed blade of 0.0192 mm and 0.0012 mm on the suction and pressure sides respectively, demonstrating its potential for use in the regeneration of deformed blades.

Keywords: *Turbine, blade, reconstruction, TFI, steam.*

Índice General

1. Introducción	11
1.1 Revisión del estado del arte.....	12
1.2 Definición del problema.....	15
1.3 Objetivos	15
1.3.1 General	15
1.3.2 Específicos	15
1.4 Justificación.....	16
1.5 Hipótesis.....	16
2. Conceptos Básicos	17
2.1 Introducción a las Turbinas.....	17
2.1.1 Configuraciones básicas de las turbinas.....	17
2.1.2 Partes de una turbina.....	20
2.1.3 Principio general de funcionamiento de la turbina de vapor.....	20
2.2 Aerodinámica de las turbinas axiales	22
2.2.1 Los álabes	22
2.2.2 Triángulos de velocidad para turbinas axiales.....	24
2.2.3 Flujos de fluido en los álabes.....	26
3. Herramientas numéricas	29
3.1 Métodos de perfilado de secciones aerodinámicas	29
3.1.1 Parametrización de Bézier.....	29
3.1.2 Método PARSEC	30
3.1.3 Método de Sobieczky	32
3.2 Interpolación Transfinita (TFI).....	32
3.2.1 Interpolación Transfinita en dos dimensiones.....	32
3.2.2 Interpolación Transfinita en tres dimensiones.....	34
4. Metodología	36
4.1 Descripción general.....	36
4.2 Caso de estudio.....	37

4.3 Extracción de datos	38
4.3.1 Información geométrica del álabe	42
4.4 Etapa de reconstrucción	43
4.5 Etapa de evaluación del error	45
5. Resultados	46
5.1 Aproximación cuantitativa	46
5.2 Aproximación cualitativa	48
6. Conclusiones.....	50
6.1 Limitaciones	50
6.2 Trabajo a futuro.....	50

Índice de Figuras

Principio general de trabajo de una turbina.....	17
Turbina Radial.....	18
Sección transversal de una turbina radial.....	18
Corte superior de una turbina radial.....	19
Corte lateral de una turbina axial estilo diafragma-disco.....	19
Etapas de una turbina de Vapor.....	20
Ciclo Rankine ideal para turbina de vapor.....	21
Ciclo Rankine real.....	22
Parámetros Geométricos básicos de un perfil aerodinámico.....	23
Perfil aerodinámico de los álabes de impulso y reacción en una turbina de vapor.....	23
Álabe recto y álabe torcido.....	24
Triángulo de velocidades de un álabe.....	25
Flujo invertido en forma de estelas.....	26
Flujo en las puntas del álabe.....	27
Diferentes flujos en el álabe.....	27
Curva de Bézier de cuarto grado.....	29
Representación gráfica de los parámetros del método PARSEC.....	31
Representación gráfica de los parámetros del método Sobieczky.....	32
Relación entre un dominio matemático y dominio físico.....	33
Relación entre un dominio matemático y dominio físico en tercera dimensión.....	34
Metodología propuesta en este trabajo.....	36
Geometría correspondiente al caso de estudio.....	37
Radio mínimo de curvatura en el borde de ataque.....	38
Graficación de la Línea Media de Curvatura.....	38
Marco del álabe , superficie media de curvatura y esqueleto del álabe.....	39
Relación entre dominio físico y dominio computacional.....	40
Algoritmo para la generación de malla.....	40
Planos de corte apilados en la geometría del álabe	41
Perfiles aerodinámicos discretizados.....	41

Distribución del espesor del álabe.....	42
Distribución de los ángulos de incidencia del álabe	42
Proyección en 2D de la parte superior del álabe.....	43
Partición de las curvas de un perfil aerodinámico.....	44
Secciones ajustadas e interpoladas.....	45
Desviación promedio en el lado succión.....	47
Desviación promedio en el lado de presión.....	47
Volumen del álabe reconstruido respecto al número de secciones.....	47
Mapa de desviaciones en el lado succión.....	48
Mapa de desviaciones en el lado presión.....	49

Índice de tablas

Parámetros de construcción del método PARSEC.....	30
Conjunto de desviaciones en el lado presión y succión.....	46
Comparación con otros estudios.....	46

Lista de Símbolos

ϕ	Ángulo de estancamiento
b	Longitud de cuerda
β	ángulos de incidencia tangente a la línea media de curvatura
t	separación horizontal entre álabes
a	longitud del pasaje (garganta) entre álabes
b_x	longitud axial de la cuerda
L_u	Es la cantidad de energía de salida por unidad de masa
ω	Es la velocidad angular del rotor
r_1, r_2	Radio de entrada y salida del rodete
C_{1u}, C_{2u}	Componentes circunferenciales de la velocidad absoluta del fluido a la entrada y salida
C_1, C_2	Velocidades absolutas a la entrada y salida del rotor
W_1, W_2	Velocidades relativas a la entrada y salida rotor
U_1, U_2	Velocidad del rotor
β_1, β_2	Ángulos de incidente de entrada y salida del álabe
α_1, α_2	Ángulos relativos de entrada y salida del fluido
r_{le}	Radio del borde de entrada
x_{up}, x_{lo}	Ubicación de la cresta superior e inferior
z_{up}, z_{lo}	Ubicación de la cresta superior e inferior en coordenada z
$z_{xx,up}, z_{xx,l}$	Curvatura superior e inferior de la cresta
Δz_{te}	Grosor del borde de salida
z_{te}	Coordenada vertical del borde de salida
β_{te}	ángulo de inclinación del borde de salida
α_{te}	Dirección del borde de salida
Δa	ángulo de salida del álabe

1. Introducción

Mantener la integridad física de las turbomáquinas es fundamental debido a sus condiciones de operación extremas como altas presiones, temperaturas y velocidades. Consecuentemente, puede ser esperado algún tipo de daño estructural en los componentes de la turbina, sobre todo en los álabes, cuyo deterioro provoca un decremento en la eficiencia total del equipo (Singh ,2011); (Carter ,2005). Debido a los materiales con los que los álabes están construidos, y a su costoso proceso de manufactura, es a veces conveniente extender su vida en vez de reemplazarlos por nuevos (Rolls-Royce, 2002). Lo anterior ha sido logrado a través de la implementación de técnicas de reconstrucción virtuales las cuales establecen la base para la ejecución de una regeneración del álabe real. Este proceso consiste en los siguientes pasos: Pre inspección del álabe, adición de material a las partes dañadas, remoción de exceso de material, post inspección y validación del álabe.

En la fase de pre inspección, la superficie del álabe dañado es parametrizada y representada en un modelo virtual tridimensional (CAD) mediante equipo de escaneo digital (Su y Cheng, 2020). Es en este paso donde la regeneración y restauración virtual de la parte digitalizada se convierte en parte importante a fin de recobrar su estado geométrico ideal, idealmente cercano al del álabe original sin deformaciones, para que este proceso sirva como guía para ejecutar una reparación real in situ mediante procesos de manufactura avanzados.

El desempeño aerodinámico de los álabes de las turbinas axiales está fuertemente relacionado a la forma bidimensional de sus perfiles aerodinámicos y la manera en que estos se apilan tridimensionalmente, por lo que es importante encontrar una manera que permita ser aplicada a distintos tipos de geometrías de manera eficiente. Este trabajo presenta la combinación de técnicas bidimensionales y tridimensionales de perfilado de álabes para la replicación de la geometría de un álabe de una turbina de vapor real, introduciendo como aportación al estado del arte la reconstrucción de los perfiles aerodinámicos mediante la partición y simplificado de sus curvas, la interpolación y apilamiento ortogonal de un gran número de secciones aerodinámicas ortogonalmente sobre una malla conforme definida por las fronteras de las líneas medias de curvatura y las líneas de envergadura. Además, se ha formulado un algoritmo que permite localizar los puntos de borde de ataque y de salida de los perfiles aerodinámicos, de tal manera de que conjuntamente se forme una metodología que en principio permita replicar la geometría limpia de un álabe, para que sea usada en reconstrucciones virtuales de casos reales.

1.1 Revisión del estado del arte

Muchas técnicas para el perfilado bidimensional y tridimensional de secciones aerodinámicas y superficies han sido propuestas en forma de parametrización de perfiles aerodinámicos y parches en superficies externas del álabe. De acuerdo a su potencial para optimización y reconstrucción, el enfoque seccional provee un gran número de variaciones de forma; sin embargo, todas ellas presentan la desventaja de que un incremento en el número de secciones calculadas implica a su vez el aumento del número de parámetros requeridos para la reconstrucción del perfil aerodinámico. El uso de superficies parece ser efectivo para la reducción de la cantidad de parámetros, sin embargo, las formulaciones existentes están definidas analíticamente para un número limitado de casos aplicables (López, 2006).

Típicamente, el enfoque seccional consiste en dos fases: diseño óptimo de las secciones 2D o perfiles aerodinámicos y su apilamiento óptimo sobre la dirección de la envergadura del álabe, (Amtsfeld, 2015). Para la parametrización de la geometría del perfil aerodinámico otros métodos han sido propuestos (Song y Webin, 2004); en donde los perfiles son definidos como coordenadas en el eje Y pre escritas en ciertas locaciones en la dirección de la cuerda del álabe; una segunda aproximación modela la geometría como una combinación lineal de perfiles aerodinámicos base y un conjunto de funciones de perturbación; un tercer método usa parámetros geométricos como el radio del borde de salida, grosor y máxima curvatura; un cuarto método usa los puntos de control de Esplines Base Racionales No Uniformes (NURBS) para definir las secciones aerodinámicas.

En cuanto el apilamiento de las secciones aerodinámicas, usualmente son ajustadas en dirección radial sobre una línea de apilamiento como el procedimiento hecho por Amtsfeld (2015). Oyama (2004) representó la forma de un álabe del rotor de una turbina mediante la interpolación lineal de los perfiles aerodinámicos en la dirección de la envergadura (Burman y Jorgen, 1999) apilaron siete perfiles y generaron una superficie compuesta ajustada a los perfiles apilados. Hoschek y Müller (2000) asumieron que la turbina funciona en flujo paralelo y construyeron el álabe a partir de curvas planares, sin embargo, a pesar de que el estudio anterior distribuyó algunas secciones aerodinámicas en dirección de la envergadura, la metodología utilizada no ha permitido el apilamiento de un número importante de secciones a fin de definir de mejor manera la superficie del álabe.

Por otra parte, el uso aplicado de algoritmos matemáticos para la generación de la geometría de los álabes ha propuesto el uso de curvas polinómicas suaves (B-splines) y curvas de Bézier, junto con puntos extraídos de un álabe de referencia o su equivalente modelo virtual (modelo CAD) para reconstruir partes críticas de la geometría del álabe. Las primeras investigaciones se enfocaron en reconstruir la mayoría de la superficie del álabe, dejando de lado la reconstrucción de las puntas, cuya geometría determina el desempeño en turbinas de alta presión o en la fase del compresor. Dentro de esta misma tendencia, Hoschek y Muller (2000) describieron el proceso de diseño de álabes a través de la aproximación de parámetros o puntos de medición obtenidos de un álabe de referencia mediante B-splines para generar perfiles planares que conforman el “esqueleto” del álabe y su posterior interpolación para generar su superficie, hasta ese periodo de tiempo la reparación de los álabes se hacía de forma manual, confiando en la buena destreza de los técnicos responsables.

Bryan et. Al (2004) propuso automatizar todo el proceso de mantenimiento de los álabes, presentando además un algoritmo de reconstrucción robusta de perfil (RPR) para obtener la geometría del álabe mediante la corrección de la desviación entre un álabe usado y uno nuevo a través de la captura de puntos uniformemente distribuidos del álabe de referencia.

Otros autores como Gao et. Al. (2006), Zheng, Li y Chen (2006) proponen el escaneo 3D del álabe para construir su geometría a través de un mallado resultado de una nube de puntos producto del mismo escaneo, para posteriormente corregir tal geometría minimizando el error entre esta y la de referencia. Mohagegh, Sadeghi y Abdullah (2007) retomaron el método convencional de capturar y generar con gran precisión la geometría del álabe mediante escaneo 3D implementando un algoritmo de segmentación y ajuste restringido (SCFA) y reincorporando parámetros de diseño obtenidos de la suposición del propósito de funcionamiento que el fabricante usó para diseñar el álabe.

Gao, Chen y Zheng (2010) introdujeron un sistema de re-manufactura y reparación adaptiva, en donde se genera automáticamente un perfil de referencia sin defectos deducido de un escaneo de la pieza defectuosa o usada, mediante un algoritmo basado en métodos auto crecientes (Self Growing Algorithm) y del modelo de energía óptima de superficie (Surface Energy Optimal Model), con el propósito de regeneración la superficie del álabe, sin embargo, esta propuesta presenta problemas importantes de incertidumbre respecto a la exactitud de los modelos geométricos obtenidos, haciéndolo inadecuado para la reproducción y reparación de partes con geometrías muy complejas.

Yilmaz et. Al (2010) desarrolló una metodología de reparación y reacondicionamiento de álabes de motores aeronáuticos. este sistema consta de tres fases: obtención de la geometría escaneada ópticamente, reconstrucción basada en modelado de superficie libre y operaciones de maquinado, donde cada una de estas fases es apropiadamente automatizada. Piya et. Al (2011) estableció una técnica para generar una representación geométrica de alta precisión del volumen a reparar en un álabes, esto para facilitar su restauración por medio de Deposición Directa de Laser (DLD); este método consiste en extrapolar Secciones Transversales Prominentes en regiones no defectuosas a través de las regiones defectuosas. Los autores afirman que esta metodología es apropiada para reparar defectos por debajo de la punta del álabes obteniéndose un error de 0 a 0.5 mm en la reparación física.

Grossmann (2012) presentó un marco de referencia para modelar una única curva polinómica suave básica (B-Spline) trivariada de un álabes de turbina a partir de mallas triangulares de la misma obtenidas de un escaneo óptico 3D de no contacto e incluyendo parámetros estándar del diseño de álabes. Su volumen queda representado por medio de la parametrización de la B-spline trivariada, mientras que la superficie por medio de la parametrización de una B-Spline bivariada.

Wang (2012) Implementó un algoritmo genético multi-escala para mejorar la calidad del ajuste y suavidad en las curvas de la geometría previamente escaneada, con el propósito reducir los costos computacionales de modelado y maquinado. Rong (2014) estableció el método para reconstrucción de superficies basado en una plantilla deformable cuyo propósito es recuperar la forma física del álabes dañado., permitiendo ahorrar la parte de parametrización, pre procesamiento etc.

Los avances más recientes en la reparación de álabes de turbo máquinas de gas han tenido como objetivo reconstruir y regenerar el modelo geométrico del álabes utilizando menos puntos de medición, los cuales son definidos de acuerdo a los criterios de diseño del componente, ya sea a través de la interpolación de superficies B-Spline (Liu et. Al, 2015), (Yu y Liu, 2017) o utilizando interpolación esférica con cuaterniones y características de diseño referentes al comportamiento fluido dinámico del álabes (Hongying, 2019). Por otra parte, investigaciones existen también investigaciones orientadas a reparar las puntas de los álabes usando algoritmos de extensión de superficie (Gao y Wen, et. Al, 2017).

1.2 Definición del problema

Si bien es cierto que desde hace tiempo han existido varias metodologías referentes al tema, estas se han encontrado con áreas de oportunidad como:

1. Falta de algoritmos rápidos, robustos, eficientes y flexibles que permitan representar con exactitud geometrías de alabes para turbinas respecto a las de referencia.
2. La necesidad de un alto número de parámetros geométricos para generar una geometría propia útil.
3. La limitante en el número de secciones apiladas en alguna dirección que represente con exactitud la torcedura y curvatura del álabe
4. La falta de un método de apilamiento ortogonal y a su vez barato computacionalmente.

1.3 Objetivos

1.3.1 General

Establecer una metodología basada en métodos numéricos en interpolación por secciones para reconstruir en principio álabes de una turbina de vapor sin defectos, con la precisión necesaria para satisfacer un criterio especificado de tolerancia y exactitud respecto al alabe de referencia como paso previo a su aplicación a álabes dañados.

1.3.2 Específicos

- Simplificar la representación de las curvas de los lados succión y presión por medio de su partición en cuatro segmentos y la utilización de un polinomio de Bernstein de cuarto grado.
- Formular una técnica que permita encontrar el borde de ataque y borde de salida de un perfil aerodinámico.
- Evaluar el error de desviación entre el álabe reconstruido y el álabe nominal.

1.4 Justificación

La creciente demanda de servicios que implican el uso de turbinas de vapor, aunado al panorama económico actual, exige que estos equipos se mantengan operando continuamente, con una alta confiabilidad, eficiencia y vida útil más larga al menor costo económico posible. Debido a que solamente estas reparaciones son hechas por empresas especializadas con alta confidencialidad, es necesario establecer un método propio que permita regenerar un alabe con alta exactitud. Lo anterior permitiría a operadores y talleres ahorrar los altos costos de subcontratación de servicios de reparación y servicio.

1.5 Hipótesis

El desarrollo y uso de un algoritmo basado en interpolación por secciones para la generación de geometría de un alabe mediante el uso de técnicas numéricas es capaz de replicar la geometría nominal de un álabe de turbina de vapor.

2. Conceptos Básicos

2.1 Introducción a las Turbinas

2.1.1 Configuraciones básicas de las turbinas

De acuerdo a Schobeiri (2012) Las turbo-máquinas son aparatos cuyo principio de trabajo universal es la extracción de la energía de un fluido y su conversión a energía mecánica, de tal manera que esta última pueda ser convertida a eléctrica por medio de generadores eléctricos u otros dispositivos (Fig.1); las turbinas que realizan la función descrita anteriormente se llaman turbinas de potencia y engloban las turbinas de gas, de vapor y las hidráulicas.

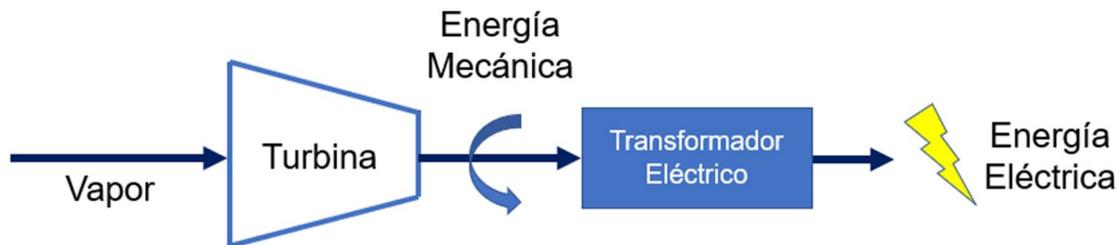


Fig. 1 principio general de trabajo de una turbina

Según Aungier (2005) la clasificación de las turbinas se puede hacer de acuerdo a la forma en que el flujo recorre sus interiores, es decir de manera radial o axial. En las turbinas radiales, como la que se muestra en la Fig. 2, el flujo entra en dirección circunferencial a través de una voluta con sección transversal disminuida paulatinamente para aportar momento angular al fluido relativo al rotor y aumentar la velocidad del fluido; posteriormente el flujo sale de la voluta en dirección radial en dirección al rotor, el cual a través de su movimiento gracias al fluido produce toda la potencia de salida. Finalmente, el fluido sale por un difusor, mostrado en la Fig. 3 para convertir la energía cinética del fluido a presión estática. Este tipo de turbinas se usa en centrales hidráulicas o sistemas compactos para la generación de potencia.

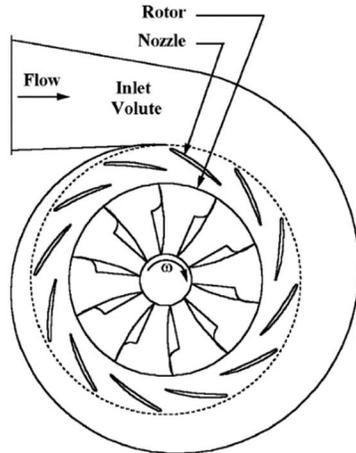


Fig. 2: Turbina Radial
(Aungier, 2005)

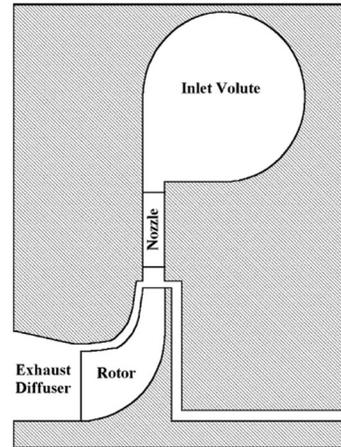


Fig. 3: Sección transversal de una
turbina radial (Aungier, 2005)

Por otro lado, en las turbinas axiales, el fluido se acelera a través de una sección de álabes estáticos llamado estator. Esta parte actuando de manera similar a una tobera pues aporta momento angular dirección y velocidad al fluido. Posteriormente, el fluido pasa a la fila del rotor, en donde se hace un intercambio de momento entre los álabes y el fluido de trabajo al moverse el rotor y por consiguiente transmitir ese movimiento a un eje conectado a un transformador eléctricos. Al conjunto de una fila de estator y una fila de rotor se le denomina etapa de la turbina; existen también turbinas con múltiples etapas. En la Fig. 4 se muestra la vista superior de la configuración básica de una turbina axial, mostrando en gris el corte transversal que resulta en la impresión de los perfiles aerodinámicos de los álabes. En la Fig. 5 se muestra el corte lateral del diafragma de una turbina; en esta ilustración se puede observar en la parte superior e inferior la carcasa y la flecha de la turbina, respectivamente los sellos, cuya función es minimizar los efectos de escapes del flujo del fluido en esas zonas Zhou (2018). Estos sellos se utilizan en álabes *cubiertos* (shrouded en inglés), como los mostrados en la Fig. 6 y su uso supone además una ventaja mecánica, ya que mantienen unidos a los álabes y disminuyen problemas de resonancia; además las aletas de los sellos son lo suficientemente delgadas como para no causar daño en el rotor. En caso de álabes no cubiertos, se usa un cable para mantener unidos a los álabes, tal como se muestra en la Fig. 6 Aungier (2005)

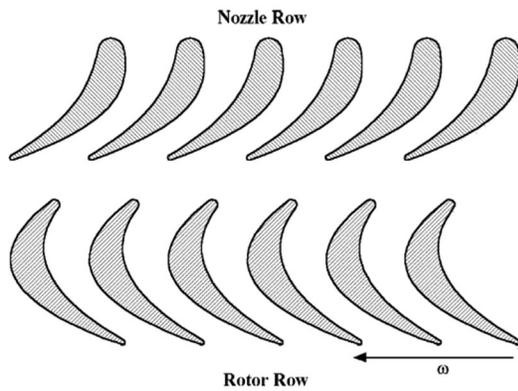


Fig. 4: Corte superior de una turbina radial (Aungier, 2005)

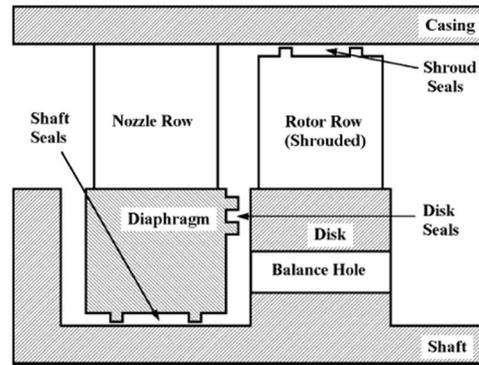


Fig. 5: Corte lateral de una turbina axial estilo diafragma-disco (Aungier, 2005)

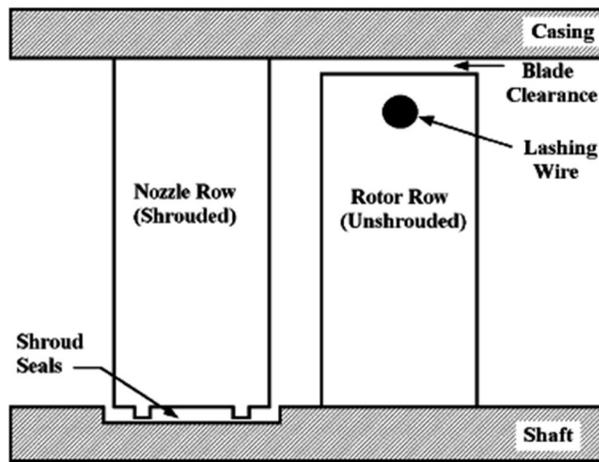


Fig. 6: Corte lateral de una turbina axial tambor-rotor (Aungier, 2005)

Por otra parte, Heinz (2009) propone la clasificación de las turbinas axiales en dos tipos: reacción e impulso; en la primera, el fluido se expande tanto en los álabes fijos como rotativos y el rotor se mueve por efecto de la diferencia de presiones en los álabes. En las turbinas de impulso, el movimiento del rotor solamente se debe al impacto del fluido en los álabes. El sistema completo de una turbina de vapor consiste comúnmente en un arreglo de turbinas de alta presión (HPT), presión intermedia (IPT) y baja presión (LPT) como se muestra en la Fig. 7; como se dijo previamente, cada componente consta de una etapa, es decir de una fila de estator y rotor juntas. La forma de arreglo de las etapas consta de dos maneras: Curtis y Rateau. Las turbinas tipo Curtis poseen un arreglo de dos filas de álabes movibles, de manera contraria, las turbinas tipo Rateau solo poseen una.

2.1.2 Partes de una turbina

De acuerdo a Venkanna (2009), las partes de una turbina son las siguientes:

- i) Rotor: Es el elemento rotatorio de la turbomáquina, es aquella parte que está armada con álabes, en esta parte se lleva a cabo la transferencia de energía con el fluido de trabajo debido al intercambio de momento entre el fluido y los álabes.
- ii) Estator: Es el conjunto de alabes fijos que dan dirección al fluido de trabajo.
- iii) Flecha: Es el elemento rotatorio axisimétrico que se utiliza para transmitir potencia producto de la turbina.
- iv) Carcasa: Elemento que protege las partes interiores de la máquina y que evita el escape del fluido de trabajo.
- v) Difusor: es un pasaje con aumento progresivo de su sección transversal que convierte la energía cinética a presión estática y que disminuye la velocidad del fluido

2.1.3 Principio general de funcionamiento de la turbina de vapor.

Como se explicó anteriormente, las turbinas de vapor poseen etapas de baja, mediana y alta presión; cuando la maquinaria comienza a operar, el vapor entra a la etapa de alta presión, donde la fila del estator da dirección y velocidad al fluido, convirtiendo parte de la energía en energía cinética y prepara sus condiciones para la entrada del rotor; dentro del rotor la energía cinética proveniente del proceso anterior se convierte en energía mecánica provocando trabajo de flecha. El proceso anterior es repetido de acuerdo al número de etapas de la turbina.

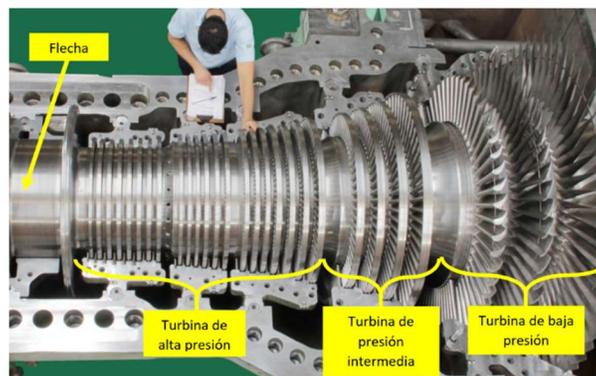


Fig. 7: Etapas de una turbina de vapor

A nivel termodinámico y de acuerdo a Cengel (2012), el funcionamiento de las turbinas de vapor está basado en el ciclo de potencia de vapor Rankine descrito a continuación y mostrado en la Fig. 8. Este ciclo consta de las siguientes fases:

- 1-2: Compresión isentrópica de la bomba
- 2-3: Adición de calor isobárica en la caldera
- 3-4: Expansión isentrópica en la turbina.
- 4-5 Transferencia de calor isobárica al exterior.

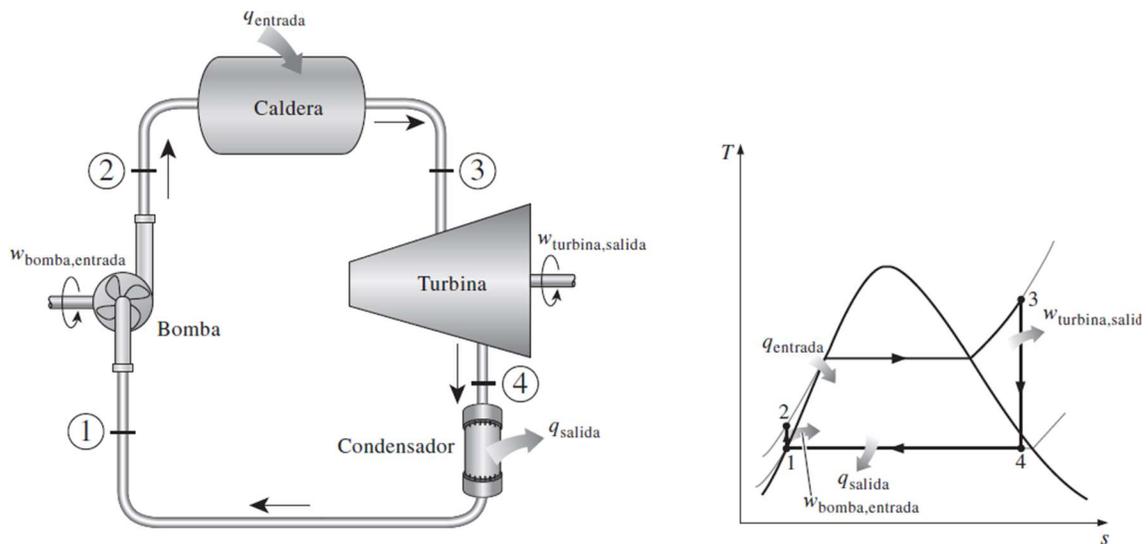


Fig. 8: Ciclo Rankine ideal para turbina de vapor
(Cengel, 2014)

En base a la Fig. 8:

- (1-2) El agua entra al ciclo en forma de líquido saturado y es condensado hasta la presión de la caldera
- (2-3) El agua entra a la caldera en fase de líquido comprimido y sale como vapor sobrecalentado
- (3-4) El vapor sobrecalentado entra a la turbina y se expande isoentrópicamente, produciendo trabajo útil
- (4-1) Finalmente, el vapor entra al condensador, donde el vapor saliente de la turbina se convierte en líquido y el ciclo se repite.

Sin embargo, el ciclo real en el que las turbinas de vapor funcionan dista del ciclo ideal; estas diferencias son provocadas por pérdidas de presión en el ciclo debido a la fricción de las tuberías, la transferencia de calor hacia los alrededores y el consumo de energía por los sistemas secundarios del equipo. Los efectos de estas irreversibilidades pueden verse en la Fig. 9. Existen también variaciones en el ciclo Rankine, como el ciclo Rankine con recalentamiento y el ciclo Rankine Regenerativo que tienen por objetivo el aumento de la eficiencia total del proceso de conversión de energía.

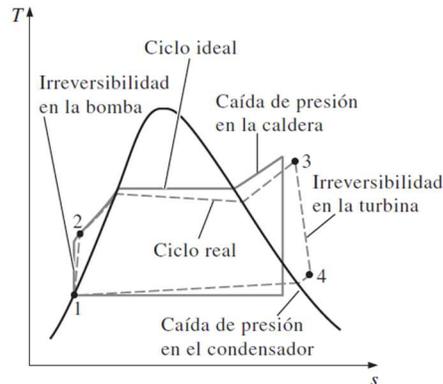


Fig. 9: Ciclo Rankine Real (Cengel, 2014)

2.2 Aerodinámica de las turbinas axiales

2.2.1 Los álabes

Singh (2011) define a los álabes como la parte de la turbina de vapor que se encarga de convertir la energía térmica de vapor en trabajo de flecha útil. Existen álabes de distintas formas y tamaños, todos ellos diseñados con el propósito de que el flujo cuente con la dirección establecida por los diseñadores, y, por tanto, que la turbina alcance el desempeño esperado; los álabes están formados por un conjunto de secciones llamadas perfiles aerodinámicos y que contienen los parámetros mostrados en la Fig. 10, los cuales son utilizados en el diseño de los mismos.

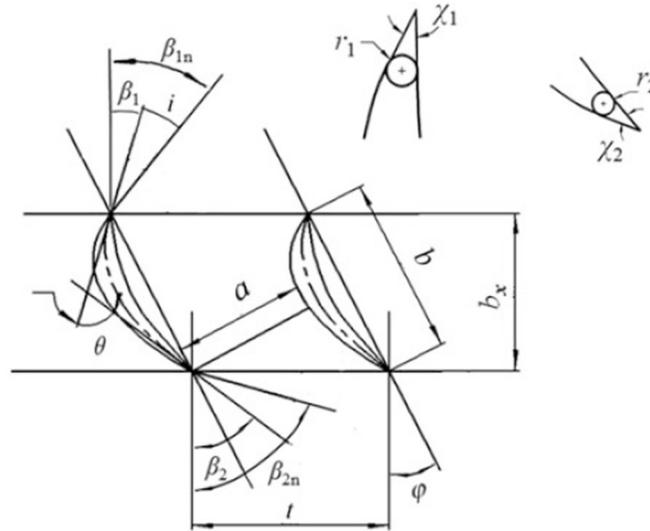


Fig. 10: Parámetros Geométricos básicos de un perfil aerodinámico (Zou, 2018)

Donde, de la Fig. 10:

- ϕ : Ángulo de estancamiento
- b Longitud de cuerda
- β ángulos de incidencia tangente a la línea media de curvatura
- t separación horizontal entre álabes
- a longitud del pasaje (garganta) entre álabes
- b_x longitud axial de la cuerda

La forma de los perfiles aerodinámicos varía de acuerdo al tipo de turbina axial que se utiliza, en la Fig. 11 se muestra la forma de los perfiles aerodinámicos de una turbina de impulso y de reacción.

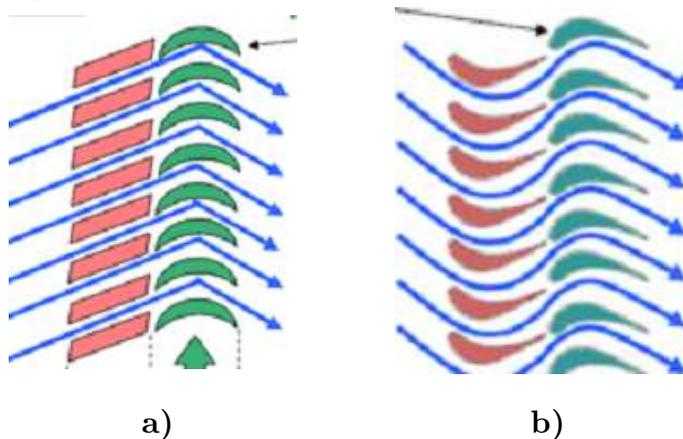


Fig. 11: Perfil aerodinámico de los a)álabes de impulso y b) reacción en una turbina de vapor

Por otra parte, la forma tridimensional de los álabes también puede variar, existen álabes rectos (Fig. 12a), comúnmente usados en las etapas de alta presión; o álabes curvados y torcidos (Fig. 12b), diseñados para acomodar diversas direcciones de entrada y salida del fluido conservando el equilibrio radial de la pieza. Singh, (2011). Los álabes rectos o de área constante son usados en álabes cortos en el área de alta presión del álabe y los álabes torcidos se usan cuando se requiere una reducción de los esfuerzos centrífugos. En cuanto a su manufactura, comúnmente se fabrican a partir de procesos de estirado o fresado a partir de bloques de metal o por medio de forjado o vaciado de precisión. Con respecto al material con el que se fabrican, los más utilizados son el acero inoxidable 403,422 y A-286, siendo el primero el estándar en la industria actual. El acero inoxidable 422 y A-286 se usa en secciones donde el material se expone a altas temperaturas.

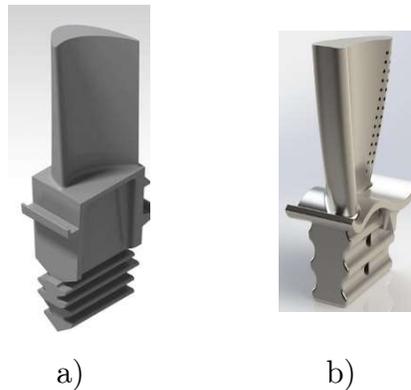


Fig. 12: a) Álabe recto b) Álabe curvado y torcido

2.2.2 Triángulos de velocidad para turbinas axiales

El triángulo de velocidades, mostrado en la Fig. 13 es un diagrama que relaciona las componentes lineal y relativa de las velocidades de entrada y salida en una etapa de una turbina.

Este triángulo permite obtener además las velocidades absolutas del fluido dentro de la turbina, de tal suerte que queden relacionadas con la Ecuación de Euler (Ec. 1), que a su vez expresa la cantidad de energía por unidad de masa intercambiada en el rodete de la turbina.

$$L_u = \omega(C_{1u}r_1 - C_{2u}r_2) \quad (1)$$

Donde

L_u Es la cantidad de energía de salida por unidad de masa

ω Es la velocidad angular del rotor

r_1, r_2 Radio de entrada y salida del rodete

C_{1u}, C_{2u} Componentes circunferenciales de la velocidad absoluta del fluido a la entrada y salida

Las partes del triángulo de velocidad son las siguientes:

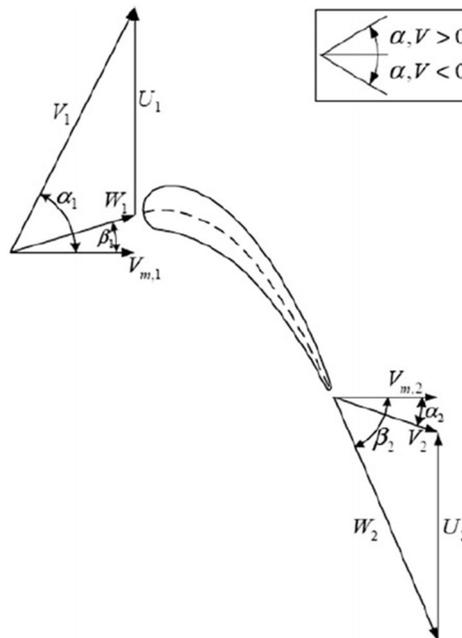


Fig. 13: Triángulo de velocidades de un álabe (Zou, 2018)

Donde:

C_1, C_2 Velocidades absolutas a la entrada y salida del rotor

W_1, W_2 Velocidades relativas a la entrada y salida rotor

U_1, U_2 Velocidad del rotor

β_1, β_2 Ángulos de incidente de entrada y salida del álabe

α_1, α_2 Ángulos relativos de entrada y salida del fluido

2.2.3 Flujos de fluido en los álabes

El flujo de un fluido en los pasajes de los álabes es sumamente complejo, transitorio y dentro del mismo ocurren fenómenos propios de la configuración de la turbomáquina.

El primer fenómeno a considerar es el efecto del comportamiento de la capa límite en los álabes de la turbina. En las paredes de los álabes, como en cualquier otro tipo de geometría se forma al pasar el fluido una capa límite con un grosor δ específico. En lugares donde hay un cambio de curvatura en la pared, o en zonas de gradientes adversos de presión, como en la propia superficie del álabe, ocurre una separación de la capa límite. Esta separación en tales zonas trae consigo un efecto considerable en el comportamiento aerodinámico del álabe, donde en casos críticos puede incluso existir un retroceso en el flujo del fluido alrededor del álabe provocando estancamiento del rotor. Es por eso que el fenómeno de separación de capa límite debe ser estrictamente controlado Zou (2018).

Otro fenómeno en el flujo dentro de los álabes son las estelas (mostradas en la Fig. 14) en dirección contraria al fluido principal Anderson (1985). Estas corrientes se forman a partir de las capas límite del lado de succión y presión, desacelerando el fluido y empujándolo del lado de presión hacia el lado de succión. Sonoda y Arima (2006). Las estelas tienen gran impacto en las capas límite de las etapas consecuentes y flujos secundarios y además es considerado como altamente inestable. Acharya (2005); Mahmood (2005).

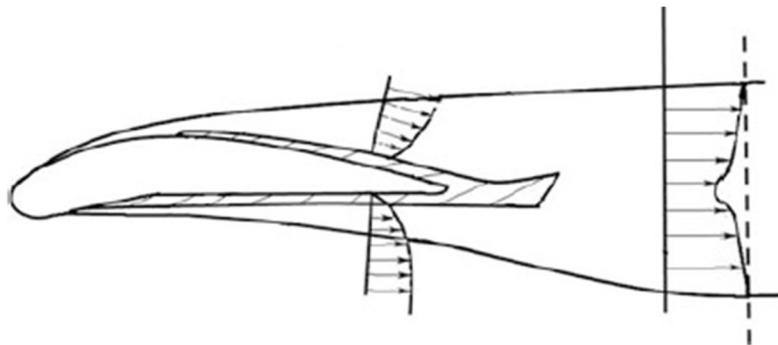


Fig. 14: Flujo invertido en forma de estelas (Zou, 2018)

Por otro lado, aquellos flujos que son inconsistentes con el flujo principal se llaman flujos secundarios en forma de vórtices de fuga o vórtices alrededor de la pared del álabe. Los primeros se forman cerca de las puntas superiores del álabe debido a la diferencia de presión en los lados de la parte superior del álabe y la carcasa que está

por arriba que hace que el flujo vaya del lado succión al lado presión, pasando por la punta superior del álabe mezclándose con el flujo principal (Fig. 15). y los segundos a través de las paredes y pasajes de los mismos, siendo uno de los fenómenos que más grado de pérdida aerodinámica generan (Fig.16). Lampart (2007).

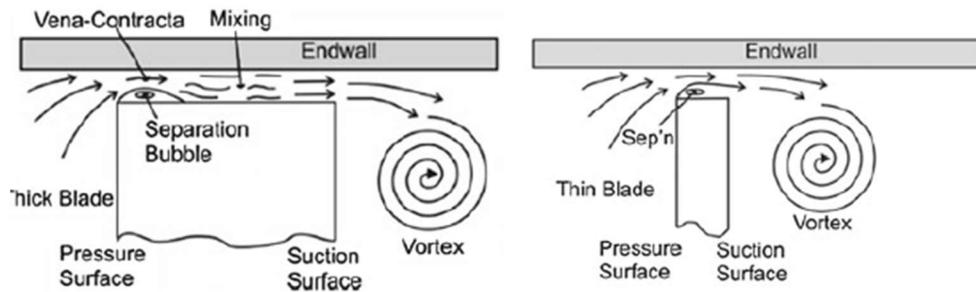


Fig. 15: Flujo en las puntas del álabe (Zou,2018)

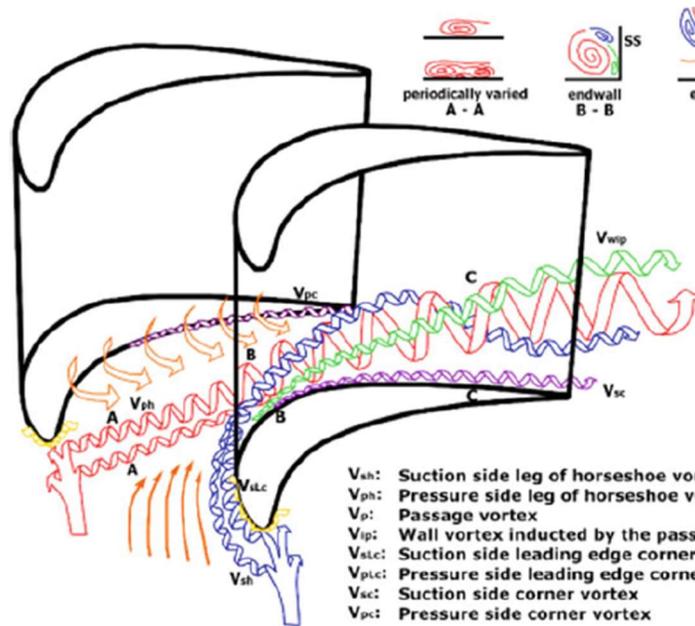


Fig. 15: Diferentes flujos en el álabe (Zou, 2018)

El flujo en los álabes también se ve influenciado por el campo de presión; a este campo se le llama *campo potencial* e incluye las ondas de choque, de expansión y los campos de presión cambiantes en alguna otra área, este campo está determinado por la *carga*

del álabe, es decir la diferencia de presión entre la superficie de succión y presión del álabe. En algunas ocasiones, al expandirse el vapor, se acelera a medida que la presión de fondo disminuye. Cuando la presión de fondo disminuye a un cierto nivel, se forman zonas supersónicas en la parte de máxima curvatura del álabe, en donde se formará una onda de choque; si la presión de fondo sigue disminuyendo, el flujo en la zona de presión y succión se separarán del borde de salida a un alto número de Mach, provocando

3. Herramientas numéricas

3.1 Métodos de perfilado de secciones aerodinámicas

Como se dijo anteriormente, el parametrizado de secciones aerodinámicas es importante ya que a través del mismo se construyen los perfiles aerodinámicos que serán apilados para construir un álabe, haciéndose este procedimiento utilizando software de diseño asistido por computadora o de manera analítica a través de la representación de curvas mediante B-splines Racionales no Uniformes. A través del tiempo se ha investigado la forma de minimizar el número de parámetros con el que estas curvas se representan conservando la fidelidad a la geometría de referencia o deseada. A continuación, se detallan algunos métodos de perfilado de secciones aerodinámicas más comunes, algunos métodos tienen ventajas sobre otros, como rapidez de convergencia o espectro de aplicabilidad a geometrías complejas.

3.1.1 Parametrización de Bézier

Según Derksen y Rogalsky (2010), en este método el álabe queda representado por medio de dos curvas: Lado succión y lado presión y una función de distribución de espesor la cual al sustraerse o sumarse a la línea media de curvatura se forman las superficies superiores y posteriores de la sección aerodinámica. Según Salunke (2014), una curva de Bézier de grado n está definida por $(n+1)$ puntos de control, por ejemplo, una curva de Bézier de cuarto grado, como la mostrada en la Fig. 16, será conducida por cinco puntos de control.

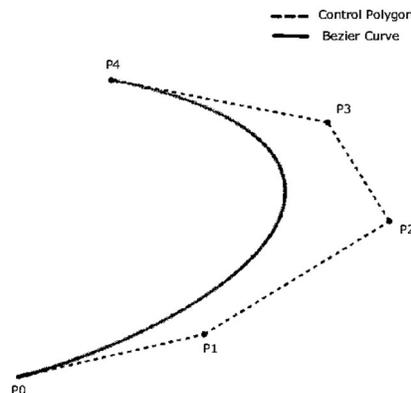


Fig. 16: Curva de Bézier de cuarto grado (Lizarraga, 2008)

Las funciones mezcla de las curvas de Bézier son los polinomios de Bernstein, cuya forma general se denota en la Ecuación 2.

$$P(x) = \sum_{i=0}^n c_i B_i^n(x) \quad (2)$$

Donde c_i son los puntos de control del polinomio y B_i^n es el polinomio de Bernstein Base dado por la Ecuación 3:

$$B_i^n = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i \quad (3)$$

Donde el término $\binom{n}{i}$ es un coeficiente binomial expresado en la Ecuación 4

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (4)$$

3.1.2 Método PARSEC

Este método propuesto por Sobieczky (1998), utiliza once parámetros básicos para definir la forma del álabo, listados en la Tabla 1.

TABLA 1: Parámetros de construcción del método PARSEC

Parámetro	Descripción
r_{le}	Radio del borde de entrada
x_{up}, x_{lo}	Ubicación de la cresta superior en inferior
z_{up}, z_{lo}	Ubicación de la cresta superior en inferior
$z_{xx,up}, z_{xx,lo}$	Curvatura superior e inferior en la cresta
Δz_{te}	Grosor del borde de salida
z_{te}	Coordenada vertical del borde de salida
β_{te}	Ángulo de inclinación del borde de salida
α_{te}	Dirección del borde de salida

La representación gráfica de los parámetros anteriores se muestra en la Fig. 17.

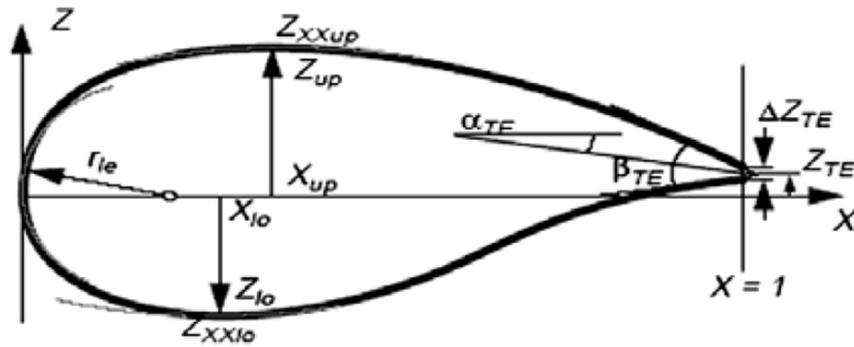


Fig. 17: Representación gráfica de los parámetros del método PARSEC (Salunke, 2014)

La forma del álabo para el lado de presión y succión está descrita por la siguiente función de combinación lineal:

$$z(x) = \sum_{n=1}^6 a_n x^{n-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Donde a_n son los coeficientes determinados por la Ecuación 6.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 x_{te}^{\frac{1}{2}} & x_{te}^{\frac{3}{2}} & x_{te}^{\frac{5}{2}} & kx_{te}^{\frac{7}{2}} & kx_{te}^{\frac{9}{2}} & x_{te}^{\frac{11}{2}} \\
 x_{up}^{\frac{1}{2}} & x_{up}^{\frac{3}{2}} & x_{up}^{\frac{5}{2}} & x_{up}^{\frac{7}{2}} & x_{up}^{\frac{9}{2}} & x_{up}^{\frac{11}{2}} \\
 \frac{1}{2}x_{te}^{-\frac{1}{2}} & \frac{3}{2}x_{te}^{\frac{1}{2}} & \frac{5}{2}x_{te}^{\frac{3}{2}} & \frac{7}{2}x_{te}^{\frac{5}{2}} & \frac{9}{2}x_{te}^{\frac{7}{2}} & \frac{11}{2}x_{te}^{\frac{9}{2}} \\
 \frac{1}{2}x_{up}^{-\frac{1}{2}} & \frac{3}{2}x_{up}^{\frac{1}{2}} & \frac{5}{2}x_{up}^{\frac{3}{2}} & \frac{7}{2}x_{up}^{\frac{5}{2}} & \frac{9}{2}x_{up}^{\frac{7}{2}} & \frac{11}{2}x_{up}^{\frac{9}{2}} \\
 -\frac{1}{4}x_{up}^{-\frac{3}{2}} & \frac{3}{4}x_{up}^{-\frac{1}{2}} & \frac{15}{4}x_{up}^{\frac{1}{2}} & \frac{35}{4}x_{up}^{\frac{3}{2}} & \frac{53}{4}x_{up}^{\frac{5}{2}} & \frac{99}{4}x_{up}^{\frac{7}{2}}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 a_1 \\
 a_2 \\
 a_3 \\
 a_4 \\
 a_5 \\
 a_6
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \sqrt{2r_{te}} \\
 z_{te} + \frac{\Delta z_{te}}{2} \\
 z_{up} \\
 \tan(\alpha_{te} - \beta_{te}) \\
 0 \\
 z_{xx,up}
 \end{bmatrix} \quad (6)$$

3.1.3 Método de Sobieczky

Este método propone corregir las deficiencias que el método PARSEC tiene en la definición del borde de salida del álabe a través de dar a este mismo una forma cóncava, llamándole *borde de salida divergente*, como se muestra en la Fig. 18.

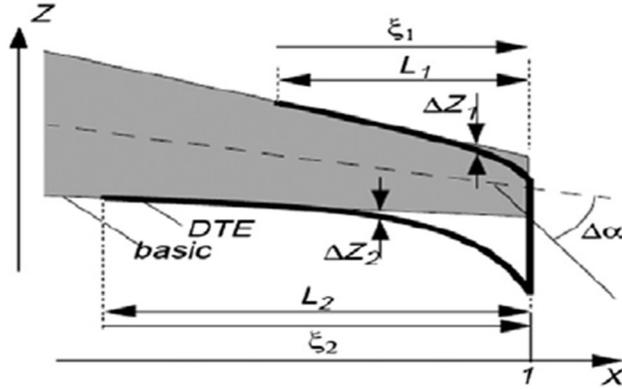


Fig. 18: Representación gráfica de los parámetros del método Sobieczky (Salunke, 2014)

Como se observa en la Fig. 18, Δz representa el incremento en el grosor del borde de salida, los parámetros $\Delta\alpha$, $L1$, $L2$ gobiernan el grosor Δz . El ángulo $\Delta\alpha$ es también el ángulo de salida del álabe. La modificación de este método en el tratamiento del borde de salida permite que se use en combinación con el método PARSEC.

3.2 Interpolación Transfinita (TFI)

3.2.1 Interpolación Transfinita en dos dimensiones

De acuerdo a Thompson, Soni et al. (1999); la interpolación Transfinita (TFI) es una interpolación multivariada que es utilizada para la generación de mallas algebraicas. Este método relaciona un dominio matemático computacional en forma de un paralelepípedo rectangular con dominio físico de forma arbitraria con lados correspondientes como se muestra en la Fig. 19. El dominio físico es donde se desea la solución del conjunto de Ecs. y define la forma que tomará la malla en cuestión. La principal ventaja de la TFI en aplicaciones CAD es que las mallas creadas por esta técnica son conformes a las fronteras del dominio físico; además, al ser un método algebraico de generación de malla, la TFI es capaz de crear mallas de calidad excelente en forma rápida.

Además, el método puede extenderse y explotarse al dividir el dominio físico en varias partes o regiones al implementar la interpolación Hermitiana utilizando polinomios de orden superior o funciones mezcla para evitar discontinuidades

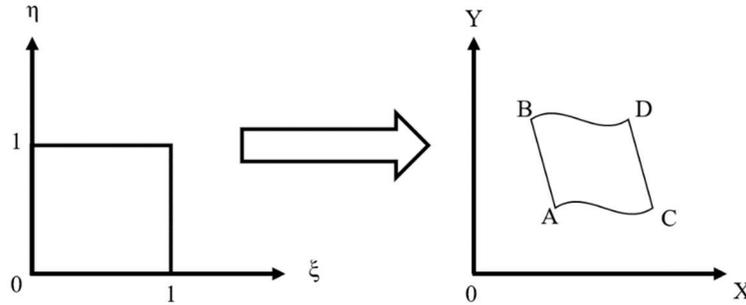


Fig. 19: Relación entre un dominio matemático y un dominio físico

La transformación proyectora:

$$P_{\xi}(\xi, \eta) = (1 - \xi)r(0, \eta) + \xi r(1, \eta) \quad (6)$$

Mapea puntos en el dominio matemático a puntos o vectores posición en el dominio físico, en el cual los lados AC y BD se convierten en lados rectos y se conservan los lados CD y AB .

Por otro lado, la transformación proyectora:

$$P_{\eta}(\xi, \eta) = (1 - \eta)r(\xi, 0) + \eta r(\xi, 1) \quad (7)$$

Mapea puntos en el dominio matemático a puntos o vectores posición en el dominio físico, en el cual los lados AB y CD se convierten en lados rectos y se conservan los lados AC y BD , de tal manera que la transformación conmutativa:

$$P_{\xi}P_{\eta} = P_{\eta}P_{\xi} \quad (8)$$

Mapeará un cuadrilátero con vértices $ABCD$. Por último, se puede demostrar que:

$$P_{\xi}P_{\xi} = P_{\xi} \quad (9)$$

Luego la proyección

$$P_{\xi} \oplus P_{\eta} = P_{\xi} + P_{\eta} - P_{\xi}P_{\eta} \quad (10)$$

Es la transformación compuesta que mapea las fronteras del dominio matemático en las fronteras curvas del dominio $ABDC$ y es la base de la Interpolación Transfinita en dos dimensiones. La formulación completa de la Ecuación 10 es:

$$\begin{aligned} (P_{\xi} \oplus P_{\eta})(\xi, \eta) &= P_{\xi}(\xi, \eta) + P_{\eta}(\xi, \eta) - P_{\xi}P_{\eta}(\xi, \eta) \\ &= (1 - \xi)r(0, \eta) + \xi r(1, \eta) + (1 - \eta)r(\xi, 0) + \eta r(\xi, 1) \\ &\quad - (1 - \xi)(1 - \eta)r(0, 0) - (1 - \xi)\eta r(0, 1) \\ &\quad - (1 - \eta)\xi r(1, 0) - \xi\eta r(1, 1) \end{aligned} \quad (11)$$

La malla será generada por la ecuación 11 tomando valores discretos ξ_i y η_j con los siguientes rangos de tal manera que los puntos de la malla estén equiespaciados en el dominio computacional.

$$0 \leq \xi_i \leq 1 \quad y \quad 0 \leq \eta_j \leq 1$$

Donde

$$\xi_i = \frac{i - 1}{m - 1} \quad y \quad \eta_j = \frac{j - 1}{n - 1}$$

Con los rangos

$$i = 1, 2, \dots, m \quad j = 1, 2, \dots, n$$

3.2.2 Interpolación Transfinita en tres dimensiones

La interpolación transfinita en dos dimensiones puede extenderse a una de tercera dimensión añadiendo la componente ζ y z en los ejes de referencia del dominio matemático y físico respectivamente, de tal manera se relacione un cubo unitario con un dominio físico en tres dimensiones, como lo muestra la Fig. 20.

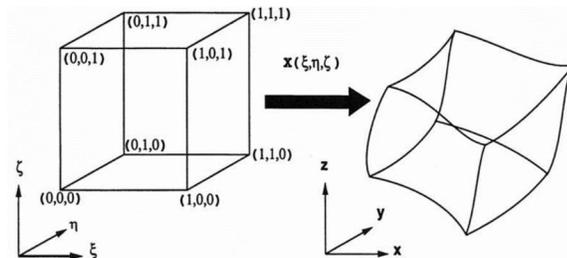


Fig. 20: Relación entre un dominio matemático y dominio físico en tercera dimensión (Thompson, 1998)

Donde las transformaciones proyectoras están definidas de la siguiente manera:

$$P_\xi(\xi, \eta, \zeta) = (1 - \xi)r(\mathbf{0}, \eta, \zeta) + \xi r(\mathbf{1}, \eta, \zeta) \quad (12)$$

$$P_\eta(\xi, \eta, \zeta) = (1 - \eta)r(\xi, \mathbf{0}, \zeta) + \eta r(\xi, \mathbf{1}, \zeta) \quad (13)$$

$$P_\zeta(\xi, \eta, \zeta) = (1 - \zeta)r(\xi, \eta, \mathbf{0}) + \zeta r(\xi, \eta, \mathbf{1}) \quad (14)$$

El producto tensorial bilinear $P_\xi P_\eta$ se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_\xi P_\eta(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi)(1 - \eta)r(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \zeta) + (1 - \xi)\eta r(\mathbf{0}, \mathbf{1}, \zeta) \\ &\quad + \xi(1 - \eta)r(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \zeta) + \xi\eta r(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \zeta) \end{aligned} \quad (15)$$

De manera similar:

$$\begin{aligned} P_\eta P_\zeta(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \eta)(1 - \zeta)r(\xi, \mathbf{0}, \mathbf{0}) + (1 - \eta)\zeta r(\xi, \mathbf{0}, \mathbf{1}) \\ &\quad + \eta(1 - \zeta)r(\xi, \mathbf{1}, \mathbf{0}) + \eta\zeta r(\xi, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} P_\xi P_\zeta(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi)(1 - \zeta)r(\mathbf{0}, \eta, \mathbf{0}) + (1 - \xi)\zeta r(\mathbf{0}, \eta, \mathbf{1}) \\ &\quad + \xi(1 - \zeta)r(\mathbf{1}, \eta, \mathbf{0}) + \xi\zeta r(\mathbf{1}, \eta, \mathbf{1}) \end{aligned} \quad (17)$$

La transformación tri lineal interpolante dada por la ecuación 18 mapea el cubo unitario a una región del dominio físico con los mismos vértices, pero con líneas rectas que los unen.

$$\begin{aligned} P_\xi P_\eta P_\zeta(\xi, \eta, \zeta) &= (1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta)r(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) \\ &\quad + \xi(1 - \eta)(1 - \zeta)r(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) + (1 - \xi)\eta(1 - \zeta)r(\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0}) \\ &\quad + (1 - \xi)(1 - \eta)\zeta r(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{1}) + \xi\eta(1 - \zeta)r(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}) \\ &\quad + \xi(1 - \eta)\zeta r(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}) + (1 - \xi)\eta\zeta r(\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \\ &\quad + \xi\eta\zeta r(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}) \end{aligned} \quad (18)$$

Por último, la formulación Booleana de la suma $P_{xi} \oplus P_\eta \oplus P_\zeta$ queda indicada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P_\xi \oplus (P_\eta \oplus P_\zeta) &= P_\xi \oplus (P_\eta + P_\zeta - P_\eta P_\zeta) \\ &= P_\xi + P_\eta + P_\zeta - P_\eta P_\zeta \\ &\quad - P_\xi P_\eta - P_\xi P_\zeta + P_\xi P_\eta P_\zeta \end{aligned} \quad (19)$$

La ecuación 19 generará una malla en el dominio físico por medio de interpolación trilineal tomando valores discretos de ξ, η, ζ . Para usar esta formulación se necesita tener datos de frontera de las seis caras del dominio físico, incluyendo sus 12 aristas y 8 vértices. Por otro lado, si se tienen solamente datos de frontera de las doce aristas del dominio físico se puede utilizar el producto $P_\xi P_\eta \oplus (P_\eta P_\zeta \oplus P_\zeta P_\xi)$

4.2 Caso de estudio

Se aplicará la metodología estudiada en un álabe correspondiente al rotor de la primera etapa de una turbina de vapor de 25 MW real que opera la central eléctrica geotérmica Los Humeros II en la parte central de México. La geometría virtual de este álabe se muestra en la Fig. 22.

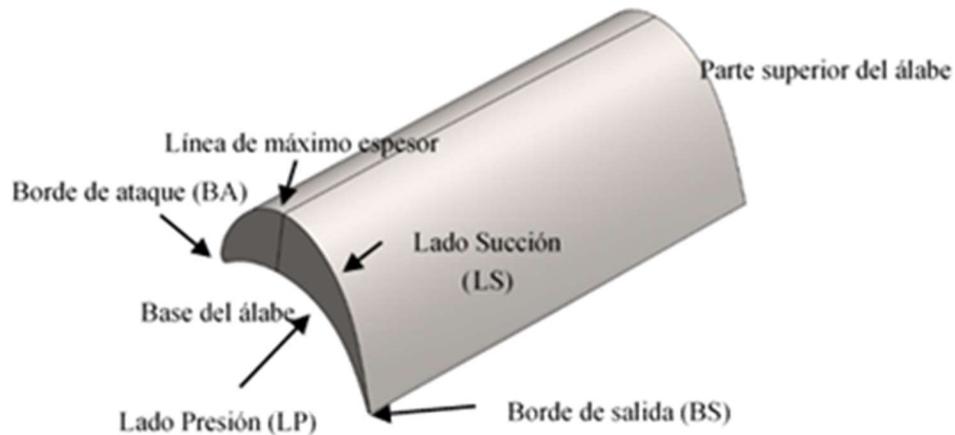


Fig. 22: Geometría correspondiente al caso de estudio

Algunos datos técnicos de relevancia se listan a continuación:

- Etapas de la turbina: 7
- Potencia neta: 25 MW
- Presión de entrada: 8 bar a temperatura de saturación
- Presión de salida: 0.102 bar a temperatura de saturación
- Flujo de entrada: 184.91 toneladas por hora
- Calidad del vapor: 99.9%
- Temperatura de bulbo húmedo: 6.6 °C

4.3 Extracción de datos

Encontrar el punto con el mínimo radio de curvatura, mostrado en la Fig. 23, en los lados del borde de ataque y borde de salida significa que se han encontrado los puntos iniciales y finales de la línea media de curvatura. Después la línea media de curvatura discretizada en los lados superior e inferior fue obtenida al calcular el punto medio entre los puntos correspondientes en los lados de presión y succión, como se muestra en la Fig. 24.

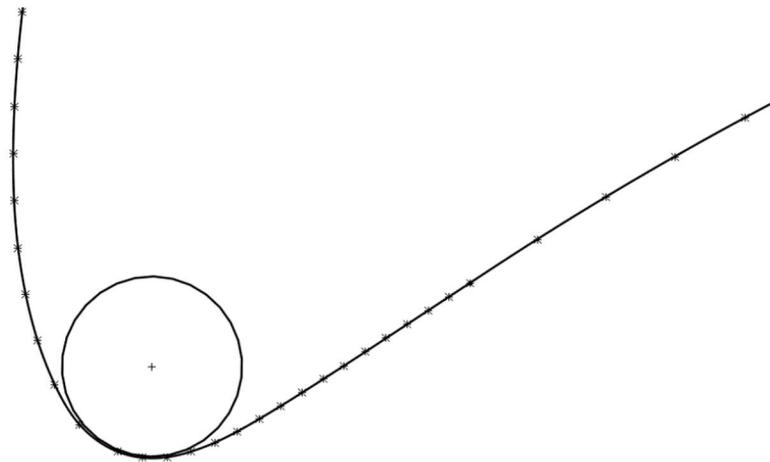


Fig. 23: Radio mínimo de curvatura en el borde de ataque

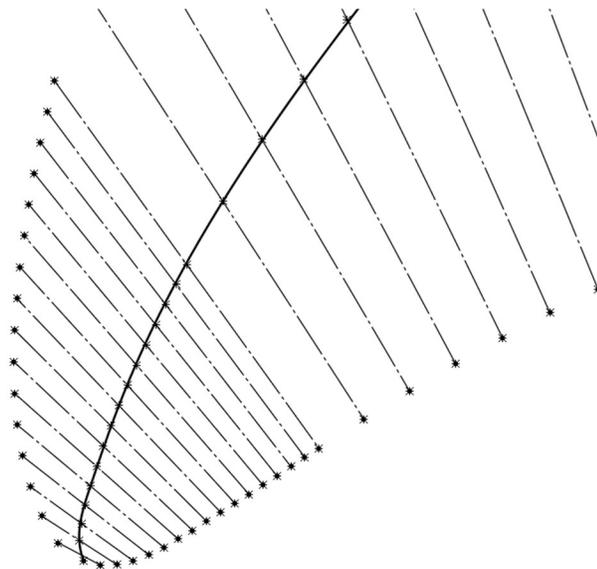


Fig. 24: Graficación de la Línea Media de Curvatura

Después, usando un paquete de diseño asistido por computadora, las líneas de envergadura correspondientes al borde de ataque y de salida fueron discretizadas, definiendo el *marco del álabe*, mostrado en la Fig. 25(a). Luego, la *superficie media de curvatura*, cuyas fronteras son las líneas medias de curvatura de los lados opuestos y las líneas de la envergadura es creada, como se muestra en la Fig. 25(b). Es importante decir que el problema de generar esta superficie puede tener múltiples soluciones conformes a sus fronteras, pero cada una representa un comportamiento en su forma de manera diferente; en el caso de interés y de acuerdo a la distancia de separación entre las superficies del álabe generado y el modelo nominal, la superficie presentada representa la solución más cercana al álabe real. Finalmente, esta superficie fue mallada bidireccionalmente utilizando la interpolación transfinita (TFI) obteniendo el *esqueleto de la superficie media de curvatura*, mostrado en la Fig. 25(c). Como se explicó en la sección 3.2, la utilización de la TFI permite generar una malla conforme a las fronteras pre establecidas de la superficie media de curvatura de manera rápida y precisa.

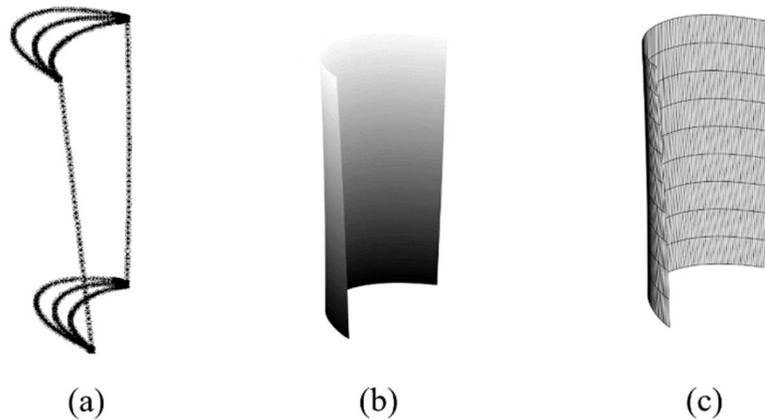


Fig. 25: a) Marco del álabe b) superficie media de curvatura; c) esqueleto del álabe.

En el caso de interés, el dominio físico está delimitado por las líneas del borde de entrada, borde de salida, y las líneas medias de curvatura de la raíz y tapa del álabe. En cuanto a las direcciones lógicas del dominio matemático, la dirección (ξ) comienza desde el borde de ataque (r_l) hasta el borde de salida (r_r). La segunda dirección (η) va desde la base del álabe (r_b) hasta la parte superior (r_t).

Como se muestra en la Fig. 26. Además, se satisfacen las siguientes condiciones de consistencia:

$$A = r_b(0), r_l(0) \tag{20}$$

$$B = r_t(0), r_l(1) \tag{21}$$

$$C = r_b(1), r_r(0) \tag{22}$$

$$D = r_r(1), r_t(1) \tag{23}$$

A, B, C, D son los cuatro vértices del dominio físico.

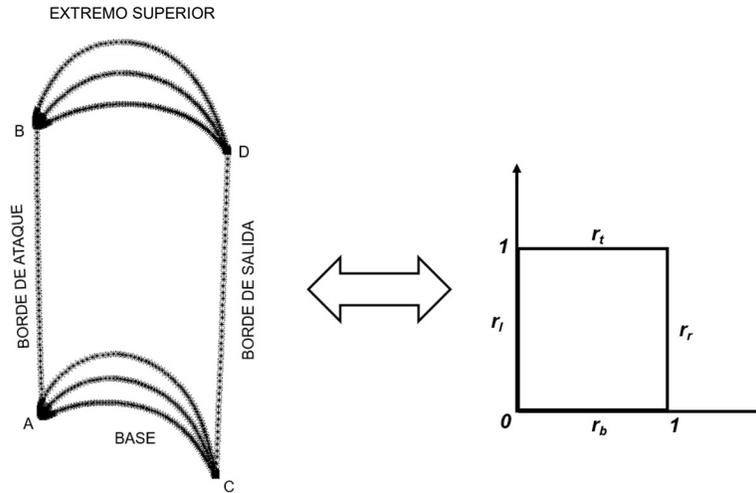


Fig. 26: Relación entre dominio físico y dominio computacional

De acuerdo a Delgado et al. (2020), el algoritmo para la generación de la malla queda establecido a continuación de la siguiente manera, donde m y n son el número de puntos elegidos sobre el eje horizontal y vertical.

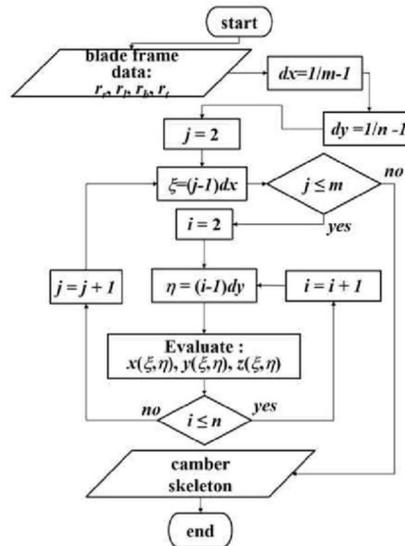


Fig. 27: Algoritmo para la generación de la malla (Delgado et al. 2020)

Las Ecs. 24-26 se utilizaron para obtener los puntos de la malla en el dominio físico:

$$x(\xi, \eta) = (1 - \xi)x_l(\eta) + \xi x_r(\eta) + (1 - \eta)x_b(\xi) + \eta x_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)x_b(0) - (1 - \xi)\eta x_t(0) - (1 - \eta)\xi x_b(1) - \eta\xi x_t(1) \quad (24)$$

$$y(\xi, \eta) = (1 - \xi)y_l(\eta) + \xi y_r(\eta) + (1 - \eta)y_b(\xi) + \eta y_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)y_b(0) - (1 - \xi)\eta y_t(0) - (1 - \eta)\xi y_b(1) - \eta\xi y_t(1) \quad (25)$$

$$z(\xi, \eta) = (1 - \xi)z_l(\eta) + \xi z_r(\eta) + (1 - \eta)z_b(\xi) + \eta z_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)z_b(0) - (1 - \xi)\eta z_t(0) - (1 - \eta)\xi z_b(1) - \eta\xi z_t(1) \quad (26)$$

La Fig. 28 muestra la inserción de diez planos de corte que fueron ortogonalmente apilados sobre las líneas horizontales de la malla del esqueleto del álabe; después los perfiles aerodinámicos impresos en esos planos fueron extraídos al convertir las líneas de corte sobre los planos en curvas. Luego, tales curvas fueron discretizadas, obteniendo los puntos discretizados de los perfiles de las diez secciones del álabe, mostrados en la Fig. 29.

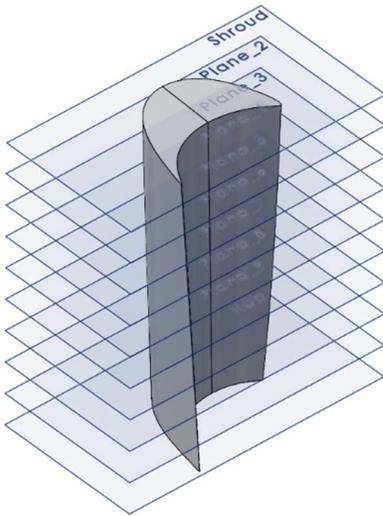


Fig. 28: Planos de corte apilados en la geometría del álabe

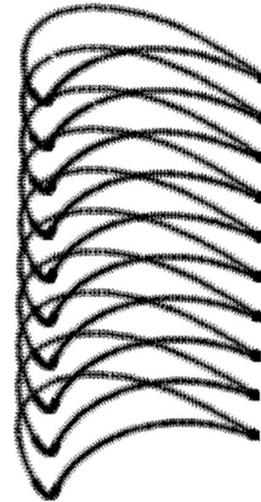


Fig. 29: Perfiles aerodinámicos discretizados

4.3.1 Información geométrica del álabe.

El análisis geométrico de los perfiles aerodinámicos extraídos en la sección anterior reveló que el modelo virtual presenta una distribución variable de espesor en la dirección de la envergadura, como se muestra en la Fig. 30, (donde BA y BS corresponden al Borde de Ataque y Salida, respectivamente y LMC es línea media de curvatura). Es evidente que el grosor máximo se alcanza en la parte central del álabe infiriendo que la evolución del grosor está presente en esa misma parte del álabe. La evolución del grosor en un álabe está relacionada con su comportamiento aerodinámico y un impacto además en su desempeño mecánico.

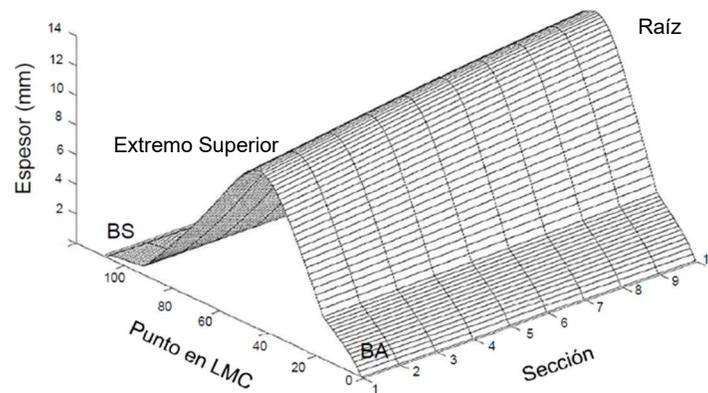


Fig. 30: Distribución del espesor del álabe

Además, el análisis de los ángulos de incidencia por sección, mostrados en la Fig. 10 y graficados en la Fig. 31 demuestra además que el álabe posee un grado de torcedura; este efecto se puede ver de mejor manera si se realiza una proyección en 2D sobre la cara superior del álabe, como se ilustra en la Fig. 32.

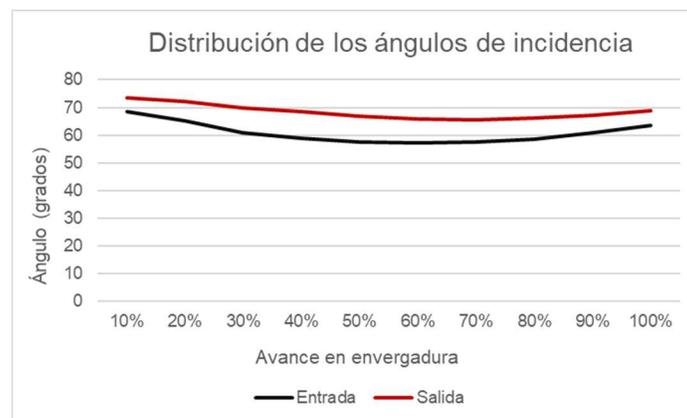


Fig. 31: Distribución de los ángulos de incidencia del álabe

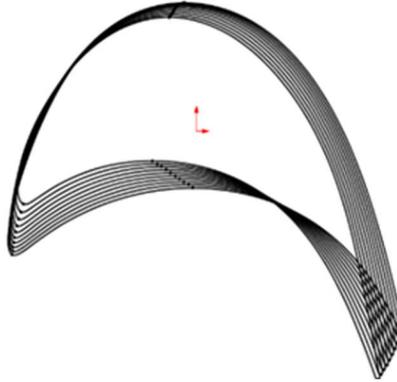


Fig. 32: Proyección en 2D de la parte superior del álabe

4.4 Etapa de reconstrucción

Una vez que se extrajeron las diez secciones de referencia del paso anterior, y a fin de reducir la complejidad de las curvas, los lados presión y succión de los perfiles aerodinámicos se particionan óptimamente en cuatro partes consecutivas como se muestra en la Fig. 33. Después, cada curva es reconstruida mediante un polinomio de Bernstein de cuarto grado, representado en la siguiente Ecuación:

$$P(x)^k = \sum_{i=0}^{n=4} C_i^{(k)} B_i^4(x) \quad (27)$$

Donde c_i^k son los puntos de control correspondientes a la k-ésima pieza polinomial de las curvas del lado de succión o presión. Debido a los puntos compartidos entre tales curvas, c_0^k y c_4^k son siempre conocidos tanto en el lado de succión como en el lado de presión, así que, de acuerdo a la Fig. 33:

$$c_4^1 = c_0^2 ; c_4^2 = c_0^3 ; c_4^3 = c_0^4$$

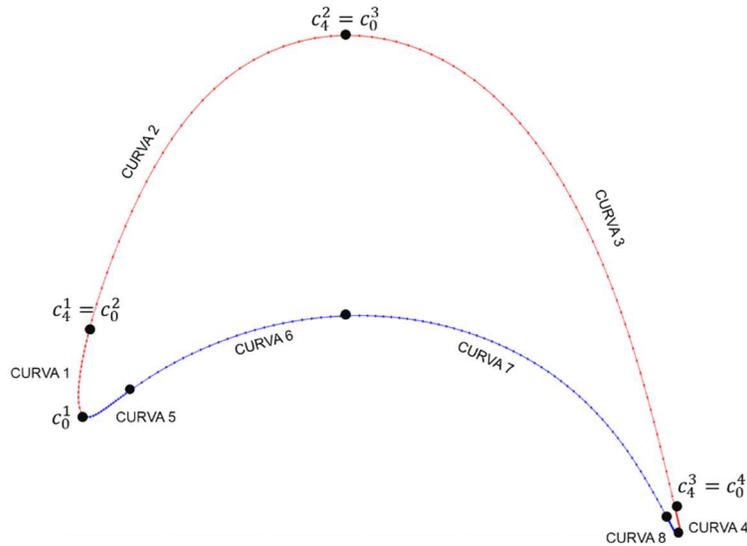


Fig. 33: Partición de las curvas de un perfil aerodinámico

Después la forma tridimensional del álabes debe ser establecida mediante el apilamiento de las distintas secciones sobre la envergadura del álabes cuya curvatura está definida por un ángulo del mismo nombre.

El ángulo de curvatura curva y dobla el álabes en dirección circunferencial y el ángulo de barrido determina el grado de libertad en el cual las secciones aerodinámicas se apilarán, Zou (2018). A fin de producir resultados precisos, la técnica de perfilado en 3D debe ser ortogonal, esto significa que cada perfil aerodinámico debe estar relacionado con su propio conjunto de parámetros a fin de que, si se considera la optimización, esta pueda ser llevada a cabo de manera fácil.

Posteriormente, las diez secciones aerodinámicas extraídas en la sección 4.1 son apiladas en las líneas de la malla del esqueleto del álabes, como se muestra en la Fig. 34. El procedimiento anterior permite la asignación independiente de parámetros a cada perfil aerodinámico. Después, una interpolación Lagrangiana permitió el perfilado automático de más secciones aerodinámicas entre las diez secciones de referencia. Finalmente, se generaron las superficies laterales del álabes entre el total de secciones apiladas, esta aproximación ha sido aplicada exitosamente a la replicación de una turbina hidráulica Francis, obteniendo resultados aceptables, Delgado (2020); sugiriendo que geometrías similares, como los álabes contenidos en bombas y compresores pueden ser replicados también.

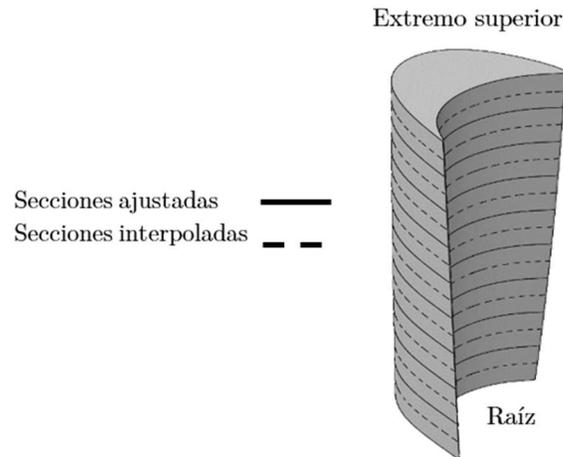


Fig. 34: Partición de las curvas de un perfil aerodinámico

4.5 Etapa de evaluación del error

A fin de evaluar el ajuste entre el álabe original y el álabe reconstruido, la Ecuación 28 fue establecida.

$$D_i = |\cos(\alpha) x_i + \cos(\beta) y_i + \cos(\gamma) z_i + d| \quad (28)$$

Esta ecuación calcula la desviación D_i entre los planos que contienen las componentes de los vectores normales a la superficie d , dada por la Ecuación 29 y los puntos de la malla (x_i, y_i, z_i) creados por el producto tensorial presentado en la Fig. 26 y las Ecs. 24-26.

$$\cos(\alpha) x + \cos(\beta) y + \cos(\gamma) z = d \quad (29)$$

5. Resultados

5.1 Aproximación cuantitativa

Los resultados numéricos se presentan en la tabla 2 y representan la desviación o distancia entre los puntos de las superficies de succión y presión de los álabes real y reconstruido; de esta tabla se observa que los valores de las desviaciones se ubicaron por debajo de los 0.0192 mm y 0.0012 mm en los lados de presión y succión.

TABLA 2: Conjunto de desviaciones en lado presión y succión

Secciones Totales	Puntos Totales	Lado de Succión			Lado de Presión		
		Error Promedio (mm)	Error Máximo (mm)	Error Mínimo (mm)	Error Promedio (mm)	Error Máximo (mm)	Error Mínimo (mm)
19	4104	0.0007	0.0192	0	0.0001	.00120	0
37	7992	0.0006	0.0187	0	0.0001	.00432	0
73	15768	0.0006	0.0184	0	.0000307	.000380	0
145	31320	0.0006	0.0183	0	.0000169	.000223	0
289	62424	0.0006	0.0182	0	.00000750	.000108	0
577	124632	0.0006	0.0182	0	.00000378	.0000404	0

Por otra parte, las Figs. 35 y 36 muestran el valor de la distancia D_i , en el lado de succión y presión respectivamente, dada por la Ecuación 28 a medida que se incrementa el número de secciones apiladas en el esqueleto del álabe. Sin embargo, en la Fig. 11, el error no tuvo una reducción numérica importante; esto es causado por una alta curvatura en este lado del álabe, lo cual hace que sus curvas se vuelvan más complejas y difíciles de ajustar. Estos resultados demuestran un buen ajuste incluso a una baja densidad de puntos; además las desviaciones presentadas están en línea con estudios previos, mostrados en la tabla 3.

TABLA 3: Comparacion con otros estudios

Metodo	Puntos	Desviación Máxima (mm)
Proposed	4104	0.0192
Bracco [19]	19669	0.0948753
Su [20]	-	0.06
Yu [21]	-	0.07

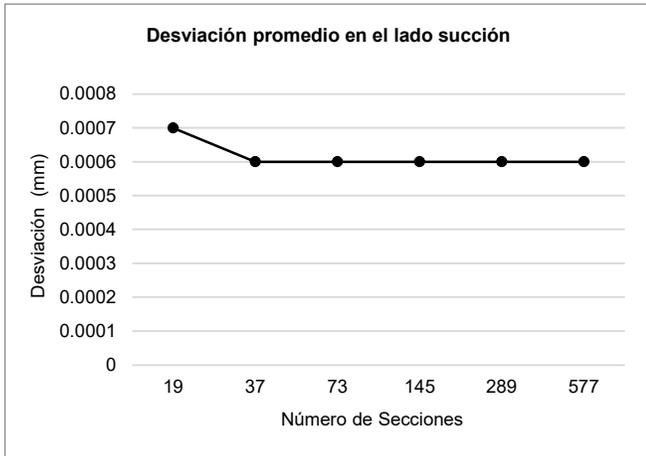


Fig. 35: Desviación promedio en el lado de succión

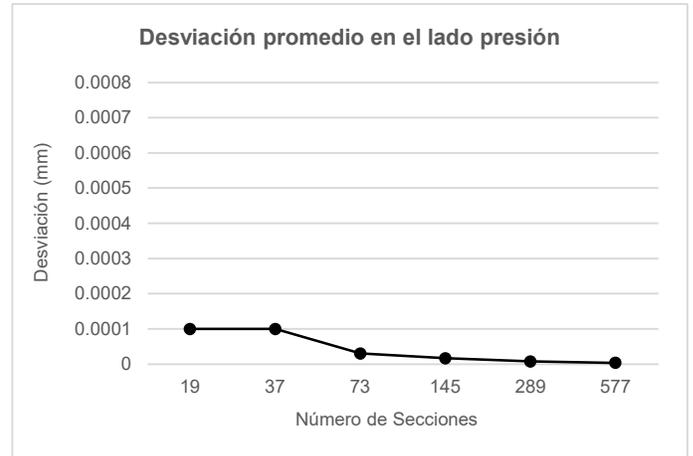


Fig. 36: Desviación promedio en el lado de presión

A fin de alcanzar variaciones aún más pequeñas en regiones difíciles de ajustar, se pueden insertar un mayor número de secciones en estas locaciones; adicionalmente es necesario analizar la conveniencia de esta operación en términos de recursos computacionales y de tiempo.

El cálculo del volumen del álabe reconstruido fue hecho a partir de la conversión de a archivos de estereolitografía (STL) de las superficies de lados de presión y succión y su ensamble a volumen en un paquete CAD. De acuerdo a la Fig. 37, se alcanza la convergencia con 145 secciones con un valor del volumen de 18841 mm^3 lo que corresponde a una desviación relativa de 7×10^{-4} con respecto al volumen original. En la misma figura se puede apreciar que no existen datos para 289 y 577 secciones, esto es causado debido a que el paquete CAD utilizado es incapaz de transformar a volumen cantidades excesivas de celdas generadas por el archivo STL las cuales incrementan conforme aumenta el número de secciones



Fig. 37: Volumen del álabe reconstruido respecto al número de secciones

5.2 Aproximación cualitativa

Las Figs. 38 y 39 muestran la distribución de las diferencias de forma entre las superficies del modelo reconstruido y el modelo nominal del álabe cuando se aumenta el número de secciones. La Fig. 39(a)-(c) muestra la reducción de las zonas de máxima desviación a medida que las secciones interpoladas aumentan. Por otro lado, en el lado de succión se mantiene una zona de desviación independiente de las secciones ajustadas; como se dijo anteriormente este efecto puede ser corregido al insertar una densidad mayor de secciones en esa zona y en otras donde el ajuste sea difícil. A pesar de que se alcanzaron desviaciones muy pequeñas con esta metodología, se debe realizar trabajo futuro con el objetivo de observar la influencia del ajuste en el ámbito aerodinámico y mecánico. Los siguientes pasos en esta investigación deberían incluir la validación de esta metodología al reconstruir un álabe deforme a fin de obtener un archivo de guías de herramienta que pueda ser utilizado en procesos reales de reparación de álabes.

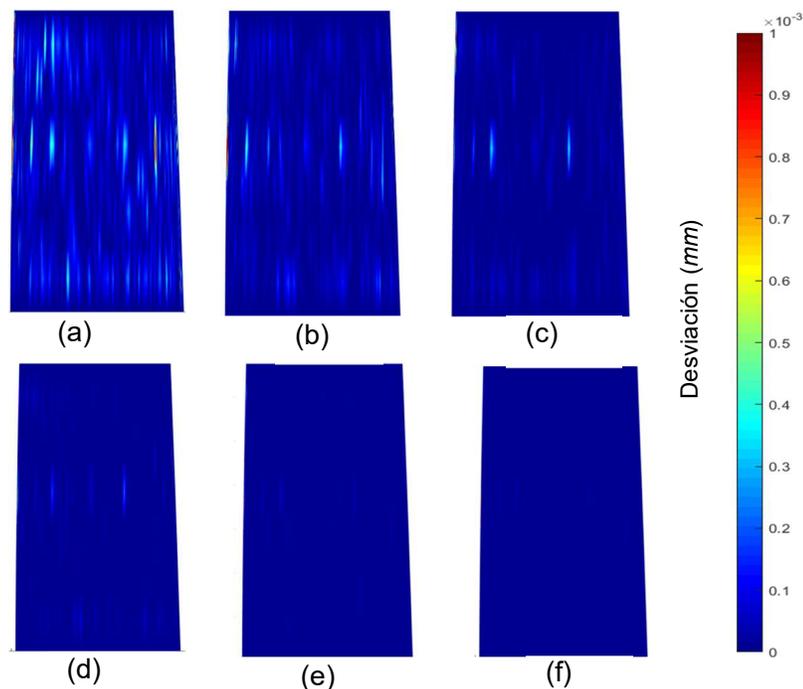


Fig. 38: Mapa de desviaciones en el lado de succión con a) 19 secciones; b) 37 secciones; c) 73 secciones; d) 145 secciones; e) 239 secciones; f) 577 secciones

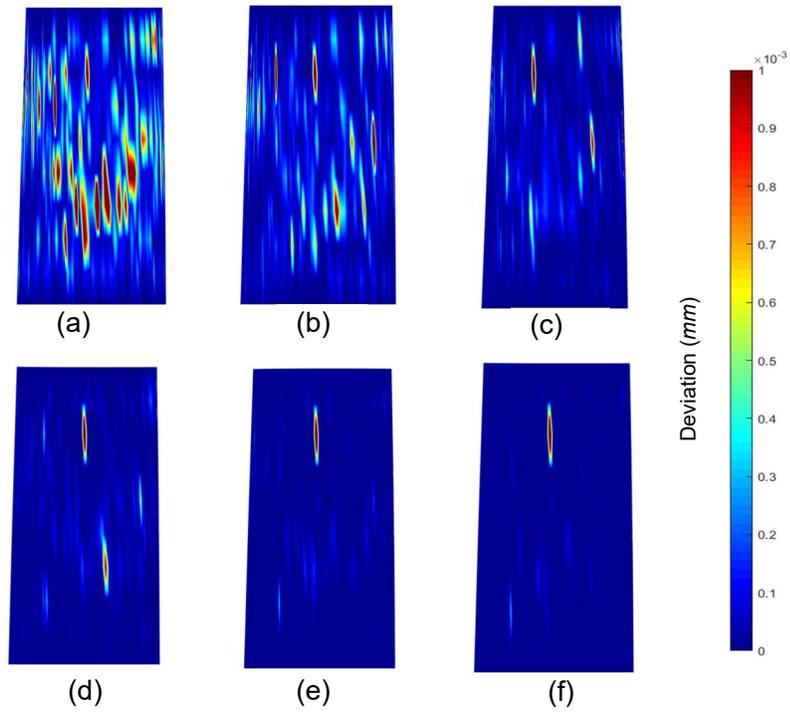


Fig. 39: Mapa de desviaciones en el lado de presión con a) 19 secciones; b) 37 secciones; c) 73 secciones; d) 145 secciones; e) 239 secciones; f) 577 secciones

6. Conclusiones

Como se explicó en la hipótesis, la presente metodología permitió la reconstrucción de un álabe con torcedura y sin defectos al combinar el perfilado paramétrico en dos dimensiones y la generación en 3D de parches. Adicionalmente se utilizaron un número mínimo de parámetros para definir el perfil aerodinámico, la Interpolación Transfinita permitió el apilamiento ortogonal de varias secciones aerodinámicas sobre las líneas de una malla conforme a las fronteras del marco del álabe; posteriormente una cantidad de perfiles aerodinámicos definida por el usuario fueron interpolados y apilados en la misma malla; después se generaron las superficies exteriores del álabe de manera continua y suave. Las aproximaciones obtenidas en los resultados sugieren que esta metodología podría ser aplicada para recuperar álabes gastados o para llevar a cabo un proceso de optimización.

6.1 Limitaciones

Existen aún áreas de oportunidad en el mejoramiento del ajuste del polinomio de Bernstein en algunas partes del álabe que están altamente curvadas, en estas áreas, como en el lado succión y en los bordes de ataque y de salida el ajuste aún puede mejorarse, el efecto de este fenómeno se hace notar en las zonas de menor ajuste que se mantienen incluso después de añadir un alto número de secciones como se mostró en la sección 5.2, por otra parte, a pesar de que esta metodología funciona con un número pequeño de parámetros, el número acumulado de parámetros a números elevados de secciones sigue siendo significativo. Por otra parte, al no tener un banco de pruebas físico y al ser complicado la obtención de un álabe real dañado y su contraparte sin daños la validación total del método es difícil.

6.2 Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro es necesario llevar a cabo simulaciones de Dinámica Computacional de Fluidos y de comportamiento mecánico en el álabe reconstruido y el álabe original, a fin de conocer las variaciones entre ellos y observar los efectos que tiene la reconstrucción en condiciones físicas. Se recomienda relacionar los parámetros geométricos con los de diseño del álabe para llevar a cabo un proceso de optimización.

Bibliografía

- [1] A Cerriteño, G Delgado, S Galván, F Domínguez and R Ramírez. (2020) “Reconstruction of the Francis 99 main runner blade using a hybrid parametric approach”. *Accepted in 30th Symposium on hydraulic machinery and systems* Laussane, Switzerland, October 2020.
- [2] Acharya, S. (2005). *Endwall cooling wit endwall contouring and leading-edge fillet*. Annual Reports Submitted to UTSR
- [3] Amsfeld, P., Bestle, D., and Meyer, M. “Direct 3D aerodynamic optimization of turbine blades with GPU-accelerated CFD”. *Advances in Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control in Engineering and Sciences*. Springer International Publishing, Switzerland (2015): pp. 197-207.
- [4] Anderson, J.D., Jr. (1985) *Fundamentals of Aerodynamics [M]*. Tata McGraw-Hill Education.
- [5] Aungier, Ronald H (2005) *Turbine Aerodynamics: Axial flow and radial inflow turbine design and analysis*. ASME Press, New York.
- [6] Bracco, C., Giannelli, C., Grossmann, D., Imperatore, S., Mokris, D., & Sestini, A. “THB-spline approximations for turbine blade design with local B-spline approximations”. (2020). arXiv preprint arXiv:2003.08706.
- [7] Burman, Jorgen, B. Gebart, and Hans Martensson. "Development of a blade geometry definition with implicit design variables." *38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno, NV, January 10-13, 1999. <https://doi.org/10.2514/6.2000-671>
- [8] Carter T.J. “Common Failures in Gas Turbine Blades”. *Engineering Failure Analysis* Vol. 12 No. 2 (2005):pp.237-247. doi:10.1016/j.engfailanal.2004.07.004
- [9] *Compressor blades repair and overhaul*, Rolls-Royce Plc Internal Report. 2002;10
- [10] Delgado G, Galván S, Domínguez-Mota F, García J and Valencia E, 2020. “Reconstruction Methodology of a Francis runner blade using numerical tools”. *Journal of Mechanical Science and Technology*. Vol. 34 No. 3 (2020): pp. 1237-1247. doi.org/10.1007/s12206-020-0222-4
- [11] F Dubé J. F, Guibault F, Vallet M G and Trépanier J Y. (2006). “Turbine Blade Reconstruction and Optimization Using Subdivision Surfaces”. *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* AIAA 2006-1327. Reno, Nevada, January 9-12, 2006. doi.org/10.2514/6.2006-1327
- [12] Farrashkhalvat M and Miles J.P. *Basic Structured Grid Generation*. Butterworth-Heinemann (2003)
- [13] Ferrando Lopez, L. “Surface Parametrization and optimum design methodology for hydraulic turbines”. PhD Thesis. Lausanne EPFL, Lausanne, Switzerland. 2006. 10.5075/epfl-thesis-3448
- [14] Hoschek, Josef, and Rainer Müller. "Turbine blade design by lofted Bspline surfaces." *Journal of Computational and Applied Mathematics* Vol. 119 No.1 (2000): pp .235-248. [https://doi.org/10.1016/S0377-0427\(00\)00381-2](https://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00381-2)
- [15] J Hongying Yu, Xuegeng Lyu, Peng Liu, “Stream surface reconstruction of aero engine blade based on limited measured points”. *Advances in Engineering Software*, Vol. 131 (2019): pp. 90-101. doi.org/10.1016/j.advengsoft.2019.02.008.
- [16] Lampart, P. (2007). “Tip leakage flows I turbines”. *Task Quarterly*, 10(2),139-140
- [17] Lizarraga M.I and Elkaim G.H. “Spatially deconflicted path generation for multiple UAVs in a bounded airspace”. *2008 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*. Monterey, CA. September 3, 2008. DOI 10.1109/plans.2008.4570041
- [18] Mahmood, G.I., Gustafson, R. & Acharya S. (2005). “Experimental investigation of flow structure and Nusselt number in a low-speed linear blade passage with and without leading edge fillets. *Journal of Heat Transfer*, 127(5), 499-512.
- [19] Oyama, Akira, Meng-Sing Liou, and Shigeru Obayashi. "Transonic axial-flow blade optimization: Evolutionary algorithms/three-dimensional Navier-Stokes solver." *Journal of Propulsion and Power* Vol. 20 No. 4 (2004): pp. 612-619. doi.org/10.2514/1.2290
- [20] R.W. Derksen, Tim Rogalsky, “Bezier-PARSEC: An optimized aerofoil parameterization for design”, *Advances in Engineering Software* 41 (2010) 923-930.
- [21] Salunke, Ahamad and Channiwala “ Airfoil Parametrization techniques: a review”. *American Journal of Mechanical Engineering* Vol .2 (2014) No. 4: pp. 99-102. DOI:10.12691/ajme-2-4-1
- [22] Singh, M. and Lucas, G. *Blade Design and Analysis for Steam Turbines*. McGraw-Hill Education, New York, (2011).
- [23] Sobieczky, H., “Parametric Airfoils and Wings”, *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol.16, pp.71-88, 1998.

-
- [24] Song, Wenbin, and Andrew Keane. "A study of shape parameterization methods for airfoil optimization." *10th AIAA/ISSMO multidisciplinary analysis and optimization conference*. AIAA 2004-4482: pp 1-8. Albany, NY, August 30 – September 1, 2004. doi.org/10.2514/6.2004-4482.
- [25] Sonoda T. Arima T. Olhofer, M. et al. (2006) "A study of advanced high loaded transonic turbine airfoils." *Journal of Turbomachinery*, 128(4),650-657
- [26] Sripawadkul, Padulo and Guenov M. "A Comparison of Airfoil Shape Parametrization Techniques for Early Design Optimization." *13th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis Optimization Conference*. AIAA 2010-9050: pp. 1-9. Forth Worth, TX. Septemeber 13-15, 2010. DOI 10.2514/6.2010-9050
- [27] Su, C., Jiang, X., Huo, G. et al. "Accurate model construction of deformed aero-engine blades for remanufacturing". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* Vol. 106 (2020): pp. 3239–3251. doi.org/10.1007/s00170-019-04688-w
- [28] Su, Cheng Jiang, Xin Huo, et. Al "Accurate model construction of deformed aero-engine blades for remanufacturing". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* Vol. 106 No.8 (2020): pp. 3239-3251. doi.org/10.1007/s00170-019-04688-w
- [29] Thompson J, Soni K and Weatherhill Nigel. *Handbook of Grid Generation*. CRC Press (1998)
- [30] W. Tao, D. Huapeng, T. Jie et. Al. "Recent Repair Technology for Aero-Engine Blades". *Recent Patents on Engineering* Vol. 9 No.2 (2015): pp. 132-141. DOI: 10.2174/1872212109666150710184126
- [31] Zou Z, Wang S, Liu H and Zhang W. *Axial Turbine Aerodynamics for Aero-engine: Flow analysis and aerodynamics design*. Springer Singapore (2018)