



UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO



DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

METODOLOGÍA PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE
UN RODETE TIPO FRANCIS CON LA UTILIZACIÓN
DE HERRAMIENTAS NUMÉRICAS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE DOCTORADO EN
CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

M. en C. Giovanni Delgado Sánchez

ASESORES:

Dr. Sergio Ricardo Galván González
Philosophiae Doctor (Ph.D.) en Génie Mécanique
(Aerothermique numérique)

Dr. Francisco Javier Domínguez Mota
Doctorado en Ciencias (Matemáticas)



Dedicatoria y Agradecimientos

A DIOS: El presente trabajo va dedicado primeramente a Dios que me dio la oportunidad de vivir, que me regalo una familia maravillosa y me brindó la oportunidad de llegar hasta esta etapa de mi vida.

A MIS PADRES Sra. Anabel Sánchez Campos, Sr. J. Lourdes Delgado Bahena: No hay palabras que describan el profundo sentimiento mis padres, quienes durante todos estos años confiaron en mí, comprendieron mis ideales, me levantaron del suelo en cada caída, apoyaron con sus hombros mis esperanzas y compartieron mis sueños.

A MIS HERMANOS Luis Alberto, María Monserrat y Ma. Isabel. Delgado Sánchez: Por la confianza recibida, el apoyo incondicional que siempre me han brindado por las alegrías que me brindan cada día y por tantas cosas que hemos pasado juntos. Sé que cuento siempre con ellos y a todos los miembros de mi familia que siempre están apoyándome.

A MIS ASESORES: Dr. Sergio Ricardo Galván González, Dr. Francis Javier Dominguez Mota por tener la paciencia, el tiempo y la disposición para trabajar en este proyecto de investigación.

A MIS AMIGOS: De la facultad por el apoyo y lealtad, por compartir los ratos felices y las angustias, los tiempos libres y los tiempos difíciles.

A LA F.I.M.: Facultad de Ingeniería Mecánica y a sus profesores por la dedicación, el trabajo y el tiempo que me brindaron.

AL CONACYT: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

Aula-CIMNE Morelia de la UMSNH

Índice

1. Introducción	1
1.1. Definición del problema	5
1.2. Justificación	6
1.3. Hipótesis	6
1.4. Objetivos	7
1.4.1. Objetivo general	7
1.4.2. Objetivos específicos	7
2. Antecedentes	8
2.1. Estado del arte	8
2.2. Generación de mallas	12
2.2.1. Método algebraico para la generación de malla	13
2.2.2. Interpolación unidireccional	13
2.2.3. Interpolación lineal entre curvas	15
2.2.4. Interpolación multidireccional	18
2.2.5. La interpolación Transfinita	20
3. Metodología de reconstrucción del rodete de la turbina Francis 99	22
3.1. Extracción de datos del álabe principal del rodete	23
3.1.1. Rodete de la turbina hidráulica Francis 99	23
3.1.2. Límites del álabe principal del rodete	24
3.2. Esqueleto del álabe principal	26
3.2.1. Generación del esqueleto del álabe principal	26
3.2.2. Algoritmo de secciones de corte en el álabe principal	31
3.2.3. Sección de corte en el álabe principal	31
3.2.4. Extracción de los datos discretos sobre las superficies del álabe principal	33
3.3. Reconstrucción de la superficies del álabe principal	35
3.3.1. Comportamiento de la distribución de espesor del álabe	36
3.3.2. Distribución de espesor a proyectar en el esqueleto del álabe	37
3.3.3. Reconstrucción de las superficies del álabe principal	39
4. Análisis de resultados	43
4.1. Evaluación de la reconstrucción de las superficies del álabe	43
4.1.1. Aproximaciones cuantitativas de las superficies de los álabes	44

4.1.2. Aproximaciones cualitativos de las superficies del álabe.	47
5. Conclusiones	52
BIBLIOGRAFÍA	53

Índice de figuras

1.1.	Esquema de los principales componentes de una Central Hidroeléctrica. . . .	2
1.2.	Distribución de pérdidas de energía en una Central Hidroeléctrica de tipo Francis. . . .	3
1.3.	Componentes del rodete denominado de tipo Francis de una Central Hidroeléctrica.	3
2.1.	Aproximación por superficies de un álabe de una turbina hidráulica de tipo Francis [?].	9
2.2.	Aproximación por secciones de un álabe de un rodete tipo Francis.	10
2.3.	Mallado sobre una forma estructural en una superficie curva [?].	11
2.4.	Mallado sobre una estructura de forma libre de una sola capa [?].	11
2.5.	Mallado sobre una estructura de forma libre de una sola capa [?].	11
2.6.	Métodos de discretización.	12
2.7.	Polinomios lineales de Lagrange.	15
2.8.	Interpolación lineal entre curvas.	16
2.9.	Interpolación lineal entre dos curvas y el plano unitario ξ, η	17
2.10.	Mapeo de la unidad cuadrada sobre cuatro curvas.	18
2.11.	Mallado de los límites curvos.	21
3.1.	Algoritmo de reconstrucción de las superficies del álabe del rodete de la turbina Francis 99.	23
3.2.	Configuración del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	24
3.3.	Configuración del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	25
3.4.	Configuración de las secciones y de los límites del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	26
3.5.	Relación entre del plano computacional de la TFI y los cuatro límites del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	27
3.6.	Algoritmo para generar mallados en el álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	29
3.7.	Mallados generados al interior de los cuatros límites del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	30
3.8.	Algoritmo de las secciones de corte en el álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	31
3.9.	Direcciones ξ y η en el esqueleto del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	32
3.10.	Proyección de diferentes secciones sobre el esqueleto del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	33

3.11. Secciones de corte sobre el álabe Principal del rodete de la turbina Francis 99.	34
3.12. Puntos de datos discretos del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	35
3.13. Algoritmo de reconstrucción de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	36
3.14. Comportamiento de la distribución de espesores a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	37
3.15. Distribución de espesor promedio del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.	38
3.16. Definición de la distribución de espesor promedio a diferentes densidades de mado del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	39
3.17. Reconstrucción de las superficies del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, con una densidad de mado de 10×10 nodos.	40
3.18. Reconstrucción de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, con una densidad de mado de 100×100 nodos.	41
3.19. Reconstrucción de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, con una densidad de mado de 1000×1000 nodos.	42
4.1. Errores cuadráticos medios del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	45
4.2. Errores máximos del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	45
4.3. Variaciones de los volúmenes del álabe principal reconstruido del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	46
4.4. Variaciones de los volúmenes del álabe principal reconstruido del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.	47
4.5. Distribución del error de forma del lado presión de 10×10 del álabe la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.	47
4.6. Distribución del error de forma del lado succión de 10×10 del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.	48
4.7. Distribución del error de forma del lado presión de 100×100 del álabe la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.	48
4.8. Distribución del error de forma del lado succión de 100×100 del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.	49
4.9. Distribución del error de forma del lado presión de 1000×1000 del álabe la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.	49
4.10. Distribución del error de forma del lado succión de 1000×1000 del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.	50

Índice de tablas

2.1. Trabajos más recientes consultados en la bibliográfica.	10
4.1. Máximo error en %	50

RESUMEN

En la búsqueda del mejor intercambio de energía del fluido en la turbina hidráulica los mayores esfuerzos se han concentrado en los álabes del rodete, lo que ha provocado que en los diseños geométricos de los álabes del rodete se consideren en superficies de formas libres de considerable complejidad. Debido a las características de los álabes del rodete, estos no pueden expresarse mediante funciones analíticas; para una reconstrucción completa y realista en los detalles geométricos ha dependido de la gran cantidad de datos discretos que usualmente se utiliza debido a la precisión que se requiere en los procesos de modelación y diseño.

Lo anterior restringe la interacción o manipulación a solo partes específicas del álabe, lo que también ha limitado la mejora y la rehabilitación para encontrar los diseños óptimos de los álabes del rodete. En esta investigación se propone desarrollar una metodología completa, coherente y robusta de reconstrucción numérica de los álabes en 3D, lo que se pretende que la definición geométrica de los álabes del rodete dependa de pocos parámetros de diseño. Por medio del método de Interpolación Transfinita (TFI, por sus siglas en inglés) fue posible crear un mallado estructurado de manera eficiente en 3D, en la superficie media (esqueleto) que se ajustó a los límites del álabe.

Aprovechando el agrupamiento y la ortogonalidad de las líneas transversales del esqueleto que genera la metodología propuesta fue posible extraer información de los datos discretos de la distribución de espesores de las secciones (perfiles) interiores a lo largo de la envergadura del álabe del rodete, con esta información fue posible incrementar las secciones interiores sin incrementar el número de parámetros involucrados en la reconstrucción, para lograr una definición más continua y suave de las superficies del álabe del rodete.

Una evaluación de ajuste cuantitativa y cualitativa muestra que la reconstrucción alcanzó una mejor aproximación cuando se incrementa la cantidad de datos discretos tanto a lo largo de la envergadura como en la distribución de espesor. Los resultados infieren que las características de la forma geométrica de los álabes dañados y desgastados, sin un modelo CAD (Computer Aided Design, por sus siglas en inglés) original, podrían ser recuperados conservando las restricciones impuestas por el diseño original del rodete.

Además, dado que la continuidad y la suavidad de la reconstrucción del álabe solo depende del parámetro de la densidad de los datos discretos en la distribución de espesor y en el esqueleto del álabe, esta propuesta puede ser atractiva para aplicaciones industriales (Manufactura) y de optimización del diseño de los álabes del rodete de una turbina hidráulica.

PALABRAS CLAVE: INERACCIÓN, MANIPULACIÓN, RESTRICCIÓN, ORTOGONALIDAD, DESGASTE.

ABSTRACT

In the search for the best energy exchange of the fluid in the hydraulic turbine, the greatest efforts have been concentrated in the runner blades, which has caused that the geometric designs of the runner blades are considered in free-form surfaces of considerable complexity. Due to the characteristics of the runner blades, they can not be expressed by analytical functions; for a complete and realistic reconstruction in the geometric details has depended on the large amount of discrete data that is usually used due to the precision that is required in the modeling and design processes.

This restricts the interaction or manipulation to only specific parts of the blade, which has also limited improvement and rehabilitation to find the optimal runner blades designs. In this research, it is proposed to develop a complete, coherent and robust methodology for the numerical reconstruction of the blades in 3D, which is intended that the geometric definition of the runner blades dependent on few design parameters. By means of the Transfinite Interpolation method, it was possible to create an efficiently structured mesh in 3D, on the middle surface (skeleton) that was adjusted to the limits of the blade.

Taking advantage of the grouping and the orthogonality of the transverse lines of the skeleton generated by the proposed methodology, it was possible to extract information from the discrete data of the thickness distribution of the interior sections (profiles) along the span-wise of the runner blade, with this information, it was possible to increase the interior sections without increasing the number of parameters involved in the reconstruction, to achieve a more continuous and smooth definition of the surfaces of the runner blade.

A quantitative and qualitative fit evaluation shows that the reconstruction reached a better approximation when the amount of discrete data is increased both along the span-wise and in the thickness distribution. The results infer that the characteristics of the geometric shape of the damaged and worn blades, without an original CAD model, could be recovered while preserving the restrictions imposed by the original design of the runner.

Further, since the continuity and smoothness of the blade reconstruction only depends on the density parameter of the discrete data in the thickness distribution and in the blade

skeleton, this proposition may be attractive for industrial (Manufacturing) and optimization of the design of the runner blades of a turbine hydraulic.

Capítulo 1

Introducción

La fuente de energía hídrica es renovable y limpia ya que únicamente usa agua, la cual es aprovechada mediante las Centrales Hidroeléctricas (CH) utilizando las turbinas hidráulicas, estas se han construido desde hace muchos años principalmente las denominadas tipo Francis. Es importante destacar que las tecnologías utilizadas en este proceso han alcanzado una gran madurez logrando así eficiencias superiores al 95% en este tipo de turbinas. Sin embargo, con la creciente demanda a nivel mundial de las fuentes de energías renovables y la presente situación altamente competitiva del mercado no regulado de las fuentes de energías, la rehabilitación y mejoramiento de las Centrales Hidroeléctricas existentes se ha convertido en un importante tema para las compañías fabricantes de turbinas hidráulicas en el mundo entero.

La razón es que las Centrales Hidroeléctricas antiguas no están adaptada a los requerimientos actuales de demanda energética, porque presentan diseños obsoletos los que causan graves problemas como mal funcionamiento, bajas eficiencias, alta cavitación entre otros, lo que incrementa el costo de operación y mantenimiento.

En la Figura No. ??, se muestra el esquema de una Central Hidroeléctrica (CH) así como sus principales componentes como son: un tanque de almacenamiento, un rodete acoplado al generador por medio de una flecha y el tubo de aspiración [?].

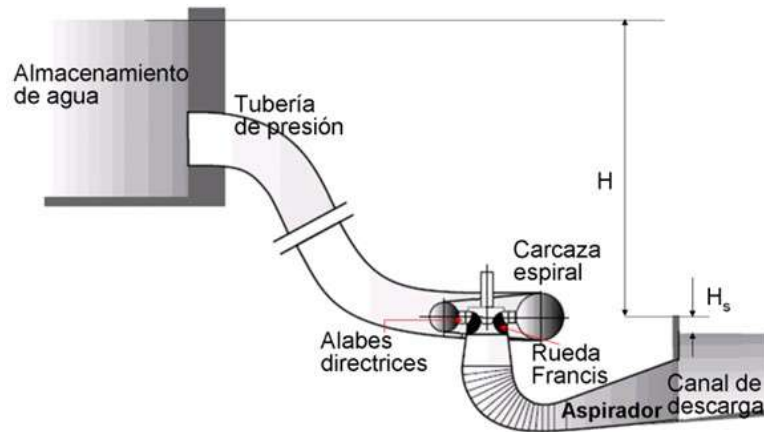
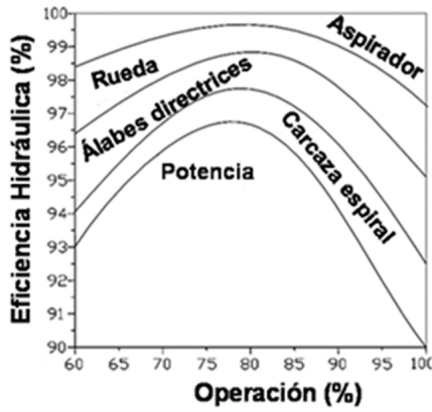


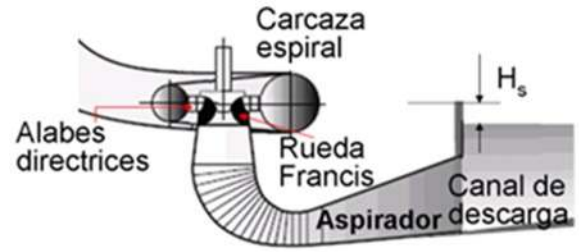
Figura 1.1. Esquema de los principales componentes de una Central Hidroeléctrica.

La rehabilitación de una Central Hidroeléctrica consiste en el remplazo de algunos de sus componentes como el rodete turbina, los álabes directrices y el generador, mientras que los otros, como la carcasa y el tubo de aspiración se pueden conservar. Después de la rehabilitación, usualmente las pérdidas logran reducirse significativamente lo cual también extiende la vida útil de la Central Hidroeléctrica por otros 30 o 50 años. Los resultados de las rehabilitaciones muestran que los nuevos diseños de los rodetes de las turbinas hidráulicas que se han instalados en las Centrales Hidroeléctricas pueden mejorar la producción de energía generada entre un 10 % y un 30 % [?,?]. Esto es una alternativa que se justifica desde el punto de vista económico, ambiental y técnico para las actuales plantas hidroeléctricas, lo que asegura una alta eficiencia del sistema.

La distribución de pérdidas de energía en la Turbina hidráulica de tipo Francis dependen en gran medida de las condiciones de operación y una gran parte de estas pérdidas se dan en el tubo de aspiración, las cuales a su vez se deben al perfil de velocidades de entrada, generado por el rodete de la turbina hidráulica de tipo Francis como se muestra en las Figuras No. ?? y ?? [?,?,?].



(a) Distribución de pérdidas.



(b) Central Hidroeléctrica Figura No. ??

Figura 1.2. Distribución de pérdidas de energía en una Central Hidroeléctrica de tipo Francis.

En consecuencia pequeñas variaciones en la geometría de los álabes del rodete pueden modificar su rendimiento, el rodete es visto como el elemento clave de la conversión de la energía hidráulica disponible a energía mecánica. Miroslav Nechleba [?] establece que el efecto del agua sobre el rodete depende de la manera en que los álabes del rodete desvían el flujo cambiando su velocidad. Determinar la curvatura de los álabes que proporcione el mayor intercambio de energía es todavía un tema de investigación. Varios investigadores han concentrado sus principales esfuerzos en la búsqueda de una parametrización flexible que pueda construir o reconstruir los álabes del rodete en un proceso de optimización [?, ?, ?, ?, ?]. Las turbinas hidráulicas denominadas de tipo Francis, con los álabes radial-axial en 3D, tienen una forma que es tan retorcida que se considerarse como superficies de forma libre, esto significa que las curvaturas de las superficies de los álabes del rodete tienen características geométricas tan complejas que no se puede expresar con precisión mediante una o varias funciones analíticas, [?, ?], dando como resultado en superficies en un espacio tridimensional.

En la Figura No. ??, se muestra la configuración geométrica de un rodete tipo Francis de una Central Hidroeléctrica.

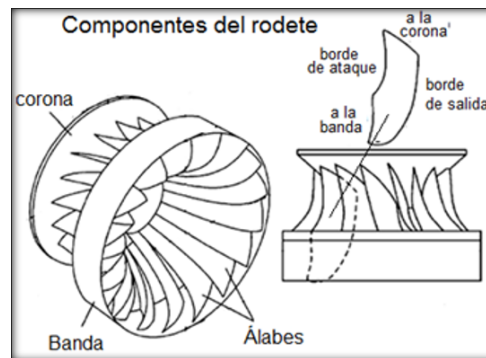


Figura 1.3. Componentes del rodete denominado de tipo Francis de una Central Hidroeléctrica.

Las técnicas recientes para el diseño de la forma geométrica de los álabes del rodete tipo Francis han utilizado parametrizaciones de curvas y superficies, tratando de alcanzar una continuidad y suavidad de las complejas geometrías de los álabes del rodete.

Las técnicas más utilizadas se dividen en dos: en aquellas que utilizan un enfoque seccional y aquellas que usan superficies de parches [?]. En el enfoque en seccional, las secciones (secciones o perfiles del álabe) en 2D se apilan a lo largo de la envergadura del álabe del rodete. Esto requiere la utilización de mapeos conformes de las secciones planas de los álabes a las superficies cilíndricas para representar las deformaciones de la longitud y del ángulo a lo largo de la envergadura del álabe del rodete [?, ?, ?, ?]. Por otra parte, en el método de superficies, se crea una superficie media (Camber Surface, por sus siglas en inglés) en 2D y se le proyecta en forma normal (ortogonalmente) una distribución de espesor [?, ?]. En ambas técnicas, el número y la posición de las secciones de la distribución del espesor (perfil hidráulico) en su superficie media deben determinarse de forma arbitraria y las superficies del lado de presión (LP) y del lado succión (LS) de los álabes del rodete se definen mediante el alineamiento o revestimiento de las secciones dadas.

Por lo anterior la representación de los álabes del rodete depende de la cantidad de secciones utilizadas para un enfoque paramétrico, por lo que una definición suficientemente detallada requiere en un aumento del número de secciones por lo que la cantidad de parámetros implícitos en el diseño de los álabes del rodete también se incrementa de manera significativa, dificultando su manipulación en un proceso de optimización de los álabes del rodete [?, ?]. Una descripción precisa de los álabes del rodete se podrían requerir alrededor de 300 parámetros geométricos [?], así grandes esfuerzos deben concentrarse en la búsqueda de un enfoque paramétrico flexible que permita reconstruir los álabes del rodete como una superficie de forma libre continua y suave, sin dejar de lado sus análisis fluido dinámico y estructural, y sobre todo, del número de parámetros con el fin que sea de interés para el propósito de optimizar el diseño geométrico de los álabes rodete.

Las metodologías numéricas recientes han utilizado la generación de mallas numéricas para reconstruir superficies de forma libre que buscan geometrías regulares en lugar de un análisis estructural [?, ?, ?]. La Interpolación Transfinita debe construir una malla bidireccional que se ajuste a la forma de la superficie media (esqueleto) en 3D, con los límites especificados en el álabe real (región física o dominio físico). Por lo tanto, de acuerdo con la densidad de mado (datos discretos o continuos) la distribución de espesor (sección o perfil) puede apilarse normalmente al esqueleto del álabe, ajustándose al lado de presión (LP) y al lado succión (LS) a una tolerancia prescrita de los álabes del rodete.

Los resultados revelaron que el número de secciones apiladas a lo largo de la envergadura y los datos de la distribución de espesor (dirección del borde de ataque al borde de salida) del álabe rodete deberían ser suficientes para alcanzar una reconstrucción de las superficies (lado presión y lado succión) suaves y continuas. En relación con la precisión en las características de la forma geométrica alcanzada por el álabe analítico, los resultados nos permitieron deducir que esta metodología de reconstrucción podría utilizarse para recuperar los modelos CAD originales en una tecnología de ingeniería inversa de los álabes del rodete dañados o desgastados [?], conservando las restricciones de diseño impuestas sobre modelo original.

1.1. Definición del problema

En México, el 22 % de la energía eléctrica generada se obtiene mediante turbinas hidráulicas de las cuales la mayoría son de tipo Francis, el éxito del uso de este tipo de turbinas hidráulicas se debe a que manejan un amplio rango de salto (H) que puede abarcar desde los 10 hasta 350 metros, además de pueden alcanzar eficiencias mayor al 90 % lo que se reflejan en el gran número de turbinas instaladas.

Pero existen mini Centrales Hidroeléctricas que se construyeron desde hace mucho entre los años 50 y 70, las cuales siguen en funcionamiento, estas CH antiguas tienen un bajo desempeño, bajas eficiencias, severa cavitación y gran inestabilidad, por ejemplo la Central Hidroeléctrica de Tirio que se encuentra en el estado de Michoacán, México. La cual cuenta con una turbina hidráulica de tipo Francis que tiene una velocidad específica de $n_s = 34$ y alcanza una eficiencia de 72 % [?], cuando esta turbina hidráulica debería tener una eficiencia cercana al 95 % [?], esto es debido a la pérdida del diseño original de sus componentes: la carcasa espiral, álabes directrices, tubo de aspiración y principalmente en los álabes del rodete.

Ya que las mayores pérdidas de energía se registran en el rodete de la turbina con respecto a los demás componentes, por lo tanto, se deduce que la turbina presenta un diseño del rodete deficiente (obsoleto) lo que imposibilita que la unidad de Tirio alcance una eficiencia mayor de 72 % [?]. Se espera que las restauraciones o rediseño de los rodetes de la turbina instalados dentro de las estructuras (CH) existentes incremente la eficiencia en un 10 hasta un 30 % [?, ?], que sería un excelente costo de inversión.

Entonces, existe la posibilidad mediante herramientas numéricas modernas de aplicar un procedimiento de rediseño del rodete de una turbina hidráulica de tipo Francis que pueda maximizar el intercambio de energía fluido-rodete. Sin embargo, la mayoría de los procedimientos de diseño o rediseño de los rodetes de las turbinas hidráulicas son aplicados por la

industria y se conocen parcialmente, debido a la confidencialidad de la información y conocimientos adquiridos por los fabricantes (know-how), esto ha determinado las metodologías de diseño las cuales son de uso exclusivo de la empresa (in-house).

Por lo tanto, después de toda la experiencia acumulada de casi un siglo, no existe una sola técnica para diseñar o rediseñar la forma geométrica de los álabes de un rodete de una turbina hidráulica denominada de tipo Francis, por lo que el principal problema en las metodologías tradicionales, así como las aproximaciones más recientes ha sido el gran número de parámetros utilizados para definir y alcanzar el diseño óptimo de los álabes del rodete de la turbina. Y para resolver este problema sería cuando el número de parámetros no sea tan alto que complique la manipulación y ni tan bajo que limite las formas geométricas de los álabes del rodete de la turbina hidráulica.

1.2. Justificación

En las centrales hidroeléctricas, la rehabilitación de los álabes del rodete de una turbina hidráulica tipo Francis se ha incrementado notablemente, debido a que no están adaptadas a los requerimientos actuales de demanda energética, Sin embargo, las rehabilitación se han llevado a cabo por fabricantes de las turbinas ya que son ellos los que tienen en su poder los planos del diseño original de los componentes de la turbina, así como toda la información del diseño, la que tienen muy celosamente guardada. Y al tener ellos los planos del diseño original tanto hidrodinámico como estructural poco se puede hacer para reparar o re-diseñar una turbina hidráulica para poder maximizar su eficiencia.

Por esta razón, se pretende desarrollar una metodología de rediseño de los álabes del rodete de una turbina hidráulica, y así obtener el modelo computacional completo y detallado de los álabes rodete, los cuales se encuentran en posesión de la empresa quien diseño la turbina hidráulica.

1.3. Hipótesis

La parametrización, es un punto crucial en un proceso de optimización para el diseño o de rediseño de los álabes del rodete de una turbina hidráulica de tipo Francis, por lo que se tiene que garantizar una representación geométrica confiable con el menor número de parámetros posibles, entonces sería posible desarrollar una metodología con un mínimo de parámetros físicos para el rediseño de los álabes del rodete de una turbina hidráulica de tipo Francis.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo general

Desarrollar una metodología para obtener diferentes representaciones de los álabes del rodete de la turbina hidráulica Francis 99 con la utilización de herramientas numéricas, partiendo de sus principales parámetros geométricos físicos.

1.4.2. Objetivos específicos

- Analizar las diferentes metodologías de parametrización de los álabes de rodete tipo Francis de una turbina hidráulica.
- Diseñar un algoritmo multidisciplinario que integre la menor cantidad de parámetros físicos del álabe del rodete.
- Obtener la nube de datos coordinados de álabe del rodete.
- Ajustar el modelo numérico al modelo físico de los álabes del rodete.
- Evaluar los datos físicos contra los datos analíticos de los álabes del rodete.
- Construir un modelo de los alabes del rodete.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Estado del arte

En la turbomaquinaria, y como se menciona en el capítulo anterior los álabes puede considerarse como superficies de forma libres de considerable complejidad, por lo que en la búsqueda de un enfoque paramétrico flexible para representarlas este tipo de álabes, los mayores esfuerzos se concentran en el diseño de estos y hoy en día sigue siendo un campo de investigación.

Muchas variantes paramétricas, las cuales se encuentran integradas en herramientas de diseño asistido por computadora para brindar a los diseñadores avanzadas características de diseño de los álabes. Aunque los enfoques paramétricos existentes son en su mayoría demasiado generales para todo tipo de turbomaquinaria (Perfil aerodinámico, turbinas de gas, ventiladores o hélices, etc.) [?, ?], nos concentramos en su aplicación en turbinas hidráulicas. La mayoría de los comentarios y observaciones se centran específicamente en las necesidades particulares de las turbinas hidráulicas.

El diseño de las turbinas hidráulicas de tipo Francis se determina inicialmente por las especificaciones del sitio o recurso hidráulico en dónde se instalará la turbina. Las Condiciones de operación expresadas como energía específica (E), caudal neto (Q) y la velocidad de rotación (w) son por lo general los parámetros iniciales. Esta información se utiliza para pre-determinar la potencia de la turbina y la posible configuración del rodete (radial, axial, radial-axial, etc.). De esta forma, la definición completa del rodete está constituida por el canal meridional y la forma correspondiente de los álabes, además de la banda y la corona. El modelo paramétrico se completa definiendo el número de álabes (n_z) que constituyen el rodete de la turbina hidráulica.

Existe una serie de técnicas y metodologías para la re-construcción de la forma de los álabes del rodete. La más extensa entre ellas utiliza aproximaciones discretas por secciones y por superficies del álabes del rodete. Se diferencian principalmente en el número de parámetros y la formulación paramétrica para describir los perfiles de cada sección a lo largo de la envergadura del álabes. Sin embargo, estas técnicas coinciden en la construcción final de los lados de presión y succión del álabes como una superficie definida por las secciones.

El método por Superficies Non Uniform Rational B-Splines (NURBS, por sus siglas en inglés) se obtienen generalmente de una formulación analítica, lo que limita su interés ya que no se tiene una interacción con los parámetros reales de la geometría del álabes para su posterior manipulación, por lo que establecer una buena representación de los álabes del rodete es crucial para lograr diseños realistas y adecuados, además que este método de NURBS es realizado en su mayoría por especialista en el tema.

En la Figura No. ?? se muestra aproximaciones de cómo se puede representar el álabes del rodete por el método de superficies NURBS.

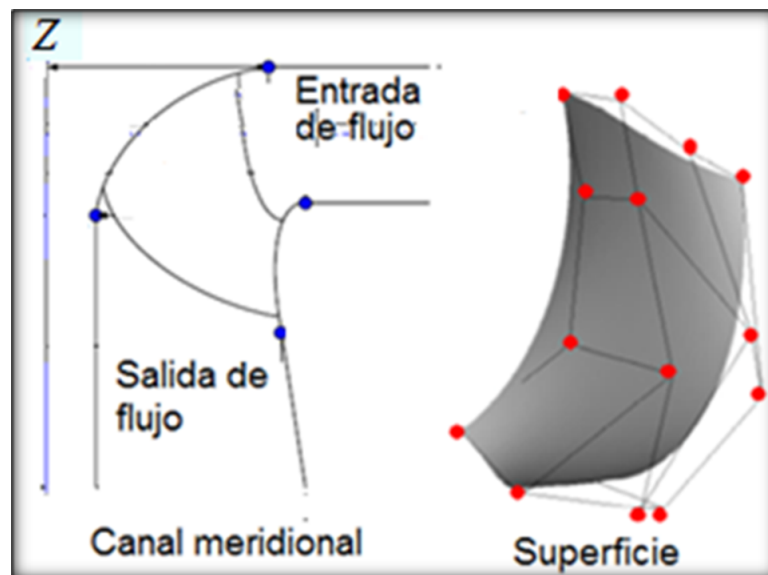


Figura 2.1. Aproximación por superficies de un álabes de una turbina hidráulica de tipo Francis [?].

El método de generación de mallas se puede implementar en la representación de superficies o geometrías de formas libres complejas, este método es reciente para representar superficies ya que la mayoría de los estudios con generación de mallas se realizan para el estudio de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés). En base a estas técnicas, se han desarrollado softwares (in-house) que generan automáticamente el dominio computacional del rodete de una turbina hidráulica de tipo Francis como se muestra en la Figura No. ??.

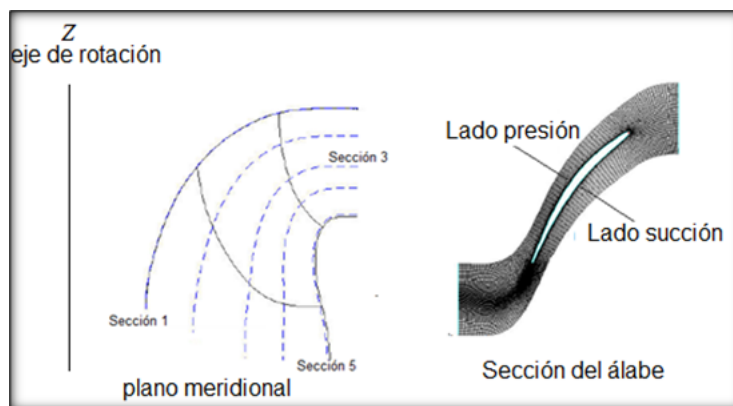


Figura 2.2. Aproximación por secciones de un álabe de un rodete tipo Francis.

En la Tabla ??, se muestran algunos de los trabajos, que sean realizados mediante estas dos técnicas de superficies y de secciones.

Tabla 2.1: Trabajos más recientes consultados en la bibliográfica.

Autor	Año	Título del trabajo	Técnica	Parámetros
Obrovský	2013	Development of high specific speed Francis turbine for low head hpp.	Secciones	36
Flores	2012	Design of large Francis turbine using optimal methods	Nurbs	24
Blaint	2012	Hydrodynamics automatic optimization of runner blades for reaction hydraulic turbines		
Risberg	2008	Design of Francis turbine runners based on a surrogate model approach		10
Shingai	2006	Optimization of Axial Turbine Runner Blade Using a Simulated Annealing Algorithm	Secciones	100

Otros estudios se realizaron en superficies estructurales las cuales también se consideran geometrías de formas libres.

En la Figura No. ?? se muestra el método de generación de malla sobre una superficie curva donde evaluaron el desempeño estructural, esta superficie se asemeja bastante a la forma de un álabe de una turbina hidráulica.

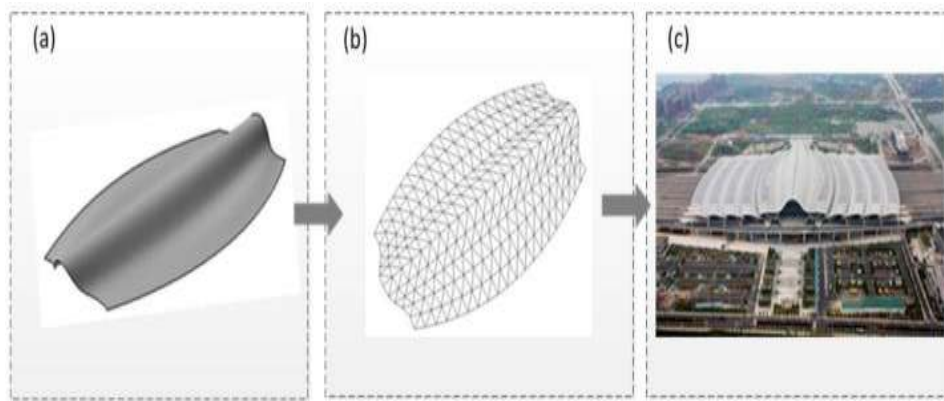


Figura 2.3. Mallado sobre una forma estructural en una superficie curva [?].

En la Figura No. ??, se muestra la generación de un malla sobre unas superficies curvas que puede satisfacer requisitos estéticos, además de propósitos de diseño estructural.

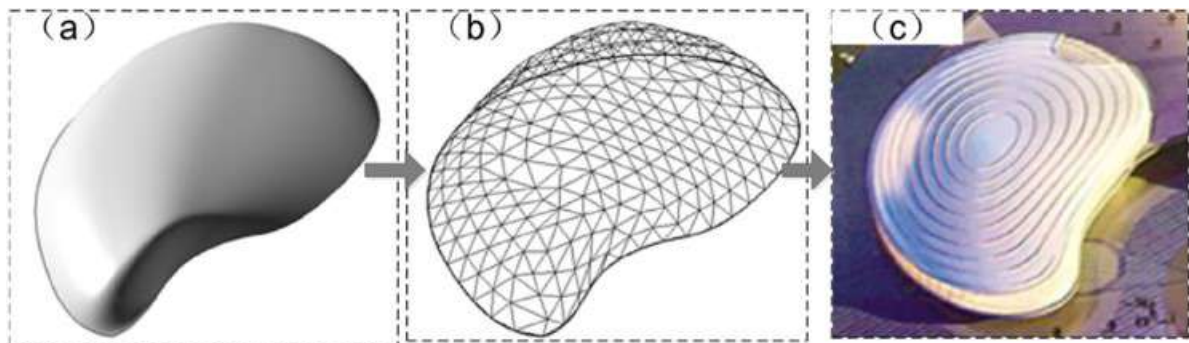


Figura 2.4. Mallado sobre una estructura de forma libre de una sola capa [?].

Estudios de generación de mallas en álabes de turbinas hidráulicas de tipo Francis se han realizado para su reconstrucción donde realizaron diferentes intensidades de mallado para representar la geometría del álabe como se muestra en la Figura No. ??

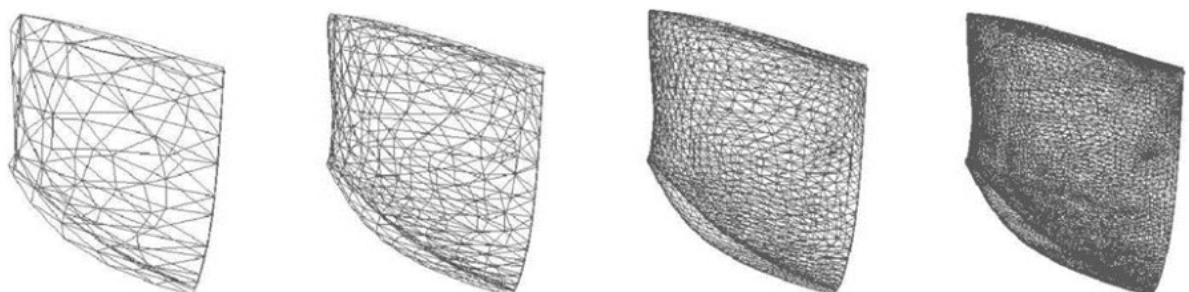


Figura 2.5. Mallado sobre una estructura de forma libre de una sola capa [?].

De esta revisión bibliográfica se concluye que el diseño del rodete de una turbina sigue siendo una tarea bastante compleja que combina campos multidisciplinarios de la ingeniería.

Además, después de todos los métodos propuestos no existe una técnica exclusiva para diseñar la forma geométrica de los álabes del rodete. Ya que la mayoría de los procedimientos de diseño son confidenciales y conocidos parcialmente, para uso exclusivo de los fabricantes, el presente trabajo propone una revisión y evaluación de las diferentes técnicas utilizadas para el diseño de los álabes de rodete, para que a partir de los principios y conceptos de diseño básicos, se pueda construir la metodología para la construcción de los álabes del rodete de una turbina hidráulica de tipo Francis, que se desarrollará en el presente proyecto.

Hay que mencionar que hay diferentes tipos de mallados los cuales se emplean dependiendo la complejidad del problema a continuación se describe, de manera general, el método de generación de mallas, el cual se utilizara para representar geoméricamente los álabes del rodete de una turbina hidráulica de tipo Francis.

2.2. Generación de mallas

La generación de mallas numéricas como se menciono es una parte integral de la CFD, las cuales se emplean en la soluciones de fluidos en un dominio. Una malla es un conjunto organizado de elementos cuya unión y continuidad discretizan un dominio computacional, la característica del sistema de mallado es que el límite del dominio lógico coincida con las fronteras de una región física. Hay dos etapas de decisión involucradas en la discretización de un dominio computacional, el primer es un concepto sobre la generación de malla que puede ser utilizado y el segundo implica un esquema de generación de la malla que se empleará, como se muestran en la Figura No. ??.

Generación de mallas	
Conceptos	1.- Un solo modulo 2.- Multibloques 3.- Hibridas 4.- Componentes adaptables a) Superposición b) Interfaz
Esquemas	1.- Algebraicas 2.- Diferenciales 3.- Variacionales

Figura 2.6. Métodos de discretización.

Una vez que se ha determinado el **concepto** de generación de malla que se desea emplear en un problema en específico, el siguiente paso es determinar la ubicación de los puntos

(nodos) de la malla, para hacer esto hay tres tipos de **esquemas** de generación de mallas.

- Construcción por interpolación algebraica.
- Solución numérica por ecuaciones diferenciales.
- Variaciones.

En esquema de diferenciales pueden usar sistemas de ecuaciones diferenciales parciales de tipo elíptico, parabólico o hiperbólico. Los sistemas elípticos se pueden usar para generar mapeos tanto conformes, como casi conformes, los mapeos conformes tienen la característica de tener una forma ortogonal, por lo que el estudio de los esquemas de generación de mallas diferenciales no es el caso de estudio ya que son más complejas y su tiempo de solución es mucho mayor computacionalmente que el esquema algebraico, por lo que aquí el interés se enfoca en el método algebraico el cual se describe a continuación.

2.2.1. Método algebraico para la generación de malla

Los métodos algebraicos permiten el control explícito de la forma y espaciado de la malla física, son usados comúnmente por no ser tan complejos además que tienen rapidez computacional. La idea fundamental en la que se basan estos métodos son funciones de interpolación matemática para interpolar entre puntos conocidos o preasignados generalmente en los límites (fronteras), con el fin de generar un mallado entre ellos. La técnica o método de interpolación puede variar con diferentes métodos algebraicos, pero la idea fundamental sigue siendo la misma.

El aspecto más difícil de la generación de malla algebraica es la determinación de funciones que controlen la malla. Uno de los métodos algebraicos es la interpolación transfinita, con la TFI se puede aproximar la superficie interior del álabe, generando un mallado al interior de las cuatro fronteras curvas del álabe, esto nos encontraría la ubicación donde representaríamos las secciones interiores de álabe, para el efecto, primero se definirá lo que es una interpolación unidireccional, multidireccional y posteriormente la TFI.

2.2.2. Interpolación unidireccional

La interpolación se requiere cuando se desea construir una función $y = f(x)$ que pase por un número finito de puntos coordinados $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. Esto permite realizar operaciones matemáticas como son: diferenciación, integración e interpolación.

El ajuste se puede llevar a cabo mediante métodos de interpolación polinomial; se puede mostrar que existe un polinomio único de grado n que pasa por todos los puntos, la base de este interpolador es el polinomio interpolador de Lagrange

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})\dots(x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1)\dots(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})\dots(x_i - x_n)}, i = 0, 1\dots n, \quad (2.1)$$

esto se puede representar mediante la siguiente función, considerando la omisión de los factores lineales $(x-x_i)$

$$L_i(x) = \prod_{j=0}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}. \quad (2.2)$$

Una de las propiedades más importantes del polinomio de Lagrange es la siguiente:

$$L_i(x_j) = 0 \quad \text{para} \quad j \neq i \quad \text{y} \quad L_i(x_i) = 1;$$

Utilizando la delta de Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

se puede escribir

$$L_i(x_j) = \delta_{ij} \quad (2.3)$$

Reescribiendo el polinomio de grado n que pasa por los puntos dados queda de la siguiente manera

$$p(x) = \sum_{i=0}^n y_i L_i(x) \quad (2.4)$$

En el caso de dos puntos (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , para la interpolación unidireccional se utiliza polinomios de Lagrange lineales, los cuales se muestran en la Figura No. ??.

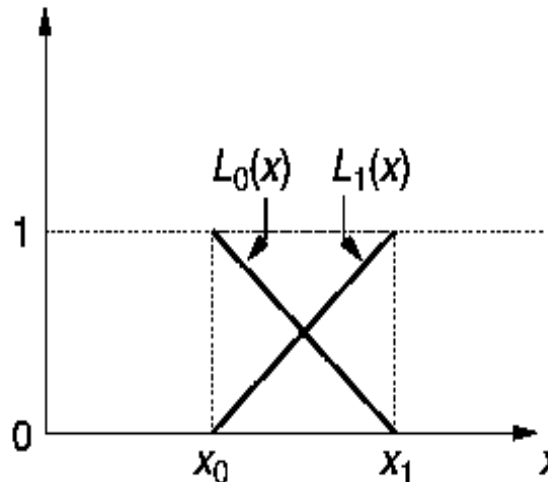


Figura 2.7. Polinomios lineales de Lagrange.

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)}, \quad L_1(x) = \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}. \quad (2.5)$$

La línea resultante queda de la siguiente manera

$$y = y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}. \quad (2.6)$$

En el caso particular cuando $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ en la dirección x la expresión anterior toma la siguiente forma

$$y = y_0(1 - x) + y_1x. \quad (2.7)$$

2.2.3. Interpolación lineal entre curvas

La interpolación unidireccional puede emplearse para generar mallas algebraicas, esto se puede llevar a cabo entre dos vectores r_0 y r_1 , los cuales se ubican en curvas opuestas. El resultado es una línea recta que une a los puntos variando un parámetro ξ entre $0 \leq \xi \leq 1$, como se muestra en la Figura No. ??.

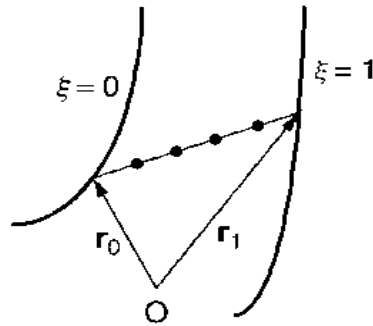


Figura 2.8. Interpolación lineal entre curvas.

Reescribiendo la ecuación ?? tomando en cuenta el parámetro ξ obtenemos

$$r = (1 - \xi)r_0 + \xi r_1. \quad (2.8)$$

La representación paramétrica de una curva de interpolación de Lagrange, en el que ξ se considera una coordenada curva, tomando valores entre $0 \leq \xi \leq 1$ y que pasa por un conjunto de $n + 1$ puntos con vectores de posición r_0, r_1, \dots, r_n , que dada

$$r(\xi) = \sum_{i=0}^n L_i(\xi)r_i, \quad (2.9)$$

al igual que la ecuación ??,

$$L_i(x) = \frac{(\xi - \xi_0)(\xi - \xi_1)\dots(\xi - \xi_{i-1})(\xi - \xi_{i+1})\dots(\xi - \xi_n)}{(\xi_i - \xi_0)(\xi_i - \xi_1)\dots(\xi_i - \xi_{i-1})(\xi_i - \xi_{i+1})\dots(\xi_i - \xi_n)}$$

$$L_i(\xi) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{(\xi - \xi_j)}{(\xi_i - \xi_j)}.$$

Para que ξ tome valores ξ_i en los puntos r_i , $i = 0, 1, \dots, n$, las funciones de una sola variable ξ que aparece en expresiones de interpolación de Lagrange como la ecuación ?? suelen llamarse funciones combinadas, estas funciones se usan para hacer que la distribución de la malla coincida con la distribución de los puntos finales r_0, r_n , y con los puntos interiores r_1, \dots, r_{n-1} pueden proporcionar que coincida en las direcciones de la malla en puntos determinados.

También la interpolación unidireccional puede generar mallas en un plano bidimensional,

considere un plano ABCD como se muestra en la Figura No. ??,

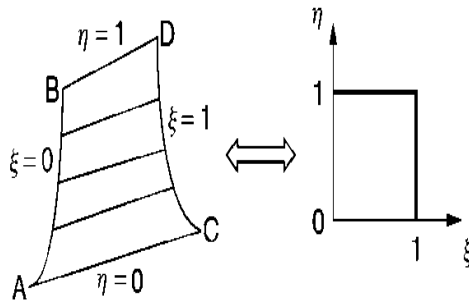


Figura 2.9. Interpolación lineal entre dos curvas y el plano unitario ξ, η .

donde se especifica dos curvas como límites AB y CD, estas curvas se consideran líneas coordenadas en una dirección η , tomando valores en η de 0 y 1 para AC y BD respectivamente, considerando la coordenada ξ como constante para las curvas AB y CD dándole valores en ξ de 0 y 1 para AB y CD respectivamente, la interpolación unidireccional entre AC y BD mallará el plano unitario de ξ y η como se mostró en ??.

Empleando la ecuación ?? entre los puntos AC se obtiene

$$r(\xi, 0) = (1 - \xi)r(0, 0) + \xi r(1, 0), \quad (2.10)$$

la ecuación paramétrica de la interpolación es

$$r(\xi, \eta_j) = (1 - \xi)r(0, \eta_j) + \xi r(1, \eta_j), \quad (2.11)$$

donde

$$0 \leq \eta_j = \frac{j-1}{J-1} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, J.$$

Para tener divisiones igualmente espaciadas a lo largo de la línea se obtiene

$$\xi = \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, i,$$

$$\eta = \eta_j, \quad j = 1, 2, \dots, j,$$

y

$$0 \leq \xi_i = \frac{i-1}{i-1} \leq 1.$$

Así que la ecuación ??

$$r(\xi_i, \eta_j) = (1 - \xi_i)r(0, \eta_j) + \xi_i r(1, \eta_j) \quad (2.12)$$

Ahora con los límites AC y BD, se realiza el mismo procedimiento para llevar a cabo la interpolación unidireccional en la dirección ξ , pero ahora tomando $\eta = 0$ y 1 , para AC y BD respectivamente y η como constante.

$$r(\xi_i, \eta_j) = (1 - \eta_j)r(\xi_i, 0) + \eta_j r(\xi_i, 1) \quad (2.13)$$

2.2.4. Interpolación multidireccional

Este tipo de interpolación multidireccional puede ir varias direcciones, entonces partiendo de una región ABDC en el plano x, y , existe una transformación al plano unitario ξ, η como se muestra en la Figura No. ??.

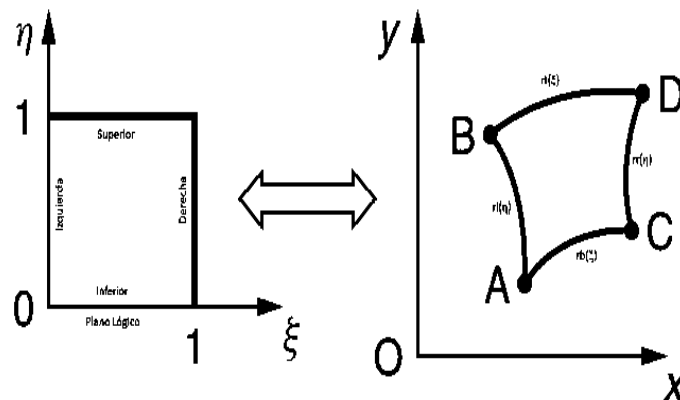


Figura 2.10. Mapeo de la unidad cuadrada sobre cuatro curvas.

Tomando las condiciones de $0 \leq \xi \leq 1$, $0 \leq \eta \leq 1$, que será el interior de la región ABDC, cuando ξ tome valores de 0 y 1 se mallarán los límites AB y CD respectivamente, con

esta consideración se puede formular que $r_l(0, \eta)$ y $r_r(1, \eta)$, siendo de manera similar para η queda $r_b(\xi, 0)$ y $r_t(\xi, 1)$, que mallarán a los límites AC y BD, donde las abreviaturas l, r, b, t representan izquierda, derecha, inferior y superior respectivamente.

Se puede mallar puntos en un plano computacional a puntos (vectores de posición) en un plano físico mediante un proyector, realizando el proyector \mathbf{P}_ξ para los límites AB y CD

$$P_\xi(\xi, \eta) = (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta). \quad (2.14)$$

de manera similar definimos el proyector \mathbf{P}_η de los límites AC y BD

$$P_\eta(\xi, \eta) = (1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1). \quad (2.15)$$

El producto de los proyectores P_ξ y P_η puede formar un mallado compuesto

$$\begin{aligned} P_\xi(P_\eta(\xi, \eta)) &= P_\xi((1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1)) \\ &= (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta)[(1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1)] \\ &= (1 - \xi)(1 - \eta)r_l(0, \eta)r_b(\xi, 0) + \eta(1 - \xi)r_l(0, \eta)r_t(\xi, 1) + \xi(1 - \eta)r_r(1, \eta)r_b(\xi, 0) + \xi\eta r_r(1, \eta)r_t(\xi, 1) \\ &= (1 - \xi)(1 - \eta)r_l r_b(0, 0) + \eta(1 - \xi)r_l r_t(0, 1) + \xi(1 - \eta)r_r r_b(1, 0) + \xi\eta r_r r_t(1, 1) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Considerando los diferentes tipos de mallados para límite $\eta = 0$ en el plano unitario, conforme P_ξ está mallando a una línea recta en AC, de acuerdo ha P_η realiza un mallado a un límite curvo en AC y en $P_\xi P_\eta$ malla una línea recta para AC, de manera similar es aplicado a cada límite del plano unitario, mostrar que el mallado compuesto $P_\xi P_\eta = P_\xi + P_\eta - P_\xi P_\eta$ es producto tensorial que malla todo el límite ABCD el cual se escribe

$$P_\xi \Theta P_\eta = P_\xi + P_\eta - P_\xi P_\eta. \quad (2.17)$$

La formulación completa es

$$\begin{aligned}
 (P_\xi \Theta P_\eta)(\xi, \eta) &= P_\xi(\xi, \eta) + P_\eta(\xi, \eta) - P_\xi P_\eta(\xi, \eta) \\
 &= (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta) + (1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1) - [(1 - \xi)(1 - \eta)r_l r_b(0, 0) \\
 &\quad + \eta(1 - \xi)r_l r_t(0, 1) + \xi(1 - \eta)r_r r_b(1, 0) + \xi \eta r_r r_t(1, 1)] \\
 &= (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta) + (1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1) - (1 - \xi)(1 - \eta)r_l r_b(0, 0) \\
 &\quad - \eta(1 - \xi)r_l r_t(0, 1) - \xi(1 - \eta)r_r r_b(1, 0) - \xi \eta r_r r_t(1, 1) \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

La ecuación ?? es la base de la TFI en dos dimensiones.

2.2.5. La interpolación Transfinita

La interpolación transfinita es el enfoque más común para la generación de mallas algebraicas, produce rápidamente muy buenos resultados en situaciones donde otros métodos serían difíciles de aplicar y también permite el control directo de la ubicación de los nodos de la malla.

Muchas regiones bidimensionales son fáciles de mallar utilizando la TFI, este método puede extenderse de muchas maneras, en una región física se puede dividirse en regiones individuales con mallas por partes separadas y luego igualar en las interfaces, pero esta separación da como resultado discontinuidades de la pendiente en las interfaces, una solución para igualar las pendientes y eliminar las discontinuidades es posible con la TFI de polinomios de orden superior como funciones combinadas.

Para las condiciones de pegado, esto quiere decir que dos límites coincidan en un vértice del plano computacional, por ejemplo, el vértice A coincide con los límites r_l y r_b , por lo que se obtiene cuatro relaciones, en la Figura ?? se muestra los cuatro vértices A, B, C, y D en el plano físico.

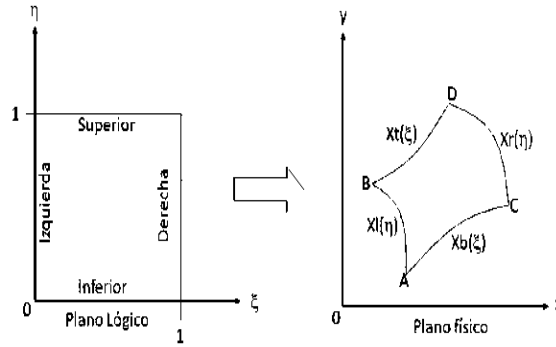


Figura 2.11. Mallado de los límites curvos.

Las cuatro relaciones para cada vértice son

$$A = x_b(0) = x_l(0)$$

$$C = x_b(1) = x_r(0)$$

$$D = x_r(1) = x_t(1)$$

$$B = x_l(1) = x_t(0).$$

De la ecuación ?? obtenemos tres ecuaciones componentes

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) = & (1 - \xi)x_l(\eta) + \xi x_r(\eta) + (1 - \eta)x_b(\xi) + \eta x_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)x_b(0) \\ & - (1 - \xi)\eta x_t(0) - \xi(1 - \eta)x_b(1) - \xi\eta x_t(1) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} y(\xi, \eta) = & (1 - \xi)y_l(\eta) + \xi y_r(\eta) + (1 - \eta)y_b(\xi) + \eta y_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)y_b(0) \\ & - (1 - \xi)\eta y_t(0) - \xi(1 - \eta)y_b(1) - \xi\eta y_t(1) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} z(\xi, \eta) = & (1 - \xi)z_l(\eta) + \xi z_r(\eta) + (1 - \eta)z_b(\xi) + \eta z_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)z_b(0) \\ & - (1 - \xi)\eta z_t(0) - \xi(1 - \eta)z_b(1) - \xi\eta z_t(1) \end{aligned} \quad (2.21)$$

A estas ecuaciones se les conoce en la literatura como la fórmula de TFI.

Capítulo 3

Metodología de reconstrucción del rodete de la turbina Francis 99

En este capítulo se desarrollara la metodología que es una aproximación geometría de los álabes del rodete perteneciente a la turbina hidráulica Francis 99 con la utilización de herramientas numéricas, está basada en la generación de mallas sobre superficies curvas, por lo que es importante posicionar un gran número de secciones a lo largo de la envergadura del álabe del rodete sin incrementar el número de parámetros en el diseño, con la finalidad que a mayor número de secciones se podrá definir mucho mejor la forma geométrica de los álabes. Es importante señalar que las investigaciones sobre las metodologías de generación de mallas para el diseño de álabes del rodete son todavía limitadas, por lo que se desarrollaron varios algoritmos y sub-algoritmos para la reconstrucción de los álabes, el cual consta de dos pasos principales: extracción de los datos discretos y la reconstrucción de las superficies (Volumen) del álabe principal real del rodete.

En la Figura No. ??, se ilustra el algoritmo de la metodología desarrollada para la reconstrucción de las superficies del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

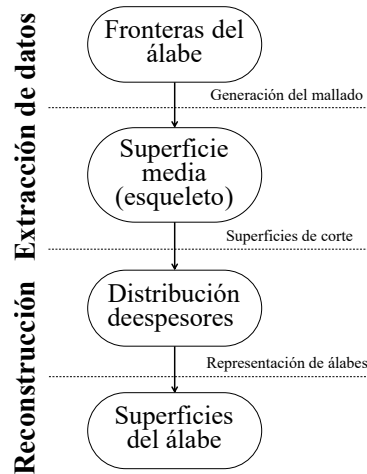


Figura 3.1. Algoritmo de reconstrucción de las superficies del álabe del rodete de la turbina Francis 99.

En el primer paso de la metodología se presentan dos sub-algoritmos, la generación de mallados sobre límites y la proyección de secciones de corte, los cuales fueron diseñados para extraer las características principales del álabe principal del rodete. En el paso de la reconstrucción el algoritmo coloca ortogonalmente en la superficie media (esqueleto del álabe) una distribución de espesor (Perfil hidrodinámico) para generar las superficies del lado presión y succión del álabe. Para posteriormente, evaluar la precisión de la reconstrucción del álabe, se realizó la comparación entre las superficies reconstruidas y las superficies del álabe principal del rodete.

3.1. Extracción de datos del álabe principal del rodete

3.1.1. Rodete de la turbina hidráulica Francis 99

La turbina hidráulica Francis 99, es una serie de talleres que proporciona a los investigadores de la energía hidroeléctrica una plataforma abierta al diseño completo de la geometría y ha los datos experimentales del rodete de la turbina hidráulica. El NVKS (Centro de Energía Hidroeléctrica de Noruega) es el encargado de la turbina hidráulica Francis 99, es una cooperación entre universidades, instituciones de investigación, la industria hidroeléctrica y las autoridades noruegas, el cual se encarga de garantizar, desarrollar la investigación y la tecnología relacionada con la energía hidroeléctrica, el objetivo principal de estos talleres es que los investigadores pueden usar los datos de la turbina hidráulica Francis 99 para realizar estudios ya sean numéricos o de reconstrucción de la geométrica como es en este caso de estudio, mediante la aplicación de diferentes herramientas y técnicas [?].

En la Figura No. ??, se ilustra el diseño completo y la configuración de la geometría del

rodete de la turbina hidráulica Francis 99, obtenidos de un archivo digital en 3D.

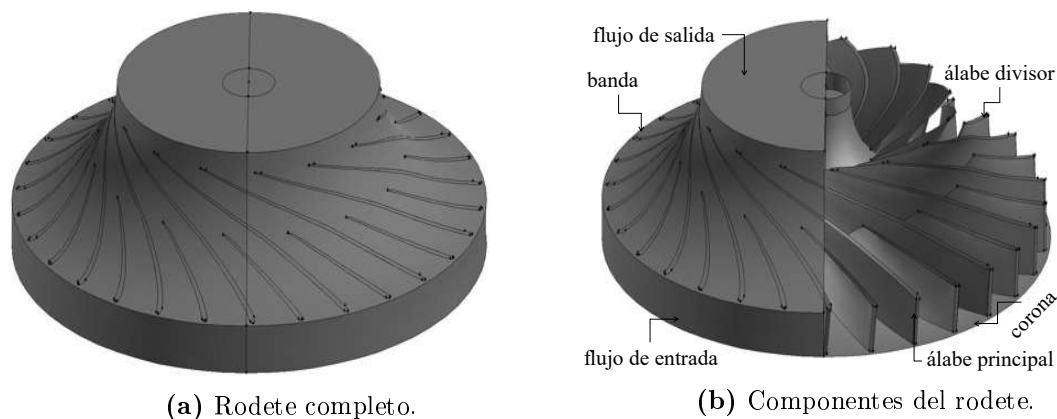


Figura 3.2. Configuración del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

En la Figura No. ??, se ilustra la estructura del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, que está compuesta de tres partes principales que son: corona, banda y álabes del rodete.

Este es un rodete no convencional ya que utiliza dos diferentes tipos de álabes: uno corto (divisor) que se alterna con uno largo (principal). Los diámetros del flujo de entrada y salida del rodete son 0.63 m y 0.349 m respectivamente, con una altura de flujo de entrada de 0.06 m y una velocidad específica de 0.27 . Las principales características de este tipo de rodetes e importantes resultados con respecto a su aplicación práctica se presentan en [?].

3.1.2. Límites del álabe principal del rodete

Como se ilustró en la Figura No. ??, la geometría de los álabes del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, se eligió el álabe principal para su reconstrucción, ya que este tipo de rodete cuenta con un álabe secundario (divisor) como se mencionó anteriormente, por el momento este álabe no se tomara en cuenta para la reconstrucción del rodete de la turbina Francis 99.

En la Figura No. ??, se ilustra el álabe principal así como lo complejo de su forma que tiene una fuerte curvatura, la cual cuenta con la siguiente estructura: lado presión (LP), lado succión (LS), borde de ataque (BA, entra del flujo de agua), borde de salida (BS, salida del flujo de agua), perfil superior y perfil inferior, estos dos últimos son las secciones que van unidos a la corona y banda respectivamente.

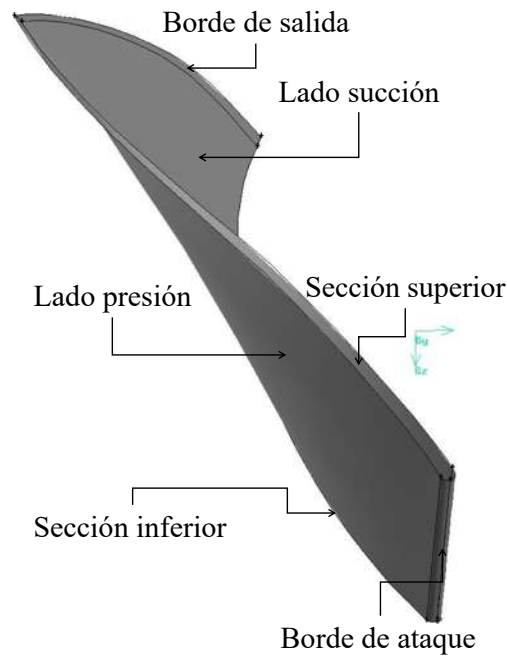


Figura 3.3. Configuración del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

La geometría ilustrada en la Figura No. ??, proporciona una representación discreta de un modelo sólido del álabe principal del rodete, que cuenta con seis superficies: sección superior, sección inferior, lado presión, lado succión, borde ataque y borde de salida. Con el fin de obtener una representación confiable de las secciones del álabe principal: perfil superior y perfil inferior, es necesario extraer una considerable cantidad de puntos coordenados de cada sección. Como se verá más adelante con el uso de 106 datos discretos, resultó una precisión de hasta tres órdenes de magnitud en la longitud de las secciones (superior e inferior); para las secciones del borde de ataque y borde de salida se consideraron 10 y 30 datos discretos respectivamente, ya que tienen menor curvatura que las secciones superior e inferior. Por lo tanto para calcular su media aritmética (LM) como Banaszek [?], se realizó este procedimiento de cada sección (superior e inferior).

En la Figura No. ??, se ilustran las secciones superior e inferior, el borde de entrada y el borde de salida, así como las cuatro líneas curvas que delimitan al álabe principal obtenidas del cálculo de media aritmética de los datos discretos del álabe principal del rodete.

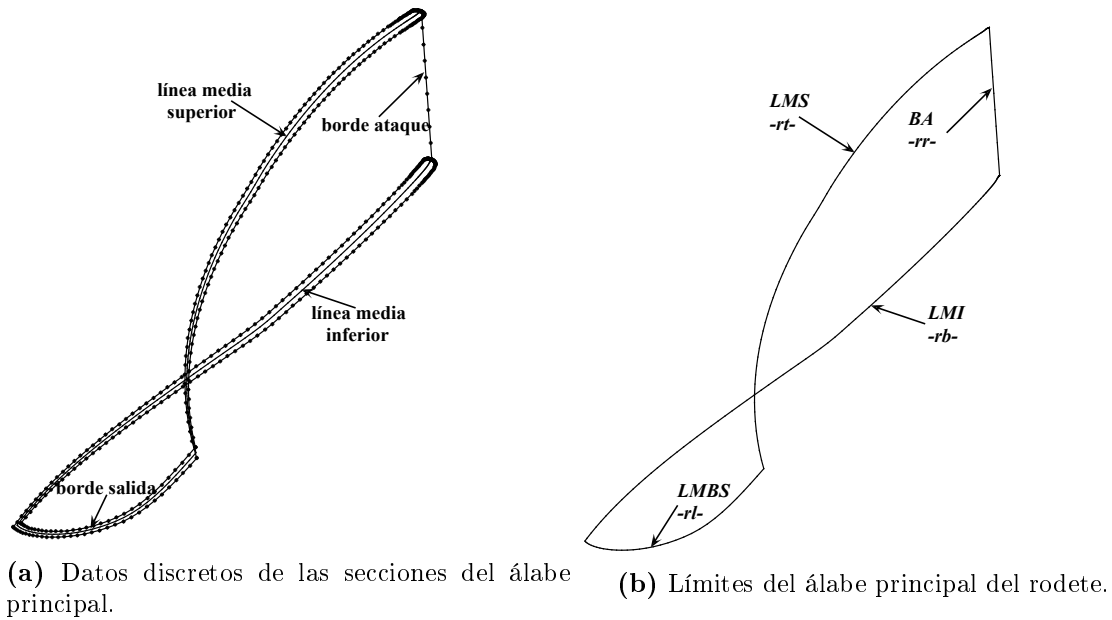


Figura 3.4. Configuración de las secciones y de los límites del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

3.2. Esqueleto del álabe principal

A partir de la geometría los cuatro límites del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, el método de la TFI se utilizó para generar la superficie media (esqueleto del álabe) del álabe principal, que consta de un conjunto de las líneas medias al interior del álabe principal del rodete.

3.2.1. Generación del esqueleto del álabe principal

La Interpolación Transfinita es un procedimiento algebraico de interpolación para generar mallas, se basa en el uso de funciones matemáticas que se describen entre límites preasignados para generar un mado dentro de los límites de un dominio; en esencia la TFI es una suma booleana de expresiones matemáticas de las interpolaciones de Lagrange unidimensionales en cada una de las direcciones de las coordenadas computacionales [?]. La TFI se usa para generar el mado entre el dominio del fluido y los álabes en un rodete axial-radial no-convencional [?]. Algunas de las características del método de la TFI, es simple y eficiente permitiendo controlar el agrupamiento y la ortogonalidad del mado siguiendo el modelado (forma geométrica) de los límites preasignados. En este trabajo, se utilizó para ajustar el esqueleto del álabe principal del rodete.

Para utilizar la TFI en la metodología, se tomaron las coordenadas (x, y, z) de los datos discretos del álabe principal del rodete, que se utilizarán para definir los cuatro límites

preasignados del álabe principal como son: la línea media del borde ataque, rl , la línea media del borde salida, rr , la línea media de la sección superior, rt , y la línea media de la sección inferior, rb ver la Figura No. ??.

Es muy importante relacionar los cuatro límites (plano físico, ver la Figura No. ??) del álabe principal con el plano computacional de la TFI, esto se puede hacer definiendo dos direcciones lógicas: la dirección ξ comienza a hacer el recorrido de la línea media del borde de ataque (rl) a la línea media del borde de salida, (rr); la segunda dirección η hace el recorrido de la línea media de la sección inferior (rb), a la línea media de la sección superior (rt) que corre a lo largo de la envergadura del álabe principal, esto es para el plano físico. Para el plano computacional la dirección para η va de la línea inferior, rb hacia la línea superior, rt , y para ξ va de la línea del lado izquierdo, rl , hacia la línea del lado derecho, rr .

La Figura No. ??, ilustra la relación de las dos direcciones lógicas del plano computacional con los cuatro límites del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

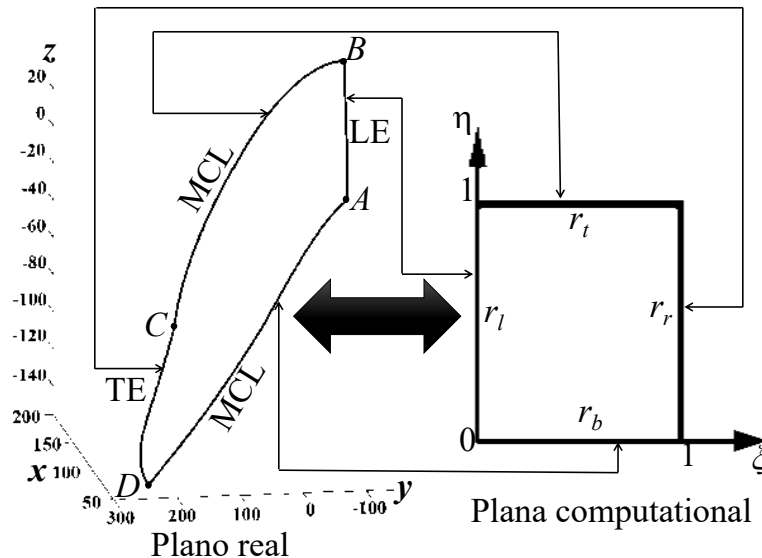


Figura 3.5. Relación entre del plano computacional de la TFI y los cuatro límites del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

Es conveniente que a los cuatros límites rb , rt , rl y rr , se le realice una parametrización de su longitud con la finalidad de tener control sobre el espaciamiento del mallado (densidad del mallado). Cabe mencionar que se podría concentrar el espaciamiento en zonas específicas de álabe principal si el problema así lo requiriera, pero para este caso de estudio, se optó por tener nodos del mallado igualmente espaciados. Como se mencionó la TFI consiste en hacer la suma booleana de las interpolaciones de Lagrange unidimensionales, en este caso las direcciones son ξ (rb y rt) y η (rl y rr), las expresiones matemáticas (ecuaciones) del mallado al interior del esqueleto del álabe principal las cuales requieren de las siguientes condiciones

de consistencia.

$$A = r_b(0) = r_l(0) \quad (3.1)$$

$$B = r_t(0) = r_l(1) \quad (3.2)$$

$$C = r_b(1) = r_r(0) \quad (3.3)$$

$$D = r_r(1) = r_t(1) \quad (3.4)$$

donde A , B , C y D son las condiciones de consistencia que hay entre los cuatro límites (plano físico) del álabe principal y el plano computacional.

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) = & (1 - \xi)x_l(\eta)\xi x_r(\eta) + (1 - \eta)x_b(\xi) + \eta x_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)x_b(0) \\ & - (1 - \xi)\eta x_t(0) - (1 - \eta)\xi x_b(1) - \eta\xi x_t(1) \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} y(\xi, \eta) = & (1 - \xi)y_l(\eta)\xi y_r(\eta) + (1 - \eta)y_b(\xi) + \eta y_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)y_b(0) \\ & - (1 - \xi)\eta y_t(0) - (1 - \eta)\xi y_b(1) - \eta\xi y_t(1) \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} z(\xi, \eta) = & (1 - \xi)z_l(\eta)\xi z_r(\eta) + (1 - \eta)z_b(\xi) + \eta z_t(\xi) - (1 - \xi)(1 - \eta)z_b(0) \\ & - (1 - \xi)\eta z_t(0) - (1 - \eta)\xi z_b(1) - \eta\xi z_t(1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Con los cuatro límites del álabe principal (rb , rt , rl y rr) y las ecuaciones (3.1, 3.2 y 3.3) de la Interpolación Transfinita se desarrolló un algoritmo de diseño asistido por computadora para generar un mallado al interior de los cuatro límites, de buena calidad, eficiente y con un costo computacional bajo, debido a que está evaluando un sistema algebraico de ecuaciones.

En la Figura No. 3.1, se ilustra el algoritmo para generar diferentes densidades de mallados al interior de los cuatro límites del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

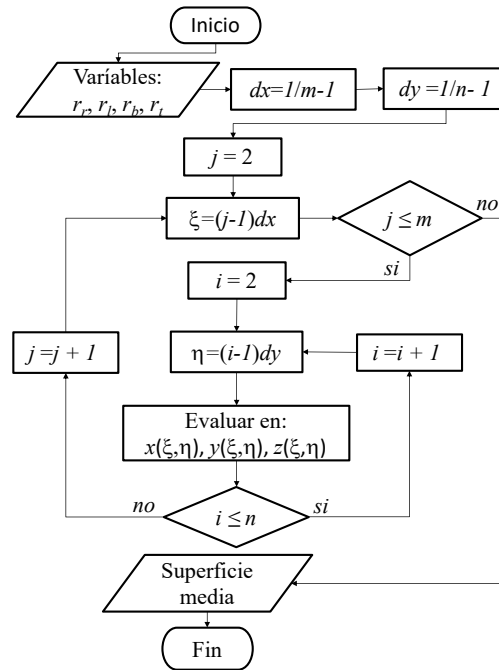


Figura 3.6. Algoritmo para generar mallados en el álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

La parametrización de los cuatro límites rb , rt , rl y rr del álabe principal permite obtener diferentes densidades de mallado, lo cual se definirá con mayor suavidad y continuidad el esqueleto del álabe principal a medida que aumenta el número de nodos, esto se llevó a cabo evaluando en $m + 1$ para ξ y un $n + 1$ para η en las ecuaciones (??), (??) y (??), donde m y n serán los encargados de controlar la densidad del mallado.

En la Figura No. ??, se ilustra las diferentes densidades de mallado al interior de los cuatros límites físicos del álabe principal a diferentes valores de ξ y η , generados por la Interpolación Transfinita.

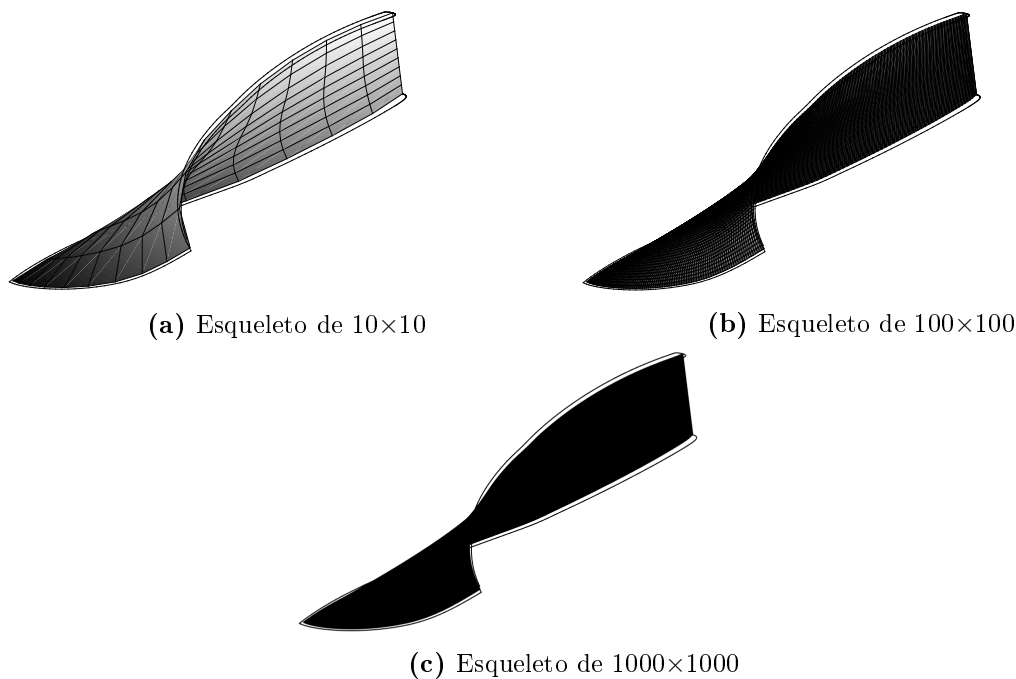


Figura 3.7. Mallados generados al interior de los cuatro límites del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

En la Figura No.??, se ilustra el proceso de reconstrucción para aproximar al esqueleto del álabe principal del rodete, con un mismo número de nodos para la densidad del mallado en cada dirección de ξ y η ; los mallados tienen una densidad de 10×10 (Figura No. ??), 100×100 (Figura No. ??) y 1000×1000 (Figura No. ??), como se puede observar se va definiendo con mayor continuidad y suavidad el esqueleto del álabe principal a medida que se incrementa el número de nodos.

Las líneas en la dirección ξ las nombraremos líneas medias del esqueleto, que son una aproximación a las líneas de medias del álabe principal, estas líneas se utilizarán como base para definir la sección (Distribución de Espesor) y las líneas que van en la dirección η son las líneas medias de apilamiento y corresponderán al número de secciones a apilar a lo largo de la envergadura del álabe, para controlar la forma de las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal.

Las líneas medias del esqueleto y las líneas medias de apilamiento son las componentes principales del esqueleto del álabe principal, con estas dos líneas se generará una dirección ortogonal en cada una de las intersecciones (nodos) del mallado donde se proyectara una sección en el espacio real del álabe principal del rodete, con esta información estructurada es posible extraer un importante número de datos discretos directamente desde las superficies (lados presión y lado succión) del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

3.2.2. Algoritmo de secciones de corte en el álabe principal

Siguiendo con la metodología se desarrolló un algoritmo de secciones de corte, el cual está basado en el producto tensorial ortogonal, cuyo objetivo es colocar secciones normales al esqueleto del álabe principal, con el fin de obtener los datos discretos de las secciones interiores del álabe principal; con estos datos discretos se analizará el comportamiento de la distribución del espesor a lo largo de la envergadura del álabe principal, además se usaran como referencia para después evaluar la fidelidad de la reconstrucción de los álabes principales del rodete.

En la Figura No. ??, se ilustra el algoritmo de secciones de corte para la obtención de los datos discretos de las secciones interiores del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

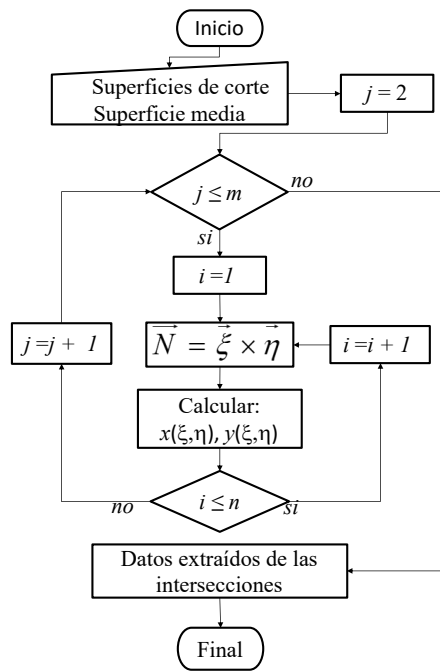


Figura 3.8. Algoritmo de las secciones de corte en el álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

3.2.3. Sección de corte en el álabe principal

La sección de corte es una proyección de una sección (perfil genérico, perfil Naca, perfil hidráulico, perfil rectangular, etc.) en forma ortogonal en las líneas medias del esqueleto del álabe principal del rodete, esto se realizó de manera secuencial: se define la relación de las direcciones de las líneas medias del esqueleto del álabe principal con el plano computacional. Se emplea la misma nomenclatura para las direcciones ξ y η . Así las intersecciones (nodos) en la dirección ξ se utilizarán para la proyección de la sección (distribución del espesor) y los

nodos en la dirección η corresponden al número de secciones que se requiera apilar a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete.

En la Figura No. ??, se ilustra las direcciones computacionales ξ y η en el esqueleto del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

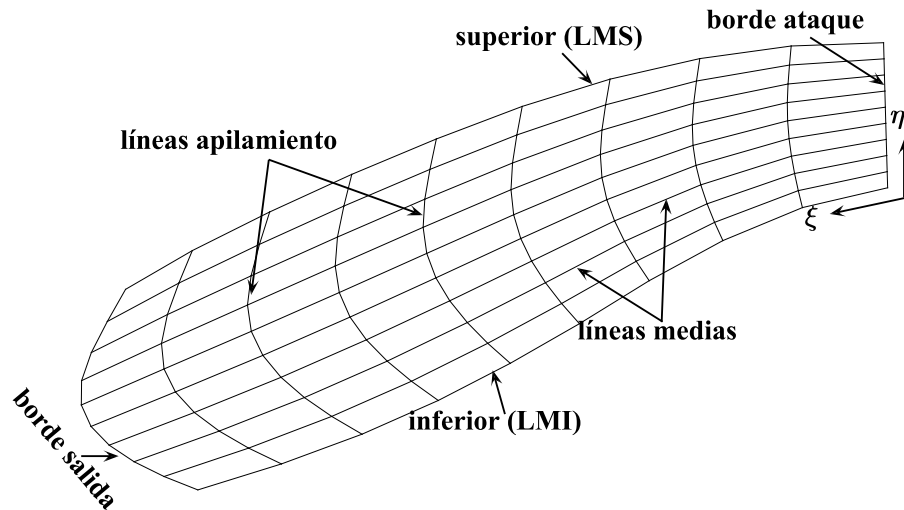


Figura 3.9. Direcciones ξ y η en el esqueleto del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

A continuación, se describe la proyección de la sección sobre una de las líneas medias que conforman el esqueleto del álabe principal del rodete, este es el mismo procedimiento para proyectar otro tipo de sección;

- Se calcula y normaliza la longitud total de una línea media del esqueleto del álabe principal en la dirección ξ .
- Se calculan y normalizan las longitudes parciales de cada segmento de la línea media del esqueleto en la dirección ξ .
- Se calculan y normalizan las longitudes parciales de cada intersección de los nodos de η en la dirección ξ .
- Se define el producto tensorial ortogonal en cada nodo de las longitudes parciales de las direcciones ξ y η (Vector normal).
- La sección a proyectar, su longitud (media aritmética) es proporcional a la longitud parcial en cada segmento a lo largo de la dirección de ξ de la línea media del esqueleto del álabe principal.
- Se proyecta la sección (Distribución de espesores) en la dirección del vector normal.

En la Figura No. ??, se ilustran dos diferentes tipos de secciones proyectadas en una de las líneas medias del esqueleto del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

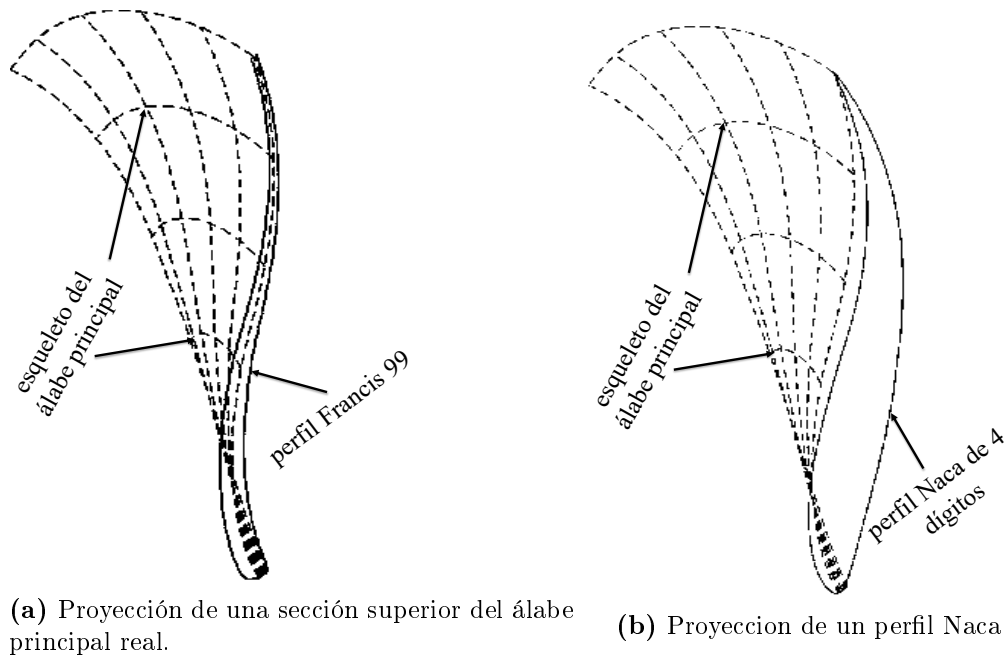


Figura 3.10. Proyección de diferentes secciones sobre el esqueleto del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

3.2.4. Extracción de los datos discretos sobre las superficies del álabe principal

La extracción de los datos discretos del álabe principal del rodete, se realizó en una proyección de una sección genérica, es una de las secciones (sección superior) del álabe principal pero escalada con respecto a la sección superior del álabe, a fin de tener las intersecciones en las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal, además se decidió apilar ocho secciones de corte a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete, las cuales definen las intersecciones de los datos discretos para su posterior evaluación de la reconstrucción del álabe principal.

En la Figura No. ??, se ilustra la distribución de las ocho secciones de corte a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

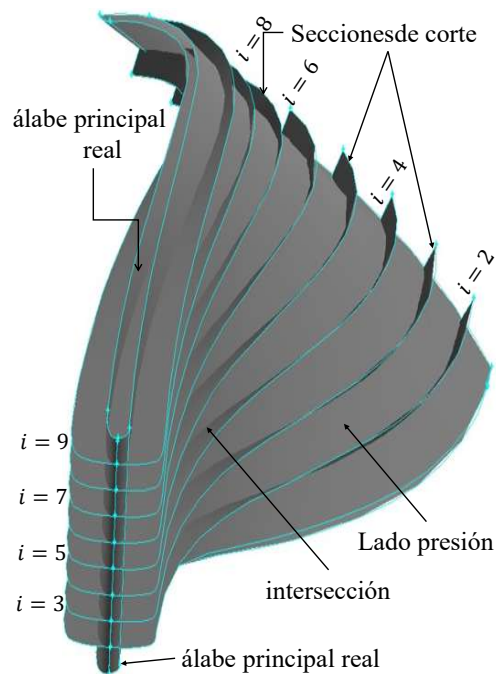
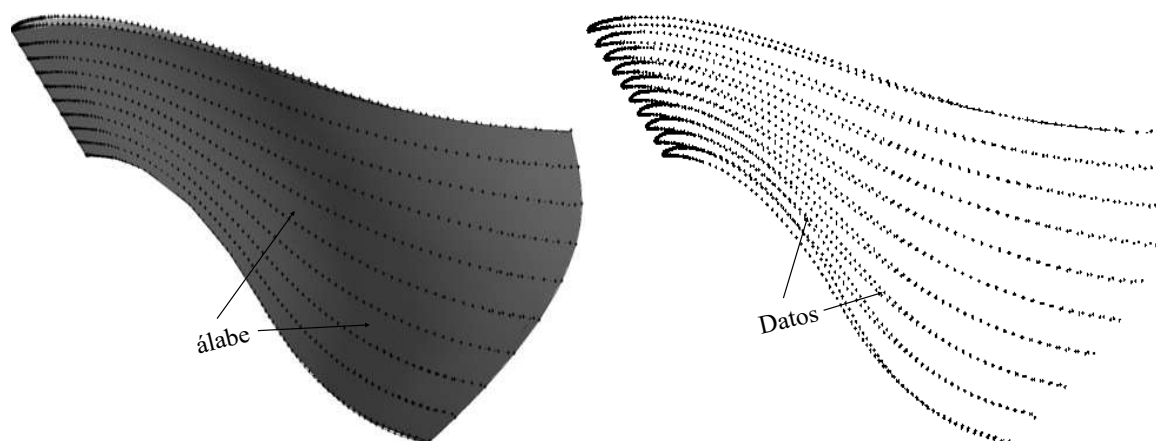


Figura 3.11. Secciones de corte sobre el álabe Principal del rodete de la turbina Francis 99.

Las ocho secciones de corte apiladas ortogonalmente al esqueleto del álabe principal, interceptan y delimitan las superficies (lado presión y lado succión) a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete. Para asegurar suavidad de las superficies del álabe principal, se extrajeron 106 datos discretos para cada una de las ocho secciones de corte en las superficies del álabe principal de rodete.

Una de las ventajas de la proyección ortogonal de secciones de corte sobre las líneas medias del esqueleto del álabe principal es tener secciones uniformes en el espacio, que no invaden secciones a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete. Al calcular la intersección de las superficies del álabe con secciones de corte horizontales, perpendiculares a los ejes de rotación del rodete [?], en álabes radial-axial, la sección extraída presentaba una distribución de espesor irregular en relación con la tomada de las secciones superior e inferior (corona y banda). Además, las secciones del borde de ataque con respecto al borde de salida estaban desproporcionadas ya que las secciones de corte horizontales interceptaban a cada borde en diferentes niveles a lo largo de la envergadura del álabe del rodete.

En la Figura No. ??, se ilustra la nube de datos discretos extraídos de las intersecciones de las secciones de corte sobre las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.



(a) Datos discretos sobre las superficies sólidas del álabe principal. (b) Nube de datos discretos de las secciones interiores del álabe principal.

Figura 3.12. Puntos de datos discretos del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

Más adelante estos puntos de datos discretos extraídos de la Figura ??, permitirá evaluar la aproximación alcanzada por el álabe numérico reconstruido.

3.3. Reconstrucción de la superficies del álabe principal

La reconstrucción para generar diferentes configuraciones geométricas de los álabes del rodete de la turbina Francis 99, es un punto crucial si se busca el diseño original de los álabes. La metodología propuesta en este trabajo permite reconstruir las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal con una definición continua y suave. El uso del producto tensorial ortogonal, permite utilizar las líneas medias del esqueleto del álabe y una distribución del espesor como datos de entrada, aprovechando toda esta información de tal manera que el lado presión y lado succión del álabe se construyan como superficies continuas y suaves.

En la Figura No. ??, se ilustra el algoritmo de reconstrucción de las superficies del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, utilizando el producto tensorial ortogonal.

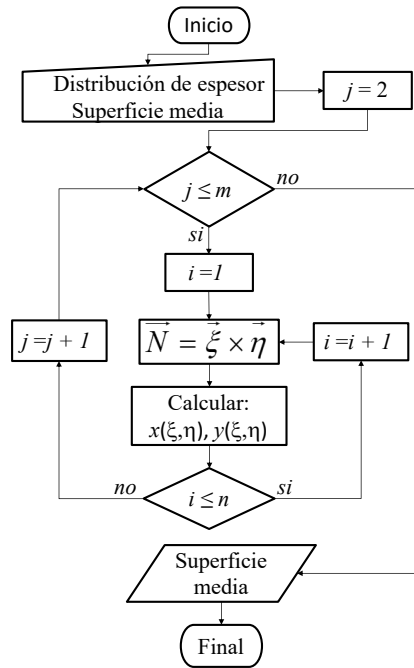


Figura 3.13. Algoritmo de reconstrucción de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

3.3.1. Comportamiento de la distribución de espesor del álabe

Para conocer con precisión el comportamiento de la distribución del espesor y curvatura de las ocho secciones interiores y las secciones superior e inferior a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, los datos extraídos (Figura No. ??) se relacionaron con sus medias aritméticas de cada sección.

En la Figura No. ??, se ilustra en forma de superficie cómo va cambiando el comportamiento de las distribuciones de espesores de los datos extraídos de las diez secciones (ocho secciones interiores, sección de la corona y sección de la banda) a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

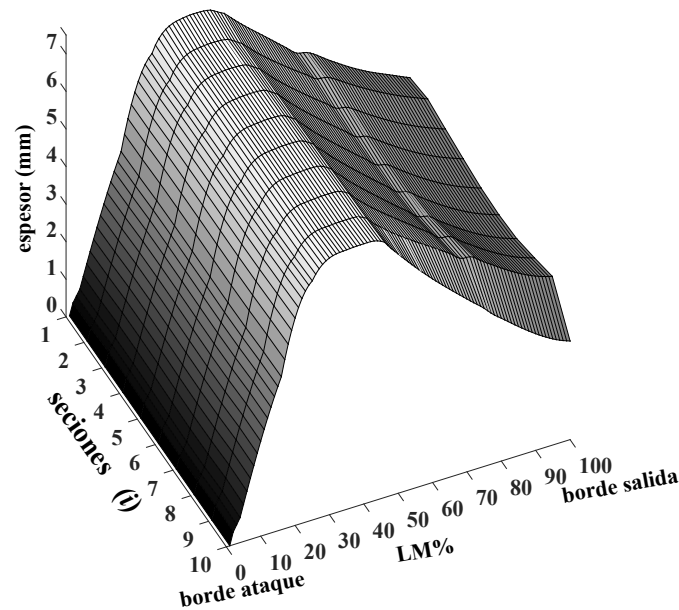


Figura 3.14. Comportamiento de la distribución de espesores a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

Además, la distribución del espesor se mantiene con la misma evolución en el primer 50 %, es decir que los principales cambios en la evolución se presentan después de la máxima distribución del espesor que es hacia el borde de salida. Por lo tanto, este cambio de evolución de la distribución del espesor presenta una desviación estándar de 1.6mm o 0.25% en relación con el diámetro del rodete de la turbina Francis 99.

3.3.2. Distribución de espesor a proyectar en el esqueleto del álabe

Se ha demostrado que las distribuciones de espesores y sus evoluciones a lo largo de la envergadura del álabe principal, pueden variar el rendimiento hidrodinámico como mecánico en rodete de una turbina hidráulica [?], en consecuencia para definir diferentes configuraciones de secciones a lo largo de la envergadura de álabe del rodete se incrementa en el número de parámetros involucrados en el proceso de diseño de reconstrucción de los álabes del rodete.

En cambio, si apila una distribución del espesor con un número considerable de secciones a lo largo de la envergadura del esqueleto del álabe del rodete enfrentaría a encontrar una relación entre una descripción de calidad y paramétrica.

Con los 106 datos discretos recolectados de cada una de las diez secciones a lo largo de la envergadura del álabe principal del rodete, se construyó, por conveniencia, solo su valor promedio de las distribuciones de espesores mostrada en la Figura No. ??, para posteriormente definir las superficies de reconstrucción de los álabes principal del rodete. Esta es una de los

tres tipos de técnicas para definir una distribución de espesor [?].

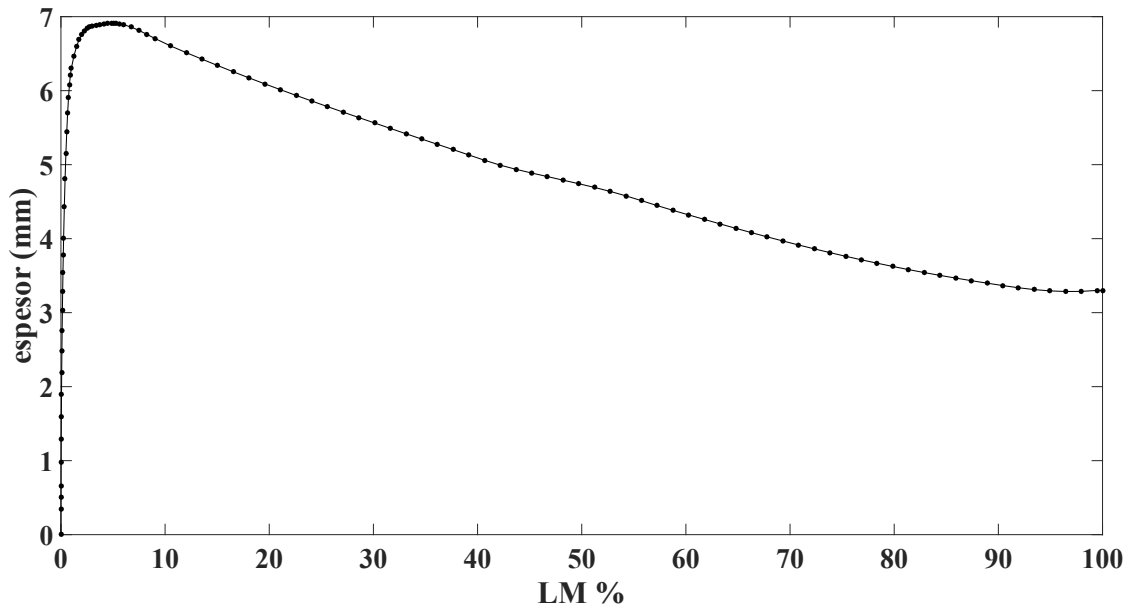


Figura 3.15. Distribución de espesor promedio del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

Resultado de la Figura No.??, se va a relacionar el mismo porcentaje de las densidades de mallado de la superficie media (esqueleto) con la distribución de espesor promedio el cual transpuso directamente en el espacio real del álabe principal. Este procedimiento se centró en suprimir el proceso de mapeo utilizado en [?], en el que se aplica el plano conforme para obtener los valores y luego vuelven al espacio real.

En la Figura No. ??, se ilustra la relación de las diferentes densidades de mallado a la distribución de espesor promedio del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99. El cual se va definiendo con mayor continuidad a lo largo de la dirección del borde de ataque hacia el borde de salida.

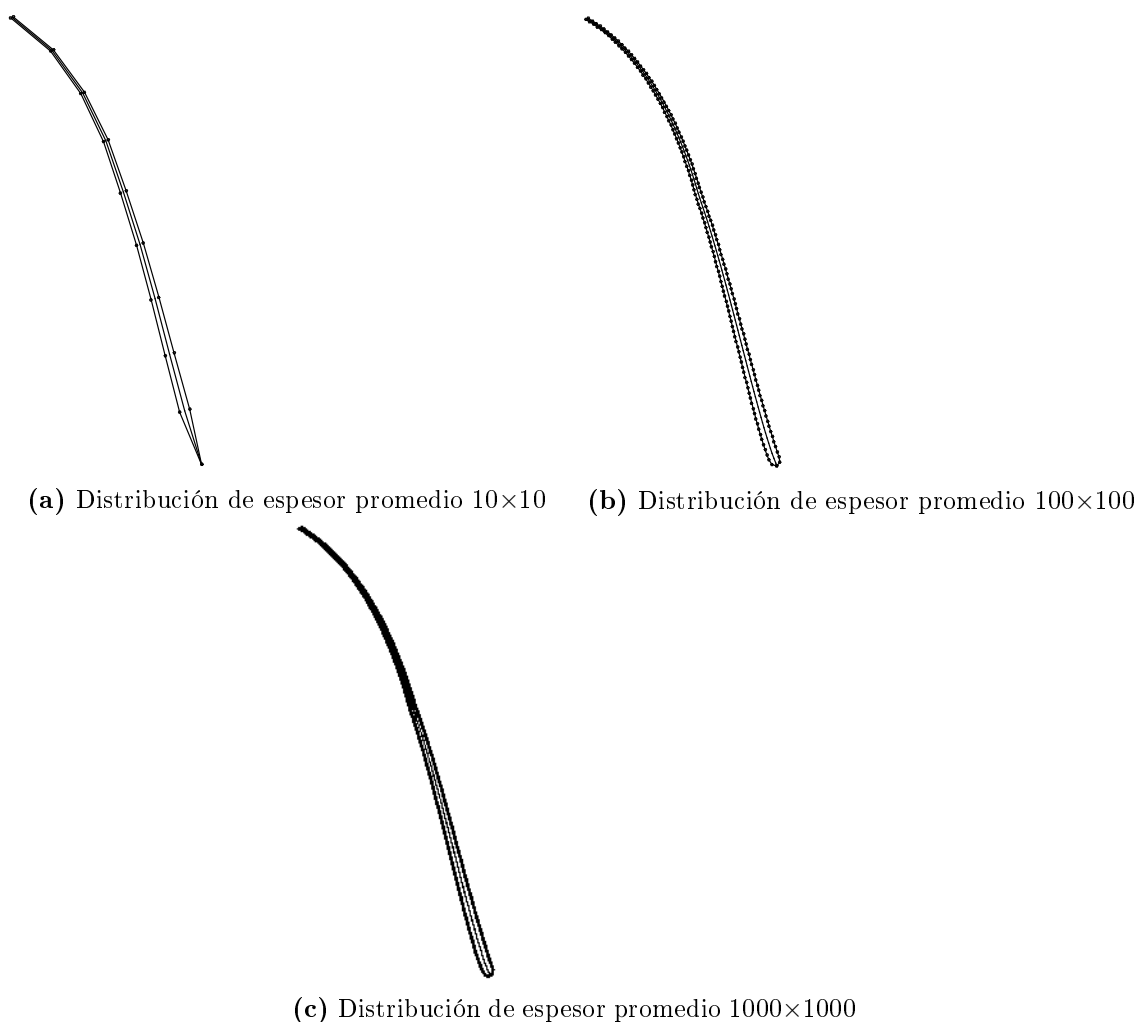


Figura 3.16. Definición de la distribución de espesor promedio a diferentes densidades de mallado del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

Esto se realizó para tener uniformidad, es decir, extraer el mismo número de datos discretos de la distribución del espesor promedio para cada densidad de mallado en el esqueleto del álabe principal del rodete, esta técnica es una ventaja por ahora, la cual define con más continuidad la distribución del espesor, principalmente en el borde de ataque a medida que se va aumentando el número de nodos en ξ y η de la densidad de mallado en el esqueleto del álabe principal real del rodete, mostrada en la Figura No. ??.

3.3.3. Reconstrucción de las superficies del álabe principal

Como se había mencionado anteriormente, en el algoritmo para definir la reconstrucción de las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99 mostrada en la Figura No. ??, se utilizó el mismo número de nodos para la densidad del mallado en el esqueleto del álabe principal (Figura No. ??) y en la distribución del espesor promedio (Figura No. ??), es decir $\xi = \eta$.

En la Figura No. ??, se ilustra la forma de las superficies reconstruidas del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, cuando la densidad del mallado del esqueleto del álabe principal real del rodete es de 10×10 nodos, para las direcciones ξ y η .

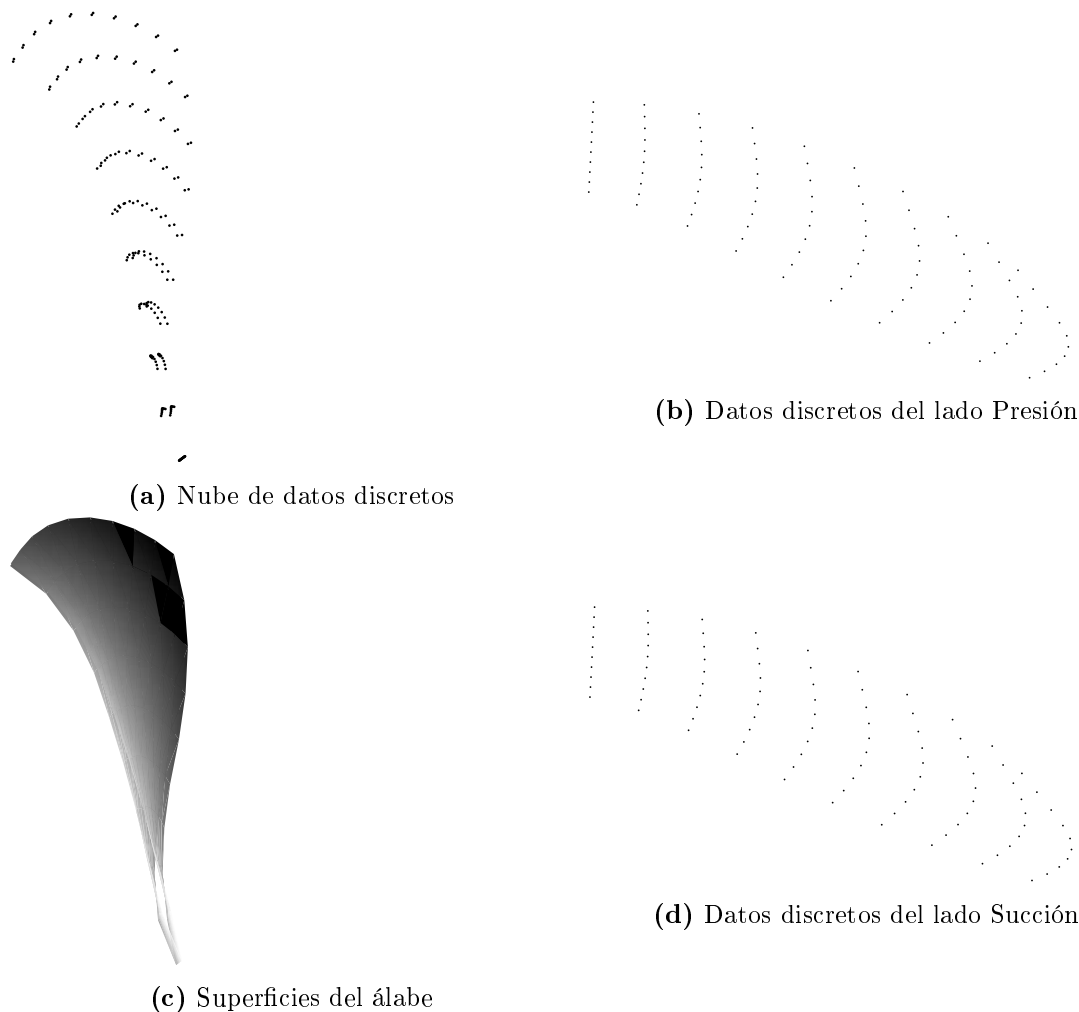


Figura 3.17. Reconstrucción de las superficies del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, con una densidad de mallado de 10×10 nodos.

La Figura No. ??, muestra las distribuciones de espesores irregulares sobre las superficies (lado presión y lado succión) reconstruidas del álabe principal del rodete, cuando se definió la densidad del mallado con diez datos discretos para el esqueleto del álabe principal y la distribución de espesor lo cual no dio como resultado en una continuidad de las superficies reconstruidas, debido a la diferente relación entre la dirección del flujo (borde de ataque hacia el borde de salida) y la longitud de la envergadura del álabe principal, lo cual es una característica de los rodetes de baja velocidad específica.

En la Figura No. ??, se ilustra la forma de las superficies del álabe principal del rodete

de la turbina Francis 99, cuando la densidad del mallado en el esqueleto del álabe principal es de 100×100 , para ξ y η .

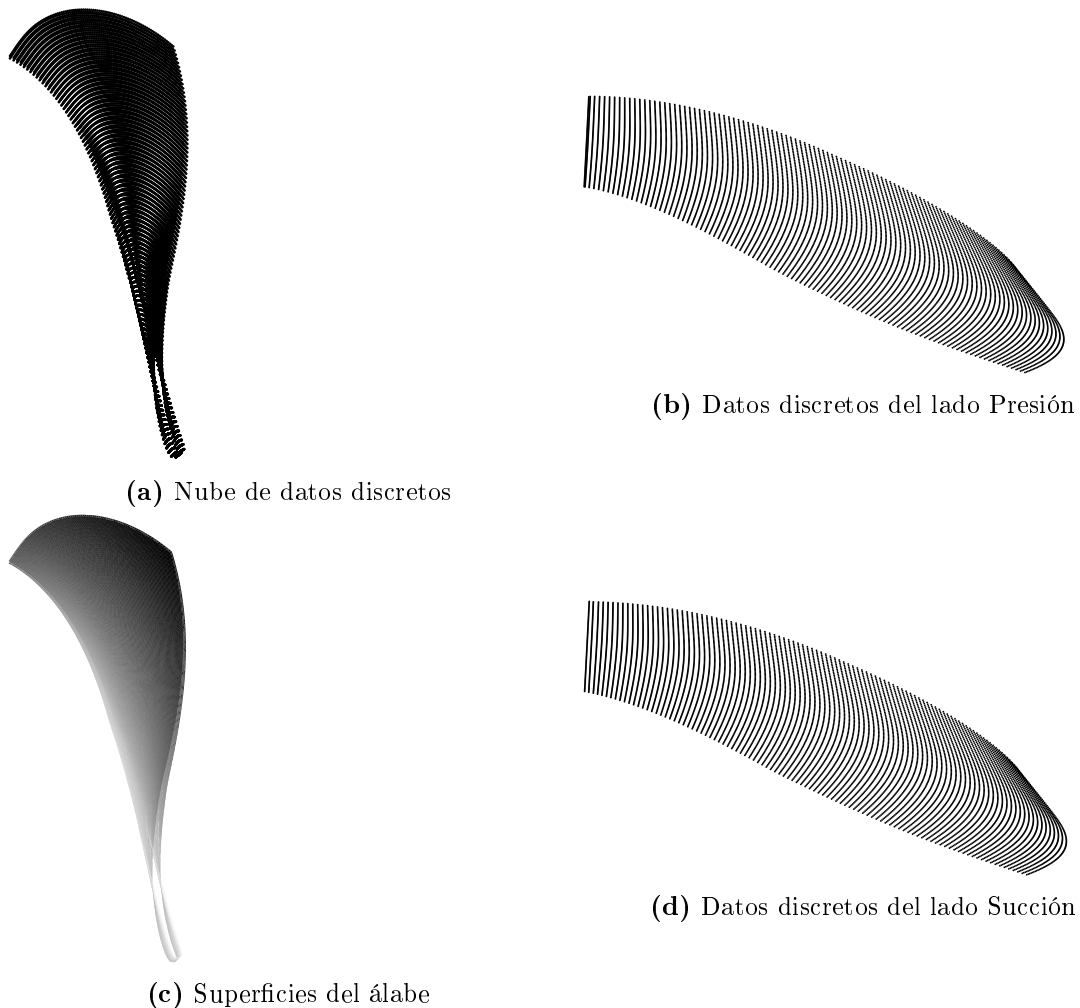


Figura 3.18. Reconstrucción de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, con una densidad de mallado de 100×100 nodos.

En el caso de los resultados ilustrados en la Figura No. ??, cuando se utilizó una densidad de mallado en el esqueleto del álabe principal del rodete de cien puntos más fina, se estableció una nube de datos, lo que hace que la evolución en la dirección del fluido y de la longitud de envergadura del álabe sea más suave y no discreta como se ilustra en la Figura No. ?. Por lo tanto, el emplear un mayor número de nodos permite una mejor definición de las superficies reconstruidas del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

En la Figura No. ??, se ilustra la forma de las superficies del álabe principal del rodete, cuando la densidad de mallado del esqueleto en el álabe principal es de 1000×1000 nodos, para las direcciones ξ y η .

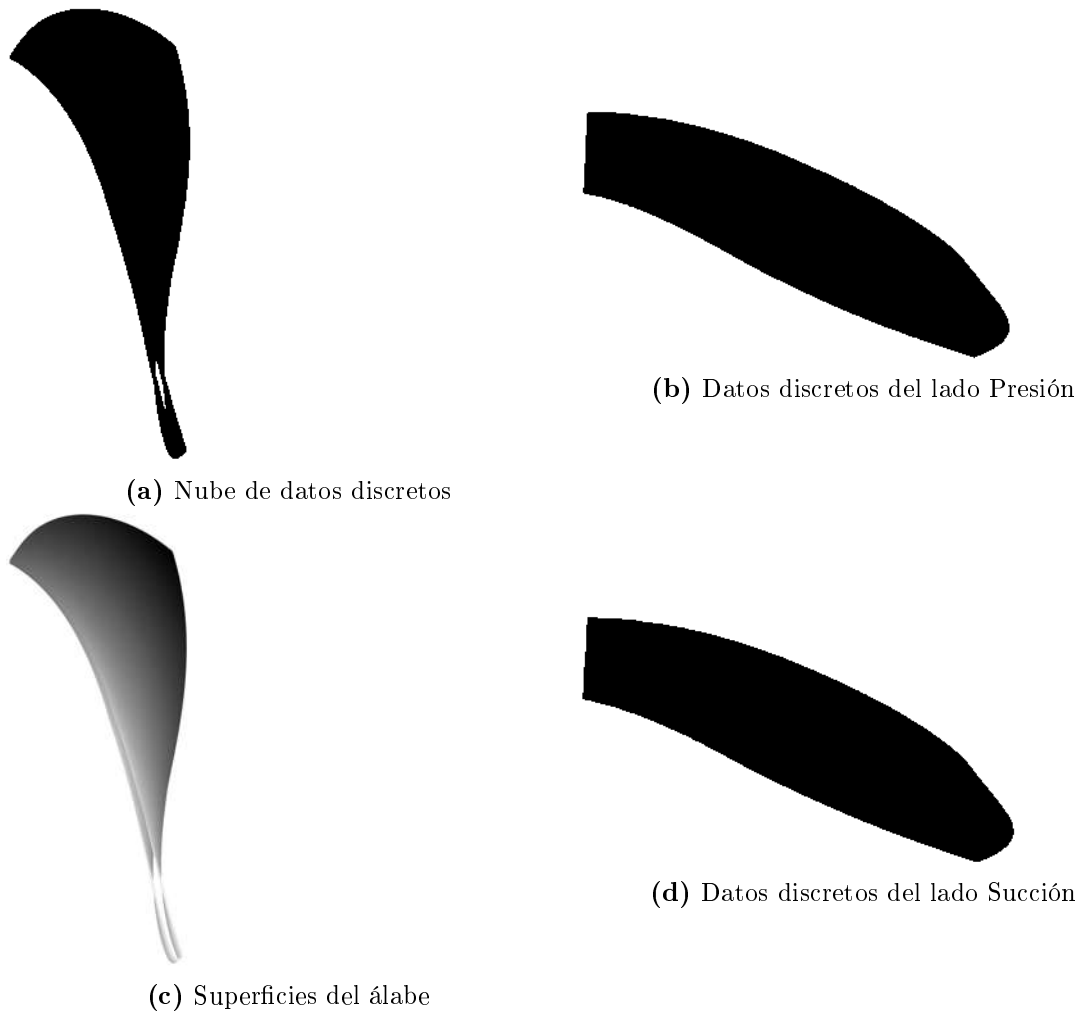


Figura 3.19. Reconstrucción de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, con una densidad de mallado de 1000×1000 nodos.

Pero cuando se emplearon mil nodos en la densidad del mallado para definir el esqueleto del álabe principal, las superficies reconstruidas del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, se pueden considerar como superficies de alta definición, esto resultando en un millón en la nube de datos en cada superficie (lado presión y lado succión) reconstruida del álabe como se ilustra en la Figura No. ??.

Para el análisis siguiente las geometrías de las superficies reconstruidas álabe ilustradas en las Figuras No. ??, ?? y ?? superficies analíticas, por lo que es necesario evaluar la reconstrucción de las superficies analíticas del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99.

Capítulo 4

Análisis de resultados

En el capítulo anterior se propuso una metodología de la reconstrucción de las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, a partir de una nube de datos en lugar de superficies o de un enfoque seccional como el presentado por López [?]. Esto permitió tener un control robusto de la generación de las diferentes secciones, evitando los problemas por los diferentes ajustes por alineamiento o por secciones, para lograr la forma final de las superficies del álabe principal del rodete.

En este capítulo, con el propósito de evaluar la calidad y la precisión de la reconstrucción de las superficies analíticas (lado presión y lado succión) de los álabes del rodete, como una comparación de error de forma geométrica cualitativa y cuantitativa contra los datos discretos extraídos del álabe principal o superficies reales del álabe del rodete.

4.1. Evaluación de la reconstrucción de las superficies del álabe

Dado que es crucial obtener una reconstrucción precisa de las superficies del álabe principal del rodete de la turbina Francis 99, ya que la forma está definida por una superficie cuyas líneas coordenadas tienen una curvatura muy pronunciada, así como un cambio importante en la dirección de sus vectores normales, los resultados obtenidos de la metodología desarrollada (superficies analíticas) y de los datos discretos extraídos (superficies reales) fueron evaluados cuidadosamente, empleando la ecuación ??, ha diferentes densidades de mallado en el esqueleto del álabe principal del rodete, creadas por el algoritmo del producto tensorial ortogonal detallado en el capítulo anterior.

$$\mathbf{d} = \frac{|(ax_i + by_i + cz_i + d)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \quad (4.1)$$

donde \mathbf{d} mide la desviación que hay entre los datos discretos (a , b , c y d) extraídos de las superficies reales del álabe principal del rodete ilustrados en la Figura No. ??, y la nube de datos (x_i , y_i y z_i) creados con la metodología del algoritmo del producto tensorial ortogonal (superficies analíticas). La evaluación de las dos superficies antes mencionadas se estimó mediante el error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en ingles) de la forma de las superficies álabe principal real del rodete, el RMSE está dado por la ecuación ??.

$$\mathbf{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{d}_i^2}{N}}, \quad (4.2)$$

donde N es el número de datos.

4.1.1. Aproximaciones cuantitativas de las superficies de los álabes

El ajuste alcanzado entre las superficies analíticas y los datos discretos extraídos de las superficies del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, mejora a medida que la densidad del mallado en el esqueleto del álabe del rodete es mayor, en otras palabras, el mallado es más fino. La ecuación ?? permitió calcular la desviación entre la nube de datos generados por el algoritmo del producto tensorial ortogonal (superficies analíticas) y los datos extraídos de las superficies del álabe principal real del rodete que se mostró en la Figura ??, con esta desviación se calculó el error cuadrático medio y el error máximo (donde el error máximo es la desviación máxima) de la forma del álabe principal real del rodete para cada densidad de mallado. En ambos errores hay una clara tendencia a disminuir, de uno a cinco órdenes de magnitud, conforme va aumentando el número de nodos en la densidad del mallado desde $m = n = 10$ hasta $m = n = 1000$ en el álabe principal real del rodete.

En la Figura ??, se ilustran los ajustes de los errores cuadráticos medios del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99, a diferentes densidades de mallado.

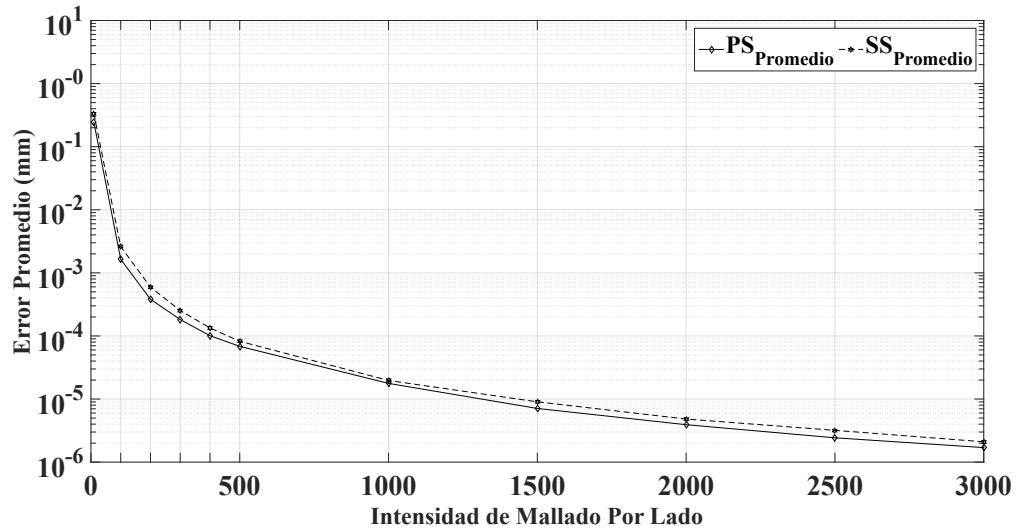


Figura 4.1. Errores cuadráticos medios del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

En la Figura ??, se ilustran los ajustes de los errores máximos del álabe principal del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99, a diferentes densidades de mallado.

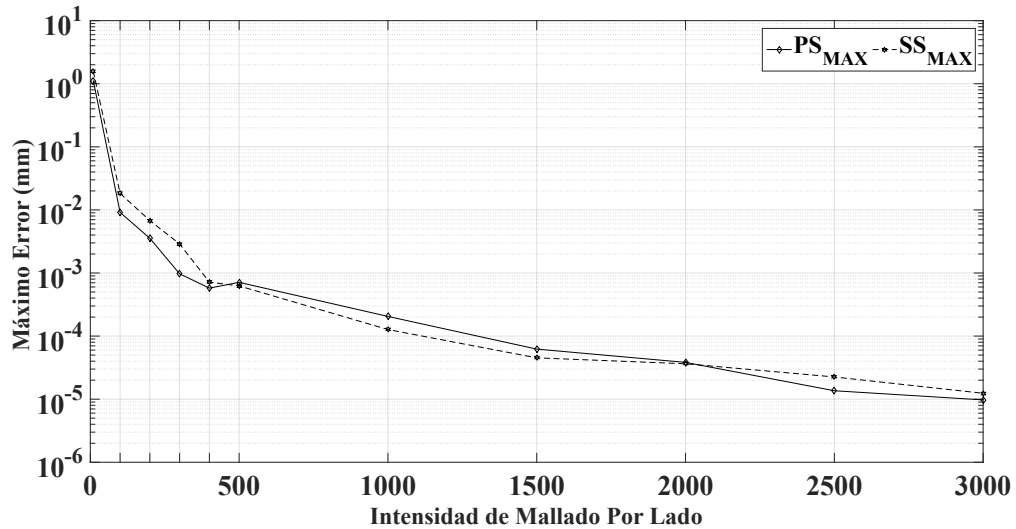


Figura 4.2. Errores máximos del álabe principal real del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

A partir de los resultados, se puede observar que la metodología de reconstrucción genera una sucesión de resultados cuya forma converge a la del álabe principal del rodete. No obstante, debido al uso de aritmética de punto flotante, la disminución del error no es significativa cuando el número de nodos en las direcciones del mallado es superior a 1000×1000 para ξ y η . También es importante destacar que, aunque exista la mínima diferencia numérica en el error cuadrático medio y el error máximo de las superficies (lado presión y lado succión) del álabe principal del rodete, se debe realizar un estudio hidrodinámico y estructural de estos

errores en el álabe reconstruido del rodete.

La variación de volumen se usó como estimador de la forma real del álabe reconstruido del rodete, ya que este álabe analítico sufre un cambio de volumen importante en relación con el álabe principal real del rodete cuando se utiliza una densidad de mallado de 10×10 para definir la forma del esqueleto reconstruido del álabe del rodete.

La Figura ??, se muestra la variación de volúmenes a diferentes densidades de mallado, los resultados están en porcentaje de la longitud del diámetro del rodete de la turbina Francis 99.

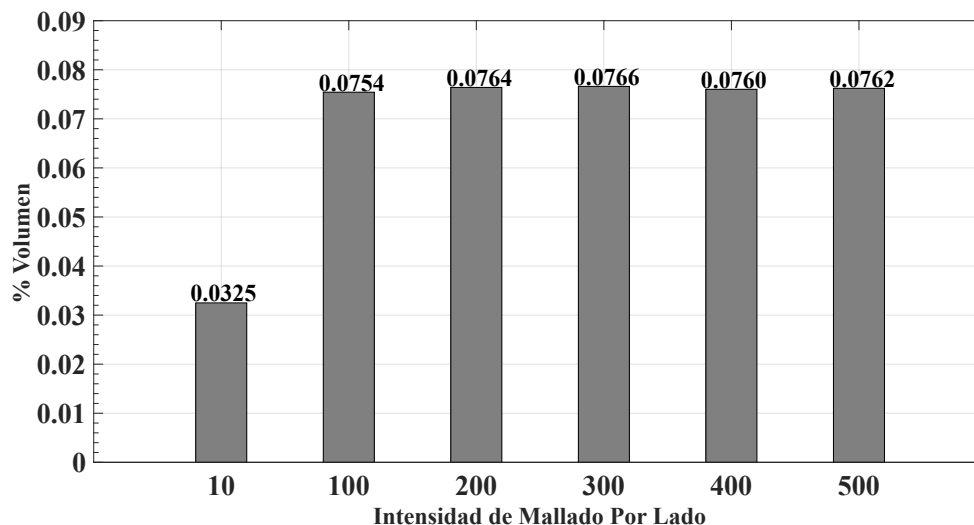


Figura 4.3. Variaciones de los volúmenes del álabe principal reconstruido del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

Cuando el álabe principal del rodete se ha reconstruido con una densidad de mallado igual o mayor a 100×100 nodos por lado presión y lado succión, el volumen sufre su cambio máximo y luego permanece casi constante. Esta variación sin volumen podría implicar que las superficies del álabe principal reconstruido han sido satisfactoriamente definidas y ahora las superficies del álabe principal reconstruido son suaves y continuas.

La Figura ??, se muestra la variación del volumen a diferentes densidades de mallado. Lo que refuerza la conclusión que se ha realizado una reconstrucción del álabe principal del rodete satisfactoriamente.

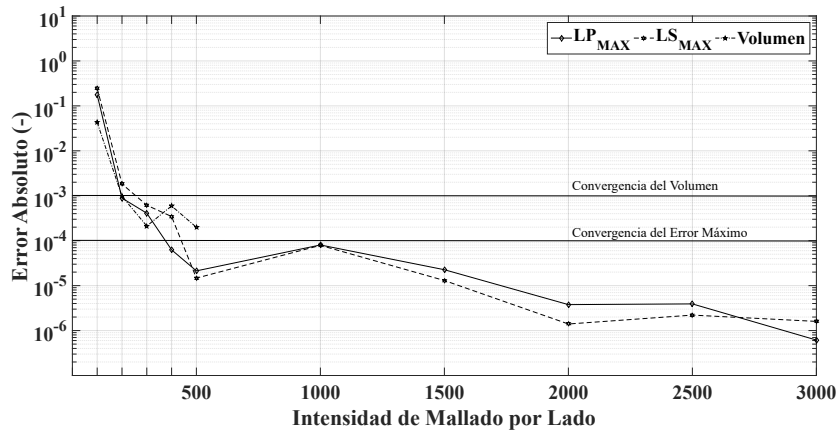


Figura 4.4. Variaciones de los volúmenes del álabe principal reconstruido del rodete de la turbina hidráulica Francis 99.

4.1.2. Aproximaciones cualitativos de las superficies del álabe.

Para visualizar la distribución del error de forma, se generó una superficie de álabe principal en niveles de colores utilizando la ecuación ??, esta aproximación se evaluó cualitativamente, los resultados se transportaron a las superficies del lado presión y succión como se mostrara a continuación.

En la Figuras ?? y ??, se ilustran las distribuciones del error de forma entre las superficies analíticas y las superficies reales del álabe del rodete, cuando se utilizó un malla grueso en el esqueleto del álabe del rodete. El error máximo alcanzado fue de 1 mm y se encontró a lo largo de la parte inferior del lado de presión y lado succión del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada Francis 99.

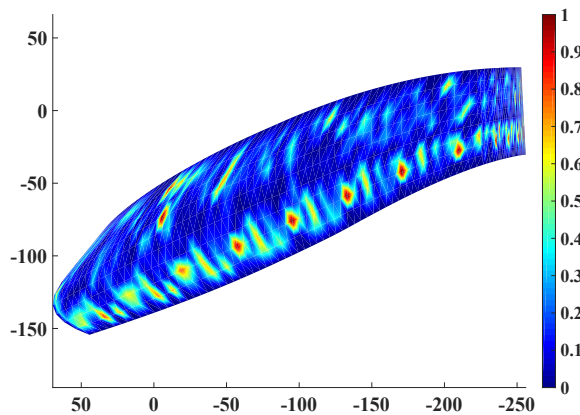


Figura 4.5. Distribución del error de forma del lado presión de 10×10 del álabe la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.

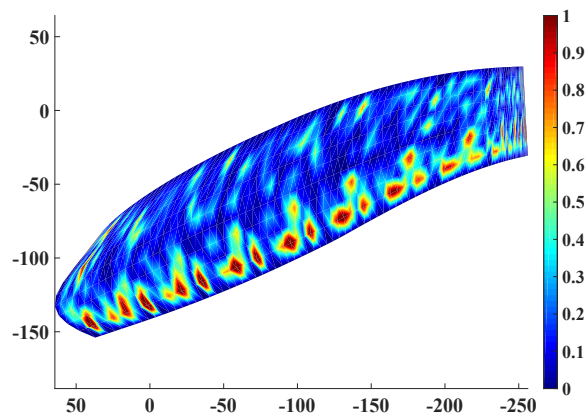


Figura 4.6. Distribución del error de forma del lado succión de 10×10 del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.

En la Figuras ?? y ??, se muestran las distribuciones del error de forma en las superficies del álabe principal real del rodete cuando el tamaño de la malla en el esqueleto se estableció de una manera más fina, 100×100 puntos en cada dirección de ξ y η . Debe notarse que el error máximo alcanzado en esta aproximación fue de 0.01 mm, dos órdenes de magnitud menor que la obtenida con una malla de 10×10 puntos en las direcciones ξ y η . Las zonas con un error de forma más alto se redujeron de manera importante, en zonas del álabe como la del lado presión casi se han desaparecido, sin embargo, aunque en menor medida la diferencia permanece a lo largo de la parte inferior del lado succión.

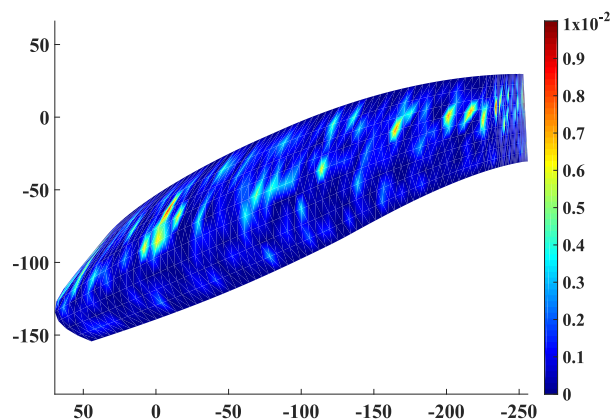


Figura 4.7. Distribución del error de forma del lado presión de 100×100 del álabe la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.

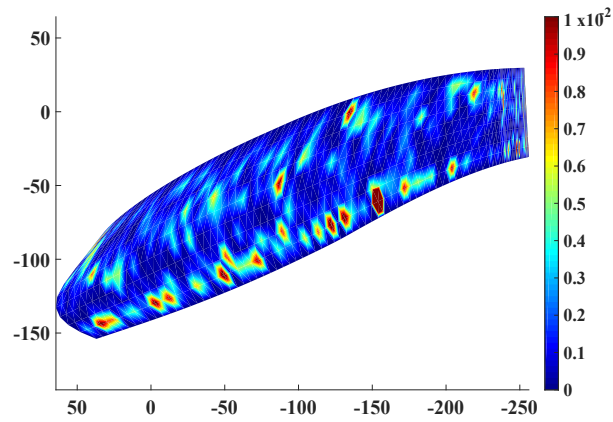


Figura 4.8. Distribución del error de forma del lado succión de 100×100 del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.

En las Figuras ?? y ?? se observan las distribuciones del error de forma en cada superficie de álabe, cuando el esqueleto fue construido usando mil puntos por lado del mallado. En esta evaluación, el error máximo es de 0.0001 mm. Prácticamente se eliminaron las zonas de error a lo largo de la parte inferior de ambos lados del álabe. Sin embargo, en varias zonas el error máximo aún permanece en la región de la mayor curvatura del álabe.

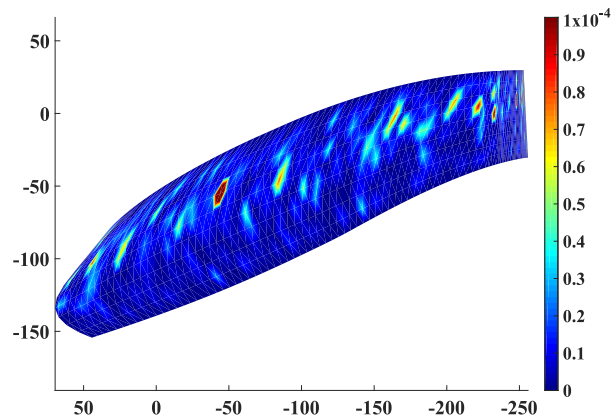


Figura 4.9. Distribución del error de forma del lado presión de 1000×1000 del álabe la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.

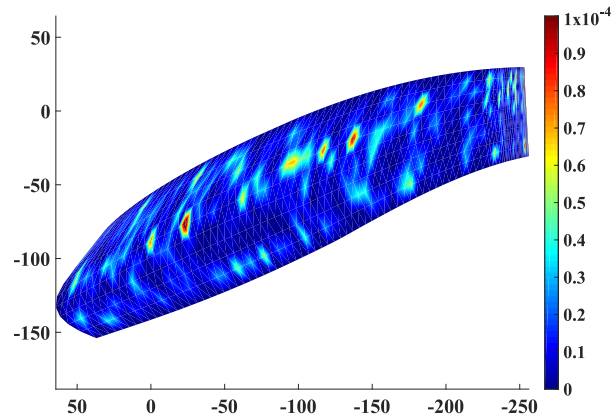


Figura 4.10. Distribución del error de forma del lado succión de 1000×1000 del álabe del rodete de la turbina hidráulica denominada de tipo Francis 99.

J. Liu [?] reportaron desviaciones máximas de 0.044 mm en el perfil del álabe que es completamente axial. Mientras tanto, M.S.G. Tsuzukien [?] obtuvo 10.61 mm como error final de RMS en la superficie reconstruida del álabe axial-radial real. M. Ristic [?] menciona un error promedio de 0.004 mm cuando se alcanza el desplazamiento de los puntos medidos de la superficie nominal al álabe axial. En el álabe axial-radial de J. F. Dubé [?] se propone considerar un error máximo de 5 mm, (0.1% del diámetro de la turbina) como válido para aceptar una reconstrucción del álabe del rodete.

En la tabla ??, se presenta el error máximo alcanzado por la aproximación entre las superficies del álabe en porcentaje, en relación con el diámetro real del rodete de la turbina Francis 99. Usando un tamaño de mallado de 100×100 , fue posible mejorar en dos órdenes de magnitud del error previamente establecido por J. F. Dubé [?], se puede observar que por el tipo de reconstrucción y por el tipo de aritmética de punto flotante empleada, la disminución del error no es significativa con más de 1000 puntos por lado. Dado que el incrementar el número de puntos sí implica mayor costo computacional, dicha estimación es suficiente para los propósitos de este trabajo.

Tabla 4.1: Máximo error en %

Caso	Mallado	Lado Presión	Lado Succión
1	10×10	1.76×10^{-1}	2.49×10^{-1}
2	100×100	1.45×10^{-3}	2.90×10^{-3}
3	200×200	5.63×10^{-4}	1.07×10^{-3}
4	300×300	1.54×10^{-4}	4.58×10^{-4}
5	400×400	9.14×10^{-5}	1.14×10^{-4}
6	500×500	1.13×10^{-4}	9.90×10^{-5}
7	1000×1000	3.25×10^{-5}	2.02×10^{-5}
8	1500×1500	9.86×10^{-6}	7.18×10^{-6}
9	2000×2000	6.08×10^{-6}	5.77×10^{-6}
10	2500×2500	2.16×10^{-6}	3.57×10^{-6}
11	3000×3000	1.54×10^{-6}	1.96×10^{-6}

En la literatura se explora la existencia de una relación entre la mejor definición computacional del álabe y el número de puntos empleados en su diseño. Naturalmente, esto hace más costoso el proceso de optimización debido a la gran cantidad de parámetros que podrían ser manipulados por el algoritmo de optimización. Los resultados obtenidos en este trabajo indican que la precisión para ajustar los álabes reales con bordes afilados y las altas variaciones en la curvatura, solo aumenta en relación con la definición del esqueleto del álabe (superficie media). Por lo tanto, la aproximación del álabe puede ser bastante independiente de cualquier enfoque de parametrización del álabe utilizado en un proceso de rehabilitación o actualización del rodete.

Capítulo 5

Conclusiones

La metodología propuesta en estudio fue capaz de reconstruir de manera numérica la geometría del álabe del rodete de la turbina Francis 99. El diseño de varios algoritmos matemáticos, permitió extraer información discreta a partir de su modelo digitalizado para generar una malla estructural en 3D, en la que las superficies de corte se colocaron ortogonalmente, lo que aseguró que la distribución del espesor se midiera en el álabe real.

Esta información se procesó para crear las superficies (lado presión y succión) del álabe de forma continua y suave y ya que las superficies se generaron directamente en el espacio real del álabe, esta metodología eliminó los problemas de distorsión longitudinal inherentes en los álabes axiales-radiales que tienen una geometría retorcida y curvada, la desviación máxima y promedio entre el álabe analítico y real se redujeron solo incrementando los puntos del mallado utilizados para definir el esqueleto del álabe, además de que no hubo ningún parámetro de diseño geométrico involucrados.

Aunque no se pudo lograr la convergencia del error de forma del álabe, los resultados sugieren que al menos cien secciones en el álabe colocados a lo largo de la dirección de la envergadura serían necesarias para alcanzar un ajuste aceptable, además de que no hubo un cambio significativo en el incremento del volumen del álabe. Esta importante consideración podría lograr un álabe continuo y suave que se requiere en las zonas más torcidas y con bordes. Debido a que se encontró una desviación estándar de la distribución del espesor a lo largo de la envergadura, se implementó una distribución principal de espesor que podría haber provocado la diferencia de volumen entre el álabe real y el analítico.

Aunque con esta metodología se obtuvo una aproximación importante para la reconstrucción de álabes torcidos y curvados a lo largo de su envergadura, debe tenerse en cuenta que el modelo no tiene regiones defectuosas dentro de las superficies del álabe. Por lo tanto, se

deben tener en cuenta varias limitaciones, como los errores de adquisición de datos, el desgaste o el daño de los álabes y las desviaciones de fabricación si se pretende reconstruir con esta metodología como tecnología de ingeniería inversa y así poder recuperar el modelo CAD de los álabes del rodete de turbinas antiguas, que podría ser del interés para fines industriales.

Finalmente, dado que este método proporcionó una representación simplificada de los álabes al crear geoméricamente solo su esqueleto y la distribución del espesor, sería posible recuperar la geometría original del álabe manipulando solo dos superficies paramétricas. Esto permitiría tener en cuenta todos los parámetros de diseño del álabe al mismo tiempo, en lugar de enfocarse en partes específicas, lo que podría reducir las evaluaciones de diseño en un proceso de optimización, además que podría ser de interés para fines industriales.

Bibliografía

- [1] MONSALVE I. S., Turbinas Hidráulicas, URL <http://jaibana.udea.edu.co/grupos/centrales/files/capitulo204.pdf>
- [2] SWIDERSKI J. AND MARTIN J., High Power Francis runner-upgrade with a new design runner, *Norcan Hydraulic Turbine, Inc. Report*, (1999).
- [3] QUINGHUA S., Rehabilitation of a low head Francis turbine by runner replacement, *22nd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Design Methods Turbines*, Stockholm Sweden, (2004).
- [4] MASSE B., Simulation creates potential 5 million revenue gain from hydropower turbines, *Journal Articles by Fluent Software Users*, (JA101), 1–4. 1999.
- [5] AVELLAN F., Flow investigation in a Francis draft tube: The FLINDT project, *In Proceedings of the Hydraulic Machinery and Systems 20th IAHR Symposium*, Charlotte, N. C., USA, DY-03. 2000.
- [6] MAURI, S., KUENY, J., AND AVELLAN, F., Werlé-Legendre separation in a hydraulic machine draft tube, *In ASME 2002 Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Montréal, Québec, Canada. 2002.
- [7] NECHLEBA, M, Hydraulic turbines, their design and equipement, *No. BOOK*, Artia, 1957.
- [8] E. AYLI, K. CELEBIOGLU, AND S. ARADAG, Determination and generalization of the effects of design parameters on Francis turbine runner performance, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol.10, (No.1), págs. 545-564, (2016).
- [9] S. BAHRAMI, C. TRIBES, C. DEVALS, T. C. VU AND F. GUIBAULT, Multi-fidelity shape optimization of hydraulic turbine runner blades using a multi-objective mesh adaptive direct search algorithm, *Applied mathematical modelling*, Vol. 40, (No. 2), 1650-1668, (2016).
- [10] A. E. LYUTOV, D. V CHIRKOV, V. A SKOROSPELOV, P. A. TURUK AND S. G. CHERNY, Coupled multipoint shape optimization of runner and draft tube of hydraulic turbines, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 137, (No. 11), 111302, (2015).
- [11] D. BALINT, V. CÂMPIAN, D. NEDELICU, AND O. MEGHELES, Hydrodynamics automatic optimization of runner blades for re-action hydraulic turbines, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, Vol.15, (No.3), 032014, (2012).
- [12] SHRESTHA, K. P., THAPA, B., DAHLHAUG, O. G., NEUPANE, H. P., GURUNG, N. AND KAYASTHA, A. Optimized Design of Francis Turbine Runner for Sand Laden Water, *Hydro Nepal: Journal of Water, Energy and Environment*, Vol.13, 36-43, (2013).
- [13] B. GAO, C. HAO, T. LI, AND J. YE, Grid generation on free-form surface using guide line advancing and surface flatten-ing method, *Advances in Engineering Software*, Vol. 110, 98-109, (2017).

- [14] G. SOTTAS, AND J. D. REYMOND, Mesh Generation Techniques for Inviscid Flow Simulations in Turbines, *Numerical Grid Generation in Computational Field Simulation and Related Fields*, NP Weatherill, PR Eiseman, J. Hauser and JF Thompson (Eds.), 653, (1994).
- [15] L. F. LÓPEZ, Surface parameterization and optimum design methodology for hydraulic turbines, *Doctoral dissertation*, (2006).
- [16] A. NOURBAKSH, O. S. RAZAVI, H. KHODABAKHSH, AND A. MEHRABADI, New approach for hydraulic design of Francis runner based on empirical correlations, *International Conference on Small Hydropower-Hydro Sri Lanka*, Vol.22, (2007).
- [17] F. AYANCIK, U. ARADAG, E. OZKAYA, K. CELEBIOGLU, O. UNVER AND S. ARADAG, Hydroturbine runner design and manufacturing, *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, Vol. 1, (No. 2), 162-165, (2013).
- [18] S. THUM AND R. SCHILLING, Optimization of hydraulic machinery bladings by multilevel CFD techniques, *International Journal of Rotating Machinery*, Vol. 2005, (No. 2), 161-167, (2005).
- [19] E. GÖDE, Performance upgrading of hydraulic machinery with the help of CFD, *100 Volumes of 'Notes on Numerical Fluid Mechanics'*, 299-310, (2009).
- [20] E. FLORES, L. BORNARD, L. TOMAS, J. LIU, AND M. COUSTON, Design of large Francis turbine using optimal methods, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, Vol.15 (No.2), 022023, (2012).
- [21] D. V. CHIRKOV, A. S. ANKUDINOVA, A. E. KRYUKOV, S. G. CHERNY AND V. A. SKOROSPELOV, Multi-objective shape optimization of a hydraulic turbine runner using efficiency, strength and weight criteria, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.58, (No.2), 627-640, (2018).
- [22] L. SU, S. ZHU, N. XIAO, AND B. GAO, An automatic grid generation approach over free-form surface for architectural design, *Journal of Central South University*, Vol.21, (No.6), 2444-2453, (2014).
- [23] B. GAO, T. LI, T. MA, J. YE, J. BECQUE, AND I. HAJIRASOULIHA, A practical grid generation procedure for the design of free-form structures, *Computers & Structures*, Vol.196, 292-310, (2018).
- [24] Q. WANG, B. GAO, T. LI, H. WU, J. KAN AND B HU, A triangular mesh generator over free-form surfaces for architectural design, *Automation in Construction*, Vol.93, 280-292, (2018).
- [25] SHE C. H. AND C. C. CHANG, Study of applying reverse engineering to turbine blade manufacture, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, (No.10), 1580, (2007).
- [26] LAPEM. C., 2007, Informe de Eficiencia Efectuado a la Unidad 4 de la Central Hidroeléctrica en Tirio, *Departamento de Evaluación de Procesos de Sistemas Térmicos e Hidráulicos*.
- [27] CATENI A., MAGRI L., AND GREGO G., Optimization of Hydro Power Plants Performance Importance of Rehabilitation and Maintenance in Particular for the Runner Profiles, *7th International Conference on Hydraulic Efficiency Measurements*, Milan, Italia, (2008).
- [28] J. BURMAN, B. R. GEBART, AND H. MARTENSSON, Development of a blade geometry definition with implicit design variables, *38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 671, (1999).

- [29] L. J. DOOLIN AND S. V. POULIN, Apparatus and method for adjusting rotor blade tracking, *U.S. Patent*, No. 5,913,659 (1999).
- [30] J. F. DUBÉ, F. GUIBAULT, M. G. VALLET, AND J. Y. TRÉPANIÉ, Turbine Blade Reconstruction and Optimization Using Sub-division Surfaces, *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1327, (2006).
- [31] C. TRIVEDI, M. CERVANTES, M., AND DAHLHAUG, O. G., Francis 99 A test-case on a high head Francis turbine, *Waterpower laboratory, Department of Energy and Process Engineering, Faculty of Engineering, NTNU–Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway*, (2019).
- [32] M. HARANO, K. TANI, AND S. NOMOTO, Practical application of high-performance Francis-turbine runner fitted with splitter blades at ontake and shinkurobegawa No. 3 power stations of the Kansai electric power CO., Inc, *Hitachi Review*, Vol. 55, (No.3),109-113, (2006).
- [33] M. BANASZEK, AND K. TESCH, Blade Shape Optimisation for Rotor-Stator Interaction in Kaplan Turbine, *2nd International Conference on Engineering Optimization*, (EngOpt2010), Lisboa, Portugal, (2010).
- [34] J. F. THOMPSON, B. K. SONI AND N. P. WHEATERILL, Transfinite Interpolation (TFI) Generation Systems, Handbook of grid generation, *Chapter 3*, (1998).
- [35] T. MILOS, A New method to obtain the blade surface intersections with horizontal cutting planes of the Francis turbine runner, *Hydraulica*, 2-3 (No.19), 26-35, (2006).
- [36] T. MILOS AND M. BÁRGLÁZAN, CAD technique used to optimize the Francis runner design. *The 6th International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics*, Timisoara, Romania, 125 – 30, (2004).
- [37] A. SKOTAK AND J. OBROVSKY, Shape optimization of a Kaplan turbine blade, *23rd IAHR Symposium*, Yokohama, Japan, (2006).
- [38] J. LIU, J. ZHAO, X. YANG, J. LIU, X QU, AND X. WANG, A reconstruction algorithm for blade surface based on less measured points, *International Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 2015, (2015).
- [39] M. S. G. TSUZUKI, S. L. VATANABE, E. G. CASTRO, E. C. N SILVA, T. C. MARTINS, D. TANIGUCHI, H. S. MAKIYAMA, A. K. SATO, G. B. GALLO, M. A. A. GARCIA AND H. TIBA, Development of a Complete Methodology to Reconstruct, Optimize, Analyze and Visualize Francis Turbine Runners, *IFAC-PapersOnLine*, Vol.48, (No. 3), 1900-1905, (2015).
- [40] M. RISTIC, D. BRUJIC AND I. AINSWORTH, Measurement-based updating of turbine blade CAD models: a case study, *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, Vol.17, (No. 4), 352-363, (2004).