



**UNIVERSIDAD MICHOCANA  
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

**“CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE PUENTES TIPO”**

**TESIS**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL**

**PRESENTA  
IRERI PATRICIA MERINO ARTEAGA**

**ASESOR  
DR. HUGO HERNÁNDEZ BARRIOS**

**MORELIA, MICHOCÁN, JUNIO DE 2008**





UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE  
INGENIERÍA CIVIL  
025/08-08

SE ACEPTA  
TEMA DE TESIS

Morelia, Mich., a 2 de abril de 2008.

**C. P.I.C. IRERI PATRICIA MERINO ARTEAGA  
PRESENTE.-**

En contestación a su atenta solicitud de fecha 12 de febrero de 2008, respecto a la propuesta de tesis para sustentar examen profesional de **Ingeniero Civil**, me es grato comunicarle que se acepta el tema:

**“Características dinámicas de puentes tipo”**, el cual deberá desarrollar con el índice siguiente:

- I. Consideraciones para el modelado numérico de puentes, caso Estático.
- II. Consideraciones para el modelado numérico de puentes, caso Dinámico.
- III. Propiedades estáticas de puentes tipo.
- IV. Propiedades dinámicas de puentes tipo.
- V. Conclusiones generales.

De igual manera se le comunica que el **C. Dr. Hugo Hernández Barrios**, ha sido designado asesor de su tesis.

Sírvase tomar en cuenta que, en cumplimiento a lo establecido por la Ley de profesiones, deberá prestar su servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar examen recepcional.

ATENTAMENTE



Ing. Ramiro Guzmán Rodríguez  
Director de la Facultad de Ingeniería Civil

FACULTAD  
DE INGENIERIA  
CIVIL

U. M. S. N. H.

RGR-JOL-mhh.



UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE  
SAN NICOLAS DE HIDALGO

FACULTAD DE  
INGENIERÍA CIVIL  
171/08-08

SE DESIGNA MESA SINODAL

**C. ING. ISAÍAS MOLINA MARTÍNEZ**  
**JEFE DEL DEPARTAMENTO DE TITULACIÓN**  
**P R E S E N T E.-**

El **C. Dr. Hugo Hernández Barrios**, catedrático de la Facultad de Ingeniería Civil, dice a esta Dirección lo siguiente:

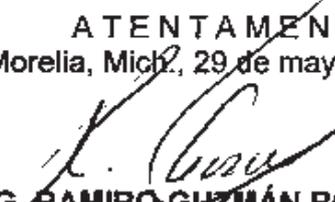
"...Por la presente, me permito comunicar a Usted que la **P.I.C. IRERI PATRICIA MERINO ARTEAGA**, entregó su trabajo de tesis titulado "**CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE PUENTES TIPO**" para la presentación de su examen recepcional, el cual considero listo para su impresión..."

Lo que comunico a Usted para su conocimiento y fines consiguientes. Asimismo, le hago saber que el tema anterior corresponde al Departamento de **ESTRUCTURAS** y es conveniente que se le designe la siguiente mesa.

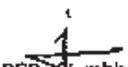
<b>PRESIDENTE:</b>	Dr. Hugo Hernández Barrios	0400077-3
<b>VOCAL:</b>	Dr. Francisco Hurtado Soto	8403020-8
<b>VOCAL:</b>	Dr. Fernando Augusto Velasco Ávalos	8102527-0

<b>SUPLENTE:</b>	Dr. José Manuel Jara Guerrero	8900397-7
<b>SUPLENTE:</b>	M.I. Eugenio Macías Cortés	8403026-7

ATENTAMENTE  
Morelia, Mich., 29 de mayo de 2008

  
**ING. RAMIRO GUZMÁN RODRÍGUEZ**  
**DIRECTOR**



  
RGR-JGL-mhh.

FACULTAD  
DE INGENIERIA  
CIVIL  
U. M. S. N. H

# AGRADECIMIENTOS

A Dios, que siempre ha estado conmigo y nunca me ha abandonado.

A mis padres, José Luis y María, gracias por darme la vida y gracias a sus esfuerzos, enseñanzas, cariño, paciencia y sobre todo su confianza, soy lo que soy y pude estudiar esta carrera. Gracias por todo, los quiero mucho, son los mejores padres, los admiro y respeto.

A mi hermano, Jose Luis, que siempre ha estado cuando lo he necesitado, y por la paciencia que me ha tenido. Te quiero.

A todos mis tíos y primos, que a pesar de no pasar tanto tiempo con ellos, se que están conmigo apoyándome y queriéndome.

A todos mis profesores de la carrera, en especial al Dr. Hugo Hernández Barrios, que gracias a su apoyo y tiempo, pude realizar este trabajo y por motivarme a seguir adelante con mis estudios. Muchas gracias.

A todos mis amigos y amigas, gracias por estar conmigo y por ser mis amigos.

A mi novio, Fernando, por apoyarme, por su paciencia, por estar conmigo cuando lo he necesitado y por todo su cariño. Te quiero mucho.



# “CARACTERÍSTICAS DINÁMICAS DE PUENTES TIPO”

## CONTENIDO

<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	<b>1</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	<b>2</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>8</b>
<b>CAPÍTULO I      CONSIDERACIONES PARA EL MODELADO NUMÉRICO DE PUENTES, CASO ESTÁTICO</b>	<b>9</b>
1.1    Definición	9
1.2    Introducción al Modelado de Puentes	11
1.3    Modelos y Análisis Estático	11
1.4    Vigas, Arcos, Placas y Láminas	15
1.4.1    Vigas y Arcos	16
1.4.2    Placas y Láminas	18
1.4.3    Análisis de Placas Rectangulares	20
1.4.4    Formulación Débil Mediante Bandas Finitas	21
1.4.4.1    Limitaciones del Modelo	23
1.4.4.2    Ancho efectivo de los Patines	24
1.4.4.3    Torsión de un Tablero Recto Simplemente Apoyado	24
1.5    Secciones Mixtas y Paredes Reticuladas	28
1.5.1    Secciones Transversales con Rigidez Torsional Débil	28
1.5.2    Secciones Transversales con Rigidez Torsional Intermedia	29
1.5.3    Secciones Transversales con Gran Rigidez Torsional	30
1.6    Distorsión de un Tablero Recto Simplemente Apoyado	31



---

1.7	Análisis en Flexibilidad de Puentes Rectos	34
1.8	Modelación de un Tablero	34
1.8.1	Tableros de Vigas y Losa	34
1.8.2	Tableros de Vigas Formadas por Celdas	36
1.8.3	Tableros de Losa	37
1.8.4	Tableros Formados por Pseudo-losas	37
1.9	Disposición de la malla para plantas generales	38
1.10	El modelo losa en el análisis de tableros	40
1.10.1	Losa recta simplemente apoyada en sus secciones extremas	42
1.11	Formulación fuerte del problema de flexión	45
1.12	Formulación débil mediante Bandas Finitas	46
1.13	Otras geometrías en planta y condiciones de contorno	47
1.14	El Modelo lámina plegada en el análisis de tableros	48
1.14.1	Lámina prismática recta simplemente apoyada: Solución Exacta	51
1.14.2	Lámina prismática recta simplemente apoyada: solución mediante Bandas Finitas	53
1.14.3	Otras geometrías en planta y condiciones de contorno	54
<b>CAPÍTULO II</b>	<b>CONSIDERACIONES PARA EL MODELADO NUMÉRICO DE PUENTES, CASO DINÁMICO</b>	<b>55</b>
2.1	Modelos Numéricos de Puentes	55
2.2	Modelos que Representan un Sistema Estructural	57
2.3	Modelos que Representan Elementos Estructurales Individuales	61
2.4	Modelado de los Componentes de un Puente	63
2.4.1	Modelado de la Superestructura	64
2.4.2	Columnas Individuales	66
<b>CAPÍTULO III</b>	<b>PROPIEDADES ESTÁTICAS DE PUENTES TIPO</b>	<b>69</b>
3.1	Antecedentes	69
3.2	Losa plana maciza	69



3.3	Losa plana aligerada	74
3.4	Losa con nervaduras	78
3.5	Losa con 2 nervaduras	80
<b>CAPÍTULO IV PROPIEDADES DINÁMICAS DE PUENTES TIPO</b>		<b>87</b>
4.1	Modelo de Puentes usando SAP2000	87
4.2	Periodos de Vibrar	96
4.3	Comparación de Resultados	101
4.4	Comparación con puentes reales tipo PIV	111
4.4.1	Puente Maravatío k157	111
4.4.2	Puente Maravatío k187	112
4.4.3	Puente Maravatío k206	113
4.4.4	Puente Maravatío k239	114
<b>CAPÍTULO V CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES</b>		<b>116</b>
5.1	Recomendaciones	118
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		<b>120</b>



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1	Modelos para el Análisis de Tableros de Puentes	12
Tabla 1.2	Técnicas de Análisis para el Puente Completo	15
Tabla 4.1	Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Maciza	96
Tabla 4.2	Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Aligerada	96
Tabla 4.3	Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con Nervaduras	96
Tabla 4.4	Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con 2 Nervaduras	97
Tabla 4.5	Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Maciza	102
Tabla 4.6	Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Aligerada	102
Tabla 4.7	Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con Nervaduras	102
Tabla 4.8	Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con 2 Nervaduras	103
Tabla 4.9	Periodos de vibrar para el puente k157	112
Tabla 4.10	Periodos de vibrar para el puente k187	113
Tabla 4.11	Periodos de vibrar para el puente k206	114
Tabla 4.12	Periodos de vibrar para el puente k239	115



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Vista general de un puente	9
Figura 1.2	Diferentes Tipos de Puentes	10
Figura 1.3	Tableros Formados por Vigas	12
Figura 1.4	Modelos 1D para los Tableros Formados por Vigas	13
Figura 1.5	Modelos Espaciales para una Viga Cajón	13
Figura 1.6	Pieza Recta	16
Figura 1.7	Desplazamientos en Sección Transversal	17
Figura 1.8	Sistemas de Referencia de una Lámina Delgada	18
Figura 1.9	Tensiones sobre el Espesor de la Lámina	19
Figura 1.10	Esfuerzos Generalizados en el Contorno	19
Figura 1.11	Componentes Físicas de los Esfuerzos en una Placa Rectangular	20
Figura 1.12	Condiciones de Contorno del Estado de Membrana	20
Figura 1.13	Condiciones de Contorno del Estado de Flexión	21
Figura 1.14	Secciones Transversales de Tableros Usualmente Modelados como una Viga	22
Figura 1.15	Mecanismos Elementales de Respuesta del Tablero	23
Figura 1.16	Distribución de Esfuerzos $N_{xx}$ en Sección Transversal	24
Figura 1.17	Tablero Recto Simplemente Apoyado	25
Figura 1.18	Geometría de un Tablero de Pared Delgada	26
Figura 1.19	Cinemática de la Torsión de un Tablero de Pared Delgada	26
Figura 1.20	Coordenadas Superficiales de un Tablero de Pared Delgada	27
Figura 1.21	Esfuerzos Generalizados en un Tablero de Pared Delgada	27
Figura 1.22	Ejemplos de Paredes Reticuladas	28
Figura 1.23	Secciones Transversales Asociadas a la Torsión Alabeada Pura	29
Figura 1.24	Secciones Transversales asociadas a la Torsión Mixta	29



Figura 1.25	Secciones Transversales Sólidas con Espesor Uniforme	30
Figura 1.26	Secciones Transversales Sólidas con Geometría Irregular	30
Figura 1.27	Secciones Transversales Multicelulares	30
Figura 1.28	Distorsión de la Sección Transversal	31
Figura 1.29	Sección Transversal Analizada	32
Figura 1.30	Distribución de Tensiones Longitudinales	32
Figura 1.31	Esfuerzos de Membrana $N_{xs}$	33
Figura 1.32	Esfuerzos de Flexión Transversal del Cajón	33
Figura 1.33	Tableros de Vigas y Losa	35
Figura 1.34	Disposición de las Vigas Longitudinales del Emparrillado en un Tablero de Vigas Formadas por Celdas	36
Figura 1.35	Situación de la Viga de Borde en la Modelación de un Tablero de Losa mediante Emparrillado	37
Figura 1.36	Tableros Formados por Pseudo-losas	38
Figura 1.37	Emparrillado para una Losa de Planta General	39
Figura 1.38	Secciones de Tableros de Losa o Pseudo-losa	41
Figura 1.39	Secciones de Tableros de Vigas y Losa	42
Figura 1.40	Losa Maciza	43
Figura 1.41	Losa Aligerada, Sección Transversal	43
Figura 1.42	Tableros Multicelulares	44
Figura 1.43	Tablero de Vigas y Losa, Geometría	44
Figura 1.44	Tablero de Vigas Celulares y Losa	45
Figura 1.45	Losa Recta Simplemente Apoyada	45
Figura 1.46	Discretización en Bandas Finitas de una Losa Simplemente Apoyada	46
Figura 1.47	Losa Circular Simplemente Apoyada, Geometría y Condiciones de Contorno	47
Figura 1.48	Losa Oblicua Simplemente Apoyada con Bordes Paralelos. Sistemas de Referencia	47
Figura 1.49	Losa Aligerada Continua	48
Figura 1.50	Tablero de Pared Delgada, Estructura Real	48



Figura 1.51	Tablero de Pared Delgada, Modelo en Lámina Plegada	49
Figura 1.52	Secciones Transversales de Tableros en Cajón Modelados como Lámina Plegada	50
Figura 1.53	Secciones Transversales de Tableros de Concreto Pretensado Modelados como Lámina Plegada	50
Figura 1.54	Secciones Transversales de Tableros Metálicos Modelados como Lámina Plegada	51
Figura 1.55	Descomposición en Elementos Simples de una Lámina Plegada	52
Figura 1.56	Desplazamientos y Esfuerzos Generalizados en la sección de un Elemento Placa	52
Figura 1.57	Lámina Plegada Discretizada en Bandas Finitas	53
Figura 1.58	Lámina Prismática Circular	54
Figura 1.59	Puente Continuo con Tablero en Lámina Plegada	54
Figura 2.1	Niveles de Modelado para el Análisis Sísmico de Puentes	55
Figura 2.2	Modelo Completo de un Puente	58
Figura 2.3	Modelo Marco por Marco, de un Puente	59
Figura 2.4	Modelo formado por Vigas Individuales combinado con un Modelo Tipo Marco	59
Figura 2.5	Puente Tipo Marco con Múltiples Elementos a Flexión	60
Figura 2.6	Elementos Estructurales	61
Figura 2.7	Modelado de los Elementos Especiales en un Puente	63
Figura 2.8	Modelos de Superestructura	64
Figura 2.9	Definición de los Elementos Equivalentes de la Superestructura	65
Figura 2.10	Modelos de una Columna o Pila Individual	67
Figura 2.11	Modelo de Múltiples Columnas	68
Figura 3.1	Secciones Transversales para un Claro de 8 m	70
Figura 3.2	Secciones Transversales para un Claro de 10 m	71
Figura 3.3	Secciones Transversales para un Claro de 12 m	72
Figura 3.4	Secciones Transversales para un Claro de 14 m	73
Figura 3.5	Secciones Transversales para un Claro de 14 m	74
Figura 3.6	Secciones Transversales para un Claro de 15 m	75



Figura 3.7	Secciones Transversales para un Claro de 16 m	76
Figura 3.8	Secciones Transversales para un Claro de 18 m	77
Figura 3.9	Sección Transversal para un Claro de 16 m	78
Figura 3.10	Sección Transversal para un Claro de 18 m	79
Figura 3.11	Sección Transversal para un Claro de 20 m	79
Figura 3.12	Secciones Transversales para un Claro de 15 m	80
Figura 3.13	Sección Transversal para un Claro de 16 m	81
Figura 3.14	Sección Transversal para un Claro de 18 m	81
Figura 3.15	Secciones Transversales para un Claro de 22 m	82
Figura 3.16	Secciones Transversales para un Claro de 24 m	83
Figura 3.17	Secciones Transversales para un Claro de 25 m	84
Figura 3.18	Secciones Transversales para un Claro de 26 m	85
Figura 3.19	Secciones Transversales para un Claro de 28 m	86
Figura 4.1	Definición de unidades en el SAP2000 versión 9.1	88
Figura 4.2	Determinación del número de claros y longitud del claro de la viga	89
Figura 4.3	Tipo de apoyos asignados a la viga	90
Figura 4.4	Definición de las propiedades del material empleado en el modelo	91
Figura 4.5	Definición de las propiedades de la sección a utilizar en el modelo	92
Figura 4.6	Asignación del número máximo de modos en el caso modal de análisis	93
Figura 4.7	Asignación del tipo de sección al modelo	93
Figura 4.8	División del elemento viga	94
Figura 4.9	Opción de análisis del modelo	95
Figura 4.10	Resultados obtenidos del análisis completo de la viga	95
Figura 4.11	Periodos de vibración para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 8m	97
Figura 4.12	Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 10 m	98



Figura 4.13	Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 8m	98
Figura 4.14	Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 10m	99
Figura 4.15	Periodos de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras ancho total 8m	99
Figura 4.16	Periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 8m	100
Figura 4.17	Periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 10m	101
Figura 4.18	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 8m	103
Figura 4.19	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 10m	104
Figura 4.20	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 8m	104
Figura 4.21	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 10m	105
Figura 4.22	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras ancho total 8m	105
Figura 4.23	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 8m	106
Figura 4.24	Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 10m	107
Figura 4.25	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 8m	107
Figura 4.26	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 10m	108
Figura 4.27	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 8m	108



Figura 4.28	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 10m	109
Figura 4.29	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras ancho total 8m	109
Figura 4.30	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 8m	110
Figura 4.31	Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 10m	110
Figura 4.32	Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga “I” del puente k157	111
Figura 4.33	Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga “I” del puente k187	112
Figura 4.34	Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga “I” del puente k206	113
Figura 4.35	Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga “I” del puente k239	114



# INTRODUCCIÓN

Los puentes han sido de vital importancia, ya que su uso es una verdadera necesidad, esto se debe a la utilidad que nos brindan estas obras. Es por eso que es de gran importancia el análisis de estas obras para tener su comportamiento estático y dinámico.

Es por eso que en este trabajo, se analiza una de las propiedades dinámicas más importantes en todo tipo de estructuras, el periodo de vibrar.

En este trabajo, se analiza lo siguiente:

En el Capítulo I, se habla acerca de los puentes y sus características principales. También acerca de la importancia del modelado de los puentes y el análisis estático así como sus limitaciones. Se menciona como escoger un tablero para modelarlo como modelos 1D ó 2D, y las técnicas para realizar su análisis. Los modelos con los que se pueden modelar los tableros de los puentes son: modelos tipo viga, modelos tipo emparrillado, modelos losa y modelos como lámina plegada. En cada uno de ellos, se menciona sus características, limitaciones y métodos de análisis.

En el Capítulo II, se habla acerca de la importancia de los principios básicos de la dinámica estructural, así como los modelos para representar un sistema estructural y miembros estructurales. En todos los casos de los modelos, se mencionan sus características y limitaciones.

En el Capítulo III, se menciona el manual de donde se obtuvieron los Puentes Tipo que se analizaron, así como la clasificación que se realizó conforme al tipo de losa. En cada clasificación, se menciona la dimensión del claro y del ancho total, así como sus propiedades estáticas que se necesitan, como son el área de la sección transversal y los momentos de inercia centroidales respecto a los ejes x y y.

En el Capítulo IV, se refiere a la obtención de los periodos de vibrar de los Puentes Tipo utilizando el programa SAP2000 versión 9.1, así como una comparación utilizando una expresión propuesta en el EUROCÓDIGO EN 1991-1-4:2005(E) y una comparación con puentes reales tipo PIV.

En el Capítulo V, se mencionan las conclusiones generales y algunas recomendaciones de este trabajo.



# CAPÍTULO I

## CONSIDERACIONES PARA EL MODELADO NUMÉRICO DE PUENTES, CASO ESTÁTICO

### 1.1 Definición

Un puente es una estructura destinada a salvar obstáculos naturales, como ríos, valles o lagos; y obstáculos artificiales, como vías férreas o carreteras, con el fin de unir caminos de viajeros, animales y mercancías (Figura 1.1).

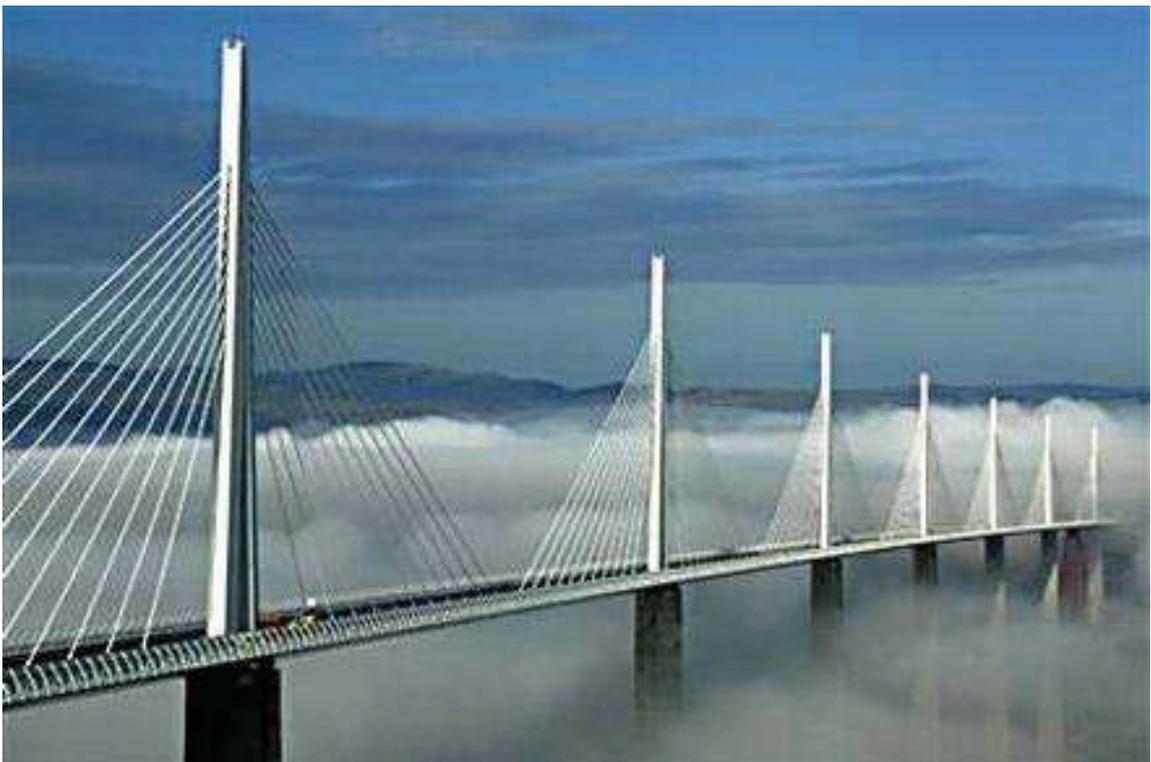


Figura 1.1 Vista general de un puente

Las partes que forman un puente son: la superestructura o conjunto de tramos que salvan los vanos situados entre los apoyos, está formado por un tablero o piso, una o varias armaduras de apoyo y por los arriostramientos laterales; la infraestructura está formada por las pilas, los estribos y los cimientos.



Los puentes los podemos clasificar según su función y utilización en: puentes peatonales, puentes carreteros, puentes ferroviarios; según sus materiales de construcción: de madera, mampostería, acero estructural, concreto armado, concreto presforzado y según el tipo de estructura en: arcos, atirantados, colgantes, en ménsula, suspendido, de viga, simplemente apoyados, tramos continuos y doble voladizo. En la Figura 1.2 se puede observar algunos de los diferentes tipos de puentes.



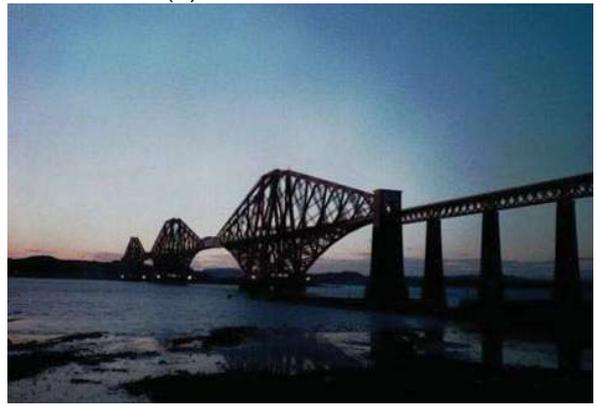
(a) Puente en Arco



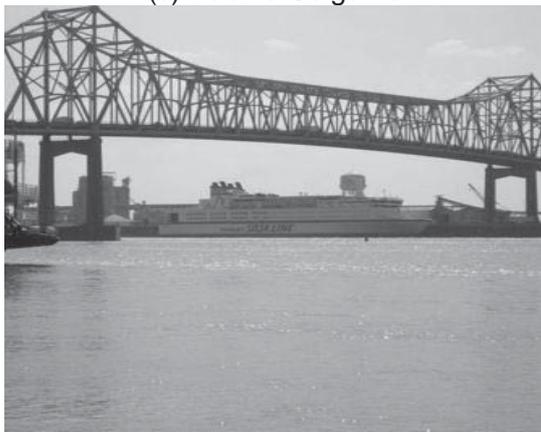
(b) Puente Atirantado



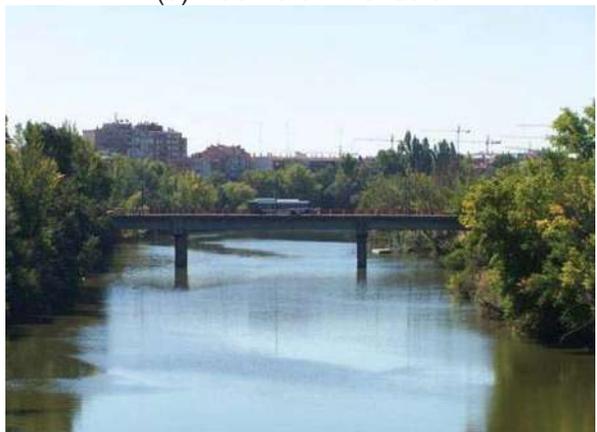
(c) Puente Colgante



(d) Puente en Ménsula



(e) Puente Suspendido



(f) Puente en Viga

Figura 1.2 Diferentes Tipos de Puentes



## 1.2 Introducción al Modelado de Puentes

El modelado y el análisis sísmico de puentes ha evolucionado durante las últimas décadas debido principalmente al desarrollo de la informática, ya que se desarrolló la técnica de los Elementos Finitos desarrollados a mitad de los años cincuenta.

Las limitaciones de cálculos a mano y las estrategias de soluciones fueron superadas cuando se mejoró el hardware y posteriormente el software, haciendo posible mejorar el modelado para poder analizar sus respuestas dinámicas del puente.

Además, a pesar de la disponibilidad de herramientas avanzadas y modelos avanzados, todavía existen muchas características de respuestas sísmicas de puentes donde el entendimiento físico fue limitado, el mecanismo de respuesta actual excluye o invalida la aplicación de modelos matemáticos complejos desde parámetros de entrada básicos que no están fácilmente disponibles. Áreas de problema donde el puente responde sísmicamente, el modelo y el análisis todavía necesita además de entendimiento, desarrollo y mejoramiento entre otros, la relación tierra-estructura en pilas y estribos, características de juntas en movimiento, características de carga-deformación completamente cíclicas y humedad, cortar y doblar la interacción con el incremento de las ductilidades, deformaciones en regiones de conexiones y juntas e interacciones dinámicas de secciones de puente con diferentes características de respuesta y/o excitaciones de terremoto no sincronizadas.

## 1.3 Modelos y Análisis Estático

En general, un puente es una estructura compuesta por elementos constructivos que configuran individualmente sistemas resistentes elementales, como la viga y la placa.

La teoría de estructuras ha desarrollado modelos matemáticos para representar la respuesta de los cuerpos sólidos atendiendo fundamentalmente a su geometría espacial, disponiendo básicamente de elementos estructurales 1D (vigas y arcos), 2D (placas y laminas) y 3D (sólidos). La principal característica de los dos primeros elementos consiste en que su formulación requiere establecer alguna hipótesis de comportamiento geométrico que permita asimilar la pieza real a un elemento unidimensional o bidimensional respectivamente.

En el contexto del análisis de puentes, todos estos modelos tienen a priori aplicabilidad, aunque las características morfológicas generales del tablero (geometría en planta y sobre todo tipo de sección transversal) conducen normalmente a tener que escoger entre modelos 1D ó 2D, llegando de forma natural a la viga o al sistema de vigas y a la placa o al sistema de placas. A estos cuatro modelos puros se puede añadir un quinto sistema híbrido, resultante de la combinación de vigas y placas.

Con el fin de resumir estos primeros conceptos relativos a modelos estructurales válidos para el análisis de tableros, en la Tabla 1.1 se resume lo antes mencionado.



Tabla 1.1 Modelos para el Análisis de Tableros de Puentes

Modelación del Tablero		Ecuaciones de Comportamiento del Tablero
Modelo 1D	(1) Tablero modelado como viga única	Teoría de vigas
	(2) Tablero modelado como emparrillado de barras	Sistema de barras
Modelo 2D	(3) Tablero modelado como placa única	Teoría de placas
	(4) Tablero modelado como lámina plegada	Sistemas de placas y/o láminas
Modelo Híbrido 1D + 2D	(5) Piso modelado como placa única, almas modeladas como vigas	Sistemas de placas y barras

Dentro de los modelos híbridos, no debe incluirse el caso de los tableros de pared delgada rigidizados interiormente mediante marcos triangulados.

Si se consideran los dos tableros representados en la Figura 1.3, se observa que el primero es una simple viga cajón con una relación ancho-claro igual a 1:7, mientras que el segundo está formado por dos cajones longitudinales y vigas de piso dispuestas transversalmente, configurando un forjado sobre el que se ejecuta posteriormente el piso, o losa superior.

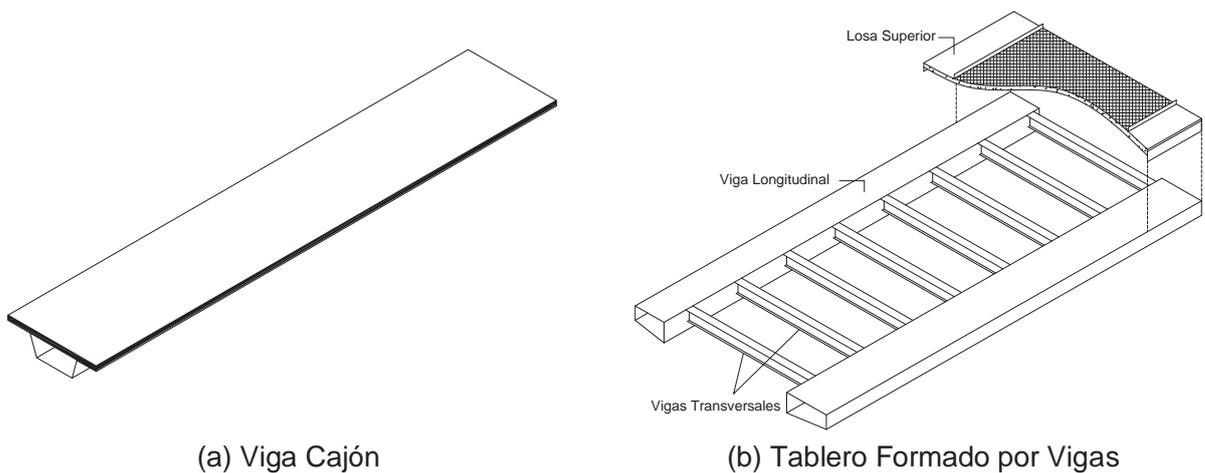


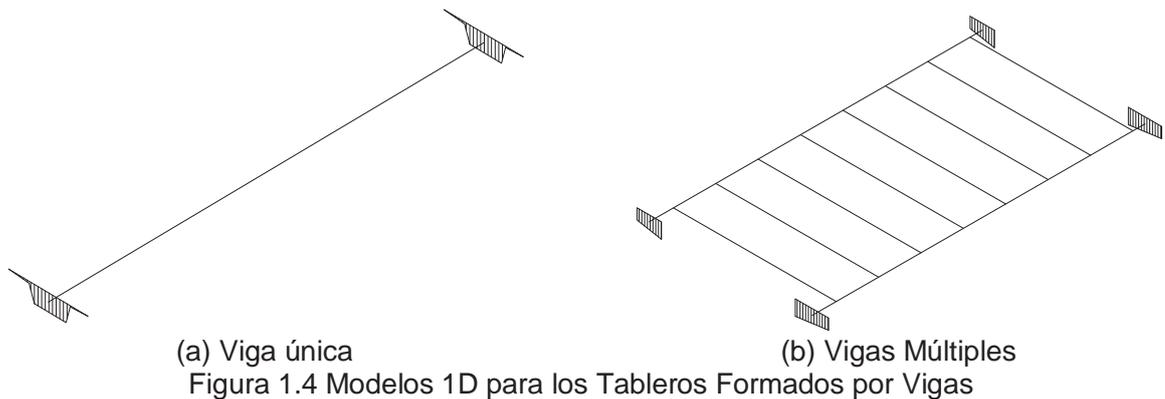
Figura 1.3 Tableros Formados por Vigas

El cálculo del primero de ellos puede plantearse con un modelo sencillo y económico como es el de viga única. Esta opción solo requiere determinar su directriz y parámetros constitutivos (rigideces de flexión, de torsión y axial), simbolizados mediante una recta y las secciones transversales achuradas en la Figura 1.4 (a), pero exige que las

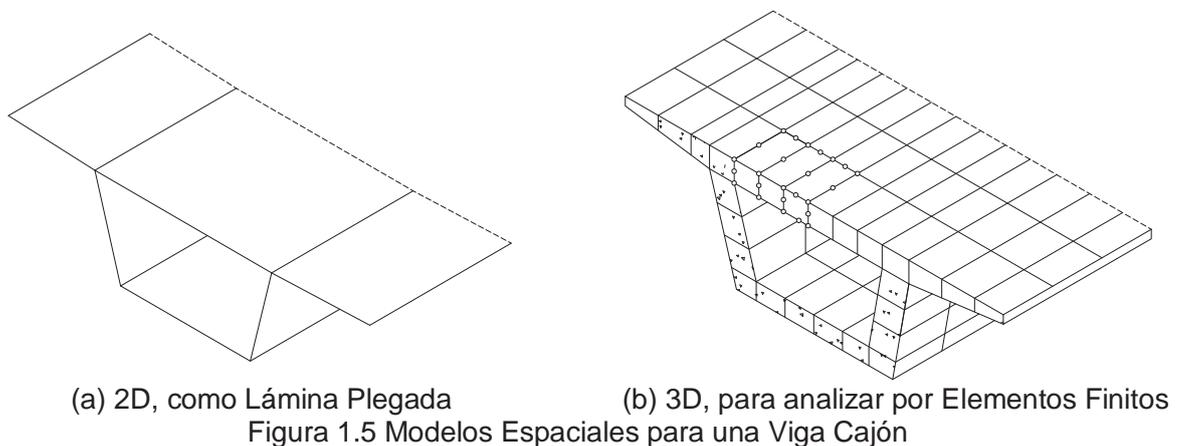


relaciones peralte-claro y sobre todo ancho-claro estén dentro de unas proporciones determinadas (de ahí el 1:7 previamente establecido).

Para el otro tablero, resulta más adecuado adoptar un modelo de vigas múltiples, conectadas de acuerdo con la organización de la estructura real, tal y como se representa en el caso (b) de la misma figura, y que suele denominarse emparrillado.



Si por el contrario, el tablero unicelular posee una anchura excesiva como para poder modelarlo como una viga, se debe introducir en la modelación otros elementos, como los 2D e incluso 3D, en función de la esbeltez de las paredes del cajón. La Figura 1.5 ilustra esta eventualidad, presentando el modelo lámina plegada (a) junto con el modelo tridimensional más general (b). Sobre este último, se ha trazado además una malla de elementos finitos, técnica de cálculo a emplear en este caso.



Al suponer que la sección transversal se mantiene plana, la teoría de vigas no puede reproducir la variación real de tensiones a lo ancho de las distintas paredes del tablero. Con este fenómeno se amplifica con la proporción ancho-claro, las construcciones de gran anchura exigen abandonar el modelo 1D en beneficio del 2D. Un razonamiento similar respecto al espesor de pared nos conduce hacia el tercer modelo general, pero afortunadamente esta circunstancia no suele ser frecuente.



Y una vez presentados los modelos, se debe plantear su análisis. Es decir, establecer las técnicas o métodos de resolución de las ecuaciones de comportamiento enumeradas en la Tabla 1.1.

En general, estos métodos se organizan a partir de la respuesta del elemento simple, la viga o la placa, conjugada con técnicas matriciales que permiten imponer adecuadamente las condiciones de contorno.

La Tabla 1.2 resume las diferentes posibilidades de análisis considerando en cada caso que la integración de las ecuaciones de campo de los elementos simples (la viga y la placa en tableros rectos) puede llevarse a cabo de forma exacta (formulación fuerte) o bien de forma aproximada (formulación débil).

Si para obtener la respuesta del elemento simple se integra las correspondientes ecuaciones de campo (formulación fuerte), la solución general es exacta, pero solo se pueden construir soluciones particulares para determinadas condiciones de contorno que se denominan ideales, resultando la aplicabilidad de esta vía muy limitada: siempre que las subestructuras induzcan condiciones de contorno distintas de las ideales, no se puede a priori aplicar estas soluciones de la teoría general (ni tampoco obtener esfuerzos en las subestructuras). Esta limitación puede subsanarse bajo determinadas condiciones siempre que las condiciones de contorno ideales aparezcan como un subconjunto de las condiciones de contorno reales, el método de flexibilidad, también conocido como método de las fuerzas, método diakóptico (del griego romper) o de las subestructuras, proporciona el marco adecuado para la resolución del problema (Monleón, 1997).

En cambio, si para obtener la respuesta del tablero se opta por una formulación débil, el dominio geométrico de definición del modelo mecánico se subdivide en un conjunto de elementos (finitos) conectados en puntos (nudos). Esta nueva topología del modelo tablero proporciona entonces una vía natural de incluir sistemáticamente las subestructuras en un modelo global o completo que represente al puente en su conjunto: basta adoptar una discretización del tablero que incluya los nudos de conexión a las subestructuras. Por lo tanto, en este tipo de análisis la resolución del problema se realiza sobre la estructura completa y por el método de rigidez o de los desplazamientos. Proporciona sistemáticamente los esfuerzos en el tablero y también en las subestructuras.



Tabla 1.2 Técnicas de Análisis para el Puente Completo

Modelación del Tablero	Metodología de análisis de la estructura completa	
	Formulación fuerte	Formulación débil
Modelo 1D		
(1) Tablero modelado como viga única	En flexibilidad, por subestructuras	En rigidez, por elementos finitos
(2) Tablero modelado como emparrillado de barras	En rigidez, con un modelo completo.	
Modelo 2D		
(3) Tablero modelado como placa única	En flexibilidad, por subestructuras	(MBF): en flexibilidad, por subestructuras (MEF): en rigidez, con un modelo completo
(4) Tablero modelado como lámina plegada	En flexibilidad, por subestructuras	(MBF): en flexibilidad, por subestructuras (MEF): en rigidez, con un modelo completo
Modelo híbrido 1D + 2D		
(5) Piso modelado como placa única, almas modeladas como vigas	En flexibilidad, por subestructuras	(MBF): en flexibilidad, por subestructuras (MEF): en rigidez, con un modelo completo

En la Tabla 1.2, las siglas MEF y MBF indican Método de los Elementos Finitos y Método de la Banda Finita respectivamente. Este último conjuga los desarrollos en serie propios de los métodos analíticos con las técnicas de interpolación que caracterizan el MEF, por ello se suele presentar como un método semianalítico.

#### 1.4 Vigas, Arcos, Placas y Láminas

Si los elementos estructurales que constituyen fundamentalmente las construcciones se clasifican a partir de su extensión en el espacio, tendremos: sólidos o cuerpos macizos, placas y láminas y piezas alargadas. La principal característica de los cuerpos de segunda y tercera categoría consiste en que sobre estos pueden establecerse hipótesis de comportamiento geométrico suplementarias (hipótesis cinemáticas) que permiten asimilar la pieza real a un modelo bidimensional (2D) o unidimensional (1D) respectivamente. Los modelos 2D se materializan mediante una superficie denominada convencionalmente superficie de referencia, mientras que los modelos 1D se materializan mediante una curva llamada directriz de la pieza. En ambos casos, el dominio geométrico adoptado en la modelación del cuerpo, junto con la hipótesis cinemática, permiten descubrir un comportamiento tridimensional del sólido mediante sistemas de ecuaciones diferenciales de las variables que parametrizan la superficie de referencia o la directriz.



En el primer caso, asociado a la modelación 2D de placas y láminas, las ecuaciones diferenciales que rigen el problema dependerán de dos variables, los parámetros Gaussianos de la superficie de referencia, mientras que en el segundo caso las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de las piezas alargadas sólo dependerán de una variable, el parámetro de la directriz.

### 1.4.1 Vigas y Arcos

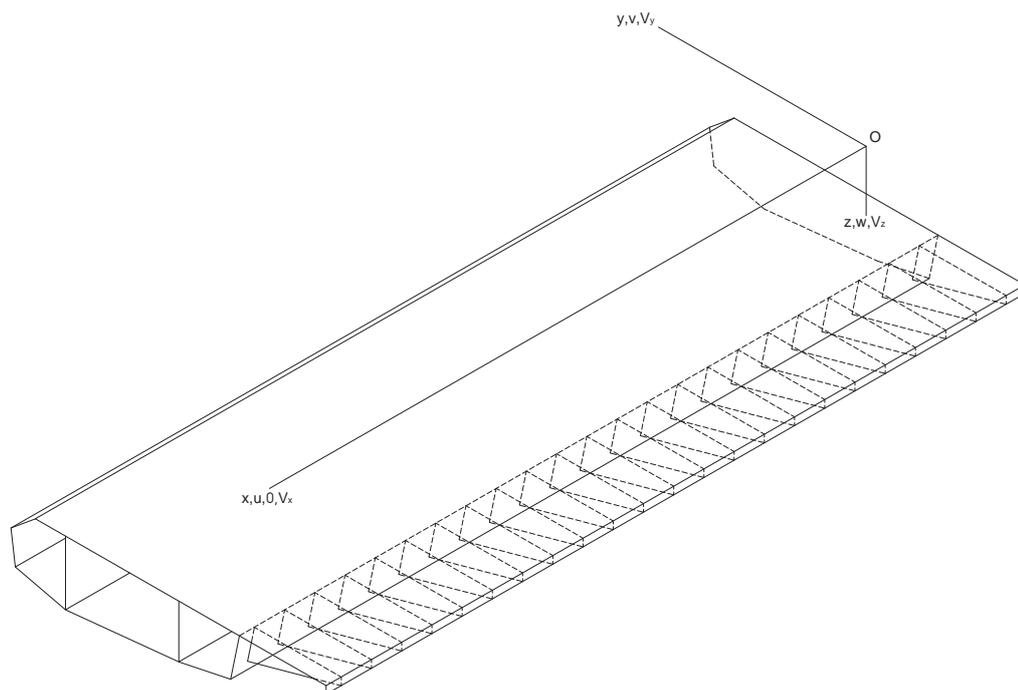


Figura 1.6 Pieza Recta

La teoría de vigas (Figura 1.6) supone que la sección transversal de la pieza se mantiene indeformable en su plano, dentro del cual solo podrá por lo tanto registrar un movimiento de sólido rígido caracterizado por una traslación de componentes y una rotación respecto a un polo C. Este movimiento se representa completamente en la Figura 1.7.

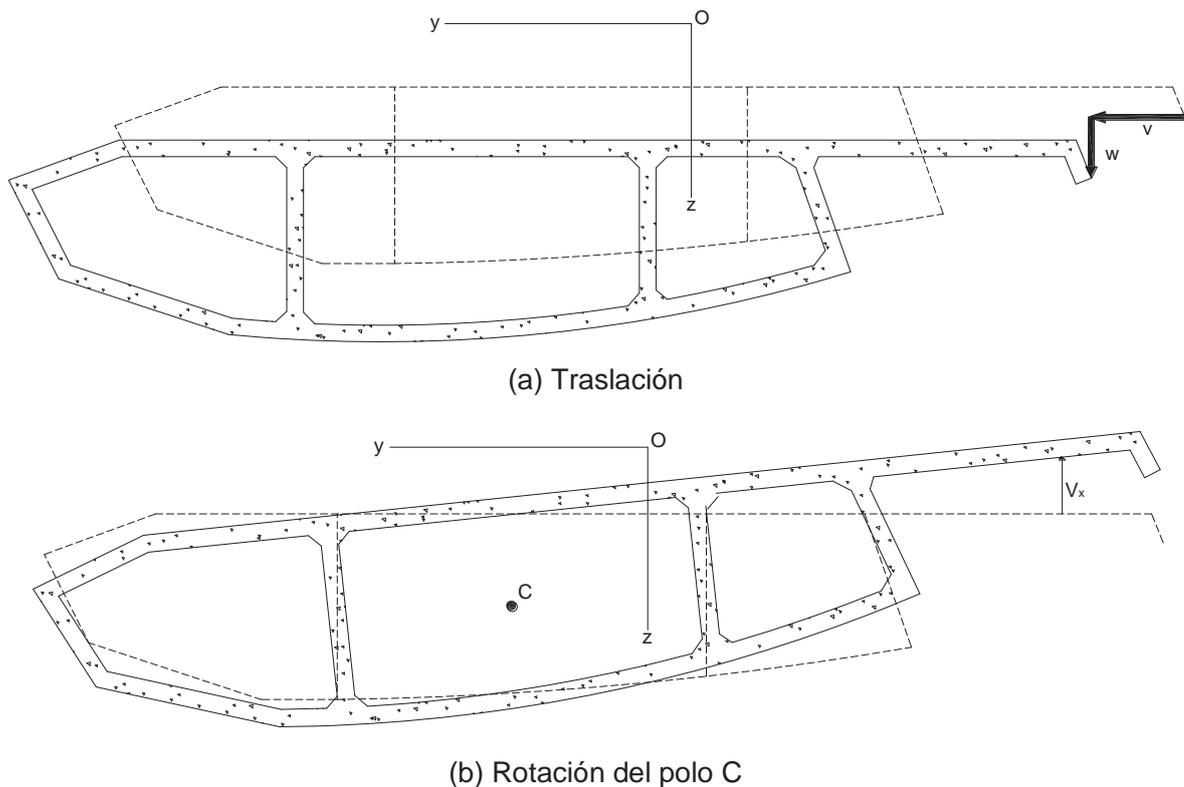


Figura 1.7 Desplazamientos en Sección Transversal

Fuera del plano normal de la viga, podrán darse otras tres componentes de movimiento de sólido rígido, correspondientes a una traslación de eje longitudinal y dos rotaciones respecto a los ejes transversales.

Finalmente, por analogía con la torsión de Saint-Venant, donde las secciones registran alabeos proporcionales al giro unitario de las secciones, se admite que se produce alabeo torsional proporcional a un nuevo desplazamiento generalizado o función de alabeo.

Para resolver el problema de extensión, es necesario conocer las fuerzas y desplazamientos nodales, matriz de rigidez y fuerzas nodales iniciales. Para conocer la flexión, es necesario conocer las fuerzas y desplazamientos nodales, las submatrices de rigidez y las fuerzas nodales iniciales. La torsión constituye el tercer modo de deformación considerado al representar las respuestas elementales de la viga recta.

La sollicitación de torsión requiere que el esfuerzo axial propio del fenómeno de extensión, y las fuerzas cortantes y momentos flectores, característicos de la flexión sean nulos.

Las funciones asociadas a la deformación de la pieza por extensión, resultan estar desacopladas de la flexión y torsión. En cambio, flexión y torsión estarán generalmente acopladas salvo que se cumpla alguna de las condiciones siguientes: la sección



transversal posee un plano de simetría. En tal caso la flexión en el plano de simetría se desacopla de la torsión. La sección transversal posee dos planos de simetría. Entonces el polo C coincide con el centro de gravedad de la sección transversal, resultando que flexión y torsión se desacoplan totalmente. En definitiva, en una pieza recta el acoplamiento entre flexión y torsión prácticamente no se desarrolla si la geometría de su sección transversal le confiere alguna de las propiedades siguientes: el centro de torsión coincide con el centro de gravedad. Un ejemplo de este caso de desacoplamiento (exacto) lo constituyen las secciones con dos planos de simetría. La rigidez torsional es muy débil (piezas cortas de pared delgada y sección abierta) o por el contrario muy grande (piezas largas de sección maciza o hueca).

### 1.4.2 Placas y Láminas

La principal característica del análisis de esta categoría de cuerpos consiste en que sobre estos pueden establecerse determinadas hipótesis de comportamiento geométrico que permiten asimilar la pieza real a un modelo bidimensional (2D). Estos modelos 2D se concretan mediante una superficie denominada convencionalmente superficie de referencia y la hipótesis cinemática adoptada. Este dominio geométrico proporciona entonces una descripción del comportamiento tridimensional del sólido que parametrizan la superficie de referencia de la lámina.

Sin embargo, la resolución de problemas de equilibrio de placas y láminas se reduce cuando la geometría de la superficie presenta determinadas propiedades, como de revolución o de traslación, que ayuda a resolver el problema. En la Figura 1.8 se muestra un sistema de referencia de una lámina delgada.

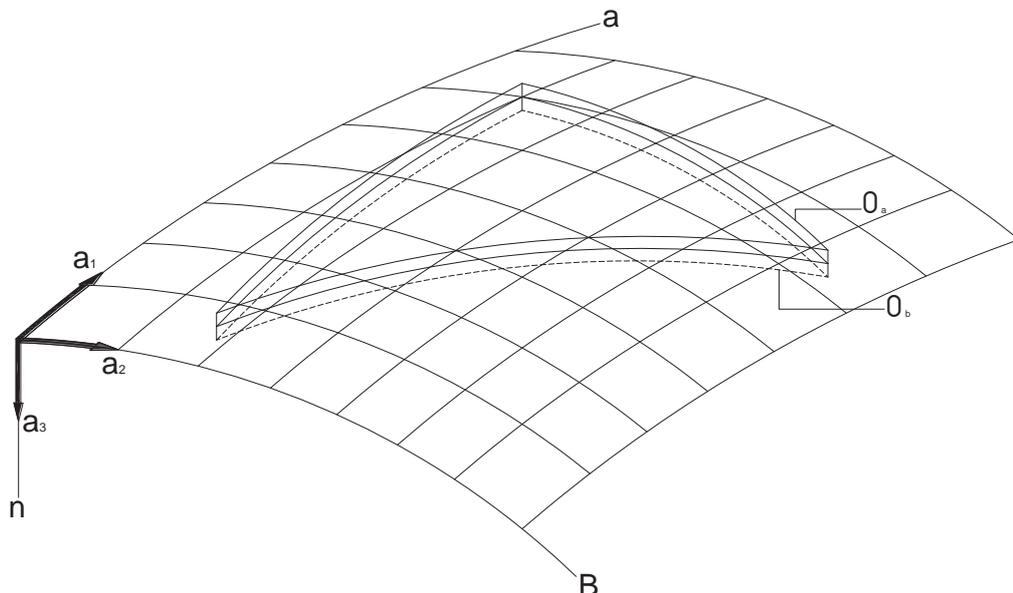


Figura 1.8 Sistema de Referencia de una Lámina Delgada



Para obtener los esfuerzos generalizados se necesitan determinar las cargas superficiales y un escalar correspondiente a la arista particular en estudio. Por medio de estas fuerzas se define el vector tensión en cada punto del espesor de la lámina a lo largo de la sección considerada, según queda representado en la Figura 1.9.

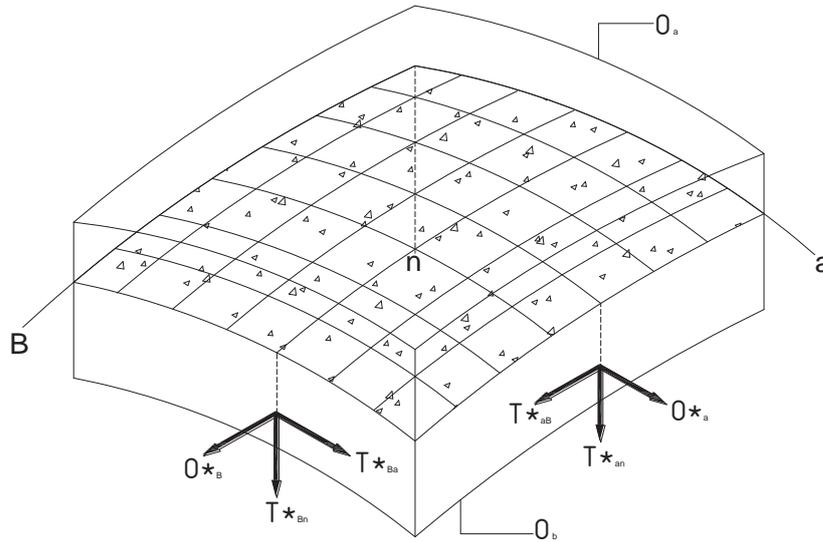
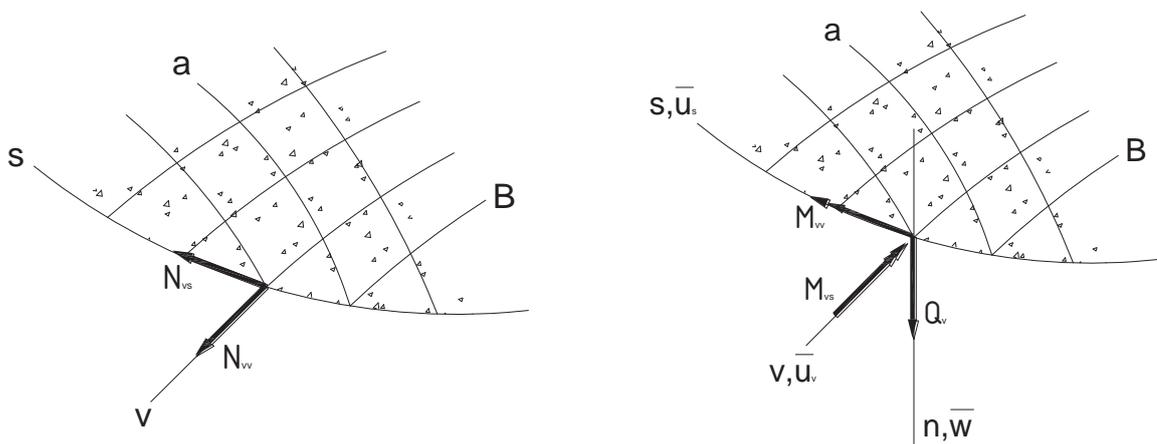


Figura 1.9 Tensiones sobre el Espesor de la Lámina

En la Figura 1.10 están representadas las componentes de membrana y de flexión de los esfuerzos generalizados en el contorno.



(a) Esfuerzos de Membrana

(b) Esfuerzos de Flexión

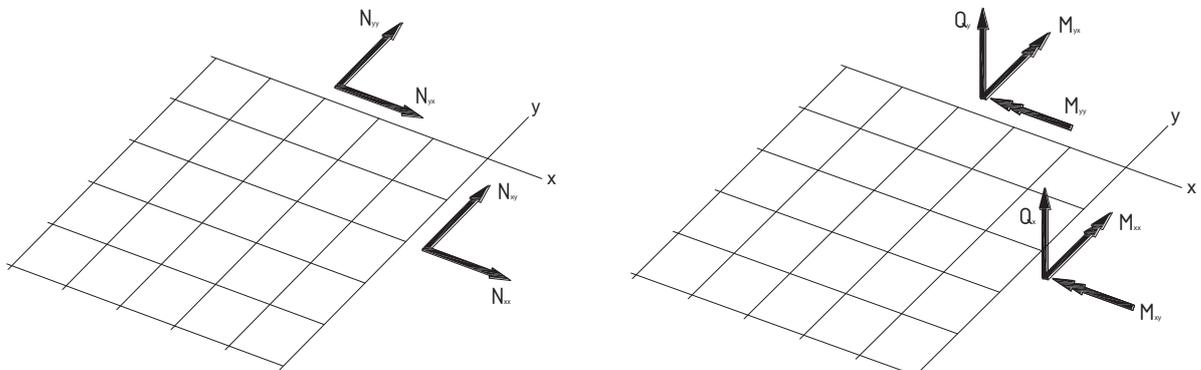
Figura 1.10 Esfuerzos Generalizados en el Contorno

De las condiciones de contorno, se pueden deducir las condiciones de contorno cinemáticas (o de desplazamientos impuestos) y las condiciones de contorno estáticas.



### 1.4.3 Análisis de Placas Rectangulares

En la Figura 1.11 se representan los esfuerzos generalizados propios de una placa rectangular.



(a) Esfuerzos de Membrana

(b) Esfuerzos de Flexión

Figura 1.11 Componentes Físicas de los Esfuerzos en una Placa Rectangular

Mediante la formulación fuerte y las condiciones de contorno, podemos encontrar la solución de membrana y solución de flexión.

La solución de membrana consiste en considerar en una placa rectangular el estado de membrana, caracterizado por los esfuerzos y desplazamientos generalizados contenidos en su plano medio, los cuales están desacoplados de variables estáticas o cinemáticas, propias de la placa. En la Figura 1.12 se muestran las condiciones de contorno del estado de membrana.

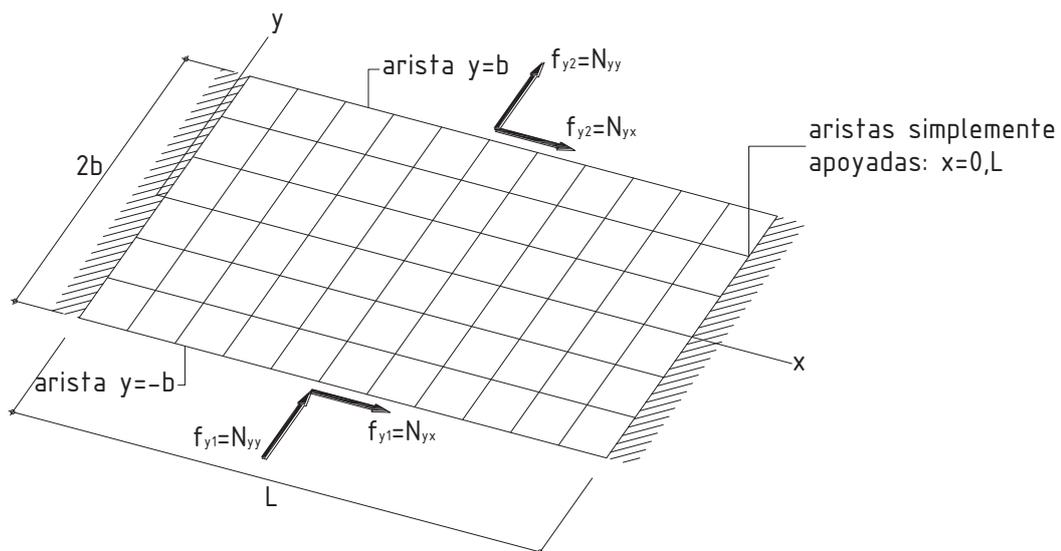


Figura 1.12 Condiciones de Contorno del Estado Membrana



La solución de flexión consiste en que mediante varias ecuaciones no implicadas en el análisis de membrana, se pueden determinar las funciones características del estado de flexión de la placa: de momentos, esfuerzos cortantes y desplazamiento transversal. En la Figura 1.13 se muestran las condiciones de contorno del estado de flexión.

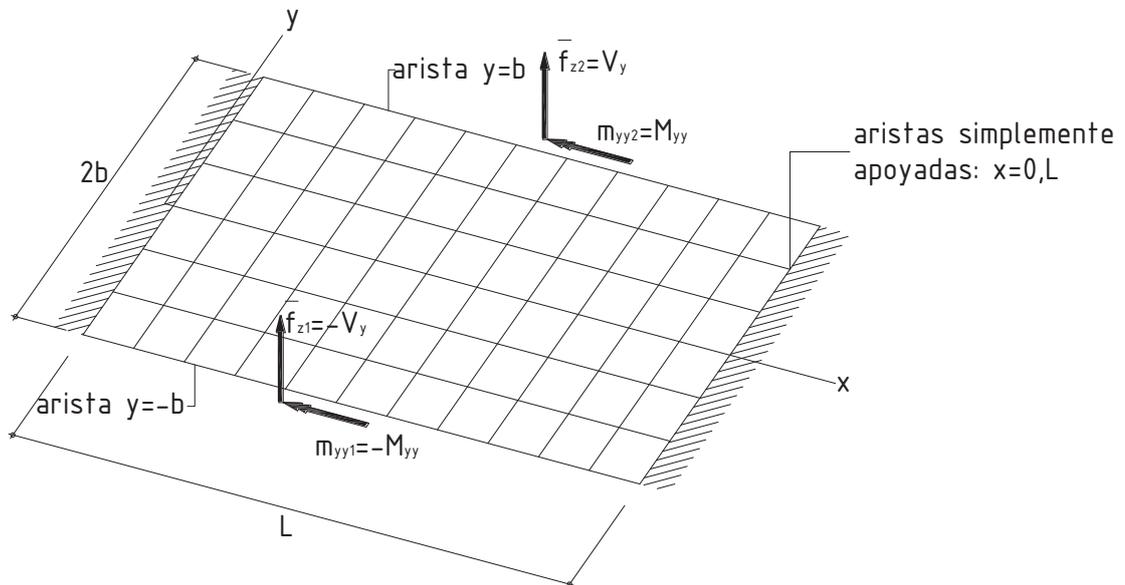


Figura 1.13 Condiciones de Contorno del Estado de Flexión

#### 1.4.4 Formulación Débil Mediante Bandas Finitas

La descripción matemática de la respuesta del modelo placa puede establecerse en términos exactos o bien aproximados, para eso se aplica la técnica de la banda finita.

En la construcción de tableros de puentes, se emplean generalmente sistemas estructurales compuestos, combinando elementos lineales (vigas, arriostramientos, rigidizadores longitudinales y transversales) y elementos superficiales (losas) con el fin de conseguir un conjunto eficiente, económico y sobre todo funcional. La forma en que estos se acoplan debe proporcionar la superficie en planta necesaria para un adecuado servicio, y determina a su vez la sección transversal del tablero. Por lo tanto, estas dos propiedades morfológicas constituyen una base racional para seleccionar el modelo apropiado para el análisis.

En este sentido, un tablero de un puente se comportará estructuralmente como una viga si la longitud de cada uno de sus claros supera ampliamente su anchura, y si las características de su sección transversal conducen de forma suficientemente aproximada al cumplimiento de las hipótesis básicas de indeformabilidad en su plano impuestas por el modelo teórico. Pero para garantizar el éxito resulta necesario cuantificar ambos aspectos. El conjunto de secciones transversales más afines a la condición de indeformabilidad anterior y que proporcionan un buen comportamiento frente a la sollicitación de flexión longitudinal, son:



Las secciones en cajón, homogéneas (de concreto o metálicas) o mixtas, con dispositivos de arriostramiento interior continuos o discretos, según se representa en las Figura 1.14 (a) y (b).

Las secciones con dos vigas laterales bajo la calzada, también con arriostramientos interiores entre almas (Figura 1.14 c).

Las secciones sólidas con voladizos laterales, generalmente aligerados mediante alvéolos para reducir el peso propio (Figura 1.14 d).

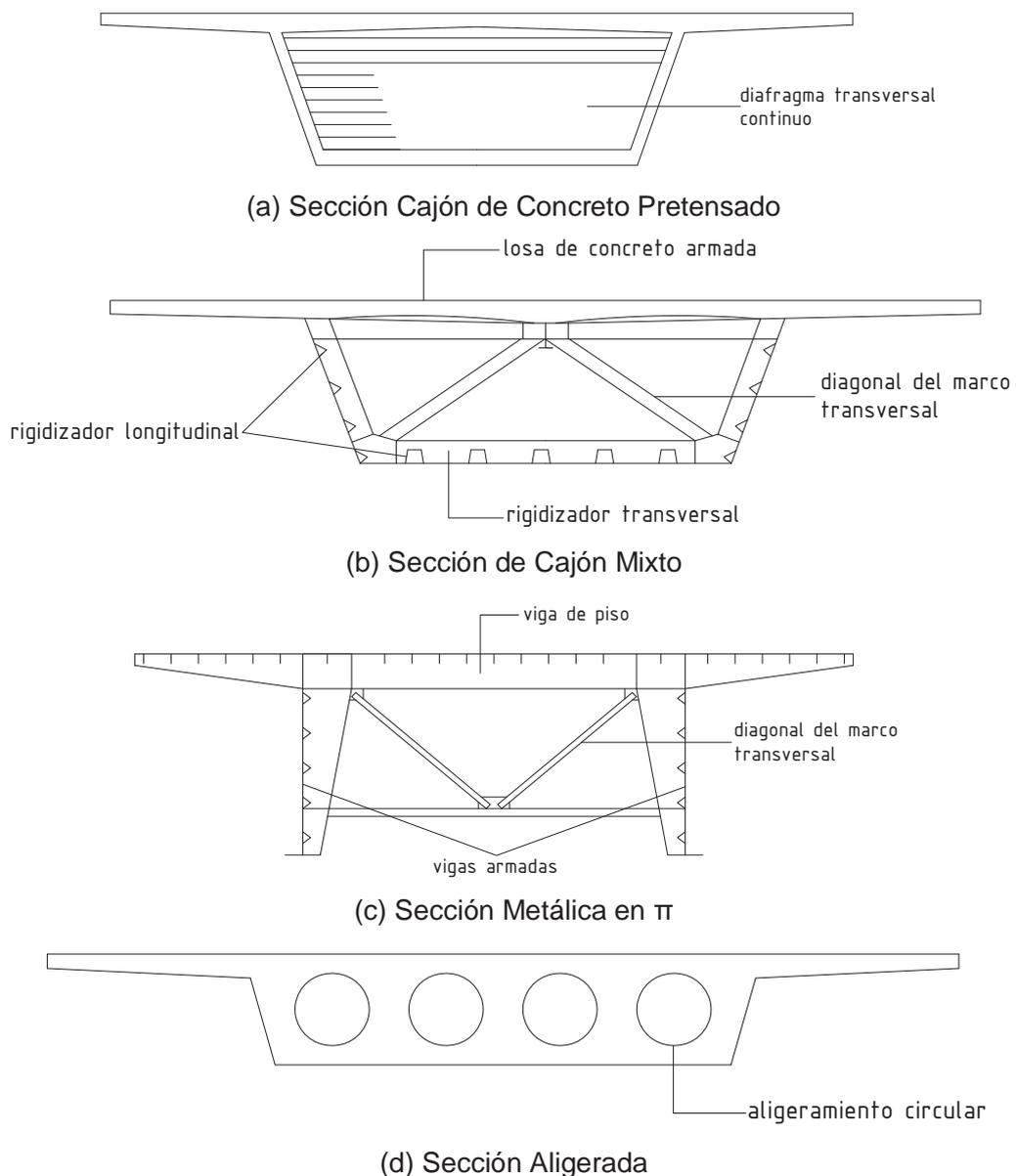


Figura 1.14 Secciones Transversales de Tableros Usualmente Modelados como una Viga



En el caso de secciones sólidas con voladizos laterales, el no disponer aligeramientos interiores solo sería aceptable para claros moderados con relaciones ancho-claro no adecuados para la modelación como viga.

Los tableros de paredes delgadas, es decir en los casos (a), (b), y (c) de la Figura 1.14, la relación ancho-claro del tablero y sobre todo de la losa superior aparece entonces como el factor determinante (el peralte suele ser siempre inferior a  $L/15$ , siendo  $L$  el claro, luego suficientemente esbelto para poder aplicar la teoría de vigas). Para precisar este punto, en la Figura 1.15 se ha descompuesto en una serie de mecanismos elementales de la respuesta de un tablero en cajón.

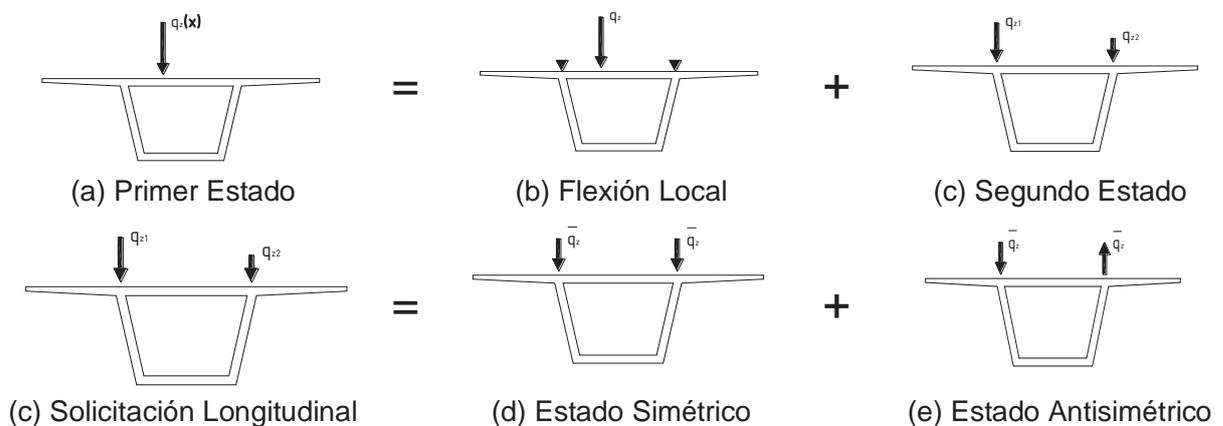


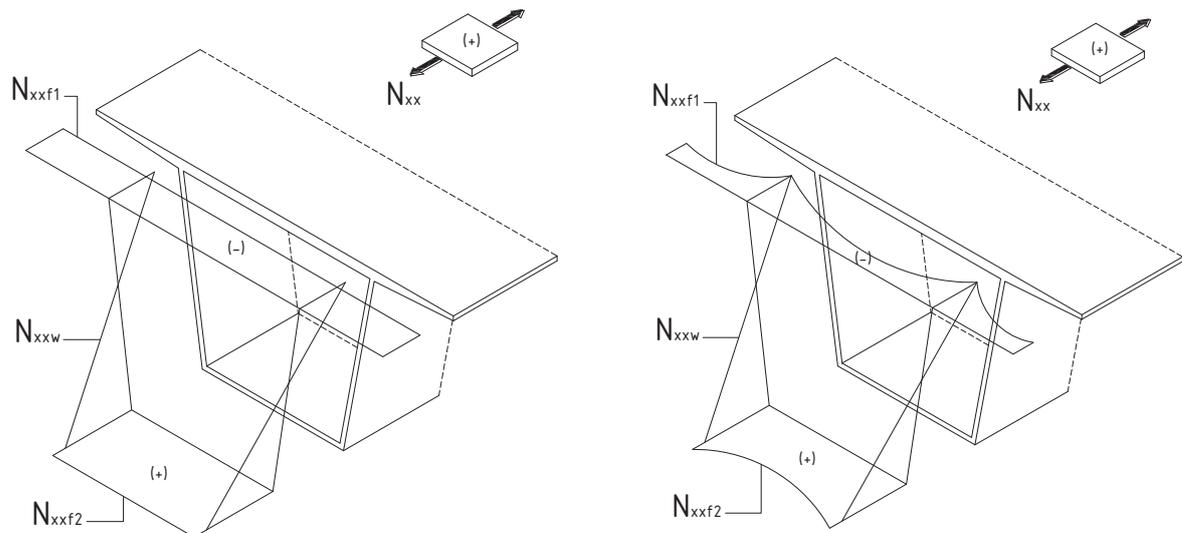
Figura 1.15 Mecanismos Elementales de Respuesta del Tablero

Considerando la Figura 1.15 para la sollicitación considerada en (a), puede definirse un primer estado (b) en el que están impedidos los desplazamientos nodales y un segundo estado (c), complementario del anterior, donde actúan sobre el tablero las reacciones nodales resultantes del primero. El cálculo (b) proporciona los denominados esfuerzos locales mientras que en el cálculo (c) se analiza el efecto de la sollicitación longitudinal de la estructura. Este último puede a su vez descomponerse en un estado simétrico (d) de la flexión longitudinal, y un estado antisimétrico (e) que induce mecanismos de torsión y distorsión en el tablero.

#### 1.4.4.1 Limitaciones del Modelo

Puesto que las vigas se diseñan para resistir principalmente tensiones normales producidas por la flexión longitudinal, en la Figura 1.15 (d) se observa en una pieza recta de paredes delgadas.

La teoría clásica de vigas predice que las tensiones longitudinales varían linealmente en sección transversal, resultando en las distintas losas elementales que configuran el tablero distribuciones de esfuerzos de membrana  $N_{xx}$  como las representadas en la Figura 1.16 (a).



(a) Distribución según la Teoría de Vigas

(b) Distribución de Esfuerzos Real

Figura 1.16 Distribución de Esfuerzos  $N_{xx}$  en Sección Transversal

Sin embargo esto no es más que una aproximación a la realidad. Si se realiza un análisis de la estructura que tenga en cuenta la deformabilidad de las paredes en su plano (trabajo de membranas), se observa que en las alas las compresiones longitudinales decrecen a medida que nos alejamos de la arista de unión al alma, tal como se representa en la Figura 1.16 (b).

Bajo una perspectiva práctica, conviene ahora adoptar algún criterio sobre los límites de aplicación del modelo viga. Se concluye que la hipótesis de distribución lineal de tensiones normales en sección transversal resulta alterada por el arrastre de cortante. En general, se admite que este fenómeno queda suficientemente acotado si la anchura de losa entre almas es inferior a  $1/6$  ó  $1/5$  de la longitud de claro efectiva (definida como la distancia entre puntos de inflexión). (Monleón, 1997).

#### 1.4.4.2 Ancho efectivo en los Patines

En el cálculo de esfuerzos y desplazamientos en piezas flectadas de paredes delgadas, es práctica común determinar las constantes estáticas de la sección transversal adoptando un valor reducido a los anchos de losa entre almas, y admitiendo que sobre estos anchos eficaces, la distribución de tensiones normales es uniforme. Con esta disposición se pretende incorporar el análisis, de forma sencilla y sistemática, el efecto del arrastre de cortante en tableros con sección en cajón ó en  $\pi$ , cuya separación entre almas sea moderadamente superior a  $L/6$ .

#### 1.4.4.3 Torsión de un Tablero Recto Simplemente Apoyado

En la Figura 1.17, se muestra un tablero recto simplemente apoyado.

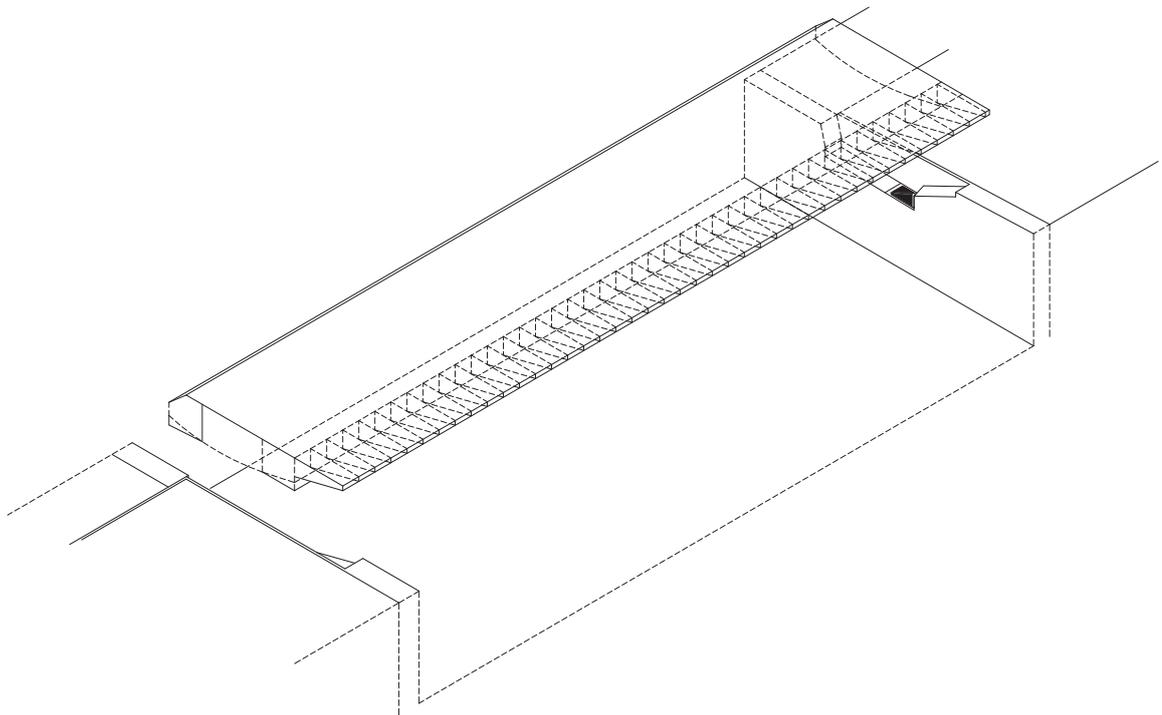


Figura 1.17 Tablero Recto Simplemente Apoyado

La forma en que el tablero resiste la torsión puede descomponerse en dos mecanismos elementales de respuesta: torsión alabeada y torsión de Saint-Venant, con la particularidad de que si alguno de ellos es dominante, entonces la torsión se desacopla de la flexión y su modelación matemática adopta una forma distinta y más sencilla.

Para estudiar la torsión en tableros, es necesario establecer los parámetros adecuados en tres tipos de secciones:

- Secciones de rigidez torsional débil, que desarrollan principalmente la torsión alabeada, interviniendo una única constante, el módulo de alabeo.
- Secciones de rigidez torsional intermedia, cuya respuesta se estudia mediante la teoría general, e implica dos parámetros mecánicos, el módulo de alabeo y el módulo de torsión.
- Secciones de gran rigidez torsional, donde domina la torsión de Saint-Venant y sólo interviene el módulo de torsión.

La definición completa de la respuesta a torsión de un tablero recto de sección constante y paredes delgadas requiere precisar el alabeo unitario y la posición del polo C o centro de torsión a través de sus coordenadas en sección transversal referidas a los ejes generales. Obtenidas ambas características, puede concluirse la determinación de los parámetros estáticos de la torsión.



Un tablero recto de longitud  $L$ , sección constante y pared delgada puede generarse a partir de la curva plana descrita por la fibra media de su sección transversal, y la correspondiente ley de espesores de la pared, trasladando este conjunto de puntos materiales según la dirección ortogonal al plano de la sección transversal sobre una longitud  $L$ . Este procedimiento se esquematiza en la Figura 1.18.

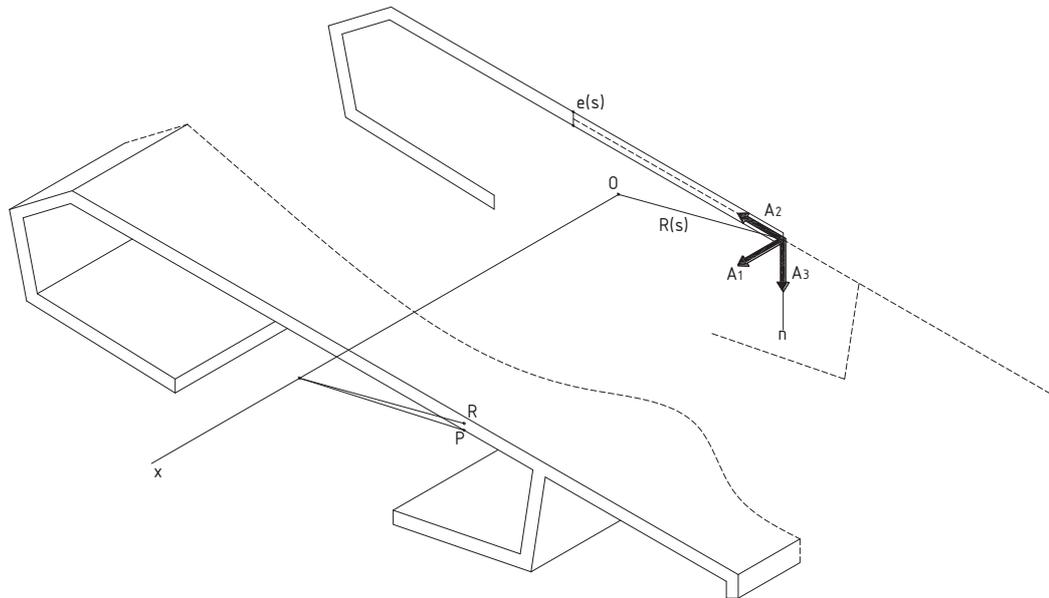


Figura 1.18 Geometría de un Tablero de Pared Delgada

Si una sección genérica del tablero gira un ángulo en su plano respecto a un punto o un polo  $C$  las proyecciones en las direcciones tangente y normal, están directamente relacionadas a un vector de posición y a un posible desplazamiento longitudinal (alabeo) de los puntos materiales de la sección transversal. En la Figura 1.19 se muestra la cinemática de la torsión.

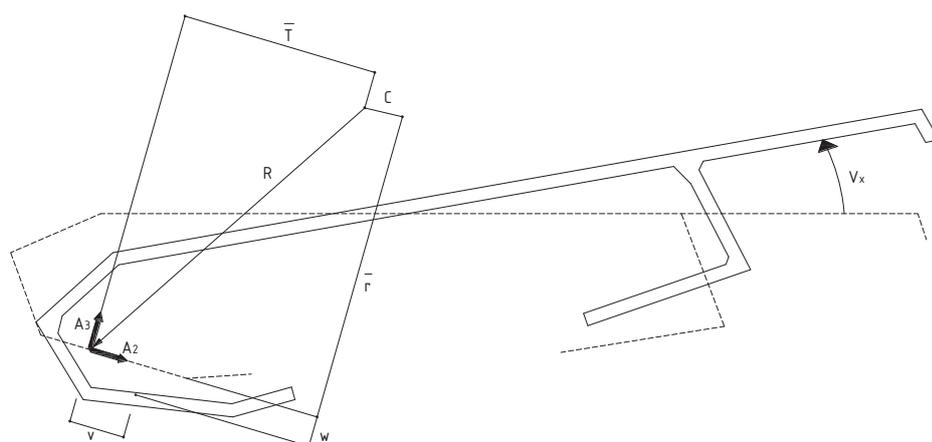


Figura 1.19 Cinemática de la Torsión de un Tablero de Pared Delgada



La mejor modelación estructural que puede plantearse para un tablero recto de pared delgada es como lámina prismática recta. Por lo tanto, su superficie de referencia y sus líneas coordenadas serán las representadas en la Figura 1.20.

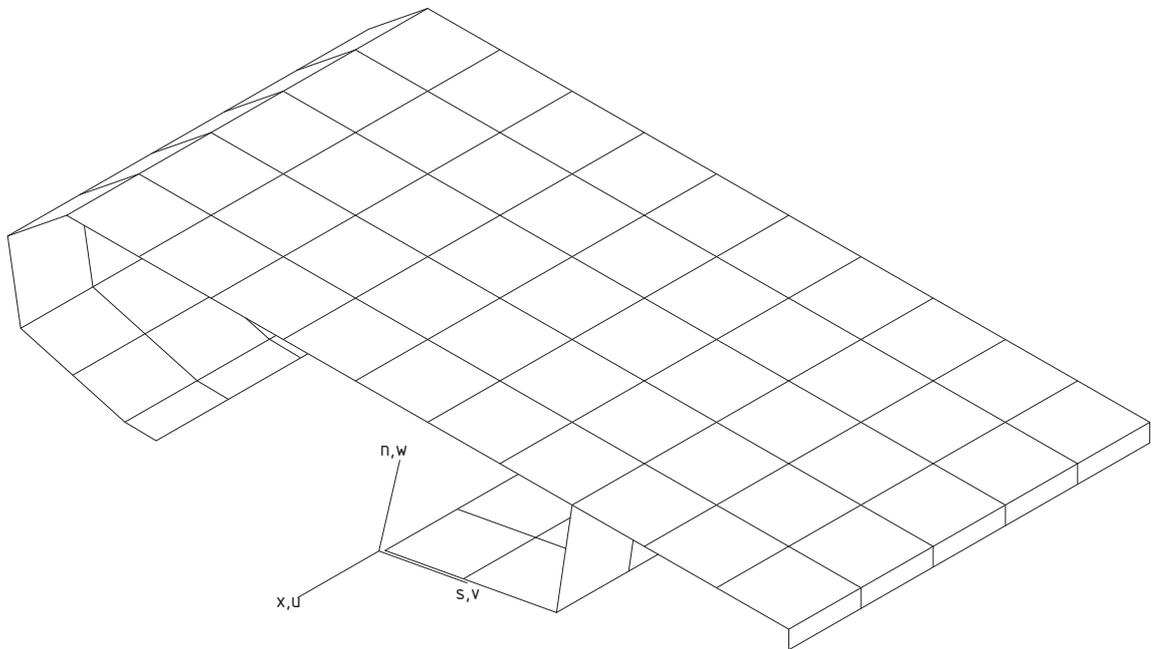
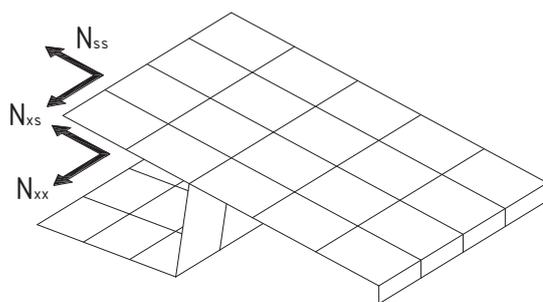
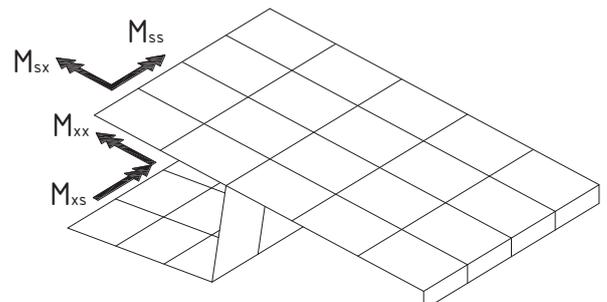


Figura 1.20 Coordenadas Superficiales de un Tablero de Pared Delgada

Los esfuerzos generalizados se representan en la Figura 1.21 para el tipo de lámina considerado.



(a) Esfuerzos Generalizados de Membrana



(b) Esfuerzos Generalizados de Flexión

Figura 1.21 Esfuerzos Generalizados en un Tablero de Pared Delgada

La torsión de un tablero recto de pared delgada está cinemáticamente determinada por dos desplazamientos generalizados: el movimiento longitudinal de los puntos de su superficie media, habitualmente denominado alabeo, y la rotación de eje longitudinal de sus secciones transversales.

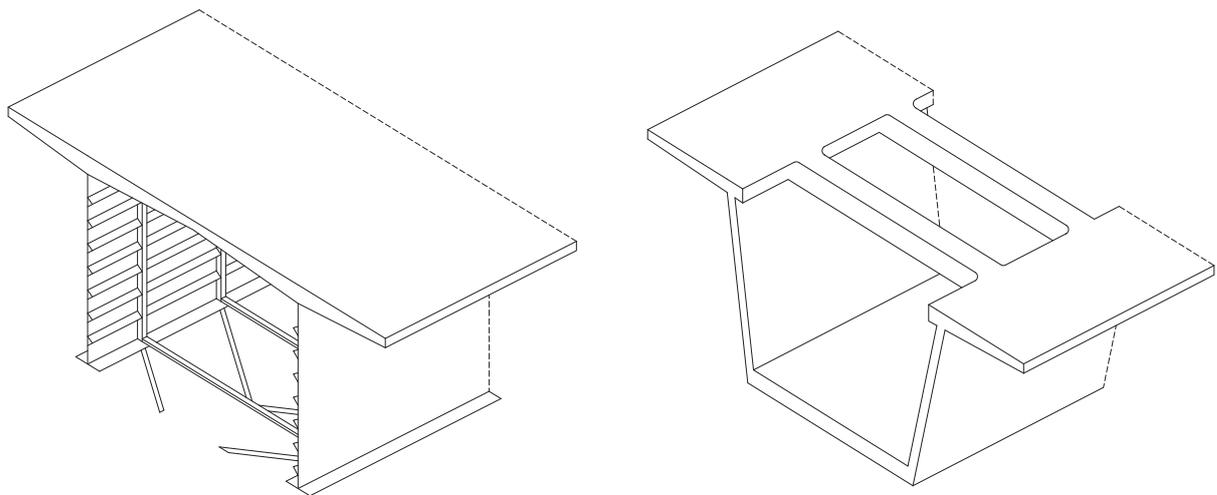


Las características torsionales de los tableros de pared delgada son el conjunto de parámetros que permiten identificar totalmente la respuesta de estas estructuras, solicitadas a torsión no uniforme.

### 1.5 Secciones Mixtas y Paredes Reticuladas

El análisis de la torsión en tableros mixtos puede reducirse al caso homogéneo modificando los espesores de pared de aquellas zonas que no estén constituidas por el material de referencia (convencionalmente el acero). Para ello, debe definirse el coeficiente de equivalencia como la relación entre los módulos de elasticidad transversal del acero y del concreto.

Con cierta frecuencia, alguna de las paredes de un tablero puede consistir en una retícula de barras. Este es el caso, por ejemplo, de las secciones en  $\pi$  con triangulación inferior. El comportamiento torsional de estos tableros se aproxima al de un cajón y puede ser analizado asignando a la pared reticulada un espesor equivalente cuya determinación se lleva a cabo igualando energías de deformación entre la estructura real (pared reticulada) y la ideal (pared de espesor uniforme). En la Figura 1.22 se observa algunos ejemplos de paredes reticuladas.



(a) Sección en  $\pi$

(b) Sección en Artesa para Canal

Figura 1.22 Ejemplos de Paredes Reticuladas

#### 1.5.1 Secciones Transversales con Rigidez Torsional Débil

Las secciones con torsión alabeada pura corresponden a secciones transversales de rigidez torsional débil, como las secciones abiertas de pared delgada representadas en la Figura 1.23 y su comportamiento debe analizarse teniendo en cuenta que la totalidad del momento torsor es resistida por torsión alabeada.

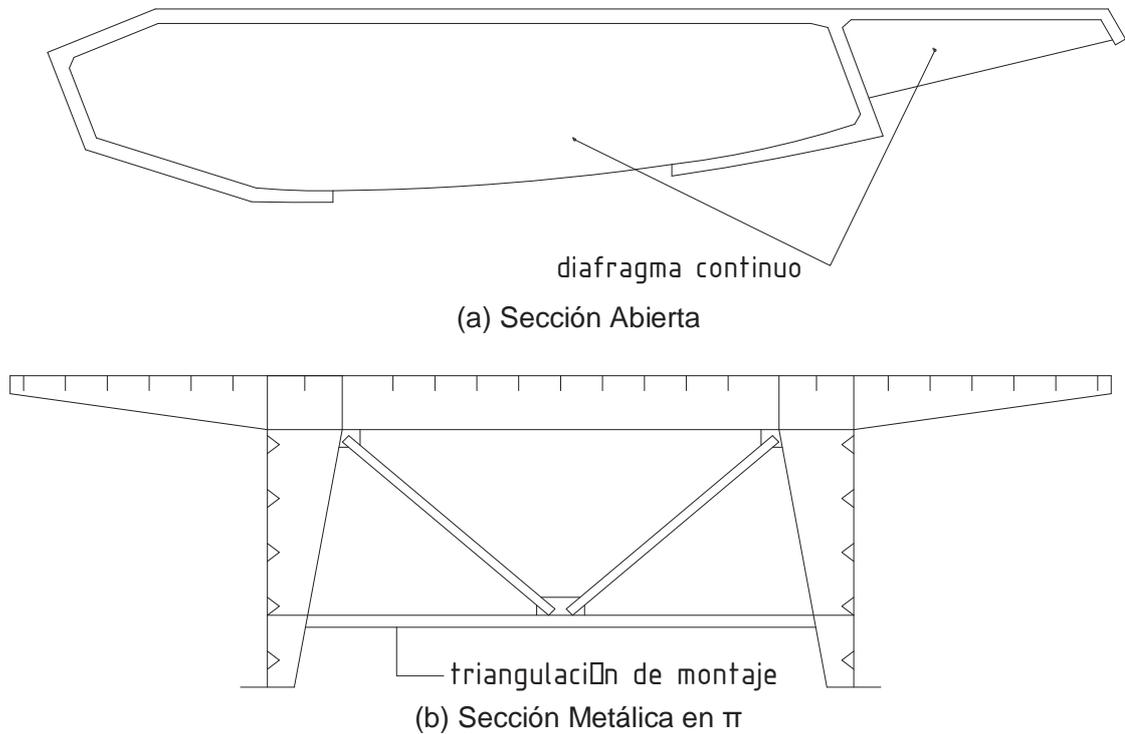
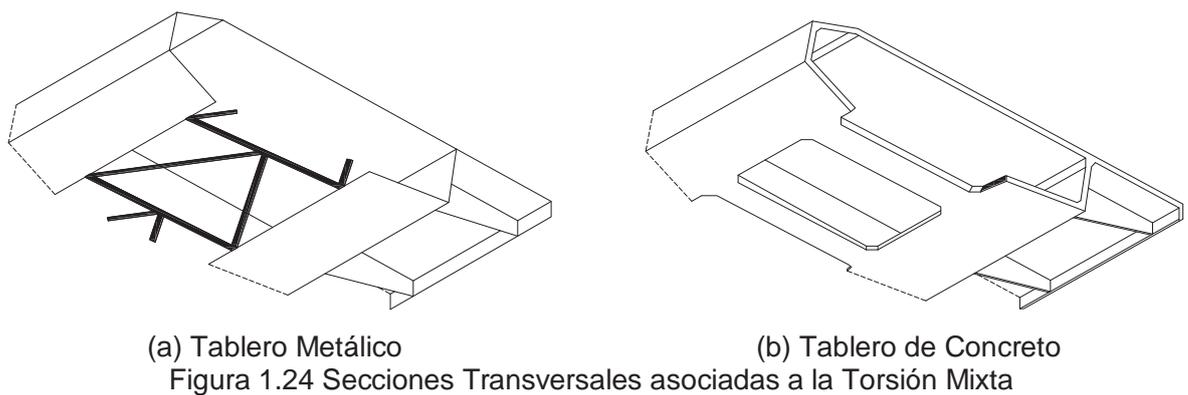


Figura 1.23 Secciones Transversales Asociadas a la Torsión Alabeada Pura

### 1.5.2 Secciones Transversales con Rigidez Torsional Intermedia

Las secciones transversales que suelen comportarse con torsión mixta son las abiertas, arriostradas inferiormente (o superiormente) mediante triangulaciones, según se representa en los casos (a) y (b) de la Figura 1.24.



Para estos tableros, en función del espesor equivalente correspondiente al sistema de arriostramiento adoptado el dominio de la torsión alabeada dominante de torsión mixta, e incluso en el de la torsión de Saint-Venant dominante se puede aplicar la teoría general.



### 1.5.3 Secciones Transversales con Gran Rigidez Torsional

Las secciones transversales con gran rigidez torsional pueden ser las secciones sólidas (macizas o con aligeramientos) y las secciones celulares de pared delgada.

En la Figura 1.25 se observa secciones sólidas de espesor uniforme. En este tipo de secciones, la contribución al módulo de torsión de los voladizos laterales, si existen, es pequeña y se suele despreciar.

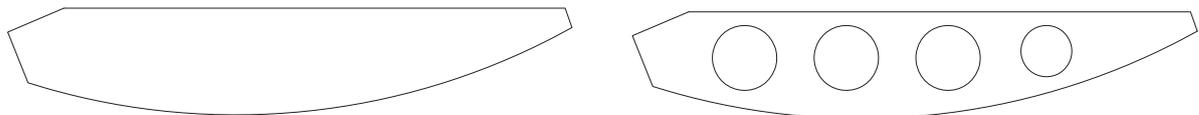


(a) Sección Maciza

(b) Sección Aligerada

Figura 1.25 Secciones Transversales Sólidas con Espesor Uniforme

En el caso de existir aligeramientos, se debe aplicar la fórmula de Bredt al cajón, que no es más que la contribución del cajón al módulo de torsión de la sección, obtenido este al prescindir de la colaboración a la rigidez torsional de las almas entre aligeramientos. Si, tal y como se representa en la Figura 1.26 (a), el tablero es de sección transversal maciza pero de espesor no uniforme, el módulo de torsión puede aproximarse.



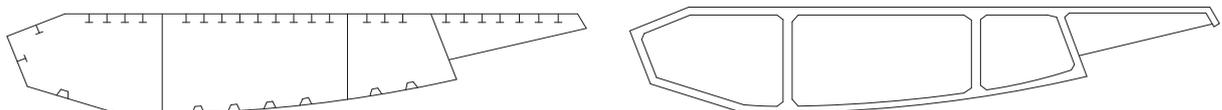
(a) Sección Maciza

(b) Sección Aligerada

Figura 1.26 Secciones Transversales Sólidas con Geometría Irregular

Si la sección transversal está aligerada, (Figura 1.26 b), la determinación exacta del módulo de torsión es compleja y tan solo se puede recurrir a su estimación experimental o numérica.

Si la sección en estudio es de pared delgada y monocelular, se debe utilizar directamente la fórmula de Bredt. En cambio, si el tablero es multicelular, (Figura 1.27), el cálculo exacto del módulo de torsión requiere resolver un sistema de ecuaciones simultáneas.



(a) Tablero Metálico

(b) Tablero de Concreto

Figura 1.27 Secciones Transversales Multicelulares



## 1.6 Distorsión de un Tablero Recto Simplemente Apoyado

Los tableros de puente con sección de pared delgada pueden analizarse básicamente mediante el modelo lámina plegada o bien mediante el modelo viga. La forma en que posteriormente se aplican numéricamente estos modelos es un aspecto secundario y principalmente relacionado con los medios de cálculo disponibles; por ejemplo, el modelo lámina plegada puede aplicarse en su versión fuerte o débil, con el método de la banda finita, e incluso manual.

En lo que a la selección del modelo se refiere, son aspectos exclusivamente morfológicos los que deben ser considerados, y principalmente la relación ancho-claro del tablero puesto que el peralte suele ser siempre inferior a  $L/10$ , siendo  $L$  la longitud del claro suficientemente esbelto para poder aplicar la teoría de vigas.

El modelo viga alcanza su límite de aplicación para anchos entre almas superiores a  $L/6$ , debiendo recurrir entonces a alguno de los métodos de aplicación del modelo lámina plegada. Sin embargo, el análisis como viga es todavía válido si se toma en consideración el principal fenómeno no reproducido: la distorsión de la sección transversal del tablero. En la Figura 1.28 se observa la distorsión de la sección transversal.

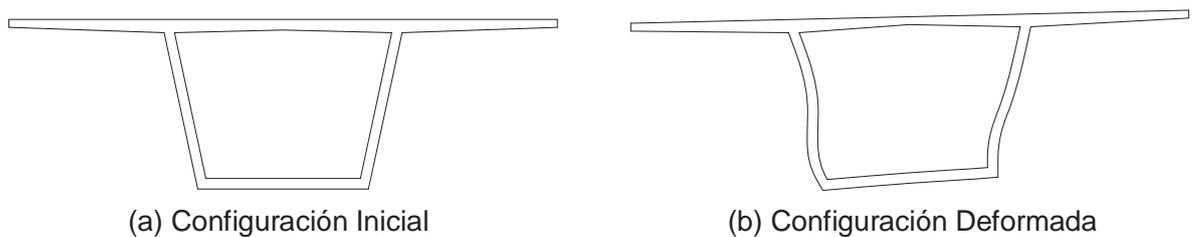
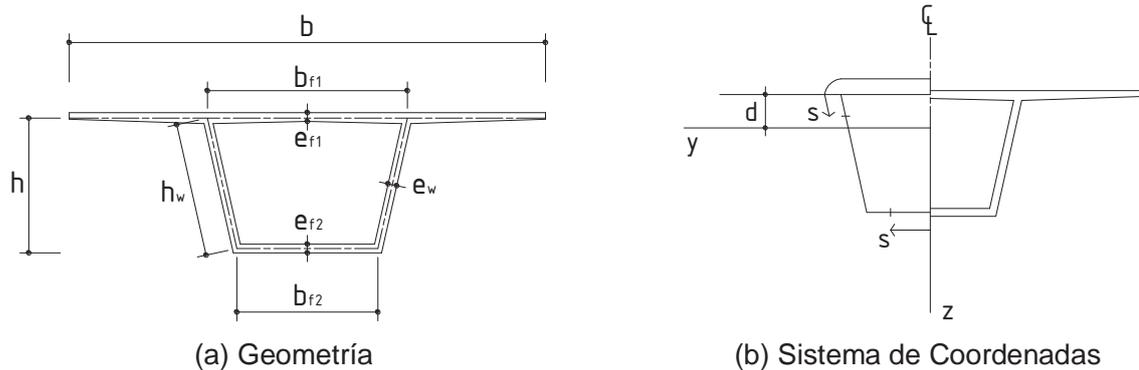


Figura 1.28 Distorsión de la Sección Transversal

Si el modelo de referencia del tablero es el de la lámina plegada, este describe la respuesta de la estructura a través de dos estados estructurales elementales: el estado membrana y el estado flexión. El primero de ellos considera exclusivamente movimientos dentro del plano medio de cada losa y los esfuerzos consistentes; mientras que el segundo introduce los cambios de curvatura asociados al trabajo de flexión de las losas, siendo el campo de momentos el sistema estático asociado.

Limitando el estudio a cajones unicelulares, los principales parámetros geométricos que caracterizan la sección transversal son los mostrados en la Figura 1.29 se supone que todas las losas son de espesor constante y del mismo material.



(a) Geometría

(b) Sistema de Coordenadas

Figura 1.29 Sección Transversal Analizada

Para analizar el comportamiento de la estructura, se adopta un sistema general de coordenadas  $(x,y,z)$  y un sistema local  $(x,s)$  asociado a cada losa. Ambos quedan representados en la Figura 1.29 siendo la coordenada  $x$  paralela a la dirección longitudinal del tablero.

Para obtener los esfuerzos de membrana producidos por la distorsión del tablero se supondrá que las tensiones longitudinales tienen una variación lineal según la dirección de la coordenada  $s$ . Teniendo en cuenta que la distorsión es un modo de deformación intrínsecamente antisimétrico, esta hipótesis conduce a que la distribución de tensiones longitudinales sobre la sección transversal del tablero tan solo dependa de dos parámetros. En la Figura 1.30 se muestra la distribución de tensiones longitudinales.

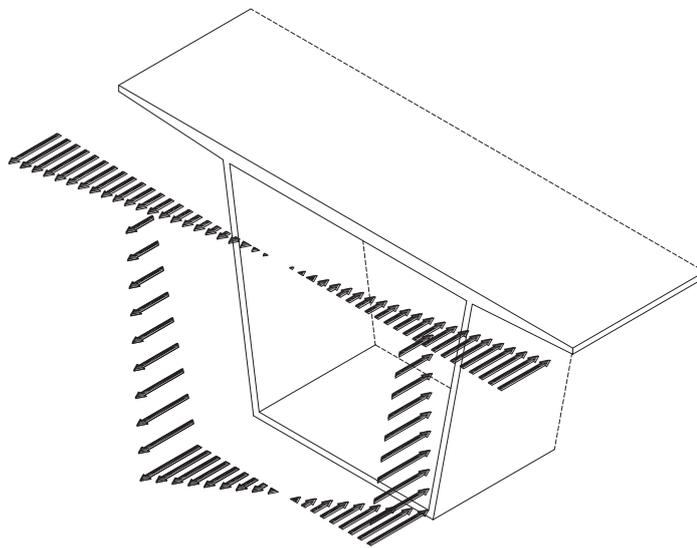


Figura 1.30 Distribución de Tensiones Longitudinales

Los esfuerzos cortantes se determinarán con las ecuaciones de equilibrio interno correspondientes al estado membrana en condiciones homogéneas de sollicitación. En la Figura 1.31 se muestran los esfuerzos de membrana.

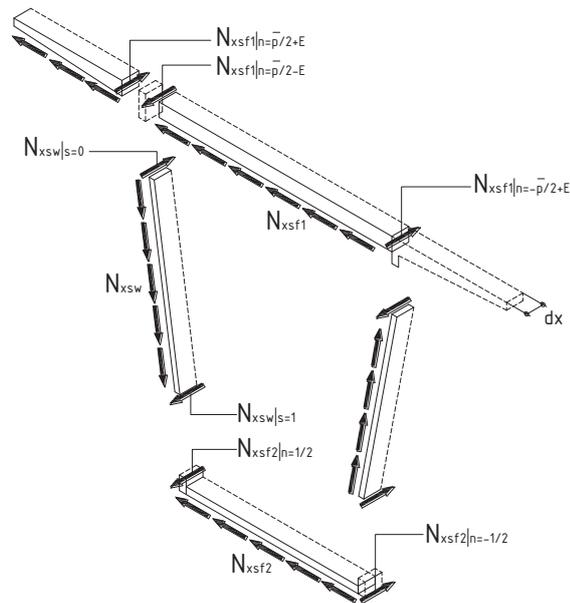


Figura 1.31 Esfuerzos de Membrana  $N_{x,s}$

Para determinar el estado de flexión asociado a la distorsión en las distintas losas que componen el tablero, se definen de los esfuerzos representados en la Figura 1.32. Sobre la base de las relaciones ancho-claro consideradas, la segunda hipótesis de la teoría simplificada de comportamiento de tableros en cajón supone despreciables los momentos flectores longitudinales así como los momentos torsores. Por ello, tan solo van a intervenir en la flexión de cada losa elemental los momentos flectores y cortantes transversales.

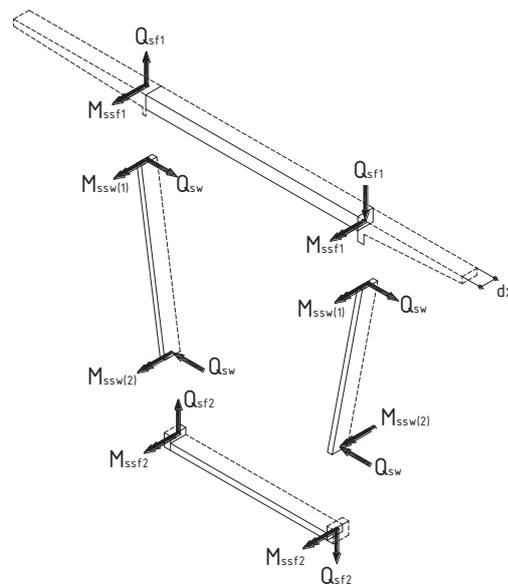


Figura 1.32 Esfuerzos de Flexión Transversal del Cajón



## 1.7 Análisis en Flexibilidad de Puentes Rectos

En todas sus aplicaciones estructurales, el método de flexibilidad requiere definir inicialmente un sistema primario y un conjunto de subestructuras conectadas a este, que completan el modelo estructural global.

En el campo del análisis de tableros, el emparrillado es el modelo más popular y de mayor divulgación en las últimas décadas. Esta situación deriva esencialmente de la adaptabilidad intrínseca del método de rigidez a cualquier geometría en planta y a las condiciones más diversas de sustentación, quedando fundamentalmente limitado su uso por la morfología de la sección transversal.

Un emparrillado está formado por un número finito de elementos unidimensionales (1D) denominados tradicionalmente barras y constituye por lo tanto una estructura discontinua si lo comparamos con una losa o con una lámina plegada, modelos donde la rigidez está uniformemente distribuida. Los tableros formados por vigas y losa poseen una estructura intrínseca de emparrillado. La idea de analizar losas mediante emparrillados de barras está ya presente en métodos tradicionales y constituye una formulación débil del problema. El método del emparrillado, es por lo tanto, en el contexto del análisis de tableros de puentes, un método aproximado, afín al método de los elementos finitos puesto que se apoya siempre en la discretización de una estructura continua. Sin embargo, si la morfología del tablero presenta una distribución de rigideces poco uniforme (caso de los tableros de vigas y losa) esta modelación resulta más adecuada.

## 1.8 Modelación de un Tablero

La definición de las características geomecánicas del modelo estructural constituye la primera etapa del análisis de cualquier tablero de puente. En el caso particular del modelo emparrillado, este proceso de idealización exige establecer la geometría de la malla, y las características mecánicas de las barras a partir de la geometría real del tablero: planta y sección transversal. Posteriormente, también deberán definirse las condiciones de apoyo y sollicitación adecuadas al modelo.

### 1.8.1 Tableros de Vigas y Losa

Constan generalmente de vigas en I ó T, como se muestra en la Figura 1.33 (a), en número relativamente reducido (normalmente menos de once) separadas de 1.5 a 2.5 m, unidas por una losa superior continua, o bien en bandas coladas con concreto entre alas en el caso de vigas en T. Excepcionalmente, esta separación puede verse reducida si se opta por disponer vigas en T invertida yuxtapuestas, aumentando entonces el número de vigas longitudinales, como se muestra en la Figura 1.33 (b). Se supone que existen siempre diafragmas transversales en las secciones de apoyo, y en algunos casos también intermedios.

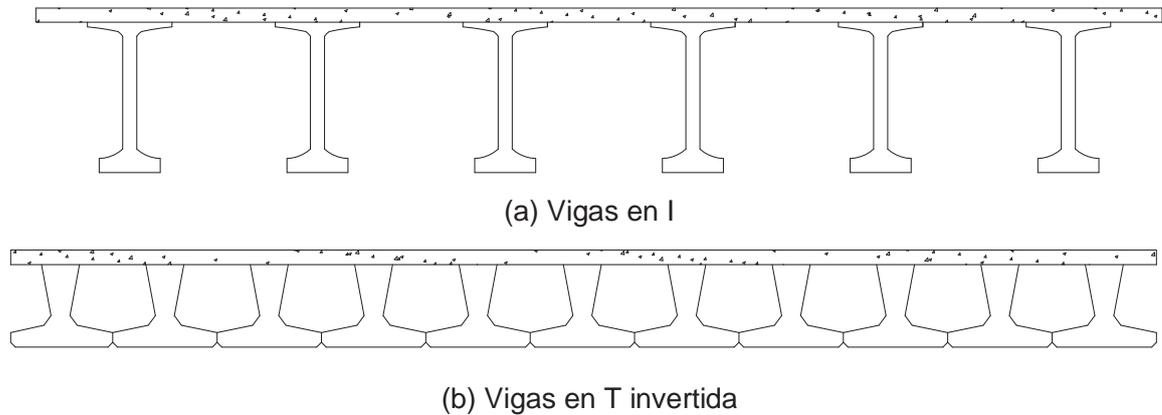


Figura 1.33 Tableros de Vigas y Losa

Respecto a las barras longitudinales, la disposición más lógica consiste en hacerlas coincidir con las vigas reales. Si resulta un número excesivo de vigas longitudinales (más de nueve, como puede suceder en tableros de gran anchura), es entonces necesario reducir el número de vigas del emparrillado, debiendo aceptar como cota superior que una viga del modelo no sustituya a más de dos vigas físicas, y respetando en la definición de la malla la situación real de las vigas de borde.

La separación entre vigas del emparrillado ha de ser uniforme, y en el caso de disponer menos barras longitudinales que vigas reales, conviene adoptar un número impar de barras.

La disposición de elementos transversales resulta algo más delicada, y conviene diferenciar aquellos tableros que poseen al menos tres diafragmas intermedios de las restantes configuraciones. En el primer caso, las barras transversales del emparrillado se sitúan naturalmente en la misma posición que las vigas físicas. En cuanto a los tableros que tan solo disponen de diafragmas sobre apoyos, las barras transversales del emparrillado se sitúan: en las secciones apoyadas, y en secciones intermedias, de tal forma que la separación entre vigas transversales y la separación entre vigas longitudinales estén en una relación de 1.5:1, y que el número total de vigas transversales sea impar. Este criterio no es una regla absoluta, y debe modificarse en proporción a la relación ancho-claro del tablero, variando desde una proporción 1:1 en tableros de gran anchura, hasta una proporción 2:1 en tableros estrechos. Más barras transversales en tableros anchos no mejoran los resultados del análisis.

Si finalmente se plantea la idealización de un tablero de vigas y losa con tan solo uno o dos diafragmas intermedios, la disposición de barras transversales respetará el emplazamiento de las riostras físicas, debiendo añadir vigas que modelen exclusivamente la acción transversal de la losa superior.

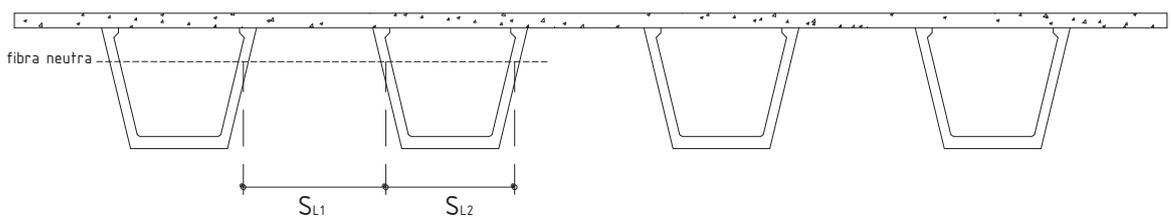


### 1.8.2 Tableros de Vigas Formadas por Celdas

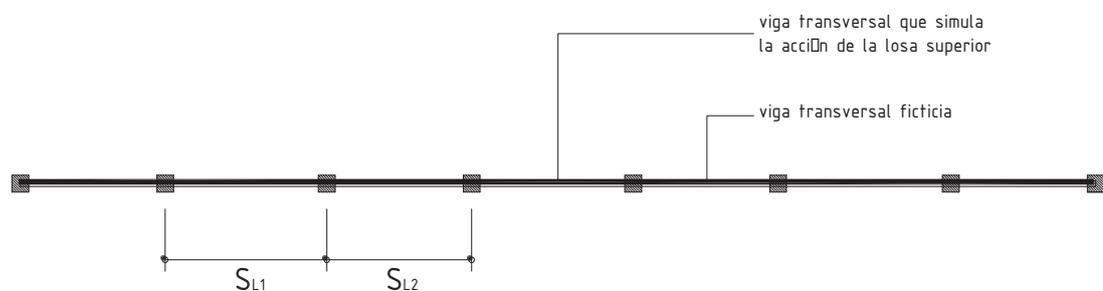
El análisis de este tipo de estructuras por el método del emparrillado es adecuado si la distorsión de cada viga cajón es despreciable. Ello se cumple si la relación ancho-claro de cada célula individual es menor o igual que 1/10.

Los tableros de vigas formadas por celdas son nuevamente tableros de vigas y losa, pero con una importante diferencia de comportamiento: la rigidez transversal varía notablemente según si estamos en una banda de losa o de losa y viga, como se muestra en la Figura 1.34. Por ello pueden adoptarse dos disposiciones alternativas de barras longitudinales: una viga de emparrillado por cada alma de la viga cajón, resultando dos vigas de emparrillado por viga física, o bien una viga de emparrillado en el eje de cada viga cajón, junto con el uso de nodos de dimensión finita en dirección transversal.

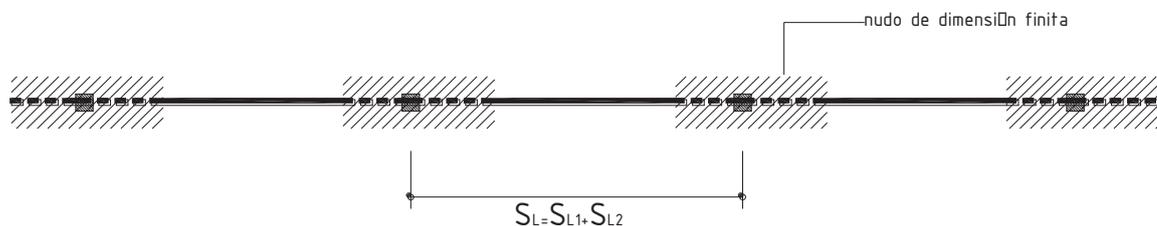
Ambas opciones quedan reflejadas en la Figura 1.34 y conviene subrayar que la primera induce un mayor número de nodos y elementos y unas barras ficticias de gran rigidez, aspectos siempre desfavorables desde el punto de vista numérico.



(a) Sección Transversal del Tablero



(b) Emparrillado Ordinario



(c) Emparrillado con Nodos de Dimensión Finita

Figura 1.34 Disposición de las Vigas Longitudinales del Emparrillado en un Tablero de Vigas Formadas por Celdas



### 1.8.3 Tableros de Losa

En general, la idealización de una losa maciza mediante un emparrillado plano conduce a resultados aceptables. La malla debe disponerse atendiendo principalmente a la relación ancho-claro del tablero, adoptando un mínimo de cinco barras longitudinales y un máximo comprendido entre nueve y once. Como también es conveniente contar con al menos cinco barras transversales, los tableros anchos exigirán valores de la relación entre espaciamientos de barras transversales y longitudinales inferiores a 1.5, e incluso aumentar el número de vigas longitudinales para no superar la relación 1:1.

Además de estas recomendaciones de carácter general, conviene respetar en la disposición de los elementos longitudinales los dos criterios siguientes: las vigas longitudinales deben pasar por los puntos de apoyo reales de la losa, y las vigas de borde se sitúan a  $0.3h$  de las caras laterales de la losa, para obtener la componente vertical del flujo de tensiones tangenciales, como se muestra en la Figura 1.35.

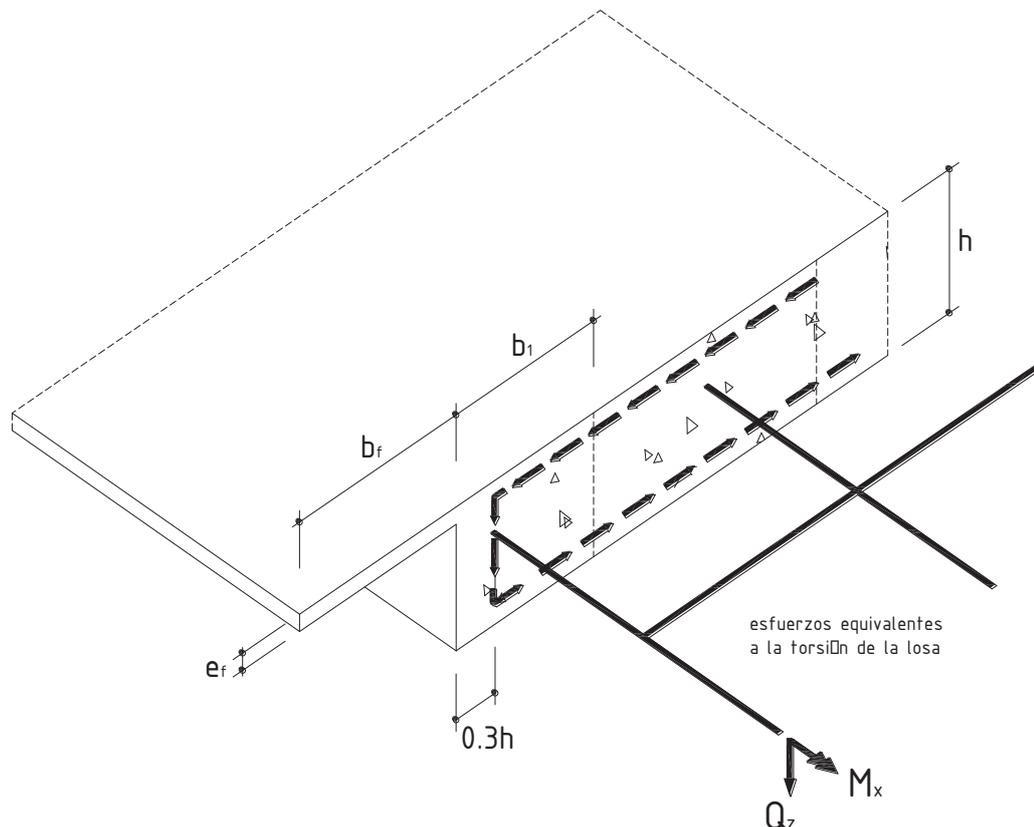


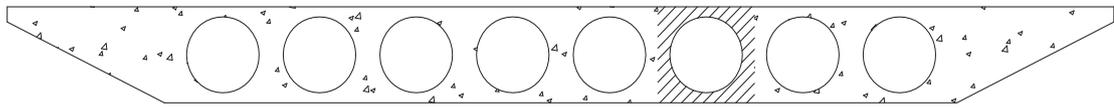
Figura 1.35 Situación de la Viga de Borde en la Modelación de un Tablero de Losa mediante Emparrillado

### 1.8.4 Tableros Formados por Pseudo-losas

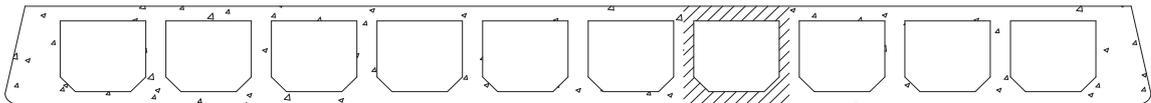
La Figura 1.36 presenta algunas secciones transversales propias de esta categoría de tableros, con diferentes formas de aligeramientos. Si bien estas estructuras tienen un



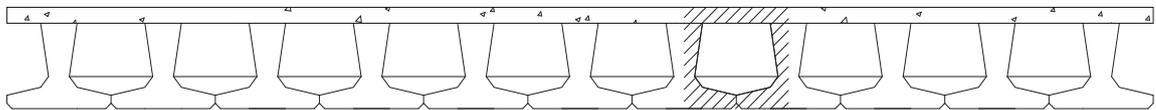
comportamiento bidimensional dominante, la principal diferencia respecto a los tableros losa reside en su posible sensibilidad a la distorsión, fenómeno directamente ligado a la presencia de aligeramientos, luego a su distribución y tamaño.



(a) Losa con Aligeramientos Circulares, construida in-situ



(b) Losa con Aligeramientos Rectangulares, construida in-situ



(c) Pseudo-losa de Vigas Prefabricadas en T invertida, Losas superior e inferior in-situ

Figura 1.36 Tableros Formados por pseudo-losas

Tradicionalmente, estos tableros se han analizado como losas homogéneas siempre que la dimensión de los huecos quedara por debajo de determinados límites. West adopta como criterio que el área aligerada esté por debajo del 60% del área total de la sección. Beckett reduce este valor al 50% mientras que Arenas acota el diámetro de los aligeramientos a 0.7 veces el peralte de la losa.

Más recientemente, Aparicio y Estradera han demostrado que estos criterios pueden resultar inadecuados para limitar la distorsión en las losas aligeradas, concluyendo que el análisis de este tipo de tableros debe incluir sistemáticamente la deformación transversal por esfuerzo cortante.

El diseño de la malla se rige por idénticas normas que en tableros de vigas y losa: si existen menos de diez vigas físicas, las vigas del emparrillado deben corresponder a las vigas reales (elementos sombreados en la Figura 1.36), pudiendo disponer sus directrices coincidentes con los ejes de los aligeramientos, o bien con las almas. Respecto a la posición de barras transversales, se mantienen los criterios expuestos en los tableros de vigas y losa.

### 1.9 Disposición de la malla para plantas generales

Cuando la planta del tablero adquiere formas más complejas, el único método de análisis viable es el del emparrillado, pero las reglas de aplicación del mismo se hacen menos concretas a medida que aumenta la singularidad geométrica. En tales casos, es conveniente comparar los resultados obtenidos con distintas disposiciones de barras para



intuir la malla más adecuada a la correcta reproducción del comportamiento resistente del tablero.

Las barras longitudinales deben pasar por los puntos de apoyo reales del tablero, y mantenerse en número constante a lo largo del emparrillado. Ello conduce a la necesidad de desdoblar la barra longitudinal central cuando la planta presenta una bifurcación, como en los puentes tipo pantalón, como se muestra en la Figura 1.37

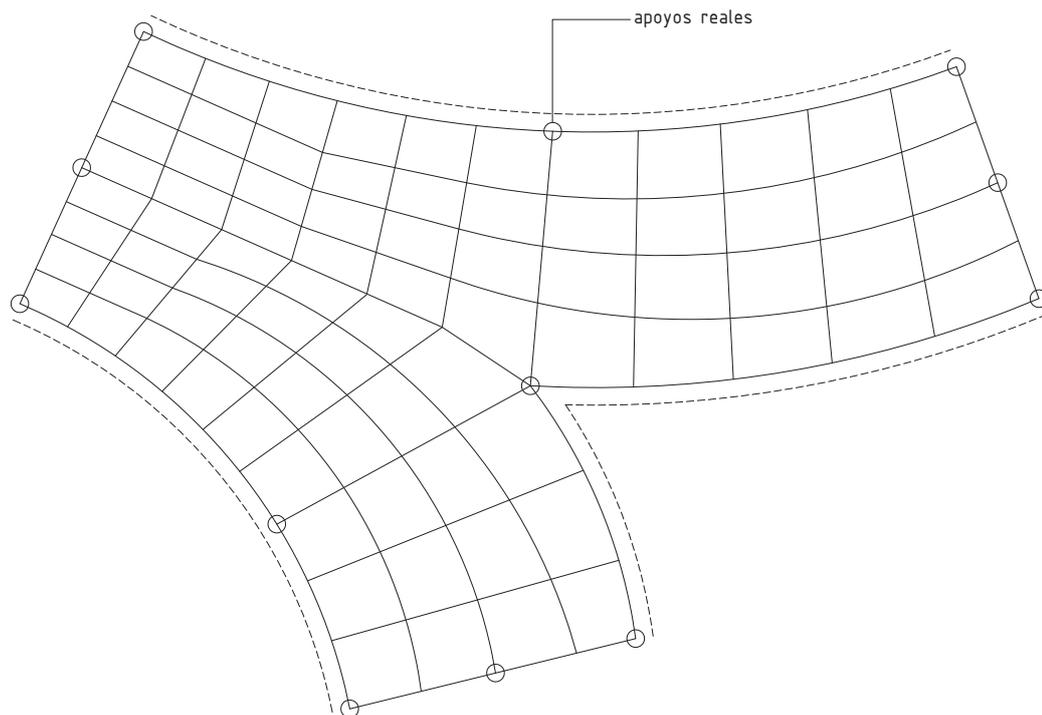


Figura 1.37 Emparrillado para una Losa de Planta General

Si el tablero es de planta circular y los apoyos están dispuestos radialmente, resulta natural optar por una malla de trazado polar: barras longitudinales de directriz curva con extremos sobre circunferencias concéntricas equidistantes, y barras transversales en dirección radial. Esta disposición exige emplear, para los elementos longitudinales, una matriz de rigidez distinta a las anteriores. Su principal característica radica en el acoplamiento flexión-torsión, propio de la pieza curva de emparrillado.

En el caso de mantener barras rectas en sentido longitudinal este acoplamiento queda exclusivamente reducido a los nodos del emparrillado.

Las plantas oblicuas han sido objeto de estudios más específicos. Respecto a las barras longitudinales, estas deberán ser siempre paralelas a los bordes libres. Una excepción la constituyen los tableros de gran anchura, para los cuales las barras longitudinales deben ser ortogonales a las líneas de apoyo, siguiendo de ese modo la dirección de mayor flexión.



Las barras transversales podrán disponerse en:

- Paralelas a las líneas de apoyo, dando lugar a una retícula oblicua. Sus características mecánicas deberán determinarse sobre una sección perpendicular a la banda de tablero que modelan.
- Ortogonales a las bandas longitudinales, estas proporcionan mejores resultados siempre que no existan diafragmas intermedios paralelos a las líneas de apoyo extremas, en cuyo caso estos condicionan el trazado de los elementos transversales.

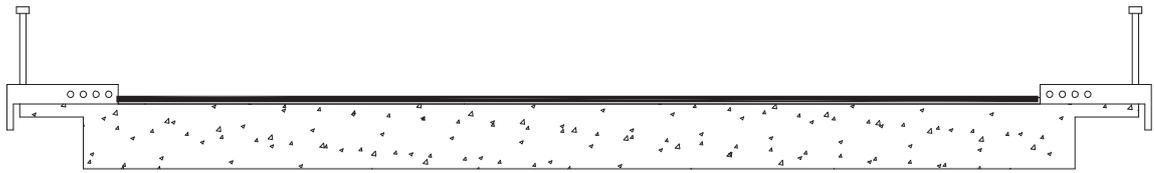
Para valores de esviajamiento, la primera retícula presenta algunas ventajas: puede generarse automáticamente y permite reproducir de forma natural los diafragmas derivados de la presencia de apoyos intermedios cuando estos son paralelos a las aristas extremas del tablero. En cambio, una retícula ortogonal exigirá alternar las barras transversales a proximidad de los apoyos extremos para evitar su acumulación.

Los resultados del análisis mediante emparillado son muy sensibles, en tableros oblicuos, a las condiciones de apoyo y su inadecuada reproducción puede falsear el incremento de reacción que se produce en las esquinas obtusas como consecuencia de la oblicuidad.

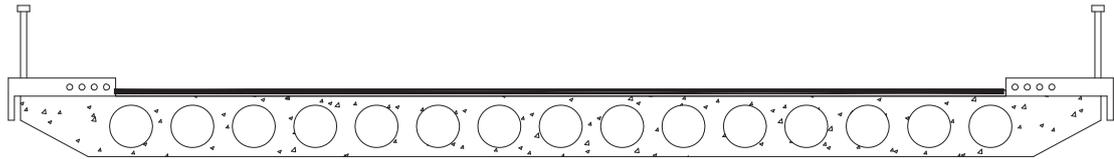
### **1.10 El modelo losa en el análisis de tableros**

Cuando un tablero de puente presenta una distribución uniforme del material o de los elementos resistentes en sección transversal, el modelo losa proporciona una buena aproximación a su comportamiento estructural siempre que su peralte sea constante y que posea una relación ancho-claro superior a 1/5. Estas condiciones reducen las posibilidades de aplicación del modelo a las siguientes morfologías:

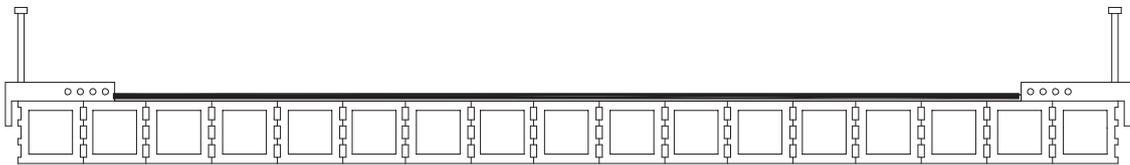
Tableros de losa o pseudo-losa, como los representados en la Figura 1.38, ya sean colados in-situ, casos (a) y (b) o contruidos mediante elementos prefabricados, casos (c) y (d).



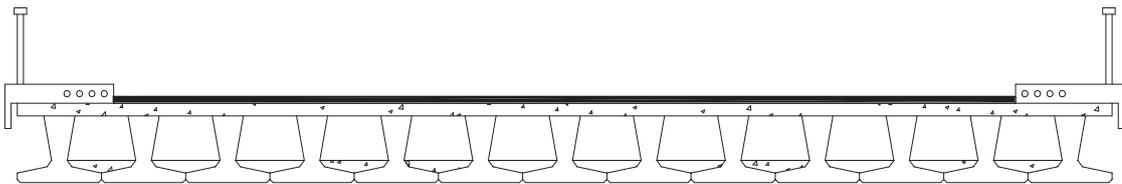
(a) Losa Maciza



(b) Losa Aligerada



(c) Pseudo-losa



(d) Pseudo-losa

Figura 1.38 Secciones de Tableros de Losa o Pseudo-losa

Los tableros de vigas y losa, como las que se muestran en la Figura 1.39, aunque en este segundo caso la condición de reparto uniforme de rigidez exige que existan al menos cinco vigas longitudinales. Los diafragmas transversales son menos condicionantes en este sentido, por existir bordes libres que les son ortogonales (en tableros rectos obviamente).

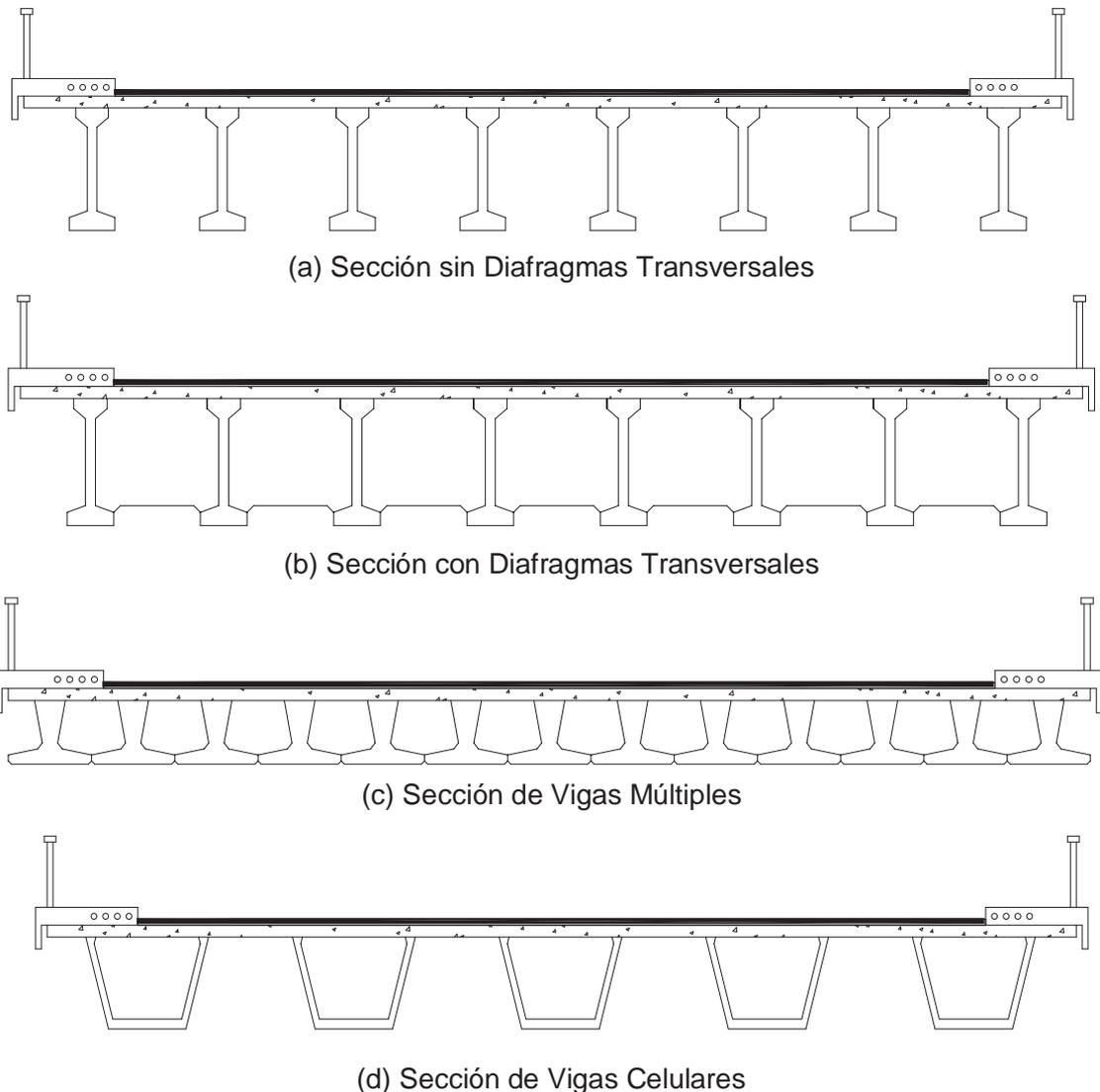


Figura 1.39 Secciones de Tableros de Vigas y Losa

Para poder incorporar al modelo la diferencia entre la rigidez longitudinal y la rigidez transversal del tablero derivada de la existencia de aligeramientos, vigas o diafragmas, este debe poseer unas características constitutivas adecuadas. En el contexto del análisis lineal, puede considerarse el material elástico y ortótropo, pero teniendo en cuenta que el acoplamiento entre flexión longitudinal y transversal así como la torsión pueden hacer intervenir coeficientes de rigidez distintos según las direcciones coordenadas (x,y) si las correspondientes secciones de la losa presentan diferentes distribuciones de material.

### 1.10.1 Losa recta simplemente apoyada en sus secciones extremas

Para poder aplicar el modelo losa en una losa isótropa, la sección transversal debe ser lo más regular posible. Por lo tanto, si existen voladizos laterales, su ancho debe ser pequeño comparado con el ancho total del tablero "B". En tal caso, el ancho  $2b$  del modelo



puede estimarse estableciendo un incremento de anchura de la parte central de peralte  $h$  proporcionalmente a las inercias de cada zona. En la Figura 1.40 se muestra este caso.

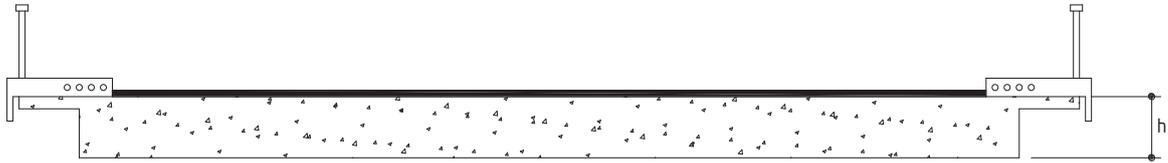


Figura 1.40 Losa Maciza

En losas con aligeramientos circulares longitudinales, como la representada en la Figura 1.41 en las que estas cavidades están uniformemente dispuestas y que el volumen de huecos se mantiene dentro de unos límites aceptables (inferior al 50% en términos medios), de tal forma que pueda despreciarse la distorsión de las células.

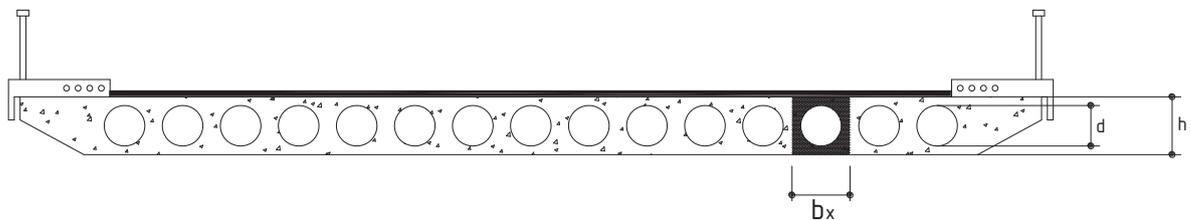
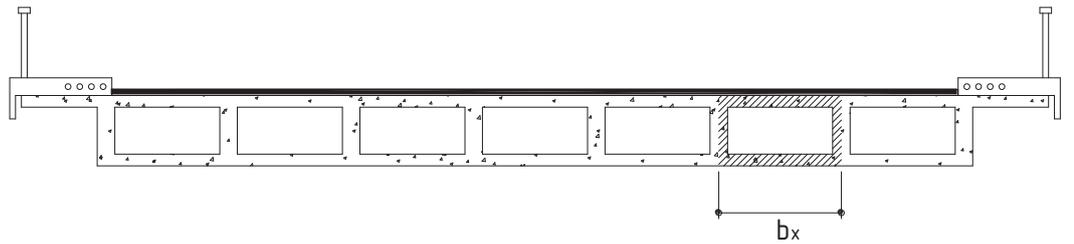


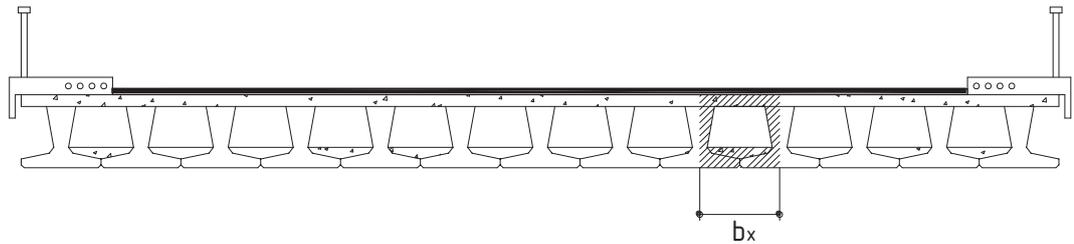
Figura 1.41 Losa Aligerada, Sección Transversal

Dentro de esta categoría de tablero multicelular incluiremos los tableros total o parcialmente contruidos in-situ, como los representados en la Figura 1.42 (a) y (b), y los tableros contruidos por vigas prefabricadas de sección cerrada yuxtapuestas y únicamente vinculadas entre sí mediante juntas unidas con concreto en obra, usualmente denominadas llaves de cortante según consta en la Figura 1.42 (c).

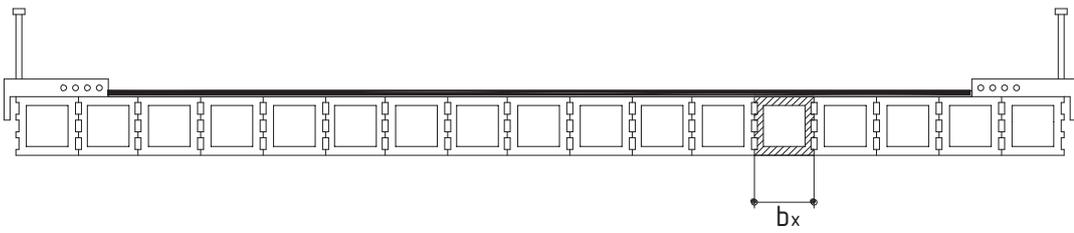
Esta segunda disposición imposibilita la transmisión de momentos flectores y torsores transversales, defecto que suele resumirse diciendo que el tablero está articulado transversalmente.



(a) Tablero de Concreto in-situ



(b) Tablero de Vigas y Losa



(c) Tablero con Llaves de Cortante  
Figura 1.42 Tableros Multicelulares

Para definir las rigideces de losa ortótropa formada con vigas y losa la Figura 1.43 se representa diafragmas transversales rectangulares de dimensiones  $e_y \times h_y$ , situación que suele darse en la práctica puesto que estos elementos se cuelan en obra y ello se ve facilitado si la geometría es sencilla.

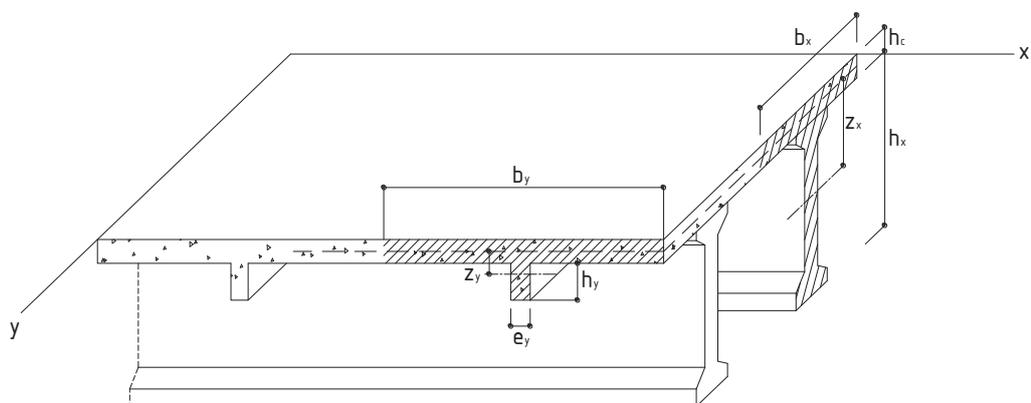


Figura 1.43 Tablero de Vigas y Losa, Geometría



Los tableros de vigas con celdas son reproducidos en la Figura 1.44. Suelen componerse de una serie de vigas prefabricadas con sección en artesa, dispuestas longitudinalmente a intervalos regulares  $b_x$  y unidos en el sentido transversal mediante una losa superior ejecutada in-situ. La teoría de flexión de losas puede no ser aplicable a estos tableros si el reparto transversal de las cargas se asigna exclusivamente a la losa superior, prescindiendo de disponer vigas riostra que permitan acentuar este mecanismo.

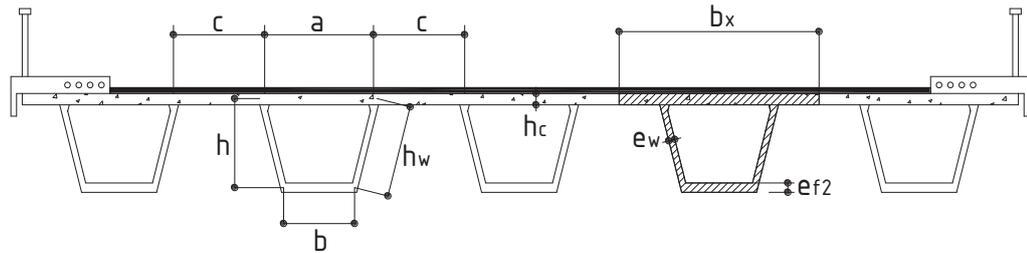


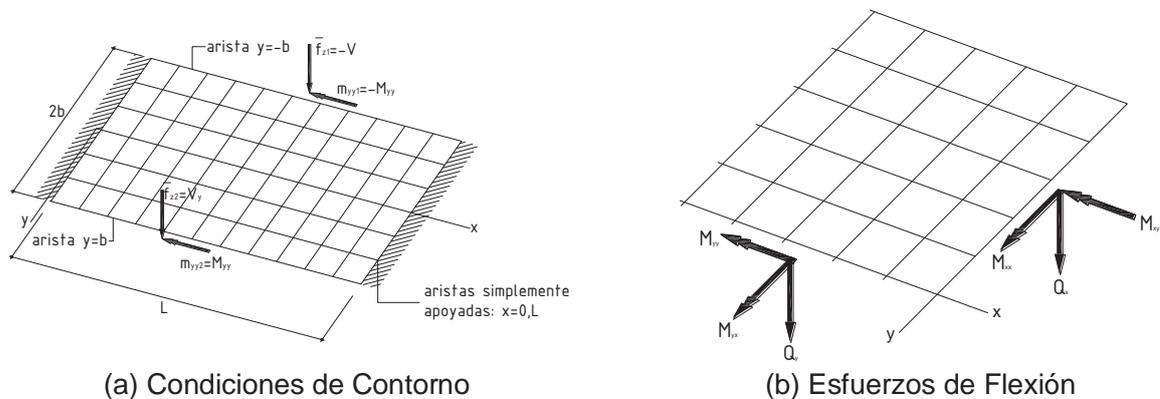
Figura 1.44 Tablero de Vigas Celulares y Losa

Si el tablero es suficientemente rígido en sentido transversal su deformación bajo la acción de cargas concentradas será suave, en cambio, si la losa superior es incapaz de inducir de las vigas longitudinales las rotaciones de torsión requeridas por el tipo de deformación anterior, esta sufrirá una ondulación.

### 1.11 Formulación fuerte del problema de flexión

La solución completa del problema de flexión requiere especificar las restantes funciones que intervienen en la respuesta del modelo llamadas variables auxiliares como son las rotaciones longitudinales, los cortantes, el cortante efectivo longitudinal, los momentos flectores longitudinales y los momentos torsores.

En este tipo de formulación, se consideran las losas isótropas y losas ortótropas. En la Figura 1.45 se muestra la respuesta de una losa recta ortótropa simplemente apoyada en sus secciones extremas y sometidas exclusivamente a cargas transversales.



(a) Condiciones de Contorno

(b) Esfuerzos de Flexión

Figura 1.45 Losa Recta Simplemente Apoyada



## 1.12 Formulación débil mediante Bandas Finitas

Esta técnica de análisis sirve como alternativa para la obtención de soluciones analíticas exactas en estructuras 2D con determinadas propiedades geométricas. En el contexto de los tableros-losa, se supondrá que el plano medio de la placa se subdivide en una serie de bandas longitudinales de dimensiones  $b \times L$ , tal como se representa en la Figura 1.46.

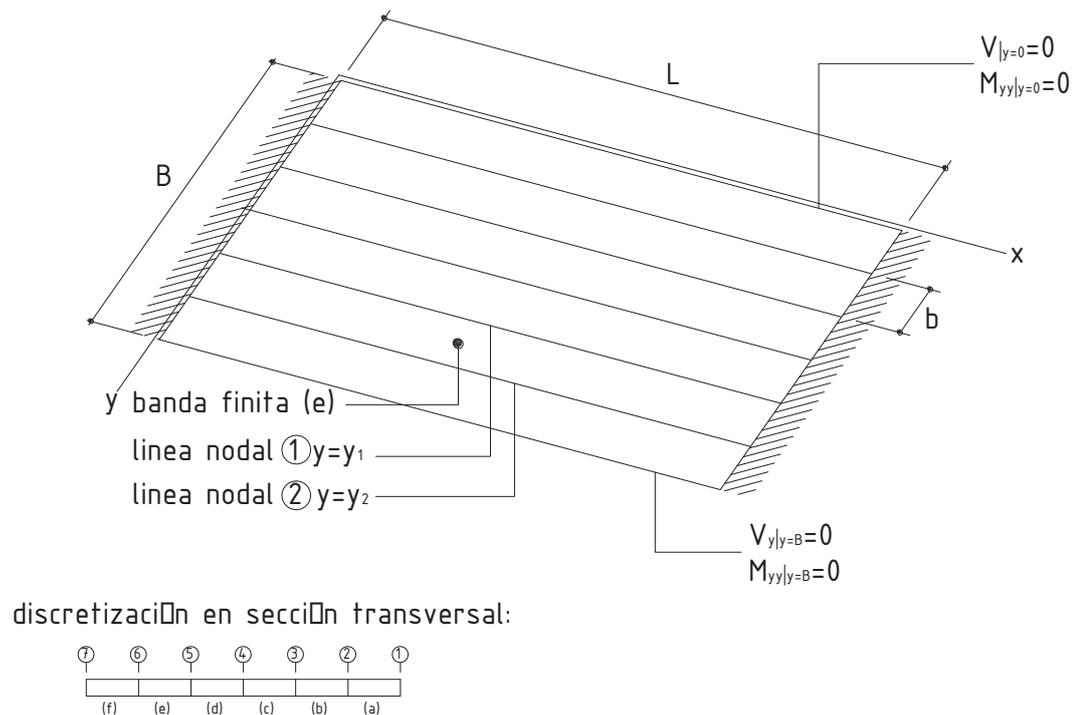


Figura 1.46 Discretización en Bandas Finitas de una Losa Simplemente Apoyada

El análisis de equilibrio de una placa rectangular simplemente apoyada en sus bordes extremos se lleva entonces a cabo sobre el sistema de ecuaciones simultáneas resultante de exigir la estacionalidad de la energía potencial, obtenida ésta como suma de los escalares correspondientes a cada una de las bandas de la subdivisión adoptada.

El sistema resultante permite la determinación de los desplazamientos nodales o grados de libertad implicados en el tipo de variación transversal adoptada para los desplazamientos generalizados propios del problema. La banda finita simple es aquella que proporciona las condiciones mínimas de continuidad de los desplazamientos del plano medio de la placa. El método de la banda finita es una versión semi-analítica del método de los elementos finitos formulado en desplazamientos; esto es que los grados de libertad se identifican con valores nodales de los desplazamientos generalizados, variables cinemáticas del problema. Ello conlleva que el método de la banda finita sea partícipe de los defectos de esta formulación, los cuales siempre resultan de las consecuentes discontinuidades de las variables estáticas, es decir, esfuerzos generalizados.



### 1.13 Otras geometrías en planta y condiciones de contorno

Otras geometrías en las que podemos utilizar el modelo losa son: losa circular simplemente apoyada (Figura 1.47), losa oblicua (Figura 1.48) y en apoyos intermedios (Figura 1.49).

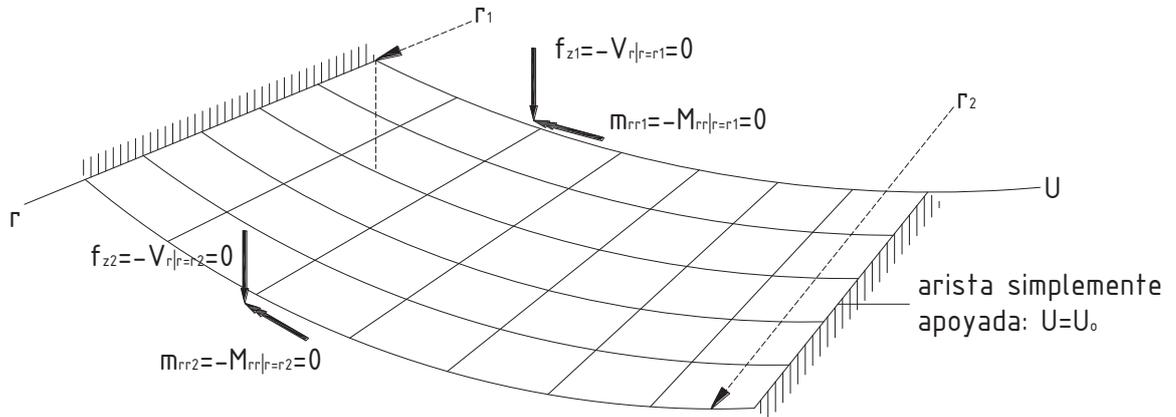


Figura 1.47 Losa Circular Simplemente Apoyada, Geometría y Condiciones de Contorno

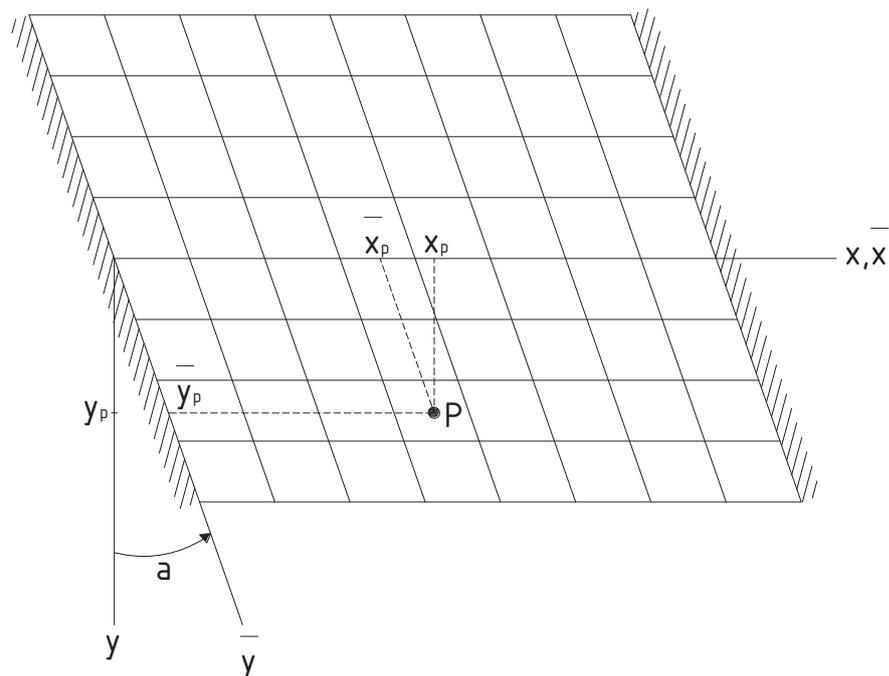


Figura 1.48 Losa Oblicua Simplemente Apoyada con Bordes Paralelos. Sistemas de Referencia

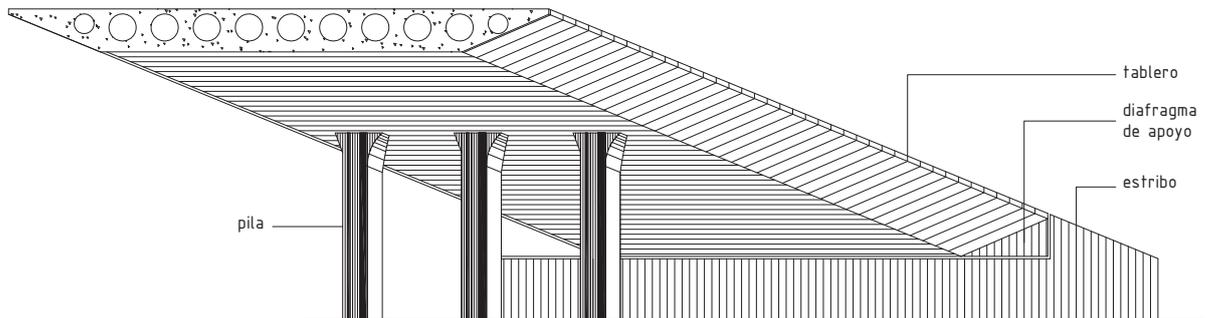


Figura 1.49 Losa Aligerada Continua

### 1.14 El Modelo lámina plegada en el análisis de tableros

La optimización de la distribución del material resistente en tableros de puente conduce naturalmente a la adopción de formas estructurales más eficientes, que combinen ligereza y rigidez. En este sentido, las construcciones de pared delgada proporcionan indudablemente la mejor solución. En la Figura 1.50 se muestra un tablero de pared delgada.

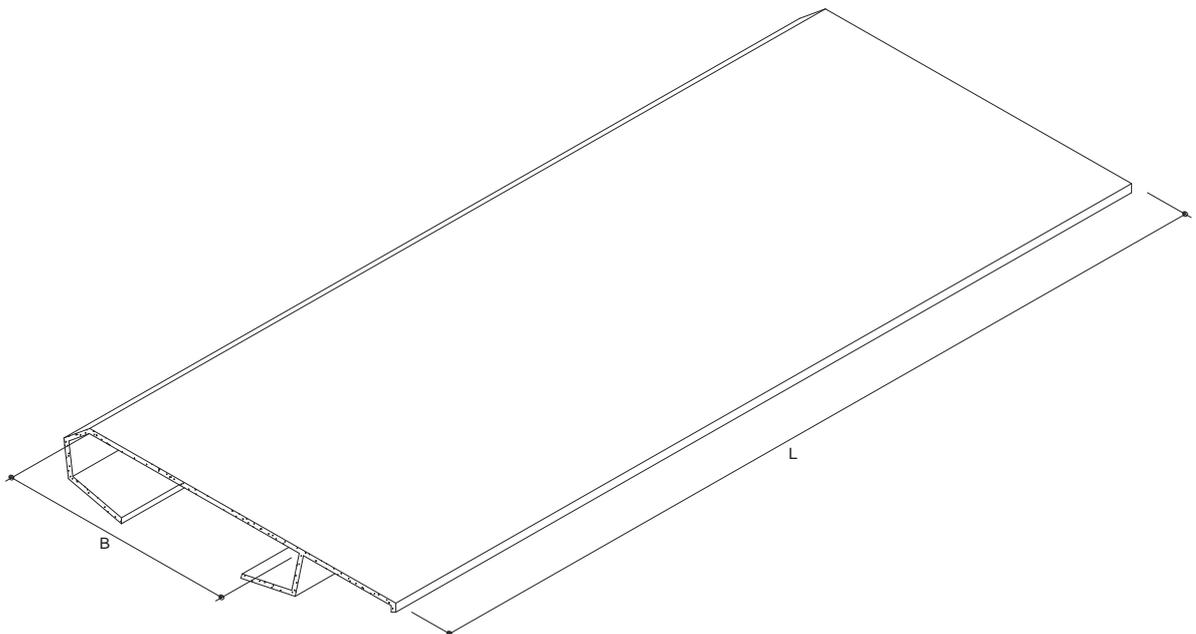


Figura 1.50 Tablero de Pared Delgada, Estructura Real

Para llevar adecuadamente a cabo el análisis de este tipo de tableros, el modelo estructural más eficiente debe necesariamente conjugar las características de comportamiento de las láminas con las propiedades geométricas de la construcción, que puede describirse como un sistema de placas o láminas unidas entre sí a lo largo de aristas longitudinales. Por este motivo, la lámina plegada se presenta como el modelo más



sofisticado y de aplicación más costosa, pero también de mayor eficiencia en la predicción del estado tensional de las estructuras de pared delgada.

Para visualizar una lámina plegada, basta representar la superficie media de cada una de sus paredes, llegando de ese modo a formas bidimensionales (2D) similares a la Figura 1.51.

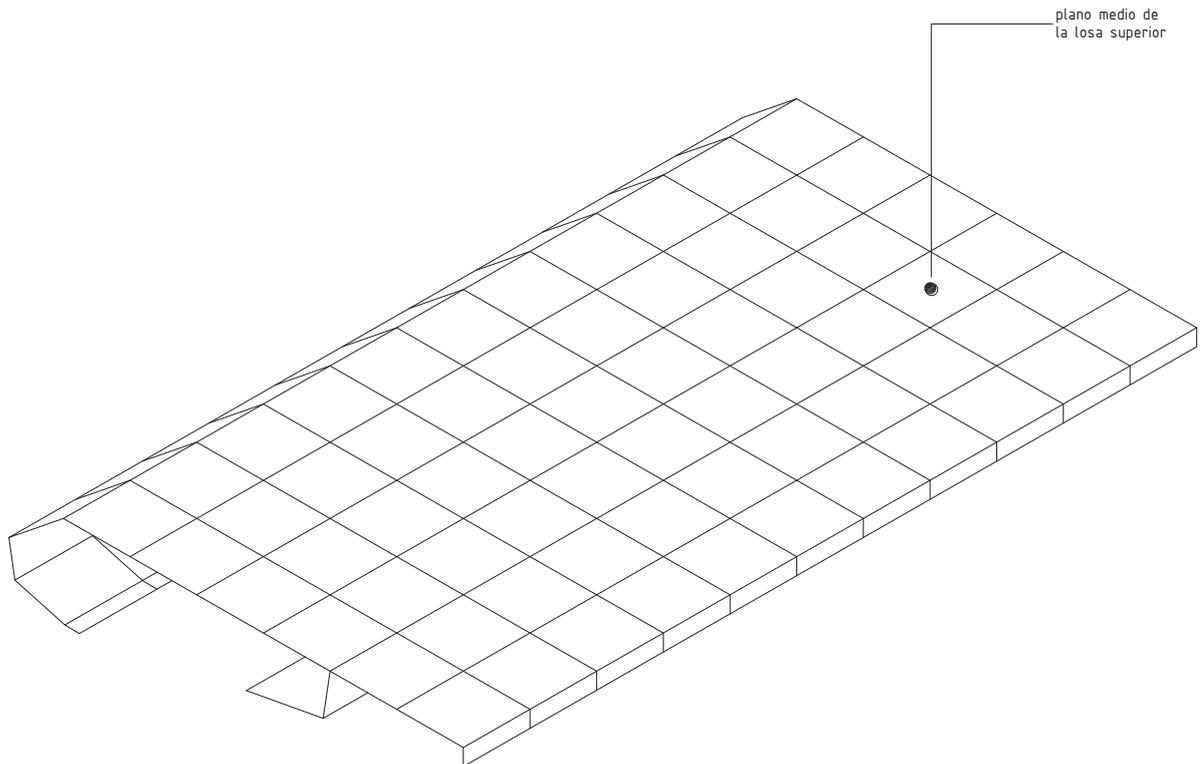


Figura 1.51 Tablero de Pared Delgada, Modelo en Lámina Plegada

En el ámbito de la ingeniería de puentes, las secciones transversales afines a esta caracterización estructural pueden ser abiertas o cerradas, y en este último caso, poseer una o varias células interiores, en función del ancho total de la construcción. En la Figura 1.52 y Figura 1.53 se representan diversos ejemplos, combinando formas y materiales resistentes.

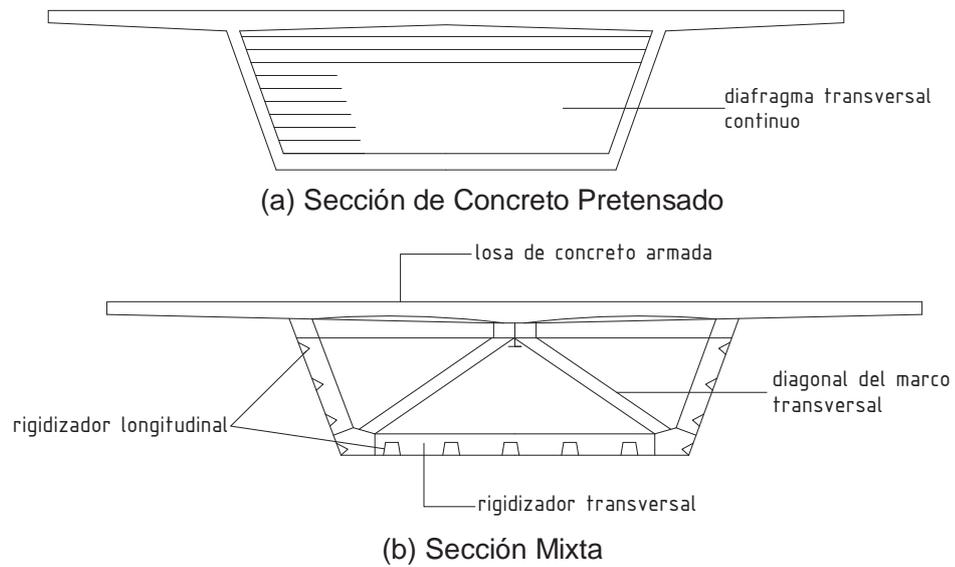


Figura 1.52 Secciones Transversales de Tableros en Cajón Modelados como Lámina Plegada

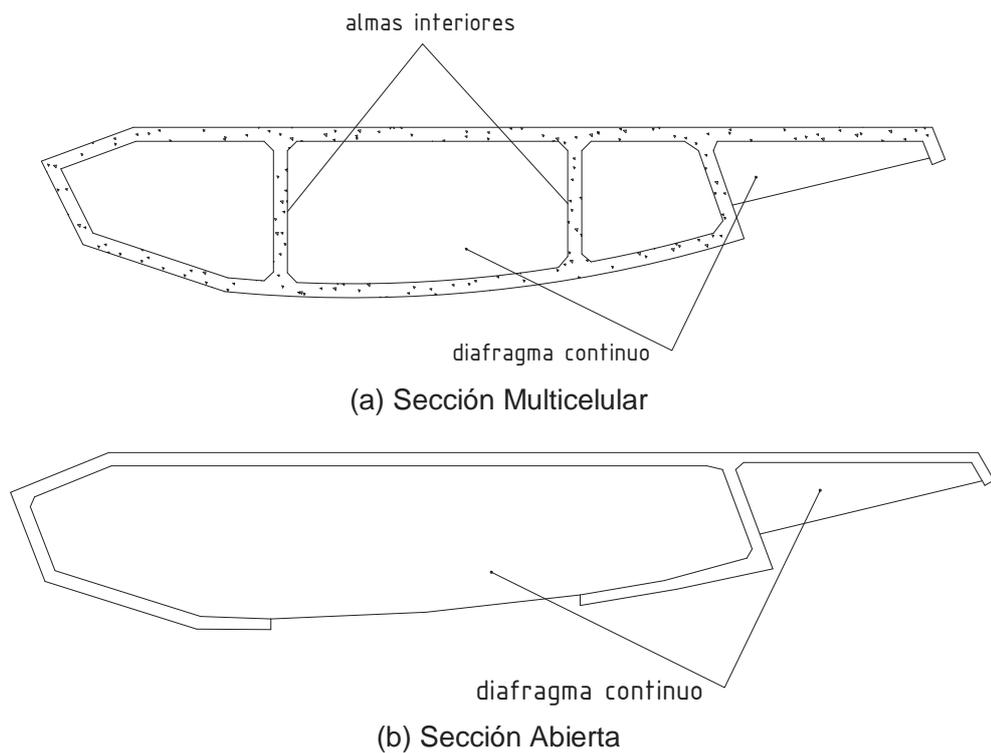
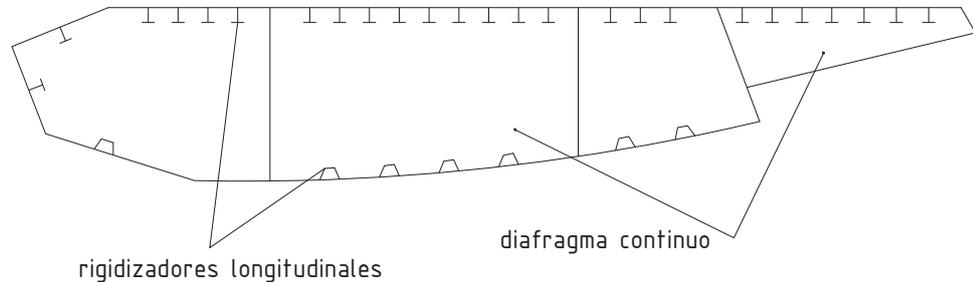


Figura 1.53 Secciones Transversales de Tableros de Concreto Pretensado Modelados como Lámina Plegada

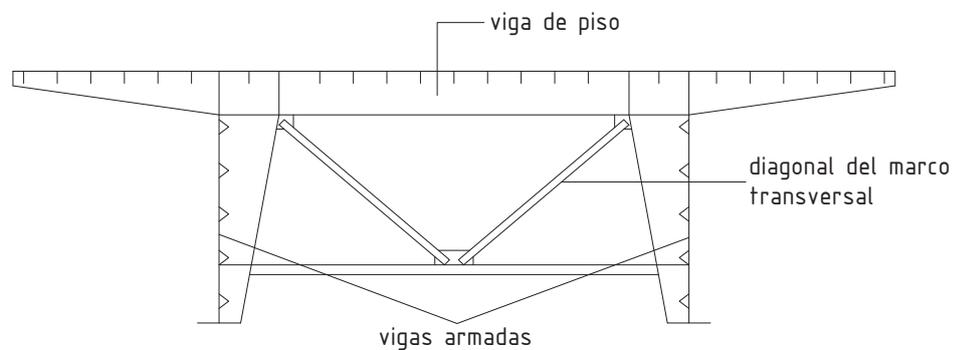
La disposición de voladizos laterales es una práctica usual en la concepción de la sección transversal. En tableros metálicos, estos voladizos se diseñan con salientes transversales que reciben el sistema de piso, invariablemente constituido por una losa



ortótropa. En tableros de concreto o mixtos, también se adopta esta disposición cuando la losa superior posee un vuelo excesivo para su espesor (Figura 1.54).



(a) Sección Multicelular



(b) Sección Abierta en  $\pi$

Figura 1.54 Secciones Transversales de Tableros Metálicos Modelados como Lámina Plegada

### 1.14.1 Lámina prismática recta simplemente apoyada: Solución Exacta

En este trabajo se considera la formulación fuerte del problema de equilibrio de un tablero recto, de pared delgada y sección constante, simplemente apoyado en sus secciones extremas, modelado como lámina plegada prismática recta. Con este fin, se desarrollará la estructura en un conjunto de placas o elementos simples, denominados genéricamente (e) en la Figura 1.55, estableciendo las condiciones de equilibrio y compatibilidad inherentes al monolitismo de la construcción, propias del análisis de sistemas estructurales por el método de rigidez.

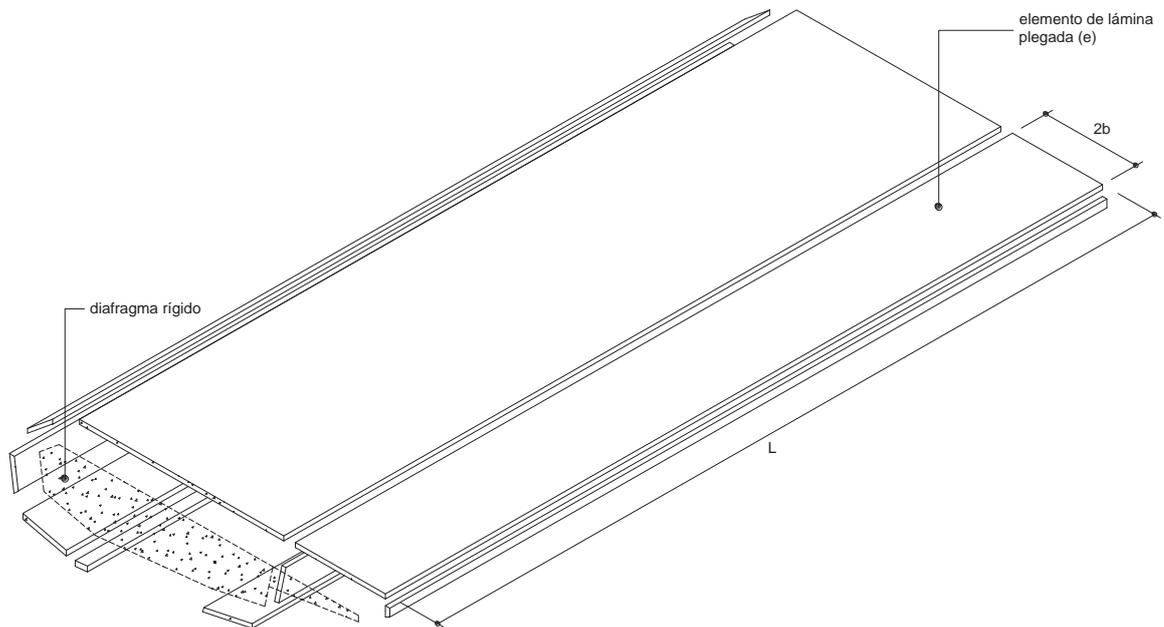


Figura 1.55 Descomposición en Elementos Simples de una Lámina Plegada

Para llevar a cabo esta estrategia de análisis de forma eficiente, conviene aprovechar las condiciones de apoyo simple en los diafragmas extremos, para introducir el desarrollo en serie de funciones ortogonales de los desplazamientos y esfuerzos generalizados característicos de la respuesta completa de una placa recta, incluyendo en esta los estados de membrana y flexión simultáneamente.

Existen dos hipótesis para determinar desplazamientos y esfuerzos generalizados en una sección: la primera exige calcular el cortante efectivo a lo largo de las líneas de unión, como se muestra en la Figura 1.56, mientras que la ortotropía permite incluir en la formulación los paneles rigidizados que configuran parcial o totalmente los tableros mixtos o metálicos.

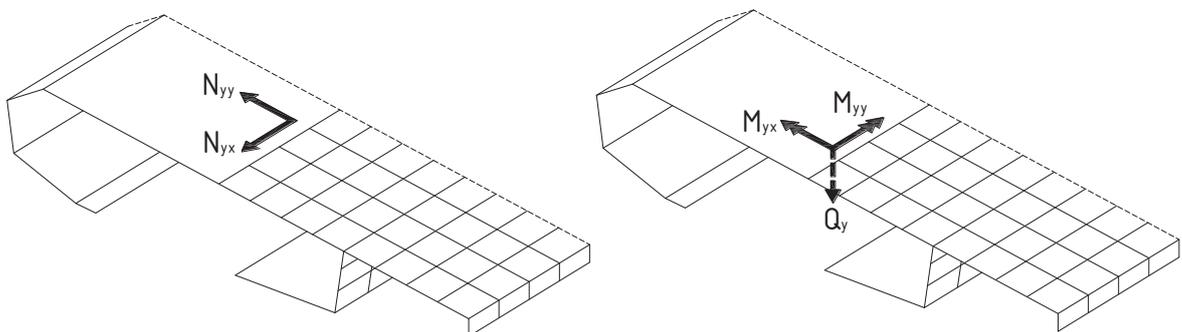


Figura 1.56 Desplazamientos y Esfuerzos Generalizados en la sección de un Elemento Placa

El análisis en servicio de los tableros de concreto puede realizarse admitiendo que el material es homogéneo e isótropo.



Para tableros mixtos o metálicos, la presencia de paneles constituidos por chapas de acero rigidizadas exige, para aplicar el modelo de la lámina plegada, introducir características constitutivas ortótropas en los correspondientes elementos placa.

### 1.14.2 Lámina prismática recta simplemente apoyada: solución mediante Bandas Finitas

El desarrollo de la formulación débil esta asociado al cálculo de tableros en láminas plegadas. Desde 1968 las bandas finitas se han aplicado con éxito al análisis de tableros curvos y oblicuos con sección transversal arbitraria, cubriendo problemas tan diversos como las paredes moderadamente gruesas, la no linealidad geométrica y las vibraciones. Un ejemplo de esto es un tablero simplemente apoyado en sus secciones extremas perfectamente indeformable, como el que se muestra en la Figura 1.57.

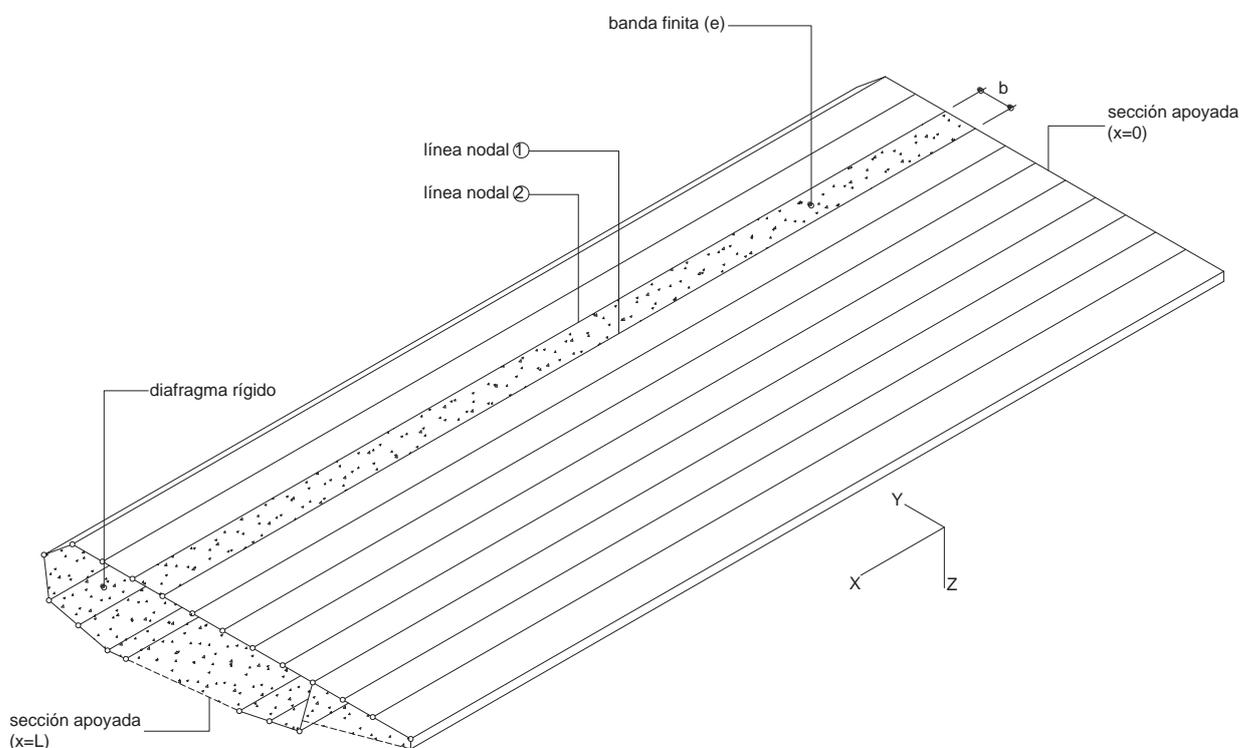


Figura 1.57 Lámina Plegada Discretizada en Bandas Finitas

Existen distintas bandas finitas: las bandas finitas simples y la banda finita con una línea nodal auxiliar (LNA), siempre que sea un material ortótropo.

La banda finita con una línea nodal auxiliar considera en cada nudo los mismos grados de libertad y clase de continuidad que la banda finita simple, pero permite una interpolación de mayor grado sobre los desplazamientos generalizados, al disponer de más parámetros para definir la función de forma.



### 1.14.3 Otras geometrías en planta y condiciones de contorno

Otras geometrías en las que se puede aplicar el modelo de lámina plegada son: lámina prismática oblicua simplemente apoyada, lámina prismática circular simplemente apoyada (Figura 1.58) y en apoyos y diafragmas intermedios (Figura 1.59).

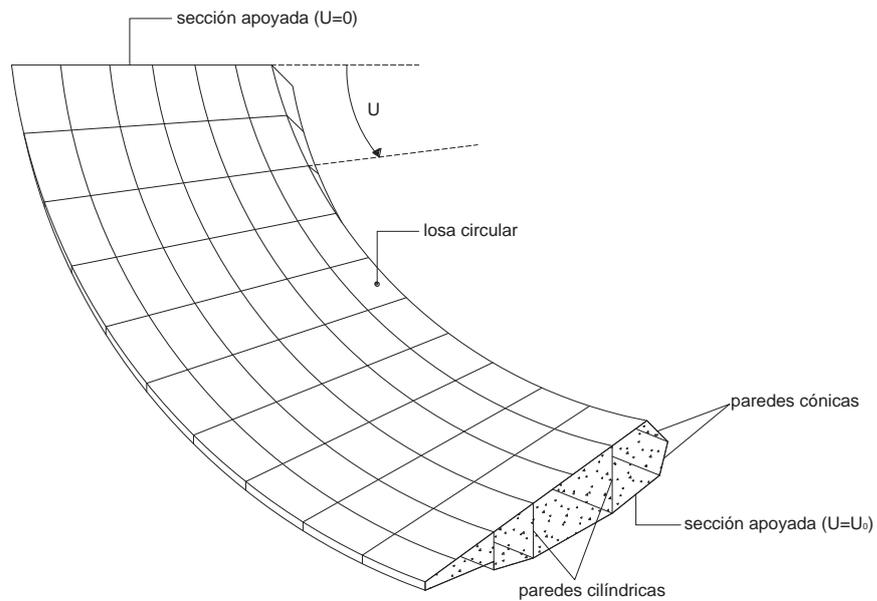


Figura 1.58 Lámina Prismática Circular

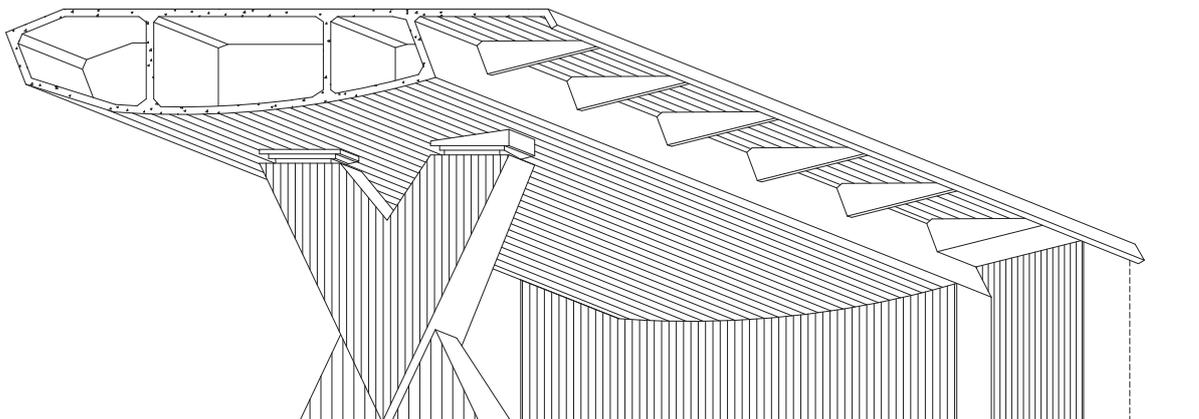


Figura 1.59 Puente Continuo con Tablero en Lámina Plegada



## CAPÍTULO II

### CONSIDERACIONES PARA EL MODELADO NUMÉRICO DE PUENTES, CASO DINÁMICO

#### 2.1 Modelos Numéricos de Puentes

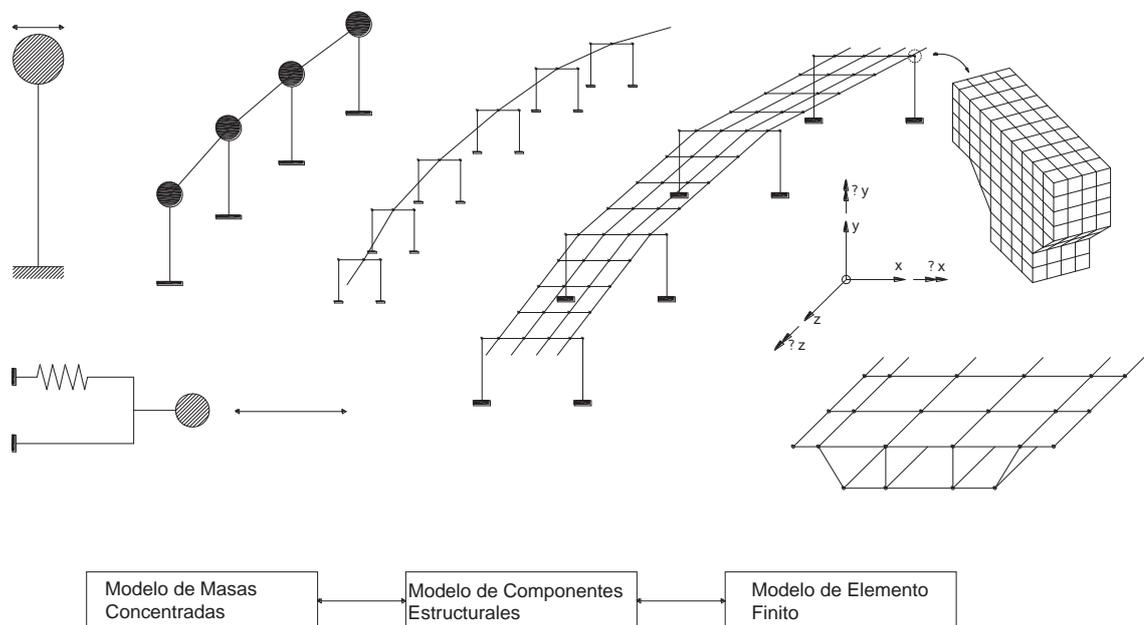


Figura 2.1 Niveles de Modelado para el Análisis Sísmico de Puentes

La mayoría de los análisis realizados en puentes consisten en determinar los desplazamientos y deformaciones en los nodos, que son conocidos como grados de libertad. El esfuerzo computacional es más grande en un análisis no lineal que en uno lineal, el cual también se incrementa aún más cuando se realiza un análisis paso a paso. El tipo de análisis y la forma de realizar la discretización de los elementos, genera que en la práctica profesional se utilicen modelos y metodologías más simples; combinado un modelo simple con un análisis simple.

La elección adecuada del análisis y del modelo, depende del grado de aproximación deseado en la respuesta, la importancia del puente, experiencia del diseñador y de si la respuesta será para un análisis sísmico o para evaluar la vulnerabilidad.



La elaboración del modelo numérico requiere de la comprensión de los principios básicos de Dinámica Estructural. Dicho conocimiento involucra entre otros conceptos, las condiciones cinemáticas, que están relacionadas a los desplazamientos nodales; las ecuaciones constitutivas del material, que relaciona los esfuerzos con las deformaciones del material; y las condiciones estáticas, que involucran principalmente las reacciones en los nodos en el análisis. El éxito del análisis dinámico depende de la obtención correcta de las propiedades dinámicas del puente, como son la masa asociada a cada grado de libertad, los tipos de apoyo en los nodos, principalmente en los apoyos y en la cimentación.

En puentes con grandes claros o con apoyos múltiples, surge la incertidumbre de realizar un modelo simplificado o uno completo. Para evaluar la demanda sísmica de un puente es mejor realizar un modelo global que represente de la mejor manera los detalles como rampas, geometrías complejas, curva en planta, distorsión o deformación de los apoyos o juntas, interacción entre los marcos, etc. Sin embargo, a medida que aumenta la longitud del claro o la longitud entre apoyos, surge la incertidumbre de que se pueda presentar una excitación sísmica diferente en cada apoyo, es decir, que los movimientos sísmicos estén no correlacionados, por lo que no se justifica un modelo complejo.

El modelo completo de un puente consiste en la superestructura y la subestructura. La superestructura, particularmente para puentes con gran claro, se separa por secciones en las juntas de expansión, las que permiten una expansión o contracción independiente de cada tablero, debido a cambios de temperatura o deformaciones dependientes del tiempo. Lo anterior permite que los diferentes tableros y sus elementos, no estén sometidos a grandes deformaciones o esfuerzos. Otra forma de obtener un efecto similar al anterior es colocando articulaciones en alguna parte particular del puente, principalmente en los apoyos. Las juntas o nodos en donde existen deformaciones relativas, entre alguna de las partes de la superestructura, son importantes desde el punto de vista sísmico, ya que las discontinuidades estructurales en las juntas que se mueven, permiten que cada sección individual del puente, responda con diferentes características y con una interacción compleja dependiente de la excitación.

La subestructura o condiciones de apoyo, está formada por las pilas individuales o que en conjunto pueden formar un caballete y su cimentación, la separación de estos elementos de la superestructura, se conocen como “marco”, y son importantes sísmicamente debido a sus características dinámicas individuales.

Existen diferentes modelos numéricos de puentes empleados en la práctica, estos se clasifican en:

- Modelos que representan un sistema estructural, se subdividen en:
  - Modelos completos
  - Modelos tipo marco
  - Modelos formados por vigas



- Modelos que representan miembros estructurales individuales, estos principalmente son elementos finitos del tipo:
  - Elementos línea
  - Elementos placa o cascarón
  - Elementos sólidos

## **2.2 Modelos que Representan un Sistema Estructural**

Los modelos numéricos completos de un puente tienen un uso limitado, excepto para los casos en que: (1) el puente tiene un claro corto y consiste de un marco simple; (2) se espera que el comportamiento del puente sea en el intervalo elástico y (3) cuando son cuantificables las variaciones del movimiento del terreno en el puente y se pueden caracterizar confiablemente los movimientos en las juntas.

Los modelos completos se usan principalmente para cuantificar la demanda sísmica por medio de un análisis modal espectral, para determinar los desplazamientos elásticos y las fuerzas elásticas equivalentes en los miembros. El valor real de los modelos numéricos completos principalmente es la caracterización de la respuesta del sistema total, por lo que deben usarse una realizado el diseño sísmico del puente o para establecer un proceso de verificación de los parámetros usados en los modelos numéricos tipo marco o en los modelos formados por vigas.

En modelos en los que se desea que la respuesta sea en el intervalo inelástico, se puede realizar una subestructuración, con una sección de puente que trabaje en el intervalo elástico, por medio de técnicas de condensación, lo cual puede reducir grandemente el esfuerzo computacional.

En casos particulares de puentes con propiedades geométricas irregulares, tales como puentes en curva, puentes esviados, intersecciones y en puentes separados y en rampas, pueden presentar una respuesta dinámica que no necesariamente es obvia, por lo que no se podrá capturar en un análisis en donde se separe en subsistemas el puente. Sin embargo, si es posible obtener los efectos sísmicos en cada apoyo o pila. En la Figura 2.2 se muestra un modelo completo de la estructura de un puente.

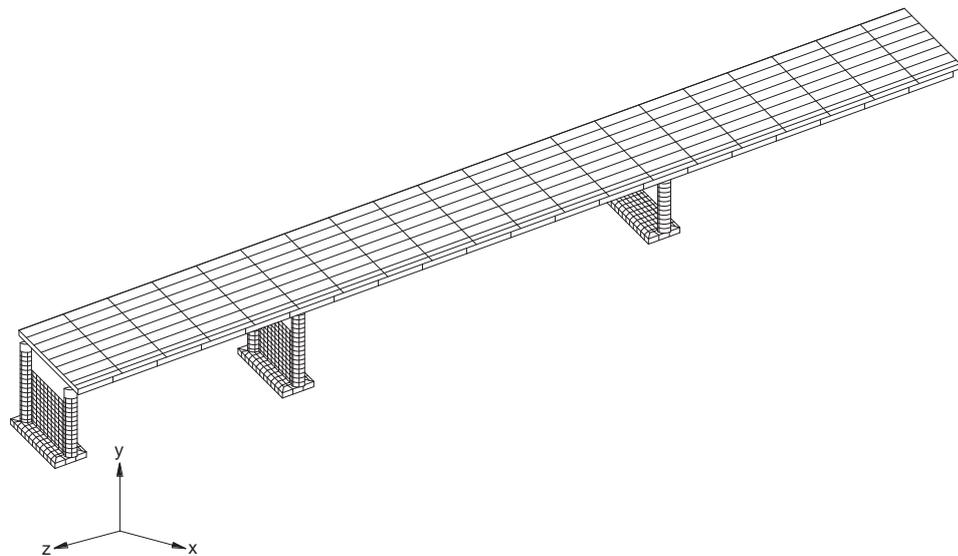


Figura 2.2 Modelo Completo de un Puesto

Los modelos numéricos tipo marco consisten en formar marcos individuales de secciones del puente entre las juntas que se permiten movimiento. Estos son una herramienta poderosa para cuantificar las características de la respuesta dinámica de un marco individual o aislado con suficiente exactitud. La longitud de un marco en particular, así como la variabilidad de las condiciones del suelo sobre esa determinada longitud, debe ser tal que se pueda suponer razonablemente bien que el movimiento sísmico en cada apoyo es coherente.

Debido a que se delimitan bien las características geométricas de un modelo tipo marco, estos se consideran como detallados y su respuesta inelástica puede ser suficiente para determinar tanto la demanda y capacidad sísmica.

El modelado y análisis de marcos individuales como marcos aislados con adecuadas condiciones de frontera, debidas a los marcos adyacentes o a los estribos, proveen no solo modelos simples, sino también en muchos casos proveen valores máximos de la respuesta (superestimada), ya que la interacción con otras partes del puente con diferente respuesta dinámica, tiende a disminuir la excitación armónica y con ello la respuesta dinámica en resonancia.

Un comportamiento marco por marco, en forma de marcos individuales provee al diseñador no sólo la respuesta máxima posible sino también una mejor comprensión de la respuesta individual de las secciones de un puente, lo cual puede ser difícil de obtener de un modelo completo.

La interacción entre marcos se puede considerar en los modelos marco por marco, por medio de resortes elásticos. Otra forma común de realizar este tipo de modelo es modelando simultáneamente de tres a cinco marcos, con adecuadas consideraciones en cuanto a los movimientos en los apoyos, y solo considerar la respuesta resultante del o de los marcos internos, como representativa para el diseño. En la Figura 2.3 se muestra un



modelo marco por marco, con tres marcos interconectados, este modelo también se conoce como esqueletal.

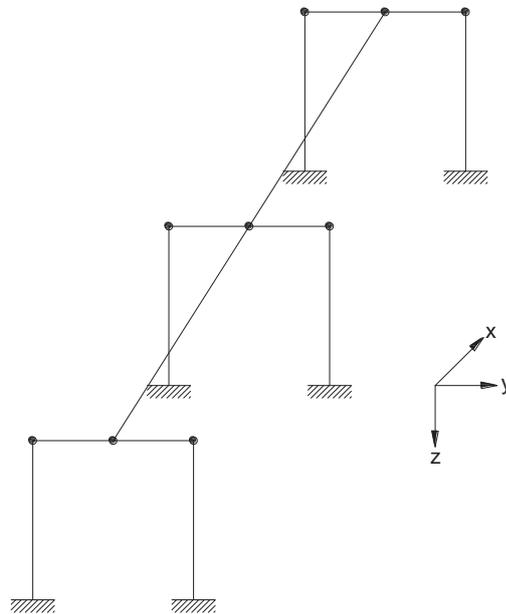


Figura 2.3 Modelo Marco por Marco, de un Puente

Los modelos numéricos formados por vigas (Figura 2.4) se realizan debido a que en los modelos tipo marco, se requiere un detallado de las características individuales por flexión de los elementos que forman el marco, ya que la rigidez del marco está controlada por las vigas a flexión. Por lo tanto los modelos numéricos de puentes formados por vigas individuales se usan principalmente para determinar la rigidez efectiva a flexión del sistema y calcular los estados límite de deformaciones.

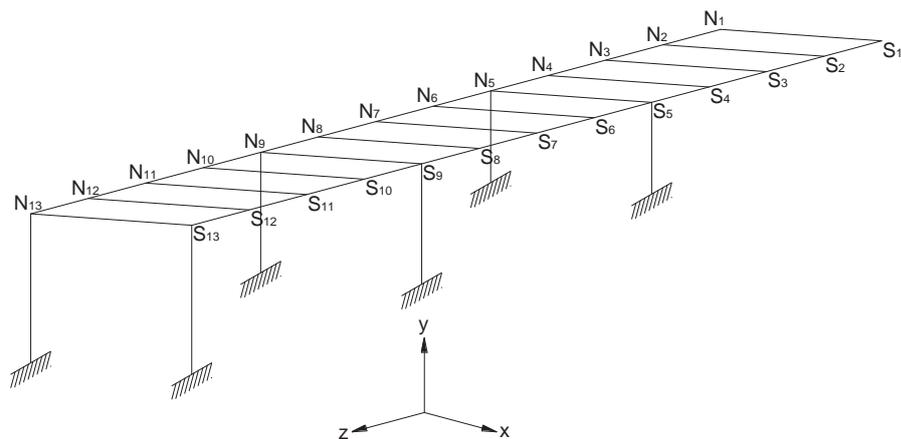
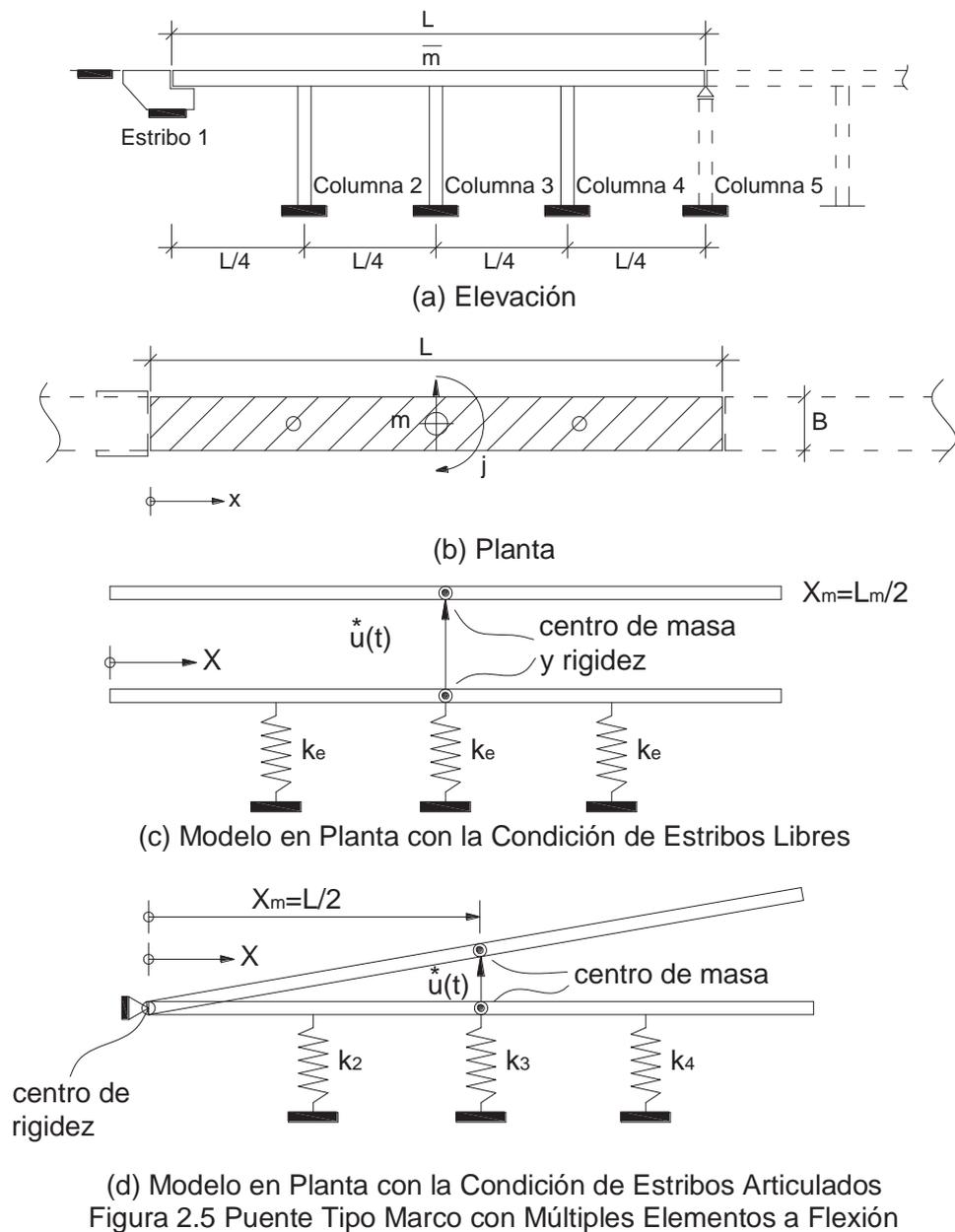


Figura 2.4 Modelo formado por Vigas Individuales combinado con un Modelo Tipo Marco



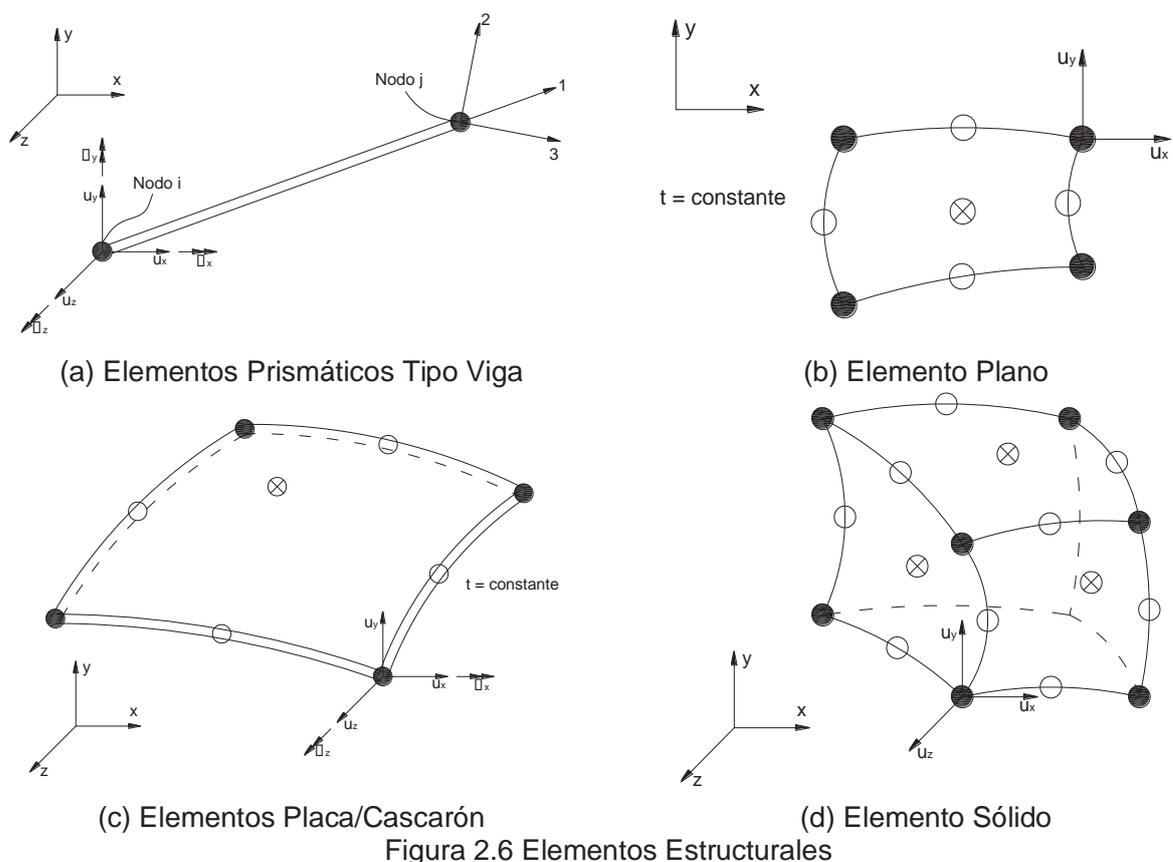
Los modelos de vigas individuales pueden incluir los efectos de la cimentación, en caso de ser flexible por medio de resortes, y pueden combinarse con los modelos de marco por marco, por medio de los elementos de la superestructura, por medio de relaciones de impedancia en forma de las matrices de rigidez o simplemente por restricciones geométrica. Una gran cantidad de tableros de puentes tienen una gran rigidez en el plano lo cual permite tener una primera aproximación del movimiento como cuerpo rígido del tablero o superestructura (Figura 2.5), lo cual simplifica grandemente la combinación de modelos individuales de vigas a flexión.





## 2.3 Modelos que Representan Elementos Estructurales Individuales

Los modelos numéricos de puentes que representan un sistema estructural completo como son los modelos completos, tipo marco o los formados por vigas, utilizan miembros individuales para describir las características de comportamiento de sus elementos entre puntos nodales o juntas, definidas en la discretización matemática del prototipo. Los elementos utilizados se clasifican por su geometría y por sus propiedades mecánicas estructurales. Principalmente se utilizan tres tipos de elementos finitos en el modelado de puentes: (a) elemento línea, (b) elemento placa o cascarón y (3) elemento sólido tridimensional. En la Figura 2.6 se muestran en forma esquemática este tipo de elementos.



Los elementos línea se utilizan para modelar columnas, vigas, resortes, o amortiguadores. Pueden tener su masa uniformemente distribuida a lo largo del elemento (masa consistente) y con la masa concentrada en sus puntos nodales (masa concentrada).

Todos los elementos estructurales antes mencionados se conectan por medio de nodos que son definidos en la discretización matemática del puente. Los grados de libertad de cada elemento se definen en función de los desplazamientos en los nodos de cada elemento (Figura 2.6). Un elemento viga (línea) tiene seis grados de libertad, tres en cada nodo. Los elementos en dos dimensiones se conocen como elementos planos, que



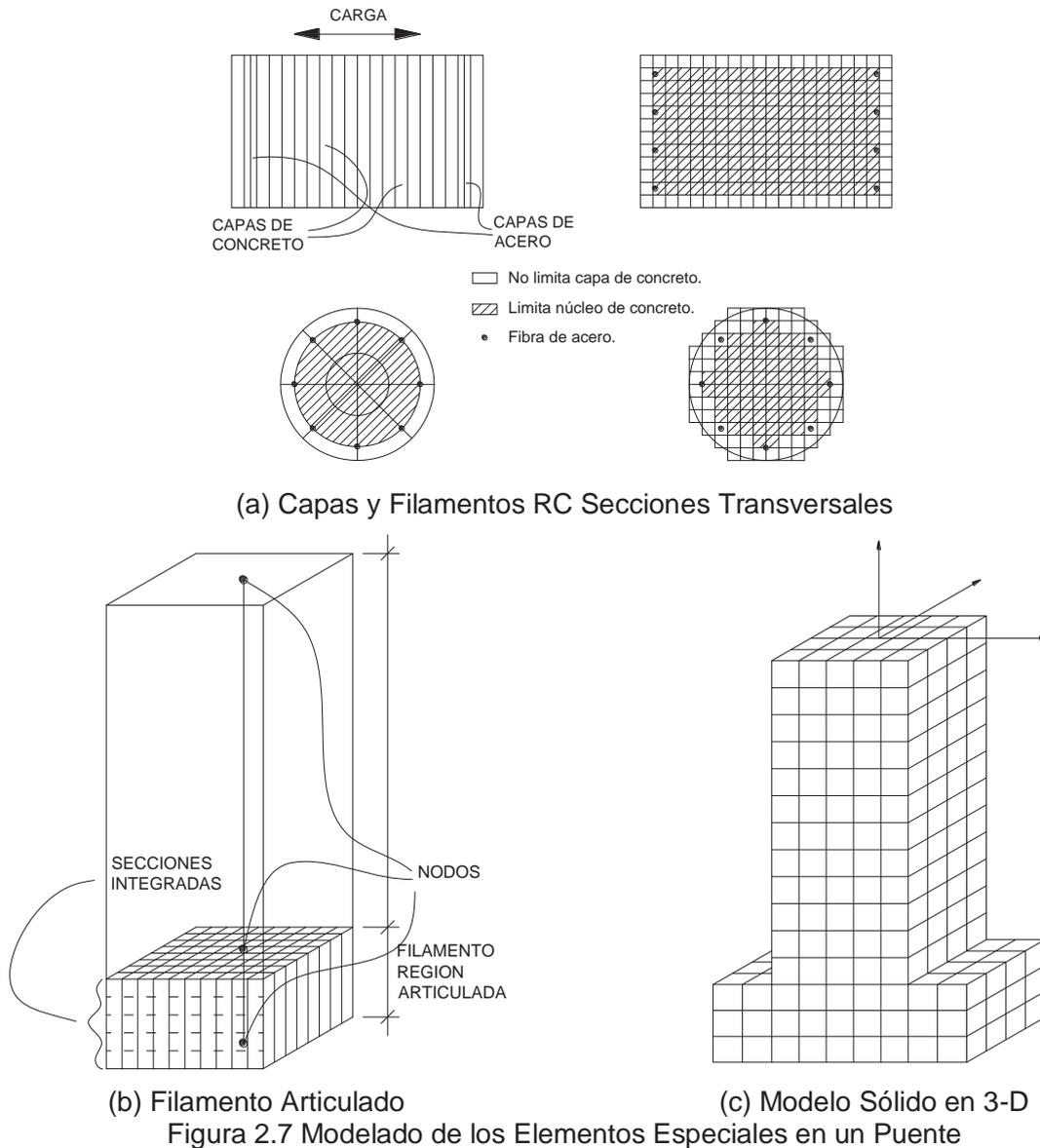
pueden ser con forma rectangular o triangular, además isoparamétricos. Los elementos cascarón pueden tener cuatro o nueve nodos. Mientras mayor sea el número de nodos que tiene un elemento mayor aproximación se tiene pero también es mayor el esfuerzo computacional desarrollado. Por lo que en ocasiones se utilizan elementos con pocos nodos (menor aproximación) pero se prefiere refinar la malla del modelo. Además, el usar un elemento con nodos centrales o intermedios permite proporcionar flexibilidad al modelo.

El elemento línea se caracteriza por ser unidimensional aunque su comportamiento puede ser tridimensional, lo anterior depende del número de grados de libertad en sus nodos. Se conoce como elemento armadura, si sólo contempla tres desplazamientos axiales en cada uno de sus dos nodos; elemento viga, si tiene tres desplazamientos axiales y tres giros alrededor de los ejes ortogonales, en cada uno de sus dos nodo. Los elementos línea son unidireccionales en el caso de representar un resorte elástico o un amortiguador. Entre los dos puntos nodales del elemento línea, pueden presentar una gran variedad de formulaciones por flexión dependiendo para lo que se desea aproximar. La formulación más común contempla una variación cúbica para los desplazamientos a lo largo del elemento y un comportamiento elástico lineal. Para elementos inelásticos, la relación fuerza-deformación se establece por medio de un modelo constitutivo inelástico no lineal incorporando degradación de rigidez o un comportamiento histerético, que modifique la matriz de rigidez del elemento.

La degradación local de rigidez se puede obtener de un análisis momento-curvatura de la sección transversal de la sección del elemento (Figura 2.7a), con un modelo de fibras o por un modelo de filamentos. Un modelo de fibras es suficiente para elementos sometidos a flexión en una dirección alrededor de un eje conocido y con sección transversal simple, por otro lado, el modelo de filamentos, es adecuado cuando las direcciones de carga cambian y la sección transversal del elemento tiene forma geométrica arbitraria, incluyendo miembros con huecos. Ambos tipos de modelos se tratan como miembros uniaxiales. Los elementos líneas tienen suficiente capacidad para caracterizar deformaciones por flexión de las pilas o columnas y de las vigas en los puentes; pero no son adecuados para caracterizar las deformaciones por cortante y los modos de falla por cortante.

Los elementos placa o cascarón en el modelo de un puente se utilizan para determinar los niveles locales de esfuerzos en tableros de puentes formados por celdas o en pilas huecas o celulares. Raramente se emplean elementos placa no lineales en un análisis sísmico. Los elementos de esfuerzos planos no lineales se usan para modelar localmente juntas no lineales o regiones de conexiones y asegurar un comportamiento agrietado o la propagación de la fluencia del material.

Los elementos sólidos tridimensionales se usan en casos limitados, en cuyo caso se requiere cuantificar el estado de esfuerzos principales en zonas de unión o en regiones con geometría compleja (Figura 2.7c).



## 2.4 Modelado de los Componentes de un Puente

En esta sección se tratarán las consideraciones de modelado de:

- La superestructura de un puente
- Columnas o pilas individuales que trabajan a flexión
- Marcos formados por columnas en flexión
- La cimentación del puente



➤ Juntas (movimiento) y elementos restrictores

### 2.4.1 Modelado de la Superestructura

Un modelo de la superestructura contempla el modelado del tablero del puente y del sistema de apoyo del tablero, el modelado de las pilas y cabezales. Durante un análisis sísmico se espera que la respuesta del tablero permanezca en el intervalo elástico, limitando el comportamiento no lineal únicamente a los elementos tipo juntas, que unen los diferentes tableros de superestructura, elementos conectores entre columnas o pilas y la cimentación o con los cabezales, o en el análisis de puentes antiguos en los que durante su diseño no estuvieron protegidos contra acciones inelásticas por medio de principios de capacidad.

En el modelado de la superestructura de un tablero intervienen: (1) la geometría y las características efectivas del miembro; (2) la definición de los apoyos y conexiones; (3) los efectos de cargas permanentes y la participación de la masa necesaria en el análisis.

Muchas estructuras de puentes, por definición, puentes con distancias grandes en sus claros, en los cuales la longitud del claro,  $L$ , es mucho mayor que su ancho,  $B$ , o peralte  $D$  de la superestructura (Figura 2.8a), se pueden considerar como estructuras lineales.

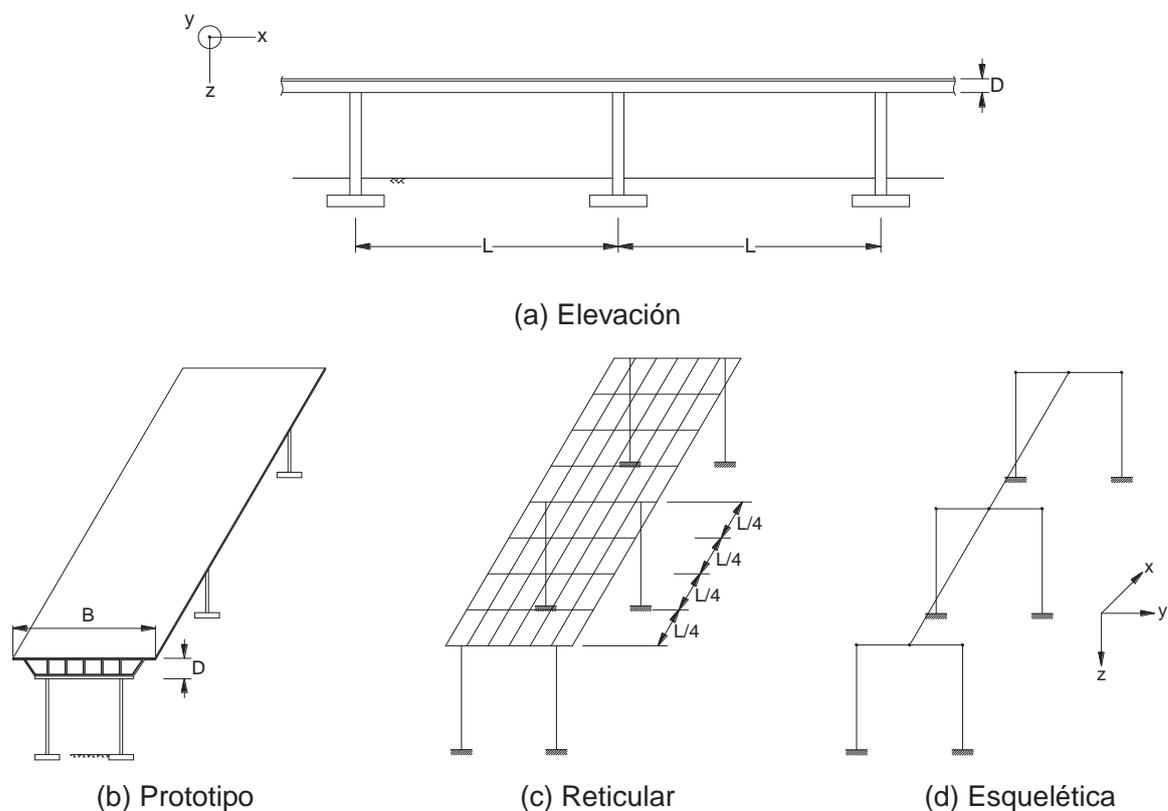


Figura 2.8 Modelos de Superestructura



En análisis sísmico de un puente no es necesario modelar toda la superestructura, con elementos finitos sólidos o placa tridimensionales, en lugar de ello, se emplean modelos simples que representen la rigidez efectiva del tablero y su distribución de la masa que participa en el análisis.

En muchos casos, la superestructura de un puente, debido a la rigidez en el plano, puede suponerse que se mueve como cuerpo rígido durante un evento sísmico, por lo que el problema se reduce a modelar adecuadamente la rigidez de las pilas o columnas, con sus restricciones geométricas y considerando la superestructura rígida.

En el caso de que la superestructura no pueda considerarse como rígida, es decir, en puentes largos y angostos o con conectores intercambiables, la superestructura puede ser modelada como una parrilla o retícula formada por elementos viga (Figura 2.8c) o con un modelo esquelético unido por los centros de gravedad de cada sección transversal a lo largo de la longitud del puente (Figura 2.8d).

Para ambos modelos se deben determinar las propiedades equivalentes que representen adecuadamente la rigidez efectiva de toda la superestructura. Para superestructuras de concreto reforzado (e.g. tableros cajón multicelulares), la flexión de la superestructura bajo cargas sísmicas longitudinales puede esperarse que ocasione agrietamiento debido a las cargas gravitatorias y a las cargas vivas, y las propiedades de las secciones agrietadas de los elementos se deben considerar en el análisis por medio de modificar el momento de inercia,  $I_{yy}$ , de la sección alrededor del eje transversal o eje  $y$ , definido en la Figura 2.8d y en la Figura 2.9, con base en la rigidez efectiva o agrietada.

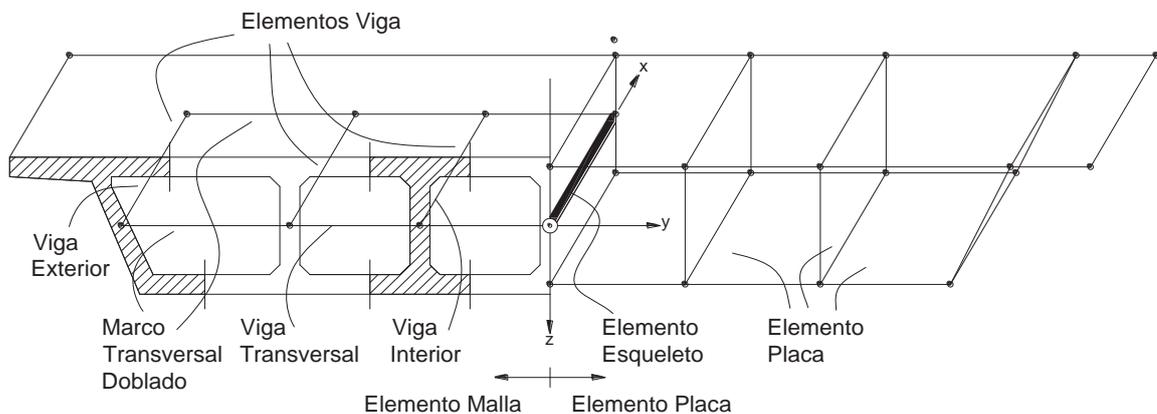


Figura 2.9 Definición de los Elementos Equivalentes de la Superestructura

Lo más adecuado es calcular la rigidez de los elementos considerando una sección agrietada (Figura 2.9), sin embargo, puede ser suficiente si se calcula la rigidez del elemento con el momento de inercia neto o total,  $I_g$ , y reducirlo en un 50% para el caso de elementos de concreto reforzado,



$$EI_e = 0.50EI_g \quad (2.1)$$

Y para elementos de concreto presforzado,

$$EI_e = EI_g \quad (2.2)$$

La rigidez torsional,  $J$ , de la malla o de los elementos del modelo esquelético, se puede determinar utilizando los principios de la mecánica de materiales. La rigidez torsional de un tablero compuesto o multicelular, es muy pequeña debido a la gran cantidad de aberturas y sus paredes delgadas, por lo que no necesita corregirse considerando el agrietamiento.

Como una regla general (Priestley y Calvi, 1996), la rigidez a la torsión de la superestructura cuando se usa un modelo esquelético en el análisis, se puede tomar considerando la sección agrietada como:

$$GJ_e = 0.05GJ \quad (2.3)$$

y sin agrietarse,

$$GJ_e = GJ \quad (2.4)$$

Sin embargo, la mayoría de las superestructuras de puentes, excepto para los que están en curva en planta, los niveles de torsión durante un sismo pueden ser mucho más pequeños que el estado límite del torque con agrietamiento, por lo que no es necesario considerar la reducción por agrietamiento en la rigidez.

En superestructuras de puentes con gran ancho, el modelo esquelético puede producir resultados erróneos, particularmente cuando se combinan fuerzas sísmicas con cargas gravitatorias y vivas. Lo mismo se puede decir para puentes con esviajados en los cuales es preferible realizar un modelo bidimensional del tablero por medio de una malla.

Sólo en casos excepcionales en los que sea necesario calcular localmente los niveles de esfuerzos en la superestructura, se recurre a un modelo tridimensional (Figura 2.9) con elementos placa o cascarón. Normalmente, estos modelos se utilizan para revisar la influencia de la distribución de las líneas o trenes de carga viva, que la respuesta del tablero ante carga sísmica.

#### **2.4.2 Columnas Individuales**

En el análisis de la respuesta sísmica de puentes, los pilas de apoyo son los elementos estructurales con mayor participación estructural tienen, ya que deben de resistir las cargas verticales como las fuerzas cortantes sísmicas. Por lo anterior, es importante realizar un modelado numérico correcto de las columnas.



En la Figura 2.10 (a) se muestra una columna individual típica en puentes. Cuando se desea una respuesta en el intervalo elástico de una columna prismática, (Figura 2.10b) un solo elemento conectado en los nodos 2 y 3 de la columna, que van de su base a la cabeza de la columna, considerando que la masa de la columna se distribuye en forma generalizada. Cuando se espera que la columna responda en el intervalo inelástico y que se formen articulaciones plásticas en los nodos 2 ó 3, se pueden colocar elementos que penetren en el cabezal (del nodo 1 al nodo 2) o que penetren la zapata de cimentación (elemento del nodo 3 al 4), lo cual proveerá de elasticidad a la columna. Se puede usar la misma sección sin agrietar o la transformada agrietada que se use para representar el elemento principal que va del nodo 2 al nodo 3. La flexibilidad de la cimentación se modela por medio de resortes equivalentes con rigidez determinada por medio de pruebas de mecánica de suelos incluso en las tres direcciones ortogonales.

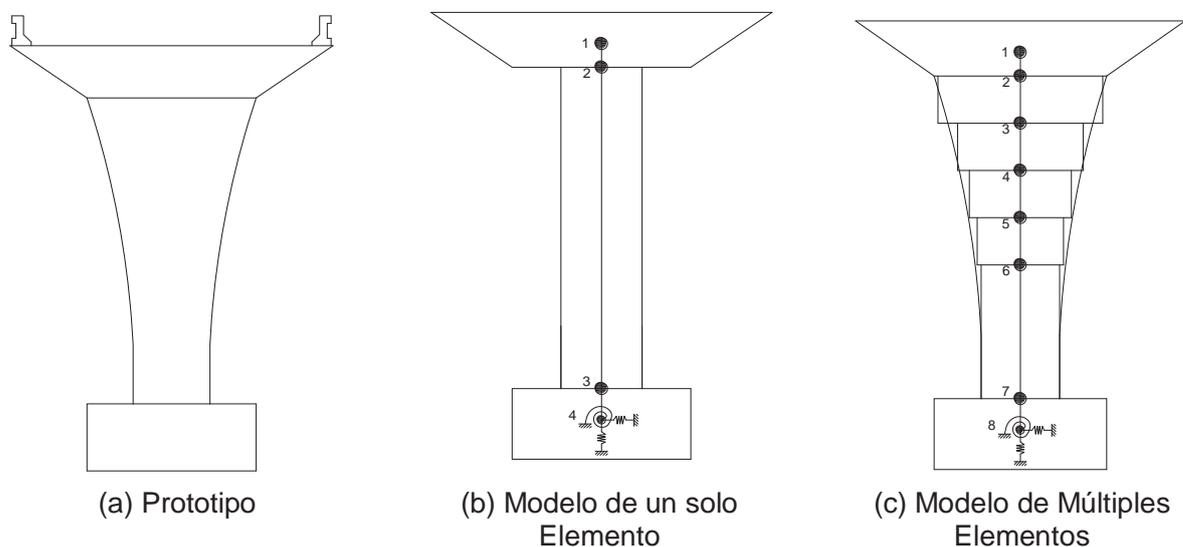


Figura 2.10 Modelos de una Columna o Pila Individual

Para columnas con sección transversal que cambia con la altura (Figura 2.10c), la distribución de la masa es importante, de tal forma que la ubicación de los nodos que forman los distintos elementos deben colocarse estratégicamente para tratar de representar lo mejor posible la variación de las propiedades inerciales de la columna, lo cual lleva a considerar un refinamiento en el modelo.

En el caso de marcos o múltiples columnas de apoyo (Figura 2.11) o en el caso de acoplamiento entre columnas, existe una contribución a la rigidez, capacidad y niveles de resistencia de la carga axial de los miembros que forman el sistema estructural durante un evento sísmico. En un modelo analítico se pueden incorporar los tres efectos en un modelo de marcos planos. En modelos elásticos lineales, normalmente un elemento columna con origen inicial en la base de la zapata y nodo final en la unión de la trabe y la columna, es suficiente. La flexibilidad del suelo de cimentación puede ser dada con la colocación de resortes elásticos lineales que modelen el suelo y con propiedades obtenidas de las pruebas de mecánica de suelos. Se pueden emplear las propiedades de la sección agrietada o no agrietada. La viga del marco se puede modelar con un elemento



viga conectada de los nodos en el paño de las columnas para tratar de capturar los elementos mecánicos máximos y después colocar un elemento más pequeño que va del paño de la columna al nodo central. En caso de que se espere obtener la respuesta en el intervalo inelástico se puede colocar un elemento del paño de la columna al nodo central con las propiedades de la sección agrietada, y el nodo puede representarse por medio de un resorte que permita la rotación del elemento.

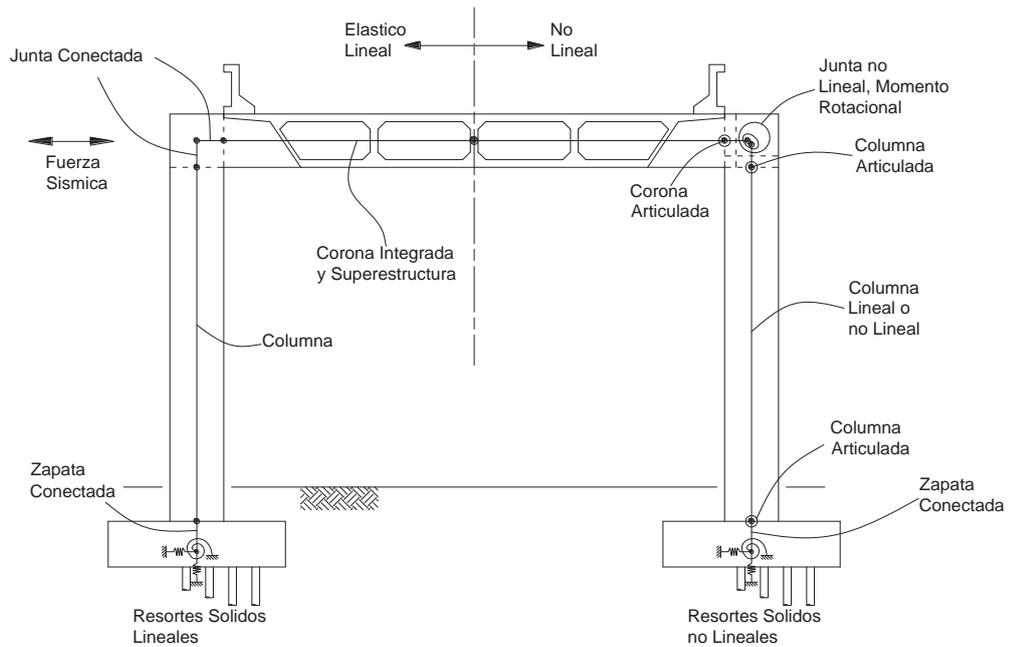


Figura 2.11 Modelo de Múltiples Columnas



## CAPÍTULO III

### PROPIEDADES ESTÁTICAS DE PUENTES TIPO

#### 3.1 Antecedentes

La antigua Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas, SAHOP, (1980), realizó un manual de proyectos tipo de elementos de puentes y pasos a desnivel para carreteras de la República Mexicana con la finalidad de que a la hora de construir un puente poder tomar todas las especificaciones de los planos y poder ahorrar tiempo en su diseño.

Los puentes tipo se pueden clasificar de diversas maneras, pero en este capítulo del trabajo se tomará una clasificación basada en el tipo de losa que forma el tablero del puente. En las siguientes secciones se muestra un resumen de la morfología de estos puentes tomado de la referencia SAHOP, (1980) para que sean utilizadas en el siguiente capítulo de este trabajo en los modelos numéricos y predecir sus propiedades dinámicas en aquellos puentes que fueron construidos después de los años 80's y hasta la fecha en carreteras estatales del País.

#### 3.2 Losa plana maciza

Dentro de esta clasificación se encuentran puentes cuya dimensión del claro es de 8, 10, 12 y 14 m y en cada uno de ellos se tiene en su sección transversal un ancho total de 8 y 10 m. En las figuras 3.1 a 3.4 se muestran los tableros típicos para puentes con longitudes entre 8, 10, 12 y 14 m y que se recomienda tengan losa plana maciza, además se muestran sus propiedades estáticas, como son: área y momentos de inercia con respecto al centroide de su sección transversal.

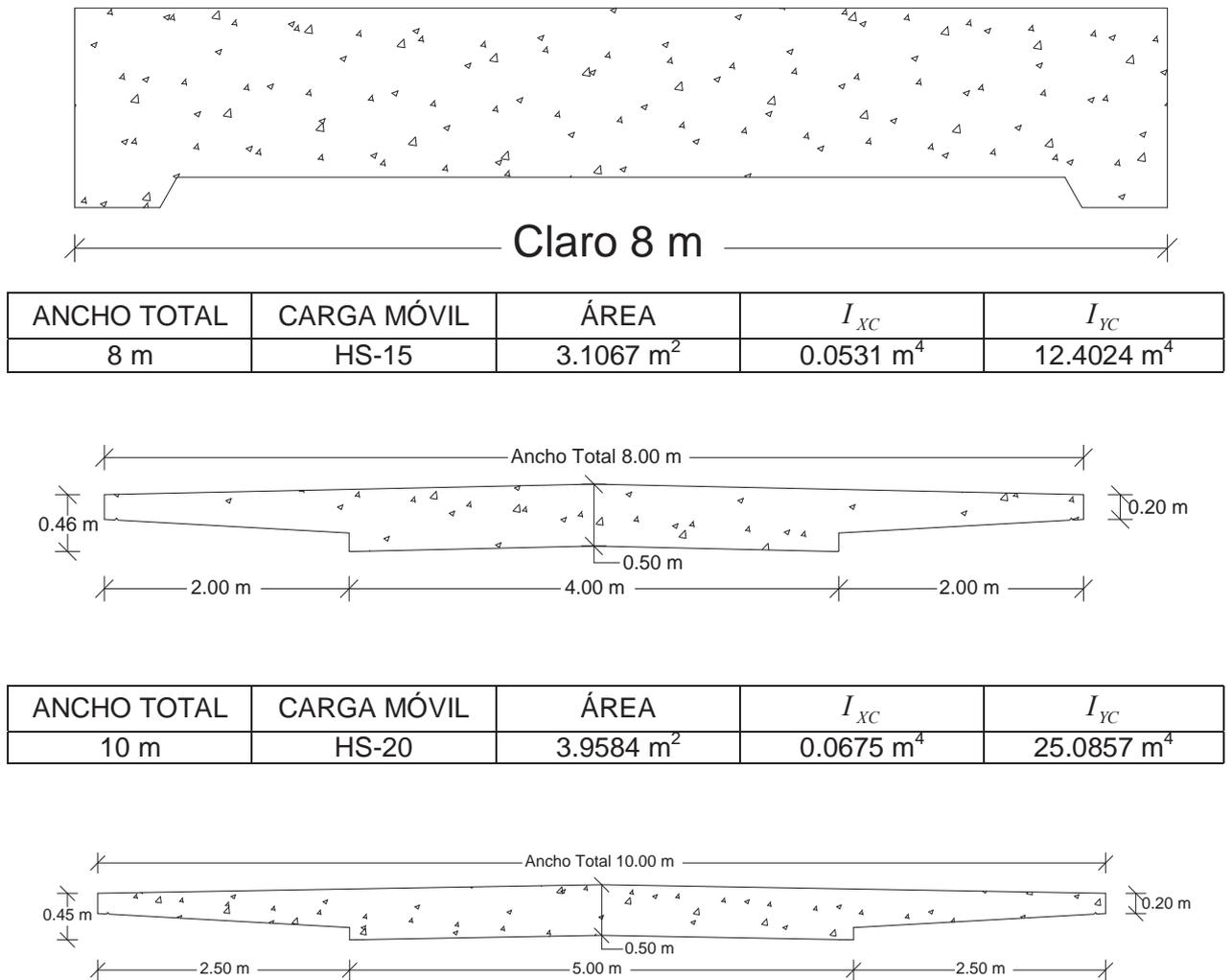
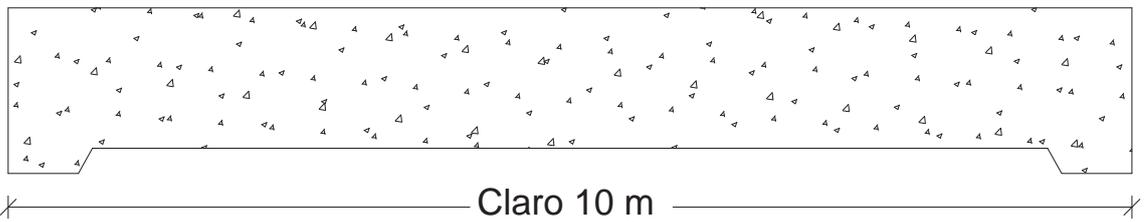
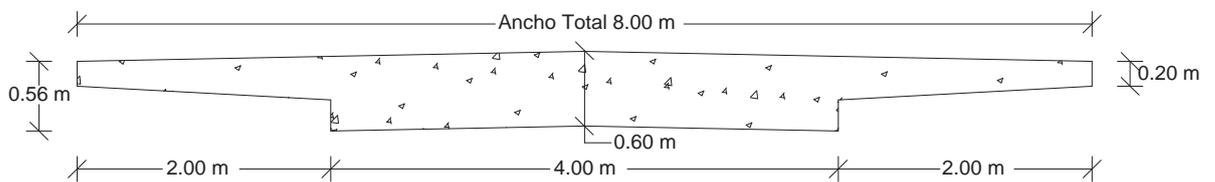


Figura 3.1 Secciones Transversales para un Claro de 8 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.5003 m <sup>2</sup>	0.0909 m <sup>4</sup>	12.8655 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.5000 m <sup>2</sup>	0.1175 m <sup>4</sup>	26.1979 m <sup>4</sup>

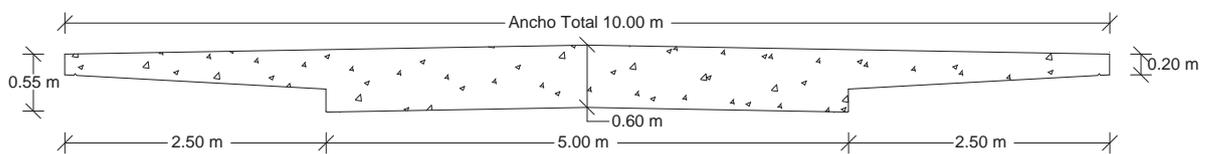
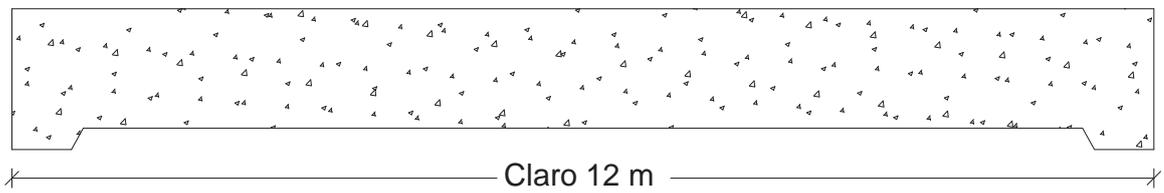
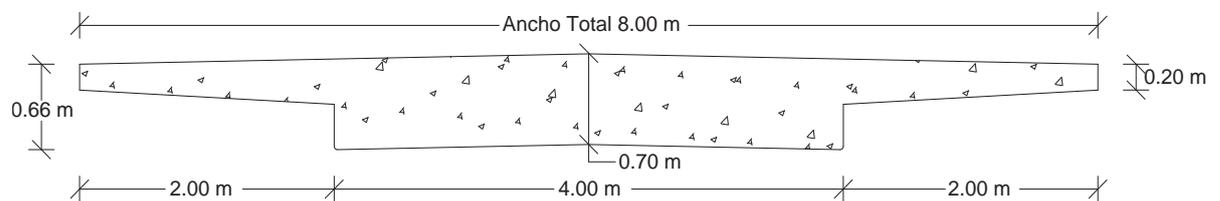


Figura 3.2 Secciones Transversales para un Claro de 10 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.9007 m <sup>2</sup>	0.1454 m <sup>4</sup>	13.4004 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.9750 m <sup>2</sup>	0.1791 m <sup>4</sup>	27.3177 m <sup>4</sup>

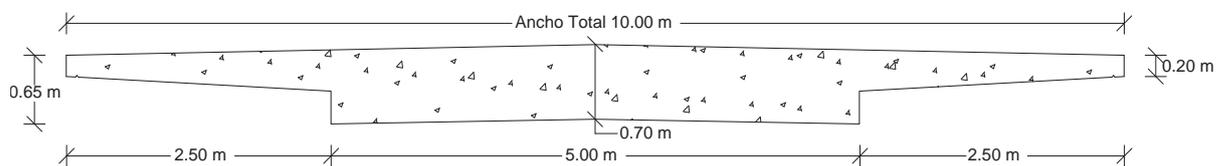
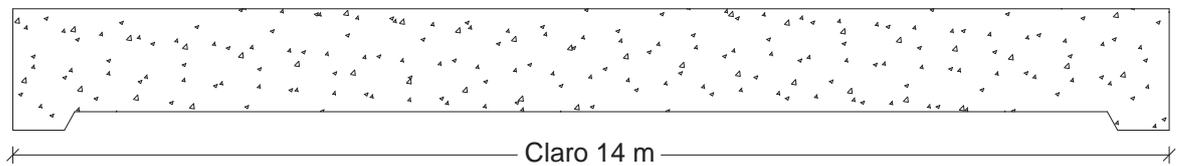
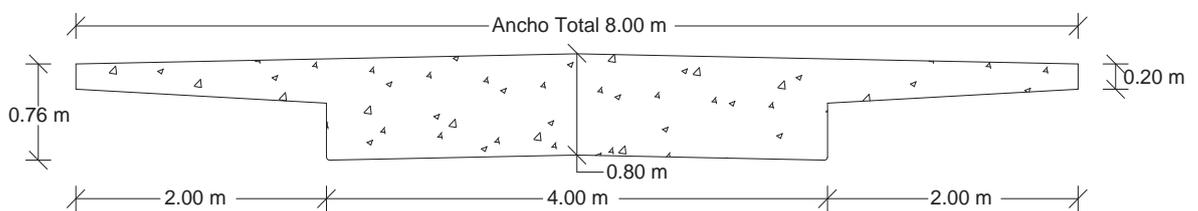


Figura 3.3 Secciones Transversales para un Claro de 12 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.3007 m <sup>2</sup>	0.2187 m <sup>4</sup>	13.9337 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	5.4750 m <sup>2</sup>	0.2694 m <sup>4</sup>	28.3594 m <sup>4</sup>

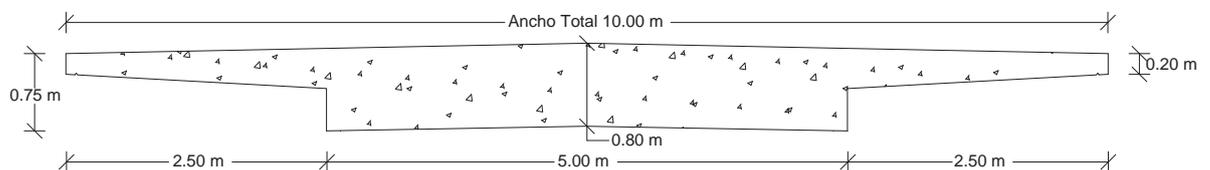


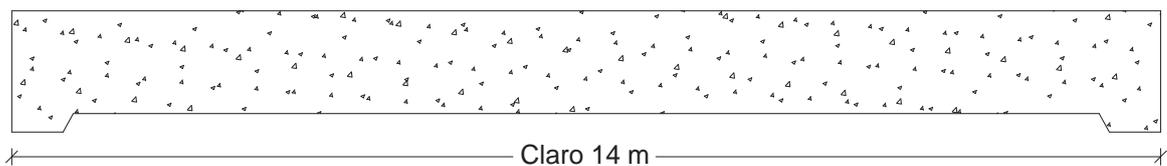
Figura 3.4 Secciones Transversales para un Claro de 14 m

En las figuras anteriores,  $I_{XC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje x, y  $I_{YC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje y.

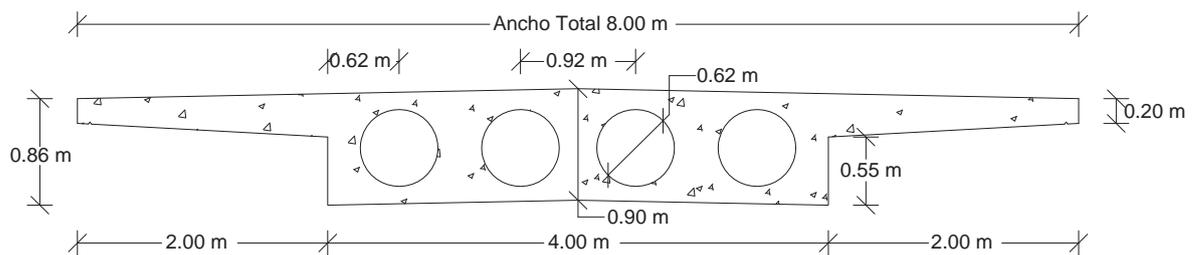


### 3.3 Losa plana aligerada

Dentro de esta clasificación se encuentran puentes cuya dimensión del claro es de 14, 15, 16 y 18 m y en cada uno de ellos se tiene en su sección transversal un ancho total de 8 y 10 m. En las figuras 3.5 a 3.8 se muestran los tableros típicos para puentes con longitudes entre 14, 15, 16 y 18 m y que se recomienda tengan losa plana aligerada, además se muestran sus propiedades estáticas, como son: área y momentos de inercia con respecto al centroide de su sección transversal.



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.5485 m <sup>2</sup>	0.2781 m <sup>4</sup>	13.2020 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.4811 m <sup>2</sup>	0.3501 m <sup>4</sup>	26.5056 m <sup>4</sup>

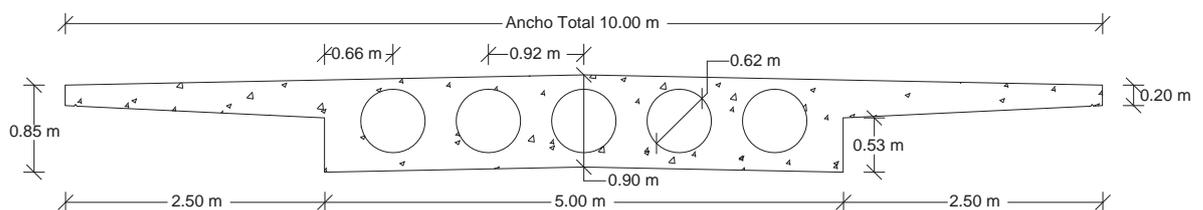
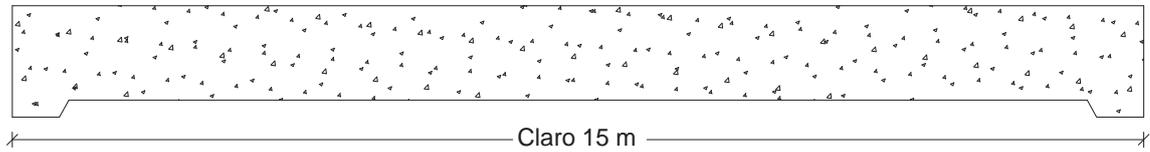
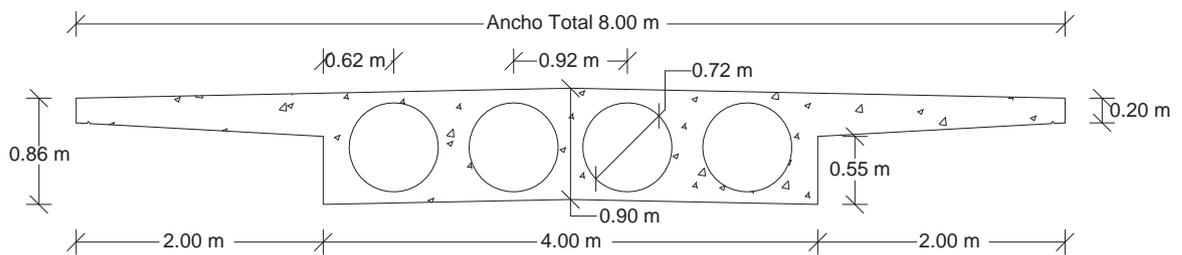


Figura 3.5 Secciones Transversales para un Claro de 14 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.1603 m <sup>2</sup>	0.2529 m <sup>4</sup>	12.7434 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.5026 m <sup>2</sup>	0.4676 m <sup>4</sup>	26.5704 m <sup>4</sup>

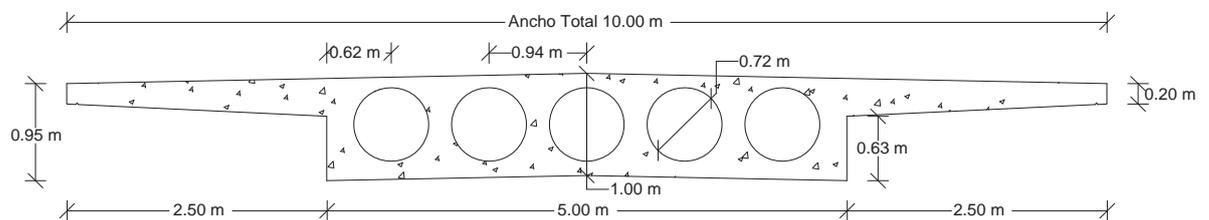
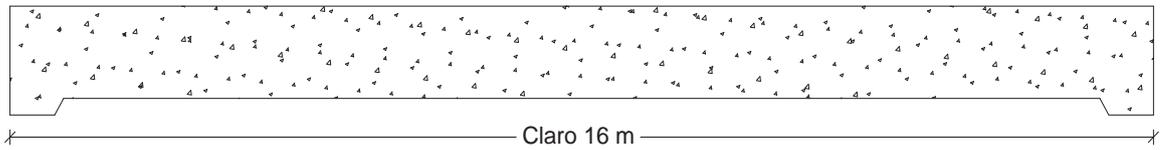
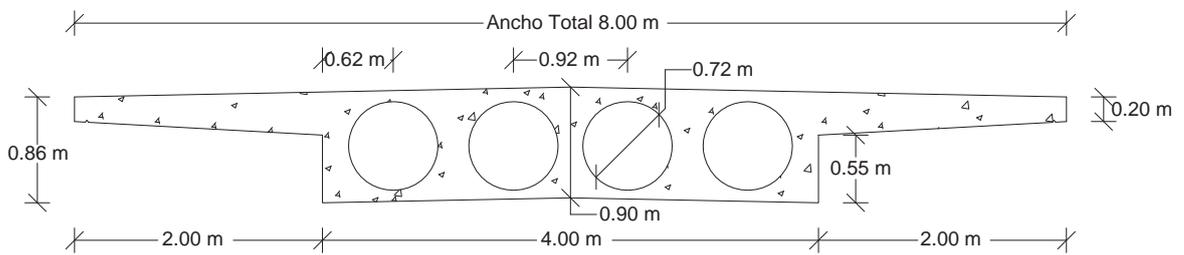


Figura 3.6 Secciones Transversales para un Claro de 15 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.1603 m <sup>2</sup>	0.2529 m <sup>4</sup>	12.7434 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.5026 m <sup>2</sup>	0.4676 m <sup>4</sup>	26.5704 m <sup>4</sup>

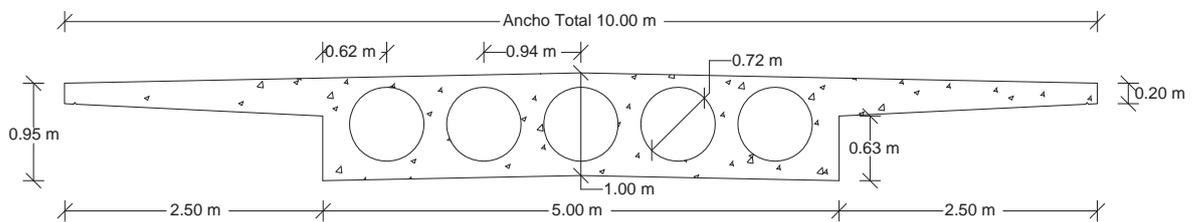
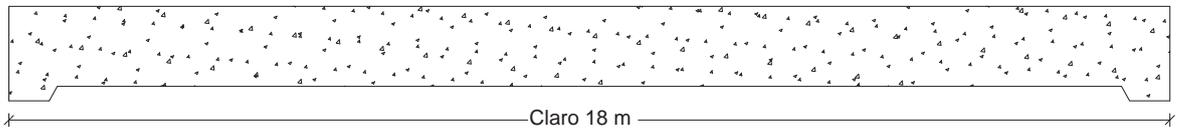
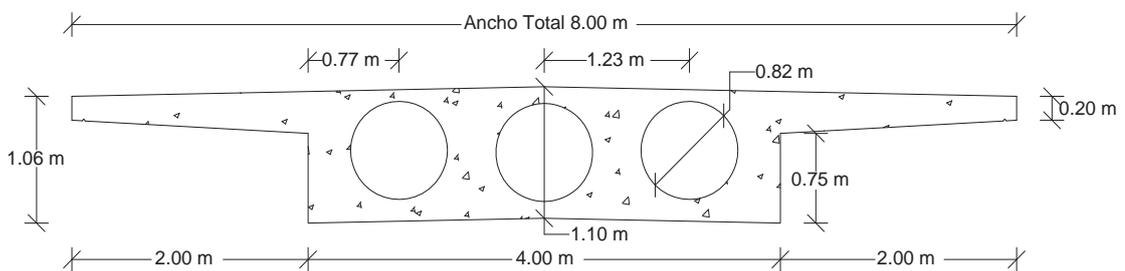


Figura 3.7 Secciones Transversales para un Claro de 16 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.9855 m <sup>2</sup>	0.5091 m <sup>4</sup>	14.0061 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.9087 m <sup>2</sup>	0.6207 m <sup>4</sup>	27.9985 m <sup>4</sup>

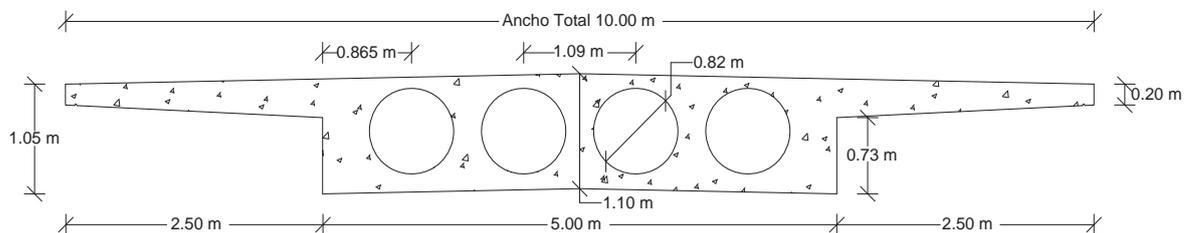


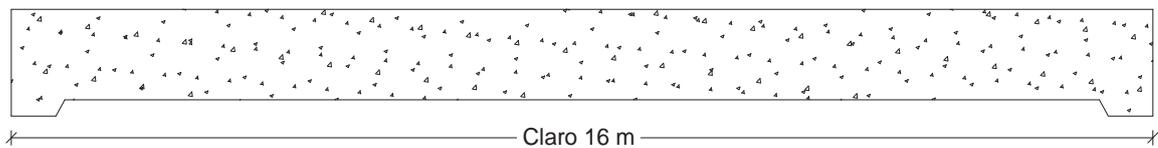
Figura 3.8 Secciones Transversales para un Claro de 18 m

En las figuras anteriores,  $I_{XC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje x, y  $I_{YC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje y.



### 3.4 Losa con nervaduras

Dentro de esta clasificación se encuentran puentes cuya dimensión del claro es de 16, 18 y 20 m y en cada uno de ellos se tiene en su sección transversal un ancho total de 8 m. En las figuras 3.9 a 3.11 se muestran los tableros típicos para puentes con longitudes entre 16, 18 y 20 m y que se recomienda tengan losa con nervaduras, además se muestran sus propiedades estáticas, como son: área y momentos de inercia con respecto al centroide de su sección transversal.



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.7406 m <sup>2</sup>	0.6770 m <sup>4</sup>	17.8447 m <sup>4</sup>

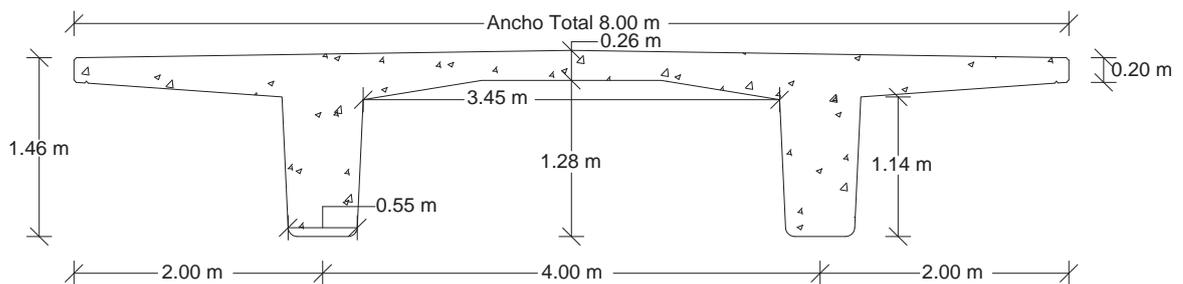
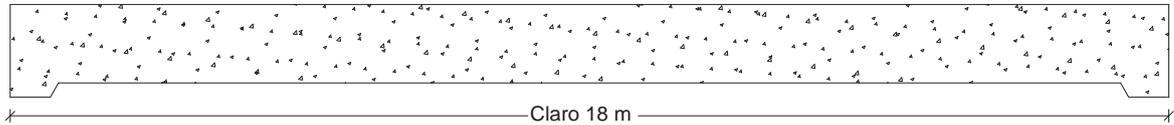


Figura 3.9 Sección Transversal para un Claro de 16 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.7350 m <sup>2</sup>	0.6739 m <sup>4</sup>	17.8281 m <sup>4</sup>

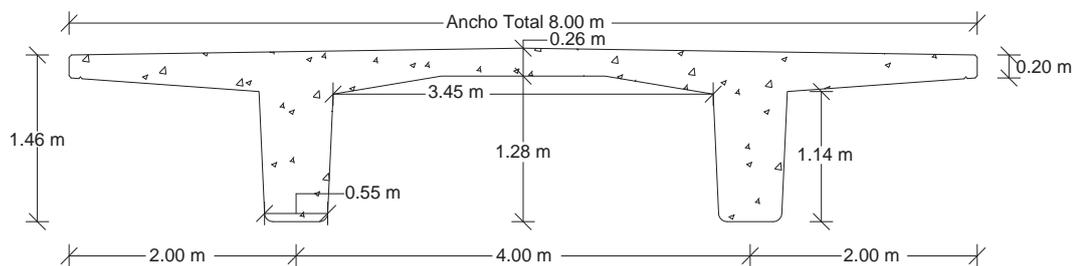
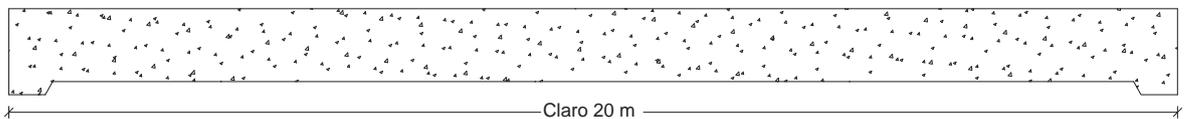


Figura 3.10 Sección Transversal para un Claro de 18 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.4425 m <sup>2</sup>	1.6220 m <sup>4</sup>	20.4998 m <sup>4</sup>

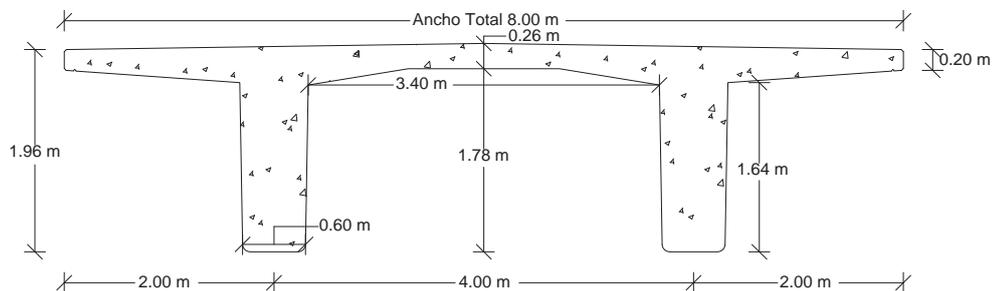


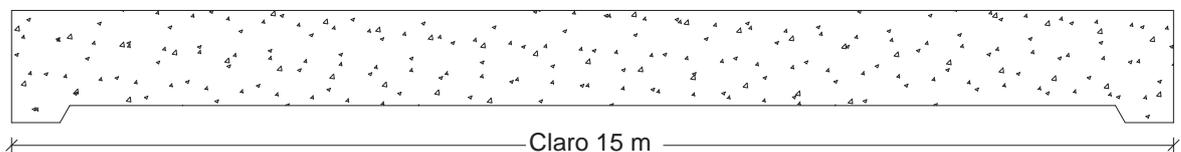
Figura 3.11 Sección Transversal para un Claro de 20 m

En las figuras anteriores,  $I_{XC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje x, y  $I_{YC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje y.

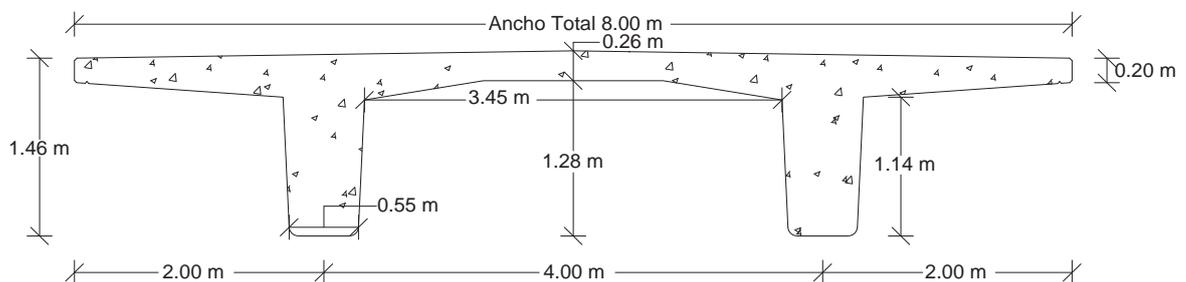


### 3.5 Losa con 2 nervaduras

Dentro de esta clasificación se encuentran puentes cuya dimensión del claro es de 15, 16, 18, 22, 24, 25, 26 y 28 m. En los puentes cuya dimensión del claro es de 16 y 18 m solo se tiene una sola sección transversal con un ancho total de 10 m y en los puentes restantes se tienen secciones transversales un ancho total de 8 y 10 m. En las figuras 3.12 a 3.19 se muestran los tableros típicos para puentes con longitudes entre 15, 16, 18, 22, 24, 25, 26 y 28 m y que se recomienda tengan losa con 2 nervaduras, además se muestran sus propiedades estáticas, como son: área y momentos de inercia con respecto al centroide de su sección transversal.



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	3.7607 m <sup>2</sup>	0.6778 m <sup>4</sup>	17.8538 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.2714 m <sup>2</sup>	0.7196 m <sup>4</sup>	32.1018 m <sup>4</sup>

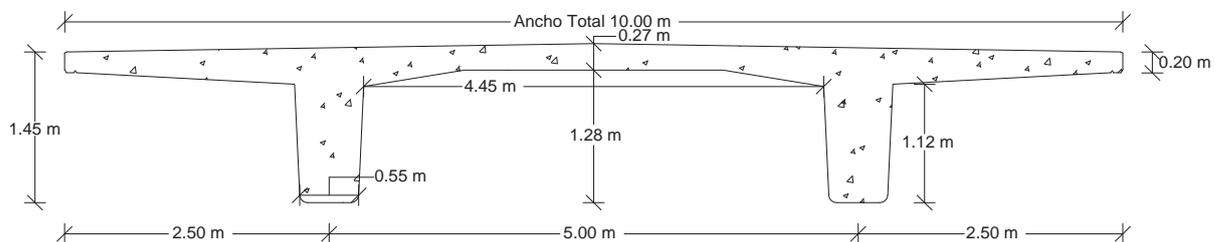
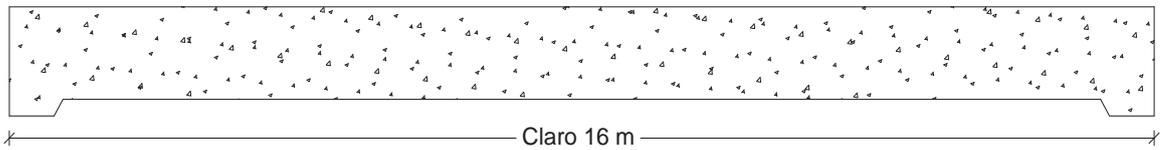


Figura 3.12 Secciones Transversales para un Claro de 15 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.2761 m <sup>2</sup>	0.7197 m <sup>4</sup>	32.0967 m <sup>4</sup>

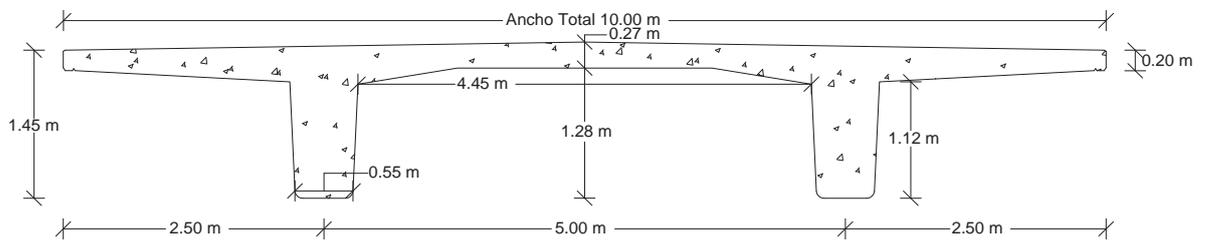
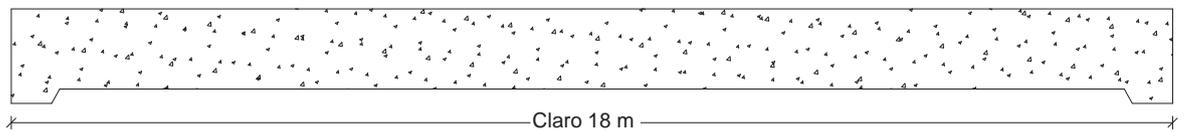


Figura 3.13 Sección Transversal para un Claro de 16 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.2786 m <sup>2</sup>	0.7198 m <sup>4</sup>	32.1199 m <sup>4</sup>

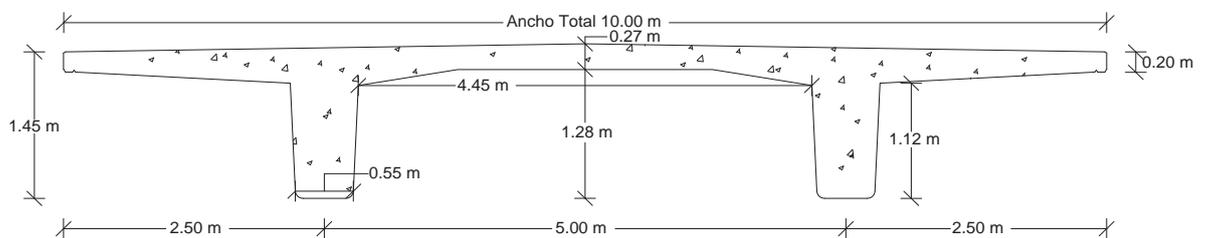
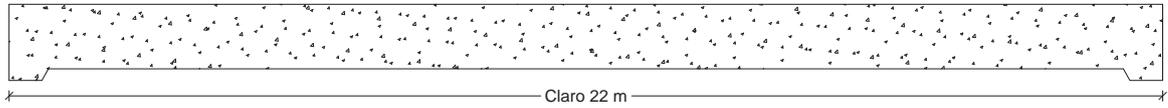
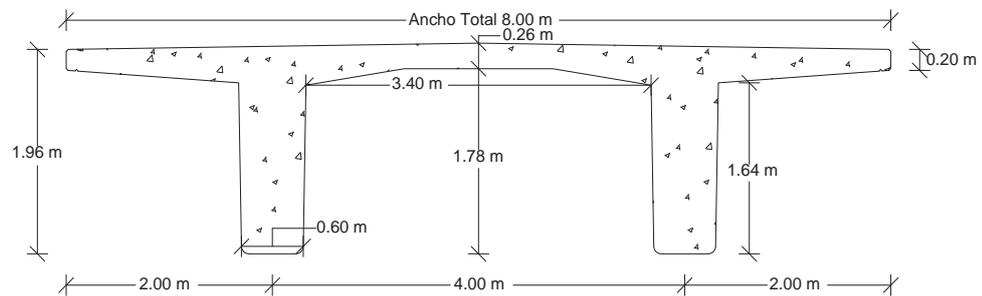


Figura 3.14 Sección Transversal para un Claro de 18 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.4493 m <sup>2</sup>	1.6228 m <sup>4</sup>	20.5076 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.8647 m <sup>2</sup>	1.7261 m <sup>4</sup>	36.1953 m <sup>4</sup>

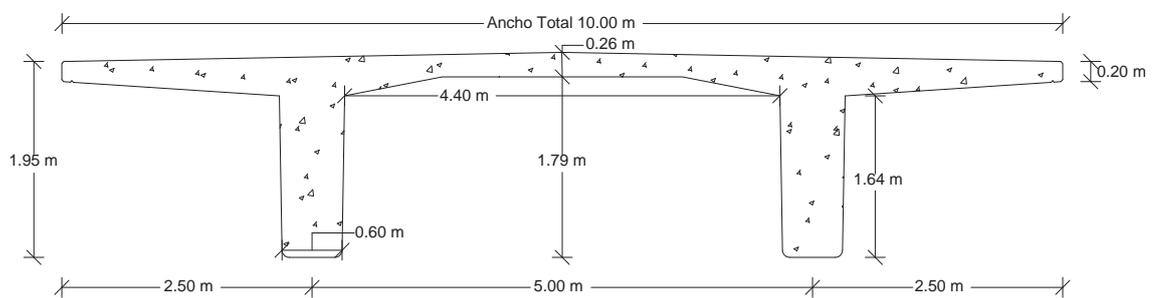
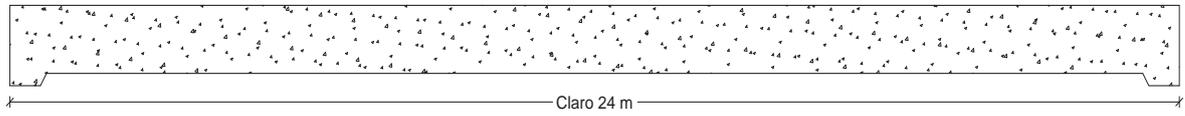
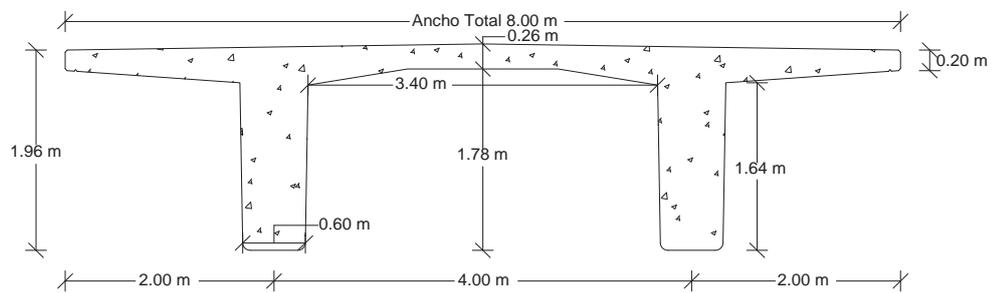


Figura 3.15 Secciones Transversales para un Claro de 22 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.4493 m <sup>2</sup>	1.6228 m <sup>4</sup>	20.5076 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	4.9287 m <sup>2</sup>	1.7303 m <sup>4</sup>	36.8311 m <sup>4</sup>

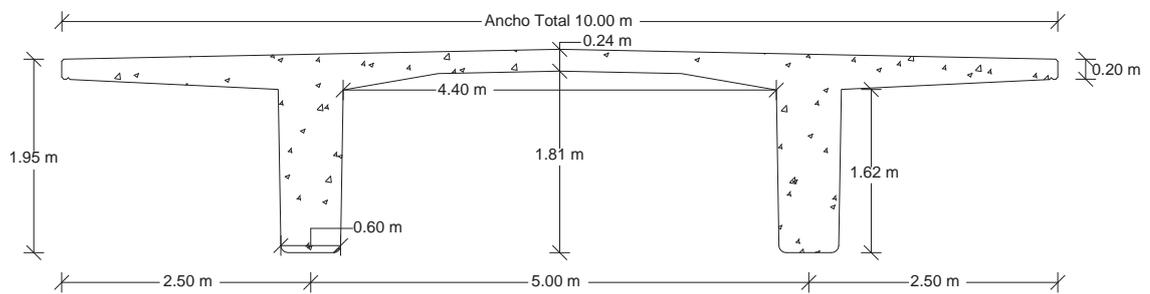
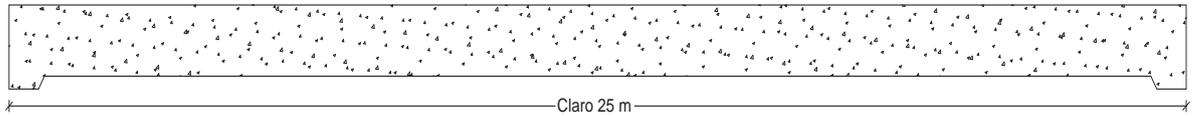
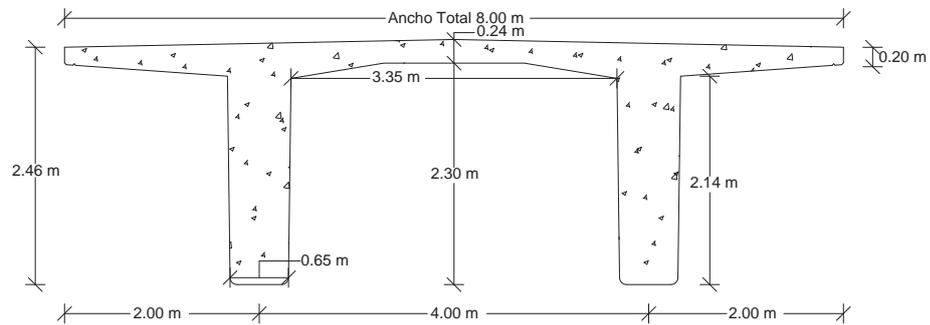


Figura 3.16 Secciones Transversales para un Claro de 24 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.7757 m <sup>2</sup>	2.7401 m <sup>4</sup>	21.7374 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	5.2416 m <sup>2</sup>	2.7238 m <sup>4</sup>	38.2633 m <sup>4</sup>

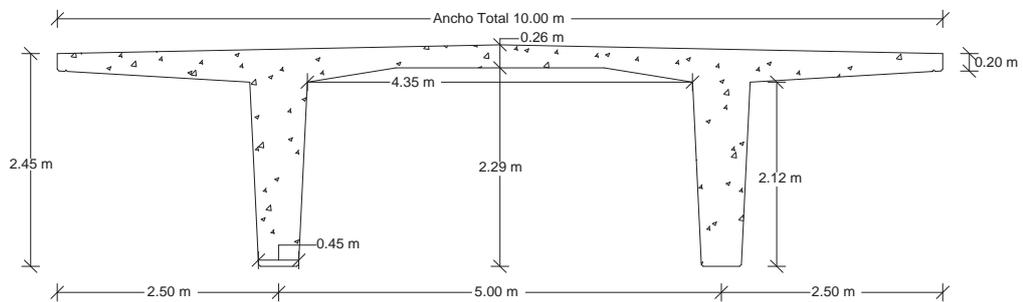
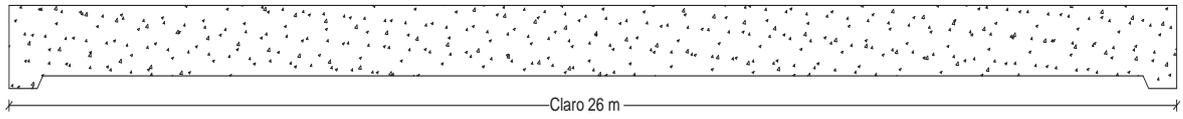
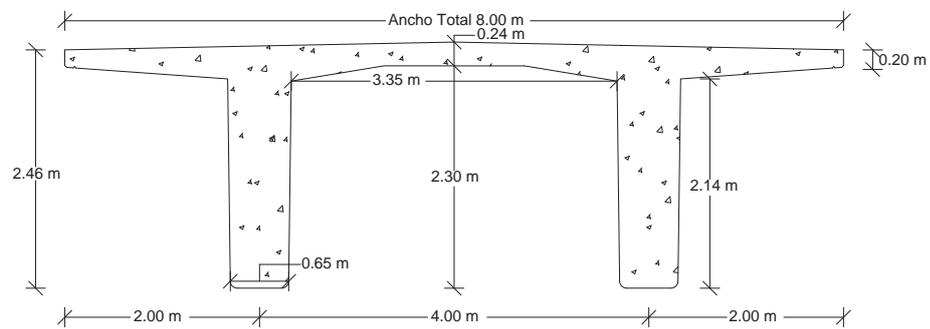


Figura 3.17 Secciones Transversales para un Claro de 25 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.7757 m <sup>2</sup>	2.7401 m <sup>4</sup>	21.7374 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	5.2811 m <sup>2</sup>	2.8972 m <sup>4</sup>	38.9836 m <sup>4</sup>

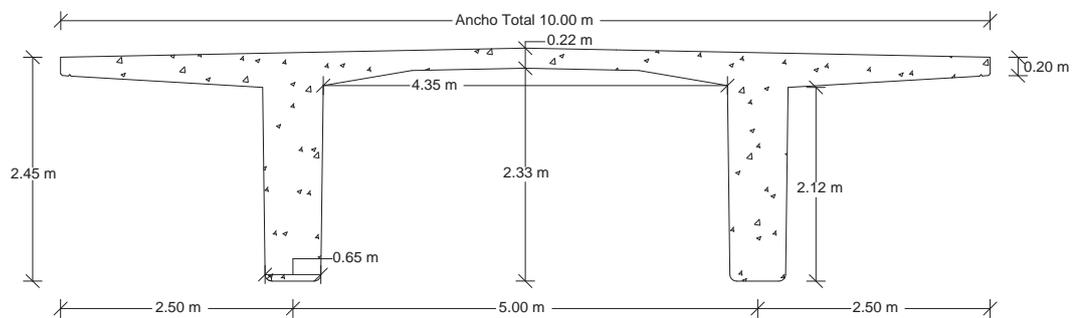
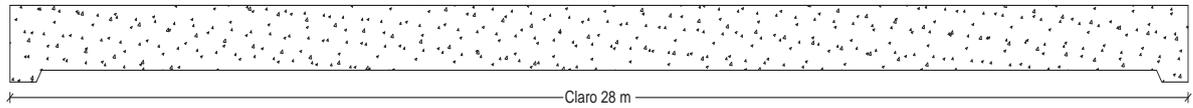
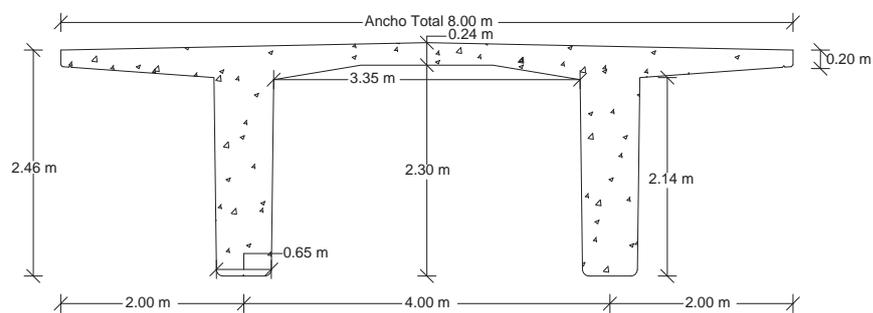


Figura 3.18 Secciones Transversales para un Claro de 26 m



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
8 m	HS-15	4.7757 m <sup>2</sup>	2.7401 m <sup>4</sup>	21.7374 m <sup>4</sup>



ANCHO TOTAL	CARGA MÓVIL	ÁREA	$I_{XC}$	$I_{YC}$
10 m	HS-20	5.0034 m <sup>2</sup>	2.5792 m <sup>4</sup>	37.1942 m <sup>4</sup>

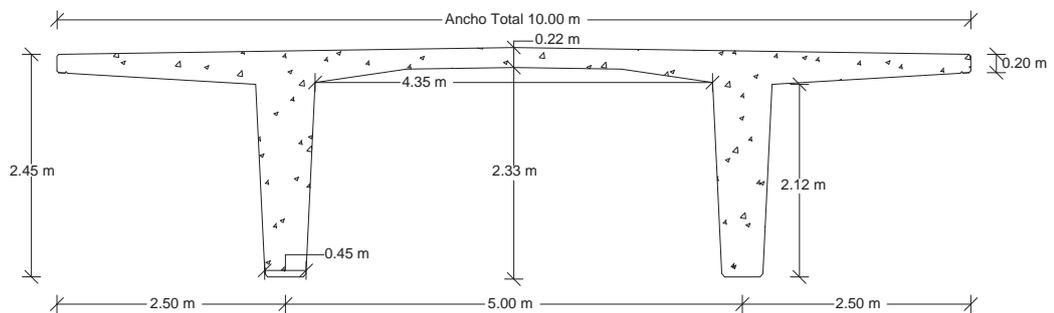


Figura 3.19 Secciones Transversales para un Claro de 28 m

En las figuras anteriores,  $I_{XC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje x, y  $I_{YC}$  es el momento de inercia con respecto al centroide alrededor del eje y.



# CAPÍTULO IV

## PROPIEDADES DINÁMICAS DE PUENTES TIPO

### 4.1 Modelo de Puentes usando SAP2000

El estudio de la Dinámica Estructural permite determinar los elementos mecánicos y desplazamientos en una estructura que se encuentra sometida a una acción que varía con el tiempo. Una de las propiedades dinámicas más importantes en todo tipo de estructuras son los periodos de vibrar, que por definición es el tiempo que tarda en completar un ciclo de vibración la estructura.

La herramienta con la que se calcularon los periodos de vibrar es el programa SAP2000 versión 9.1, en el cual se pueden realizar los análisis estático y dinámico de cualquier estructura siempre y cuando se realice de forma cuidadosa.

Para el análisis dinámico, en el SAP2000 versión 9.1 uso un modelo de masas concentradas. En este modelo se ignora la inercia asociada a la rotación de una junta o nodo de estructuras de barras, esto hace que el número de grados de libertad estático no coincida con el número de grados de libertad dinámico.

A continuación se describe el proceso de obtención de los valores de los periodos de vibrar de puentes, con el programa SAP2000 versión 9.1:

- Primero lo que se deben de definir son las unidades en las que se modelará la estructura, que en este trabajo se uso  $\square\square\square, \square$ .

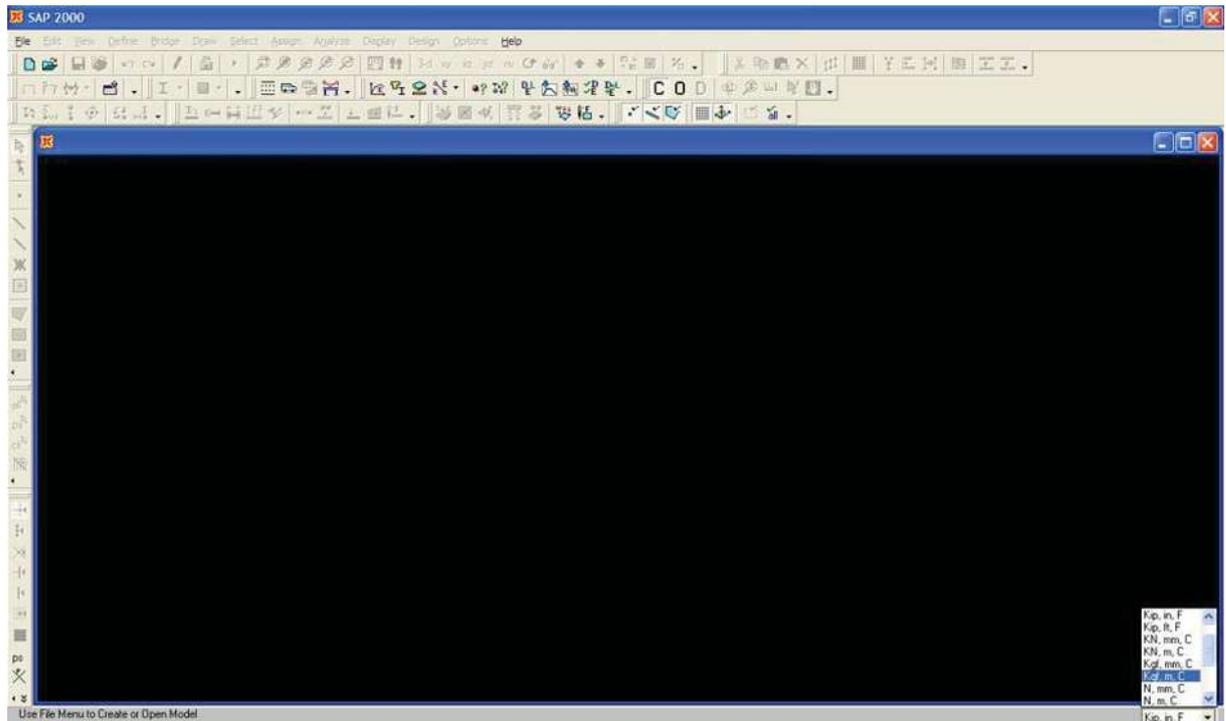


Figura 4.1 Definición de unidades en el SAP2000 versión 9.1

- Se debe de seleccionar el modelo “Beam”, ya seleccionado aparece una ventana en la cual en la opción “Number of Spans” se debe escribir el número 1 ya que las vigas que se analizan sólo tienen un claro, y en la opción “Span Length” se debe escribir la longitud del claro de la viga que se va a analizar.

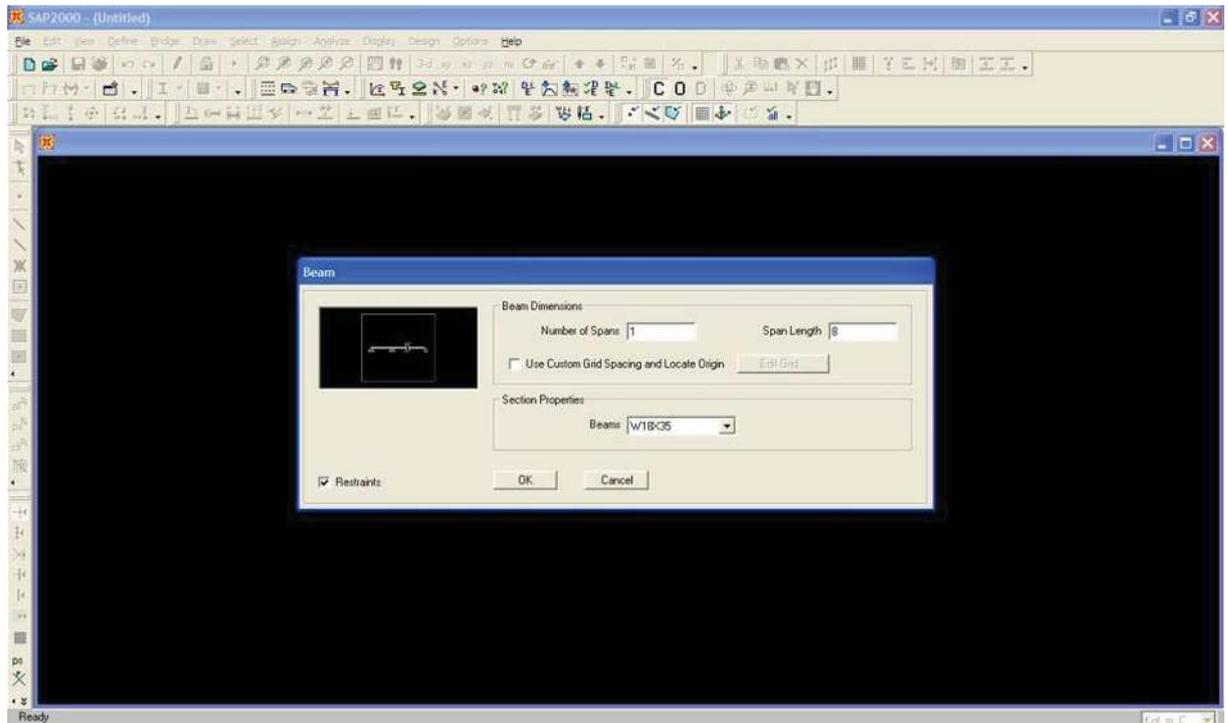


Figura 4.2 Determinación del número de claros y longitud del claro de la viga

- La viga se analiza como una viga simplemente apoyada, por lo que se debe de asignar los tipos de apoyo que tiene la viga, en un extremo un apoyo articulado y en el otro extremo un apoyo simple.

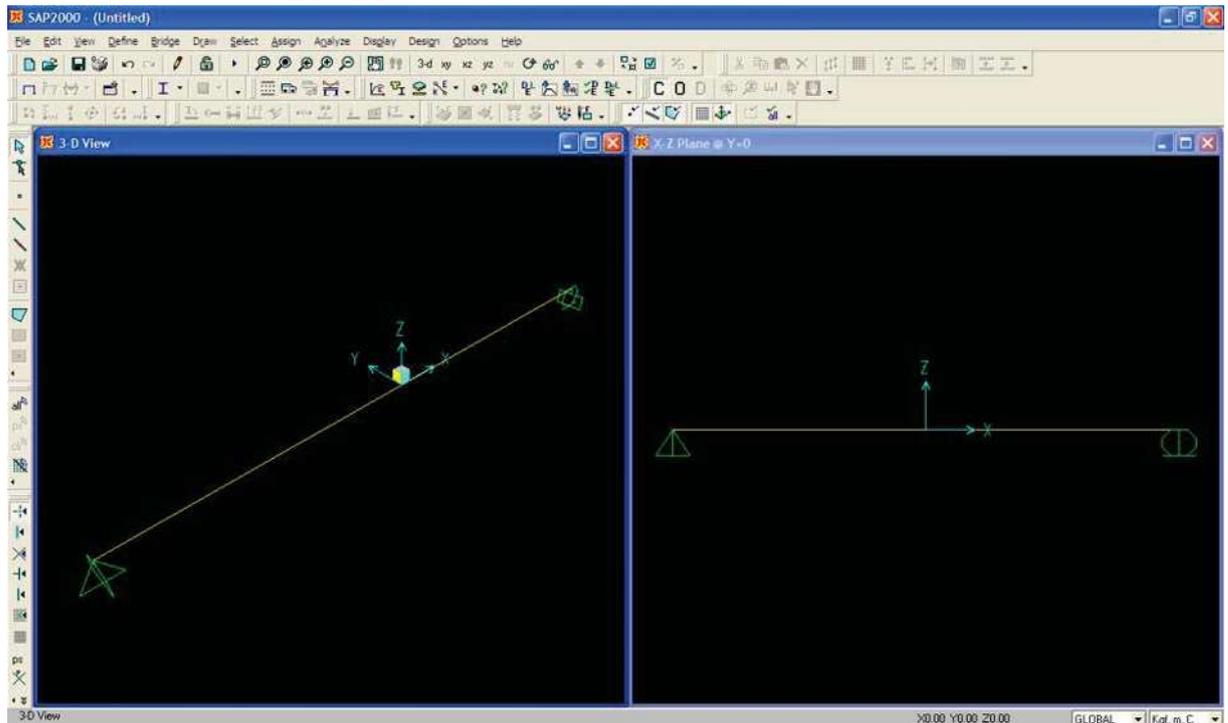


Figura 4.3 Tipo de apoyos asignados a la viga

- Se debe de definir las propiedades del material. El SAP2000 versión 9.1 maneja valores de varios materiales, lo que se debe de hacer es seleccionar el “Conc” y cambiar los valores del peso volumétrico, que se está tomando como  $2400 \text{ kg/m}^3$ , la resistencia del concreto que se toma como  $f_c = 2500000 \text{ kg/m}^2$  ya que en la referencia SAHOP, (1980) nos indica que estos puentes tienen un  $f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , para el acero se utiliza un  $f_y = 42000000 \text{ kg/m}^2$  y el módulo de elasticidad del concreto que se usó es  $E_c = 2213594362 \text{ kg/m}^2$ . El módulo de elasticidad se cálculo con la fórmula

$$E_c = 1400 \sqrt{f_c}, \text{ en } \text{kg/m}^2 \quad (4.1)$$

según las NTC (2004).

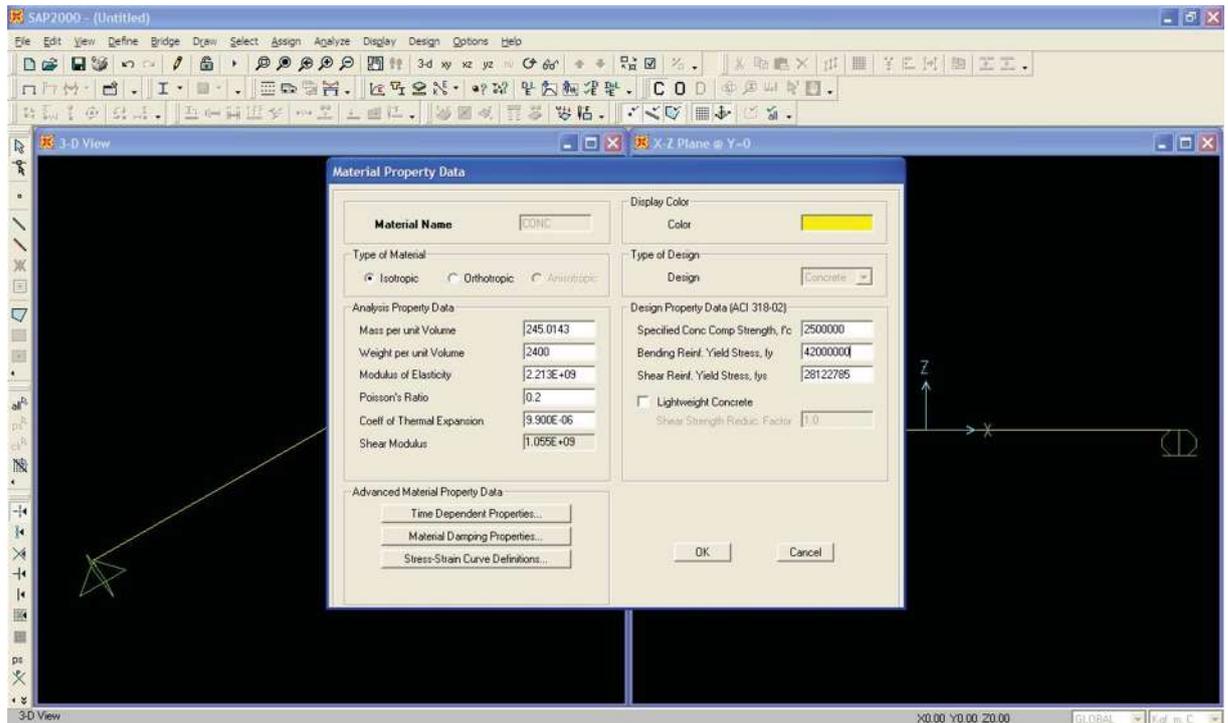


Figura 4.4 Definición de las propiedades del material empleado en el modelo

- Para definir las propiedades de la sección, se debe de añadir una sección general en la cual se debe de anotar el área y los momentos de inercia, calculados en el capítulo anterior. Se debe de dar un nombre a la sección para poder trabajar y se cambia el material con el que se está trabajando.

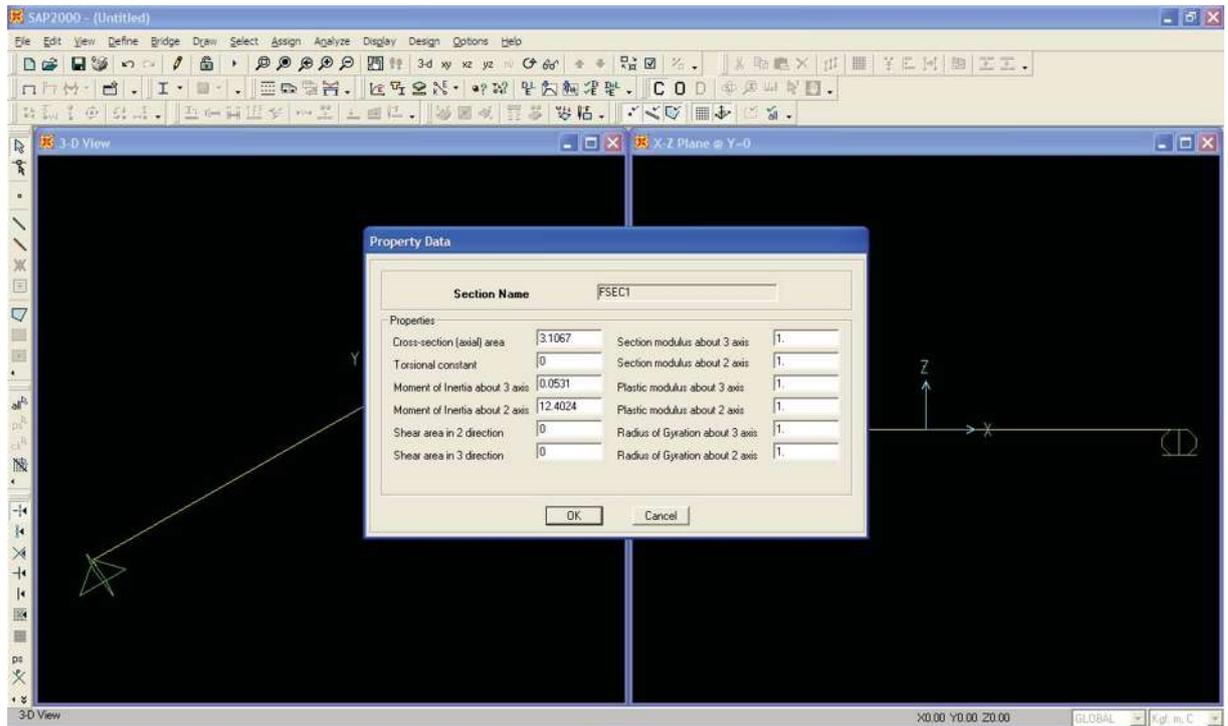


Figura 4.5 Definición de las propiedades de la sección a utilizar en el modelo

- Los casos de análisis que se necesitan son el caso estático y el caso modal. En el caso modal es necesario cambiar el máximo número de modos a 2, ya que sólo se analizan los 2 primeros periodos de la viga.

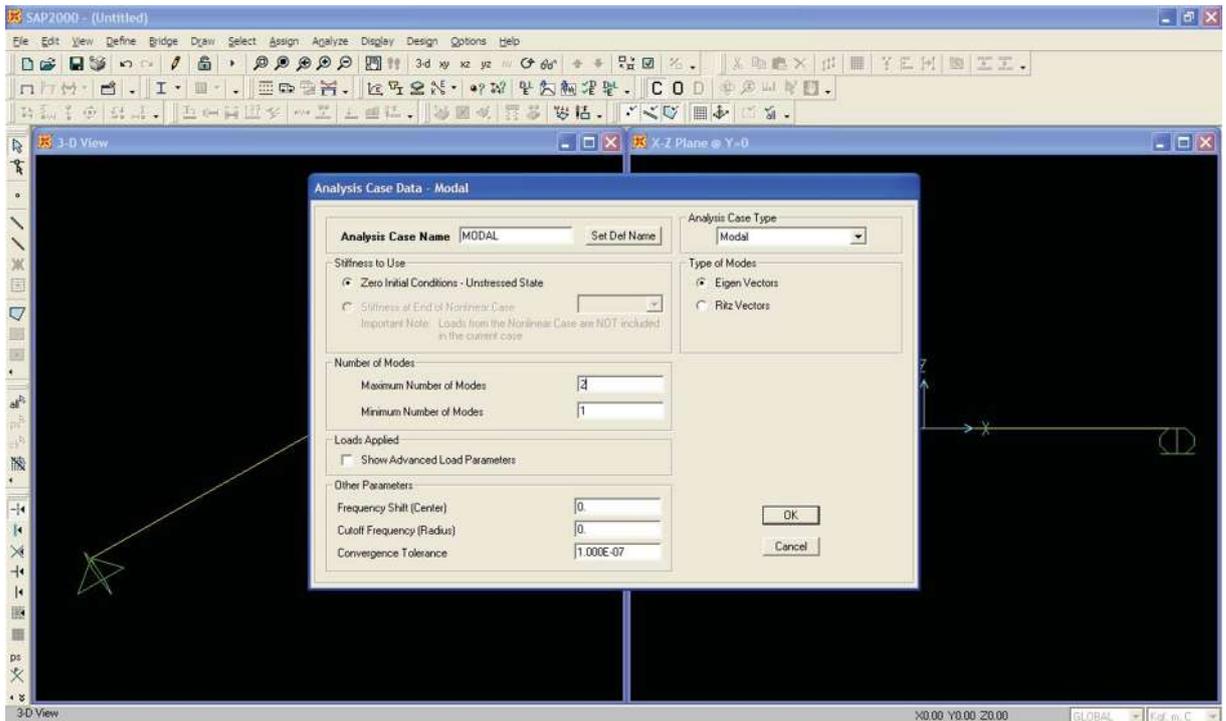


Figura 4.6 Asignación del número máximo de modos en el caso modal de análisis

- Para asignar la sección a la viga, se debe seleccionar la viga y se selecciona la sección que se definió anteriormente.

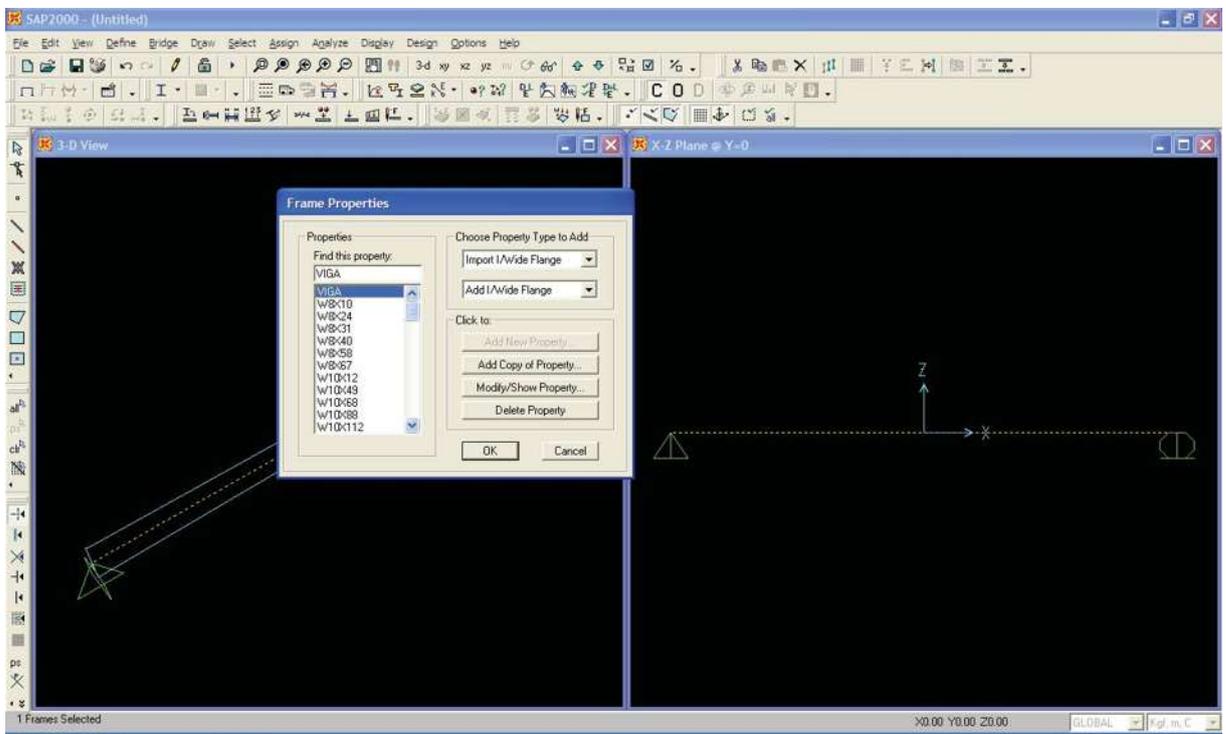


Figura 4.7 Asignación del tipo de sección al modelo



- Se selecciona la viga y se divide en 3, esto se debe a que se están concentrando 2 masas en la viga.

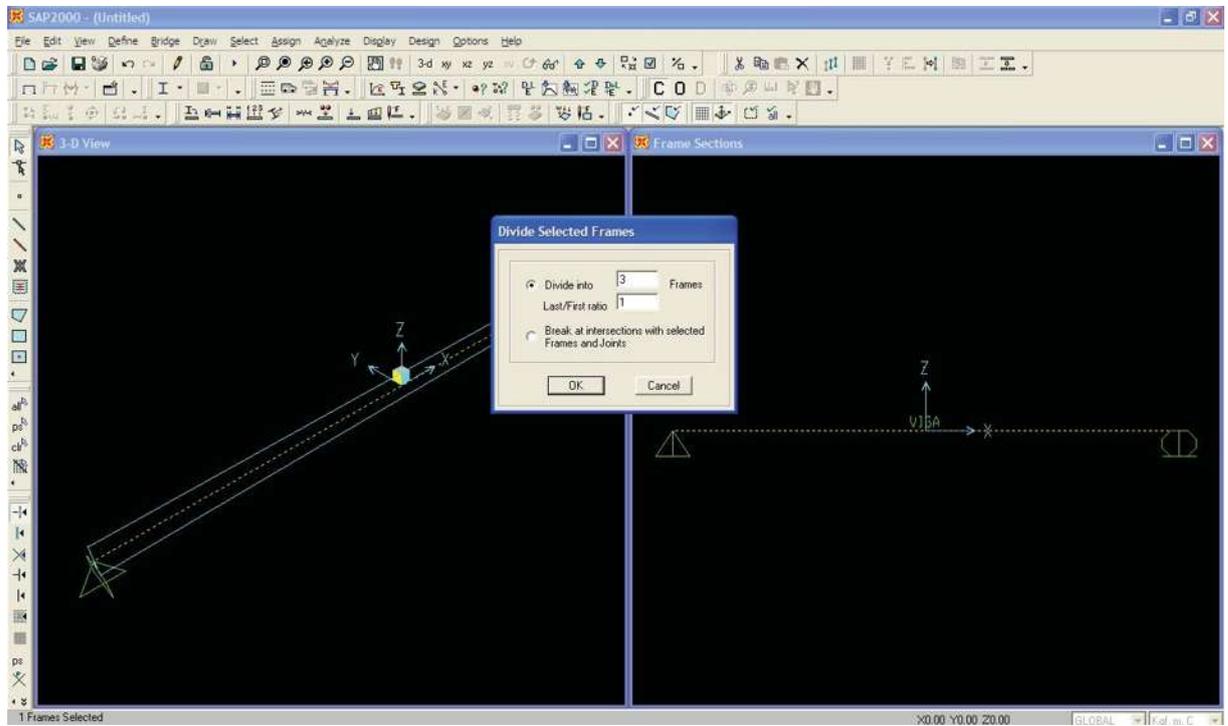


Figura 4.8 División del elemento viga

- La viga se analiza con la opción “Plane Frame”, ya que es necesario ver como se deforma en un plano.

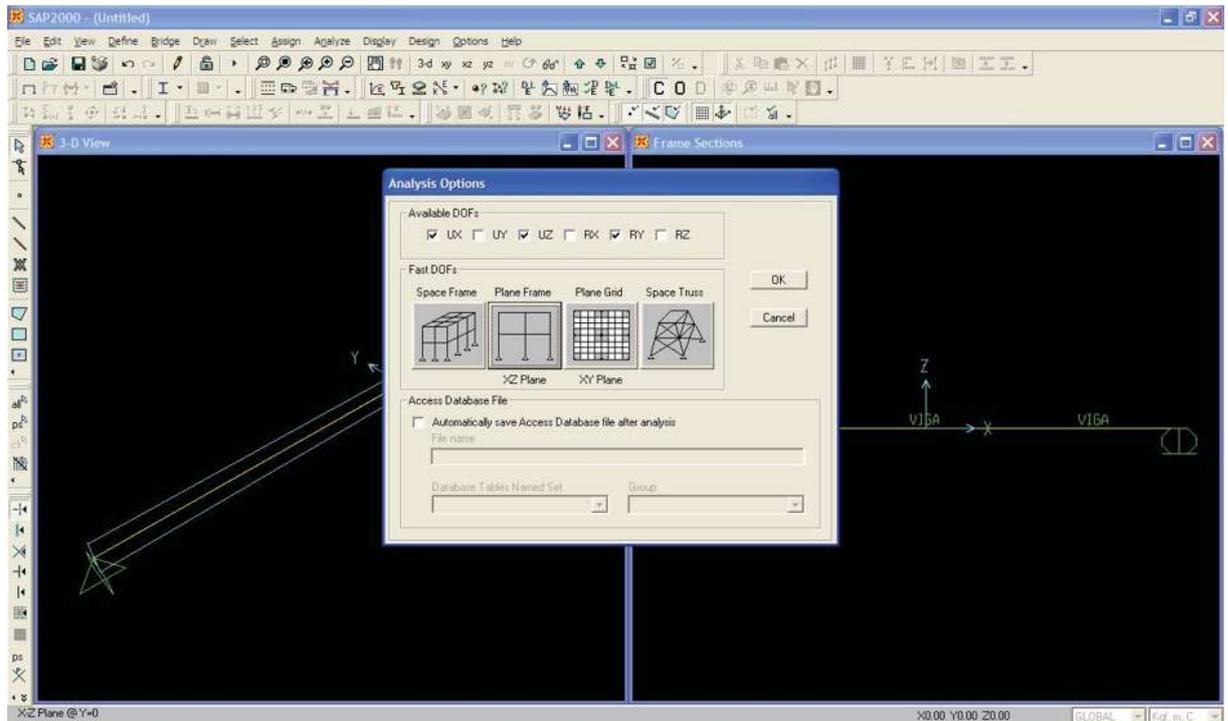


Figura 4.9 Opción de análisis del modelo

➤ Y posteriormente se realiza el análisis.

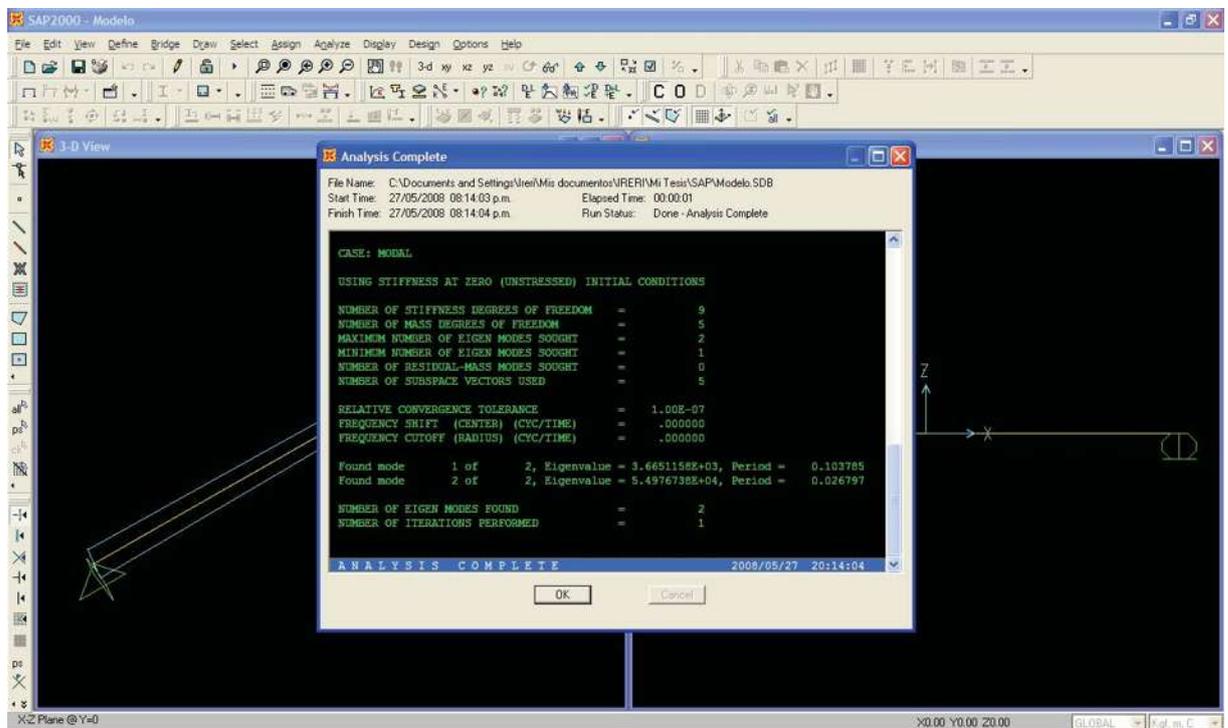


Figura 4.10 Resultados obtenidos del análisis completo de la viga



## 4.2 Periodos de Vibrar

En las Tablas 4.1 a 4.4 se presentan los valores de los periodos de vibrar de cada puente obtenidos del programa SAP2000 versión 9.1, y cuyas propiedades se describieron en el Capítulo 3.

Tabla 4.1 Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Maciza

CLARO	ANCHO TOTAL	PERIODO 1 (s)	PERIODO 2 (s)
8 m	8 m	0.103785	0.026797
	10 m	0.103906	0.026828
10 m	8 m	0.131560	0.033969
	10 m	0.131202	0.033876
12 m	8 m	0.158127	0.040828
	10 m	0.160903	0.041545
14 m	8 m	0.184270	0.047578
	10 m	0.187328	0.048368

Tabla 4.2 Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Aligerada

CLARO	ANCHO TOTAL	PERIODO 1 (s)	PERIODO 2 (s)
14 m	8 m	0.148433	0.038325
	10 m	0.148664	0.038385
15 m	8 m	0.168627	0.043539
	10 m	0.148023	0.038219
16 m	8 m	0.191860	0.049538
	10 m	0.168418	0.043485
18 m	8 m	0.192193	0.049624
	10 m	0.193171	0.049876

Tablas 4.3 Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con Nervaduras

CLARO	ANCHO TOTAL	PERIODO 1 (s)	PERIODO 2 (s)
16 m	8 m	0.119319	0.030808
18 m	8 m	0.151246	0.039052
20 m	8 m	0.131262	0.033892



Tabla 4.4 Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con 2 Nervaduras

CLARO	ANCHO TOTAL	PERIODO 1 (s)	PERIODO 2 (s)
15 m	8 m	0.105089	0.027134
	10 m	0.108696	0.028065
16 m	10 m	0.123731	0.031947
18 m	10 m	0.156633	0.040442
22 m	8 m	0.158910	0.041030
	10 m	0.161114	0.041599
24 m	8 m	0.189116	0.048829
	10 m	0.192761	0.049771
25 m	8 m	0.174932	0.045167
	10 m	0.183814	0.047461
26 m	8 m	0.189206	0.048853
	10 m	0.193497	0.049961
28 m	8 m	0.219435	0.056658
	10 m	0.231505	0.059774

En la Figura 4.11 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, esto se nota más en el periodo 1 que en el periodo 2, ya que este no varían tanto sus valores como los del periodo 1.

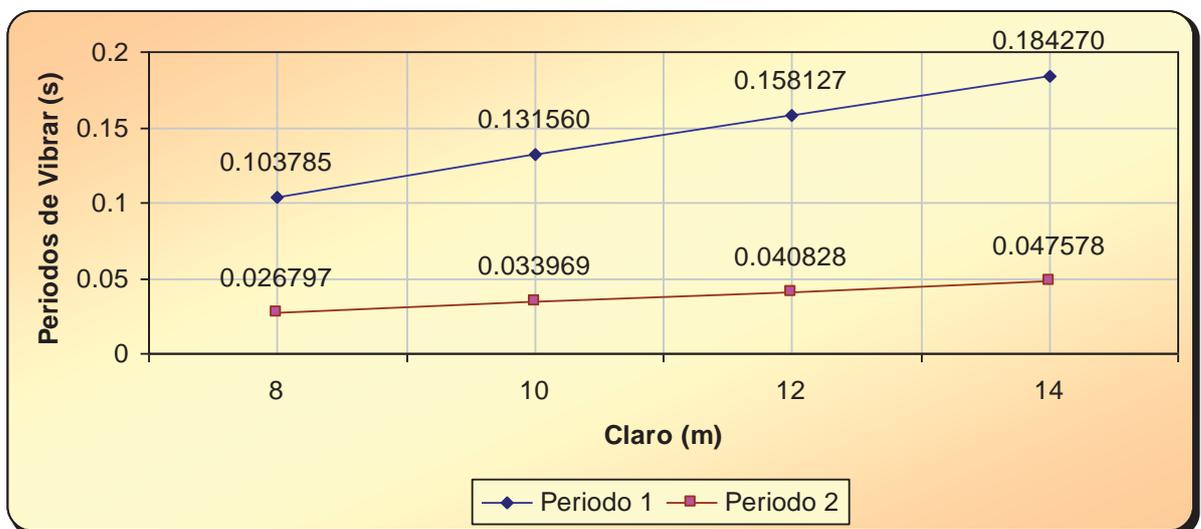


Figura 4.11 Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 8m

En la Figura 4.12 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza y que tienen en común un ancho total de 10m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, esto se nota más en el periodo 1 que en el periodo 2, pero en el periodo 2 hay un decremento en el periodo de vibrar del puente con un claro de 10m, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

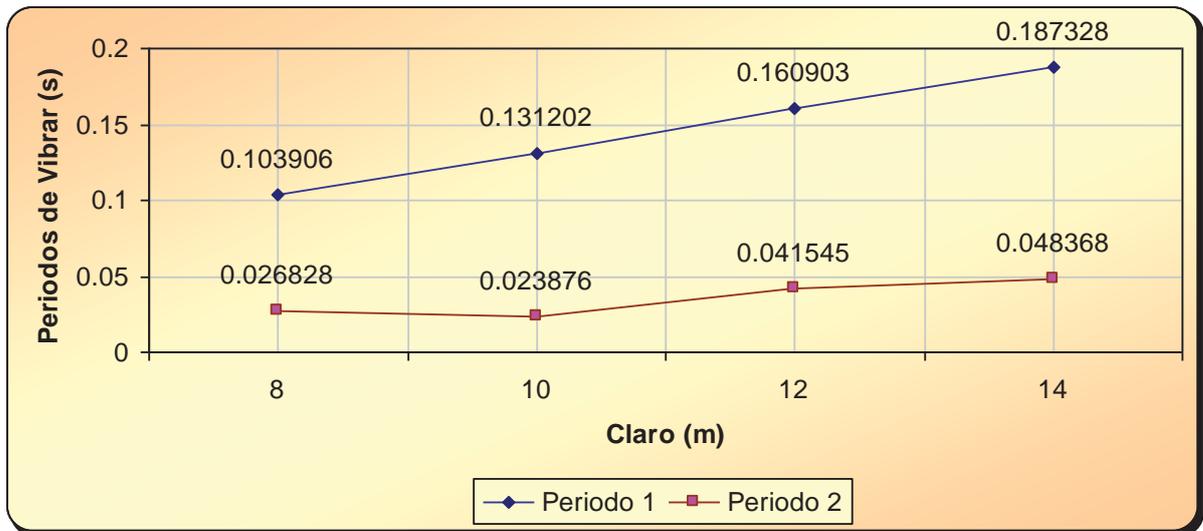


Figura 4.12 Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 10 m

En la Figura 4.13 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, esto se nota más en el periodo 1 que en el periodo 2. Se observa que tanto en los puentes con claros de 16 y 18 m sus periodos de vibrar son muy similares.

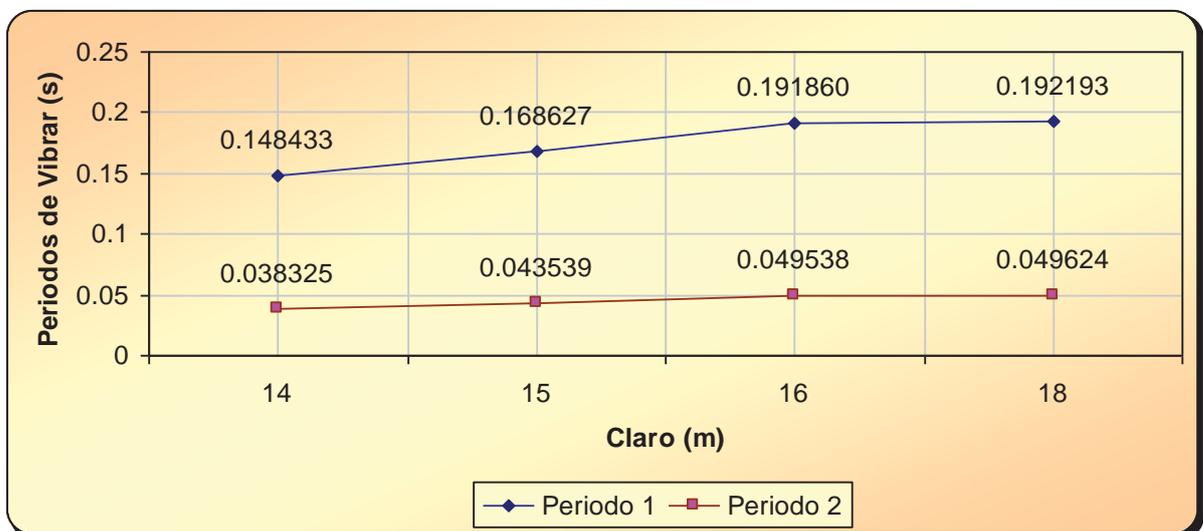


Figura 4.13 Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 8m

En la Figura 4.14 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada y que tienen en común un ancho total de 10m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, esto se nota más en el periodo 1 que en el periodo 2, pero en ambos periodos de vibrar hay un decremento en los



periodos de vibrar del puente con un claro de 15m pero vuelve a incrementarse los valores, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

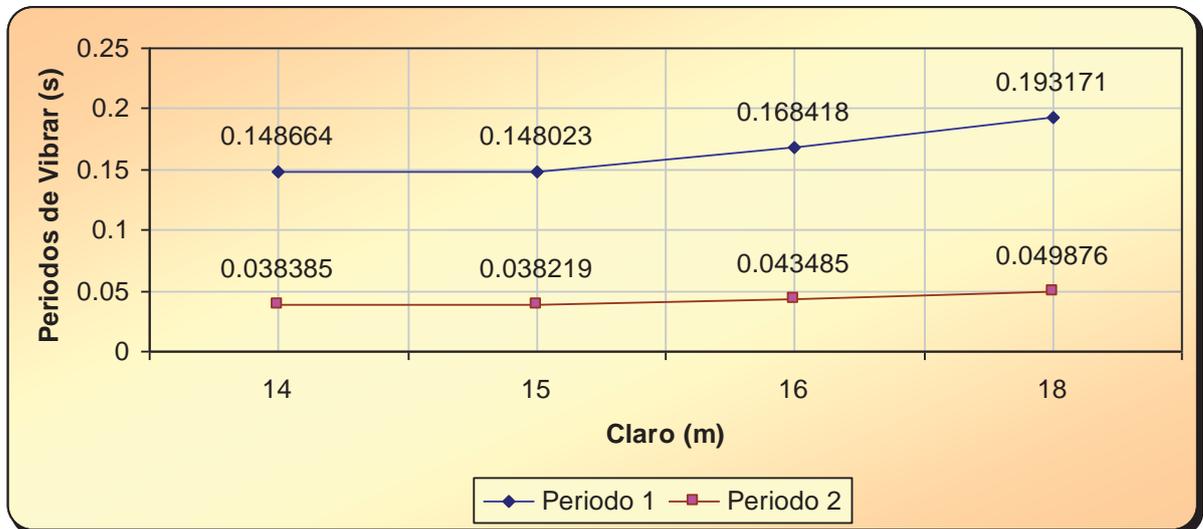


Figura 4.14 Periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 10m

En la Figura 4.15 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que en el puente con claro de 20m hay un decremento en los periodos de vibrar, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

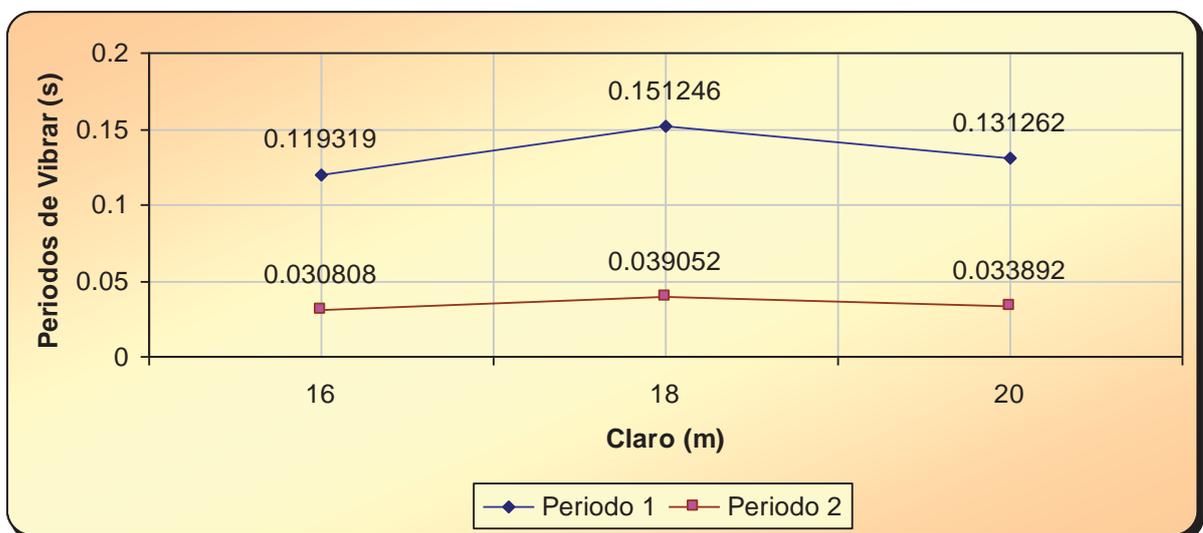


Figura 4.15 Periodos de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras ancho total 8m

En la Figura 4.16 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que conforme se



incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, pero en ambos periodos de vibrar hay un decremento en los periodos de vibrar en el puente con un claro de 25m, y a partir de este vuelven los periodos de vibrar a incrementar, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

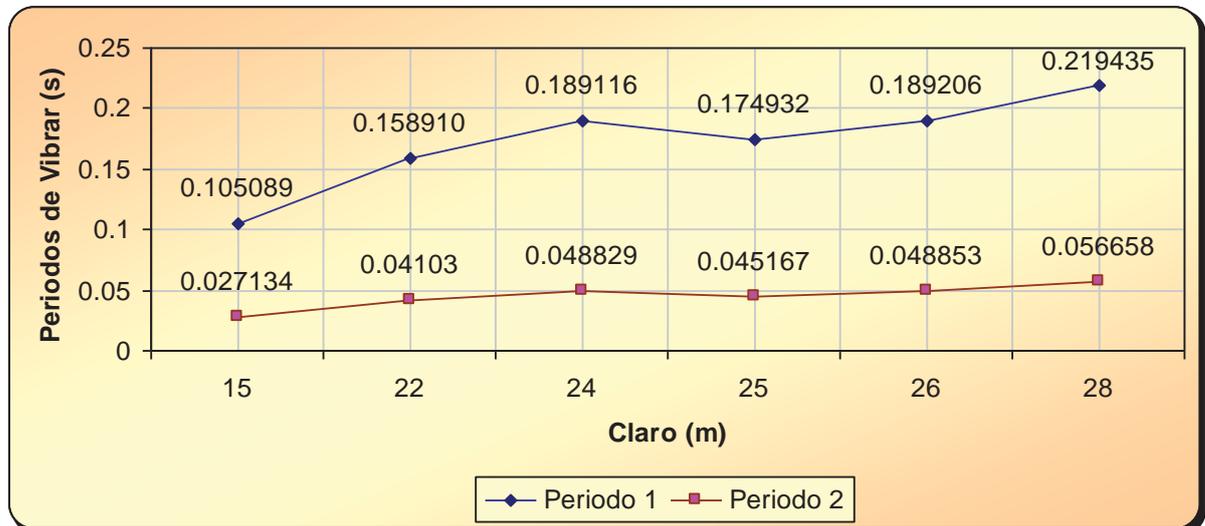


Figura 4.16 Periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 8m

En la Figura 4.17 se muestra los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 10m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, pero en ambos periodos de vibrar hay un decremento en los periodos de vibrar en el puente con un claro de 25m, y a partir de este vuelven los periodos de vibrar a incrementar, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

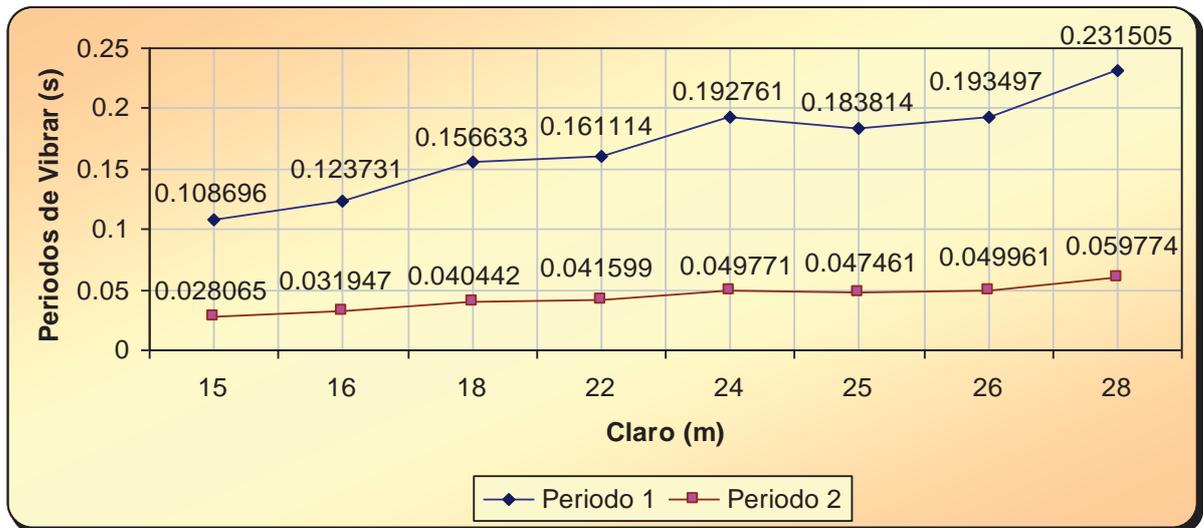


Figura 4.17 Periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 10m

### 4.3 Comparación de Resultados

Para comparar los valores obtenidos en el SAP2000 versión 9.1, fue necesario seleccionar el manual EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E), en el cual propone una expresión para calcular la frecuencia natural y así poder conocer el periodo. La expresión es la siguiente:

$$n_{1,B} = \frac{K^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI_b}{\bar{m}}} \quad (4.2)$$

donde  $L$  es la longitud del claro entre apoyos en  $m$ ,  $E$  es el Módulo de Elasticidad del concreto en  $N/m^2$ ,  $I_b$  es el momento de inercia de la sección transversal en  $m^4$ ,  $\bar{m}$  es la masa por unidad de longitud en  $kgf/m$ , y  $K$  es factor adimensional que depende de el número de claros.

Para calcular el periodo,  $T(s)$ , es necesario utilizar la fórmula

$$T = \frac{1}{Frecuencia} \quad (4.3)$$

Cabe aclarar que sólo se puede comparar el periodo fundamental con los obtenidos con el SAP2000 versión 9.1.

Por ejemplo, tomando el puente con Losa Plana Maciza con un claro de  $8m$ , ancho total de  $8m$ ,  $\text{Área} = 3.1067m^2$ ,  $I_{XC} = 0.0531m^4$ ,  $I_{YC} = 12.4024m^4$ ,  $\bar{m} = 760.0489kgf/m$



(calculada en una hoja de cálculo) y  $E_c = 21715360690 N/m^2$ , se sustituyen en la fórmula (4.2), se obtiene

$$n_{1,B} = 3.063015 \text{ □□}$$

Y sustituyendo este valor en la fórmula (4.3) obtenemos el valor del periodo de vibrar de este puente.

$$T = 0.326476 \text{ □}$$

En las Tablas 4.5 a 4.8 se muestran los valores obtenidos con dichas expresiones.

Tabla 4.5 Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Maciza

CLARO	ANCHO TOTAL	FRECUENCIA NATURAL (Hz)	PERIODO (s)
8 m	8 m	3.063015	0.326476
	10 m	3.059452	0.326856
10 m	8 m	2.416355	0.413846
	10 m	2.422948	0.412720
12 m	8 m	2.010388	0.497416
	10 m	1.975697	0.506150
14 m	8 m	1.725163	0.579655
	10 m	1.697001	0.589274

Tabla 4.6 Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa Plana Aligerada

CLARO	ANCHO TOTAL	FRECUENCIA NATURAL (Hz)	PERIODO (s)
14 m	8 m	2.141675	0.466924
	10 m	2.138352	0.467650
15 m	8 m	1.885208	0.530445
	10 m	2.147606	0.465635
16 m	8 m	1.656921	0.603529
	10 m	1.887544	0.529789
18 m	8 m	1.654042	0.604579
	10 m	1.645675	0.607653

Tablas 4.7 Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con Nervaduras

CLARO	ANCHO TOTAL	FRECUENCIA NATURAL (Hz)	PERIODO (s)
16 m	8 m	2.491812	0.401314
18 m	8 m	1.965798	0.508699
20 m	8 m	2.265078	0.441486



Tabla 4.8 Frecuencias Naturales y Periodos de Vibrar para Puentes con Losa con 2 Nervaduras

CLARO	ANCHO TOTAL	FRECUENCIA NATURAL (Hz)	PERIODO (s)
15 m	8 m	2.829212	0.353455
	10 m	2.735328	0.365587
16 m	10 m	2.402942	0.416156
18 m	10 m	1.898198	0.526815
22 m	8 m	1.870996	0.534475
	10 m	1.845402	0.541887
24 m	8 m	1.572156	0.636069
	10 m	1.542423	0.648330
25 m	8 m	1.817256	0.550280
	10 m	1.729447	0.578220
26 m	8 m	1.680156	0.595183
	10 m	1.642903	0.608679
28 m	8 m	1.448706	0.690271
	10 m	1.373173	0.728240

En la Figura 4.18 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar.

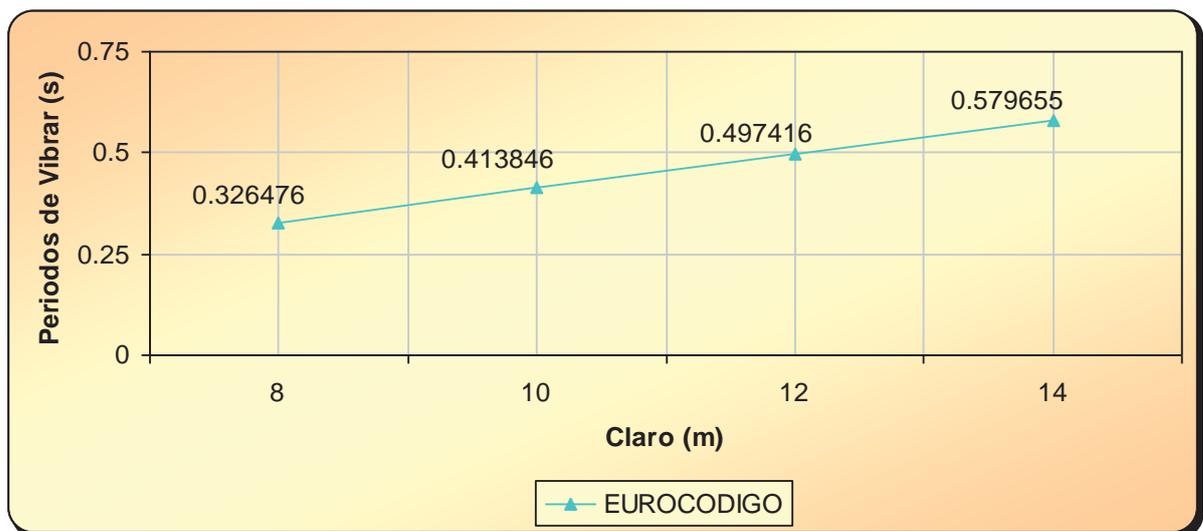


Figura 4.18 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 8m

En la Figura 4.19 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza y que tienen en común un ancho total de 10m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar.

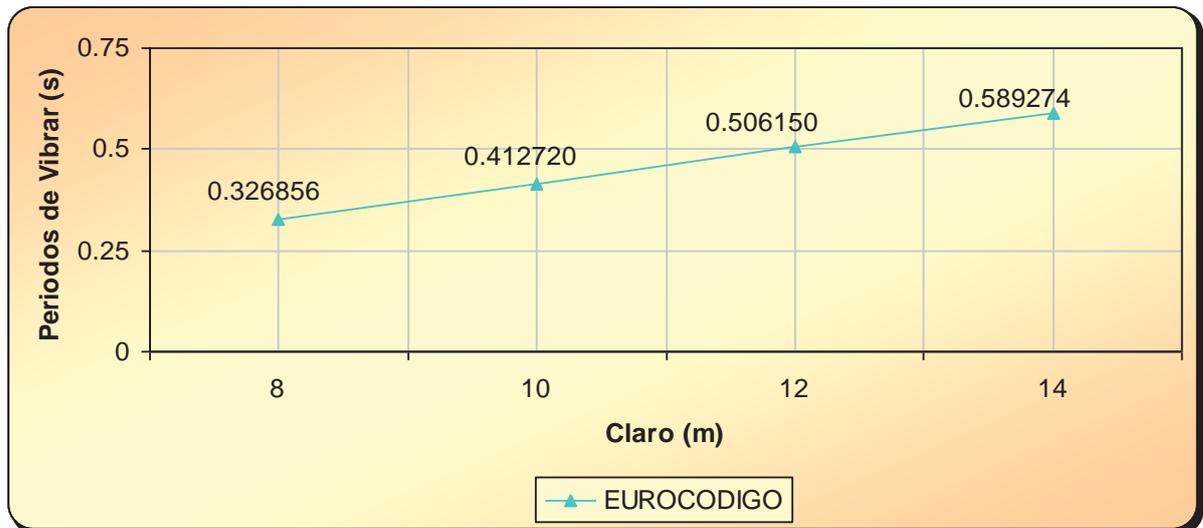


Figura 4.19 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 10 m

En la Figura 4.20 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar. Se observa que tanto en los puentes con claros de 16 y 18 m sus periodos fundamentales de vibrar son muy similares.

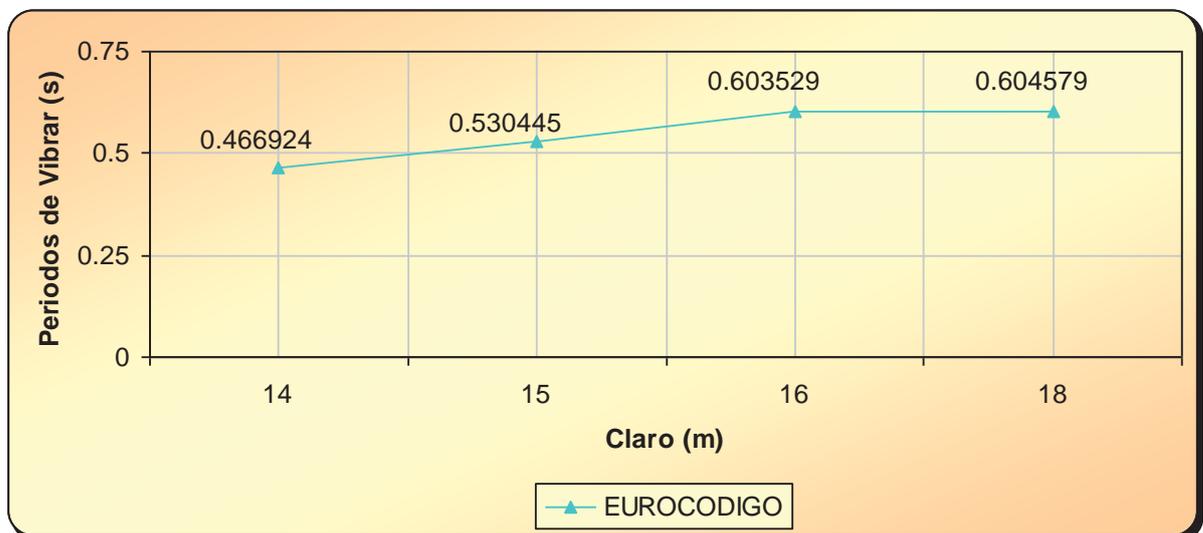


Figura 4.20 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 8m

En la Figura 4.21 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada y que tienen en común un ancho total de 10m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar. En el periodo fundamental de vibrar del puente con un claro de 15m, hay un pequeño



decremento pero vuelve a incrementarse, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

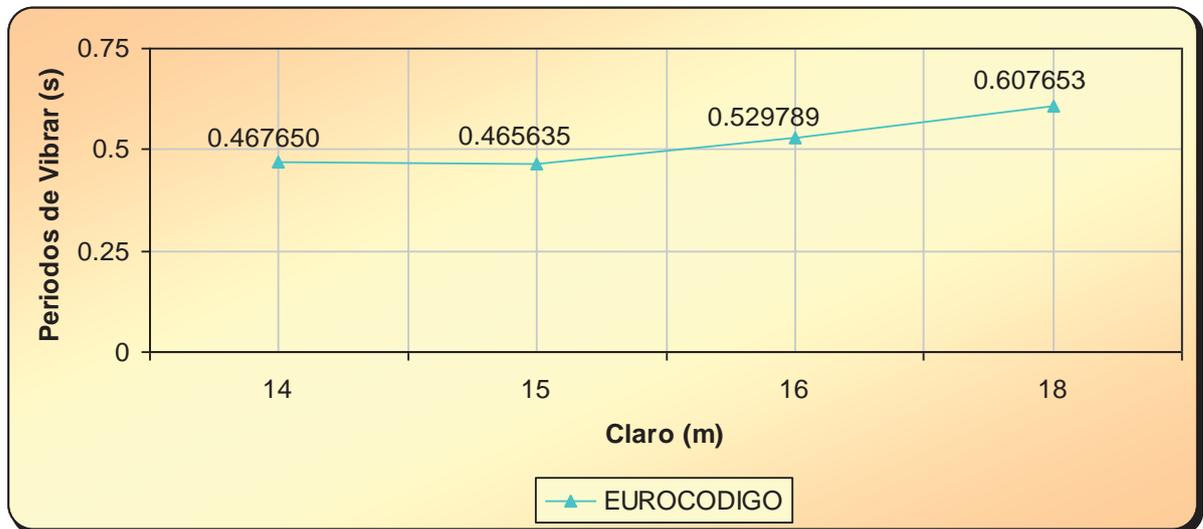


Figura 4.21 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 10m

En la Figura 4.22 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que en el puente con claro de 20m hay un decremento en el periodo fundamental de vibrar, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

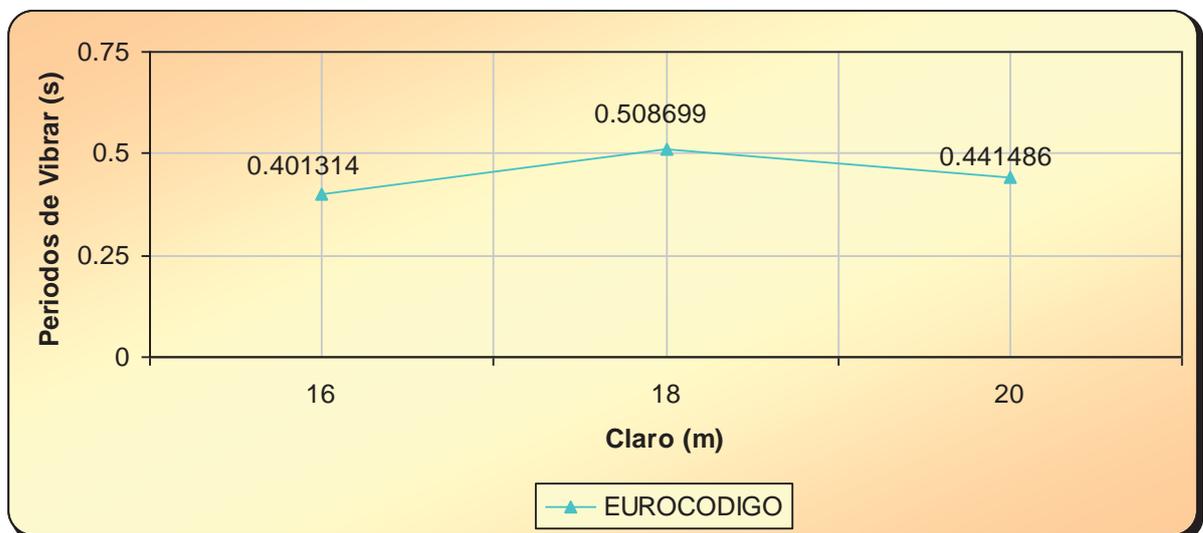


Figura 4.22 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras ancho total 8m

En la Figura 4.23 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 8m. Se observa que



conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, pero hay un decremento en el periodo fundamental de vibrar en el puente con un claro de 25m, y a partir de este vuelven los periodos fundamentales de vibrar a incrementar, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

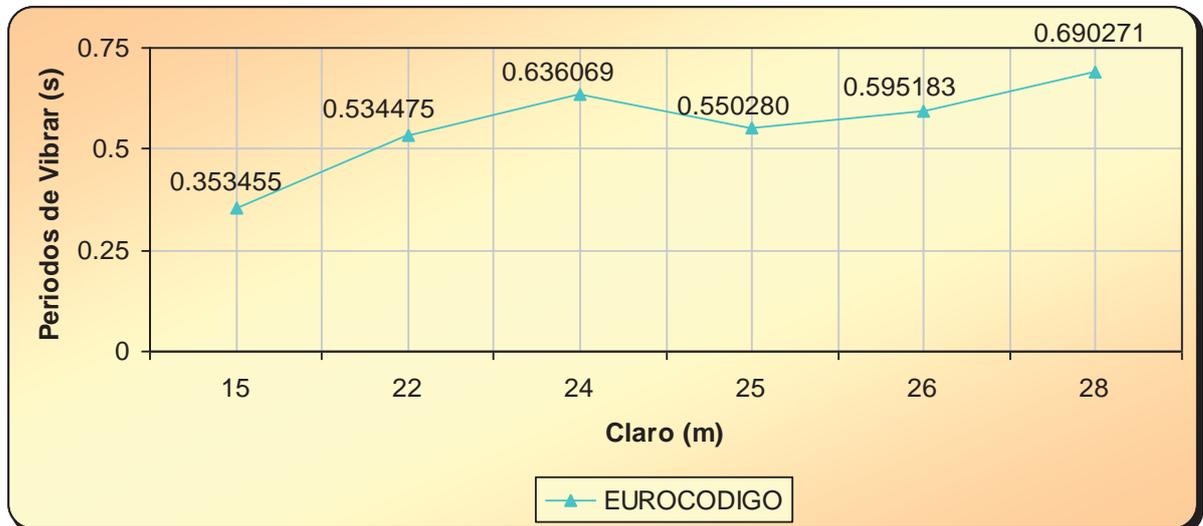


Figura 4.23 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 8m

En la Figura 4.24 se muestra los periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 10m. Se observa que conforme se incrementa la longitud del claro, incrementa el periodo de vibrar, pero hay un decremento en el periodo de vibrar en el puente con un claro de 25m, y a partir de este vuelven los periodos fundamentales de vibrar a incrementar, esto se debe a las propiedades obtenidas en el Capítulo 3.

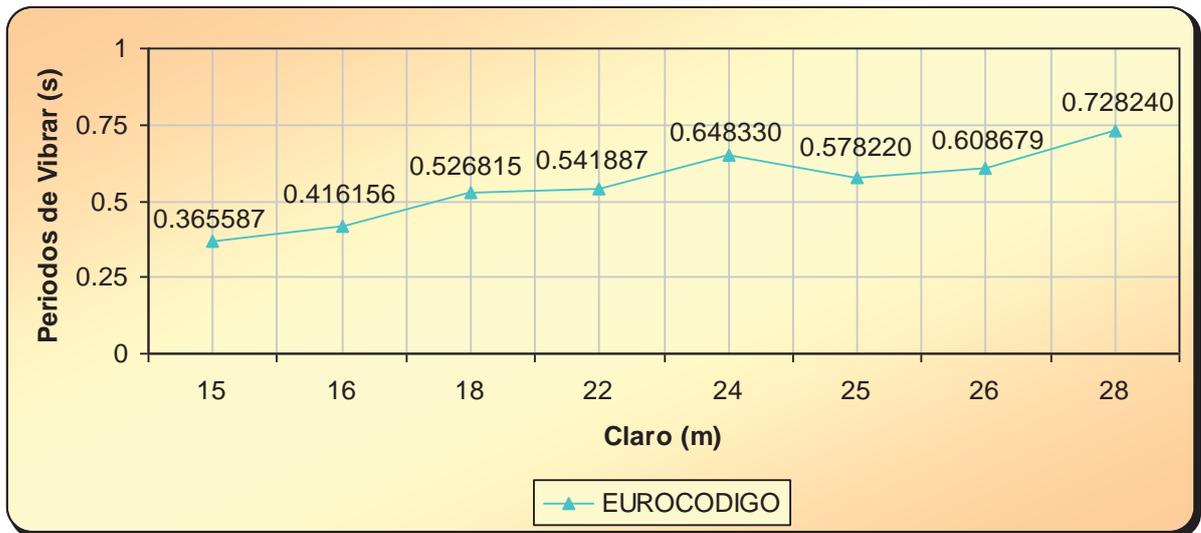


Figura 4.24 Periodos fundamentales de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 10m

En la Figura 4.25 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza y que tienen en común un ancho total de 8m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

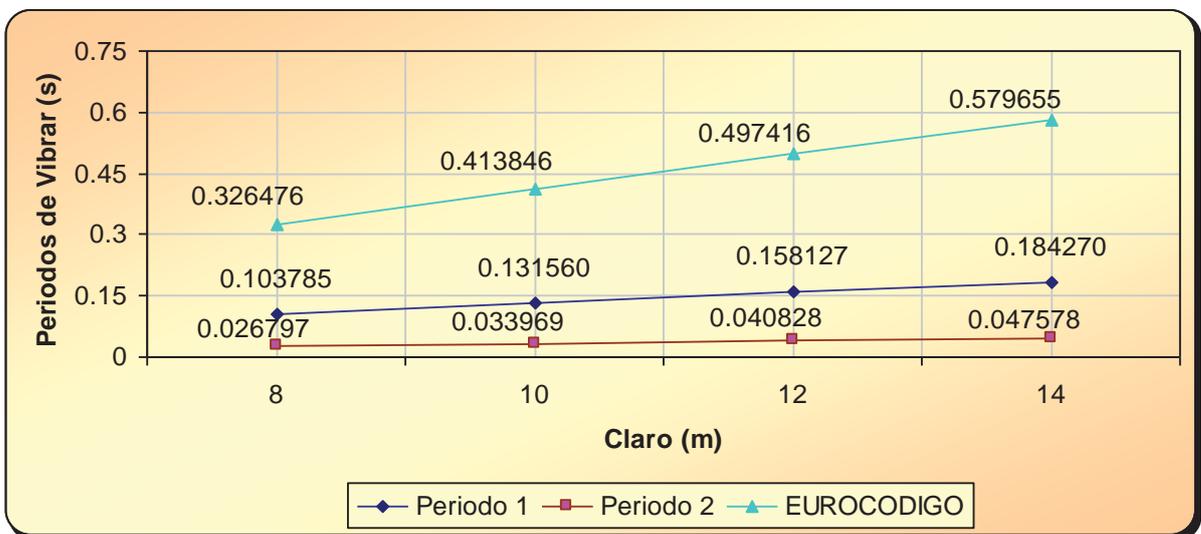


Figura 4.25 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 8m

En la Figura 4.26 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza y que tienen en común un ancho total de 10m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

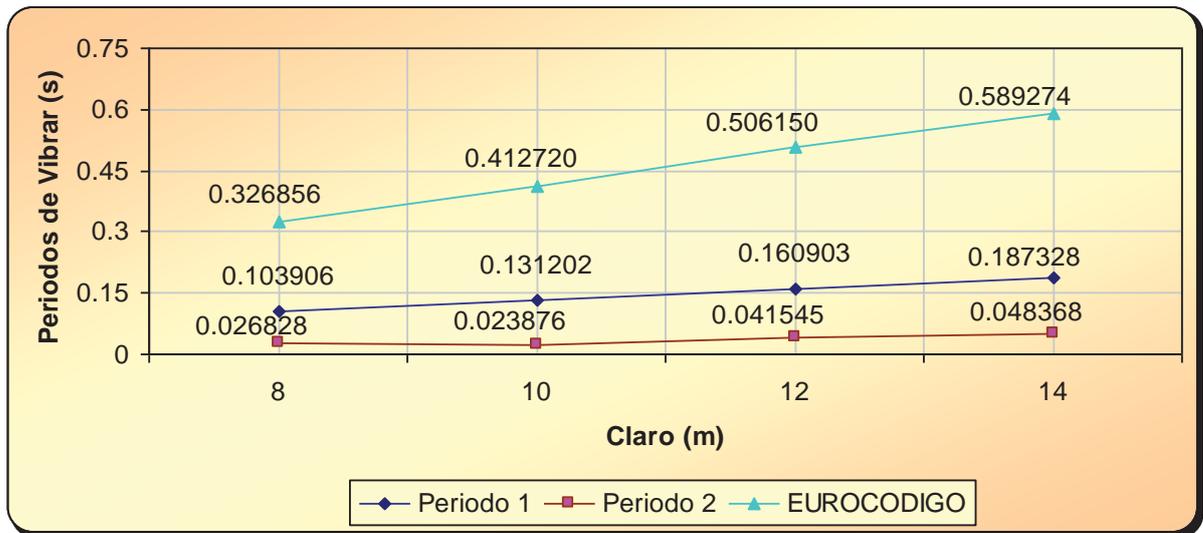


Figura 4.26 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Maciza ancho total 10 m

En la Figura 4.27 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada y que tienen en común un ancho total de 8m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

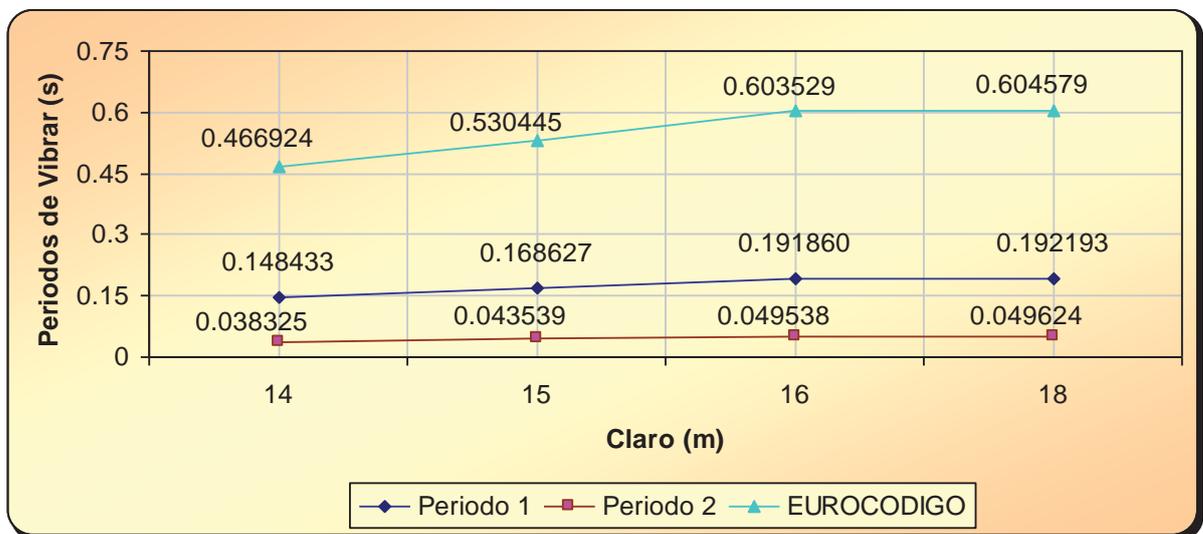


Figura 4.27 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 8m

En la Figura 4.28 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada y que tienen en común un ancho total de 10m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

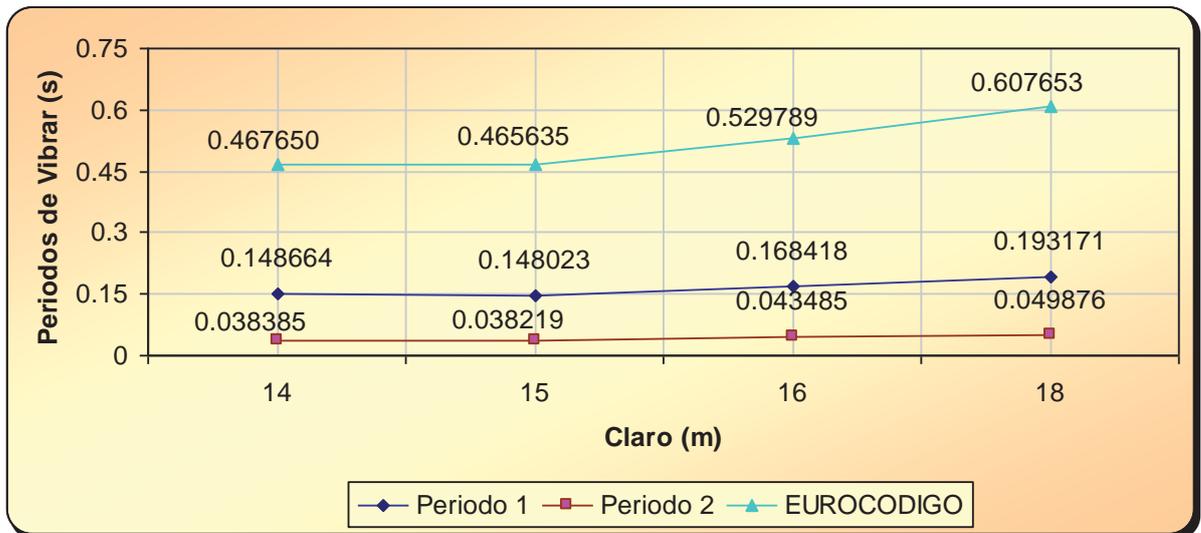


Figura 4.28 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa Plana Aligerada ancho total 10m

En la Figura 4.29 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 8m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

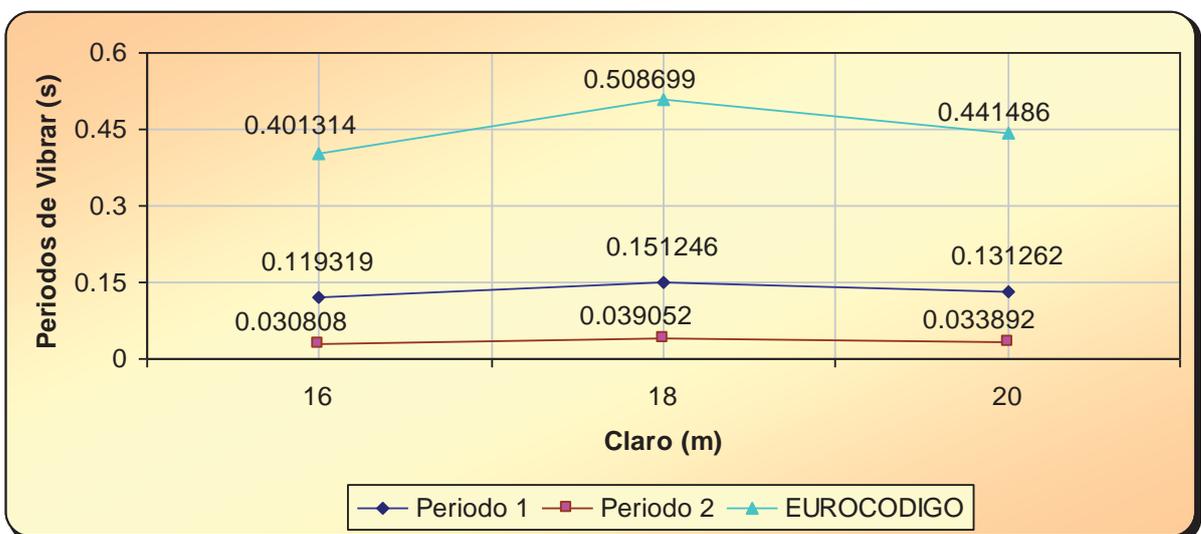


Figura 4.29 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con Nervaduras ancho total 8m

En la Figura 4.30 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 8m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

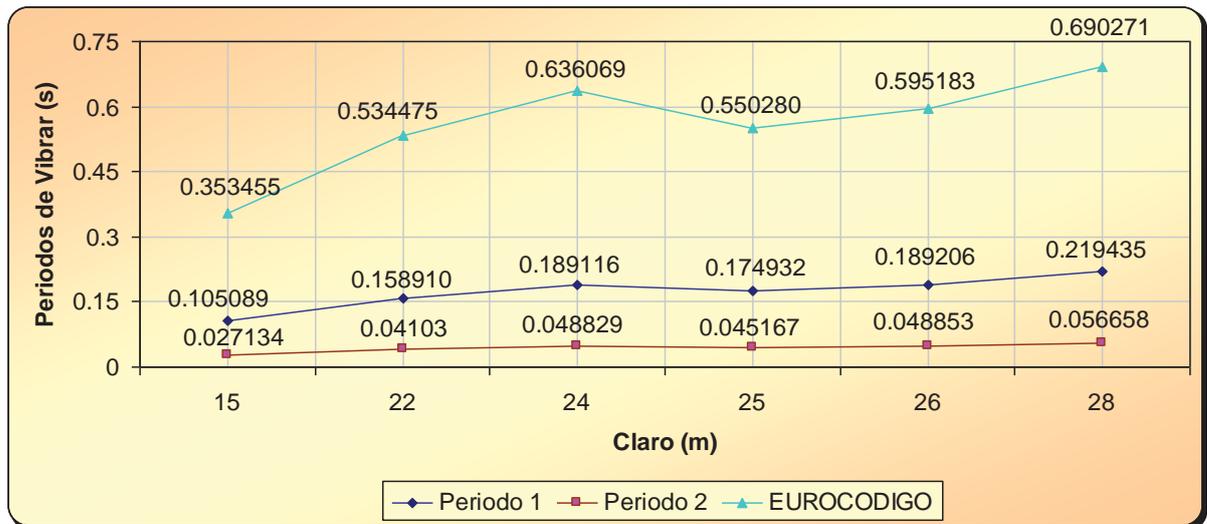


Figura 4.30 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 8m

En la Figura 4.31 se muestra la comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras y que tienen en común un ancho total de 10m obtenidos en el SAP2000 versión 9.1 y en el EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

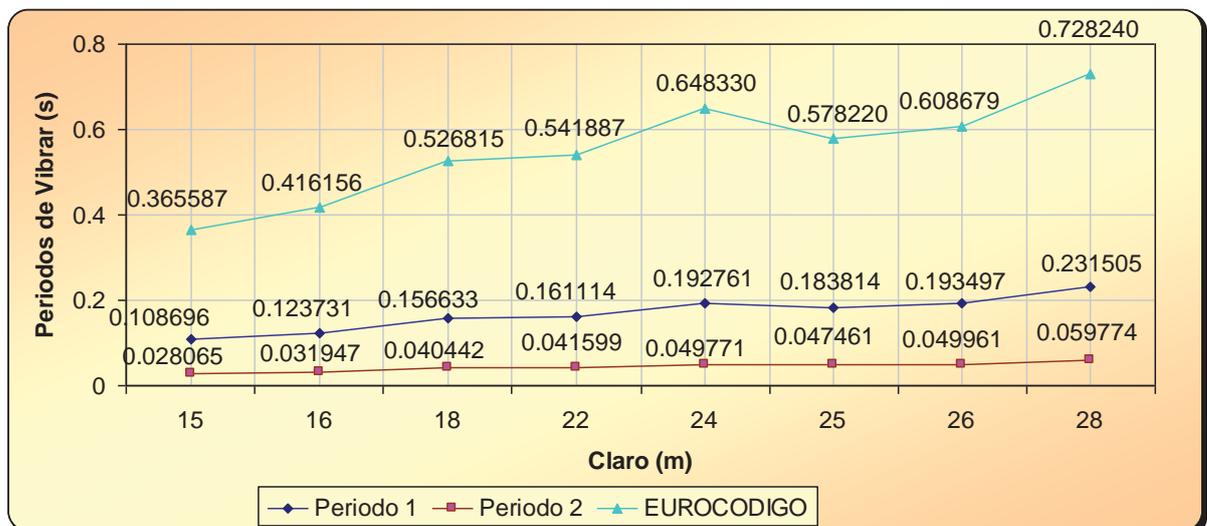


Figura 4.31 Comparación de los periodos de vibrar para puentes con Losa con 2 Nervaduras ancho total 10m

#### 4.4 Comparación con puentes reales tipo PIV

En la referencia Echeverría (2006) se tomaron los puentes que se analizaron en ese trabajo para hacer una comparación con los valores obtenidos en este trabajo con la finalidad de identificar que método es más preciso al calcular periodos de vibrar.



Los puentes que se estudiaron en la referencia anterior, son puentes tipo PIV (Puentes de Paso Inferior Vehicular) situados en la autopista México-Guadalajara en el tramo Morelia-Maravatío, en el estado de Michoacán, en los cuales se obtuvieron sus periodos de vibrar mediante un modelo en el SAP2000 y mediante mediciones con vibración ambiental.

Lo que se realizará es obtener los periodos de vibrar utilizando la expresión obtenida del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E).

#### 4.4.1 Puente Maravatío k157

Este puente está formado por 10 vigas "I" de sección constante, 5 vigas en cada claro.

En la Figura 4.32 se muestra la sección transversal de la viga así como sus propiedades estáticas.

No. de claros	Longitud de claros	Ancho de calzada	Área	$I_{xc}$	$I_{yc}$
2	26.70 m	10 m	0.5595 m <sup>2</sup>	0.1200 m <sup>4</sup>	0.0141 m <sup>4</sup>

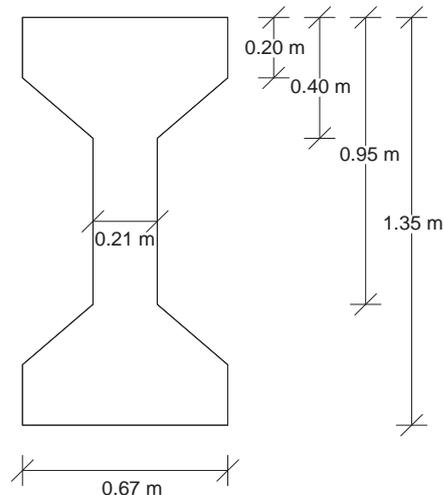


Figura 4.32 Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga "I" del puente k157

Para obtener el periodo de vibrar utilizando la expresión del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E) se toman algunos valores de la Tabla anterior, así como el valor de  $\bar{m} = 136.8807 \text{ kgf/m}$  (calculada en una hoja de cálculo),  $K = 2$  y  $E_c = 21715360690 \text{ N/m}^2$ , se sustituye en la fórmula (4.2), se obtiene

$$n_{1,B} = 3.896364 \square\square$$



Y sustituyendo este valor en la fórmula (4.3) obtenemos el valor del periodo de vibrar de este puente

$$T = 0.256649 \text{ s}$$

En la Tabla 4.9 se compara el valor obtenido con los valores calculados en la referencia Echeverría (2006).

Tabla 4.9 Periodos de vibrar para el puente k157

SAP2000	Vibración Ambiental	EUROCODIGO	
		K = 1	K = 2
0.270 s	0.274 s	1.026598 s	0.256649 s

#### 4.4.2 Puente Maravatío k187

Este puente está formado por 12 vigas "I" de sección constante, 6 vigas en cada claro.

En la Figura 4.33 se muestra la sección transversal de la viga así como sus propiedades estáticas.

No. de claros	Longitud de claros	Ancho de calzada	Área	$I_{xc}$	$I_{yc}$
2	24.85 m	7.70 m	0.4394 m <sup>2</sup>	0.0640 m <sup>4</sup>	0.0070 m <sup>4</sup>

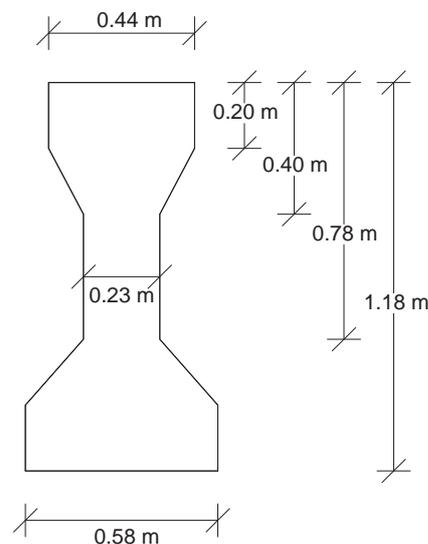


Figura 4.33 Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga "I" del puente k187

Para obtener el periodo de vibrar utilizando la expresión del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E) se toman algunos valores de la Tabla anterior, así como el valor de  $\bar{m} = 107.4985 \text{ kgf/m}$  (calculada en una hoja de cálculo),  $K = 2$  y  $E_c = 21715360690 \text{ N/m}^2$ , se sustituye en la fórmula (4.2), se obtiene

$$n_{1,B} = 3.706796 \text{ s}^{-1}$$



Y sustituyendo este valor en la fórmula (4.3) obtenemos el valor del periodo de vibrar de este puente

$$T = 0.269774 \text{ s}$$

En la Tabla 4.10 se compara el valor obtenido con los valores calculados en la referencia Echeverría (2006).

Tabla 4.10 Periodos de vibrar para el puente k187

SAP2000	Vibración Ambiental	EUROCODIGO	
		K = 1	K = 2
0.267 s	0.243 s	1.079099 s	0.269774 s

#### 4.4.3 Puente Maravatío k206

Este puente está formado por 12 vigas "I" de sección constante, 6 vigas en cada claro.

En la Figura 4.34 se muestra la sección transversal de la viga así como sus propiedades estáticas.

No. de claros	Longitud de claros	Ancho de calzada	Área	$I_{XC}$	$I_{YC}$
2	20.50 m	10 m	0.4042 m <sup>2</sup>	0.0567 m <sup>4</sup>	0.0064 m <sup>4</sup>

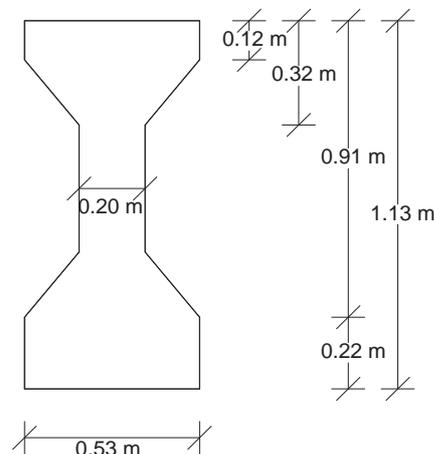


Figura 4.34 Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga "I" del puente k206

Para obtener el periodo de vibrar utilizando la expresión del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E) se toman algunos valores de la Tabla anterior, así como el valor de  $\bar{m} = 98.8868 \text{ kgf/m}$  (calculada en una hoja de cálculo),  $K = 2$  y  $E_c = 21715360690 \text{ N/m}^2$ , se sustituye en la fórmula (4.2), se obtiene

$$n_{1,B} = 5.345362 \text{ s}^{-1}$$



Y sustituyendo este valor en la fórmula (4.3) obtenemos el valor del periodo de vibrar de este puente

$$T = 0.187078 \text{ s}$$

En la Tabla 4.11 se compara el valor obtenido con los valores calculados en la referencia Echeverría (2006).

Tabla 4.11 Periodos de vibrar para el puente k206

SAP2000	Vibración Ambiental	EUROCODIGO	
		K = 1	K = 2
0.187 s	0.193 s	0.748312 s	0.187078 s

#### 4.4.4 Puente Maravatío k239

Este puente está formado por 6 vigas “I” de sección constante, 3 vigas en cada claro.

En la Figura 4.35 se muestra la sección transversal de la viga así como sus propiedades estáticas.

No. de claros	Longitud de claros	Ancho de calzada	Área	$I_{XC}$	$I_{YC}$
2	26.85 m	5.85 m	0.5610 m <sup>2</sup>	0.1125 m <sup>4</sup>	0.0126 m <sup>4</sup>

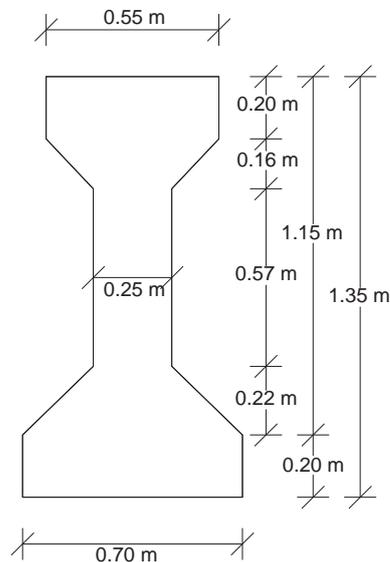


Figura 4.35 Sección Transversal y Propiedades Estáticas de una viga “I” del puente k239

Para obtener el periodo de vibrar utilizando la expresión del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E) se toman algunos valores de la Tabla anterior, así como el valor de  $\bar{m} = 137.2477 \text{ kgf/m}$  (calculada en una hoja de cálculo),  $K = 2$  y  $E_c = 21715360690 \text{ N/m}^2$ , se sustituye en la fórmula (4.2), se obtiene



$$n_{1,B} = 3.725613 \text{ □□}$$

Y sustituyendo este valor en la fórmula (4.3) obtenemos el valor del periodo de vibrar de este puente

$$T = 0.268412 \text{ □}$$

En la Tabla 4.12 se compara el valor obtenido con los valores calculados en la referencia Echeverría (2006).

Tabla 4.12 Periodos de vibrar para el puente k239

SAP2000	Vibración Ambiental	EUROCODIGO	
		K = 1	K = 2
0.260 s	0.246 s	1.073649 s	0.268412 s



## CAPÍTULO V

### CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES

Con este trabajo, se tiene una idea más clara de la importancia del modelado de puentes, así como de sus limitaciones. Debido a las características generales del tablero, se puede escoger modelos 1D (vigas y arcos) ó 2D (placas y láminas) siempre y cuando cumplan con ciertas características. Un modelo 3D es poco común utilizarlo ya que suele ser más frecuente un modelo 2D. Al tener definido el modelo, es necesario establecer las técnicas para realizar su análisis ya sea con una formulación fuerte o débil.

En el caso de los modelos tipo viga, las secciones transversales de tableros usualmente modeladas como una viga, son las secciones cajón, ya sean de concreto, metálicas o mixtas, las secciones en  $\pi$  y las secciones aligeradas.

Es importante la torsión en los tableros y es necesario establecer los parámetros para secciones de rigidez torsional débil, rigidez torsional intermedia y secciones con gran rigidez torsional. Es importante conocer que secciones tienen este tipo de rigideces.

En los modelos tipo emparrillado, se exige establecer la geometría de la malla y las características mecánicas del tablero, así como las condiciones de apoyo. Los tableros que se pueden analizar con este tipo de modelo son los tableros de vigas y losa, tableros de vigas formadas por celdas, tableros de losa, tableros formados por pseudos-losa y en plantas generales.

El modelo de losa proporciona una buena aproximación a su comportamiento estructural siempre y cuando cumpla con ciertas características. Los tableros que se pueden analizar con este tipo de modelo son los tableros de losa o pseudos-losa ya sean colados in-situ o mediante elementos prefabricados, algunos tableros de vigas y losa y losas rectas simplemente apoyada en sus secciones extremas.

El modelo lámina plegada es más sofisticado y su aplicación es más costosa pero tiene mayor eficiencia al predecir el estado tensional de estructuras de pared delgada. Las secciones transversales afines a este tipo de modelo pueden ser abiertas o cerradas y pueden tener una o varias células interiores, en función del ancho total. El modelo de lámina prismática recta simplemente apoyada sirve para encontrar una solución exacta o una solución mediante Bandas Finitas.



Cuando se realiza un análisis, la mayoría de los casos se determina los desplazamientos y las deformaciones en los nodos. Para realizar un modelo numérico es necesario comprender los principios básicos de Dinámica Estructural.

Los modelos que representan un sistema estructural son los modelos completos, modelos tipo marco y modelos formados por vigas. Los modelos que representan miembros estructurales individuales son los elementos línea, elementos placa o cascarón y los elementos sólidos.

Un modelo completo de un puente consiste en la superestructura y la subestructura. Estos modelos se usan para cuantificar la demanda sísmica por medio de un análisis modal espectral. Los modelos tipo marco consisten en formar marcos individuales de secciones del puente entre la junta que se permiten movimiento. Este tipo de modelo tiene una gran exactitud al cuantificar las características de la respuesta dinámica. Los modelos formados por vigas se usan principalmente para determinar la rigidez efectiva a flexión del sistema y calcula los estados límite de deformaciones. Estos modelos pueden incluir los efectos de la cimentación y se pueden combinar con los modelos de marco por marco.

Los elementos línea se utilizan para modelar columnas, vigas, resortes o amortiguadores. Estos pueden tener su masa uniformemente distribuida a lo largo del elemento o con la masa concentrada en sus puntos nodales. Los elementos placa o cascarón se utilizan para determinar los niveles locales de esfuerzos en tableros de puentes formados por celdas o pilas huecas o celulares. Los elementos sólidos se usan en casos limitados.

Cuando se modela la superestructura del puente, se contempla el modelado del tablero y del sistema de apoyo del tablero, el modelado de las pilas y cabezales. En el modelado de la superestructura intervienen la geometría y las características efectivas del miembro, la definición de los apoyos y conexiones, los efectos de cargas permanentes y la participación de la masa necesaria en el análisis. Cuando la superestructura no pueda considerarse como rígida, puede ser modelada como una parrilla o retícula formada por vigas o como un modelo esquelético. Cuando se tiene superestructuras con gran ancho, el modelo esquelético puede producir resultados erróneos.

Es necesario realizar un modelo numérico correcto de las columnas, debido a que son los elementos estructurales con mayor participación estructural, ya que deben de resistir las cargas verticales.

Los Puentes Tipo son puentes que fueron construidos después de los años 80s y hasta la fecha en carreteras del País. La Secretaría de Asentamientos Humanos y Obras Públicas realizó un manual de proyectos tipo de elementos de puentes y pasos a desnivel. Dentro de este manual se tienen puentes con losa plana maciza, losa plana aligerada, losas con nervaduras y losas con 2 nervaduras.

Las propiedades estáticas que se calcularon en este trabajo son el área de la sección transversal y los momentos de inercia centroidales respecto al eje x y y.



Una de las propiedades dinámicas más importantes en todo tipo de estructuras son los periodos de vibrar. Se calcularon estos periodos de vibrar con el programa SAP2000 versión 9.1 en el cual usa un modelo de masas concentradas.

Al haber realizado los modelos, se obtuvo que el periodo fundamental de los puentes tipo oscila entre 0.10 a 0.24s. Se comparó estos periodos de vibrar con los valores obtenidos con la expresión propuesta en el EUROCÓDIGO EN 1991-1-4:2005(E) en donde los periodos de vibrar oscilan entre 0.33 a 0.73s.

Al realizar la comparación con los puentes tipo PIV, se deduce que la expresión del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E) solo se debe de aplicar a puentes que tengan 2 o más claros, ya que si solo tiene un solo claro, el periodo de vibrar es muy elevado comparado con los valores obtenidos del SAP2000 y de la medición de vibración ambiental.

### **5.1 Recomendaciones**

Para trabajos futuros, se recomienda modelar tableros de puentes utilizando modelos tipo emparrillado, losa y lámina plegada para tener una idea de los periodos de vibrar para puentes más grandes que no se pueden modelar como una simple viga.

También es necesario tener idea de los métodos de análisis cuando se determina una formulación fuerte o débil, esto sirve para cuando se obtengan los resultados, poder confiar en ellos.

Cuando se revise una sección transversal, es necesario asegurarnos de su clasificación para determinar que tipo de modelo que puede utilizar para modelarla, ya que se puede cometer algún error debido a que se puede confundir a la hora de seleccionar un modelo.

Es necesario cuando se analice un tablero como un modelo tipo viga, tener en cuenta que tipo de torsión tiene la sección transversal que se analiza, para así establecer los parámetros mecánicos para estudiar la torsión.

Cabe aclarar, que cuando se analiza un tablero como un modelo tipo emparrillado, este es un método aproximado, no exacto, y debe de cumplir con ciertas características las vigas que forman el tablero, si esto no se cumple, se debe de encontrar una solución, ya sea reduciendo el número de vigas ya que no se puede cambiar al modelo tipo losa debido a que este modelo es muy complejo.

Solo cuando se tienen tableros ligeros y con rigidez y con formas estructurales más eficientes, es necesario utilizar el modelo tipo lámina plegada, ya que es la mejor solución pero es una aplicación muy costosa.



Cuando se analiza un puente con grandes claros dinámicamente, es necesario determinar si se puede utilizar un modelo simplificado o un modelo completo, ya que no se sabe si la excitación sísmica se pueda presentar en cada apoyo.

También es necesario determinar que modelo escoger dependiendo si se desea representar u sistema estructural o sólo los miembros estructurales individuales.

Se recomienda modelar tableros con diferentes tipos de modelos para determinar sus características dinámicas.

Es necesario, modelar los Puentes Tipo empleando la masa uniformemente distribuida, ya que sólo se modelaron con masas concentradas, y así determinar los periodos de vibrar.

Es importante verificar las dimensiones de las secciones transversales de los Puentes Tipo, ya que esto depende para la hora del análisis, debido a que se tienen que calcular el área y los momentos de inercia. Si se comete algún error, se mostrará en los periodos de vibrar.

Se debe tener mucho cuidado a la hora de utilizar el SAP2000, ya que si no se introducen los valores correctos y las unidades que se utilizan, se puede tener un error en los datos que arroja y tener una idea falsa de los periodos de vibrar.

Se recomienda modelar estos puentes con diferentes pesos volumétricos, y diferente resistencia del concreto, ya que sólo se tomo la resistencia especificada en los planos de los Puentes Tipo.

Se tomo un Concreto Clase I, debido a que se especifica en los planos, pero se puede modelar los Puentes Tipo con un Concreto Clase II y así poder determinar el módulo de elasticidad, ya que en las Normas Técnicas de Construcción, se encuentran diferentes expresiones para calcular el módulo de elasticidad.

También se puede analizar estos puentes con diferente distribución de masas concentradas, ya que solo se aplicaron 2 masas y es por eso que solo se obtuvieron 2 periodos de vibrar. Si es necesario obtener más periodos de vibrar, se deben de añadir más masas concentradas.

Se recomienda analizar los Puentes Tipo con diferentes programas, para así obtener sus periodos de vibrar y poderlos comparar, para así tener una idea más clara de los valores que se obtuvieron en este trabajo, debido a que se pudo cometer algún error y estos valores no sean reales.

También es importante tener una idea de cómo se deforma la el modelo, ya que se pueden obtener valores pero el modelo no se deforma como se espera.

Se recomienda aplicar la expresión del EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E) solo en puentes con 2 o más claros.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Monleón S.C., (1997), "Ingeniería de Puentes. Análisis Estructural", Universidad Politécnica de Valencia.
- Priestley M.J.N. y Calvi G.M., (1996), "Seismic Design and Retrofit of Bridges", John Wiley & Sons, Inc.
- SAHOP, (1980), "Proyectos Tipo de Elementos de Concreto Reforzado", Parte I, Puentes para Carreteras.
- Echeverría M.B.T., (2006), "Obtención de las Propiedades Dinámicas de cuatro puentes Tipo PIV", Tesis de maestría, UMSNH.
- Suárez L.E. y Vázquez D., (2004), "Introducción Visual a SAP2000", Seminario Internacional de Computers & Structures, Inc.
- "Manual Simplificado de Diseño para Puentes, Usando SAP2000", [www.ssingenieria.com](http://www.ssingenieria.com).
- EUROCODIGO EN 1991-1-4:2005(E)
- [www.construaprende.com](http://www.construaprende.com)
- <http://sourceforge.net/projects/secciones>