

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

Tesina



Facultad de
Ingeniería Civil

Análisis de Armaduras Tridimensionales con el Método de las Rigideces



Para obtener el título de:
Ingeniero Civil
Presenta: Pablo Cesar
Domínguez Martínez

Asesora: *M.I. Alma*
Rosa Sánchez Ibarra

Marzo 2010//Morelia

Índice

Introducción	4
Objetivo	5
Capítulo 1. Método de las rigideces para el análisis de armaduras	6
1.1 Sistemas de referencia	6
1.2 Determinación de la matriz de rigideces	9
1.3 Rotación de ejes	19
Rotación del sistema local al global	19
Rotación del sistema global al local	22
1.4 Aplicación para el análisis de armaduras en 2D y 3D	23
Armaduras en 2D	23
Armaduras en 3D	24
Capítulo 2. Fundamentos de Programación	26
2.1 Lenguajes de Programación	26
2.2 Tipos de programación	31
Programación estructurada (PE)	31
Programación modular	32
Programación orientada a objetos (POO)	32
Programación concurrente	33
Programación funcional	33
Programación lógica	33
2.3 Programación en Fortran	34
Normas de escritura de un programa en FORTRAN	34
Características nuevas en Fortran 90	35
Estructura del Programa	36
Variables y constantes	37
Tipos de datos	37
Control de secuencia	38
Entrada y salida	38
Subprogramas	39

Capítulo 3. Desarrollo de un programa para el análisis de Armaduras tridimensionales 40

3.1 Presentación del Programa 40

3.2 Diagrama de flujo 41

3.3 Código fuente 42

3.4 Manual de usuario 50

Capítulo 4. Ejemplos de aplicación 56

4.1 Desarrollo de ejemplos de manera manual 55

4.2 Desarrollo de ejemplos con el programa 72

Conclusiones 79

Bibliografía 80

Análisis de Armaduras Tridimensionales con el Método de las Rigideces

Introducción

La importancia de la infraestructura dentro del país cada vez va tomando nuevos caminos, debido a que se necesita ir mejorando y desarrollando nuevas tecnologías para una mayor eficiencia. El ingeniero es una parte importante para este desarrollo ya que su participación es fundamental en muchos campos, como en el de la seguridad y correcta ejecución de las estructuras.

A medida que avanza la tecnología, las herramientas que tenemos a nuestra disposición son cada vez más. Por esa misma razón el ingeniero debe actualizarse y buscar maneras de realizar su trabajo de una forma más eficiente, adquiriendo el conocimiento para poder interpretar y aplicar las herramientas que se van desarrollando.

Por lo anterior, es importante que el ingeniero tenga una preparación adecuada, además de tener a la mano y saber utilizar herramientas tales como la computadora y su programación, para poder utilizarlas en la solución de problemas relacionados con su profesión e interpretar los resultados que arrojan.

En este trabajo se desarrolla el método de las rigideces, así como una breve explicación de la programación, particularmente la programación en Fortran, así como el desarrollo de un programa de análisis de armaduras tridimensionales para el método de las rigideces. También se han propuesto algunos ejemplos para solucionarlos de manera manual y con el programa.

Objetivo

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar la aplicación del método de las rigideces en armaduras tridimensionales, además de desarrollar un programa en lenguaje Fortran, que facilite el análisis de este tipo de estructuras, reduciendo enormemente el tiempo que se requiere para llevar a cabo esta tarea.

Capítulo 1. Método de las rigideces para el análisis de armaduras

El método de las rigideces es un método de cálculo aplicable a estructuras tanto isostáticas como hiperestáticas compuestas por barras que se comportan elástica y linealmente.

También conocido con el nombre de método de los desplazamientos, es el método más utilizado para el análisis de estructuras, debido a su fácil sistematización e implementación en computadoras, así como de su fácil uso para condiciones generales.

En general las condiciones que deben cumplirse con este método de análisis son: el equilibrio entre esfuerzos internos y fuerzas externas, la continuidad de la estructura y la relación de los esfuerzos con sus deformaciones.

1.1 Sistemas de referencia

Para el análisis de la estructura nos guiaremos por dos sistemas de referencia, el sistema global, el cual estará indicado con: x' , y' , z' , que hace referencia a la totalidad de la estructura; el otro sistema de referencia será el local, el cual estará referenciado para cada elemento de la estructura, este sistema de referencia estará indicado por: x , y , z .

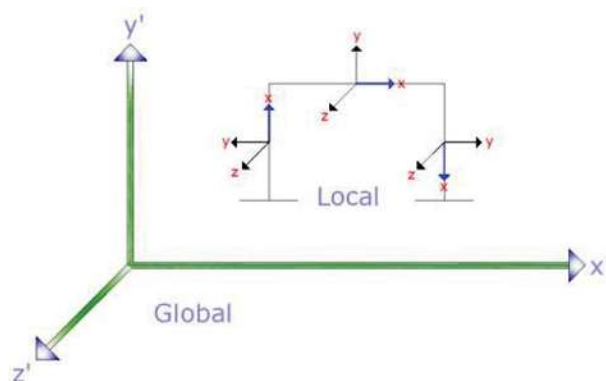


Figura 1.1 Sistemas de referencia

Para poder identificar los extremos de las barras, indicaremos con 1 el comienzo de la barra y con 2 el final de la misma.



Figura 1.2 Extremos de una barra cualquiera

Como en una estructura podemos encontrar más de 1 barra que llega al mismo nodo, facilitaremos el inicio y terminación de una manera más sencilla, como se muestra a continuación.



Figura 1.3 Nomenclatura

Donde se puede observar que el inicio de la barra se representa con el inicio de una flecha y el final de la barra con la punta de la flecha.

Es importante tener en cuenta que todas las estructuras cumplen con condiciones de equilibrio y compatibilidad.

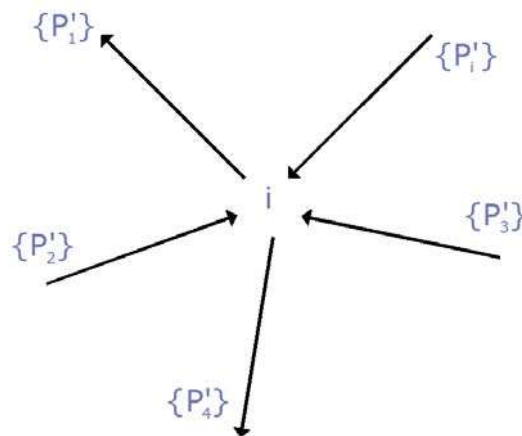


Figura 1.4 Nodo i de una estructura cualquiera

Por lo que de la figura se puede observar lo siguiente:

$$\text{Equilibrio: } \{P_i'\} = \{P_{1\ 1}'\} + \{P_{2\ 2}'\} + \{P_{2\ 3}'\} + \{P_{1\ 4}'\} \quad (1.1)$$

$$\text{Compatibilidad: } \{d_i'\} = \{d_{1\ 1}'\} = \{d_{2\ 2}'\} = \{d_{2\ 3}'\} = \{d_{1\ 4}'\} \quad (1.2)$$

En la figura siguiente se muestra una barra sujeta a 2 vectores: $\{P_1\}$ y $\{P_2\}$, los cuales generan desplazamientos en cada extremo: $\{d_1\}$ y $\{d_2\}$.

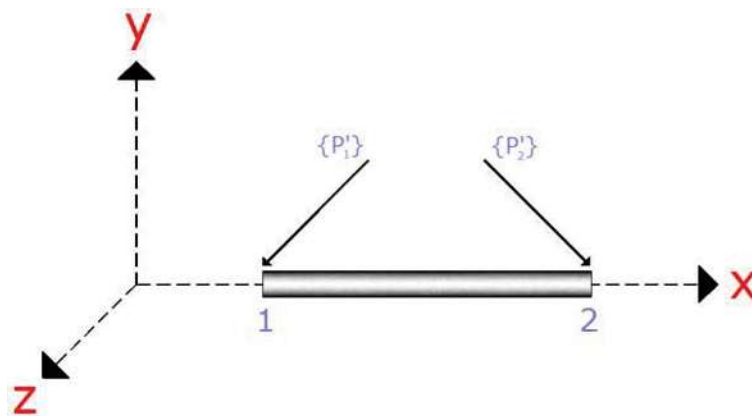


Figura 1.5 Barra sujeta a cargas en cada extremo

De una forma matricial podemos acoplar los vectores de cargas y desplazamientos:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{2,1} \\ K_{2,1} & K_{2,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \quad (1.3)$$

Donde puede observarse que la relacione entre estos vectores la establece la matriz de rigideces, por lo que podemos escribirla de la manera siguiente:

$$\{P\} = [K]\{d\} \quad (1.4)$$

A esta ecuación la llamaremos: Ecuación fuerza-desplazamiento.



1.2 Determinación de la matriz de rigideces

En general, un sólido deformable real, como cualquier medio continuo es un sistema físico con un número infinito de grados de libertad. Así sucede que en general para describir la deformación de un sólido necesitándose explicitar un campo vectorial de desplazamientos sobre cada uno de sus puntos. Este campo de desplazamientos en general no es reducible a un número finito de parámetros, y por tanto un sólido deformable de forma totalmente general no tiene un número finito de grados de libertad.

Sin embargo, para barras elásticas, el campo de desplazamientos viene dado por la llamada curva elástica cuya deformación siempre es reducible a un conjunto finito de parámetros. En concreto, fijados los desplazamientos y giros de las secciones extremas de una barra elástica, queda completamente determinada su forma.

De esta forma el desplazamiento de un punto tendrá 6 componentes, como se muestra a continuación:

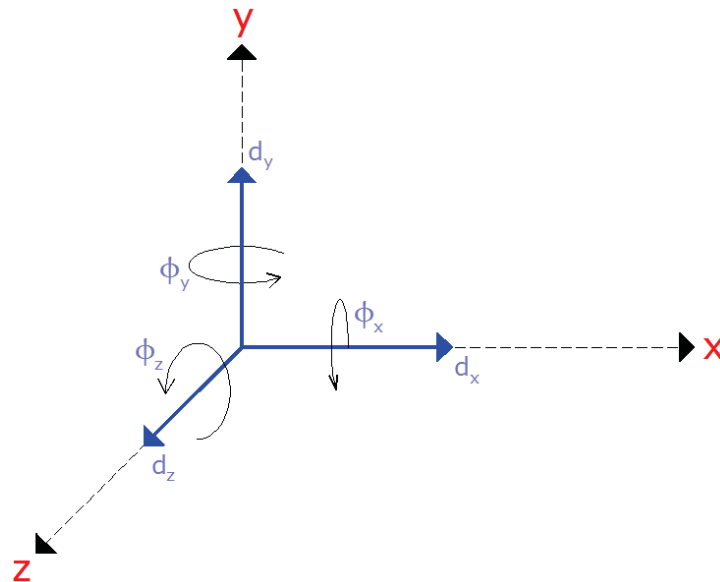


Figura 1.6 Componentes del vector de desplazamientos



También las fuerzas tienen 6 componentes:

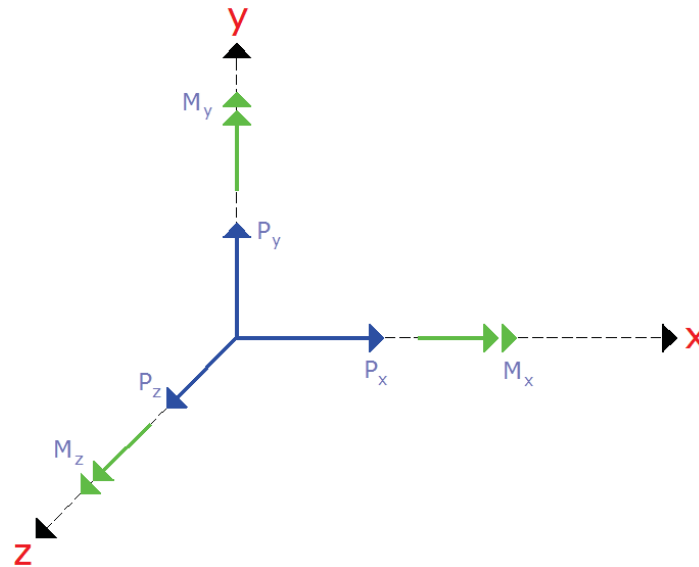


Figura 1.7 Componentes del vector de cargas

En forma matricial tenemos:

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_z \end{Bmatrix} \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix}$$

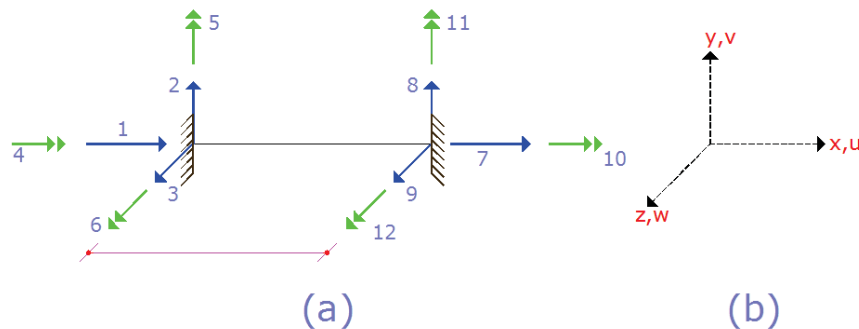
Para construir la matriz de rigidez de la estructura es necesario asignar previamente a cada barra individual una matriz de rigidez elemental. Esta matriz depende exclusivamente de:

1. Las condiciones de enlace en sus dos extremos
2. Las características de la sección transversal de la barra: área, momentos de área (momentos de inercia de la sección) y las características geométricas generales como la longitud de la barra.
3. El número de grados de libertad por nodo, que depende de si se trata de problemas bidimensionales (planos) o tridimensionales.
4. Las propiedades mecánicas del material



La matriz elemental relaciona las fuerzas nodales equivalentes y las fuerzas aplicadas sobre la barra con los desplazamientos y giros sufridos por los extremos de la barra. La rigidez será la fuerza que es producida por un desplazamiento unitario.

Una barra recta tridimensional tiene 6 grados de libertad por nudo (3 de traslación y 3 de rotación), como se indica a continuación:



En la figura (a) podemos observar las traslaciones representadas con una flecha con una sola punta (1,2,3,7,8,9), y las rotaciones con doble punta en la flecha (4,5,6,10,11,12), así como en la figura (b) el sistema de referencia tomado.

Como la barra tiene dos nodos, la matriz de rigidez es una matriz de 12×12 , ya que para cada nudo tendríamos 6 grados de libertad como se dijo anteriormente.

Para conocer el primer elemento de la matriz, vamos a aplicar un desplazamiento unitario:

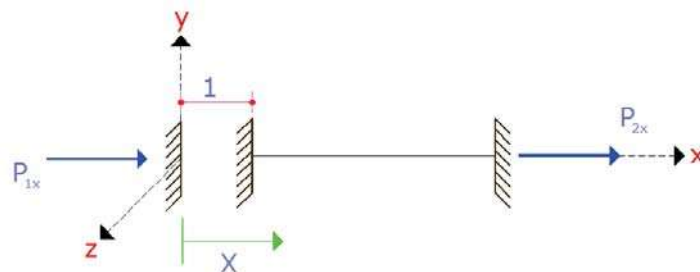


Figura 1.8 Desplazamiento unitario horizontal, extremo 1

Para poder hacer más sencilla la determinación de la rigidez se considera el elemento doblemente empotrado.

La **rigidez axial** de una barra recta es una medida de su capacidad para resistir intentos de alargamiento o acortamiento por la aplicación de cargas según su eje. En este caso la rigidez depende sólo del área de la sección transversal (A), el módulo de Young del material de la barra (E) y la longitud de la siguiente manera:

$$K_x = \frac{N_x}{\delta_x} = \frac{EA}{L} = P_{1x} \quad (1.5)$$

Para que este en equilibrio tenemos lo siguiente:

$$\sum F_x = 0$$

$$P_{1x} + P_{2x} = 0$$

$$P_{2x} = -\frac{EA}{L}$$

De tal manera que la barra nos quedaría de la siguiente forma:

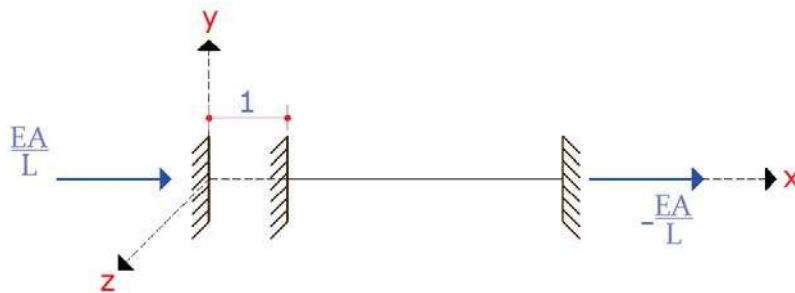


Figura 1.9 Rigidez axial debida a un desplazamiento horizontal

De una manera similar, podemos aplicar un desplazamiento unitario en cada dirección, por lo que podemos obtener lo siguiente:



La **rigidez flexional** de una barra recta es la relación entre el momento flector aplicado en uno de sus extremos y el ángulo girado por ese extremo al deformarse cuando la barra está empotrada en el otro extremo. Para barras rectas de sección uniforme existen dos coeficientes de rigidez según la dirección del momento flector.

Esta rigidez está dada como se indica a continuación:

$$K_y = \frac{M_y}{\theta_y} = \frac{EI_y}{L} \quad K_z = \frac{M_z}{\theta_z} = \frac{EI_z}{L} \quad (1.6)$$

La **rigidez cortante** es la relación entre los desplazamientos verticales de un extremo de una viga y el esfuerzo cortante aplicado en los extremos para provocar dicho desplazamiento. En barras rectas de sección uniforme existen dos coeficientes de rigidez según cada una de las direcciones principales:

$$K_y = \frac{V_y}{\delta_y} = \frac{12EI_y}{L^3} \quad K_z = \frac{V_z}{\delta_z} = \frac{12EI_z}{L^3} \quad (1.7)$$

Para representar adecuadamente los desplazamientos lineales inducidos por la flexión, y los giros angulares inducidos por el cortante, se define la **rigidez mixta cortante-flexión** que para una barra recta resulta ser igual a:

$$K_y = \frac{6EI_y}{L^2} \quad K_z = \frac{6EI_z}{L^2} \quad (1.8)$$

La **rigidez torsional** en una barra recta de sección uniforme es la relación entre el momento de torsión aplicado en uno de sus extremos y el ángulo girado por este extremo, al mantener fijo el extremo opuesto de la barra:

$$K_{tors} = \tau_{tors} = \frac{M_x}{\theta_x} = \frac{GJ}{L} \quad (1.9)$$

Por lo tanto a continuación se representan los desplazamientos que se generan en una barra recta tridimensional:



1. Desplazamiento en dirección x, extremo 1

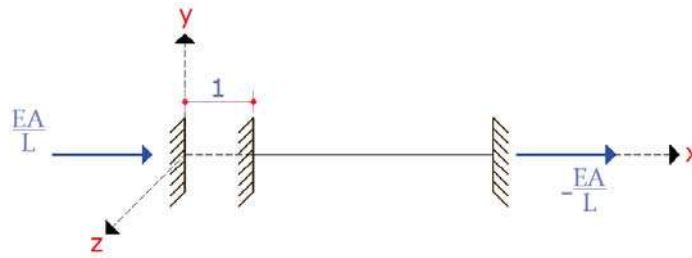


Figura 1.10 Coeficientes de Rigidez para d1=1

2. Desplazamiento en dirección y, extremo 1

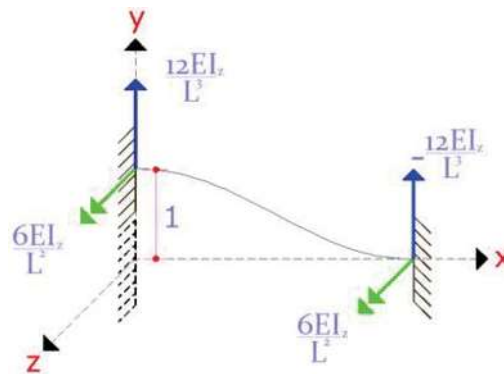


Figura 1.11 Coeficientes de rigidez para d2=1

3. Desplazamiento en dirección z, extremo 1

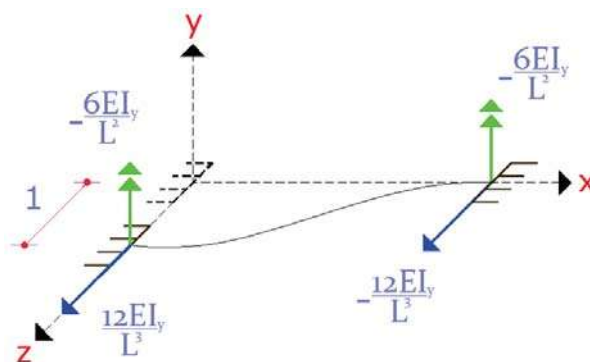


Figura 1.12 Coeficientes de rigidez para d3=1

4. Giro alrededor del eje x, extremo 1

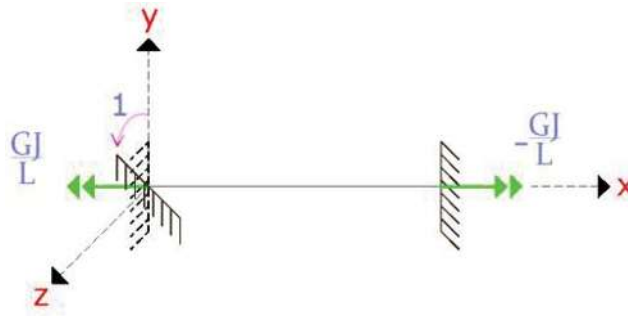


Figura 1.13 Coeficientes de rigidez para d4=1

5. Giro alrededor del eje y, extremo 1

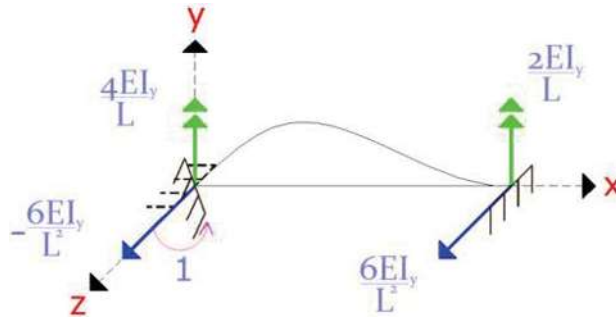


Figura 1.14 Coeficientes de rigidez para d5=1

6. Giro alrededor del eje z, extremo 1

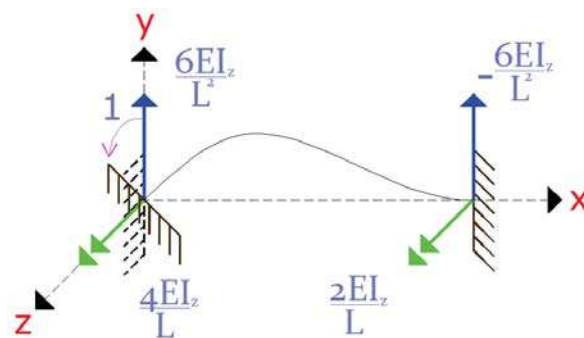


Figura 1.15 Coeficientes de rigidez para d6=1

7. Desplazamiento en dirección x, extremo 2

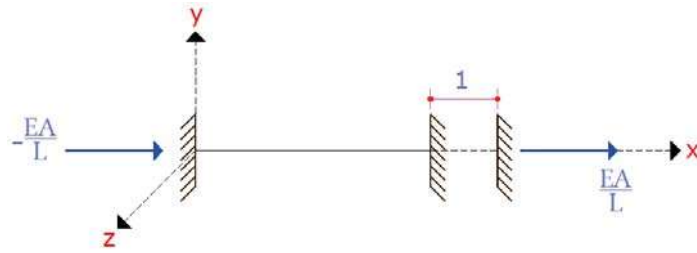


Figura 1.16 Coeficientes de Rigidez para d7=1

8. Desplazamiento en dirección y, extremo 2

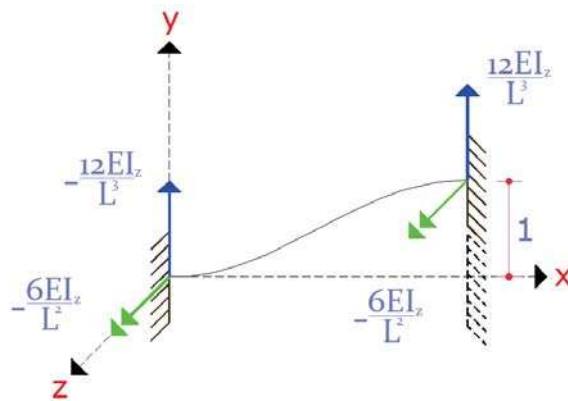


Figura 1.17 Coeficientes de rigidez para d8=1

9. Desplazamiento en dirección z, extremo 2

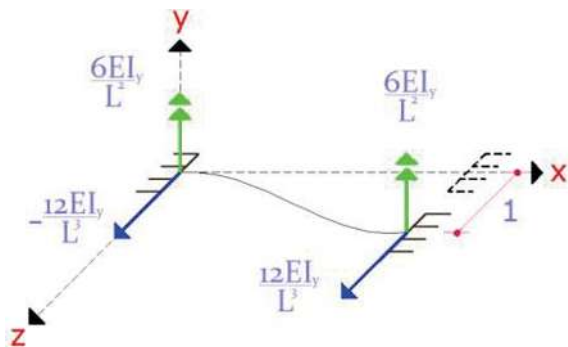


Figura 1.18 Coeficientes de rigidez para d9=1

10. Giro alrededor del eje x, extremo 2



Figura 1.19 Coeficientes de rigidez para d10=1

11. Giro alrededor del eje y, extremo 2

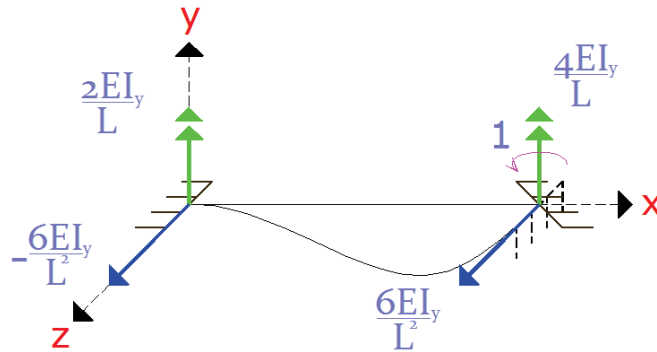


Figura 1.20 Coeficientes de rigidez para d11=1

12. Giro alrededor del eje z, extremo 2

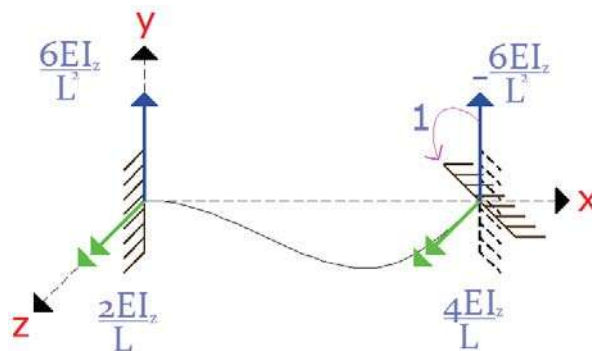


Figura 1.21 Coeficientes de rigidez para d12=1

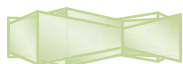
Para determinar finalmente la ecuación fuerza desplazamiento de la barra, hacemos la sustitución del vector $\{P\}$, así como de las rigideces encontradas, por lo tanto la ecuación nos queda como se muestra a continuación:

$$\begin{Bmatrix} N_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{1z} \\ M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \\ N_{2x} \\ V_{2y} \\ V_{2z} \\ M_{2x} \\ M_{2y} \\ M_{2z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \\ \phi_{1x} \\ \phi_{1y} \\ \phi_{1z} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ d_{2z} \\ \phi_{2x} \\ \phi_{2y} \\ \phi_{2z} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 1.10 Fuerza-Desplazamiento para una barra tridimensional

La matriz está compuesta de 4 submatrices de 6×6 que toman los mismos valores (salvo el signo), así que podemos escribir la ecuación de la siguiente manera:

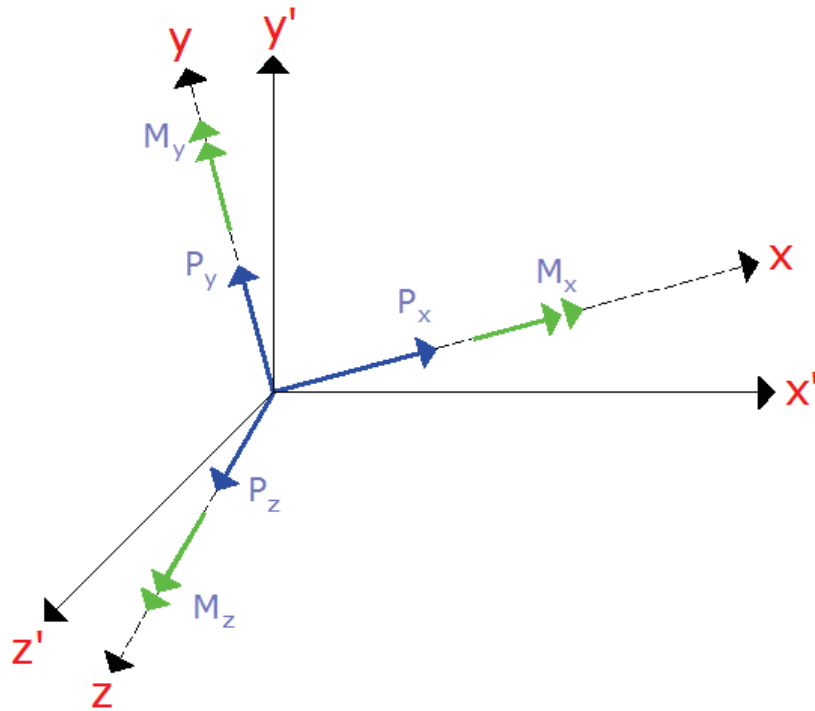
$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{2,1} \\ K_{2,1} & K_{2,2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \quad (1.11)$$



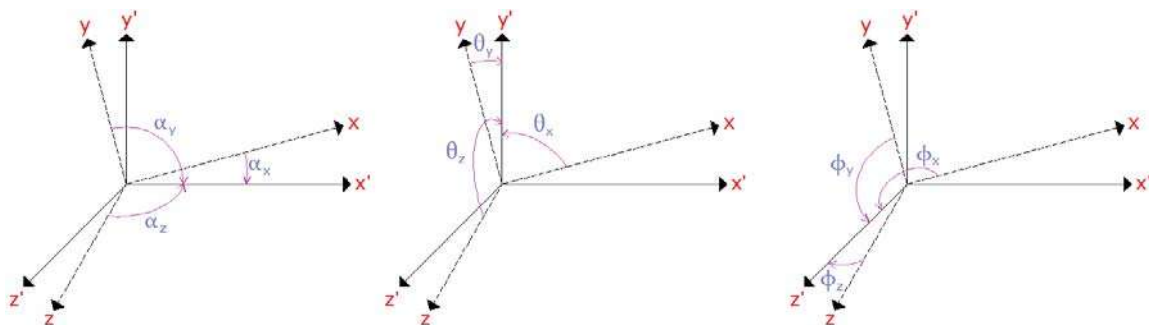
1.3 Rotación de ejes

Rotación del sistema local al global

En la figura siguiente se puede observar el vector de cargas en el sistema local, girado respecto al sistema global.



Los ángulos formados respecto al sistema global se muestran a continuación:



Por lo tanto, las fuerzas en el sistema global están dadas por:

$$\begin{aligned} P'_x &= P_x \cos \alpha_x + P_y \cos \alpha_y + P_z \cos \alpha_z \\ P'_y &= P_x \cos \theta_x + P_y \cos \theta_y + P_z \cos \theta_z \\ P'_z &= P_x \cos \phi_x + P_y \cos \phi_y + P_z \cos \phi_z \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} M'_x &= M_x \cos \alpha_x + M_y \cos \alpha_y + M_z \cos \alpha_z \\ M'_y &= M_x \cos \theta_x + M_y \cos \theta_y + M_z \cos \theta_z \\ M'_z &= M_x \cos \phi_x + M_y \cos \phi_y + M_z \cos \phi_z \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\text{Llamando: } \cos \alpha_i = l_i ; \cos \theta_i = m_i ; \cos \phi_i = n_i \quad (1.14)$$

Sustituyendo en las ecuaciones 1.12 y 1.13 las ecuaciones 1.14 y mostrándolo en notación matricial nos queda como se indica a continuación:

$$\begin{Bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \\ M'_x \\ M'_y \\ M'_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l_x & l_y & l_z & 0 & 0 & 0 \\ m_x & m_y & m_z & 0 & 0 & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_x & l_y & l_z \\ 0 & 0 & 0 & m_x & m_y & m_z \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (1.15)$$

La matriz de 6x6 se conoce como matriz de rotación ortogonal [T]. Esta matriz se utiliza para transformar los desplazamientos y fuerzas del sistema local al global, por lo tanto la ecuación 1.15 en forma simplificada nos queda:

$$\{P'\} = [T]\{P\} \quad (1.16)$$

Donde:

{P'} Vector de cargas en el sistema global

{T} Matriz de rotacion o transformacion

{P} Vector de cargas en el sistema local

De la misma manera el vector de desplazamientos que obtenemos es el siguiente:

$$\{d'\} = [T]\{d\} \quad (1.17)$$

De esta ecuación podemos obtener:

$$\{d\} = [T]^{-1}\{d'\}$$

Pero como la matriz $[T]$ es ortogonal, $[T]^{-1} = [T]^t$

Por lo tanto:

$$\{d\} = [T]^t\{d'\} \quad (1.18)$$

Recordando la ecuación fuerza-desplazamiento para una barra en el sistema local y desarrollando el producto obtenemos:

$$\{P_1\} = [K_{1,1}]\{d_1\} + [K_{1,2}]\{d_2\} \quad (1.19)$$

$$\{P_2\} = [K_{2,1}]\{d_1\} + [K_{2,2}]\{d_2\} \quad (1.20)$$

Premultiplicando las ecuaciones 1.19 y 1.20 por la matriz de rotación $[T]$ y sustituyendo la ecuación 1.18 nos queda:

$$[T]\{P_1\} = [T][K_{1,1}][T]^t\{d'_1\} + [T][K_{1,2}][T]^t\{d'_2\} \quad (1.21)$$

$$[T]\{P_2\} = [T][K_{2,1}][T]^t\{d'_1\} + [T][K_{2,2}][T]^t\{d'_2\} \quad (1.22)$$

Sustituyendo la ecuación 1.21 resulta:

$$\{P'_1\} = [T][K_{1,1}][T]^t\{d'_1\} + [T][K_{1,2}][T]^t\{d'_2\} \quad (1.23)$$

$$\{P'_2\} = [T][K_{2,1}][T]^t\{d'_1\} + [T][K_{2,2}][T]^t\{d'_2\} \quad (1.24)$$

De estas ecuaciones se puede observar que los vectores de carga y desplazamiento están en el sistema de referencia global, ya que:

$$\{P'\} = [K']\{d'\}$$

De lo que podemos concluir

$$[K'_{i,j}] = [T][K_{i,j}][T]^t \quad (1.25)$$

Esta ecuación nos representa la rotación de las submatrices de rigideces del sistema local al global, de manera que tenemos:

$$\{P'_1\} = [K'_{1,1}]\{d'_1\} + [K'_{1,2}]\{d'_2\} \quad (1.26)$$

$$\{P'_2\} = [K'_{2,1}]\{d'_1\} + [K'_{2,2}]\{d'_2\} \quad (1.27)$$

Que son las ecuaciones fuerza desplazamiento de la barra en el sistema de referencia global.

Rotación del sistema global al local

Cuando se han determinado los desplazamientos en cada uno de los grados de libertad de la estructura, se calculan los elementos mecánicos (carga axial, fuerzas cortantes y momentos flexionantes), se necesita rotarlos al sistema local ya que se encuentran en el global, para hacerlo solo basta multiplicar la fuerza por la matriz de rotación transpuesta:

$$\{P\} = [T]^t \{P'\} \quad (1.28)$$



1.4 Aplicación para el análisis de armaduras en 2D y 3D

Armaduras en 2D

Sabemos que la ecuación fuerza-desplazamiento de una barra es:

$$\{P'\} = [K']\{d'\}$$

Además sabemos que:

$$[K'_{ij}] = [T][K_{ij}][T]^t$$

La matriz de rotación $[T]$ para una armadura plana la podemos obtener como se indica a continuación:

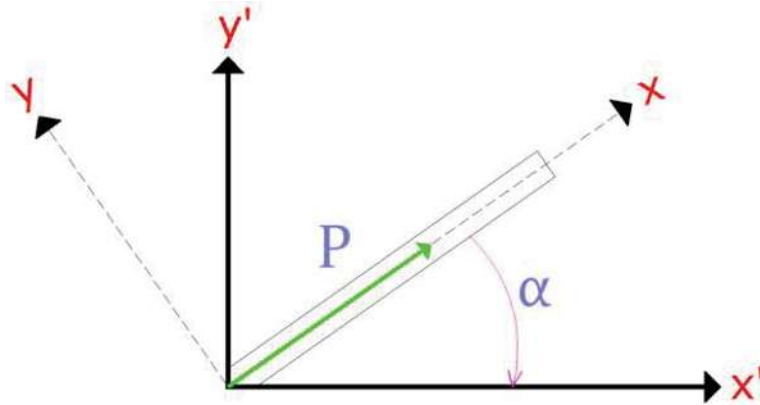


Figura 1.22 Sistema de referencia local y global

$$\begin{aligned} P'_x &= P \cos \alpha \\ P'_y &= P \sin \alpha \end{aligned} \quad (1.29)$$

Además:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{x_2 - x_1}{L} \\ \sin \alpha &= \frac{y_2 - y_1}{L} \\ L &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned}$$



Podemos llamar: $\cos \alpha = l$; $\sin \alpha = m$, en forma matricial tenemos:

$$\begin{Bmatrix} P'_x \\ P'_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l \\ m \end{bmatrix} P \quad (1.30)$$

La matriz de rotación es:

$$[T] = \begin{bmatrix} l \\ m \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

De la matriz de 12x12 y considerando sólo la rigidez axial de las barras:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

De donde:

$$\begin{aligned} K_{1,1} &= \frac{EA}{L} & K_{1,2} &= -\frac{EA}{L} \\ K_{2,1} &= -\frac{EA}{L} & K_{2,2} &= \frac{EA}{L} \end{aligned} \quad (1.33)$$

En estas ecuaciones se puede observar que:

$$[K'_{1,2}] = [K'_{2,1}] = -[K'_{1,1}] \quad [K'_{2,2}] = [K'_{1,1}] \quad (1.33)$$

Por lo tanto la rigidez para armaduras planas está dada por:

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} l \\ m \end{bmatrix} \left[\frac{EA}{L} \right] \begin{bmatrix} l & m \end{bmatrix} \quad [K'_{1,1}] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} l^2 & lm \\ ml & m^2 \end{bmatrix} \quad (1.34)$$



Armaduras en 3D

De la misma manera que se determino la matriz de rotación para las armaduras en 2D lo haremos para determinarla en las armaduras en 3 dimensiones, por lo que partiremos de la siguiente figura:

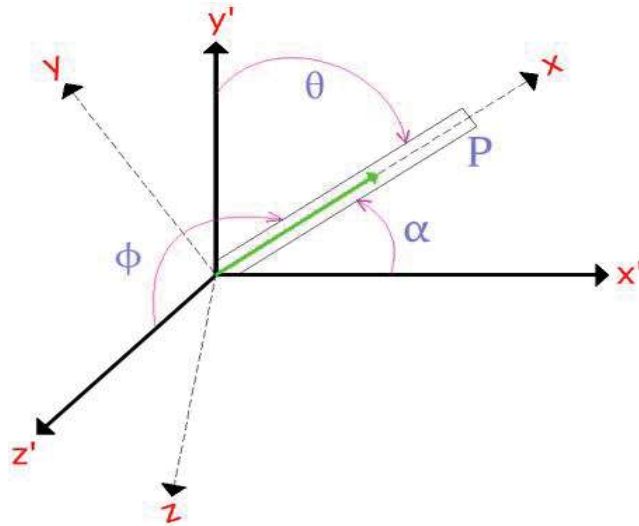
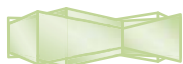


Figura 1.23 Sistema de referencia local y global

$$\begin{aligned} P'_x &= P \cos \alpha \\ P'_y &= P \cos \theta \\ P'_z &= P \cos \phi \end{aligned} \quad (1.35)$$

Además:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{x_2 - x_1}{L} \\ \cos \theta &= \frac{y_2 - y_1}{L} \\ \cos \phi &= \frac{z_2 - z_1}{L} \\ L &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \end{aligned}$$



Podemos llamar: $\cos \alpha = l$, $\cos \theta = m$, $\cos \phi = n$, en forma matricial tenemos:

$$\begin{Bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ P'_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} P \quad (1.36)$$

La matriz de rotación es:

$$[T] = \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

De la matriz de 12x12 y considerando sólo la rigidez axial de las barras:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix}$$

De donde:

$$\begin{aligned} K_{1,1} &= \frac{EA}{L} & K_{1,2} &= -\frac{EA}{L} \\ K_{2,1} &= -\frac{EA}{L} & K_{2,2} &= \frac{EA}{L} \end{aligned}$$

De estas ecuaciones se puede observar que:

$$[K'_{1,2}] = [K'_{2,1}] = -[K'_{1,1}] \quad [K'_{2,2}] = [K'_{1,1}] \quad (1.38)$$

Por lo tanto la rigidez para armaduras tridimensionales está dada por:

$$\begin{aligned} [K'_{1,1}] &= \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \frac{EA}{L} [l \ m \ n] \\ [K'_{1,1}] &= \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} l^2 & l & l \\ m & m^2 & m \\ n & n & n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.39)$$

Capítulo 2. Fundamentos de Programación

2.1 Lenguajes de Programación

Una computadora es una máquina que sólo interpreta las instrucciones que se le den en un determinado formato. Cada máquina reconoce y ejecuta un número de instrucciones diferentes que se agrupan en los distintos lenguajes de programación.

Un lenguaje de programación es un idioma artificial diseñado para expresar instrucciones que pueden ser llevadas a cabo por máquinas como las computadoras. Pueden usarse para crear programas que controlen el comportamiento físico y lógico de una máquina, para expresar algoritmos con precisión, o como modo de comunicación humana. Está formado de un conjunto de símbolos y reglas sintácticas y semánticas que definen su estructura y el significado de sus elementos y expresiones.

Existe un error común que trata por sinónimos los términos 'lenguaje de programación' y 'lenguaje informático'. Los lenguajes informáticos engloban a los lenguajes de programación y a otros más, como por ejemplo el HTML (lenguaje para el marcado de páginas web que no es propiamente un lenguaje de programación sino un conjunto de instrucciones que permiten diseñar el contenido y el texto de los documentos).

La clasificación más común y básica que suele hacerse de los lenguajes de programación es la que los divide en lenguajes de bajo y de alto nivel.

La computadora sólo entiende un lenguaje conocido como código binario o código máquina, consistente en ceros y unos. Es decir, sólo utiliza 0 y 1 para codificar cualquier acción.

Los lenguajes más próximos al microprocesador de la computadora se denominan lenguajes de bajo nivel y los que se encuentran más cercanos a los programadores y usuarios se denominan lenguajes de alto nivel.

Los lenguajes de programación de bajo nivel fueron los primeros que surgieron y se llaman así porque están directamente relacionados con el hardware del computador, es decir, el usuario introduce una serie de códigos numéricos que la máquina va a interpretar como instrucciones. Para usar este lenguaje, el programador tenía que conocer el funcionamiento de la máquina al más bajo nivel y los errores de programación eran muy frecuentes.

Los lenguajes de alto nivel surgieron con posterioridad con el primer compilador de FORTRAN (FORMula TRANslation), que, como su nombre indica, inició como un "simple" esfuerzo de traducir un lenguaje de fórmulas, al lenguaje ensamblador y por consiguiente al lenguaje de máquina, facilitando la labor a los programadores. A partir de FORTRAN, se han desarrollado innumerables lenguajes, que siguen el mismo concepto: facilitar la vida al programador, aumentando la productividad. Estos lenguajes usan un número reducido de instrucciones (normalmente en inglés) que siguen unas estrictas reglas gramaticales que se conocen como sintaxis del lenguaje. Pero aunque el programador de esta forma se distancie del hardware del computador, éste sigue trabajando en lenguaje máquina. Por ello se hace necesaria una traducción a una secuencia de instrucciones interpretables por el computador. Esta labor es llevada a cabo por los compiladores y los intérpretes.

El compilador es un programa que se encarga de la traducción global del programa realizado por el usuario. Esta operación recibe el nombre de compilación. El programa es traducido completamente antes de que se ejecute, por lo que la ejecución se realiza en un periodo muy breve. El intérprete por el contrario lleva a cabo una traducción inmediata en el momento de la ejecución, es decir, irá ejecutando las instrucciones una a una haciendo que el proceso requiera un periodo de tiempo sensiblemente mayor del que necesitaría un compilador. Los intérpretes son usados para traducir programas de alta

dificultad de implementación, en estos casos, las órdenes a traducir son de tal complejidad que no merece la pena crear un compilador ya que este también tendría que ser de una complejidad por encima de lo normal.

Hay que mencionar la existencia de lenguajes que combinan características de los de alto nivel y los de bajo nivel (es decir, Ensamblador). Un ejemplo es C: contiene estructuras de programación de alto nivel; sin embargo, fue diseñado con muy pocas instrucciones, las cuales son sumamente sencillas, fáciles de traducir al lenguaje de la máquina; y requiere de un entendimiento apropiado de cómo funciona la máquina, el uso de la memoria, etcétera. Por ello, algunos consideran a lenguajes como C (que fue diseñado para hacer sistemas operativos), lenguajes de nivel medio.

La tabla que se presenta a continuación, muestra los 20 programas más usados en el último mes. En la segunda columna aparece la posición que tuvieron estos programas en el mismo mes del año pasado; en la tercera columna podemos observar una comparativa de posición del mes de 2009 y del 2010; la cuarta columna tiene el nombre del programa, en la quinta columna se tiene el porcentaje de uso en el mes; finalmente en la sexta columna aparece el comparativo de porcentaje de uso con el mismo mes del año pasado.

Posición Feb 2010	Posición Feb 2009	Comparativo de Posición	Lenguaje de Programación	% de uso Feb 2010	% respecto Feb 2009
1	1	=	Java	17.348%	-2.05%
2	2	=	C	16.602%	+0.76%
3	5	↑↑	PHP	10.001%	+1.22%
4	3	↓	C++	9.447%	-0.19%
5	4	↓	(Visual) Basic	7.051%	-1.79%
6	6	=	C#	5.015%	-0.05%
7	7	=	Python	4.314%	-0.25%
8	8	=	Perl	3.600%	-0.52%
9	9	=	Delphi	2.656%	-0.97%
10	10	=	JavaScript	2.636%	-0.90%
11	11	=	Ruby	2.439%	-0.84%
12	32	↑↑↑↑↑↑↑↑	Objective-C	1.779%	+1.60%
13	-	↑↑↑↑↑↑↑↑	Go	1.778%	+1.78%
14	14	=	SAS	0.771%	-0.06%
15	13	↓↓	PL/SQL	0.738%	-0.25%
16	17	↑	ABAP	0.661%	+0.09%
17	16	↓	Pascal	0.606%	-0.08%
18	18	=	ActionScript	0.579%	+0.04%
19	23	↑↑↑↑	Lisp/Scheme	0.563%	+0.13%
20	24	↑↑↑↑	MATLAB	0.536%	+0.12%

Los lenguajes de programación como Java y C se han mantenido en estos últimos tiempos en las primeras posiciones, cabe resaltar algunos lenguajes que se han utilizado de una manera más frecuente respecto al año pasado como Objective-C y Go. Por lo que puede observarse una tendencia en la que Java y C se mantendrán como los programas más utilizados.

2.2 Tipos de programación

Los tipos o técnicas de programación son bastante variados. En la mayoría de los casos, las técnicas se centran en programación modular y programación estructurada, pero existen otros tipos, tales como programación orientada a objetos, programación concurrente, programación funcional y programación lógica.

Programación estructurada (PE)

La programación estructurada está compuesta por un conjunto de técnicas que han ido evolucionando aumentando considerablemente la productividad del programa, reduciendo el tiempo de depuración y mantenimiento del mismo.

Esta programación estructurada utiliza un número limitado de estructuras de control, reduciendo así considerablemente los errores.

Esta técnica incorpora:

- Diseño descendente (top-down): el problema se descompone en etapas o estructuras jerárquicas.
- Recursos abstractos (simplicidad): consiste en descomponer las acciones complejas en otras más simples capaces de ser resueltas con mayor facilidad.
- Estructuras básicas: existen tres tipos de estructuras básicas:
 - Estructuras secuenciales: cada acción sigue a otra acción secuencialmente. La salida de una acción es la entrada de otra.
 - Estructuras selectivas: en estas estructuras se evalúan las condiciones y en función del resultado de las mismas se realizan unas acciones u otras. Se utilizan expresiones lógicas.
 - Estructuras repetitivas: son secuencias de instrucciones que se repiten un número determinado de veces.

Las principales ventajas de la programación estructurada son:

- Los programas son más fáciles de entender
- Se reduce la complejidad de las pruebas
- Aumenta la productividad del programador
- Los programas quedan mejor documentados internamente.

Un programa está estructurado si posee un único punto de entrada y sólo uno de salida, existen de "1 a n" caminos desde el principio hasta el fin del programa y por último, que todas las instrucciones sean ejecutables sin que aparezcan ciclos infinitos, es decir que la condición para finalizar se cumpla, de lo contrario se repetiría el ciclo de forma indefinida.

Programación modular

La programación modular consta de varias secciones divididas de forma que interactúan a través de llamadas a procedimientos, que integran el programa en su totalidad.

En la programación modular, el programa principal coordina las llamadas a los módulos secundarios y pasa los datos necesarios en forma de parámetros.

A su vez cada modulo puede contener sus propios datos y llamar a otros módulos o funciones.

Programación orientada a objetos (POO)

Se trata de una técnica que aumenta considerablemente la velocidad de desarrollo de los programas gracias a la reutilización de los objetos.

El elemento principal de la programación orientada a objetos es el objeto.

El objeto es un conjunto complejo de datos y programas que poseen estructura y forman parte de una organización.

Un objeto contiene varios datos bien estructurados y pueden ser visibles o no dependiendo del programador y las acciones del programa en ese momento.

El polimorfismo es una de sus principales características, el cual se refiere a la posibilidad de definir clases diferentes que tienen métodos o atributos denominados de forma idéntica, pero que se comportan de manera distinta.

Programación concurrente

Este tipo de programación se utiliza cuando tenemos que realizar varias acciones a la vez.

Suele utilizarse para controlar los accesos de usuarios y programas a un recurso de forma simultánea.

Se trata de una programación más lenta y laboriosa, obteniendo unos resultados lentos en las acciones.

Programación funcional

Se caracteriza principalmente por permitir declarar y llamar a funciones dentro de otras funciones.

Programación lógica

Se utiliza en la inteligencia artificial y pequeños programas infantiles. Se trata de una programación basada en el cálculo de predicados (una teoría matemática que permite lograr que un ordenador basándose en hecho y reglas lógicas, pueda dar soluciones inteligentes).

2.3 Programación en Fortran

El lenguaje de programación FORTRAN fue diseñado por John Backus en 1954 y la primera versión data de 1955. Con posterioridad, han aparecido diferentes versiones que paulatinamente han incorporado mejoras y ampliaciones. Así por ejemplo, en 1958 apareció el FORTRAN II y en 1962 el FORTRAN IV. Una de las versiones más importantes y que ha perdurado durante más tiempo es el FORTRAN 77, que fue aprobado por el American National Standards Institute (ANSI) en 1977.

El siguiente objetivo, que tuvo en cuenta la sugerencia de los numerosos usuarios del FORTRAN-77 e intentaba proporcionar la potencia de lenguajes C++ y Ada, fue el Fortran-90.

Fortran sigue siendo el lenguaje de programación más ampliamente usado en aplicaciones científicas y de ingeniería.

Normas de escritura de un programa en FORTRAN

El archivo donde se van a escribir las instrucciones (sentencias) FORTRAN se puede imaginar como una hoja cuadriculada y por tanto, formada por filas y columnas.

Por lo que respecta al contenido de un programa por filas hay que resaltar dos aspectos:

1. Todos los compiladores FORTRAN ignoran las filas en blanco.
2. Solo se puede escribir una sentencia en cada fila. Si el contenido de una sentencia excede la longitud de la fila, se puede utilizar más de una línea.

Si se analiza el contenido del fichero por columnas, se distinguen cinco zonas diferentes:

Columna 1 Si en la primera columna de una línea aparece una C, una c, o un *, significa que dicha línea es un comentario. Por lo tanto, el compilador no la traducirá a lenguaje máquina. En general, los comentarios se utilizan para explicar el funcionamiento de cada bloque del programa.

Columnas 1-5 Estas columnas se reservan para etiquetar una sentencia. En FORTRAN las sentencias se etiquetan mediante números enteros positivos. Estos valores no afectan al orden en que se ejecutarían las instrucciones. Además, solo deben etiquetarse aquellas líneas que lo precisen.

Columna 6 Si una sentencia ocupa más de una línea, debe indicarse al compilador que una línea es continuación de la anterior. Esto se realiza colocando cualquier carácter diferente de blanco o cero en la sexta columna.

Columnas 7-72 En estas columnas se escribe el contenido de las sentencias propiamente dichas.

Columnas 73-80 Estas columnas no tienen significado para el compilador FORTRAN y no se deben utilizar.

Características nuevas en Fortran 90

- Formato de fuente libre: No posiciones fijas ni columnas reservadas.
- Módulos: Nuevas unidades de programas para compartir datos, especificaciones.
- Tipos y operadores derivados: Definidos por el usuario, por combinación de otros tipos.
- Operaciones en matrices:
 - Funciones intrínsecas en todos o parte de los elementos de una matriz.
 - Asignación dinámica de memoria a matrices.

- Procedimientos intrínsecos de creación, manipulación y cálculos con matrices.
- Punteros: Permite acceso dinámico a memoria. Dimensionamiento dinámico de matrices.

Estructura del Programa

Desde un punto de vista conceptual, el lenguaje de programación FORTRAN consta de dos tipos de elementos: los comentarios y las sentencias.

Los comentarios, como se ha mencionado anteriormente, no afectan a la forma en que se procesa el programa. Solo representan una ayuda al usuario para su correcta interpretación.

Las sentencias están formadas por todo el conjunto de instrucciones que forman el lenguaje FORTRAN. Estas, a su vez, se pueden clasificar en sentencias ejecutables y sentencias no ejecutables.

1. Las sentencias ejecutables son aquellas cuyo significado se utiliza esencialmente en tiempo de ejecución (fase en la que se ejecuta el programa). Se incluyen dentro de este tipo la asignación de valores a variables, las sentencias de control, y las sentencias de entrada/salida entre otras.

2. Las sentencias no ejecutables son aquellas cuyo significado se utiliza en tiempo de compilación o ensamblado. Las tareas básicas que se realizan son el nombre del programa y variables, la reserva de espacio de memoria para vectores y la señalización de final de programa.

En cualquier programa escrito en FORTRAN las sentencias deben aparecer en un orden predeterminado formando tres grandes grupos. Primero deben aparecer las sentencias no ejecutables, donde se declara el nombre del programa así como las variables, los vectores y las matrices que se utilizarán en el mismo. En segundo lugar se deben escribir las sentencias ejecutables que forman el cuerpo del programa. Por último aparece la sentencia no ejecutable de fin de programa (sentencia END PROGRAM).

En resumen, la estructura es:

- Nombre de Programa (PROGRAM -----)
- Declaración de variables
- Ejecución de instrucciones
- Fin del programa (END PROGRAM)

Variables y constantes

- FORTRAN no es sensible a mayúsculas y minúsculas. Los nombre de variables tienen de 6 a 31 caracteres máximo y deben comenzar por una letra. Los blancos son significativos.
- Declaración explícita de variables.
- Enteras (I-N), el resto reales. (se modifica con IMPLICIT).
- Punteros: en los primeros FORTRAN no hay punteros y todas las variables se almacenan en memoria estática. En FORTRAN 90 se declaran INTEGER, POINTER::P.
- Para memoria dinámica ALLOCATE y DEALLOCATE

Tipos de datos

- Arrays, pueden tener hasta 7 dimensiones y se guardan por columnas.
 - REAL M(20),N(-5:5)
 - DIMENSION I(20,20) (tipo por nomenclatura implícita)
- Cadenas de caracteres, el primer carácter es el 1, el operador // permite concatenar cadenas.
 - CHARACTER S*10, T*25
- Almacenamiento de datos. Se usa COMMON para datos compartidos y EQUIVALENCE cuando almacenamos una variable con dos posibles tipos en la misma posición de memoria (como unión en C). Se usa DATA para inicializar datos estáticos.
 - DATA X/1.0/,Y/3.1416/,K/20/

- Tipos definidos por el usuario, con TYPE <nombre>... END TYPE <nombre>

Control de secuencia

EL conjunto de estructuras de control es limitado:

- Expresiones, prioridad de operadores
- Enunciados
 - Asignación, cuando se hace entre cadenas hay ajuste de tamaño con blancos o truncamiento.
 - Condicional. Permite IF ELSE IF... Para selección múltiple SELECT CASE.....CASE DEFAULT.... END SELECT
 - Iteración. DO....END DO
 - Nulo, se usa solo para la etiqueta. CONTINUE.
- Control de subprogramas. CALL invoca al subprograma y RETURN devuelve un valor al programa llamante.
- Construcciones propensas a error: GOTO.

Entrada y salida

- Tipos de archivos:
 - Secuenciales
 - De acceso directo
- Comandos: READ, WRITE, PRINT, OPEN, CLASE, INQUIRE (propiedades o estado del archivo) REWIND y ENDFILE (para ubicar el puntero del fichero).
- Para el tratamiento de excepciones en las sentencias READ/WRITE se puede introducir la posición de la rutina de dicho tratamiento (ERR = 90).

Subprogramas

- Hay tres tipos de subprogramas:
 - Function, devuelven un solo valor de tipo numérico, lógico o cadena de caracteres.
 - Subroutine, devuelve valores a través de variables no locales COMMON.
 - Función de enunciado, permite calcular una sola expresión aritmética o lógica.
 - $FN(X,Y) = SIN(X)**2 - COS(Y)**2$
- Gestión de almacenamiento.
 - Las variables son locales o globales (COMMON)
 - Recursividad: RECURSIVE FUNCTION FACTORIAL(X)
 - Parámetros de subprograma. Paso por referencia.

Capítulo 3. Desarrollo de un programa para el análisis de Armaduras tridimensionales

3.1 Presentación del Programa

Nombre del programa: "AN.D.A.TRIS"

El programa que a continuación se muestra fue desarrollado en el lenguaje de programación Fortran, empleando el método de las rigideces para el análisis de armaduras tridimensionales.

Se eligió Fortran debido a que es un lenguaje muy efectivo para operaciones matemáticas complejas, es usado para aplicaciones científicas de ingeniería, por lo cual resulta un lenguaje propicio para el desarrollo de programas con aplicaciones ingenieriles que necesiten de un cálculo numérico avanzado.

El método de las rigideces tiene una fácil sistematización por lo que es relativamente sencillo implementar este método en una computadora. Además, tiene un fácil uso para condiciones generales, debido a que este método de análisis es aplicable a estructuras tanto isostáticas como hiperestáticas.

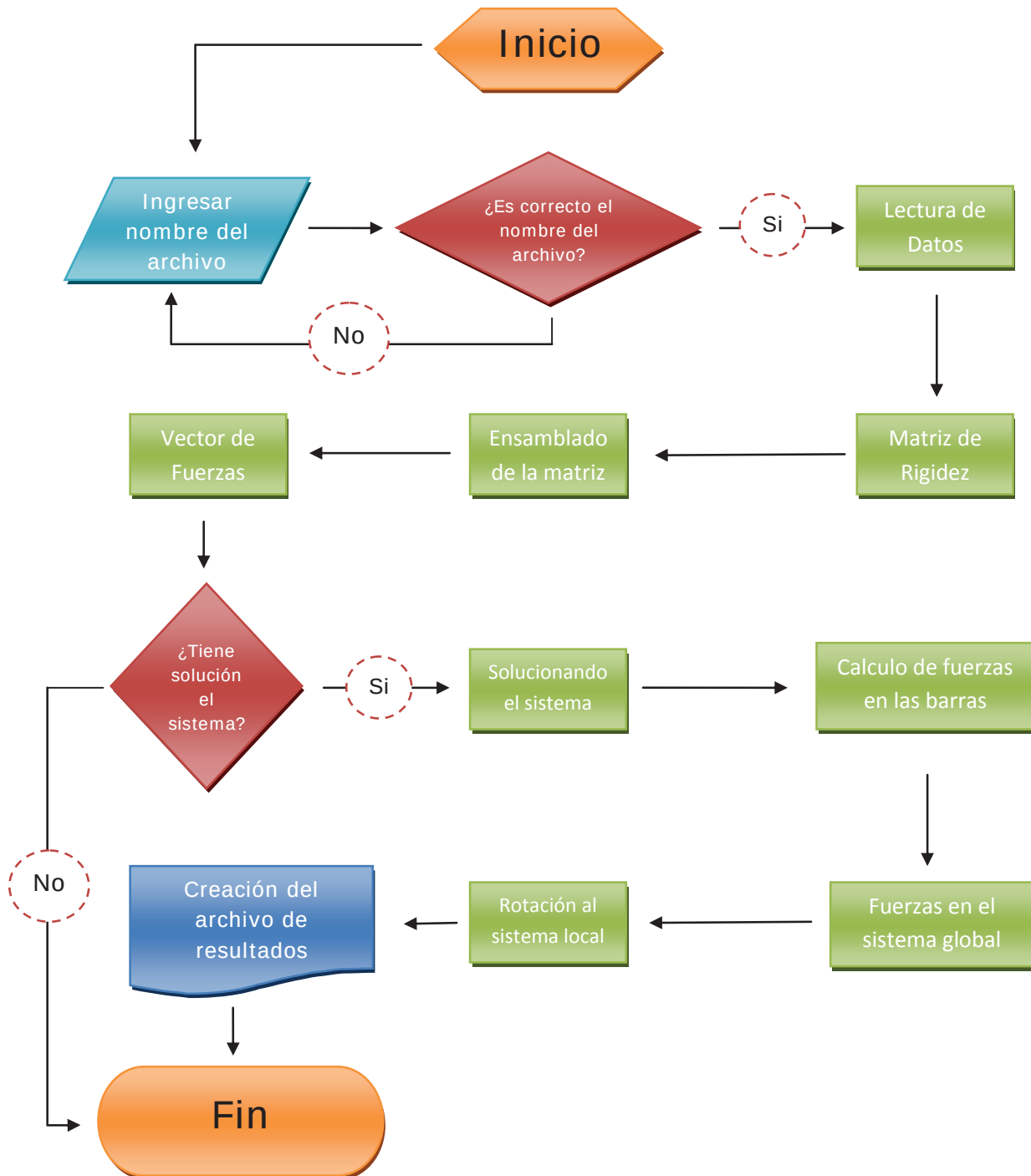
Analizar una estructura por este método manualmente es muy laborioso y el trabajo va incrementándose a medida que se tienen más los grados de libertad de la estructura.

Con el programa se reduce enormemente el tiempo de análisis, de manera que se puede hacer un trabajo en un menor tiempo.

El programa que se presenta es sencillo de utilizar y los resultados se guardan en un archivo para ser consultados las veces que sea necesario

3.2 Diagrama de flujo

A continuación se presenta el diagrama de flujo del programa, donde se muestra la secuencia que desarrolla.



43

44



```
!-----Matriz de Rigideces -----
ALLOCATE (Long(nb),l(nb),m(nb),n(nb),T(3,3),k11(3,3),k111(nb),ke(nn*3,nn*3),kr(6,6))
ke(:,:,)=0
DO I=1,nb
  Long(I)=sqrt(((X(nf(I))-X(ni(I)))**2)+((Y(nf(I))-Y(ni(I)))**2)+((Z(nf(I))-Z(ni(I)))**2))
  l(I)=(X(nf(I))-X(ni(I)))/Long(I)
  m(I)=(Y(nf(I))-Y(ni(I)))/Long(I)
  n(I)=(Z(nf(I))-Z(ni(I)))/Long(I)
kr(:,:,)=0
T(1,1)=l(I)**2;T(1,2)=l(I)*m(I);T(1,3)=l(I)*n(I)
T(2,1)=m(I)*l(I);T(2,2)=m(I)**2;T(2,3)=m(I)*n(I)
T(3,1)=n(I)*l(I);T(3,2)=n(I)*m(I);T(3,3)=n(I)**2
  k111(I)=(E(npb(I))*A(npb(I)))/Long(I)
  k11=T(:,:,)*k111(I)
  DO F=1,6
    IF (F<=3) THEN
      DO J=1,6
        IF (J<=3) THEN
          kr(F,J)=k11(F,J)
        ELSE
          kr(F,J)=-k11(F,J-3)
        END IF
      END DO
    ELSE
      DO J=1,6
        IF (J<=3) THEN
          kr(F,J)=-k11(F-3,J)
        ELSE
          kr(F,J)=k11(F-3,J-3)
        END IF
      END DO
    END IF
  END DO
!-----Ensamblado de la matriz-----
DO K=1,6
  IF (K<=3) THEN
    DO J=1,6
```

```

DO J=1,6
  IF (J<=3) THEN
    ke(ni(I)*3-3+K,ni(I)*3-2+J-1)=ke(ni(I)*3-3+K,ni(I)*3-2+J-1)+kr(K,J)
  ELSE
    ke(ni(I)*3-3+K,nf(I)*3-5+J-1)=ke(ni(I)*3-3+K,nf(I)*3-5+J-1)+kr(K,J)
  END IF
END DO
ELSE
DO J=1,6
  IF (J<=3) THEN
    ke(nf(I)*3-6+K,ni(I)*3-2+J-1)=ke(nf(I)*3-6+K,ni(I)*3-2+J-1)+kr(K,J)
  ELSE
    ke(nf(I)*3-6+K,nf(I)*3-5+J-1)=ke(nf(I)*3-6+K,nf(I)*3-5+J-1)+kr(K,J)
  END IF
END DO
END IF
END DO
END DO

!-----Vector de Fuerzas-----
ALLOCATE (VF(nn*3,1))
VF(:,1)=0
IF (nc == 1) THEN
  VF(ncd*3-2,1)=Fx(nc)
  VF(ncd*3-1,1)=Fy(nc)
  VF(ncd*3,1)=Fz(nc)
ELSE
  DO I=1,nc
    VF(nnc(I)*3-2,1)=Fx(I)
    VF(nnc(I)*3-1,1)=Fy(I)
    VF(nnc(I)*3,1)=Fz(I)
  END DO
END IF

!-----Solucion del sistema-----
DO I=1,na
  IF (ux(I)==1) THEN
    ke(nna(I)*3-2,nna(I)*3-2)=100**5
  END IF
  IF (vy(I)==1) THEN
    ke(nna(I)*3-1,nna(I)*3-1)=100**5
  END IF

```

47



```

kr(:, :)=U

T(1,1)=l(I)**2;T(1,2)=l(I)*m(I);T(1,3)=l(I)*n(I)
T(2,1)=m(I)*l(I);T(2,2)=m(I)**2;T(2,3)=m(I)*n(I)
T(3,1)=n(I)*l(I);T(3,2)=n(I)*m(I);T(3,3)=n(I)**2

k11(I)=(E(npb(I))*A(npb(I)))/Long(I)
k11=T(:, :)*k11(I)

DO F=1,6
  IF (F<=3) THEN
    DO J=1,6
      IF (J<=3) THEN
        kr(F,J)=k11(F,J)
      ELSE
        kr(F,J)=-k11(F,J-3)
      END IF
    END DO
  ELSE
    DO J=1,6
      IF (J<=3) THEN
        kr(F,J)=-k11(F-3,J)
      ELSE
        kr(F,J)=k11(F-3,J-3)
      END IF
    END DO
  END IF
END DO

!---Realizando Multiplicacion---Fuerzas en el sistema global

DO F=1,6
  IF (F<=3) THEN
    B(F,1)=VF(ni(I)*3-3+F,1)
  ELSE
    B(F,1)=VF(nf(I)*3-6+F,1)
  END IF
END DO

DO F=1,6
  H=0
  DO K=1,6
    R(F,1)=H+kr(F,K)*B(K,1)
    H=R(F,1)
  END DO
END DO

```



```

END DO

!---Rotacion del sistema global al local-----

P=1(I)*R(1,1)+m(I)*R(2,1)+n(I)*R(3,1)

IF (P<0) WRITE (2,50) I,ABS(P),"Tension"
IF (P>0) WRITE (2,50) I,ABS(P),"Compresion"

END DO

WRITE (2,*) "-----"
WRITE (2,*) " Programa realizado por: PABLO CESAR DOMINGUEZ MARTINEZ"
WRITE (2,*) "-----"

CLOSE (UNIT=2, STATUS="KEEP")

PRINT*
PRINT*, "
PRINT*, "
PRINT*, "
PRINT*, "
PRINT*, "
PRINT*, "
PRINT*, "
PAUSE '
          \_/_)=(\_/_/
          |o_o|
          |:_/|
          /_:/
          \_:/
          \_/_/

          <<NOTA: Se a creado un archivo de texto (.TXT) "
                  con el nombre ",NOMBRE2
                  en la carpeta donde esta ejecutando el programa."

          Presione <ENTER> para salir'

END PROGRAM
    
```

3.4 Manual de usuario

Para el análisis de la armadura, el programa tiene que leer los datos en un cierto formato, los cuales se deben proporcionar en un archivo de texto “.txt”. Este archivo debe encontrarse en la carpeta donde se este ejecutando el programa.

Es importante que las unidades con las que se estén trabajando sean congruentes, ya que una mezcla de unidades ocasiona que los resultados no sean correctos. Por esta razón se debe tener cuidado en utilizar las mismas unidades al analizar la estructura.

Para que el archivo de datos este en el formato indicado debe armarse de la siguiente forma:

- Primer bloque: información general de la armadura.

nn nb na np nc

nn = Número de nodos
nb = Número de barras
na = Número de apoyos
np = Número de propiedades
nc = Número de nodos cargados

- Segundo bloque: Coordenadas de los nodos.

nn coord x coord y coord z

nn = Número de nodo
coord x = Coordenada en el eje de las x
coord y = Coordenada en el eje de las y
coord z = Coordenada en el eje de las z

- Tercer bloque: Propiedades geométricas de las barras.

np A E

np = Número de propiedad
A = Área de la sección transversal
E = Módulo de elasticidad del material

- Cuarto bloque: Datos de cada barra que forman la armadura.

nb ni nf np

nb = Número de barra

ni = Nodo inicial

nf = Nodo final

np = Número de propiedad

- Quinto bloque: información de los desplazamientos que se encuentran restringidos.

nn ux vy wz

nn = Número de nodo donde está el apoyo.

ux = Desplazamiento en x (0 = libre ; 1= restringido)

vy = Desplazamiento en y (0 = libre ; 1= restringido)

wz = Desplazamiento en z (0 = libre ; 1= restringido)

- Sexto bloque: Magnitud de cargas en los nodos.

nn Fx Fy Fz

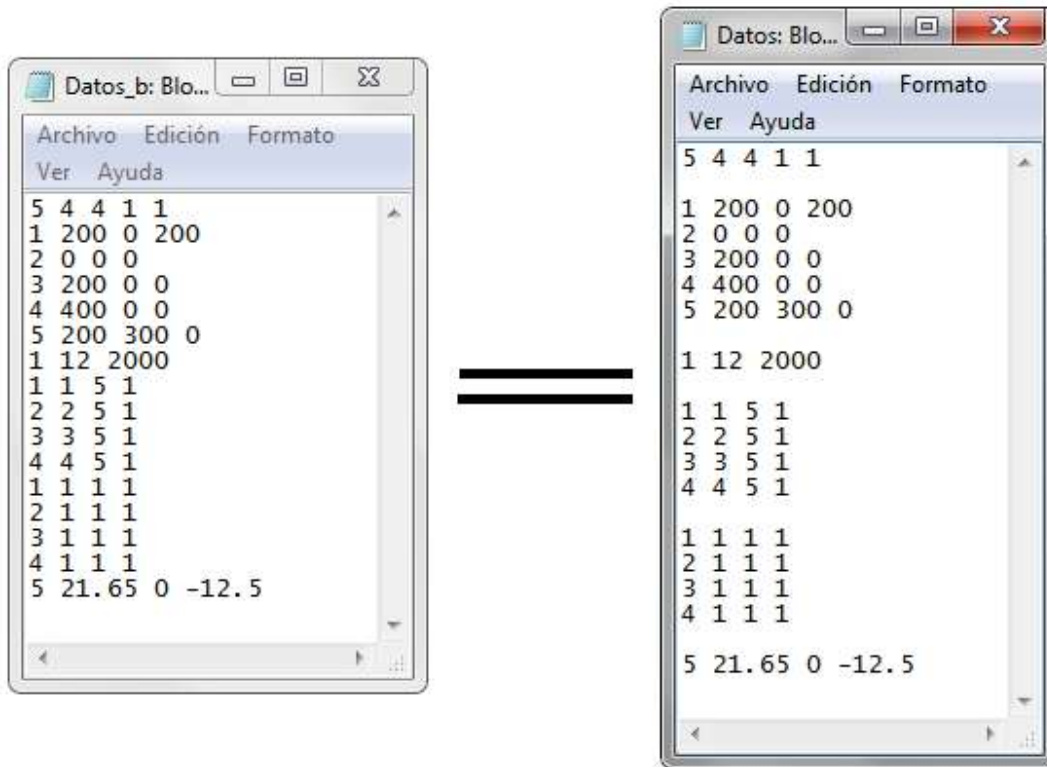
nn = Número de nodo que está cargado.

Fx = Fuerza en dirección 'x'

Fy = Fuerza en dirección 'y'

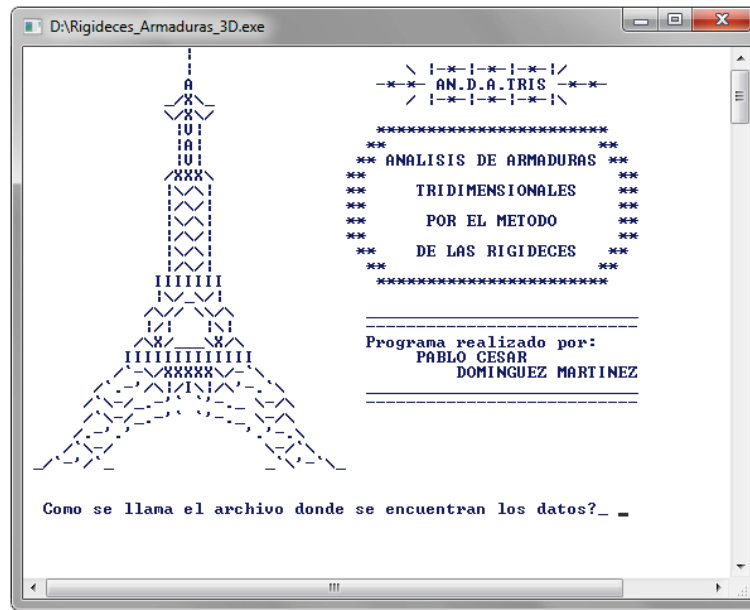
Fz = Fuerza en dirección 'z'

A continuación se presenta un ejemplo de cómo debe verse el archivo una vez finalizada la introducción de datos.

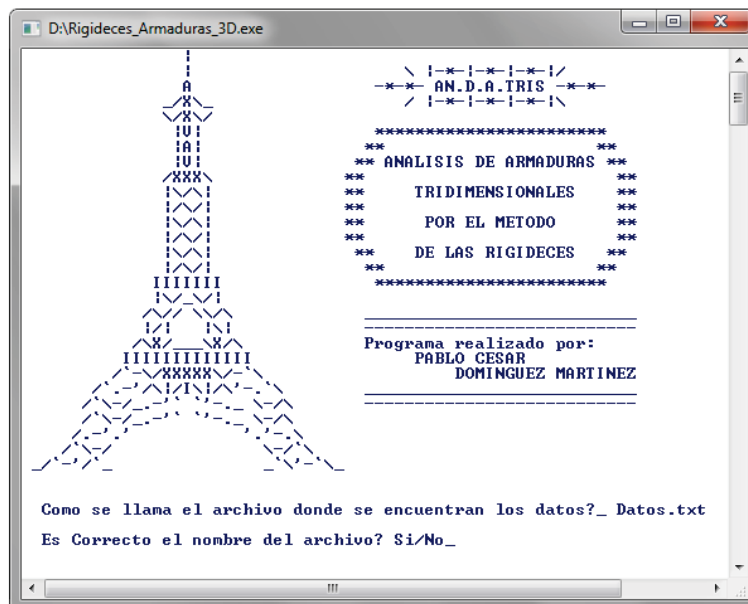


Como puede observarse el poner un espacio después de cada bloque no afecta, así que es recomendable hacerlo de esta forma para que el manejo de datos sea más sencillo.

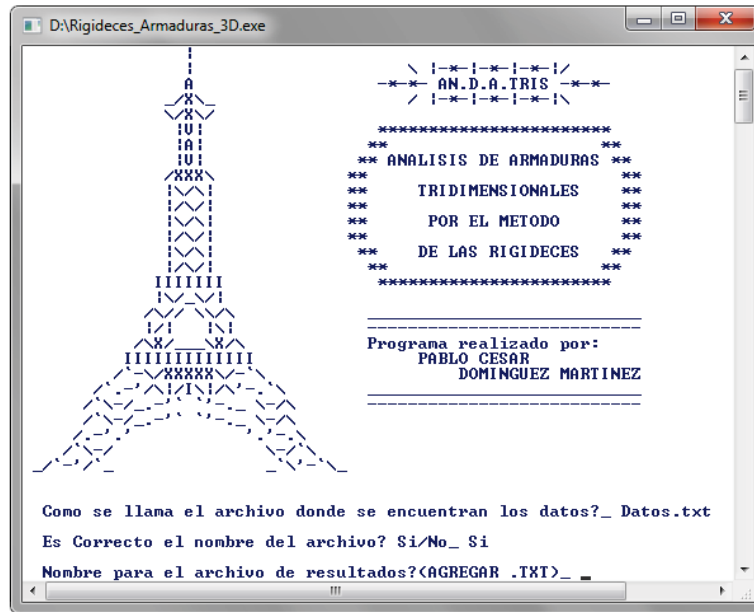
En la imagen que se muestra a continuación se ve la ejecución del programa, el cual comienza pidiendo el nombre del archivo de datos, cabe recordar que el archivo debe encontrarse en la misma carpeta donde se esté ejecutando el programa.



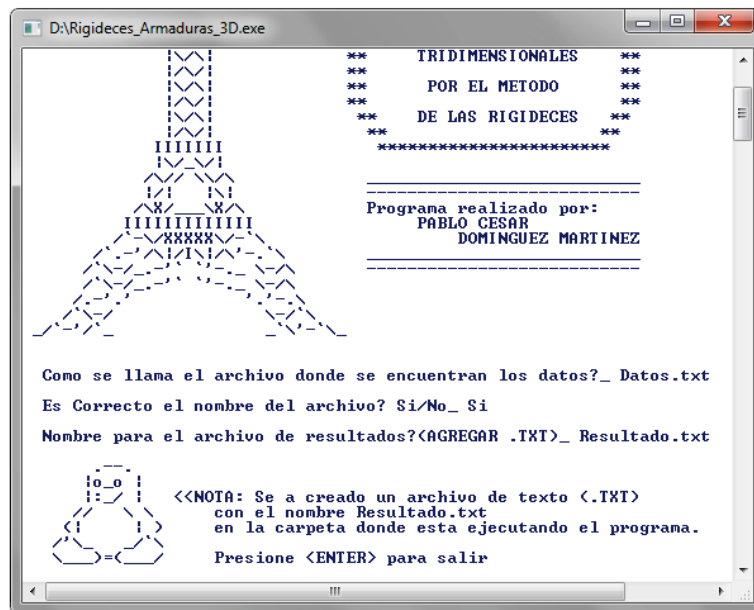
Una vez que se introduce el nombre del archivo el programa pide reiterar si es correcto el nombre de éste.



A continuación el programa pedirá que introduzca un nombre para el archivo de texto que guardara los resultados.



Finalmente se muestra una nota la cual nos indica que el archivo de resultados se ha guardado exitosamente.



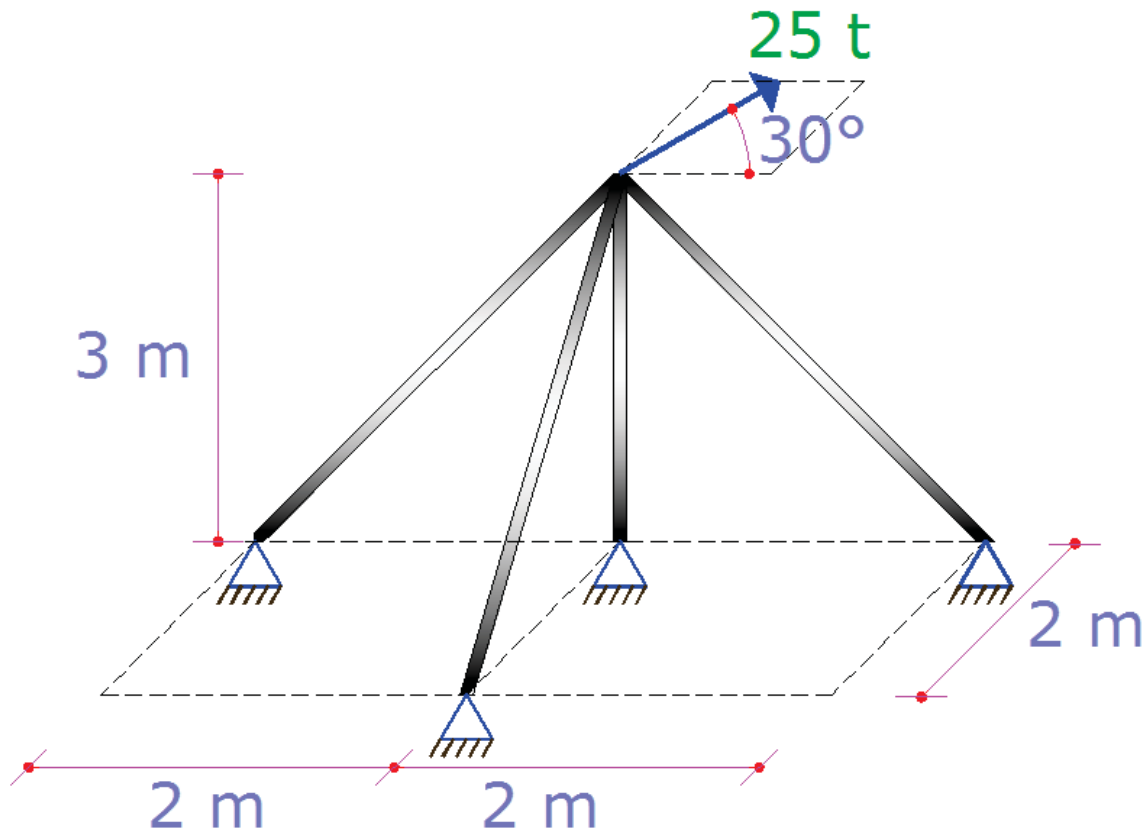
En la siguiente imagen se muestra el archivo de texto que contiene los resultados de la armadura analizada.

55

Capítulo 4. Ejemplos de aplicación

4.1 Desarrollo de ejemplos de manera manual

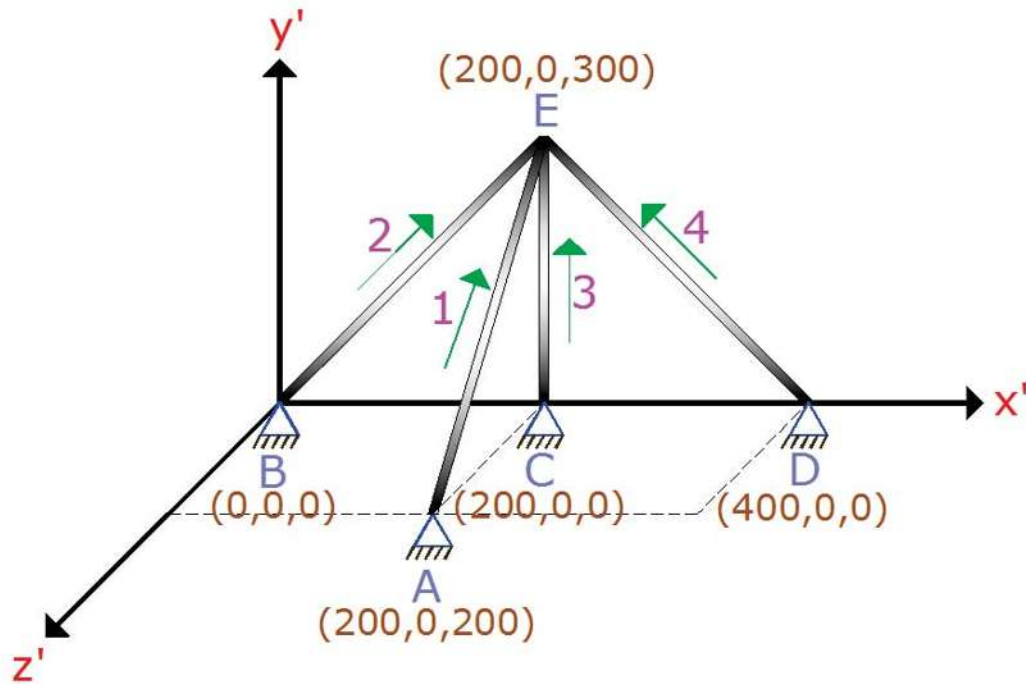
Ejemplo 1. Analizar la siguiente armadura, considerando un área de 12 cm^2 para todas las barras.



Para el ejemplo se utilizarán todas las unidades en toneladas “t” y centímetros “cm”, el módulo de elasticidad del material es: $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$.

Ahora se nombrará cada uno de los 5 nodos de la armadura, así como las 4 barras que se forman, y se colocarán los ejes del sistema global, de manera que la armadura nos quede como se muestra a continuación:





La ecuación fuerza- desplazamiento para la armadura resulta:

$$\{P'_E\} = [k'_{22\,1} + k'_{22\,2} + k'_{22\,3} + k'_{22\,4}]\{d'_E\}$$

El vector de fuerzas nodales resulta de las componentes de la carga de 25 t que se encuentra sobre el plano X'Z' :

$$\{P'_E\} = \begin{Bmatrix} P'_{xE} \\ P'_{yE} \\ P'_{zE} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 25 \times \cos 30^\circ \\ 0 \\ -25 \times \sin 30^\circ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 21.65 \\ 0 \\ -12.5 \end{Bmatrix}$$

Las rigideces para las barras son:

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \frac{EA}{L} [l \ m \ n]$$

$$[K'_{1,1}] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} l^2 & l & l \\ m & m^2 & m \\ n & n & n^2 \end{bmatrix}$$



Además que: $[K'_{1,2}] = [K'_{2,1}] = -[K'_{1,1}]$ y $[K'_{2,2}] = [K'_{1,1}]$

- Barra 1

$$E = 2000 \text{ t/cm}^2 \quad A = 12 \text{ cm}^2$$

$$L = \sqrt{(200 - 200)^2 + (300 - 0)^2 + (0 - 200)^2} = 360.555 \text{ cm}$$

$$l = \frac{x_2 - x_1}{L} = \frac{200 - 200}{360.555} = 0$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{L} = \frac{300 - 0}{360.555} = 0.832$$

$$n = \frac{z_2 - z_1}{L} = \frac{0 - 200}{360.555} = -.555$$

Por lo tanto la submatriz de rigidez resulta:

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 46.077 & 30.737 \\ 0 & -30.737 & 20.503 \end{bmatrix}$$

De la misma manera se calcula la rigidez para cada una de las barras por lo que nos resulta:

- Barra 2

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 20.503 & 30.737 & 0 \\ 30.737 & 46.077 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Barra 3

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



- Barra 4

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 20.503 & -30.737 & 0 \\ -30.737 & 46.077 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo el vector de fuerzas y las rigideces en la ecuación fuerza desplazamiento nos resulta:

$$\{P'_E\} = [k'_{22\ 1} + k'_{22\ 2} + k'_{22\ 3} + k'_{22\ 4}]\{d'_E\}$$

$$\begin{Bmatrix} 21.65 \\ 0 \\ -12.5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 41.006 & 0 & 0 \\ 0 & 218.251 & -30.737 \\ 0 & -30.737 & 20.503 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d'_x \\ d'_y \\ d'_z \end{Bmatrix}$$

Solucionando el sistema nos resulta:

$$\begin{Bmatrix} d'_x \\ d'_y \\ d'_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.523 \\ -0.109 \\ 0.773 \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo la ecuación fuerza-desplazamiento para cada barra:

- Barra 1

$$\{P'_{1\ 1}\} = [K'_{1,1\ 1}]\{d'_1\} + [K'_{1,2\ 1}]\{d'_2\}$$

Como el desplazamiento en el primer extremo está restringido la multiplicación de su rigidez por el desplazamiento en 1 es igual a 0, de manera que resulta:

$$\{P'_{1\ 1}\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -46.077 & 30.737 \\ 0 & 30.737 & -20.503 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.523 \\ -0.109 \\ -0.773 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -18.730 \\ 12.498 \end{Bmatrix}$$

$$\{P'_{2\ 1}\} = [K'_{2,1\ 1}]\{d'_1\} + [K'_{2,2\ 1}]\{d'_2\}$$



Al igual que antes el desplazamiento en 1 está restringido por lo que resulta:

$$\{P'_{2\ 1}\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 46.077 & -30.737 \\ 0 & -30.737 & 20.503 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.523 \\ -0.109 \\ -0.773 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 18.730 \\ -12.498 \end{Bmatrix}$$

De la misma manera se hace la sustitución para cada barra:

- Barra 2

$$\{P'_{1\ 2}\} = \begin{Bmatrix} -7.372 \\ -11.050 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \{P'_{2\ 2}\} = \begin{Bmatrix} 7.372 \\ 11.050 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Barra 3

$$\{P'_{1\ 3}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 8.72 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \{P'_{2\ 3}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.72 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Barra 4

$$\{P'_{1\ 4}\} = \begin{Bmatrix} -14.070 \\ 21.097 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \{P'_{2\ 4}\} = \begin{Bmatrix} 14.070 \\ -21.097 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Comprobación del equilibrio y cálculo de reacciones:

- Nodo "A"

$$\{P'_A\} = \{P'_{11}\} = \begin{Bmatrix} R_{xA} \\ R_{yA} \\ R_{zA} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -18.730 \\ 12.498 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "B"

$$\{P'_B\} = \{P'_{12}\} = \begin{Bmatrix} R_{xB} \\ R_{yB} \\ R_{zB} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -7.372 \\ -11.050 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "C"

$$\{P'_C\} = \{P'_{13}\} = \begin{Bmatrix} R_{xC} \\ R_{yC} \\ R_{zC} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 8.72 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "D"

$$\{P'_D\} = \{P'_{14}\} = \begin{Bmatrix} R_{xD} \\ R_{yD} \\ R_{zD} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -14.070 \\ 21.097 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "E"

$$\{P'_E\} = \{P'_{21}\} + \{P'_{22}\} + \{P'_{23}\} + \{P'_{24}\}$$

$$\begin{Bmatrix} 21.65 \\ 0 \\ -12.5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 18.730 \\ -12.498 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 7.372 \\ 11.050 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.72 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 14.070 \\ -21.097 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 21.65 \\ 0 \\ -12.5 \end{Bmatrix} \approx \begin{Bmatrix} 21.442 \\ -0.037 \\ -12.498 \end{Bmatrix} \therefore \text{Esta en equilibrio}$$

Finalmente se realiza la rotación del sistema global al local, para determinar las fuerzas a las que está sometida cada barra.

$$\{P\} = [T]^t \{P'\}$$

- Barra 1

$$\{P'_{11x}\} = [0 \quad 0.832 \quad -0.555] \begin{Bmatrix} 0 \\ -18.730 \\ 12.498 \end{Bmatrix} = -22.520 \rightarrow \text{Tensión}$$

$$\{P'_{21x}\} = [0 \quad 0.832 \quad -0.555] \begin{Bmatrix} 0 \\ 18.730 \\ -12.498 \end{Bmatrix} = 22.520 \rightarrow \text{Tensión}$$

- Barra 2

$$\{P'_{12x}\} = [0.555 \quad 0.832 \quad 0] \begin{Bmatrix} -7.372 \\ -11.050 \\ 0 \end{Bmatrix} = -13.285 \rightarrow \text{Tensión}$$

$$\{P'_{22x}\} = [0.555 \quad 0.832 \quad 0] \begin{Bmatrix} 7.372 \\ 11.050 \\ 0 \end{Bmatrix} = 13.285 \rightarrow \text{Tensión}$$

- Barra 3

$$\{P'_{13x}\} = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{Bmatrix} 0 \\ 8.72 \\ 0 \end{Bmatrix} = 8.72 \rightarrow \text{Compresión}$$

$$\{P'_{23x}\} = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.72 \\ 0 \end{Bmatrix} = -8.72 \rightarrow \text{Compresión}$$

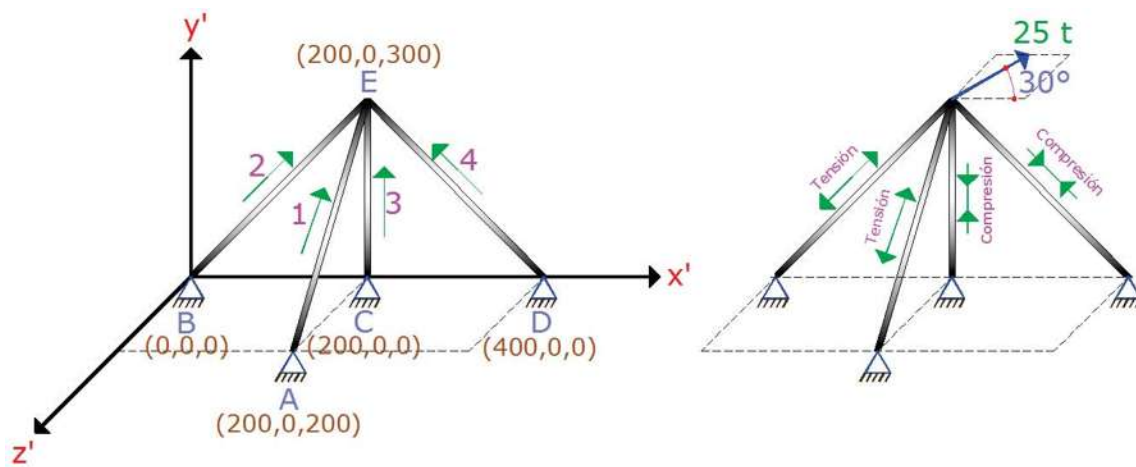


- Barra 4

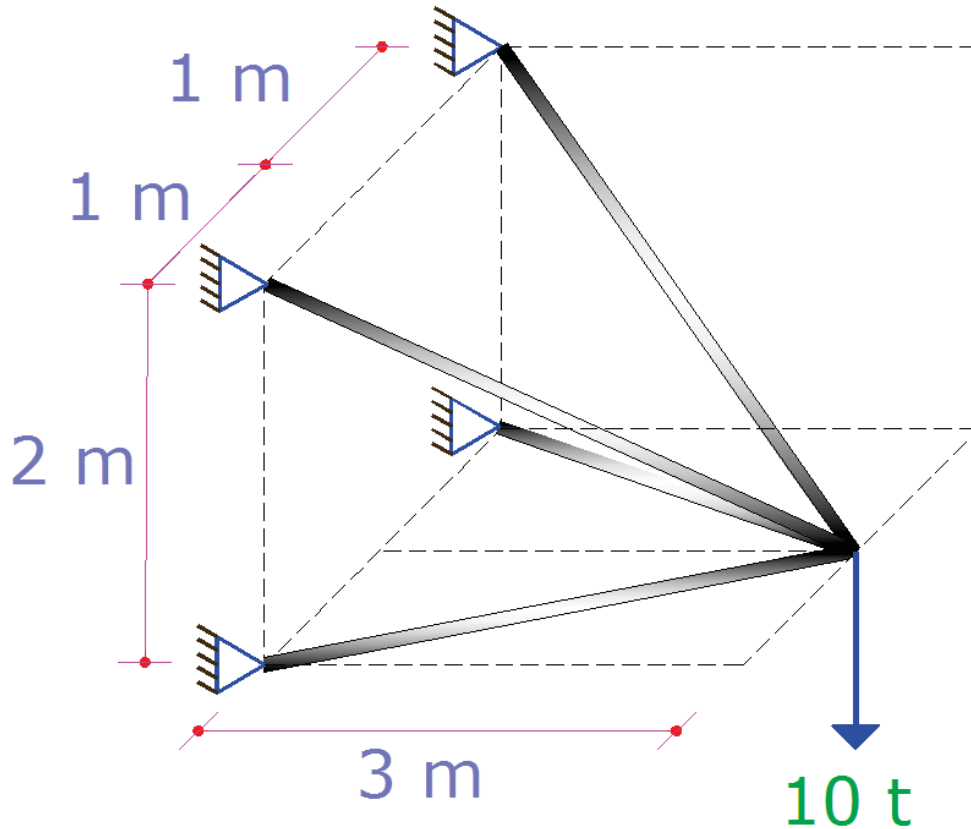
$$\{P'_{1\ 4x}\} = \begin{bmatrix} -0.555 & 0.832 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -14.070 \\ 21.097 \\ 0 \end{Bmatrix} = 25.362 \rightarrow \text{Compresión}$$

$$\{P'_{2\ 4x}\} = \begin{bmatrix} -0.555 & 0.832 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 14.070 \\ -21.097 \\ 0 \end{Bmatrix} = -25.362 \rightarrow \text{Compresión}$$

Por lo que finalmente la armadura queda como se muestra a continuación:

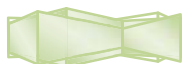


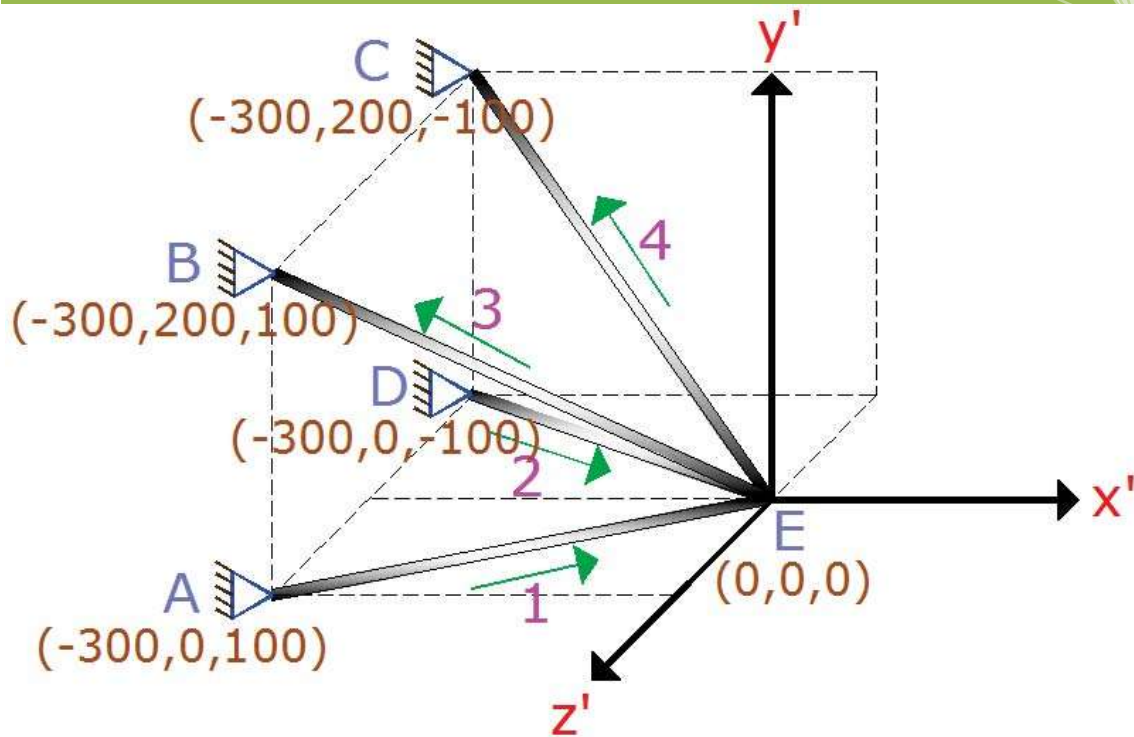
Ejemplo 2. Analizar la siguiente armadura, considerando un área de 6 cm^2 para todas las barras.



Para el ejemplo se utilizarán todas las unidades en toneladas "t" y centímetros "cm", el módulo de elasticidad del material es: $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$.

Ahora se nombrará cada uno de los 5 nodos de la armadura, así como las 4 barras que se forman, y se colocarán los ejes del sistema global, de manera que la armadura nos quede como se muestra a continuación:





La ecuación fuerza- desplazamiento para la armadura resulta:

$$\{P'_E\} = [k'_{22\ 1} + k'_{22\ 2} + k'_{22\ 3} + k'_{22\ 4}]\{d'_E\}$$

El vector de fuerzas nodales resulta de la carga de 10 t que se encuentra sobre el plano Y':

$$\{P'_E\} = \begin{Bmatrix} P'_{xE} \\ P'_{yE} \\ P'_{zE} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Las rigideces para las barras son:

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix} \frac{EA}{L} [l \ m \ n]$$

$$[K'_{1,1}] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} l^2 & l & l \\ m & m^2 & m \\ n & n & n^2 \end{bmatrix}$$



Además que: $[K'_{1,2}] = [K'_{2,1}] = -[K'_{1,1}]$ y $[K'_{2,2}] = [K'_{1,1}]$

- Barra 1

$$E = 2000 \text{ t/cm}^2 \quad A = 6 \text{ cm}^2$$

$$L = \sqrt{(0 - (-300))^2 + (0 - 0)^2 + (0 - 100)^2} = 316.230 \text{ cm}$$

$$l = \frac{x_2 - x_1}{L} = \frac{200 - (-300)}{316.230} = 0.949$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{L} = \frac{0 - 0}{316.230} = 0$$

$$n = \frac{z_2 - z_1}{L} = \frac{0 - 100}{316.230} = -.316$$

Por lo tanto la submatriz de rigidez resulta:

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 34.175 & 0 & -11.380 \\ 0 & 0 & 0 \\ -11.380 & 0 & 3.789 \end{bmatrix}$$

De la misma manera se calcula la rigidez para cada una de las barras por lo que nos resulta:

- Barra 2

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 34.175 & 0 & 11.380 \\ 0 & 0 & 0 \\ 11.380 & 0 & 3.789 \end{bmatrix}$$

- Barra 3

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 20.618 & -13.761 & -6.898 \\ -13.761 & 9.179 & 4.581 \\ -6.868 & 4.581 & 2.286 \end{bmatrix}$$

- Barra 4

$$[K'_{1,1}] = \begin{bmatrix} 20.618 & -13.761 & 6.898 \\ -13.761 & 9.179 & -4.581 \\ 6.868 & -4.581 & 2.286 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo el vector de fuerzas y las rigideces en la ecuación fuerza desplazamiento nos resulta:

$$\{P'_E\} = [k'_{22\ 1} + k'_{22\ 2} + k'_{22\ 3} + k'_{22\ 4}]\{d'_E\}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 109.638 & -27.522 & 0 \\ -27.522 & 18.360 & 0 \\ 0 & 0 & 12.161 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d'_x \\ d'_y \\ d'_z \end{Bmatrix}$$

Solucionando el sistema nos resulta:

$$\begin{Bmatrix} d'_x \\ d'_y \\ d'_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.219 \\ -0.871 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Sustituyendo la ecuación fuerza-desplazamiento para cada barra:

- Barra 1

$$\{P'_{1\ 1}\} = [K'_{1,1\ 1}]\{d'_1\} + [K'_{1,2\ 1}]\{d'_2\}$$

Como el desplazamiento en el primer extremo está restringido la multiplicación de su rigidez por el desplazamiento en 1 es igual a 0, de manera que resulta:

$$\{P'_{1\ 1}\} = \begin{bmatrix} -34.175 & 0 & 11.380 \\ 0 & 0 & 0 \\ 11.380 & 0 & -3.789 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.219 \\ -0.871 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 7.488 \\ 0 \\ -2.493 \end{Bmatrix}$$

$$\{P'_{2\ 1}\} = [K'_{2,1\ 1}]\{d'_1\} + [K'_{2,2\ 1}]\{d'_2\}$$

Al igual que antes el desplazamiento en 1 está restringido por lo que resulta:

$$\{P'_{21}\} = \begin{bmatrix} 34.175 & 0 & -11.380 \\ 0 & 0 & 0 \\ -11.380 & 0 & 3.789 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0.219 \\ -0.871 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -7.488 \\ 0 \\ 2.493 \end{Bmatrix}$$

De la misma manera se hace la sustitución para cada barra:

- Barra 2

$$\{P'_{12}\} = \begin{Bmatrix} 7.484 \\ 0 \\ 2.492 \end{Bmatrix} \quad \{P'_{22}\} = \begin{Bmatrix} -7.484 \\ 0 \\ -2.492 \end{Bmatrix}$$

- Barra 3

$$\{P'_{13}\} = \begin{Bmatrix} 7.468 \\ -4.982 \\ -2.486 \end{Bmatrix} \quad \{P'_{23}\} = \begin{Bmatrix} -7.468 \\ 4.982 \\ 2.486 \end{Bmatrix}$$

- Barra 4

$$\{P'_{14}\} = \begin{Bmatrix} 7.468 \\ -4.982 \\ 2.486 \end{Bmatrix} \quad \{P'_{24}\} = \begin{Bmatrix} -7.468 \\ 4.982 \\ -2.486 \end{Bmatrix}$$



Comprobación del equilibrio y cálculo de reacciones:

- Nodo "A"

$$\{P'_A\} = \{P'_{11}\} = \begin{Bmatrix} R_{xA} \\ R_{yA} \\ R_{zA} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 7.488 \\ 0 \\ -2.493 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "B"

$$\{P'_B\} = \{P'_{23}\} = \begin{Bmatrix} R_{xB} \\ R_{yB} \\ R_{zB} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -7.468 \\ 4.982 \\ 2.486 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "C"

$$\{P'_C\} = \{P'_{24}\} = \begin{Bmatrix} R_{xC} \\ R_{yC} \\ R_{zC} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -7.468 \\ 4.982 \\ -2.486 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "D"

$$\{P'_D\} = \{P'_{12}\} = \begin{Bmatrix} R_{xD} \\ R_{yD} \\ R_{zD} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 7.484 \\ 0 \\ 2.492 \end{Bmatrix}$$

- Nodo "E"

$$\{P'_E\} = \{P'_{21}\} + \{P'_{22}\} + \{P'_{13}\} + \{P'_{14}\}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -7.488 \\ 0 \\ 2.493 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -7.484 \\ 0 \\ -2.492 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 7.468 \\ -4.982 \\ -2.486 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 7.468 \\ -4.982 \\ 2.486 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{Bmatrix} \approx \begin{Bmatrix} -0.032 \\ -9.962 \\ 0 \end{Bmatrix} \therefore \text{Esta en equilibrio}$$

Finalmente se realiza la rotación del sistema global al local, para determinar las fuerzas a las que está sometida cada barra.

$$\{P\} = [T]^t \{P'\}$$

- Barra 1

$$\{P'_{11x}\} = [0.949 \quad 0 \quad -0.316] \begin{Bmatrix} 7.488 \\ 0 \\ -2.493 \end{Bmatrix} = 7.9 \rightarrow \text{Compresión}$$

$$\{P'_{21x}\} = [0.949 \quad 0 \quad -0.316] \begin{Bmatrix} -7.488 \\ 0 \\ 2.493 \end{Bmatrix} = -7.9 \rightarrow \text{Compresión}$$

- Barra 2

$$\{P'_{12x}\} = [0.949 \quad 0 \quad 0.316] \begin{Bmatrix} 7.484 \\ 0 \\ 2.492 \end{Bmatrix} = 7.9 \rightarrow \text{Compresión}$$

$$\{P'_{22x}\} = [0.949 \quad 0 \quad 0.316] \begin{Bmatrix} -7.484 \\ 0 \\ -2.492 \end{Bmatrix} = -7.9 \rightarrow \text{Compresión}$$

- Barra 3

$$\{P'_{13x}\} = [-0.802 \quad 0.535 \quad 0.267] \begin{Bmatrix} 7.468 \\ -4.982 \\ -2.486 \end{Bmatrix} = -9.318 \rightarrow \text{Tensión}$$

$$\{P'_{23x}\} = [-0.802 \quad 0.535 \quad 0.267] \begin{Bmatrix} -7.468 \\ 4.982 \\ 2.486 \end{Bmatrix} = 9.318 \rightarrow \text{Tensión}$$

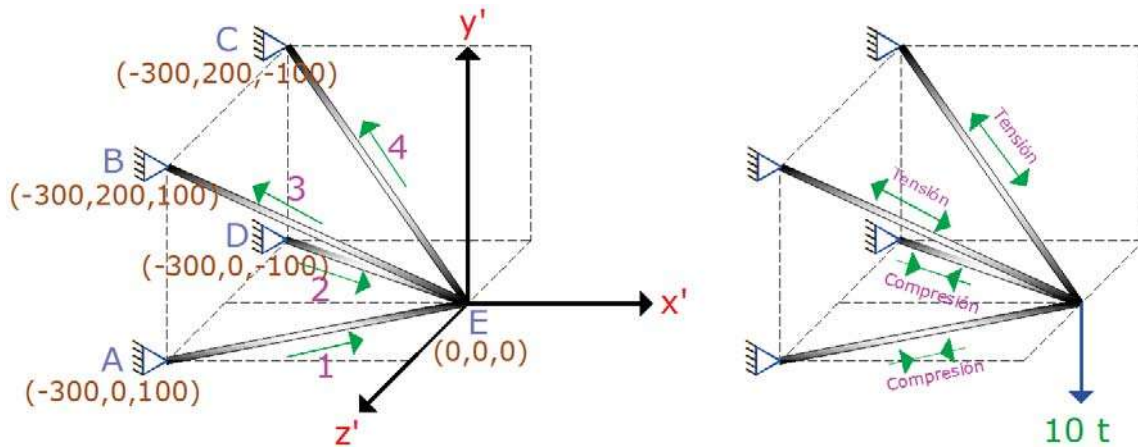


- Barra 4

$$\{P'_{14x}\} = \begin{bmatrix} -0.802 & 0.535 & -0.267 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 7.468 \\ -4.982 \\ 2.486 \end{Bmatrix} = -9.318 \rightarrow \text{Tensión}$$

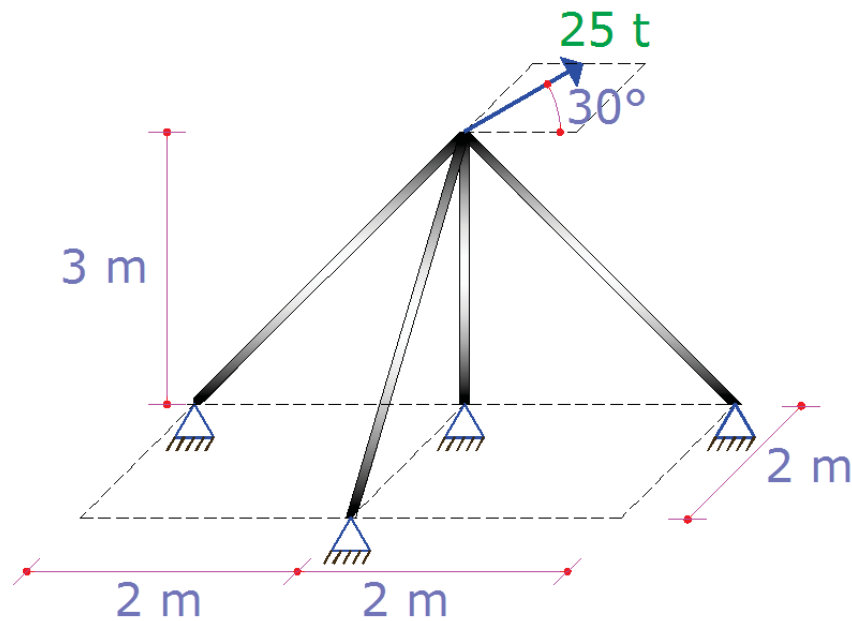
$$\{P'_{24x}\} = \begin{bmatrix} -0.802 & 0.535 & -0.267 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -7.468 \\ 4.982 \\ -2.486 \end{Bmatrix} = 9.318 \rightarrow \text{Tensión}$$

Por lo que finalmente la armadura queda como se muestra a continuación:



4.2 Desarrollo de ejemplos con el programa

Ejemplo 1. Analizar la siguiente armadura, considerando un área de 12 cm^2 para todas las barras.



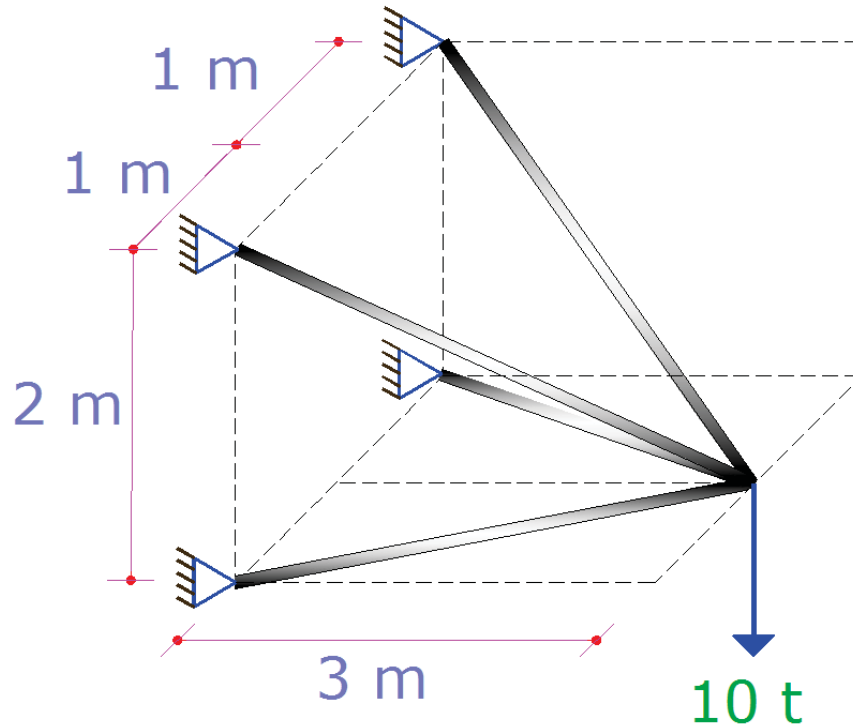
Para el ejemplo se utilizarán todas las unidades en toneladas "t" y centímetro "cm", el módulo de elasticidad del material es:

$$E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

Para poder analizar la armadura con el programa, a la derecha se muestra el archivo de datos correspondiente a la armadura del ejemplo.

Datos: Bloc de notas									
Archivo Edición Formato Ver Ayuda									
5	4	4	1	1					
1	200	0	200						
2	0	0	0						
3	200	0	0						
4	400	0	0						
5	200	300	0						
1	12	2000							
1	1	5	1						
2	2	5	1						
3	3	5	1						
4	4	5	1						
1	1	1	1						
2	1	1	1						
3	1	1	1						
4	1	1	1						
5	21.65	0	-12.5						

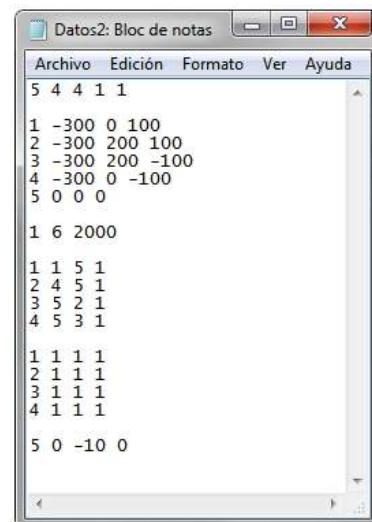
Ejemplo 2. Analizar la siguiente armadura, considerando un área de 6 cm^2 para todas las barras.



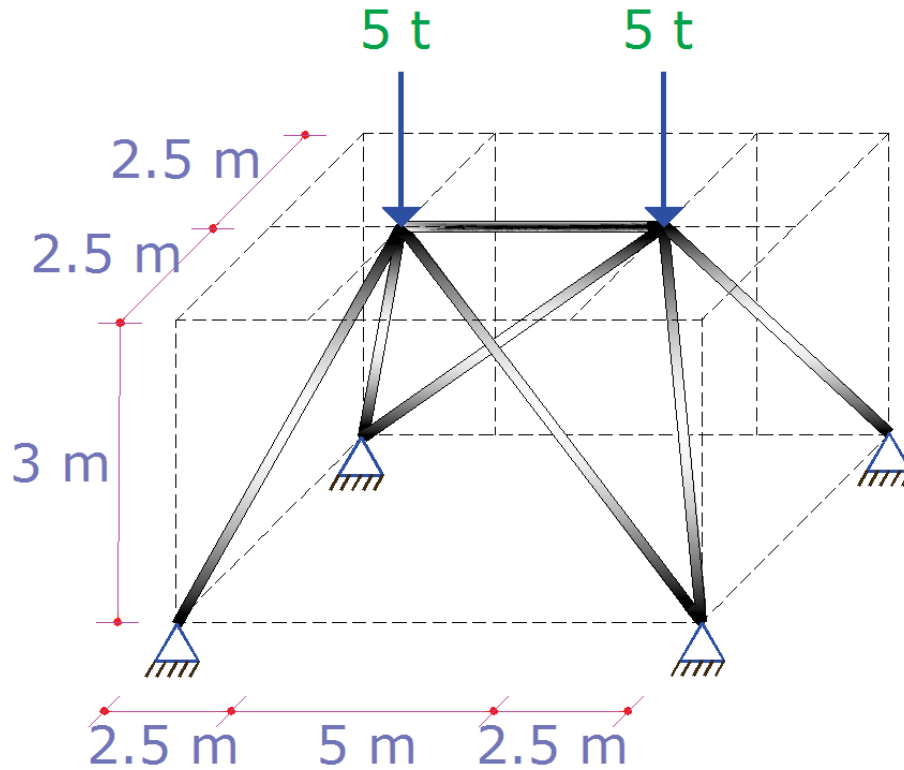
Para el ejemplo se utilizarán todas las unidades en toneladas "t" y centímetros "cm", el módulo de elasticidad del material es:

$$E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

Para el análisis de la armadura con el programa, se muestra el archivo de datos correspondiente a este segundo ejemplo.

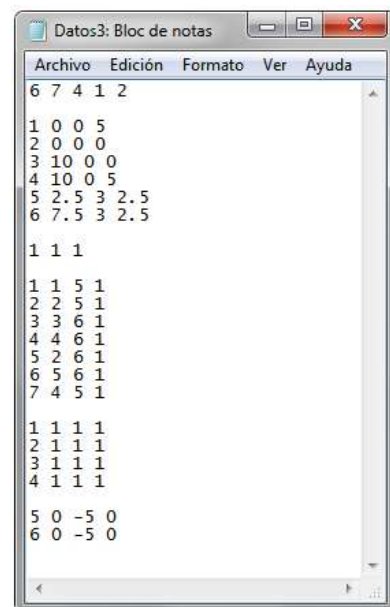


Ejemplo 3. Analizar la siguiente armadura, considerando un área y módulo de elasticidad constante para todas las barras.



Para el ejemplo se utilizarán todas las unidades en toneladas "t" y metros "m"

En este último ejemplo que se muestra, puede observarse que las unidades a utilizar ahora serán toneladas/metros a diferencia de los ejemplos pasados en los que se utilizaban toneladas/centímetros, con la intención de hacer notar que pueden utilizarse cualquier tipo de unidades siempre y cuando se respeten para todos los bloques de ingreso de datos.



res3: Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

Análisis de Armaduras Tridimensionales
Por el Método de las Rigideces

Número de nodos _____ 6
Número de barras _____ 7
Número de apoyos _____ 4
Número de propiedades _____ 1
Nodos cargados _____ 2

-----COORDENADAS-----

Nº Nudo	X	Y	Z
1	.00	.00	5.00
2	.00	.00	.00
3	10.00	.00	.00
4	10.00	.00	5.00
5	2.50	3.00	2.50
6	7.50	3.00	2.50

-----PROPIEDADES-----

Nº Barra	N.I	N.F	A	E
1	1.0	5.0	1.00	1.00
2	2.0	5.0	1.00	1.00
3	3.0	6.0	1.00	1.00
4	4.0	6.0	1.00	1.00
5	2.0	6.0	1.00	1.00
6	5.0	6.0	1.00	1.00
7	4.0	5.0	1.00	1.00

-----DESPLAZAMIENTOS-----

Nº Nudo	X	Y	Z
1	.0000000	.0000000	.0000000
2	.0000000	.0000000	.0000000
3	.0000000	.0000000	.0000000
4	.0000000	.0000000	.0000000
5	5.5113160	-29.0246800	-3.9121680
6	-5.5113180	-29.0246800	3.9121700

Conclusiones

Se logró desarrollar un programa para el análisis de armaduras tridimensionales por el método de las rigideces y de acuerdo a los resultados obtenidos con los ejemplos desarrollados manualmente y por el programa se observa que funciona correctamente.

El tiempo de análisis de una armadura se reduce enormemente con el programa.

No hace falta instalación del programa o de otras aplicaciones para su funcionamiento lo que permite que pueda ser ejecutado en cualquier computadora.

Finalmente una buena característica del programa es que debido a su peso (235 kb), puede ser guardado en cualquier memoria usb o dispositivo de almacenamiento que se tenga a la mano.

Bibliografía

- Rafael M. Rojas Rojas/Helia M. Padilla Punzo, "Análisis Estructural con Matrices", Editorial trillas, 2009
- R.C. Hibbeler, "Análisis Estructural", Editorial Prentice Hall, Tercera edición, 1997
- Jenkins, "Análisis y Mecánica de las Estructuras", Editorial Alfaomega, 1994
- Prab Bhatt/Hugh Nelson, "Estructuras", Editorial Continental, Primera edición, 1999
- Aslan Kassimali, "Análisis Estructural", Segunda edición

Páginas web:

- <http://www.ingenieria.unam.mx/~deptoestructuras/downloads/ogd/ProbTeoriaGralEstruct.pdf>
- <http://es.wikipedia.org>
- http://wapedia.mobi/es/Método_matricial_de_la_rigidez
- <http://www.monografias.com/trabajos/lengprog/lengprog.shtml>
- <http://www.lenguajes-de-programacion.com/lenguajes-de-programacion.shtml>
- <http://www.desarrolloweb.com/articulos/1550.php>
- http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/ruben/master/CNC/FORTRAN/FORTRAN90.html