



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO



FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

“ANÁLISIS PROBABILÍSTICO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA VIDA ÚTIL DE UN PAVIMENTO FLEXIBLE”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PRESENTA

JOSE OMAR MELCHOR BARRIGA

ASESOR

DR. CARLOS CHÁVEZ NEGRETE

Morelia, Michoacán; Junio 2016



DEDICATORIA

Esta tesis se la dedico:

A Dios.

Porque ha forjado mi camino y me ha conducido por el sendero correcto, a Dios, el que en todo momento está conmigo ayudándome a aprender de mis errores y a no cometerlos otra vez. Eres quien guía el destino de mi vida.

A mi padre.

Han pasado muchos años desde que nací, desde ese momento e incluso antes, ya estabas buscando maneras de ofrecerme lo mejor. Has trabajado muy duro, y sin importar si llegabas cansado del trabajo siempre buscabas tener una sonrisa para tu familia. Las ayudas que me has brindado han formado bases de gran importancia, ahora soy consciente de eso. Porque solo la superación de mis ideales, me han permitido comprender cada día más la difícil posición de ser padre. Como un pequeño testimonio del gran apoyo brindado de tu parte, te dedico esta tesis papá.

A mi madre.

Porque tus esfuerzos han sido siempre impresionantes y tu amor es para mí invaluable, tus enseñanzas las aplico día a día. Eres una mujer que simplemente me hace llenar de orgullo, te amo y no hay manera de devolverte tanto que me has ofrecido desde que incluso no hubiera nacido. Esta tesis es un logro más que llevo a cabo y sin lugar a dudas ha sido en gran medida gracias a ti; no sé en donde me encontraría de no ser por tus ánimos, compañía y sobre todo, tu amor incondicional de madre.

A mi hermano Jorge.

Aunque la mayoría de las veces parece que estuviéramos en una batalla, hay momentos en los que la guerra cesa y nos unimos para lograr nuestros objetivos. Por eso dedico de manera especial estas líneas, pues has sido el principal cimiento para la construcción de mi vida profesional, has sentado en mí las bases de responsabilidad y deseos de superación, en ti tengo el espejo en el cual me quiero reflejar pues tus virtudes infinitas y tú gran corazón me llevan a querer admirarte cada día más.

Por eso hermano esta dedicatoria va para ti, porque yo sé que siempre voy a contar con tu apoyo incondicional en las buenas y en las malas.



A Juanita.

Cuando me preguntan cuántos hermanos y hermanas tengo, siempre respondo que dos, uno de sangre y una de corazón. Tú, eres esa hermana de corazón, quien ha sido mi mano derecha durante todo este tiempo, te agradezco por tu desinteresada ayuda, por echarme la mano cuando siempre la necesité, por aportar considerablemente no solo en este proyecto de tesis, sino en el proyecto más importante: mi vida, no solo por aportar con tu ayuda brindada, sino por los buenos momentos en los que convivimos.

A mis amigos.

A través de los diferentes momentos que viví en el transcurso de mi carrera, conocí e identifiqué a varias personas que permanecían cerca de mi círculo de confianza, personas que no sólo buscaban algo de mí y cuando lo conseguían, simplemente se alejaban de mi vida. Dentro de estas personas también me percaté de aquellas que llegaban sin motivo o razón aparente, y solo se quedaban y entablaban una relación de amistad conmigo; muchas de estas personas se encuentran aún hoy en día cerca de mí, y día a día construimos lo que sabemos será una grande y sincera amistad.

Pues así como se construyen las obras civiles con buenos cimientos, también se construye una amistad. Estas personas son mis amigos, y durante la dura realización de esta tesis siempre me brindaron su apoyo, por eso, hoy les dedico a todos ellos esta tesis.

A mis maestros.

Por su gran apoyo y motivación para la culminación de mis estudios profesionales y para la elaboración de esta tesis, para todos ellos que en este largo proceso llamado vida, influyeron directamente con sus lecciones y experiencias en formarme como una persona de bien y preparada para los retos que pone la vida, a todos y cada uno de ellos les dedico cada una de estas páginas de mi tesis.

A todos aquellos.

Que no creyeron en mí, a aquellos que esperaban un fracaso en cada paso que daba hacia la culminación de mis estudios, a aquellos que nunca esperaban que lograra terminar la carrera, a todos aquellos que apostaban a que me rendiría a medio camino, a todos los que supusieron que no lo lograría, a todos ellos les dedico esta tesis.



AGRADECIMIENTOS

Le agradezco a Dios por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi carrera, por darme fortaleza en tiempos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes, experiencias y sobre todo felicidad.

Le agradezco sinceramente a mi asesor de tesis, Dr. Carlos Chávez Negrete, su esfuerzo y dedicación. Sus conocimientos, orientación, manera de trabajar, persistencia, paciencia y motivación han sido fundamentales para mi formación profesional y personal. Él ha inculcado en mí un sentido de seriedad, responsabilidad y rigor académico sin los cuales no podría haber concluido este trabajo de investigación. A su manera, ha sido capaz de ganarse mi lealtad y admiración, así como sentirme en deuda con él por todo lo recibido durante el tiempo que ha durado esta tesis.

Agradezco a mi inigualable Facultad de Ingeniería Civil, por haberme permitido formarme en ella, nido de muchos que al igual que yo eligieron esta extraordinaria carrera y que con orgullo, amor, pasión, dignidad y respeto representaré ante toda la sociedad.

También agradezco a mi familia y amigos, quienes fueron mis compañeros de clases durante la carrera y la elaboración de esta tesis, por su amistad y apoyo incondicional, gracias totales.



RESUMEN

La finalidad de este trabajo de investigación, es desarrollar un algoritmo que nos ayude a determinar la vida útil de un pavimento flexible en carreteras de altas especificaciones, de acuerdo a un análisis probabilístico, comparando sus resultados con los obtenidos en el programa DISPAV 3.0. Para ello se utilizó la metodología de diseño de pavimentos flexibles de la UNAM.

El algoritmo se validó mediante la utilización de una reducción del valor relativo de soporte medio esperado en campo (\overline{VRSz}), es decir, el valor relativo de soporte crítico esperado en campo ($\overline{VRS_c}$), que vienen explicados tanto en el método mencionado anteriormente como en la desarrollo del programa.

Dentro de la metodología, primero se determinaron las características mecánicas de los materiales de las capas que conforman la estructura del pavimento, a su vez se estudiaron y analizaron las ecuaciones de diseño que se deducen en la metodología de diseño de pavimentos flexibles de la UNAM.

Posteriormente se procedió a desarrollar el programa correspondiente para realizar el análisis probabilístico, una vez programado, se determinó la vida útil del pavimento, tanto en nuestro algoritmo como en el programa DISPAV 3.0. También se determinó y analizó la probabilidad de que el pavimento falle antes de la vida útil determinada en DISPAV 3.0, realizando una comparativa entre el valor del método empírico de la UNAM y los valores obtenidos a partir del análisis probabilístico.

Respecto al análisis probabilístico realizado en este trabajo, se concluye que fue exitoso por ser un análisis completo del comportamiento del pavimento ante la aplicación de cargas, debido a que se empleó una metodología mecanicista. De acuerdo a lo anterior, los resultados obtenidos acerca de la vida útil del pavimento flexible que se estudió, son más cercanos a la realidad.

Por último, para revisar la vida útil de un pavimento empleando este algoritmo, es estrictamente necesario contar con los datos que componen las propiedades mecánicas de la estructura de dicho pavimento (módulos de elasticidad, VRS, módulos de Poisson, espesores).



ABSTRACT

The purpose of this research is to develop an algorithm that helps us determine the life of a flexible pavement features high specification, according to a probability analysis, comparing their results with those obtained in the DISPAV 3.0 program this methodology flexible pavement design was used in UNAM.

The algorithm was validated using a reduction in the relative value of carrier medium expected field (VRSz), the relative value of critical support expected field (VRSC), which are explained I have in the above method as in program development.

Within the methodology, first the mechanical characteristics of the materials of the layers that make up the pavement structure were determined, in turn studied and analyzed the design equations that are deducted in the methodology of flexible pavement design in UNAM university.

Then we proceeded to develop the appropriate program to analyze probability in, once programmed, the pavement life time was determined, in our algorithm and the DIPAV 3.0. It was also determined and analyzed the probability that the pavement fail before the life time given in the DISPAV 3.0 program, making a comparison between the value of the empirical method of UNAM and the values obtained from the probability analysis.

Regarding the analysis in this paper, it is concluded that was successful for being a complete analysis of pavement performance to the application to load due to a mechanical methodology was used. According to the above results obtained near the flexible pavement life was studied, they are closer to reality.

Finally, to check the life time of a pavement used in this algorithm, it is strictly necessary to have the data that make the mechanical properties of the structure of the pavement (moduli, VRS, Poisson modules, thicknesses).



ÍNDICE

DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTOS.....	iii
RESUMEN.....	iv
OBJETIVO GENERAL	9
OBJETIVO ESPECÍFICOS	9
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA QUE SE ABORDA	10
HIPOTESIS	11
INTRODUCCIÓN	12
1 METODOLOGÍA MECANICISTA DE DISEÑO DE PAVIMENTOS	13
DESVENTAJAS	13
1.1 ANÁLISIS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES POR EL MÉTODO DE ODEMARK.....	15
1.1.1 TEORÍA MULTICAPA ELÁSTICA.....	15
1.1.2 TEORÍA DE ODEMARK	17
1.2 MÉTODO DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA DE LA UNAM	24
1.2.1 MODELO TEÓRICO DE COMPORTAMIENTO	25
1.2.2 CALIBRACIÓN DEL MODELO	28
1.2.3 ECUACIONES DE DISEÑO	30
1.3 DISEÑO ESTRUCTURAL DE PAVIMENTOS ASFALTICOS, INCLUYENDO CARRETERAS DE ALTAS ESPECIFICACIONES (DISPAV-5-VERSION 3.0)	39
1.3.1 ENTRADA DE DATOS	39
1.3.2 VIDA PREVISIBLE POR DEFORMACIÓN PERMANENTE Y POR FATIGA.....	41
1.3.3 CÁLCULO DE LA VIDA PREVISIBLE PARA OTROS PAVIMENTOS	41
1.3.4 IMPRESIÓN DE RESULTADOS.....	41
1.3.5 ECUACIONES DE DISEÑO Y VALORES TÍPICOS DEL VRSz	42
1.3.6 DEFORMACION PERMANENTE ACUMULADA.....	42
1.3.7 COMENTARIOS ADICIONALES SOBRE EL VRSz CRÍTICO UTILIZADO EN EL MÉTODO DE DISEÑO.....	43



1.3.8	DEFORMACIONES UNITARIAS CRÍTICAS DE TENSIÓN	44
2	DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE PROBABILIDAD.....	45
2.1	NÚMEROS ALEATORIOS	45
2.2	GENERACIÓN DE NUMEROS ALEATORIOS	45
2.3	PROPIEDADES DE UN BUEN GENERADOR DE NÚMEROS ALEATORIOS.....	46
2.3.1	GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS CON DISTRIBUCIÓN UNIFORME	46
2.4	ALGUNAS DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE PROBABILIDAD.....	47
2.4.1	DISTRIBUCIÓN UNIFORME CONTINUA.....	47
2.4.2	DISTRIBUCIÓN UNIFORME	47
2.4.3	DISTRIBUCIÓN NORMAL.....	48
2.4.4	ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL.....	52
2.4.5	APLICACIONES DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL	57
3	CONTROL DE CALIDAD DE LAS CAPAS DE PAVIMENTOS (SCT)	59
3.1	SUPERVISON DE LA CALIDAD MEDIANTE GRÁFICAS O DIAGRAMAS DE CONTROL	59
3.2	GRÁFICAS DE CONTROL PARA LA MEDIA DEL PROCESO.....	60
3.3	LÍMITES EN LAS GRÁFICAS DE CONTROL PARA VARIABLES Y CAPACIDAD DEL PROCESO	60
3.3.1	ANOMALIAS EN LAS GRAFICAS DE CONTROL	66
3.4	DIAGRAMAS DE CONTROL PARA ATRIBUTOS: DIAGRAMAS DE P (proporción).....	66
3.5	GRÁFICA DE CONTROL PARA EL NÚMERO DE DEFECTUOSOS POR UNIDAD: DIAGRAMA DE C.....	70
4	OBTENCIÓN Y PROCESAMIENTO DE LOS DATOS DE UN TRAMO DE PAVIMENTACIÓN.....	74
4.1	MACROLOCALIZACIÓN.....	74
4.2	MICROLOCALIZACIÓN	75
4.3	DATOS RECABADOS EN CAMPO	76
4.3.1	SELECCIÓN DE MUESTRAS QUE SE OBTIENGAN DE SUPERFICIES REGULARES	76
4.3.2	DETERMINACIÓN DE MUESTRAS PARA EL TRAMO ANALIZADO	78
5	DETERMINACIÓN DE LA VIDA ÚTIL MEDIANTE UN ANÁLISIS PROBABILÍSTICO	93
5.1	DESARROLLO DEL PROGRAMA.....	93
5.1.1	DETERMINACIÓN DEL VRS Y MÓDULO DE RIGIDEZ.	93
5.1.2	DATOS DE ENTRADA	96
5.1.3	TIPO DE CAMINO	96



5.1.4	NÚMERO DE CAPAS	96
5.1.5	CÁLCULO DE LA VIDA PREVISIBLE POR DEFORMACIÓN PERMANENTE Y POR FATÍGA.....	98
	CONCLUSIONES.....	108
	BIBLIOGRAFÍA	110
	APENDICE A	112
	APENDICE B	115
	APENDICE C	116



OBJETIVO GENERAL

Determinar la vida útil para la estructura de un pavimento flexible mediante la aplicación de un análisis probabilístico, de acuerdo al método normal de diseño de pavimentos flexibles de la UNAM, para carreteras de altas especificaciones.

OBJETIVO ESPECÍFICOS

- Estudiar y entender el funcionamiento del programa DISPAV 3.0 utilizado para el diseño de pavimentos flexibles.
- Codificar un método que sea capaz de analizar probabilísticamente las características mecánicas de la estructura de un pavimento flexible.
- Aplicar técnicas comparativas entre el método empírico empleado en el programa DISPAV 3.0 y el análisis probabilístico realizado en esta investigación.
- Determinar los valores de las variaciones en los resultados al analizar probabilísticamente un pavimento con \overline{VRSz} .
- Determinar los valores de las variaciones en los resultados al analizar probabilísticamente un pavimento con \widehat{VRSz} .



DEFINICIÓN DEL PROBLEMA QUE SE ABORDA

El crecimiento del país por más mínimo que sea, trae consigo un aumento en el comercio, el cual a su vez requiere un mayor número de transporte terrestre, lo que marca un incremento en el tránsito diario promedio anual (TDPA).

Debido al crecimiento antes mencionado, la red nacional de caminos también ha ido creciendo en las últimas décadas, por lo que es necesario señalar que los pavimentos que se requieren para la infraestructura vial que demanda el país, no son de la misma calidad que los empleados en otras épocas.

Por lo anterior, es necesario mejorar la calidad y el diseño de los pavimentos, algo que en el país pocas veces se nota, debido a los constantes casos de baja calidad en la vida útil de pavimentos que se han venido presentando en las últimas décadas. Para ello se requiere de la revisión de las metodologías de diseño de pavimentos empleadas en el país, con la finalidad de mejorar significativamente la vida útil de los pavimentos.



HIPOTESIS

De acuerdo a los ensayos de laboratorio de mecánica de suelos, es posible conocer las características mecánicas de las capas de los materiales que constituyen la estructura del pavimento, tales como: módulo de rigidez, valor relativo de soporte, espesores de las capas, entre otros. Con la caracterización de los materiales que construyen la estructura del pavimento, es posible realizar un análisis probabilístico que nos ayude a determinar la vida útil en millones de ejes equivalentes de un pavimento, aplicando la metodología de diseño de pavimentos de la UNAM.



INTRODUCCIÓN

Una de las principales problemáticas hoy en día en México es la infraestructura vial. Por lo que, en las últimas décadas el desarrollo del país ha permitido tener avances importantes en el diseño de nuevos pavimentos flexibles, empleando nuevos métodos así como también el uso de ciertos programas computacionales que facilitan su diseño.

Los pavimentos flexibles, son aquellos que en su estructura cuentan con una capa de carpeta asfáltica, es decir, una mezcla de agregado pétreo (piedra triturada, grava y arena) y material bituminoso derivado del asfalto o petróleo. Es una mezcla compacta y plástica, con la capacidad de absorber grandes impactos y soportar un elevado volumen de tránsito pesado.

Actualmente los pavimentos flexibles están diseñados como un sistema de capas, con distintas propiedades mecánicas en cada una de ellas, disminuyendo la calidad de estas conforme a la profundidad. Este tipo de diseño de pavimentos se modelan como un sistema multicapa, en el cual cada capa es elástica e isotrópica (sus propiedades son las mismas en todas las direcciones), dicho sistema cuenta con un área circular uniformemente cargada, de radio a que representa la llanta de un vehículo. Estos pavimentos se diseñan mediante dos criterios: deformaciones permanentes y fatiga de la carpeta asfáltica.

Con el avance tecnológico, el país ha tenido acceso a las diferentes metodologías de diseño de pavimentos, siendo los métodos mecanicistas los más utilizados, los cuales permiten tener un análisis completo del comportamiento mecánico del pavimento ante la aplicación de cargas, este tipo de metodologías a diferencia de las empíricas toma en cuenta los estados de esfuerzos y deformación presentes en las capas que influyen en el comportamiento del mismo. Sin embargo, en México uno de los principales métodos en los que se basan los diseños de pavimentos es el del Instituto de Ingeniería de la Universidad Autónoma Nacional de México, conocido como Método de la UNAM.

Hoy en día el método de la UNAM está preparado para ser manejado con la ayuda de un programa computacional llamado DISPAV 3.0, en el que se incluyen directamente las ecuaciones de diseño deducidas por el método. Considerando tanto el diseño de la estructura del pavimento como la revisión de la misma, las cuales dependen primordialmente de sus características mecánicas, como son: módulos de rigidez, valor relativo de soporte (VRS), relaciones de Poisson, espesores de las capas, entre otras.

Uno de los principales motivos para la elaboración de este trabajo de investigación es mejorar la infraestructura vial, mediante la actualización de teorías y metodologías que nos ayuden en el diseño de pavimentos, ya que el desarrollo del país nos lo está demandando.



1 METODOLOGÍA MECANICISTA DE DISEÑO DE PAVIMENTOS

Este método toma en cuenta como los estados de esfuerzo y deformación presentes en las capas que conforman la estructura del pavimento influyen en el comportamiento del mismo, a diferencia de los empíricos. Este tipo de metodologías requieren una modelización previa tanto de la estructura del pavimento como de las cargas. Debido al gran desarrollo de los programas de computación muchas de las teorías de análisis pueden aplicarse a las condiciones prácticas, para la determinación de estos esfuerzos y deformaciones se aplican programas, a los cuales se les introducen datos como: la carga, la presión de contacto, las propiedades mecánicas de los materiales (Módulo de elasticidad, relación de Poisson) y el espesor de las capas y sólo resta analizar los resultados comparándolos con los que requiere el pavimento para la vida útil proyectada, esto a prueba y error (aumentando o disminuyendo los espesores de las capas) se obtienen las dimensiones de las capas que conformarán la estructura del pavimento. Estos programas fueron desarrollados desde la década de 1960 (Rondón, 2007).

A pesar de que son metodologías diferentes, presentan ciertas similitudes. Por ejemplo, el criterio de falla en los métodos analíticos es el mismo:

- El pavimento falla por acumulación de deformación a tracción en la zona inferior de la capa asfáltica debido a ciclos de carga (FATIGA)
- Por exceso de deformación vertical en la superficie de la capa de subrasante (No toma en cuenta la acumulación de la deformación en las capas de base y sub-base granulares no tratadas).

DESVENTAJAS

La principal desventaja de esta metodología radica en que el cálculo de los estados de esfuerzo y deformación se realiza por lo general suponiendo que el pavimento flexible es un sistema *multicapa elástico lineal* (compuesto por tres capas; la subrasante, la capa granular no tratada y la capa asfáltica, Figura 1). Este comportamiento elástico lo supone de manera simplista y lo justifica diciendo que bajo algún ciclo de carga individual la deformación permanente será muy baja comparada con la deformación resiliente. Los parámetros elásticos se obtienen en laboratorios por ensayos o retro cálculos de ensayos in-situ (empleando por ejemplo en laboratorio la prueba triaxial cíclica y en campo un deflectómetro de impacto “Falling Weight Deflectometers” – FWD).

Por un lado las ecuaciones elásticas lineales no toman en cuenta el comportamiento viscoso de las mezclas asfálticas (que dependen de la velocidad de aplicación de carga y temperatura) y para los materiales granulares no tratados de bases y sub-bases su comportamiento es inelástico (deformaciones resilientes y permanentes) no lineal (rigidez dependiente del nivel de esfuerzo aplicado) para los niveles de esfuerzo a los que se somete un pavimento flexible. Además,



dependiendo del material de subrasante, el comportamiento puede ser viscoso, como es el caso de muchas arcillas (Rondón, 2007).

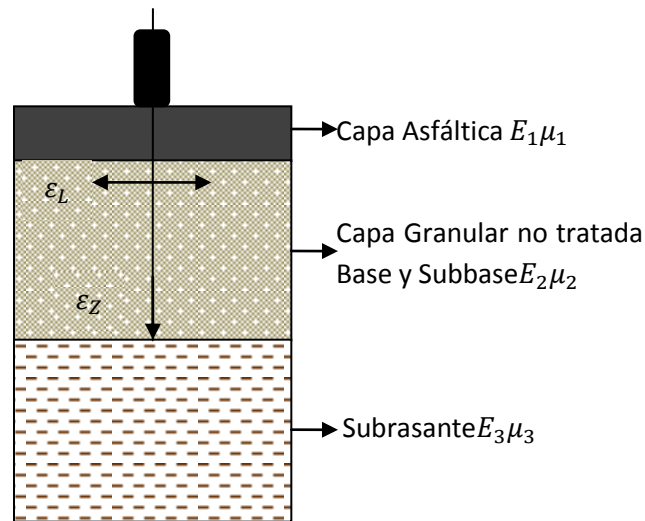


Figura 1.-Sistema Multicapa Elástico para el Análisis de Pavimentos.

Otras desventajas de esta metodología son:

- Supone que los materiales de cada capa son isotrópicos y homogéneos.
- Los programas analíticos no toman en cuenta las diferentes geometrías que pueden presentar las estructuras de pavimento (por ejemplo: suponen extensión infinita de las capas en sentido horizontal) y la carga es estática.
- En la mayoría de los casos los programas no toman en cuenta los efectos del medio ambiente sobre las propiedades mecánicas de los materiales utilizados.
- Cuando se emplean ecuaciones elásticas se generan valores no reales de esfuerzos de tensión en las capas granulares (elásticamente eso no es posible), especialmente en pavimentos con capas asfálticas delgada.

En la Figura 2 se puede apreciar de mejor manera la metodología general para el diseño de pavimentos flexibles. Se supone que se conocen los materiales utilizados para la estructura del pavimento y los espesores del mismo están sujetos a iteraciones de diseño. Si los espesores propuestos no satisfacen los requisitos de diseño, se procede a cambiar los tipos y propiedades de los materiales a utilizar (Rico, Téllez, Garnica, 1998).

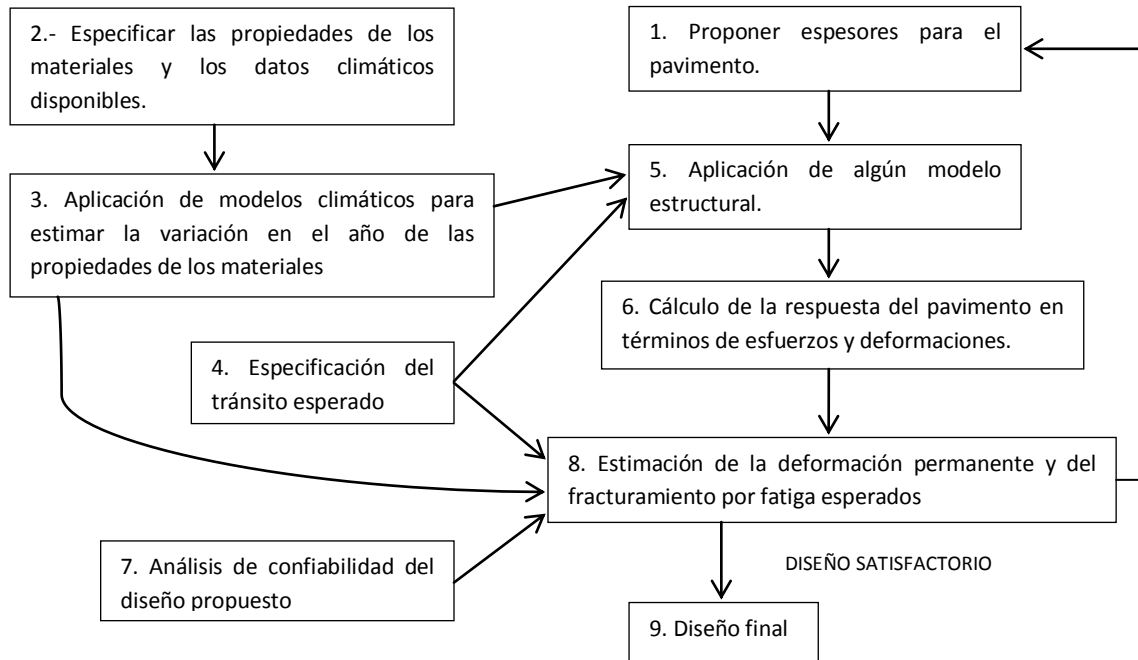


Figura 2.- Metodología General para el Diseño de Pavimentos Flexibles (Rico et al., 1988, pp.107).

1.1 ANÁLISIS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES POR EL MÉTODO DE ODEMARK

Los pavimentos flexibles están diseñados y construidos en base a un sistema de capas con distintas propiedades mecánicas. Donde, las capas superiores son las de mejor calidad y esta va disminuyendo de acuerdo a la profundidad hasta llegar al terreno natural. Los pavimentos flexibles se diseñan mediante dos criterios;

1. Deformaciones permanentes
2. Fatiga de la carpeta asfáltica

Para poder calcular estos esfuerzos y deformaciones a diferentes profundidades de la estructura del pavimento se hace uso de la teoría multicapa elástica, su solución es compleja y requiere mucho tiempo, por lo que se utiliza una solución alterna y sencilla aplicando el método de Odemark (Chávez, Pastor, Alarcón & Arreygue, 2013).

1.1.1 TEORÍA MULTICAPA ELÁSTICA

La estructura del pavimento se modela como un sistema multicapa, en el cual, cada capa es elástica e isotrópica. En la Figura 3, se muestra un sistema de n capas en coordenadas cilíndricas, el sistema cuenta con un área flexible circular uniformemente cargada de radio a la cual representa la llanta de un vehículo. En la realidad existen diferentes configuraciones de llantas en las que se

suman los efectos, en la teoría multicapa se pueden sumar los efectos de otras cargas de manera natural para representar la realidad (Chávez et al., 2013).

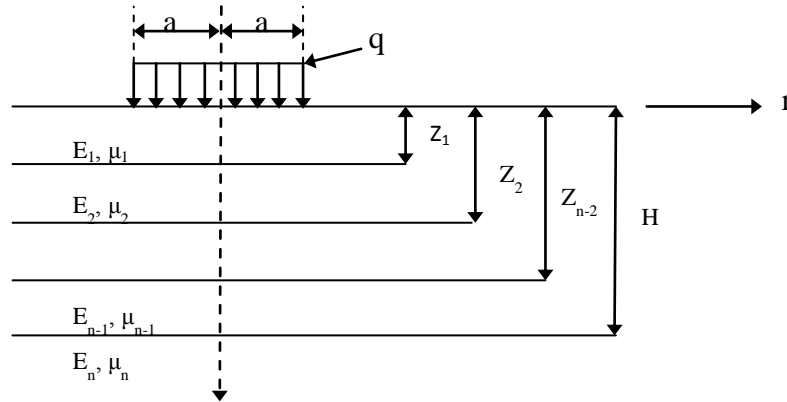


Figura 3.- Sistema de n Capas en Coordenadas Cilíndricas.

Para solucionar este problema se hace uso de ecuaciones de equilibrio y compatibilidad, las cuales se muestran a continuación:

Ecuaciones de equilibrio;

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \tag{2}$$

Ecuaciones de compatibilidad;

$$\nabla^4 \phi = 0 \tag{3}$$

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \tag{4}$$

Ecuaciones de la elasticidad de esfuerzo;

$$\sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left((2 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \tag{5}$$

$$\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right) \tag{6}$$

$$\sigma_t = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \tag{7}$$

$$\tau_{rz} = \frac{\partial}{\partial r} \left((1 - \mu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \tag{8}$$



Las ecuaciones de la elasticidad de desplazamiento,

$$\omega = \frac{1 + \mu}{E} \left((1 - 2\mu)\nabla^2\phi + \frac{\partial^2\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) \quad (9)$$

$$u = -\frac{1 + \mu}{E} \left(\frac{\partial^2\phi}{\partial r \partial z} \right) \quad (10)$$

Donde,

r y z son coordenadas cilíndricas del punto de interés.

La solución general de las ecuaciones anteriores se da mediante la utilización de una función de esfuerzos ϕ que se define a continuación:

$$\phi_i = \frac{H^3 J_0(m\rho)}{m^2} (A_i e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - B_i e^{-m(\lambda - \lambda_{i-1})} C_i m \lambda e^{-m(\lambda_i - \lambda)} - D_i m \lambda e^{-m(\lambda - \lambda_{i-1})}) \quad (11)$$

Donde;

$$\rho = \frac{r}{H}$$

$$\lambda = \frac{z}{H}$$

H = Es la distancia de la superficie al límite superior de la última capa

J_0 = Es la función de Bessel de primer tipo y orden 0

m = Es un contador que va de 0 a infinito

A, B, C Y D = Son las constantes de integración

La función de esfuerzos ϕ_i se sustituye en las ecuaciones de la elasticidad de esfuerzos (3),

(4), (5), (6) y (7), obteniendo las constantes de integración para solucionar el sistema de ecuaciones que involucra una integral de cero a infinito, que es lo complicado de solucionar (Chávez et al., 2013).

1.1.2 TEORÍA DE ODEMARK

Las teorías y métodos para la solución de este tipo de pavimentos se basan en las hipótesis generales de la elasticidad:

- Los materiales se comportan como medios elásticos lineales, homogéneos e isotrópicos. Por lo que le bastan dos parámetros, módulo de elasticidad (E) y coeficiente de Poisson (μ)



para definir el comportamiento del material.

- Las capas se prolongan infinitamente en el sentido horizontal, pero no en su profundidad y exceptuando la capa inferior, la cual se considera como un macizo semi-indefinido de Boussinesq.
- Se considera que la estructura multicapa está sujeta a carga estática, en donde se ejerce una presión vertical uniforme sobre el área de contacto de la llanta.

Partiendo de estas hipótesis se han desarrollado diferentes teorías, establecidas por diversos autores. Este trabajo se enfoca en la teoría de espesores equivalentes desarrollada por Nils Odemark en 1949 y es un modelo que permite calcular de manera simplificada la respuesta que tiene un sistema multicapa a esfuerzos de tensión y deformación transformando el sistema en un semiespacio homogéneo e isótropo, mediante un modelo elástico único.

Este método supone que los esfuerzos y deformaciones por debajo de una capa dependen de la rigidez de la capa inferior únicamente.

Sí; el espesor, módulo de elasticidad y relación de Poisson de una capa son cambiados pero la rigidez permanece constante, los esfuerzos y deformaciones de la capa superior no deben cambiar, ver Figura 4. Los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos se pueden obtener a partir de las ecuaciones de Foster, Ahlvin Y Ulery. De este modo tenemos que la rigidez de la capa es proporcional a:

$$\frac{h^3 E}{1 - \mu^2} \quad (12)$$

Dónde;

h: espesor de la capa

E: módulo de elasticidad

μ : relación de Poisson

De tal manera que si se varía el espesor h, el módulo de elasticidad, la relación de Poisson, pero manteniendo su rigidez constante, los esfuerzos y deformaciones bajo dicha capa permanecerán aproximadamente iguales, es decir;

$$\frac{h_1^3 E_1}{1 - \mu_1^2} = \frac{h_e^3 E_2}{1 - \mu_2^2} \quad (13)$$

Lo que se busca es encontrar un espesor equivalente h_e para la capa superior con un módulo de elasticidad igual al de la capa inferior, E_2

$$h_e = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1 (1 - \mu_2^2)}{E_2 (1 - \mu_1^2)}} \quad (14)$$

De esta manera el sistema equivalente que se forma en la parte derecha de la Figura 4 es un

semiespacio infinito homogéneo, donde se pueden utilizar las ecuaciones de Boussinesq y sus derivadas para cargas distribuidas, en este caso por una área circular uniforme y un semiespacio homogéneo.

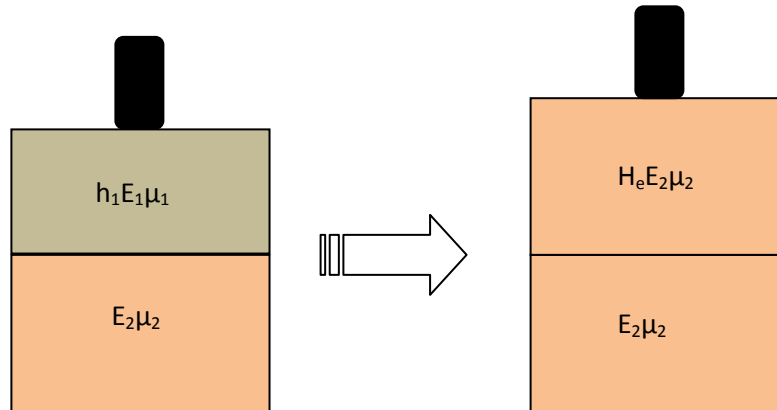


Figura 4.-Estructura Equivalente del Método de Odemark.

En este método por lo general, para simplificar un poco la expresión, la relación de Poisson se supone igual para todas las capas, debido a la complejidad para determinar su valor y que la variación que pueda existir entre ambos afecta muy poco el resultado, además teniendo en cuenta que el método de Odemark es una aproximación y no es correcto matemáticamente hay que realizar una corrección, introduciendo un factor de corrección f , es decir;

$$h_e = (f) \left(h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}} \right) \quad (15)$$

Donde:

$f = 1.0$ para la primera interface y para un sistema de n capas.

$f = 0.9$ para la primera interface en un sistema de dos capas.

$f = 0.8$ para un sistema de n capas a partir de la segunda interface.

El método tiene ciertas limitaciones:

- Los módulos de elasticidad de las capas deben ser decrecientes respecto a la profundidad de la misma y deben guardar una relación superior a 2.
- El espesor equivalente de cada capa debe ser mayor que el radio del área cargada, de lo contrario se necesita un ajuste en el factor de corrección, como se muestra a continuación:

$$f = 1.1(a/h_1)^{0.3} \text{ si el espesor de la capa, } h_1, \text{ es menor que el radio del área cargada.}$$

El método de Odemark se apoya de la solución de Boussinesq para un área circular con carga



uniformemente repartida, para la cual se dan las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_z = q \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2\right)^{3/2}} \right) \quad (16)$$

$$\sigma_r = \sigma_t = q \left[\frac{1 + 2\nu}{2} - \frac{1 + \nu}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2}} + \frac{1}{2 \left(\sqrt{1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2}\right)^3} \right] \quad (17)$$

$$\varepsilon_z = \frac{(1 + \mu)q}{E} \left(\frac{\frac{z}{R}}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2}\right)^3} - (1 - 2\mu) \left(\frac{\frac{z}{R}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2}} - 1 \right) \right) \quad (18)$$

$$\varepsilon_r = \frac{(1 + \mu)q}{2E} \left(\frac{-\frac{z}{R}}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2}\right)^3} - (1 - 2\mu) \left(\frac{\frac{z}{R}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2}} - 1 \right) \right) \quad (19)$$

$$d_z = \frac{(1 + \nu)qa}{E} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}} + (1 - 2\nu) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2} - \frac{z}{a} \right) \right] \quad (19)\text{continuación}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\frac{1-\mu}{2\mu}(\sigma_z - E\varepsilon_r) - \mu\sigma_z}{E_2} \quad (20)$$

EJEMPLO 1.- En un sistema de tres capas (considerando la subrasante como una capa) con los espesores y módulos de elasticidad mostrados en la **Figura 5** Con una carga uniformemente distribuida de 0.7 MPa y un área circular flexible de 150 mm de radio. Se supone una relación de Poisson de 0.35 para todos los materiales (Ullidtz, 1998, pp. 41).

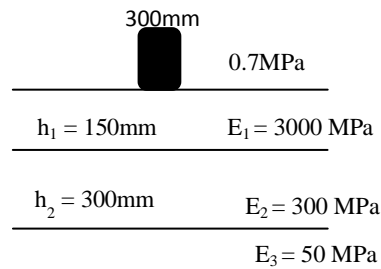


Figura 5.- Sistema de Tres Capas.

Datos:

- R= 150mm
- q= 0.7Mpa
- $E_1=3000\text{MPa}$
- $E_2=300\text{MPa}$
- $E_3=50\text{MPa}$
- $\mu=0.35$
- $h_1=150\text{mm}$
- $h_2=300\text{mm}$

SOLUCIÓN:

PASO 1.-Se calcula el espesor equivalente de la primera capa con el módulo de la segunda.

$$h_e = (f) \left(h_1^3 \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \right)$$

Por ser un sistema de n capas el factor de corrección f tiene el valor de 1.0, sustituyendo en (15):

$$h_{e1} = (1.0) \left((150)^3 \sqrt{\frac{3000}{300}} \right) = 323\text{mm}$$

PASO 2.-Se determina la distribución de esfuerzo vertical de la primera capa utilizando la ecuación de Boussinesq (16), tomando las profundidades z proporcional a la profundidad equivalente h_{e1} . Se aplican las ecuaciones (18) y (20) para obtener las deformaciones a la profundidad de h_{e1} .

$$\sigma_z = (0.7) \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{150}{323} \right)^2 \right)^{3/2}} \right) = 0.178\text{MPa}$$



$$\varepsilon_r = \frac{(1+0.35)0.7}{2 \times 300} \left(\frac{\frac{323}{150}}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{323}{150} \right)^2} \right)^3} - (1 - 2(0.35)) \left(\frac{\frac{323}{150}}{\sqrt{1 + \left(\frac{323}{150} \right)^2}} - 1 \right) \right) = 675 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\frac{1-0.35}{2(0.35)}(0.178 - 300 \times 675 \times 10^{-6}) - 0.35 \times 0.178}{300} = -283 \times 10^{-6}$$

PASO 3.- Posteriormente se calcula el espesor equivalente de la segunda capa más la primera equivalente ($h_{e2} = h_2 + h_{e1}$), con el módulo de E_3 . Se utiliza la ecuación (16) para el cálculo de los esfuerzos de la capa 2 tomando como z una interpolación lineal entre el espesor equivalente h_{e1} y h_{e2} .

$$h_e = f \left(h_{e1} + h_2 \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_3}} \right)$$

Dado que es un sistema de n capas y se está partiendo de la segunda interface, el valor de $f = 0.8$.

$$h_{e2} = (0.8) \left(323 + 300 \sqrt[3]{\frac{300}{50}} \right) = 906 \text{ mm}$$

$$\sigma_z = (0.7) \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{150}{906} \right)^2 \right)^{3/2}} \right) = 0.028 \text{ MPa}$$

PASO 4.- Por último se determina la deflexión superficial aplicando la continuación de la fórmula (19) en cada una de las capas.

Compresión de la capa 1:

$$d_z = \frac{(1 + \nu)qa}{E} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_1}{a} \right)^2}} + (1 - 2\nu) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{h_1}{a} \right)^2} - \frac{h_1}{a} \right) \right]$$

$$d_z = \frac{(1 + .35)(.7)(150)}{3000} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{150}{150} \right)^2}} + (1 - 2(.35)) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{150}{150} \right)^2} - \frac{150}{150} \right) \right]$$

$$dz = 0.03928 \text{ mm}$$



Compresión de la capa 2:

$$d_z = \frac{(1 + \nu)qa}{E} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_{e1}}{a}\right)^2}} + (1 - 2\nu) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{h_{e1}}{a}\right)^2} - \frac{h_{e1}}{a} \right) \right) \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_{e1} + h_2}{a}\right)^2}} + (1 - 2\nu) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{h_{e1} + h_2}{a}\right)^2} - \frac{h_{e1} + h_2}{a} \right) \right) \right]$$

$$d_z = \frac{(1 + .35)(.7)(150)}{300} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{323}{150}\right)^2}} + (1 - 2(.35)) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{323}{150}\right)^2} - \frac{323}{150} \right) \right) \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{623}{150}\right)^2}} + (1 - 2(.35)) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{623}{150}\right)^2} - \frac{623}{150} \right) \right) \right]$$

$$dz = 0.103mm$$

Deflexión de la sub-rasante:

$$d_z = \frac{(1 + \nu)qa}{E} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{h_{e2}}{a}\right)^2}} + (1 - 2\nu) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{h_{e2}}{a}\right)^2} - \frac{h_{e2}}{a} \right) \right]$$

$$d_z = \frac{(1 + .35)(.7)(150)}{50} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{906}{150}\right)^2}} + (1 - 2(.35)) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{906}{150}\right)^2} - \frac{906}{150} \right) \right]$$

$$dz = 0.533mm$$

Deflexión total:

$$0.03928 + 0.103 + 0.533 = 0.67528mm.$$



1.2 MÉTODO DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA DE LA UNAM

Desde hace aproximadamente tres décadas, los proyectistas de carreteras han contado en México con un método de diseño para pavimentos desarrollado por el Instituto de Ingeniería de la UNAM, a petición de la entonces Secretaría de Obras Públicas, luego SAHOP y ahora SCT. Este método partió del análisis de datos experimentales en tramos de prueba, en carreteras en servicio, de investigación teórica y de experimentación en laboratorio en la pista circular de pruebas, que influyó más recientemente en sucesivos perfeccionamientos. Actualmente el método está preparado para ser manejado con la ayuda de un programa de cómputo llamado DISPAV 3.0. El conjunto del trabajo de años del Instituto de Ingeniería de la UNAM se encuentra en la publicación No. 444 de dicha institución que data de 1981, en este apartado solo se hará un resumen del modelo teórico de comportamiento del pavimento, así como la metodología de trabajo, correspondiente a la utilización de gráficos, nomogramas y ecuaciones de diseño (Corro, Magallanes & Prado, 1981).

Este método considera datos de entrada básicos como son:

- Tipo de carretera
- Número de carriles
- Vida útil de proyecto
- Tránsito diario promedio anual (TDPA)
- Tasa de crecimiento y
- Variables adicionales sobre características del terreno y materiales, así como de climas, nivel freático y precipitación pluvial.

Como guía para el proyectista, se recomienda la estimación de un Valor Relativo de Soporte crítico (\widehat{VRS}) para las condiciones previamente dadas.

Tabla 1.- Valor Relativo de Soporte Crítico Estimado para el Diseño de Pavimentos, para Subrasantes Compactadas 95% del Volumétrico Seco Máximo Proctor.

Profundidad del nivel freático con relación al nivel de la capa considerada**, en m.	\widehat{VRS}_z , en porcentaje, mínimo probable ***					
	Arena no plástica	Arcilla arenosa IP = 10	Arcilla arenosa IP = 20	Arcilla arenosa IP = 30	Arcilla arenosa IP ≥ 40	Limo
0.6	8-10	5-6	4-5	3-4	2-3	1
1.0	25	6-8	5-6	4-5	3-4	2-3
1.5	25	8-10	6-8	5-6	3-4	
2.0	25	8-10	7-9	5-6	3-4	
2.5	25	8-10	8-10	6-8	4-5	Se requieren pruebas de laboratorio
3.0	25	25	8-10	7-9	4-5	
3.5	25	25	8-10	8-10	4-5	
5.0	25	25	8-10	8-10	5-6	
7.0	25	25	8-10	8-10	7-9	

*Adaptación de la Tabla 2 de "Road Note 31", tercera edición, Transport and Road Research Laboratory, Her Majesty's Stationery Office, Londres, 1997.



**De acuerdo con la variación estacional debe elegirse el nivel freático más alto.

***Esta tabla se incluye únicamente con carácter cualitativo y se refiere al VRSz mínimo. En todos los casos se deben de realizar pruebas de campo y ensayos de laboratorio para estimar el valor de diseño.

El mínimo probable corresponde al caso de subrasantes colocadas bajo pavimentos impermeables.

En la Tabla 1 se muestran valores estimados de (\widehat{VRS}) exclusivamente para materiales de subrasante, dependiendo de algunos tipos de materiales, sus índices plásticos y diferentes profundidades del nivel freático. Se requieren adicionalmente pruebas de laboratorio confiables, para una mejor comprensión del comportamiento de las terracerías y demás capas a diseñar, debiendo realizarse para cada material propuesto y disponible, pruebas con tres diferentes energías de compactación; esto es, bajo (AASHTO estándar) compactación intermedia y alta energía (AASHTO modificada).

Encontrando la humedad óptima y teniendo normado el porcentaje de compactación que se especifique en el proyecto y dependiendo del control de la construcción, se indicará un rango de variación de humedad respecto al óptimo. Al mismo tiempo el laboratorio deberá reportar los valores de resistencia en VRS para cada tipo de material a utilizar.

Con el conjunto anterior, se encontrará una zona que reflejará las condiciones esperadas para la subrasante, encontrándose, en función de la humedad crítica esperada, el valor crítico de \widehat{VRS} de diseño ver

Figura 8.

En función del \widehat{VRS} crítico obtenido para la subrasante, por experiencia se asignará un valor menor para el cuerpo del terraplén, del orden del 60% obtenido para la subrasante.

Para obtener el \widehat{VRS} crítico de las capas restantes, esto es la subbase y base, el método emplea la siguiente ecuación, en donde interviene un coeficiente de variación estimado (v) entre 0.2 y 0.3, debido a cambios posibles del material, procedimiento constructivo, etc. Lo anterior, siempre tenderá a disminuir el VRS de campo promedio, que como ya se dijo cubrirá incertidumbres tanto de la prueba de valor relativo de soporte como de los materiales, redundando en lo que se conoce como factor de seguridad (Corro, 1981).

$$\widehat{VRS} = VRS (1 - 0.84v) \quad (21)$$

1.2.1 MODELO TEÓRICO DE COMPORTAMIENTO

Para desarrollar este modelo de comportamiento a fatiga, considerada esta como deformación permanente, se supone que la carretera tiene una resistencia relativa uniforme en todas las capas de su estructura y llega a la falla funcional cuando ha soportado el número de cargas estándar especificado para la vida de proyecto. Si la resistencia relativa no es uniforme, la capa con resistencia relativa mínima determina la vida de servicio de la carretera.

Se emplean los conceptos de capacidad de carga en suelos cohesivos y la teoría de distribución de esfuerzos verticales (σ_z) de Boussinesq deducida para una placa circular flexible de radio a , apoyada uniformemente en la superficie de un medio elástico, homogéneo e isótropo, para aplicarse al caso de una estructura de capas múltiples, en la cual las gráficas adimensionales esfuerzo-deformación son iguales. El esfuerzo vertical se considera un indicador adecuado del comportamiento a cargas repetidas de la capa correspondiente. Se supone que las carpetas asfálticas son delgadas y que su duración a la falla depende de la resistencia a tensión; en carpetas de riegos se desprecia tal resistencia.

Cada capa (i) tiene un espesor equivalente $a_i D_i$, donde D_i es el espesor real y a_i es un coeficiente de equivalencia estructural que toma en cuenta la capacidad de repartición de carga del material (Corro, 1981, pp. 6).

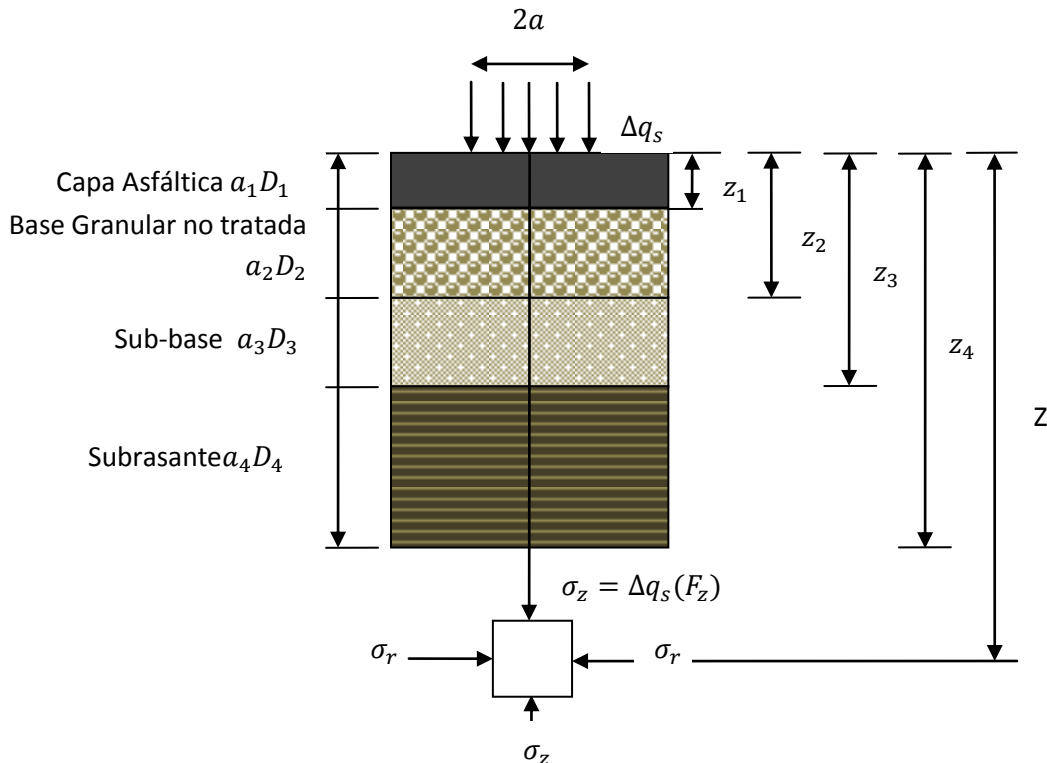


Figura 6.- Modelo Teórico de Comportamiento.



La falla por fatiga de una capa en la superficie de la carretera se analiza bajo la hipótesis de que existe una relación lineal entre el logaritmo de la resistencia ($\log \Delta q_s$) y el logaritmo del número acumulado de cargas estándar ($\log \Sigma L$). La carga estándar o eje equivalente se define como la sollicitación de un eje sencillo de 8.2 Ton y llantas con presión de contacto de 5.8 kg/cm^2 con un radio de 15 cm.

Para un material cualquiera, la relación entre la resistencia y el número de aplicaciones de carga estándar es:

$$\Delta q_s = q_0 [A]^{\log \Sigma L} \quad (22)$$

Para una capa a la profundidad z , el concepto se generaliza multiplicando la resistencia a esa profundidad por el coeficiente de influencia de Boussinesq (F_z):

$$\sigma_z = q_0 [A]^{\log \Sigma L} F_z \quad (23)$$

Donde A es una constante que se obtienen de la experimentación. El coeficiente de Boussinesq para la profundidad z , es:

Para carga estándar

$$F_z = 1 - \frac{z^3}{(15^2 + z^2)^{3/2}} \quad (24)$$

Para una carga i cualquiera de radio a_i :

$$F_{z(i)} = 1 - \frac{z^3}{(a_i^2 + z^2)^{3/2}} \quad (25)$$

Dado que las carreteras están sujetas a la acción de cargas diferentes en cuanto a magnitud y presión de contacto, es necesario ponderar su efecto multiplicando el número de cargas de cada tipo por su correspondiente coeficiente de daño, con objeto de establecer un patrón de referencias en términos de cargas estándar o equivalentes. De acuerdo con el modelo desarrollado, dos cargas producen el mismo daño a la profundidad z cuando sus esfuerzos verticales a esa profundidad son iguales. Para obtener el coeficiente de daño d_i producido por un eje cualquiera de peso P y presión p con relación al eje equivalente, se aplica la ecuación (23) igualando los esfuerzos verticales a la profundidad z . la expresión resultante es:

$$\log d_i = \frac{\log \sigma_{z(i)} - \log \sigma_{z(eq)}}{\log A} = \frac{\log(p F_{z(i)}) - \log(5.8 F_z)}{\log A} \quad (26)$$



Donde:

d_i = Coeficiente de daño equivalente en la capa i .

F_z = Esfuerzo a la profundidad z , en Kg/cm^2

p = Peso del eje, en Kg.

F_z = Coeficiente de influencia de Boussinesq a la profundidad z .

A = Constante experimental.

z = Profundidad en cm.

5.8 = Presión de contacto de la llanta, en kg/cm^2

Es importante hacer notar que el coeficiente de daño varía con la profundidad, variación que depende de las características del eje considerado (Corro, 1981, pp. 8).

1.2.2 CALIBRACIÓN DEL MODELO

La calibración del modelo se debe hacer en términos de un indicador de resistencia, el cual se puede obtener mediante pruebas triaxiales o de placa en condiciones estáticas o dinámicas; sin embargo, por razones de aplicación práctica, este modelo se calibró en términos de valor relativo de soporte crítico \widehat{VRS}_z esperado en el lugar, durante la vida de servicio de la carretera considerándolo como un índice de resistencia del suelo a esfuerzos verticales. En efecto aplicando la definición de VRS (relación entre la resistencia a la penetración de un material determinado y el material estándar), para una deformación p_b de 2.54mm se tiene:

$$\Delta q_s = 0.7VRS_z \quad (27)$$

De acuerdo a esto y según la hipótesis de igualdad de las gráficas adimensionales esfuerzo-deformación de los materiales la ecuación(27)se transforma a:

$$(\widehat{VRS}_z = 0) = \widehat{VRS}_0 |A|^{Log \Sigma L} \quad (28)$$

Donde \widehat{VRS}_0 y A son constantes que deben determinarse experimentalmente, para tomar en cuenta factores no considerados explícitamente.

La calibración de este modelo se efectuó con los resultados experimentales de la pista circular entre los años 1962-1979. En términos generales se observó el número de aplicaciones requeridas



para llevar un pavimento de estructura conocida a la falla. El número de aplicaciones se refirió a la carga estándar (ΣL) y se determinó la resistencia en la capa crítica referida a la superficie (\overline{VRS}_0) mediante pruebas de laboratorio y de campo (Corro, 1981, pp. 11).

Si de acuerdo con el modelo teórico se define la falla en términos de deformaciones permanentes de 2.5 cm o más en el 20 por ciento del pavimento, y se supone que la resistencia en la capa crítica referida a la superficie está normalmente distribuida, con media $\overline{VRS}_{z=0}$ y desviación estándar correspondiente a un coeficiente de variación V (ver Figura 7), se tiene:

$$\widehat{VRS}_{z=0} = \overline{VRS}_{z=0}(1 - 0.84V) \quad (29)$$

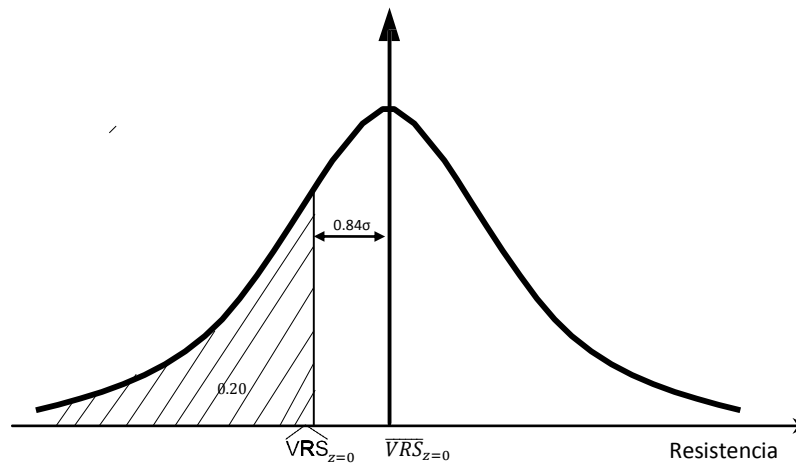


Figura 7.- Distribución Normal para la Ecuación 29.

De acuerdo con lo anterior, se hicieron diagramas de dispersión con los pares de valores ($\Sigma L, \widehat{VRS}_{z=0}$) en ejes coordenados logarítmicos ($X = \log \Sigma L, Y_0 = \log \widehat{VRS}_{z=0}$) y se calcularon las rectas de regresión correspondientes ($Y_0 = AX + B$) y los errores estándar (S_{YX}). Las ecuaciones obtenidas son:

Para bases (ΣL capas superficiales)

$$Y_0 = 0.1761X + 0.8477 \quad (30)$$

$$S_{YX} = 0.12$$



Para sub-bases y terracerías (ΣL capas profundas)

$$Y_0 = 0.1761X + 0.4547 \quad (31)$$

$$S_{YX} = 0.1593$$

1.2.3 ECUACIONES DE DISEÑO

A partir de un valor $X = \log \Sigma L$, las ecuaciones (30) y (31) permiten determinar un intervalo de confianza para el valor de $Y_0 = \log \widehat{VRS}_{z=0}$. Suponiendo que el error está normalmente distribuido y S_{YX} es un estimador de su desviación estándar, el límite superior del intervalo de confianza que interesa para fines de diseño está dado por una expresión del tipo:

$$Y_0 = aX + B + US_{YX} \quad (32)$$

U es la abscisa de la distribución normal estándar para un nivel de confianza Q_U (Ver en la Tabla 20 el anexo A).

De acuerdo con lo anterior las expresiones de diseño son:

Para bases (ΣL capas superficiales)

$$Y_0 = 0.1761X + B_1 \quad (33)$$

$$B_1 = 0.8477 + 0.12U$$

Para sub-bases y terracerías (ΣL capas profundas)

$$Y_0 = 0.1761X + B_2 \quad (34)$$

$$B_2 = 0.4547 + 0.1593U$$

Debido a esto cada una de las expresiones anteriores constituye una familia de ecuaciones de diseño cuyo parámetro (B_1 o B_2) depende del nivel de confianza Q_U elegido. En la Figura 9 y Figura 10 se representan gráficamente esas expresiones para un nivel de confianza de 0.5 y para un nivel de confianza Q_U cualquiera.

Si las ecuaciones (33) y (34) se dan en función del valor relativo de soporte crítico esperado en campo a la profundidad z, se obtiene la ecuación general de diseño:

$$\widehat{VRS}_z = \widehat{VRS}_0 [1.5]^{\log \Sigma L F_z} \quad (35)$$



Resolviendo para z:

$$= 15 \left[(1 - F_z)^{-2/3} - 1 \right]^{-1/2} \quad (36)$$

De la ecuación 34

$$F_z = \frac{\widehat{VRS}_z}{\widehat{VRS}_0 |1.5|^{log\Sigma L}} \quad (37)$$

La duración del pavimento queda limitada por la falla de la capa con resistencia relativa mínima (capa crítica) y puede calcularse con la expresión:

$$log\Sigma L = \frac{1}{0.1761} (log\widehat{VRS}_z - log\widehat{VRS}_0 - logF_z) \quad (38)$$

En las ecuaciones anteriores:

\widehat{VRS}_z = Estimación del valor relativo de soporte crítico esperado en campo, igual a $\overline{VRS}_z(1 - 0.84V)$.

\overline{VRS}_z = Valor relativo de soporte medio esperado en el campo .

V = Coeficiente de variación del VRS en el campo.

z = Espesor equivalente, en cm, igual a $\sum_{i=1}^n a_i D_i$

$$a_1 = 0 \text{ para carpetas de riegos}$$

$$a_1 \leq 2 \text{ para carpetas de concreto asfáltico}$$

$$a_i = 1 \text{ para materiales estabilizados mecánicamente en bases, subbases y terracerías (i \geq 2)}$$

F_z = Coeficiente de influencia de Boussinesq para a = 15cm.

\widehat{VRS}_0 = Constante experimental igual a 10^B

$$\text{para bases } B = B1 = 0.8477 + 0.12U$$

$$\text{para sub - bases y terracerías } B = B2 = 0.4547 + 0.1593U$$

U = Es la abscisa de la distribución normal estándar para un nivel de confianza Q_U .



El segundo paso contemplado en el método, consiste en la información y procesamiento de los datos del tránsito, partiendo del TDPA inicial, su tasa de crecimiento en porcentaje anual y la composición vehicular detallada, considerando desde los automóviles y vehículos ligeros hasta los vehículos más pesados de carga. Se hace notar que el método contempla en este análisis los porcentajes de vehículos pesados, tanto cargados con carga legal, como totalmente vacíos Tabla 2 (Corro, 1981, pp. 14).

Tabla 2.- Ejemplo de Composición Vehicular con Porcentajes de Cargados y Vacíos (Corro, 1981, pp. 37).

TIPO DE VEHÍCULO	COMPOSICIÓN	PROPORCIÓN	
		CARGADOS	VACÍOS
Automóviles	0.339	1.00	0.00
Camiones ligeros (A2)	0.144	0.60	0.40
Autobuses (B2)	0.097	0.80	0.20
Camiones de dos ejes (C2)	0.247	0.70	0.30
Camiones de tres ejes (C3)	0.072	0.90	0.10
Tractores con semirremolque (T2-S1)	0.025	0.70	0.30
Tractores con semirremolque (T2-S2)	0.049	0.90	0.10

Para el análisis del tránsito equivalente acumulado (ΣL), el método inicia el cálculo de los coeficientes de daño a diferentes profundidades de la estructura del pavimento, lo cual podrá procesarse con el empleo de las tablas del Apéndice E del método de diseño original del Instituto de Ingeniería, reporte No. 444 o con la ecuación (39) incluida en este trabajo. Se deberá calcular el coeficiente de daño de cada vehículo tanto en condiciones de carga reglamentada y vacíos, para profundidades de $Z = 0$ cm para obtener los ejes equivalentes en carpeta y base, y $Z = 30$ cm para el resto de la sección.

Al obtenerse los coeficientes de daño para todos y cada uno de los vehículos vacíos y cargados a las profundidades $Z = 0$ y $Z = 30$, el proyectista deberá multiplicar éstos por la composición del tránsito en porcentaje. Con ello se obtendrá el Número de ejes equivalentes para cada vehículo y para cada profundidad. Al efectuar la sumatoria de tales valores en el carril de proyecto por el coeficiente de acumulación del tránsito C_T (Ecuación (39)) y por el valor de TDPA inicial, se obtendrá el tránsito equivalente acumulado ΣL para las capas de carpeta y base, y subbase y terracerías respectivamente (Figura 11).

$$C_T = 365 \sum_{i=1}^n (1+r)^{i-1} = 365 \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r} \right] \quad (39)$$



Donde:

C_T = Coeficiente de acumulación del tránsito.

n = Años de servicio.

r = Tasa de crecimiento anual.

Finalmente el método presenta un procedimiento sencillo para obtener los espesores equivalentes de diseño de la sección estructural del pavimento, procedimiento que incluye varios nomogramas que están en función del nivel de confianza Q_U que se elija, el Valor Relativo de Soporte Crítico de cada capa y el tránsito equivalente acumulado en ejes sencillos de 8.2 ton en el carril de proyecto, Figura 12.

Con los nomogramas citados, el proyectista podrá obtener los espesores equivalentes para cada capa a las profundidades Z_N , tomando en cuenta coeficientes de resistencia estructural recomendados a_i , que considera 1 cm de asfalto equivalente a 2 cm de grava.

$a_1 D_1$ = carpeta, D_1 espesor en cm, a_1 coeficiente de equivalencia.

$a_2 D_2$ = base, D_2 espesor en cm, a_2 coeficiente de equivalencia.

$a_n D_n$ = capa, D_n espesor en cm, a_n coeficiente de equivalencia.

Con lo anterior, el proyectista estará en posibilidades de determinar el espesor final de cada capa de la sección estructural del pavimento diseñado, interviniendo para ello los diferentes criterios que adopte para una mejor estructuración de la sección carretera, tomando en cuenta ciertos arreglos de capas, ciertas clases de materiales y mínimos espesores que se tienen especificados por la dependencia o autoridad responsable.

Es importante hacer notar que para complementar la información proporcionada por el Instituto de Ingeniería de la UNAM, sobre los coeficientes de daño incluidos en el apéndice E del Instructivo para Diseño Estructural de Pavimentos Flexibles para Carreteras No. 444, el lector de este trabajo podrá consultar la información proporcionada por el Instituto Mexicano del Transporte en su Publicación Técnica No.5, donde se trata con detalle el Análisis de los Coeficientes de Daño Unitarios correspondientes a los vehículos de carga autorizados en la Red Nacional de Carreteras Mexicanas.

En el citado trabajo, se utiliza la metodología original del Instituto de Ingeniería de la UNAM, pero con la diferencia de analizar el daño a los pavimentos hasta 120 cm de profundidad, lo que cubre la gran mayoría de los pavimentos de la red federal.

Se analizan 15 diferentes vehículos de carga, proporcionando sus coeficientes de daño desde una profundidad de $Z = 0$, $Z = 15$, $Z = 30$, $Z = 60$, $Z = 80$, $Z = 100$ y hasta llegar a $Z = 120$ cm, para ver el daño en las capas inferiores de la sección estructural de un pavimento flexible, llegando hasta el cuerpo del terraplén. Además se reporta el coeficiente de daño "unitario" ponderado por carga



útil, lo que auxiliará al proyectista para determinar el daño preciso en cualquier profundidad y para cualquier valor de carga; esto es, vacío, parcialmente cargado y cargado totalmente con la máxima carga legal permitida y aún los casos de vehículos con sobrecarga.

Para lograr el detalle anterior y una mayor precisión en el cálculo hasta obtener los ejes totales equivalentes, el usuario tendrá que ampliar su tabla de cálculo sugerida por el Instituto de Ingeniería de la UNAM (reporte No. 444), adicionando columnas y renglones para cada tipo de vehículo; columnas para más valores de profundidad $Z = n$ y renglones para incluir y analizar el daño producido cuando los vehículos circulan parcialmente cargados y cuando operan sobrecargados.

Se hace mención que el propio Instituto Mexicano del Transporte, desde 1991, dispone de la estadística detallada de aforos reales y actuales hechos en la red, resultados que han sido plasmados en los Estudios correspondientes de Pesos y Dimensiones (Rico, 1998).

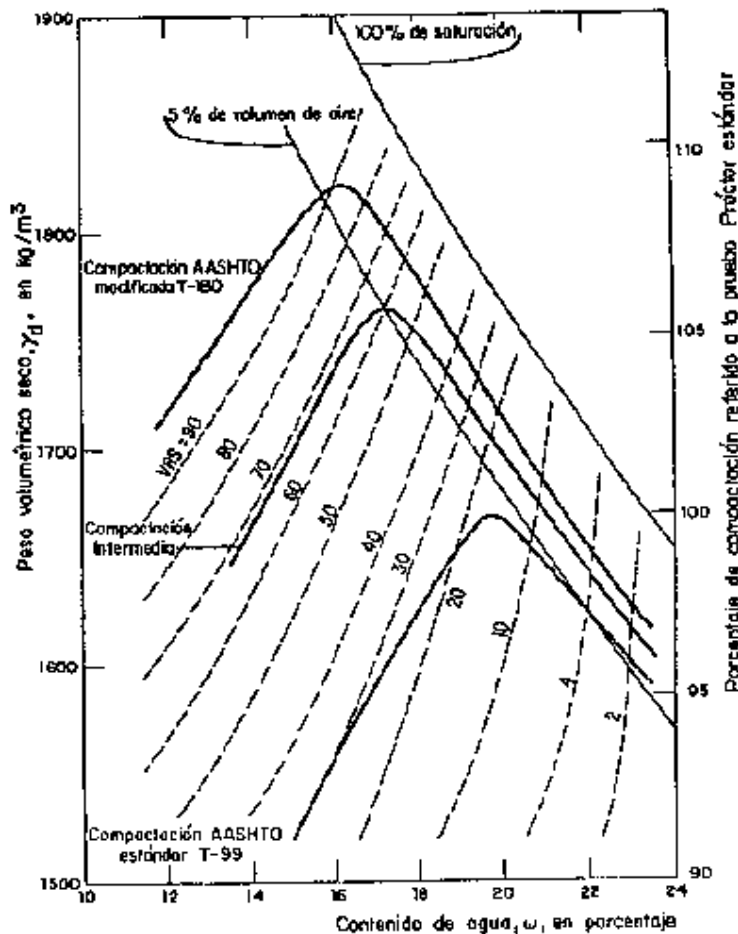


Figura 8.- Relaciones Peso Volumétrico Seco - Contenido de Agua - VRS, para un Suelo Arcilloso.

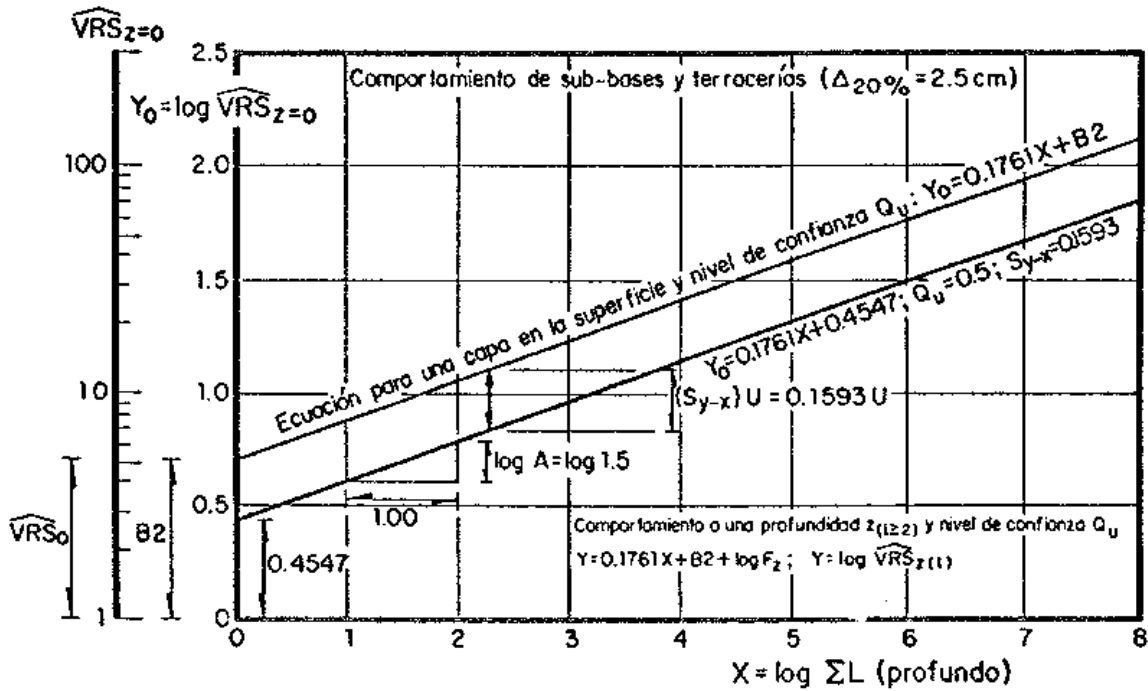


Figura 9.- Gráfica de Diseño por Deformación Permanente, para las Capas Inferiores, para un Camino Normal.

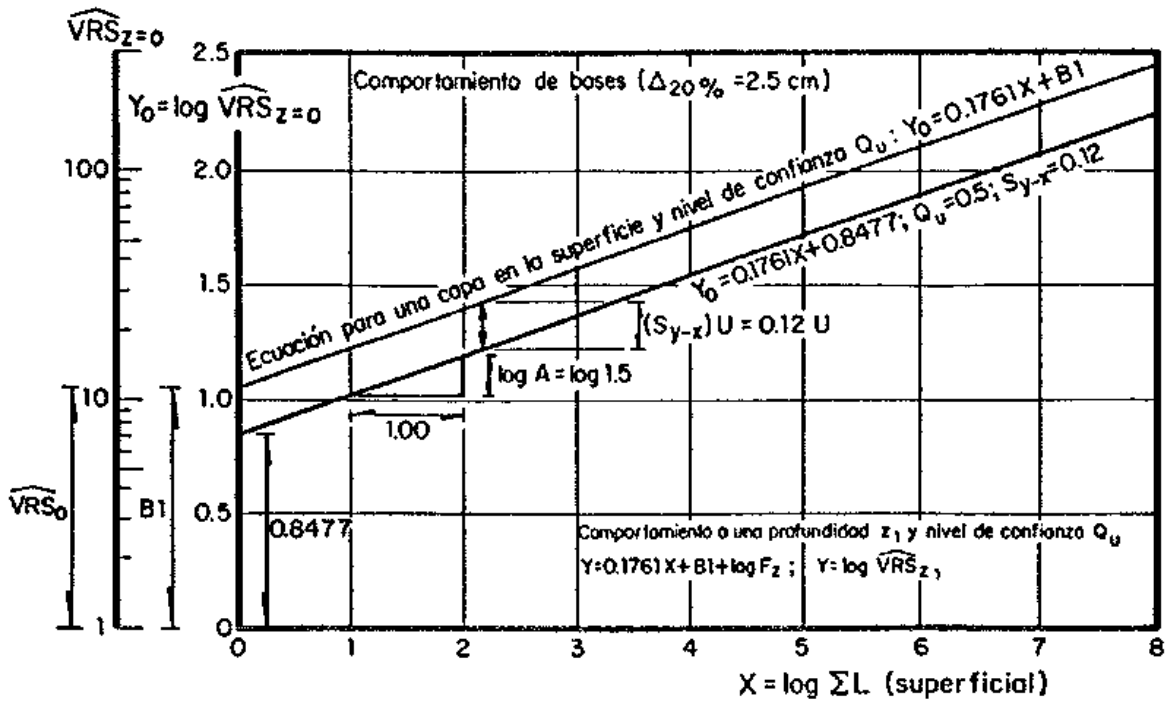


Figura 10.- Gráfica de Diseño por Deformación Permanente, para Caminos de Altas Especificaciones.



HOJA: /

TIPO DE VEHICULO	COMPARACION DEL TRÁNSITO	COEFICIENTE DE DETERMINACION DE VEHICULOS		COMPARACION DEL TRÁNSITO DE CARRILLOS O VACIOS	COEFICIENTES DE DAÑO		NUMERO DE EJES SENCILLOS EQUIVALENTES DE B-2 (O)
		CARGADOS	VACIOS		CARPETA Y BASE	SUB-BASE Y TERRACERIAS	
	1		2	3-1+4	5	6 = 3 x 4	7 = 3 x 8
		CARGADOS					
		VACIOS					
		CARGADOS					
		VACIOS					
		CARGADOS					
		VACIOS					
		CARGADOS					
		VACIOS					
		CARGADOS					
		VACIOS					
		CARGADOS					
		VACIOS					
SUMAS	1.000			1.000			
COEFICIENTE DE ACUMULACION DEL TRÁNSITO, $C_T = \frac{(1+r)^n - 1}{r}$							
n = AÑOS DE SERVICIO =							
T = TASA DE CRECIMIENTO ANUAL DEL TRÁNSITO = %							
TOP4 = TRÁNSITO DIARIO MEDIO ANUAL*		100 CARRILLO PROTECTO *					
				EJES EQUIVALENTES PARA TRANSITO UNITARIO			
				TOP4 INICIAL EN EL CARRILLO DE PROTECTO			
				CY			
				ZL (1) * (2) * (3) * (4)			

Figura 11.- Cálculo del Tránsito Equivalente Acumulado (ΣL).

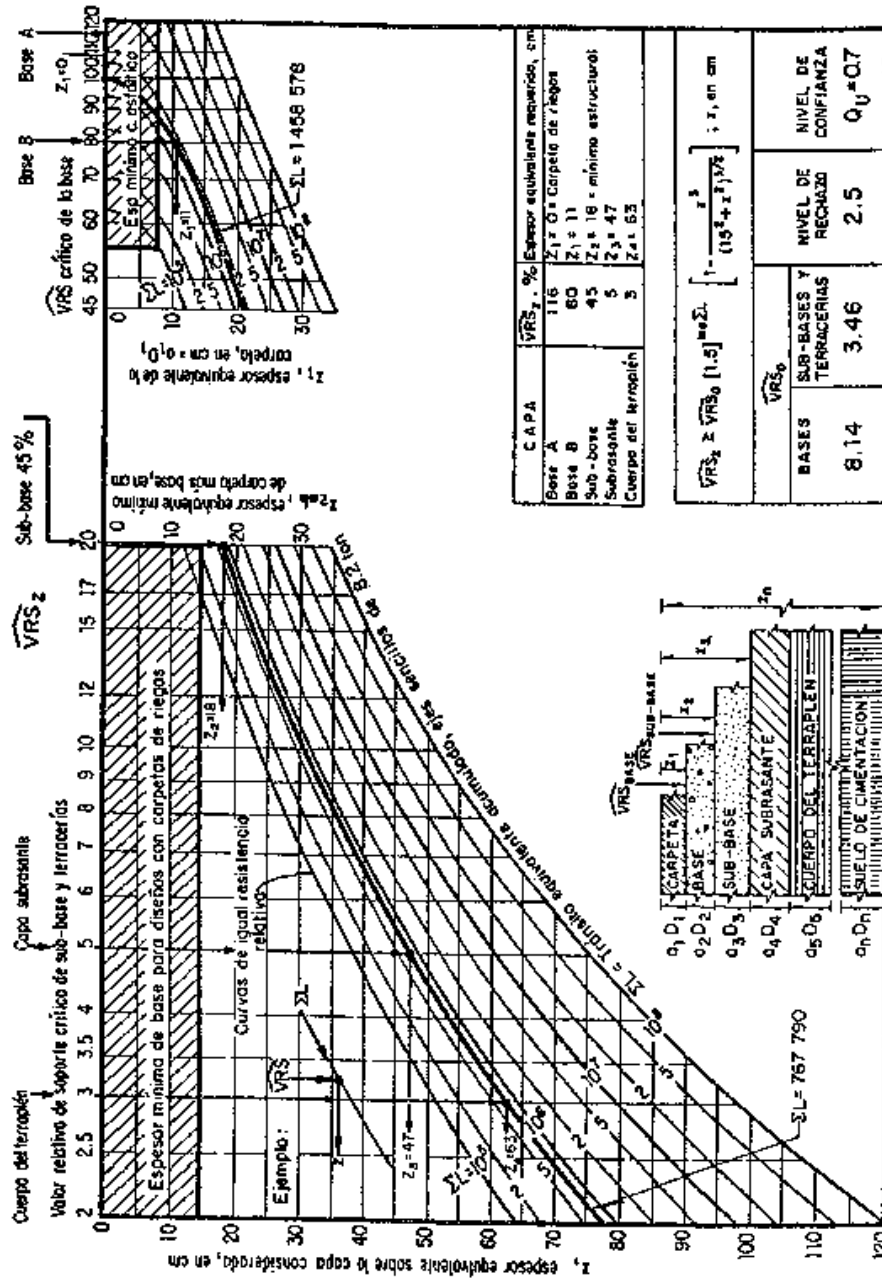


Figura 12.- Gráfica de Diseño Estructural de Carreteras con Pavimento Flexible.

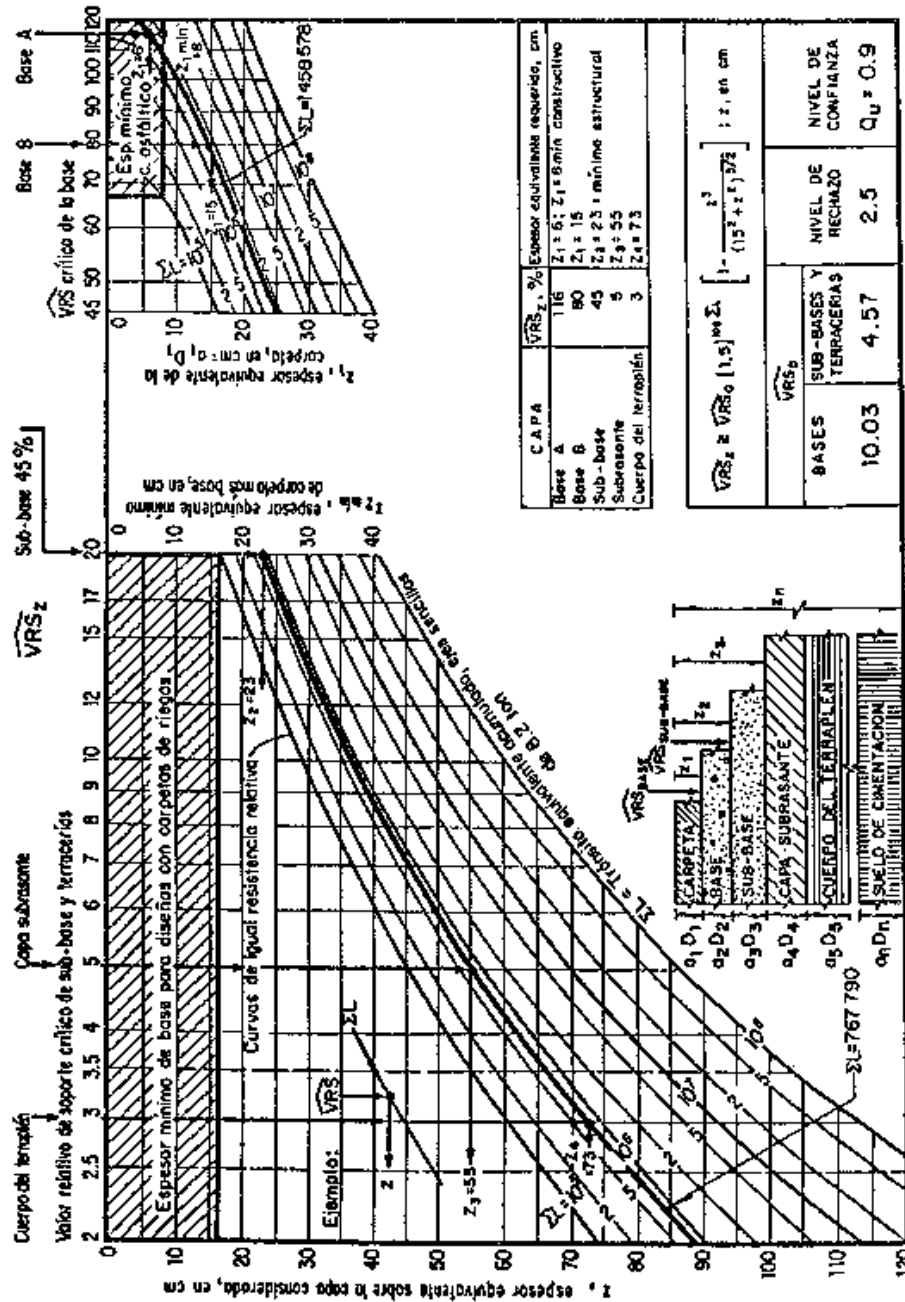


Figura 13.- Gráfica de Diseño Estructural de Carreteras con Pavimento Flexible.



1.3 DISEÑO ESTRUCTURAL DE PAVIMENTOS ASFALTICOS, INCLUYENDO CARRETERAS DE ALTAS ESPECIFICACIONES (DISPAV-5-VERSION 3.0)

El procedimiento de revisión permite el cálculo de la vida previsible por deformación y por fatiga de pavimentos previamente definidos, ya sean pavimentos actualmente construidos o en proyecto.

El procedimiento consiste en:

1. Entrada de datos: espesores, características mecánicas de cada capa como módulos de rigidez, $VRSz$, relaciones de Poisson, y nivel de confianza.
2. Cálculo de la vida por deformación permanente en la zona transitada.
3. Cálculo de la vida por agrietamiento debido a fatiga.
4. Posibilidad de cálculo de nuevas vidas por deformación y agrietamiento, haciendo modificaciones en los espesores o propiedades mecánicas de las capas introducidas originalmente.

1.3.1 ENTRADA DE DATOS

Los datos requeridos para la revisión son similares a los pedidos para el diseño.

a) TIPO DE CARRETERA

Igual que en el diseño aquí también se cuenta con dos opciones:

1. Carreteras de altas especificaciones.
2. Carreteras normales.

Cada una de ellas con sus respectivos modelos matemáticos de comportamiento. Las características de cada opción ya fueron descritas en el proceso de diseño. El usuario debe alimentar al programa con el tipo de camino a que se refiere.

b) CAPAS CONSIDERADAS

El proyectista debe introducir las capas que se encuentran en el pavimento a revisión. Sus opciones de capa son:

1. Carpeta
2. Base asfáltica
3. Base granular
4. Sub-base
5. Subrasante
6. Terracería

El número máximo de capas a considerar está limitado a cinco, por restricciones del programa. En caso de tener tratamiento superficial se sugiere considerar que no tiene contribución estructural.



Si el número de capas es mayor que cinco, se sugiere considerar la posibilidad de simplificar la estructura. Una forma de hacerlo consiste en agrupar dos capas adyacentes, con rigidez similar, empleando el criterio de Odemark para encontrar un espesor equivalente.

Dentro de las capas consideradas se debe incluir la terracería. También, como capa superior se debe incluir la carpeta, base asfáltica o base granular.

c) ESPESORES DE CAPA

Se necesita conocer el espesor de cada capa en cm. La terracería se considera semi-infinita.

Una vez seleccionadas las capas del pavimento se requieren sus propiedades mecánicas, de acuerdo con los siguientes puntos.

d) VALORES DE SOPORTE RELATIVOS CRÍTICO (VRSz)

Este parámetro es de gran importancia y debe estimarse con mucho cuidado, de manera que sea representativo de las condiciones del lugar.

El programa considera valores máximos y mínimos del VRSz según las capas. En caso de que el VRSz crítico sea menor al valor mínimo correspondiente el programa se detiene. En el capítulo de diseño se especifican esos valores máximos y mínimos.

Si el VRSz crítico de alguna capa es mayor que el VRSmax (máximo de proyecto) el programa considera este último valor en el diseño por deformación (VRSp), para obtener proyectos más confiables; pero guarda el valor del VRSz para emplearlo en la estimación del módulo de rigidez de esa capa.

e) MÓDULOS ELÁSTICOS DE LAS CAPAS

En caso de que el proyectista no conozca el módulo de rigidez de las capas asfálticas el programa se detiene para darle oportunidad al proyectista de hacer su estimación, ya sea por medio de ensayos dinámicos de laboratorio, o por medio de las relaciones empíricas con las relaciones volumétricas y las características del asfalto tal como se hace en el programa suplementario MODULO-5; en este último caso se recomienda precaución al elegir el valor de proyecto.

En caso de que el proyectista no conozca los módulos de rigidez de las capas no asfálticas puede detener el programa para estimarlo, con pruebas dinámicas de laboratorio, o puede aceptar los valores que el programa le sugerirá basado en relaciones empíricas con el VRSz. Las relaciones empíricas con el VRSz deben tomarse con precaución pues son obtenidas para condiciones muy generales y pueden requerir modificaciones en proyectos específicos. El programa permite que el usuario cambie los valores sugeridos, para tomar



en cuenta su experiencia con los materiales específicos del proyecto.

En el caso de las capas sin ligante asfáltico el programa revisa que la relación del módulo de rigidez de una capa con el módulo de rigidez de la capa subyacente no sea excesiva, en caso de serlo se sugiere disminuir el módulo de la capa superior.

La relación de módulos admisible se obtiene de la ecuación: $K = 0.2 h^{0.45}$, ecuación proveniente de la compañía Shell, donde h es el espesor de la capa superior en mm.

f) RELACIONES DE POISSON

Este parámetro es de difícil determinación ya que se requiere contar con equipo de prueba dinámico y medidores de deformación muy sensibles para registrar simultáneamente deformaciones verticales y horizontales resilientes. Por esta razón se sugieren al usuario, dentro del programa, valores promedio en cada capa, aunque se permite modificarlos en caso de que se tenga información confiable para los materiales específicos del proyecto.

g) NIVEL DE CONFIANZA DEL PROYECTO

Se sugiere 85 por ciento como un nivel de confianza razonable del proyecto. Sin embargo el usuario puede introducir el nivel de confianza que considere adecuado a su proyecto, entre 50 y 99 por ciento.

1.3.2 VIDA PREVISIBLE POR DEFORMACIÓN PERMANENTE Y POR FATIGA

Con los datos anteriores el programa calcula la vida previsible del pavimento por deformación permanente acumulada por el tránsito y por fatiga; en este último caso se deben calcular las deformaciones unitarias de tensión en la parte inferior de las capas asfálticas. El avance del cálculo se muestra en la barra horizontal de la pantalla.

La vida previsible (en millones de ejes equivalentes de 8.2 ton) se muestra para cada una de las capas de la sección estructural, de manera que el proyectista pueda determinar cuál es la capa crítica que define la duración del pavimento.

También se indica la vida mínima por fatiga o deformación de la sección estructural.

1.3.3 CÁLCULO DE LA VIDA PREVISIBLE PARA OTROS PAVIMENTOS

El programa permite iniciar nuevos cálculos, ya sea con modificaciones sobre el pavimento que acaba de calcular o sobre una nueva sección estructural.

1.3.4 IMPRESIÓN DE RESULTADOS

Al final de la revisión de cada sistema de pavimentos analizado, el programa permite la impresión en papel de los resultados obtenidos.



1.3.5 ECUACIONES DE DISEÑO Y VALORES TÍPICOS DEL VRSz

En el informe 325 de la Serie Azul del Instituto de Ingeniería, UNAM “Diseño estructural de carreteras con pavimento flexible”, publicado en enero de 1974 se presenta la primera versión del método de diseño. El desarrollo de los modelos debe analizarse en dicha publicación. En lo que sigue únicamente se mencionan algunos puntos aislados, que pueden ser de interés explicativo para el empleo del método ampliado.

El Método está basado en criterios mecanicistas.

1.3.6 DEFORMACION PERMANENTE ACUMULADA

Para el caso de deformación permanente acumulada se aplicaron los resultados de las investigaciones realizadas, empleando los siguientes criterios e información experimental:

- a) El criterio de Terzaghi de capacidad de carga.
- b) El criterio de Boussinesq para pasar del VRSz (representativo de las características de los materiales a la profundidad “z”, durante la vida de servicio de la carretera) para estimar el “VRSz = 0 equivalente” si dicha capa de material estuviera en la superficie de la carretera. Lo anterior permite eliminar los valores empíricos de “índice de espesor”, y desarrollar modelos teóricos de diseño, que se han verificado ampliamente en la práctica desde 1974 a la fecha.

Los modelos experimentales de comportamiento a largo plazo de carreteras, por repetición de las sollicitaciones del tránsito, obtenidos en 80 tramos de prueba - Izúcar de Matamoros, Puebla. , y Salinas de Hidalgo, SLP. - construidos por el Instituto de Ingeniería, UNAM.

También fueron de utilidad fundamental los resultados obtenidos en pruebas aceleradas a escala natural, en condiciones controladas de temperatura y humedad, de diferentes secciones estructurales de pavimento ensayadas en la Pista Circular del Instituto de Ingeniería, UNAM. La pista fue parte del proyecto de investigación, y fue diseñada y construida por Corro, S., et al, especialmente para este tipo de estudios.

Debe mencionarse que los modelos de deterioro, por deformación permanente, para carreteras de altas especificaciones, se obtuvieron a través de una extensa experimentación en el campo y en la pista circular del Instituto de Ingeniería, UNAM. Las tendencias observadas son congruentes con la experimentación en caminos “normales”, de acuerdo con los estudios realizados en carreteras típicas de la red nacional.

La capacidad de carga (inicial) se midió experimentalmente en términos de esfuerzos, en kg/cm², para una penetración de 2.54 mm. El pistón de prueba fue el estándar empleado en la pruebas CBR (California Bearing Ratio).

El informe 325 fue ampliamente revisado, y sistemáticamente se ha hecho énfasis en el sentido de que las “Pruebas Modificadas de Valor Soporte, Variantes 2 y 3”, empleadas tradicionalmente, no son aplicables para el criterio de diseño. Por tanto, al aplicar el “Método de diseño estructural



para pavimentos asfálticos, incluyendo carreteras de altas especificaciones”, debe tenerse muy claro el concepto entre la diferencia del “VRSz.” empleado en el método del Instituto de Ingeniería, UNAM, y el VRS o CBR tradicionales. De manera informativa se incluye una tabla con valores CBR típicos obtenidos en África por el “Transport and Road Research Laboratory” de Inglaterra (actualmente Transport Research Laboratory). Dicha información es producto de muchos años de investigación y se presenta como información cualitativa, ya que tiene similitud con los valores encontrados a lo largo de la experimentación del Instituto de Ingeniería, UNAM. Para fijar el valor VRSz crítico de diseño se recomienda que el proyectista tome en cuenta lo siguiente, y aplique su criterio y experiencia para definir dicho valor:

- Realizar experimentación de laboratorio.
- Observar el comportamiento de caminos en servicio; juzgar los valores de proyecto utilizados, y las diferencias conceptuales entre el CBR y VRS respecto al VRSz.
- Aplicar la información regional disponible, así como aplicar su criterio y experiencia para fijar los valores que deben emplearse en el proyecto.

1.3.7 COMENTARIOS ADICIONALES SOBRE EL VRSz CRÍTICO UTILIZADO EN EL MÉTODO DE DISEÑO

Por haber alguna similitud con el CBR, y con el VRS estándar empleado en México, los valores de capacidad de carga medidos experimentalmente, a la penetración de 2.54 mm, se transformaron a “Valores VRSz, donde dicho valor representa la resistencia crítica esperada en el camino, durante toda su vida de servicio, a la profundidad “z” a la cual se estima la resistencia”.

1. Para suelos finos se puede observar que el valor de VRSz crítico en el lugar constituye una prueba de capacidad de carga en la cual se determina $(\Delta q_s)_b$ para una deformación especificada ($p_b = 0.254\text{cm}$). El valor relativo de soporte es la relación entre la capacidad de carga de un suelo $(\Delta q_s)_b$ y la capacidad de carga de un material de referencia $(\Delta q_s)_{b\text{-estándar}}$; por lo que se puede transformar a esfuerzo vertical:

$$VRS = \frac{(\Delta q_s)_b}{(\Delta q_s)_{b\text{-estándar}}} * 100$$

De lo anterior resulta, como se describe con detalle en el informe 325, página 39:

$$(\Delta q_s)_b = \sigma_z = 0.7VRS; \text{ donde } \sigma_z \text{ en } \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ y } VRS \text{ en porcentaje}$$



1.3.8 DEFORMACIONES UNITARIAS CRÍTICAS DE TENSIÓN

Desde el principio del informe 325, se señaló la necesidad de verificar las deformaciones unitarias (o esfuerzos de tensión) admisibles para el tránsito de proyecto de las capas ligadas con asfalto para evitar fallas por agrietamiento por fatiga.

Desde 1985 a 1999, se ha realizado un programa de investigación muy amplio sobre el comportamiento a fatiga de diferentes tipos de mezclas asfálticas, empujando pruebas dinámicas de compresión y realizando pruebas de tensión indirecta bajo sollicitaciones de cargas repetidas y en condiciones ambientales controladas. Para estos estudios se ha empleado una máquina dinámica servo-hidráulica con una cámara ambiental para el control de las temperaturas.

Los factores de transferencia de laboratorio a campo se han estimado de acuerdo con los estudios realizados en carreteras típicas de la red nacional.

Es conveniente, estudiar los caminos construidos con los nuevos asfaltos producidos por PEMEX, para optimizar las curvas de fatiga para las diferentes regiones del país (Corro, Prado, 1999).



2 DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE PROBABILIDAD

2.1 NÚMEROS ALEATORIOS

Un número aleatorio es aquel obtenido al azar, ya sea con una fórmula matemática o con la ayuda de un software que se encargue de generarlo por medio de un algoritmo, todo número generado, tiene la misma probabilidad de ser elegido y la elección de uno no depende de la elección del otro, los números aleatorios exhiben verdadera aleatoriedad en la realización de experimentos. El ejemplo clásico más utilizado para generarlos es el lanzamiento repetitivo de una moneda o dado ideal no trucado.

El número de veces que ocurre un suceso con respecto al número de veces que se realiza el experimento tiende a lo que llamamos *probabilidad*. Es decir, con forme el número de repeticiones tiende al infinito, la frecuencia con la que ocurre el suceso tiende a un valor que llamamos probabilidad.

Usualmente ambos se combinan para representar la realidad mediante modelos matemáticos cuando se requiere conocer una cualidad impredecible en ciertos datos determinados. En Ingeniería Civil se emplea si deseamos predecir el comportamiento de un material, el comportamiento de la estructura de un pavimento flexible ante deformaciones permanente y falla por fatiga, podemos inferir a partir de datos. Para lograr una mejor aproximación a la realidad, nuestra herramienta predictiva debe funcionar de manera similar, aleatoriamente. Es por esto que surgieron los modelos de simulación.

Los modelos de simulación aleatoria, en un principio fueron aplicados por matemáticos y físicos, para la solución de ciertos problemas determinísticos que podían expresarse en forma de ecuaciones matemáticas, cuyas soluciones no eran sencillas de obtener por los métodos numéricos o analíticos usuales.

2.2 GENERACIÓN DE NUMEROS ALEATORIOS

La generación de números aleatorios es la obtención de variables que siguen una distribución de probabilidad determinada, esta generación tiene una naturaleza numérica y debe soportarse por números aleatorios, generados por algún método. Algunos métodos son:

- Métodos manuales.
- Métodos de computación analógica.
- Métodos de computación digital.
- Tablas de bibliotecas.

Hoy en día existen métodos numéricos que, si bien no nos pueden dar números aleatorios reales, sí nos pueden conseguir una pseudoaleatoriedad bastante aceptable, dado que es complicado predecir una secuencia de generación. La mayoría de los métodos (generadores) comienzan con un número inicial, a este número se le aplica un determinado procedimiento y así se encuentra el



primer número random. Usando este número como entrada el procedimiento es repetido para generar un segundo número random. Para generar variables aleatorias que sigan determinadas funciones de probabilidad necesitamos partir de series de números que cumplan ciertas características de aleatoriedad.

2.3 PROPIEDADES DE UN BUEN GENERADOR DE NÚMEROS ALEATORIOS

De acuerdo a los modelos de simulación, es necesario generar números aleatorios que representen el comportamiento del problema a analizar. En la actualidad existen diferentes formas para generar números aleatorios, debido a esto, un generador de números debe poseer ciertas propiedades que lo hagan verdaderamente útil y similar a los procesos reales, los cuales se enlistan a continuación:

1. Producir números aleatorios.
2. Ser rápido.
3. No debe requerir mucho espacio de almacenamiento en la computadora.
4. Debe tener un periodo amplio antes de repetir su ciclo.
5. No debe degenerar.
6. Generar números aleatorios que puedan reproducirse.

Ser aleatorios significa que sean independientes entre sí. Proviene de una distribución uniforme, lo que significa que no son aleatorios ya que se generan en base a una función, es lo que más se ajusta al concepto de aleatoriedad.

Los modelos de simulación a gran escala requieren de muchos números aleatorios, por lo tanto el método debe ser rápido y la memoria utilizada no debe ser excesiva.

Todos los métodos generan números que en algún momento repiten su ciclo, esto significa que la secuencia de números se repite. Por lo tanto el método que se elija debe generar los números necesarios antes de que el ciclo se repita.

Es muy importante que el método no degenera, es decir, que el método no repita el mismo número de forma indefinida.

2.3.1 GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS CON DISTRIBUCIÓN UNIFORME

Existen diferentes tipos de variables aleatorias, como son:

- Discretas
- Continuas
- Independientes

Para este trabajo de investigación nos vamos a enfocar en las variables aleatorias continuas las cuales pueden asumir cualquier valor en uno o más intervalos de números reales y la probabilidad



de que asuma un valor específico dado es cero. Una variable aleatoria X es continua si su función de densidad es una función continua.

Si se analiza una variable aleatoria continua, cuyos valores estén representados por la vida útil en millones de ejes equivalentes de una carretera de altas especificaciones, tomado al azar un tramo de pavimento cualquiera; la probabilidad de seleccionar, al azar, una estructura de pavimento que falle con una vida útil de 5 millones de ejes equivalentes y no otra cantidad, del conjunto infinito de valores cercanos a 5 millones es tan baja, que se le asigna la probabilidad de cero. Sin embargo, no sería este el caso si se hablara del evento de que la vida útil estuviera entre 5 y 8 millones de ejes equivalentes. Ahora se está usando un intervalo en lugar de un valor puntual para una variable aleatoria.

Para nuestro caso, es necesario determinar la probabilidad de que la estructura del pavimento falle a determinada vida útil. Por lo tanto, es indispensable para este trabajo de investigación hacer uso de ciertas distribuciones continuas de probabilidad para el análisis de los resultados obtenidos.

2.4 ALGUNAS DISTRIBUCIONES CONTINUAS DE PROBABILIDAD

2.4.1 DISTRIBUCIÓN UNIFORME CONTINUA

Una de las distribuciones continuas más simples de la estadística es la distribución uniforme continua. Esta distribución se caracteriza por una función de densidad que es “plana”, por lo cual la probabilidad es uniforme en un intervalo cerrado, digamos $[A, B]$. Aunque las aplicaciones de la distribución uniforme continua no son tan abundantes como las de otras distribuciones que se presentan en este capítulo, es apropiado para el principiante que comience esta introducción a las distribuciones continuas con la distribución uniforme (Walpole, Myers & Myers, 2012).

2.4.2 DISTRIBUCIÓN UNIFORME

La función de densidad de la variable aleatoria uniforme continua X en el intervalo $[A, B]$ es:

$$f(x; A, B) = \begin{cases} \frac{1}{B - A}, & A \leq x \leq B, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

La función de densidad forma un rectángulo con base $B - A$ y altura constante $B - A$. Como resultado, la distribución uniforme a menudo se conoce como distribución rectangular. Sin embargo, observe que el intervalo no siempre es cerrado: $[A, B]$; también puede ser (A, B) . En la Figura 14 se muestra la función de densidad para una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[1, 3]$.

Resulta sencillo calcular las probabilidades para la distribución uniforme debido a la naturaleza simple de la función de densidad. Sin embargo, observe que la aplicación de esta distribución se basa en el supuesto de que la probabilidad de caer en un intervalo de longitud fija dentro de $[A, B]$ es constante.

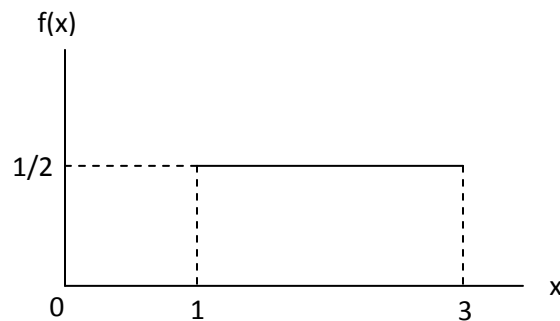


Figura 14.- Función de Densidad para una Variable Aleatoria en el Intervalo [1,3].

EJEMPLO 2.- Suponga que el tiempo máximo que se puede reservar una sala de conferencias grande de cierta empresa son cuatro horas. Con mucha frecuencia tienen conferencias extensas y breves. De hecho, se puede suponer que la duración X de una conferencia tiene una distribución uniforme en el intervalo $[0, 4]$.

- ¿Cuál es la función de densidad de probabilidad?
- ¿Cuál es la probabilidad de que cualquier conferencia determinada dure al menos 3 horas?

SOLUCION:

- La función de densidad apropiada para la variable aleatoria X distribuida uniformemente en esta situación es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$b) P[X \geq 3] = \int_3^4 \frac{1}{4} dx = \frac{1}{4}.$$

La media y la varianza de la distribución uniforme son:

$$\mu = \frac{A + B}{2} \quad y \quad \sigma^2 = \frac{(B - A)^2}{12} \quad (40)$$

2.4.3 DISTRIBUCIÓN NORMAL

La distribución de probabilidad continua más importante en todo el campo de la estadística es la **distribución normal**. Su gráfica, denominada **curva normal**, es la curva con forma de campana de la Figura 15, la cual describe de manera aproximada muchos fenómenos que ocurren en la naturaleza, la industria y la investigación. Por ejemplo, las mediciones físicas en áreas como los



experimentos meteorológicos, estudios de la precipitación pluvial y mediciones de partes fabricadas a menudo se explican más que adecuadamente con una distribución normal. Además, los errores en las mediciones científicas se aproximan muy bien mediante una distribución normal. En 1733, Abraham De Moivre desarrolló la ecuación matemática de la curva normal, la cual sentó las bases sobre las que descansa gran parte de la teoría de la estadística inductiva. La distribución normal a menudo se denomina **distribución gaussiana** en honor de Karl Friedrich Gauss (1777-1855), quien también derivó su ecuación a partir de un estudio de errores en mediciones repetidas de la misma cantidad (Walpole, 2012).

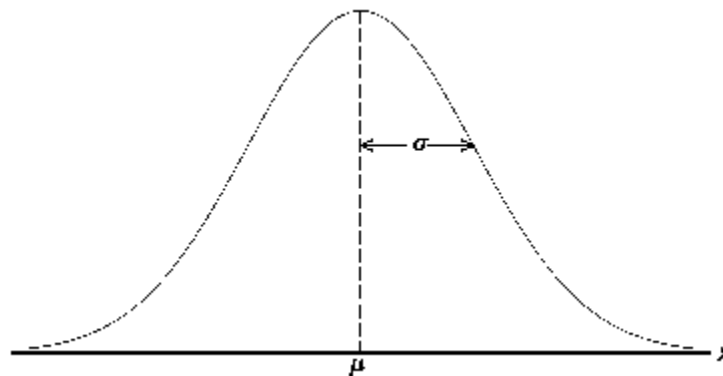


Figura 15.- Curva Normal.

Una variable aleatoria continua X que tiene la distribución en forma de campana de la Figura 15 se denomina **variable aleatoria normal**. La ecuación matemática para la distribución de probabilidad de la variable normal depende de los dos parámetros μ y σ , su media y su desviación estándar, respectivamente. Por ello, denotamos los valores de la densidad de X por $n(x; \mu, \sigma)$.

La densidad de la variable aleatoria normal X , con media μ y varianza σ^2 , es:

$$n(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}, \quad -\infty < x < \infty \quad (41)$$

Dónde $\pi = 3.1416 \dots$ y $e = 2.71828 \dots$

Una vez que se especifican μ y σ , la curva normal queda determinada por completo. Por ejemplo, si $\mu = 50$ y $\sigma = 5$, entonces se pueden calcular las ordenadas $n(x; 50, 5)$ para diferentes valores de x y dibujar la curva. En la Figura 16 aparecen dos curvas normales que tienen la misma desviación estándar pero diferentes medias. Las dos curvas son idénticas en forma, pero están centradas en diferentes posiciones a lo largo del eje horizontal.

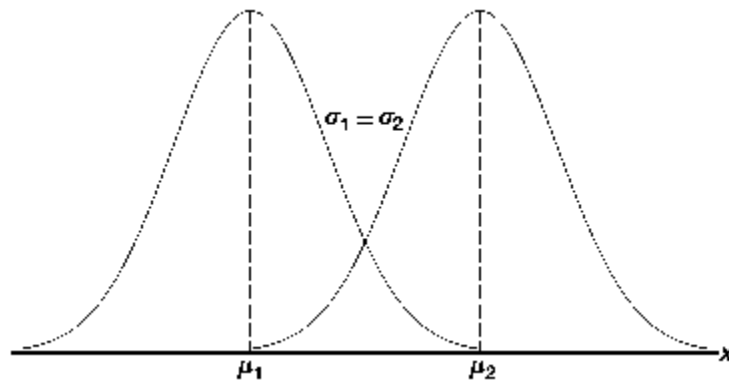


Figura 16.- Curvas Normales con $\mu_1 < \mu_2$ y $\sigma_1 = \sigma_2$.

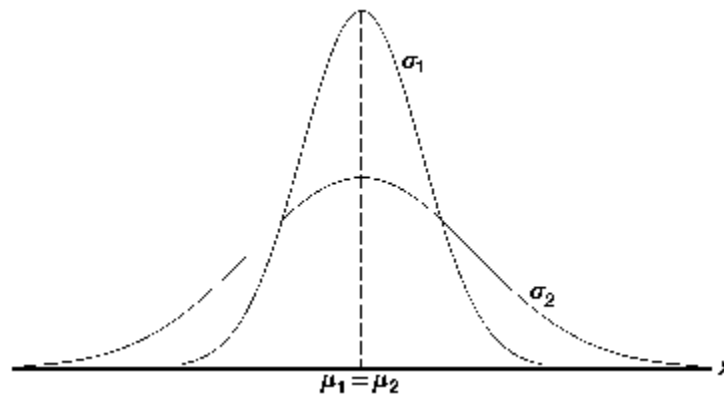


Figura 17.- Curvas Normales con $\mu_1 = \mu_2$ y $\sigma_1 < \sigma_2$.

En la Figura 17 se muestran dos curvas normales con la misma media pero con desviaciones estándar diferentes. Aquí se observa que las dos curvas están centradas exactamente en la misma posición sobre el eje horizontal; sin embargo, la curva con la mayor desviación estándar es más baja y más extendida. Recuerde que el área bajo una curva de probabilidad debe ser igual a 1 y por lo tanto, cuanto más variable sea el conjunto de observaciones, más baja y más ancha será la curva correspondiente.

La Figura 18 muestra dos curvas normales que tienen diferentes medias y diferentes desviaciones estándar. Evidentemente, están centradas en posiciones diferentes sobre el eje horizontal y sus formas reflejan los dos valores diferentes de σ .

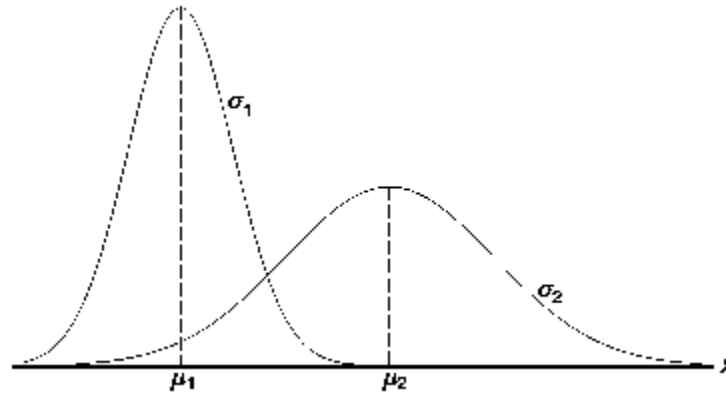


Figura 18.- Curvas normales con $\mu_1 < \mu_2$ y $\sigma_1 < \sigma_2$.

Con base en lo que observamos en las figuras 15 a 18, y en el examen de la primera y la segunda derivadas de $n(x; \mu, \sigma)$, se enlistan las siguientes propiedades de la curva normal (Walpole, 2012):

1. La moda, que es el punto sobre el eje horizontal donde la curva tiene su punto máximo, ocurre en $x = \mu$.
2. La curva es simétrica alrededor de un eje vertical a través de la media μ .
3. La curva tiene sus puntos de inflexión en $x = \mu \pm \sigma$, es cóncava hacia abajo si $\mu - \sigma < X < \mu + \sigma$, y es cóncava hacia arriba en otro caso.
4. La curva normal se aproxima al eje horizontal de manera asintótica, conforme nos alejamos de la media en cualquier dirección.
5. El área total bajo la curva y sobre el eje horizontal es igual a uno.

La media y la varianza de $n(x; \mu, \sigma)$ son μ y σ^2 , respectivamente. Por lo tanto, la desviación estándar es σ .

Para evaluar la media primero calculamos

$$E(X - \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x - \mu}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dz \quad (42)$$

Al establecer que $z = (x - \mu)/\sigma$ y $dx = \sigma dz$, obtenemos

$$E(X - \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = 0 \quad (43)$$

dado que la integral anterior es una función impar de z , concluimos que

$$E(X) = \mu \quad (44)$$

La varianza de la distribución normal es dada por

$$E[(X - \mu)^2] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right]^2} dx \quad (45)$$

De nuevo, al establecer que $z = (x - \mu)/\sigma$ y $dx = \sigma dz$, obtenemos

$$E[(X - \mu)^2] = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (46)$$

Al integrar por partes con $u = z$ y $dv = ze^{-z^2/2} dz$ de modo que $du = dz$ y $v = -e^{-z^2/2}$, encontramos que

$$E[(X - \mu)^2] = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \left(-ze^{-\frac{z^2}{2}} \Big|_{-\infty}^{\infty} + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \right) = \sigma^2(0 + 1) = \sigma^2 \quad (47)$$

Muchas variables aleatorias tienen distribuciones de probabilidad que se pueden describir de forma adecuada mediante la curva normal, una vez que se especifiquen μ y σ^2 . En este trabajo de investigación estos parámetros los determinamos a partir de los datos que nos proporcionó la SCT.

Anteriormente señalamos el papel que desempeña la distribución normal como una aproximación razonable de variables científicas en experimentos de la vida real. La distribución normal tiene muchas aplicaciones como distribución limitante. En ciertas condiciones, la distribución normal ofrece una buena aproximación continua a las distribuciones binomial e hipergeométrica.

2.4.4 ÁREAS BAJO LA CURVA NORMAL

La curva de cualquier distribución continua de probabilidad o función de densidad se construye de manera que el área bajo la curva limitada por las dos ordenadas $x = x_1$ y $x = x_2$ sea igual a la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor entre $x = x_1$ y $x = x_2$. Por consiguiente, para la curva normal de la Figura 19 (Walpole, 2012).

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} n(x; \mu, \sigma) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx \quad (48)$$

es representada por el área de la región sombreada.

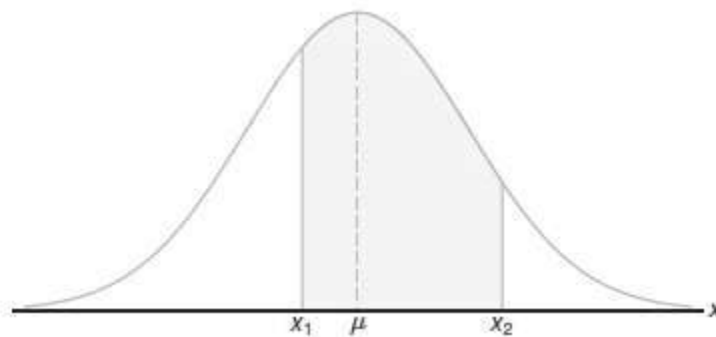


Figura 19.- $P(x_1 < X < x_2) = \text{Área de la Región Sombreada}$.

En las figuras 16, 17 y 18 vimos cómo la curva normal depende de la media y de la desviación estándar de la distribución que se está estudiando. El área bajo la curva entre cualesquiera dos ordenadas también debe depender de los valores μ y σ . Esto es evidente en la Figura 20, donde



sombreamos las regiones que corresponden a $P(x_1 < X < x_2)$, para dos curvas con medias y varianzas diferentes. $P(x_1 < X < x_2)$, donde X es la variable aleatoria que describe la distribución A , se indica por el área sombreada más oscura debajo de la curva de A . Si X es la variable aleatoria que describe la distribución B , entonces $P(x_1 < X < x_2)$ es dada por toda la región sombreada. Evidentemente, las dos regiones sombreadas tienen tamaños diferentes; por lo tanto, la probabilidad asociada con cada distribución será diferente para los dos valores dados de X .

Existen muchos tipos de programas estadísticos que sirven para calcular el área bajo la curva normal. La dificultad que se enfrenta al resolver las integrales de funciones de densidad normal exige tabular las áreas de la curva normal para una referencia rápida. Sin embargo, sería inútil tratar de establecer tablas separadas para cada posible valor de μ y σ . Por fortuna, podemos transformar todas las observaciones de cualquier variable.

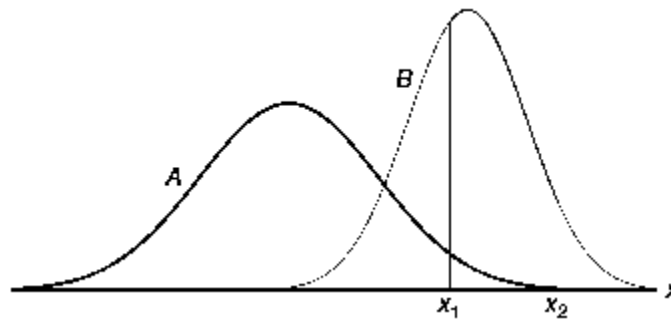


Figura 20.- $P(x_1 < X < x_2)$ para diferentes Curvas Normales para Diferentes Áreas.

Aleatoria normal X en un nuevo conjunto de observaciones de una variable aleatoria normal Z con media 0 y varianza 1. Esto se puede realizar mediante la transformación.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (49)$$

Siempre que X tome un valor x , el valor correspondiente de Z es dado por $z = (x - \mu)/\sigma$. Por lo tanto, si X cae entre los valores $x = x_1$ y $x = x_2$, la variable aleatoria Z caerá entre los valores correspondientes $z_1 = (x_1 - \mu)/\sigma$ y $z_2 = (x_2 - \mu)/\sigma$. En consecuencia podemos escribir:

$$\begin{aligned} P(x_1 < X < x_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \\ &= \int_{z_1}^{z_2} n(z; 0,1) dz = P(z_1 < Z < z_2) \end{aligned} \quad (50)$$

donde Z se considera una variable aleatoria normal con media 0 y varianza 1.

La distribución de una variable aleatoria normal con media 0 y varianza 1 se llama **distribución normal estándar**.



Las distribuciones original y transformada se ilustran en la Figura 21. Como todos los valores de X que caen entre x_1 y x_2 tienen valores z correspondientes entre z_1 y z_2 , el área bajo la curva X entre las ordenadas $x = x_1$ y $x = x_2$ de la Figura 21 es igual al área bajo la curva Z entre las ordenadas transformadas $z = z_1$ y $z = z_2$.

Ahora hemos reducido el número requerido de tablas de áreas de curva normal a una, la de la distribución normal estándar. La Tabla 21 y Tabla 22 indican el área bajo la curva normal estándar que corresponde a $P(Z < z)$ para valores de z que van de -3.49 a 3.49 . Para ilustrar el uso de esta tabla calculemos la probabilidad de que Z sea menor que 1.74 . Primero, localizamos un valor de z igual a 1.7 en la columna izquierda, después nos movemos a lo largo del renglón hasta la columna bajo 0.04 , donde leemos 0.9591 . Por lo tanto, $P(Z < 1.74) = 0.9591$. Para calcular un valor z que corresponda a una probabilidad dada se invierte el proceso. Por ejemplo, se observa que el valor z que deja un área de 0.2148 bajo la curva a la izquierda de z es -0.79 .

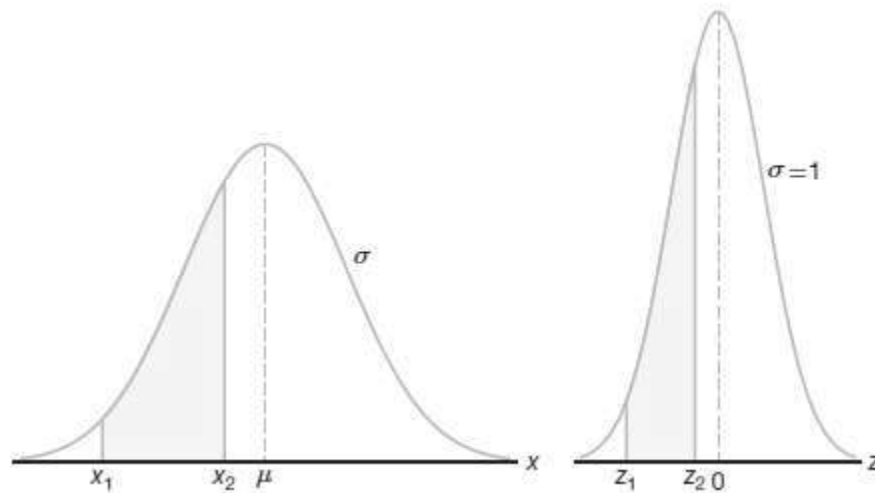


Figura 21.-Distribuciones Normales Original y Transformada.

EJEMPLO 3.- Dada una distribución normal estándar, calcule el área bajo la curva que se localiza

- A la derecha de $z=1.84$
- Entre $z=-1.97$ y $z=0.8$

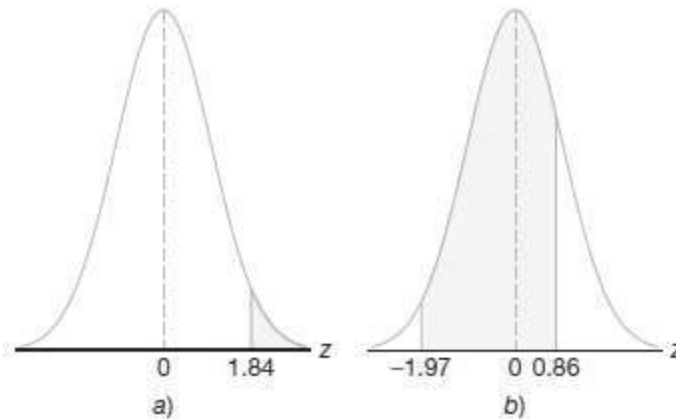


Figura 22.- Áreas para el Ejemplo 3.

SOLUCIÓN:

Véase la Figura 22 para las áreas específicas.

- El área en la Figura 22a a la derecha de $z = 1.84$ es igual a 1 menos el área en la Tabla 22 a la izquierda de $z = 1.84$, a saber, $1 - 0.9671 = 0.0329$.
- El área en la Figura 22b entre $z = -1.97$ y $z = 0.86$ es igual al área a la izquierda de $z = 0.86$ menos el área a la izquierda de $z = -1.97$. A partir de la Tabla 21 encontramos que el área que se desea es $0.8051 - 0.0244 = 0.7807$.

EJEMPLO 4.- Dada una distribución normal estándar, calcule el valor de k tal que

- $P(Z > k) = 0.3015$, y
- $P(k < Z < -0.18) = 0.4197$.

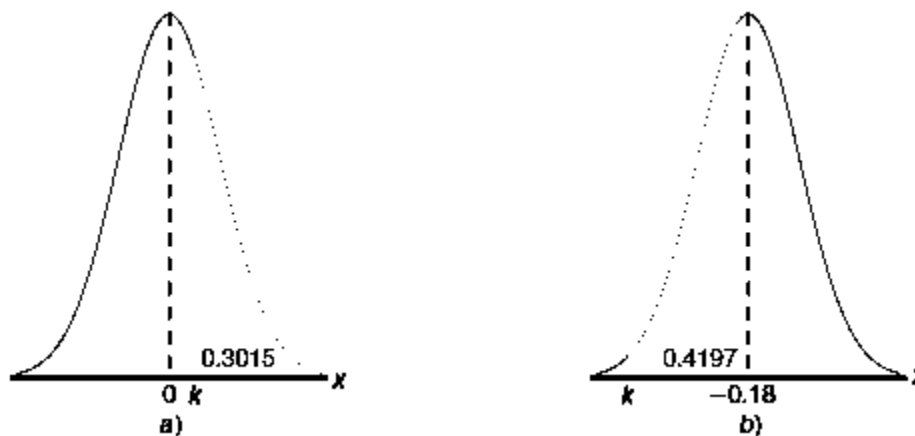


Figura 23.-Áreas para el Ejemplo 4.

SOLUCIÓN:

La distribución y áreas deseadas se muestran en la Figura 23.

- En la Figura 23a vemos que el valor k que deja un área de 0.3015 a la derecha debe dejar entonces un área de 0.6985 a la izquierda. De la Tabla 21/Tabla 22 se sigue que $k = 0.52$.
- En la Tabla 21 observamos que el área total a la izquierda de -0.18 es igual a 0.4197, de



manera que el área a la izquierda de k debe ser $0.4286 - 0.4197 = 0.0089$. por lo tanto, a partir de la Tabla 22 tenemos $k = .237$.

EJEMPLO 5.- Dada una variable aleatoria X que tiene una distribución normal con $\mu = 50$ y $\sigma = 10$, calcule la probabilidad de que X tome un valor entre 45 y 62.



Figura 24.- Áreas para el Ejemplo 5.

SOLUCIÓN:

Los valores z que corresponden a $x_1 = 45$ y $x_2 = 62$ son:

$$z_1 = \frac{45 - 50}{10} = -0.5 \text{ y } z_2 = \frac{62 - 50}{10} = 1.2$$

$$P(45 < X < 62) = P(-0.5 < Z < 1.2)$$

$P(-0.5 < Z < 1.2)$ se muestra mediante el área de la región sombreada de la Figura 24. Esta área se puede calcular restando el área a la izquierda de la ordenada $z = -0.5$ de toda el área a la izquierda de $z = 1.2$ si usamos la Tabla 21 y la Tabla 22, tenemos:

$$\begin{aligned} P(45 < X < 62) &= P(-0.5 < Z < 1.2) = P(Z < 1.2) - P(Z < -0.5) \\ &= 0.8849 - 0.3085 = 0.5764 \end{aligned}$$

EJEMPLO 6.- Dado que X tiene una distribución normal con $\mu = 300$ y $\sigma = 50$, calcule la probabilidad de que X tome un valor mayor que 362.

SOLUCIÓN:

La distribución de probabilidad normal que muestra el área sombreada que se desea se presenta en la Figura 25. Para calcular $P(X > 362)$ necesitamos evaluar el área bajo la curva normal a la derecha de $x = 362$. Esto se puede realizar transformando $x = 362$ al valor de z correspondiente, obteniendo el área a la izquierda de z de la Tabla 21 y después restando esta área de 1. Encontramos que:

$$z_1 = \frac{362 - 300}{50} = 1.24$$



De ahí,

$$P(X > 362) = P(Z > 1.24) = 1 - P(Z < 1.24) = 1 - 0.8925 = 0.1075$$

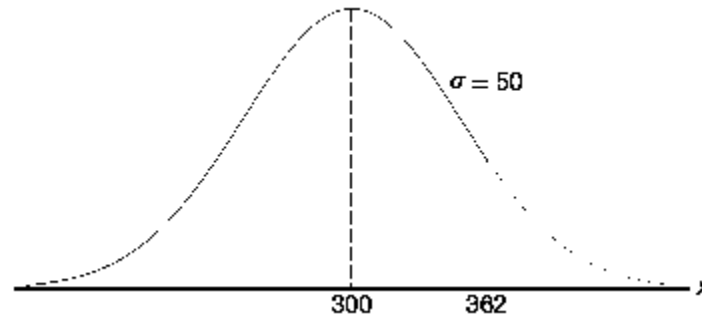


Figura 25.- Área para el Ejemplo 6.

De acuerdo con el teorema de Chebyshev, la probabilidad de que una variable aleatoria tome un valor dentro de 2 desviaciones estándar de la media es de por lo menos $3/4$. Si la variable aleatoria tiene una distribución normal, los valores z que corresponden a $x_1 = \mu - 2\sigma$ y $x_2 = \mu + 2\sigma$ se calculan fácilmente y son:

$$z_1 = \frac{(\mu - 2\sigma) - \mu}{\sigma} = -2 \quad \text{y} \quad z_2 = \frac{(\mu + 2\sigma) - \mu}{\sigma} = 2$$

De ahí,

$$\begin{aligned} P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) &= P(-2 < Z < 2) = P(Z < 2) - P(Z < -2) \\ &= 0.9772 - 0.0228 = 0.9544 \end{aligned}$$

Que es una afirmación mucho más firme que la que se establece mediante el teorema de Chebyshev.

2.4.5 APLICACIONES DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

En los siguientes ejemplos se abordan algunos de los muchos problemas en los que se puede aplicar la distribución normal (Walpole, 2012).

EJEMPLO 7.- Cierta tipo de batería de almacenamiento dura, en promedio, 3.0 años, con una desviación estándar de 0.5 años. Suponga que la duración de la batería se distribuye normalmente y calcule la probabilidad de que una batería determinada dure menos de 2.3 años.

SOLUCION:

Empiece construyendo un diagrama como el de la Figura 26, que muestra la distribución dada de la duración de las baterías y el área deseada. Para calcular la $P(X < 2.3)$ necesitamos calcular el área bajo la curva normal a la izquierda de 2.3. Esto se logra calculando el área a la izquierda del



valor z correspondiente. De donde encontramos que

$$z_1 = \frac{2.3 - 3}{0.5} = -1.4.$$

Y entonces, usando la Tabla 22, tenemos

$$P(X < 2.3) = P(Z < -1.4) = 0.0808.$$

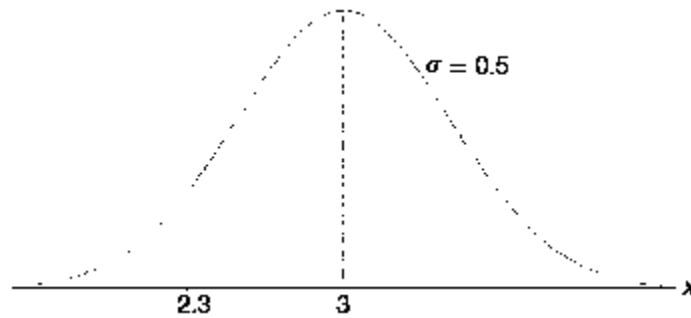


Figura 26.- Área para el Ejemplo 7.

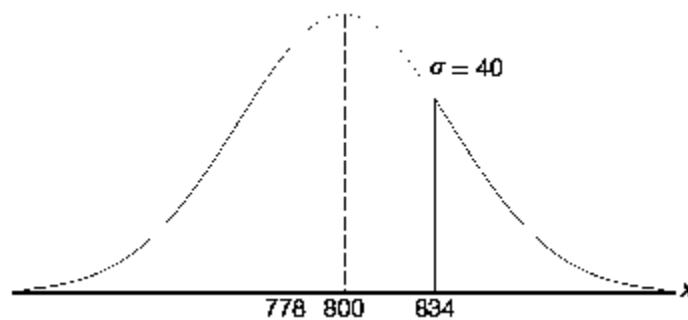


Figura 27.- Área para el Ejemplo 8.

EJEMPLO 8.- Una empresa de material eléctrico fabrica bombillas de luz cuya duración, antes de quemarse, se distribuye normalmente, con una media igual a 800 horas y una desviación estándar de 40 hora. Calcule la probabilidad de que las bombillas se quemen entre 778 y 834 horas.

SOLUCION:

La distribución de vida de las bombillas se ilustra en la Figura 27. Los valores z que corresponden a $x_1 = 778$ y $x_2 = 834$ son:

$$z_1 = \frac{778 - 800}{40} = -0.55 \text{ y } z_2 = \frac{834 - 800}{40} = 0.85$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} P(778 < X < 834) &= P(-0.55 < Z < 0.85) = P(Z < 0.85) - P(Z < -0.55) \\ &= 0.8023 - 0.2912 = 0.5111 \end{aligned}$$



3 CONTROL DE CALIDAD DE LAS CAPAS DE PAVIMENTOS (SCT)

En lo que refiere a este capítulo, se darán a conocer ciertas técnicas que se utilizan en diferentes ramas de la industria y las cuales se aplican a la construcción de pavimentos flexibles para controlar y mejorar la calidad de dicho producto. El control de calidad, a través de los años se ha vuelto tan importante como la fabricación o construcción del mismo producto.

3.1 SUPERVICION DE LA CALIDAD MEDIANTE GRÁFICAS O DIAGRAMAS DE CONTROL

Las mediciones de una variable de calidad varían con el tiempo. Por ejemplo, el diámetro de troncos de una especie de pino de la misma edad. A la variación de este tipo se denomina *definida* o por *causa atribuible*. Otra variación en la que ocurren pequeños cambios fortuitos que se deben a la gran cantidad de variables desconocidas que afectan el diámetro: cambios climáticos, condiciones ambientales, etc., se consideran como una variación aleatoria. Si la variación es una variable de calidad únicamente del tipo aleatorio, se dice que el proceso está *bajo control*. El hecho de estar bajo control no significa que el proceso origine productos 100% aceptables. Los valores de la variable de calidad pueden o no localizarse de manera fortuita, dentro de los límites especificados por los usuarios. El primer objetivo de un productor o un tecnólogo es eliminar las causas de variación atribuibles de una variable de calidad y mantener el proceso bajo control. El siguiente paso es reducir la variación del proceso y tener la distribución de las mediciones de calidad dentro de especificaciones. El valor medio de la distribución tendría que encontrarse cerca o en el centro del intervalo de los valores de especificación, y la varianza de la distribución tendrá que ser la más pequeña posible (Badii, Guillen & Abreu, 2012).

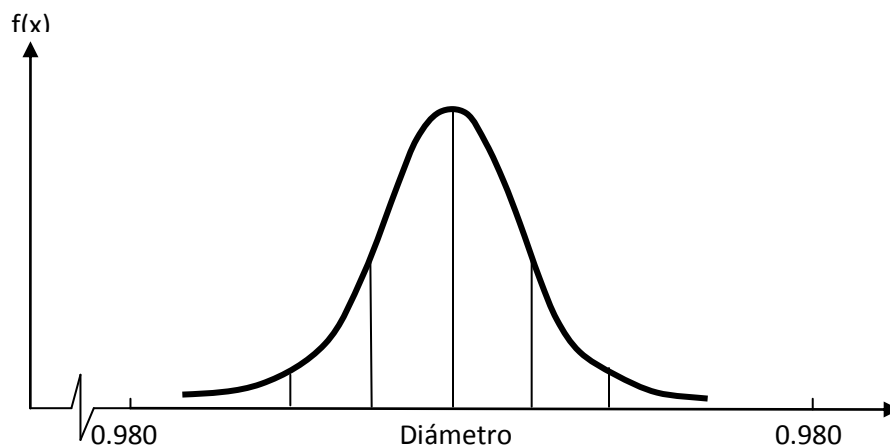


Figura 28.- Una Distribución Deseable.



Una vez que un proceso está bajo control y que produce productos satisfactorios, se controlan el medio del proceso y su varianza mediante diagramas de control. Se sacan muestras de n producto (artículos) del proceso a intervalos de tiempo específicos y se calcula la media muestral y la amplitud total (rango). Se transportan estas variables estadísticas a graficas de media y rango similares a las que se tienen en la

Figura 28. Se utiliza el diagrama de control de la media muestral \bar{x} para detectar posibles corrimientos en la media de la distribución de una variable de calidad. De igual manera, se emplea un diagrama de control para la amplitud de variación de la muestra, a fin de detectar cambios en la varianza de la distribución (Badii, Guillen & Abreu, 2012).

3.2 GRÁFICAS DE CONTROL PARA LA MEDIA DEL PROCESO

Se puede definir a la gráfica de control como un método grafico para evaluar si un proceso está o no en un estado de control estadístico. En su forma más usual, la gráfica de control es una comparación grafica cronológica (hora a hora, día a día) de las características de calidad reales del producto, parte o unidad, con límites que reflejan la capacidad de producirla de acuerdo con la experiencia de las características de calidad de la unidad. Es probable que la actividad más reconocida en general del control de calidad sea el control de materia prima, de los lotes de producción y de las piezas y ensambles durante el proceso de su manufactura. La principal ayuda estadística para estos trabajos es la gráfica de control y sus modificaciones particulares. Existen diversas preferencias para el establecimiento de tolerancias del proyecto y límites de especificaciones. En algunas ocasiones, estos límites se determinan cuidadosamente por medio de pruebas; otras veces se han fijado arbitrariamente. La mayoría de las veces, se basan en experiencias anteriores, con los materiales y con los procesos de manufactura (Badii, Guillen & Abreu, 2012).

3.3 LÍMITES EN LAS GRÁFICAS DE CONTROL PARA VARIABLES Y CAPACIDAD DEL PROCESO

La lógica que apoya un diagrama de \bar{x} (media muestral) para control es que si el proceso está controlado, las medias muestrales tendrán que variar alrededor de la media poblacional μ de manera aleatoria, y que casi todos los valores de \bar{x} tendrán que estar en el intervalo $\mu \pm 3\sigma_{\bar{x}}$. Aunque se desconoce el valor exacto de la media del proceso μ , es posible obtener una estimación precisa promediando un número grande, k (por lo menos 25), de medias muestrales. Se han elegido los límites de 3-sigma, porque la experiencia ha demostrado que es más útil y económico para la aplicación de los límites de control, puesto que la mayor parte de los valores se encuentran dentro del rango (99.73%). Los límites superior e inferior se localizan arriba y debajo de eje. $3\sigma_{\bar{x}} = 3\sigma_{\bar{x}}/\sqrt{n}$. Puede estimarse el valor de σ calculando la variación estándar muestral s , utilizando el conjunto combinado de datos de las k muestras (Badii, Guillen & Abreu, 2012).

El cálculo de las mediciones de tendencia central y dispersión para las diferentes graficas de control están auxiliadas por el uso de constantes que se han desarrollado para estos cálculos. Estos factores se encuentran enlistados en unas tablas en las que se dan constantes para calcular



los límites de control y estas constantes dependen del tamaño de las muestras. La capacidad de un proceso es el rango de variación que en condiciones normales un proceso tiene debido a las variables accidentales. Los pasos para determinar la capacidad de un proceso son los siguientes:

1. Determinar la característica de calidad.
2. Controlar el proceso y eliminar todas las variables asignables o atribuibles del proceso.
3. Tomar muestras del proceso. Las muestras no deben ser menos de 25.
4. Calcular la media y la desviación estándar del proceso.

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^k \bar{x}}{k} = \frac{\sum x}{n * k} \quad (51)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{c_2} = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{R_i}{k}}{c_2} \quad (52)$$

Donde,

c_2 = Es la constante que hace de $\hat{\sigma}$ un estimador no sesgado de σ cuando se realiza el muestreo de una población distribuida normalmente.

$\hat{\mu}$ = Media del proceso.

\bar{x} = Media muestral.

k = Número de medias muestrales.

Sustituyéndola (52) en la fórmula $3\sigma_{\bar{x}} = 3\hat{\sigma}/\sqrt{n}$, resulta:

$$3\sigma_{\bar{x}} = 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 3 \frac{R}{c_2 \sqrt{n}} = A_2 R ;$$

$$A = \frac{3}{c_2 \sqrt{n}} \quad (53)$$

5. Cálculo de los límites del proceso. Calcular la distribución normal y la capacidad del proceso de acuerdo con las siguientes formulas:

$$\text{Límite Estadístico Superior: LSC} = \bar{\bar{x}} + A_2 \hat{\sigma} \quad (54)$$

$$\text{Límite Estadístico Inferior: LIC} = \bar{\bar{x}} - A_2 \hat{\sigma} \quad (55)$$

Donde, los valores de A_1 se tienen en la Tabla 23.

Las gráficas a las que se refieren los subcapítulos 3.1 y 3.2 de este capítulo son como la que se muestra en la Figura 29, donde en el eje de las abscisas indica el número de la muestra y en las ordenadas el valor del parámetro estadístico, según el tipo de carta que se utilice. Se grafican los valores de dicho parámetro obtenido en cada muestra, uniendo cada punto con una línea denominada gráfica de tendencias; en el valor que corresponde al promedio de las magnitudes del parámetro estadístico se traza una paralela al eje de las abscisas denominada

calidad promedio, de la cual dependen los límites estadísticos y a esta área se le denomina zona de aceptación.

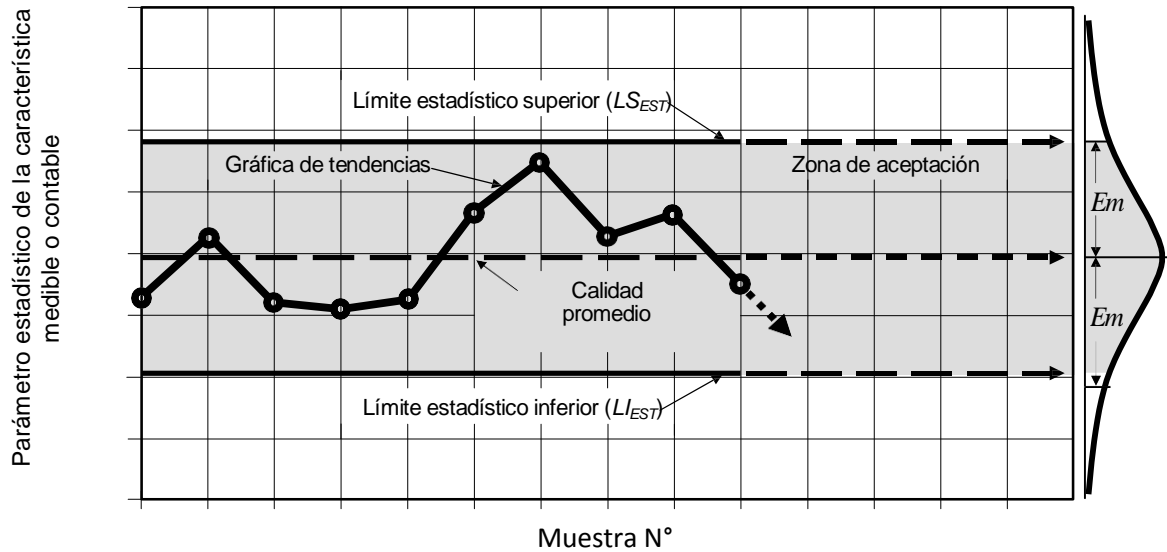


Figura 29.-Carta de Control Típica.

Si a la carta de control de la Figura 29 se le agregan los límites de especificación que corresponden a las tolerancias especificadas y éstos resultan ser más amplios que los límites estadísticos, se generan zonas de corrección y de rechazo como se muestra en la Figura 30. De esta manera, si los valores obtenidos de las muestras caen dentro de los límites estadísticos, se considera que el proceso está bajo control, de lo contrario se debe corregir el proceso o se corre el riesgo de caer en la zona de rechazo, teniendo que parar el proceso hasta ser corregido.

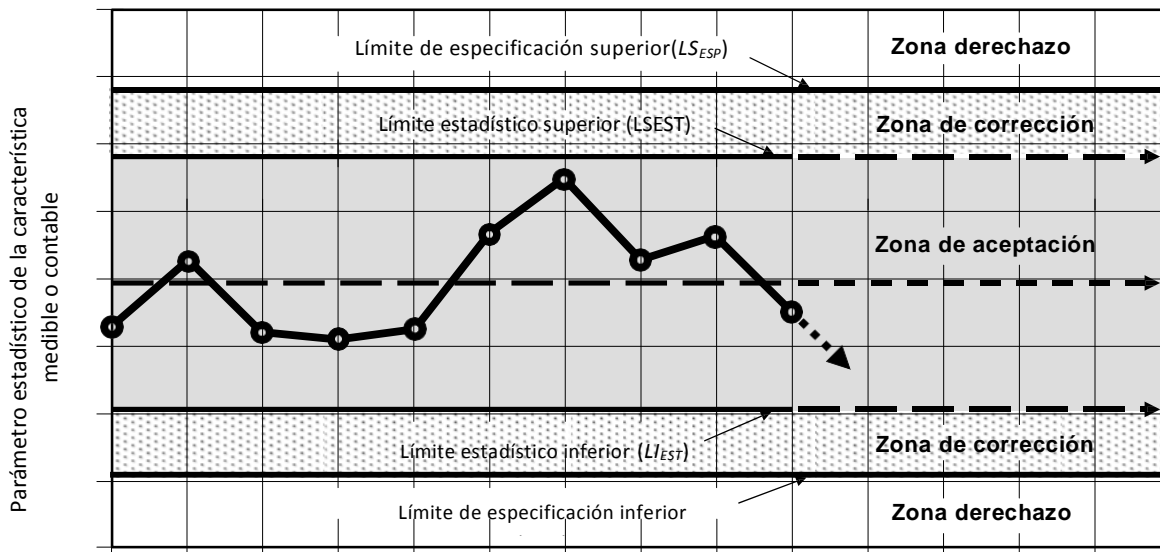


Figura 30.- Carta de Control Típica con Límites de Especificación.



Los límites estadísticos de una carta de control son exclusivamente del proceso de producción que se controla, ellos se determinan analizando estadísticamente las características de los productos obtenidos a través del proceso, una vez que éste se ha establecido normalmente, pero al inicio de la producción no se cuenta con datos que permitan determinar esos límites, de forma que el control se puede iniciar utilizando límites estadísticos dados por la experiencia en otros procesos de producción similares, como se muestra en la Figura 31. Una vez que el proceso ha generado información suficiente, se obtienen los límites estadísticos correspondientes, pero ha de considerarse que, durante la etapa inicial de producción, es posible que los límites determinen una zona de aceptación más amplia que la del proceso establecido normalmente, pues esa etapa se puede considerar como de entrenamiento y aprendizaje, en cuyo caso, para calcular los límites del proceso normal, han de desecharse los datos de la etapa inicial que muestren una desviación importante respecto a los datos del proceso normal.

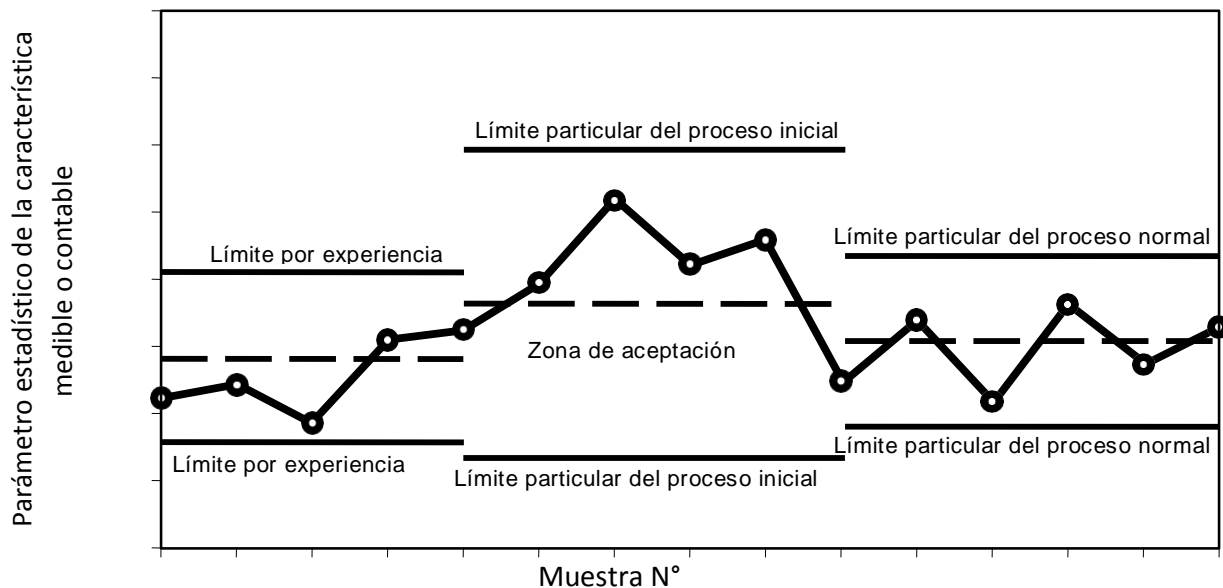


Figura 31.-Límites Estadísticos para Diferentes Etapas del Proceso.

En teoría, los límites estadísticos calculados se mantienen constantes para un proceso establecido normalmente, lo que permite proyectarlos hacia el futuro, mientras el proceso no se altere, pues cualquier cambio en el procedimiento, en los insumos o en el equipo, lo convierte en un proceso diferente, con límites distintos. Sin embargo, aunque dichos cambios no se presenten, es conveniente recalculer los límites periódicamente, por ejemplo, al término de cada semana de trabajo, ya que generalmente en los procesos de construcción existen muchas causas aleatorias, como las debidas a condiciones meteorológicas, que cambian con la época del año. A continuación se presenta un ejemplo de aplicación que ayuda a entender mejor el proceso de acuerdo a lo presentado en la norma M-CAL-1-03/03 de la SCT.

Ejemplo 9.- Se da un proyecto carretero en el cual se construye una base hidráulica para la estructura del pavimento, para la cual el proyecto especifica un grado de compactación de 95% de la masa volumétrica seca máxima determinada de acuerdo a la prueba AASHTO Modificada, con un error de $\pm 3\%$, y la compactación de dicha capa se controlará estadísticamente mediante una Carta de Medias, con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$) tomando muestras en tramos de 250 m de longitud y 11 m de ancho, de 5 calas cada una, ubicadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, Criterios Estadísticos de Muestreo, según se establece en la Fracción H.3 de la Norma N-CTR-CAR-1-04-002, Subbases y Bases.

PASO 1.- Primero se toma la gráfica que se utilizará como Carta de Medias, en el eje de las abscisas se colocan el número de muestras, según se tomen cronológicamente y en el eje de las ordenadas va el grado de compactación. Se traza una línea horizontal a la altura del grado especificado y dos más que corresponden a las tolerancias, denominadas límite superior (LS_{ESP}) e inferior (LI_{ESP}) respectivamente que determinan las zonas de rechazo, como se muestra en la Figura 32.

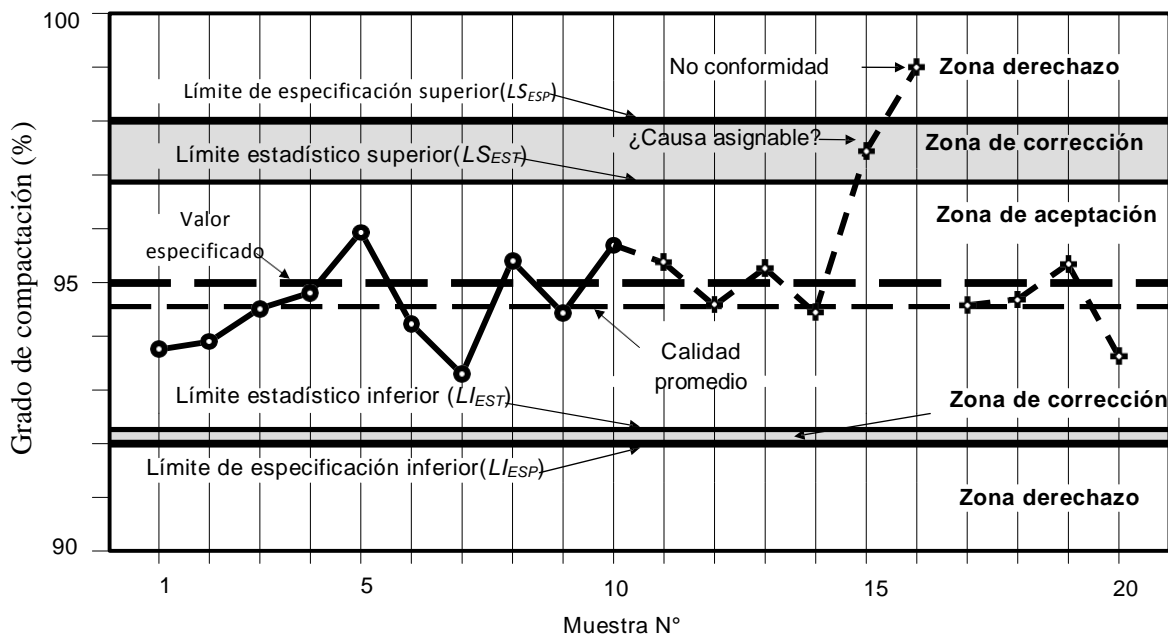


Figura 32.- Carta de Medias para los Grados de Compactación del Ejemplo 9.

PASO 2.- Posteriormente se analizan los resultados obtenidos del proceso mediante pruebas de compactación que integren las muestras. Los datos obtenidos de las pruebas de cada muestra, se anotan en un formato como el mostrado en la Tabla 3, se determina la media (\bar{x}) y la desviación estándar (σ) de cada muestra respectivamente, y en la carta de control se dibujan las medias calculadas para definir la gráfica de tendencias, como se muestra con las líneas dibujadas en la Figura 32.



Tabla 3.- Parámetros Estadísticos del Ejemplo 10.

Muestra N°	Grado de compactación (%)					Media de la muestra	Desviación estándar de la muestra
	Prueba N°						
(n)	1	2	3	4	5	(\bar{x})	(σ)
1	92,6	92,6	96,1	93,5	93,9	93,74	1,44
2	94,1	95,1	93,2	94,7	92,4	93,90	1,11
3	92,5	94,4	93,5	97,0	95,0	94,49	1,68
4	97,5	92,1	97,1	93,5	93,7	94,78	2,38
5	93,3	96,5	96,4	97,5	96,0	95,95	1,59
6	95,7	92,4	95,2	94,7	93,0	94,22	1,43
7	94,9	93,0	92,7	92,8	92,9	93,26	0,92
8	96,8	94,4	97,4	96,3	92,2	95,41	2,13
9	95,6	95,2	93,9	93,2	94,0	94,40	0,97
10	96,1	96,4	95,6	95,2	95,0	95,69	0,60
Promedio de las medias ($\bar{\bar{x}}$)						94,58	
Promedio de las desviaciones estándar ($\bar{\sigma}$)							1,43

PASO 3.- Ya que se tienen suficientes resultados que nos indiquen que el proceso se ha establecido normalmente (muestras de 1 a 10 de la Tabla 3y de la Figura 32) se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal; para ello, con las ecuaciones(51) y (52) se calcula el promedio de las medias ($\bar{\bar{x}}$) y el promedio de la desviación estándar ($\bar{\sigma}$), como se muestra en la Tabla 3. De la Tabla 23se toma el factor A_1 que corresponde al tamaño de las muestras que se utilizan (n), que para este ejemplo con n=5, $A_1=1.596$ con este factor y dichos parámetros estadísticos, mediante las ecuaciones (54) y (55) se determinan los límites estadísticos correspondientes:

$$LS_{EST} = 94.58 + 1.596(1.43) = 96.86$$

$$LI_{EST} = 94.58 - 1.596(1.43) = 92.30$$

A partir de los valores del promedio de las medias ($\bar{\bar{x}}= 94.58$) y de los límites estadísticos ($LS_{EST}= 96,86$ y $LI_{EST}= 92,30$), se trazan las líneas que determinan la calidad promedio, así como las zonas de aceptación y de rechazo, proyectándolas hacia delante, como se muestra en la Figura 32.



3.3.1 ANOMALIAS EN LAS GRÁFICAS DE CONTROL

Se considera que existen anomalías en las gráficas de control cuando:

1. Existen puntos fuera de los límites de control.
2. Existen 7 puntos consecutivos a un mismo lado de la línea central.
3. Existen 7 puntos consecutivos ascendiendo o descendiendo.
4. Existen 7 puntos consecutivos alternando ascensos y descensos.
5. Existen 2 de 3 puntos consecutivos demasiado cerca de uno de los límites de control (inferior o superior).
6. Cuando el 75% de los datos se encuentra alrededor del límite central de control.
7. Cuando uno de los puntos se encuentra extremadamente cerca de los límites de control (casi tocándolo).

3.4 DIAGRAMAS DE CONTROL PARA ATRIBUTOS: DIAGRAMAS DE P (proporción)

En el área de control estadístico de procesos, una variable cuantitativa que solamente puede tomar dos valores se conoce como *atributo*. Es importante de recordar que la calidad es cumplir con los requisitos, no debería sorprenderle saber que el atributo que más se estudia en control estadístico de procesos es el de la conformidad o no conformidad de las unidades producidas con respecto a las especificaciones del proceso (Badii, Guillen & Abreu, 2012).

El gráfico *P* sirve para detectar artículos defectuosos o en nuestro caso muestras defectuosas cuando se están analizando variables por atributos, nos proporcionará la fracción o porcentaje de muestras defectuosas en la población que se encuentra bajo estudio.

A continuación se enlistan los pasos para obtener el gráfico *P*:

1. Definir la característica de calidad (atributo) que se desea analizar. Grado de compactación, contenido de humedad, etc.

$$\bar{p} = \frac{\sum_{k=1}^N dk}{\sum_{k=1}^N nk} \quad (56)$$

\bar{p} = Fracción defectuosa promedio de todas las muestras.

d_k = Número de elementos defectuosos de la muestra (*d*).

n_k = Número total de elementos que integran la muestra (*n*).

N = Número de muestras analizadas.

2. Controlar las condiciones del proceso. Eliminar las variables asignables o atribuibles del proceso.
3. Tomar un número *K* de muestras. El tamaño de la muestra debe de ser variable, es decir las muestras no son del mismo tamaño. El número de muestras no debe ser



menor a 20, y cada muestra debe tener por lo menos 50 elementos.

4. Tabular resultados de acuerdo a la siguiente Tabla 4.

Tabla 4.-Tabla de los Resultados del Diagrama de P.

# de muestra	Tamaño de muestra (n)	# de productos defectuosos (d)	Fracción de defectuosos (\bar{P}), $\bar{P} = d/n$
1	n_1	Np_1	P_1
2	n_2	Np_2	P_2
...
K	n_k	Np_k	P_k

5. Cálculo de los límites estadísticos del proceso. El siguiente paso es el cálculo de los límites estadísticos de nuestro proceso, los cuales están dados por:
Límite superior estadístico (LS_{EST}) y límite inferior estadístico (LI_{EST}):

El eje del *diagrama de P* se localiza en \bar{P} , y los límites superior e inferior estadísticos son:

$$LS_{EST} = \bar{P} + \frac{\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})}}{\sqrt{n}} \quad (57)$$

$$LI_{EST} = \bar{P} - \frac{\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})}}{\sqrt{n}} \quad (58)$$

6. Graficar y comparar el proceso con los límites de especificaciones. Observar el comportamiento del proceso de acuerdo con la gráfica y sacar conclusiones.

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación, que nos ayudará a entender de una mejor manera el proceso de elaboración de los diagramas P, de acuerdo a lo presentado en la norma M-CAL-1-03/03 de la SCT.

Ejemplo 10.-Supóngase que para la construcción de muros aparentes se fabrican bloques cerámicos de barro, para los que el proyecto tolera hasta un 7% de bloques con defectos de acabado que pueden ser aceptados, es decir, una fracción defectuosa (p) de 0.070, por lo que el proceso de fabricación se controlará estadísticamente mediante una Carta "P", con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$), tomando muestras seleccionadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, *Criterios Estadísticos de Muestreo*, de 50 bloques cada una.



SOLUCIÓN:

PASO 1.- Primero se toma la gráfica que se utilizará como Carta "P", en el eje de las abscisas se colocan el número de muestras, según se tomen cronológicamente y en el eje de las ordenadas va la fracción defectuosa (p). Se traza una línea horizontal a la altura del valor especificado de la fracción defectuosa, esta línea se denomina "Límite de especificación superior" la cual delimita la zona de como se muestra en la Figura 33.

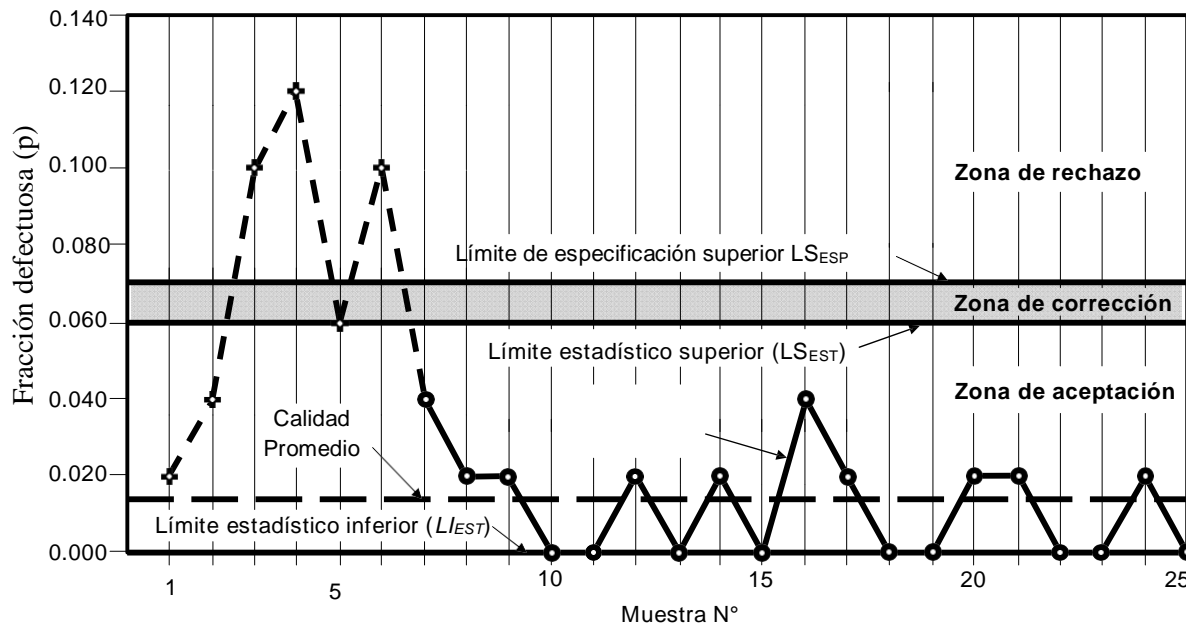


Figura 33.-Carta "P" para los Bloques del Ejemplo 11.

PASO 2.- Posteriormente se analizan los resultados obtenidos del proceso mediante la revisión de los bloques que integran las muestras. Los datos obtenidos de las pruebas de cada muestra, se anotan en un formato como el mostrado en la Tabla 4, se determina las fracciones defectuosas (p) con la ecuación (59), y en la carta de control se dibujan estas fracciones calculadas para definir la gráfica de tendencias, como se muestra con las líneas dibujadas en la Figura 33.

$$\bar{p} = \frac{d}{n} \quad (59)$$

Donde,

\bar{p} = Fracción defectuosa de todas las muestras.

d = Número de elementos defectuosos.

n = Número total de elementos que integran la muestra.



PASO 3.- En la gráfica de tendencias de la Figura 33, podemos observar que la dispersión de los resultados obtenidos en las muestras 1 a 6 es alta, en comparación con la de las muestras 7 a 25, esto nos da el indicio de que hasta la muestra número 6, el proceso estaba en la etapa inicial de producción, por lo que puede considerarse que el proceso se estableció normalmente a partir de la muestra 7.

Tabla 5.-Parámetros Estadísticos del Ejemplo 10.

Muestra N°	Tamaño (n)	Número de elementos defectuosos (d)	Fracción defectuosa (\bar{P})
1	50	1	0,020
2	50	2	0,040
3	50	5	0,100
4	50	6	0,120
5	50	3	0,060
6	50	5	0,100
7	50	2	0,040
8	50	1	0,020
9	50	1	0,020
10	50	0	0,000
11	50	0	0,000
12	50	1	0,020
13	50	0	0,000
14	50	1	0,020
15	50	0	0,000
16	50	2	0,040
17	50	1	0,020
18	50	0	0,000
19	50	0	0,000
20	50	1	0,020
21	50	1	0,020
22	50	0	0,000
23	50	0	0,000
24	50	1	0,020
25	50	0	0,000

En este ejemplo, debido a la fuerte dispersión de los datos de las muestras 1 a 6, según se observa en la Figura 33, se consideran correspondientes a la etapa inicial del proceso, por lo que no son representativas del proceso normal.

Los datos de la muestra 7 en adelante, que sí son representativos del proceso normal, son los que se utilizan para calcular la calidad promedio y los límites estadísticos de la Carta "P"

PASO 4.- Ya que tenemos un número considerable de que nos indiquen que el proceso se ha establecido normalmente (muestras 7 a 25 de la Tabla 5y de la Figura 33) se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal; para determinarlos se hace uso de la ecuación (56), con la que se calcula la fracción defectuosa promedio (\bar{P}) de las muestras obtenidas, sin considerar los datos de las muestras 1 a 6, que no pertenecen al proceso normal y mediante las ecuaciones (57) y (58), se determinan los límites estadísticos correspondientes.



$$\bar{P} = \frac{\sum_{k=1}^N dk}{\sum_{k=1}^N nk} = \frac{12}{950} = 0.013$$

$$LS_{EST} = \bar{P} + \frac{\sqrt[3]{\bar{P}(1-\bar{P})}}{\sqrt{n}} = 0.013 + \frac{\sqrt[3]{0.013(1-0.013)}}{\sqrt{50}} = 0.060$$

$$LS_{EST} = \bar{P} - \frac{\sqrt[3]{\bar{P}(1-\bar{P})}}{\sqrt{n}} = 0.013 - \frac{\sqrt[3]{0.013(1-0.013)}}{\sqrt{50}} = -0.035 \approx 0$$

PASO 4.- Con los resultados obtenidos tanto de fracción defectuosa como de los límites estadísticos, se dibujan las líneas que determinan la calidad promedio, así como las zonas de aceptación y corrección proyectándolas hacia adelante. Como se muestra en la Figura 33.

3.5 GRÁFICA DE CONTROL PARA EL NÚMERO DE DEFECTUOS POR UNIDAD: DIAGRAMA DE C

Una medida importante de calidad para algunos productos es el número de defectos por unidad producida. Un fabricante de concreto califica muchas veces como defectos las irregularidades que aparecen en el valor del F'c de un m³ de concreto. Ya que el precio de venta final del material depende de su calidad, el fabricante quiere reducir a un mínimo el número de defectos por metro cúbico de concreto. Entonces querrá conocer el número de defectos por metro cúbico cuando el proceso está bajo control (Badii, Guillen & Abreu, 2012).

El número de defectos por unidad de área, volumen, peso o por un solo artículo, denotado normalmente por el símbolo c , se controla a intervalos de tiempo iguales utilizando un *diagrama de c*. En la mayoría de las aplicaciones se puede aproximar la distribución de probabilidad de c mediante una distribución de probabilidad de Poisson, la cual tiene una propiedad muy especial. Su variancia σ^2 es igual a su media μ ; es decir,

$$\sigma^2_c = \mu_c \quad (60)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\mu_c} \quad (61)$$

Por lo tanto, el número de defectos c por unidad tendrían que localizarse en el intervalo

$$\mu_c \pm 3\sigma_c \text{ o bien } \mu_c \pm 3\sqrt{\mu_c}. \quad (62)$$

Para construir una gráfica de c , muestreemos el proceso mientras éste se encuentra bajo control y



se registra el valor de c para por lo menos $k = 25$ puntos en el tiempo. Se estima la media del proceso μ_c por la media muestral:

$$\bar{\mu} = \bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^k C_i}{k} \quad (63)$$

Donde,

$\bar{\mu}$ = Media muestral del proceso.

\bar{c} = Media de defectos de la muestra.

C_i = Número de defectos en el elemento i .

k = Tamaño de la muestra.

Y se calcula la desviación estándar del proceso σ_c con:

$$\bar{\sigma}_c = \sqrt{\bar{c}} \quad (64)$$

El eje de la gráfica c se ubica en \bar{c} , y los límites superior e inferior son:

$$L_{EST} = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad (65)$$

$$L_{EST} = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \quad (66)$$

Donde,

\bar{c} = Promedio de la media de defectos de la muestra.

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación, que nos ayudará a entender de una mejor manera el proceso de elaboración de los diagramas de C , de acuerdo a lo presentado en la norma M-CAL-1-03/03 de la SCT.

Ejemplo 11.- Dada la construcción de la barrera central de una carretera, se fabrican elementos de concreto precolado, para los que el proyecto tolera hasta 5 defectos de acabado por elemento, por lo tanto el proceso de fabricación se controlará estadísticamente mediante una Carta "C", con nivel de confianza de 99,7% ($t=3$), tomando muestras de 10 elementos seleccionados al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, *Criterios Estadísticos de Muestreo*.

PASO 1.- Primero se toma la gráfica que se utilizará como Carta "C", en el eje de las abscisas se colocan el número de muestras, según se tomen cronológicamente y en el eje de las ordenadas va el número de defectos por unidad (c). Se traza una línea horizontal a la altura del valor especificado del número de defectos, esta línea se denomina "Límite superior especificado" la cual delimita la zona rechazo de como se muestra en la Figura 34.

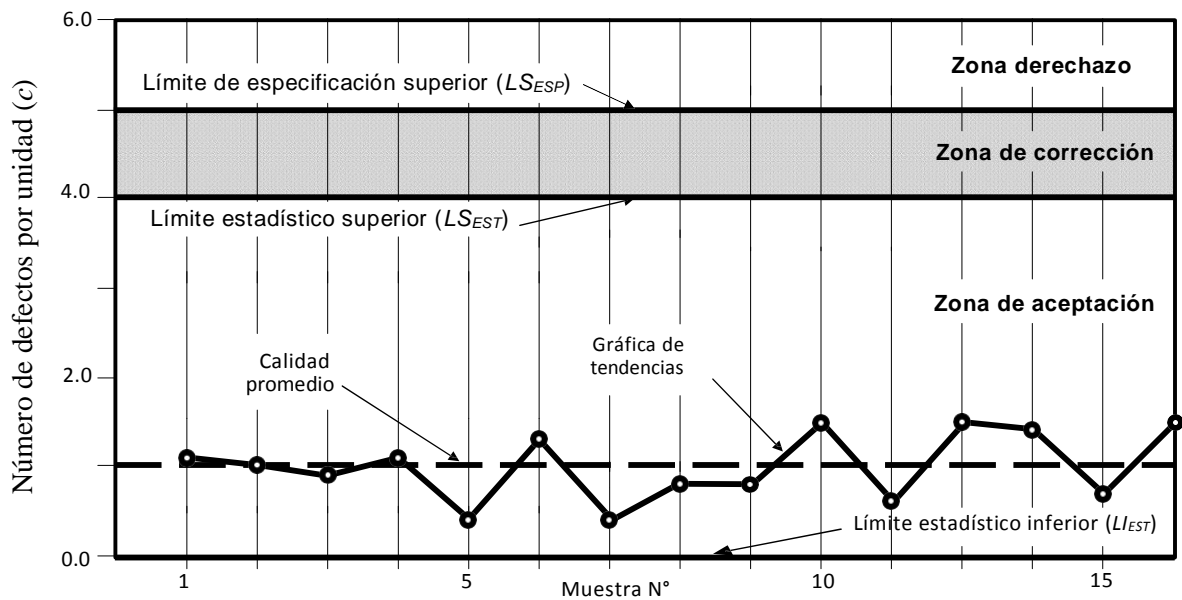


Figura 34.- Carta "C" para los Elementos de Concreto Precolado del Ejemplo 11.

PASO 2.- Posteriormente se analizan los resultados obtenidos del proceso, para ello se inspecciona cada uno de los elementos que integran las muestras. Los datos obtenidos de las pruebas de cada muestra, se anotan en un formato como el mostrado en la Tabla 6, se determina la media (C) de los defectos que se encuentren en las muestras, las cuales posteriormente se dibujan en la carta de control para definir la gráfica de tendencias, como se muestra con las líneas dibujadas en la Figura 34.

Tabla 6.-Parámetros Estadísticos del Ejemplo 12.

Muestra N°	Elemento N°										Media de defectos de la muestra (C)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Número de defectos por unidad (c)											
1	0	0	4	0	0	3	0	1	3	0	1,10
2	4	0	2	0	0	0	0	2	0	2	1,00
3	0	0	3	3	0	2	0	0	0	1	0,90
4	1	0	1	2	0	0	2	3	1	1	1,10
5	1	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0,40
6	0	1	1	4	0	4	0	1	2	0	1,30
7	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0,40
8	0	2	0	0	0	4	0	2	0	0	0,80
9	0	0	3	0	0	1	0	4	0	0	0,80
10	3	2	0	0	4	0	4	0	2	0	1,50
11	1	0	3	2	0	0	0	0	0	0	0,60
12	0	0	3	1	0	3	0	4	2	2	1,50
13	4	0	3	0	2	2	0	0	0	3	1,40
14	0	0	2	0	0	0	3	0	0	2	0,70
15	4	2	0	0	0	1	2	4	1	1	1,50
Promedio de las medias de defectos de las muestras(\bar{c})											1,00

PASO 3.- Ya que se tienen suficientes resultados que nos indiquen que el proceso se ha establecido



normalmente (muestras de 1 a 15 de la Tabla 6y de la Figura 34) se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal; para ello, con la ecuación (63) se calcula el promedio de las medias \bar{c} y mediante las ecuaciones (65) y (66) se determinan los límites estadísticos correspondientes:

$$LS_{EST} = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 1 + 3\sqrt{1} = 4,00$$

$$LI_{EST} = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 1 - 3\sqrt{1} = -2,00 \approx 0$$

PASO 4.- Enseguida, partiendo de los valores del promedio de las muestras y los límites estadísticos, se trazan las líneas que determinan la calidad promedio así como las zonas de aceptación y de corrección mostradas en la Figura 34.

Como se puede apreciar en este capítulo, es de suma importancia tener en cuenta un análisis estadístico, debido a que nos permiten detectar las anomalías significativas en los procesos de producción durante su ejecución. Siendo posible aplicar medidas correctivas oportunas y económicas.

Cuando un proceso de producción es controlado mediante análisis estadísticos, se puede optimizar, resultando así, un proceso que logre cumplir con todos los requisitos de calidad establecidos en las especificaciones, en menor tiempo y costo.

Para que todo esto sea posible es indispensable el uso de las cartas o gráficas de control, ya que nos permiten que el proceso se mantenga bajo control, siempre y cuando se mantengan actualizadas ejecutando los análisis diariamente, tan pronto como se obtengan los resultados de las mediciones, pruebas de campo y de laboratorio que se realicen conforme a lo establecido en las especificaciones e informando a los responsables de los procesos de producción, sobre cualquier posible salida fuera de control, evitando así cualquier salida fuera de las especificaciones y lograr su optimización.



4 OBTENCIÓN Y PROCESAMIENTO DE LOS DATOS DE UN TRAMO DE PAVIMENTACIÓN

Para llevar a cabo el estudio correspondiente a este trabajo de tesis, se necesitan datos reales del diseño de un pavimento flexible para lo cual se tuvo que recurrir a la Secretaría de Comunicaciones y Transportes del estado de Michoacán, ubicada en la ciudad de Morelia, con la finalidad de que nos proporcionara la información necesaria para realizar nuestro trabajo.

4.1 MACROLOCALIZACIÓN

La información que nos proporcionó la Secretaría de Comunicaciones y Transportes corresponde a un tramo de pavimento localizado en el estado de Michoacán. El estado de Michoacán se localiza en la parte oeste de la República Mexicana y se ubica entre los ríos Lerma y Balsas, el lago de Chapala y el Océano Pacífico y entre las coordenadas $20^{\circ} 23' 27''$ y $17^{\circ} 53' 50''$ de latitud norte y entre $100^{\circ} 03' 32''$ y $103^{\circ} 44' 49''$ de longitud oeste del meridiano de Greenwich, (ver Figura 35) (Mercado, Palmerín, 2012).



Figura 35.- Mapa del Estado de Michoacán de Ocampo.

4.2 MICROLOCALIZACIÓN



Figura 36.- Zonas o Regiones que componen el Estado de Michoacán de Ocampo.

Tabla 7.-Tabla representativa de las regiones del Estado de Michoacán de Ocampo.

	Zona Centro (Morelia)
	Zona Lacustre (Pátzcuaro)
	Zona Oriente (Zitácuaro)
	Zona Meseta Purépecha (Uruapan)
	Zona Costa (Lázaro Cárdenas)
	Zona Occidente (Zamora)
	Zona de La Piedad

El estado de Michoacán está subdividido en siete zonas, señaladas en la Figura 36y en la Tabla 7. El tramo a estudiar en este trabajo se encuentra en la zona Lacustre (Pátzcuaro), que comprende a los municipios de Carácuaro, Turicato, Nocupétaro, Tacámbaro, Ario, Salvador Escalante, Pátzcuaro, Tzintzuntzan, Quiroga, Huiramba, Lagunillas, Erongarícuaro, Tingambato y Nahuatlzen.

La estructura del pavimento tiene lugar se encuentra entre los municipios de Pátzcuaro y Salvador Escalante, para ser más exactos entre Pátzcuaro y la localidad denominada Opopeo (municipio de Salvador Escalante) Ver Figura 37.

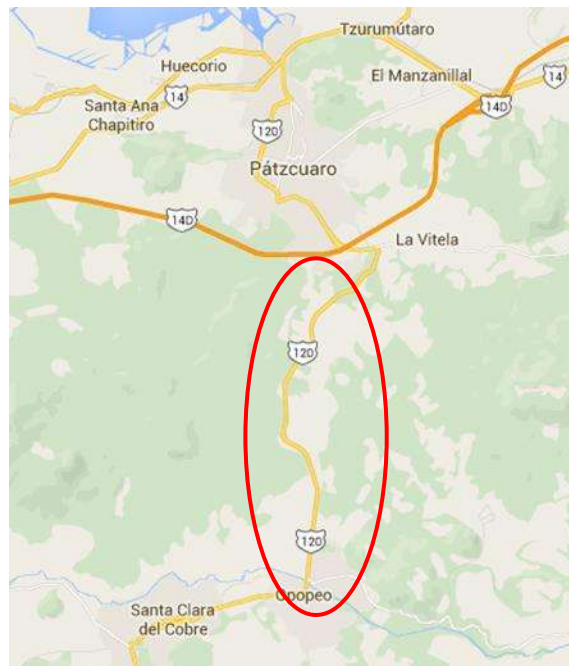


Figura 37.- Localización del Tramo de Pavimento Flexible.

4.3 DATOS RECABADOS EN CAMPO

Los datos recabados en campo corresponden a un tramo de 4 Km de pavimento, ubicados entre Pátzcuaro y Opopeo. Estos datos se obtuvieron de pruebas para conocer el grado de compactación (para las capas estabilizadas mecánicamente) y de pruebas tipo Marshall para conocer las características del diseño de la mezcla asfáltica (para la capa de carpeta asfáltica). La selección de las muestras se realizó de acuerdo a lo especificado de la Norma M-CAL-1-02-01 Criterios Estadísticos de Muestreo.

4.3.1 SELECCIÓN DE MUESTRAS QUE SE OBTIENGAN DE SUPERFICIES REGULARES

Para la selección de las muestras o de los elementos que las compongan, que se obtengan de superficies regulares, se recomienda la utilización de la Tabla 24 y Tabla 25.

4.3.1.1 PROCEDIMIENTO PARA EMPLEAR LA TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS COMPUESTA

1.- Determinar el tamaño de la muestra, es decir, el número de elementos que se van a muestrear (n), de acuerdo a lo establecido en las normas aplicables contenidas en los libros CTR. Construcción, CSV. Conservación y CMT. Características de los materiales, así como en los manuales del libro MMP. Métodos de Muestreo y Prueba de Materiales.

2.- Dentro de una urna, la cual se denomine “columnas”, se introducen fichas numeradas, del 1 al 28 y se escogerá al azar una ficha para determinar la columna que se utilizará en la Tabla 24 y Tabla 25.

3.- En la subcolumna que se denota como “N°” de la columna escogida como se indica en el paso



anterior, se buscan los números que sean menores o iguales al número de muestras (n).

4.- En una tabla similar a la Tabla 8 se anotan los números seleccionados en la subcolumna "N°", en el orden en que se encuentren, junto con los valores de los números aleatorios de las subcolumnas "A" y "B" de dicha columna y renglón correspondiente.

5.- En la tabla referida anteriormente se multiplicará el valor encontrado en cada renglón de la subcolumna "A" por la longitud de la superficie, y se anotará en la columna denominada "distancia longitudinal" d_L , esto nos indicará el kilometraje donde se ubicará la muestra a partir del kilómetro especificado.

6.- De la misma manera que en el paso anterior, para la determinación de los valores en la columna denominada "distancia transversal" d_A , se multiplicará el valor obtenido en la subcolumna "B" por el ancho de la superficie (A) y será donde se ubique la muestra. Si se desea se puede referir la posición transversal de la muestra al eje longitudinal de la superficie, la distancia transversal ha dicho eje (d_A') será:

$$d_A' = d_A - \frac{A}{2} \quad (67)$$

Tabla 8.-Selección de Elementos por Muestrear.

Columna seleccionada de la Tabla de números aleatorios compuesta:						Fecha:	
Cadenamiento al inicio del tramo Km=			Cadenamiento al término del tramo Km=		Longitud del tramo L=	Ancho del tramo A=	
N°	A	B	Distancia Longitudinal (m) d_L	Distancia Transversal (m) d_A	Cadenamiento al sitio seleccionado (km)	Distancia transversal al eje (m) d_A'	Lado
01							
02							
03							
04							
05							

Donde:

d_A' = Distancia transversal al eje longitudinal de la superficie en (m), si d_A' resulta positiva, la distancia se mide desde la izquierda y si resulta negativa, se mide desde la derecha.

d_A = Distancia transversal a un extremo de la superficie, que se obtiene multiplicando el número aleatorio de la subcolumna "B" de la columna de la Tabla 24 o Tabla 25 por el ancho de la superficie (m).

A = Ancho de la superficie (m).



4.3.2 DETERMINACIÓN DE MUESTRAS PARA EL TRAMO ANALIZADO

4.3.2.1 CARPETA ASFÁLTICA

Para determinar el grado de compactación de la carpeta asfáltica de una carreta en construcción, se obtuvieron las muestras de acuerdo a lo mencionado en el subcapítulo 4.3.1.1, en un tramo con longitud $L=4\text{km}$, que inicia en el $\text{km } 32+500$ y termina en el $\text{km } 36+500$, con un ancho de 11m . A manera representativa, se tomará el subtramo con longitud $L= 250\text{m}$ que inicia en el $\text{km } 32+500$ y termina en el $\text{km } 32+750$, con un ancho de 11m .

1.- El número de calas en las que se determinará la compactación, según lo señalado Norma N-CTR-CAR-1-04-002, bases y subbases, es en relación de un por cada 50m de longitud del tramo analizado, por lo tanto:

$$n = \frac{250}{50} = 5$$

2.-De una urna, se escoge al azar la ficha que nos determinará la columna de la Tabla 24 o Tabla 25. Se obtuvo la ficha 3, la cual nos indica que la columna que utilizaremos será la columna 17.

3.- En la subcolumna "N°" de la columna 17 de la Tabla 25, se buscaron los números menores o iguales a $5(n)$, los cuales se anotaron en la tabla en el orden en que se fueron encontrando y junto a ellos, los valores correspondientes de las subcolumnas "A" y "B". Enseguida se calculó el cadenamamiento de cada punto seleccionado y su distancia transversal al eje del tramo.

Tabla 9.-Selección de Elementos por Muestrear.

Columna seleccionada de la Tabla de números aleatorios compuesta: 17						Fecha: Mayo 2015	
Cadenamiento al inicio del tramo Km=32+500			Cadenamiento al termino del tramo Km=36+500		Longitud del tramo L=250m	Ancho del tramo A=11m	
N°	A	B	Distancia Longitudinal (m) d_L	Distancia Transversal (m) d_A	Cadenamiento al sitio seleccionado (km)	Distancia transversal al eje (m) d_A'	Lado
05	0.146	0.864	36.50	9.30	32+536.5	3.80	Izquierdo
02	0.302	0.180	75.50	1.98	32+575.5	-3.52	Derecho
01	0.512	0.943	128.00	10.37	32+628	4.87	Izquierdo
03	0.587	0.207	146.75	2.27	32+646.75	-3.23	Derecho
04	0.952	0.539	238.00	5.93	32+738	0.43	Izquierdo

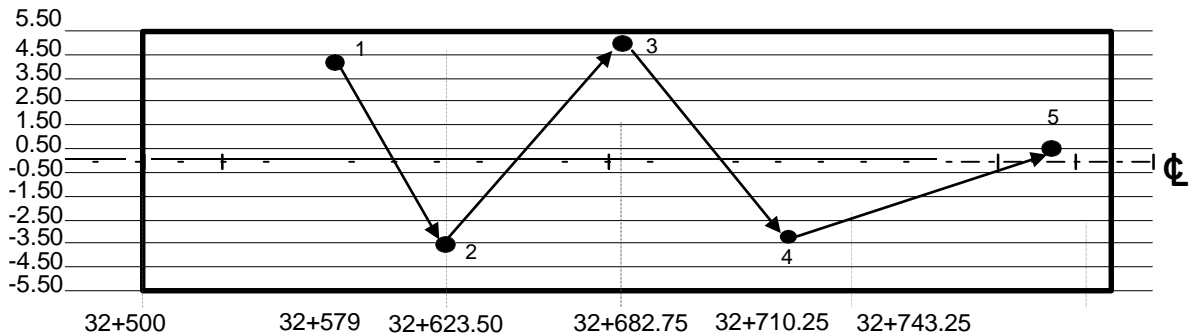


Figura 38.- Ubicación de los Sitios donde se Ejecutarán las Calas a que se Refiere el Subcapítulo 4.3.2.

Posteriormente se toma el grado de compactación especificado en el proyecto, para la capa en estudio es de 95% mínimo de la masa volumétrica seca máxima determinada de acuerdo a la prueba MARSHALL, con un error de $\pm 0\%$, y la compactación de dicha capa se controlará estadísticamente mediante una Carta de Medias, con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$) tomando muestras en tramos de 250 m de longitud y 11 m de ancho, de 5 calas cada una, ubicadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, Criterios Estadísticos de Muestreo, según se establece en la Fracción H.1.4.1 de la Norma N-CTR-CAR-1-04-006, *Carpetas Asfálticas con Mezcla en Caliente*.

Se analizan los resultados obtenidos de las pruebas de compactación que integran las muestras, los datos obtenidos en cada muestra se anotan en la Tabla 10, calculando la media \bar{x} y la desviación estándar σ de cada una con las ecuaciones y se dibujan en las carta de control para definir la gráfica de tendencias.

Tabla 10.-Parámetros Estadísticos de la Compactación de la Carpeta Asfáltica.

Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)
1	90
2	92
3	97
4	95
5	90
6	96
7	91
8	95
Media del grado de compactación (\bar{X})	93.25
Promedio de la desviación estándar ($\bar{\sigma}$)	2.63



Con los resultados anteriores, se puede observar que el proceso sufre variaciones y no se ha podido establecer normalmente como se aprecia en la Tabla 10, se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal, mediante las ecuaciones (54) y (55). De la Tabla 23 se toma el factor A_1 que corresponde al tamaño de las muestras que se utilizan (n), que para este caso con $n=5$, $A_1=1.596$ con este factor y dichos parámetros estadísticos, mediante las ecuaciones (54) y (55) se determinan los límites estadísticos correspondientes:

$$LS_{EST} = 93.25 + 1.596(2.63) = 97.40$$

$$LI_{EST} = 93.25 - 1.596(2.63) = 89.00$$

Entonces se prepara la gráfica que se utilizará como Carta de Medias, para posteriormente introducir los datos obtenidos. A partir de los valores del promedio de las medias ($\bar{\bar{x}}=93.25$) y de los límites estadísticos ($LS_{EST}=97.40$ y $LI_{EST}=89.00$), se trazan las líneas que determinan la calidad promedio, así como las zonas de aceptación y de rechazo, proyectándolas hacia delante, como se muestra en la Figura 39.

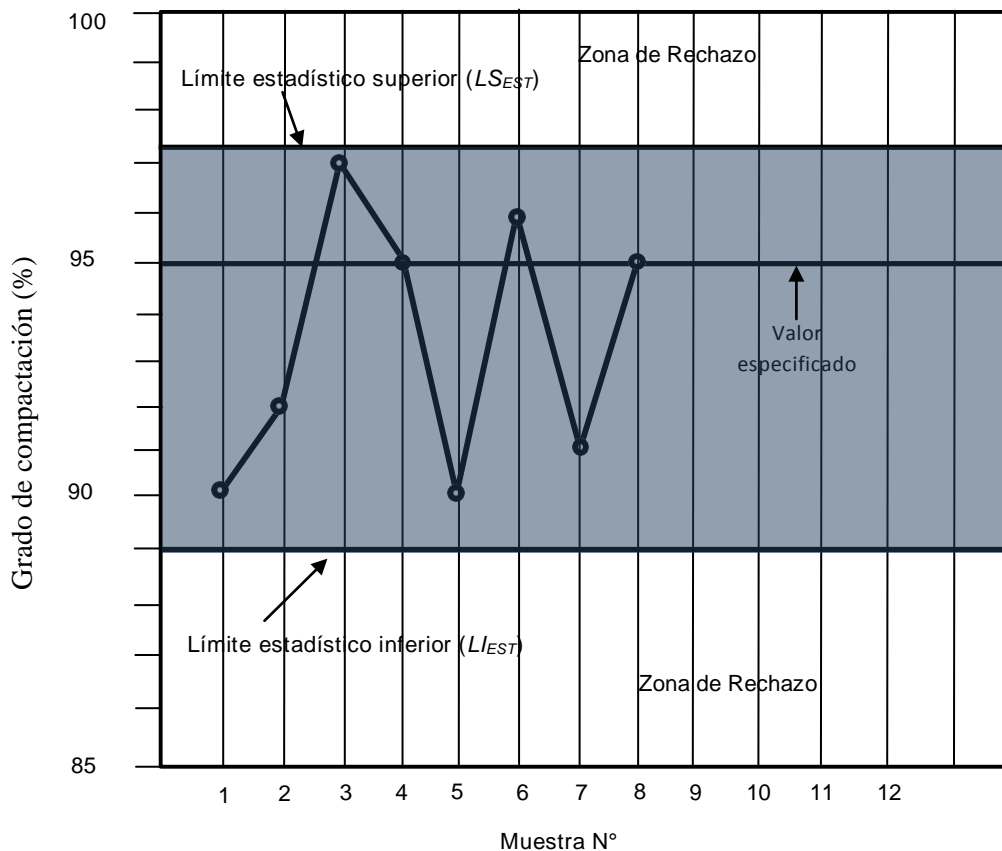


Figura 39.-Carta de Medias para los Grados de Compactación de la Carpeta Asfáltica.



4.3.2.2 BASE HIDRÁULICA

Para determinar el grado de compactación de la base hidráulica de una carreta en construcción, se obtuvieron las muestras de acuerdo a lo mencionado en el subcapítulo 4.3.1.1, en un tramo con longitud $L=4\text{km}$, que inicia en el $\text{km } 32+500$ y termina en el $\text{km } 36+500$, con un ancho de 11m . A manera representativa, se tomará el subtramo con longitud $L= 250\text{m}$ que inicia en el $\text{km } 32+500$ y termina en el $\text{km } 32+750$, con un ancho de 11m .

1.- El número de calas en las que se determinará la compactación, según lo señalado Norma N-CTR-CAR-1-04-002, bases y subbases, es en relación de un por cada 50m de longitud del tramo analizado, por lo tanto:

$$n = \frac{250}{50} = 5$$

2.-De una urna, se escoge al azar la ficha que nos determinará la columna de la Tabla 24 o Tabla 25. Se obtuvo la ficha 3, la cual nos indica que la columna que utilizaremos será la columna 3.

3.- En la subcolumna "N°" de la columna 3 de la Tabla 24, se buscaron los números menores o iguales a $5(n)$, los cuales se anotaron en la tabla en el orden en que se fueron encontrando y junto a ellos, los valores correspondientes de las subcolumnas "A" y "B". Enseguida se calculó el cadenamamiento de cada punto seleccionado y su distancia transversal al eje del tramo.

Tabla 11.-Selección de los Elementos por Muestrear.

Columna seleccionada de la Tabla de números aleatorios compuesta:						Fecha: Mayo 2015	
Cadenamiento al inicio del tramo Km=32+500			Cadenamiento al termino del tramo Km=36+500		Longitud del tramo L=250m	Ancho del tramo A=11m	
N°	A	B	Distancia Longitudinal (m) d_L	Distancia Transversal (m) d_A	Cadenamiento al sitio seleccionado (km)	Distancia transversal al eje (m) d_A'	Lado
01	0.316	0.914	79.00	10.05	32+579	4.55	Izquierdo
03	0.494	0.648	123.50	7.12	32+623.5	1.63	Izquierdo
02	0.731	0.294	182.75	3.23	32+682.75	-2.27	Derecho
04	0.841	0.470	210.25	5.17	32+710.25	-0.33	Derecho
05	0.973	0.252	243.25	2.77	32+743.25	-2.73	Derecho

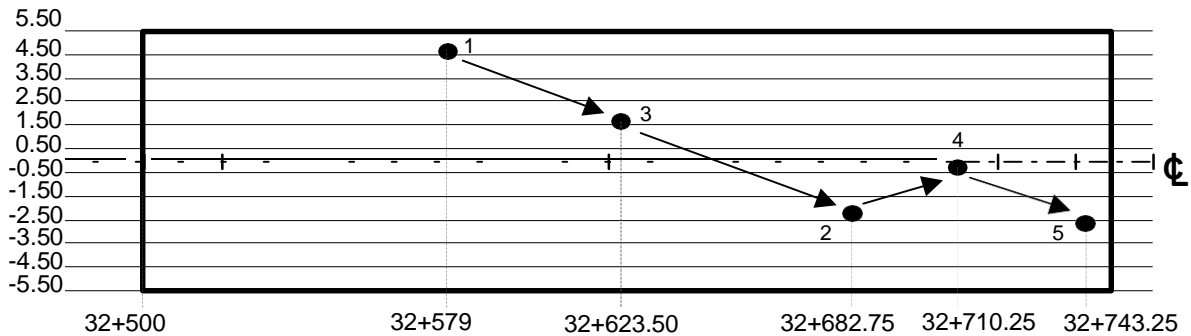


Figura 40.-Ubicación de los Sitios donde se Ejecutarán las Calas a que se Refiere el Subcapítulo 4.3.2.

Posteriormente se toma el grado de compactación especificado en el proyecto, para la capa en estudio es de 100% de la masa volumétrica seca máxima determinada de acuerdo a la prueba AASHTO Modificada, con un error de $\pm 0\%$, y la compactación de dicha capa se controlará estadísticamente mediante una Carta de Medias, con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$) tomando muestras en tramos de 250 m de longitud y 11 m de ancho, de 5 calas cada una, ubicadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, Criterios Estadísticos de Muestreo, según se establece en la Fracción H.3 de la Norma N-CTR-CAR-1-04-002, Subbases y Bases.

Se analizan los resultados obtenidos de las pruebas de compactación que integran las muestras, los datos obtenidos en cada muestra se anotan en la Tabla 12, calculando la media \bar{x} y la desviación estándar σ de cada una con las ecuaciones y se dibujan en las carta de control para definir la gráfica de tendencias.

Tabla 12.-Parámetros Estadísticos de la Compactación de la Base Hidráulica.

Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)	Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)	Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)
1	100	12	100	23	100
2	100	13	101	24	105
3	100	14	100	25	104
4	100	15	100	26	98
5	100	16	100	27	92
6	100	17	101	28	98
7	100	18	100	29	100
8	100	19	100	30	92
9	100	20	100	31	99
10	100	21	100	32	98
11	101	22	102	33	90
Media del grado de compactación (\bar{x})					99.44
Promedio de las desviaciones estándar ($\bar{\sigma}$)					2.90



Con los resultados anteriores, se puede asumir que el que proceso se ha establecido normalmente (muestras de 1 a 10 de la Tabla 12y de la Figura 40) se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal, mediante las ecuaciones (54) y (55). De la Tabla 23se toma el factor A_1 que corresponde al tamaño de las muestras que se utilizan (n), que para este caso con $n=5$, $A_1=1.596$ con este factor y dichos parámetros estadísticos, mediante las ecuaciones (54) y (55) se determinan los límites estadísticos correspondientes:

$$LS_{EST} = 99.44 + 1.596(2.9) = 104.06$$

$$LI_{EST} = 99.44 - 1.596(2.9) = 94.81$$

Entonces se prepara la gráfica que se utilizará como Carta de Medias, para posteriormente introducir los datos obtenidos. A partir de los valores del promedio de las medias ($\bar{\bar{x}}= 99.44$) y de los límites estadísticos ($LS_{EST}= 104.06$ y $LI_{EST}= 94.81$), se trazan las líneas que determinan la calidad promedio, así como las zonas de aceptación y de rechazo, proyectándolas hacia delante, como se muestra en la Figura 41.

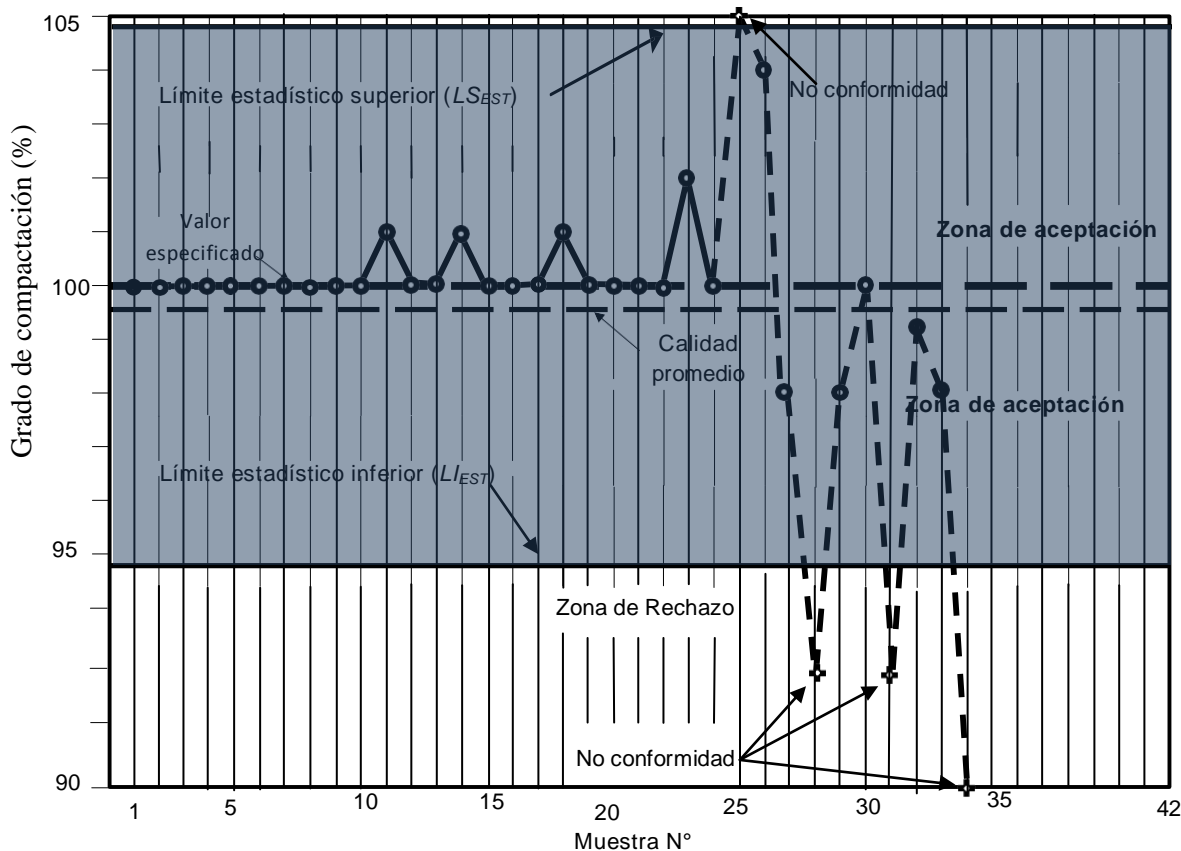


Figura 41.-Carta de Medias para los Grados de Compactación de la Base Hidráulica.



4.3.2.3 SUBBASE

Para determinar el grado de compactación de la capa de subbase de una carreta en construcción, se obtuvieron las muestras de acuerdo a lo mencionado en el subcapítulo 4.3.1.1, en un tramo con longitud $L=4\text{km}$, que inicia en el $\text{km } 32+500$ y termina en el $\text{km } 36+500$, con un ancho de 11m . A manera representativa, se tomará el subtramo con longitud $L= 250\text{m}$ que inicia en el $\text{km } 32+500$ y termina en el $\text{km } 32+750$, con un ancho de 11m .

1.- El número de calas en las que se determinará la compactación, según lo señalado Norma N-CTR-CAR-1-04-002, bases y subbases, es en relación de un por cada 50m de longitud del tramo analizado, por lo tanto:

$$n = \frac{250}{50} = 5$$

2.-De una urna, se escoge al azar la ficha que nos determinará la columna de la Tabla 24 o Tabla 25. Se obtuvo la ficha 7, la cual nos indica que la columna que utilizaremos será la columna 7.

3.- En la subcolumna "N°" de la columna 7 de la Tabla 24, se buscaron los números menores o iguales a $5(n)$, los cuales se anotaron en la tabla en el orden en que se fueron encontrando y junto a ellos, los valores correspondientes de las subcolumnas "A" y "B". Enseguida se calculó el cadenamamiento de cada punto seleccionado y su distancia transversal al eje del tramo.

Tabla 13.-Selección de los Elementos por Muestrear.

Columna seleccionada de la Tabla de números aleatorios compuesta: 07						Fecha: Mayo 2015	
Cadenamiento al inicio del tramo Km=32+500			Cadenamiento al termino del tramo Km=36+500		Longitud del tramo L=250m	Ancho del tramo A=11m	
N°	A	B	Distancia Longitudinal (m) d_L	Distancia Transversal (m) d_A	Cadenamiento al sitio seleccionado (km)	Distancia transversal al eje (m) d_A'	Lado
03	0.143	0.812	35.75	8.93	32+535.75	3.43	Izquierdo
02	0.296	0.104	74.00	1.14	32+574.00	-4.36	Derecho
04	0.672	0.603	168.00	6.63	32+668.00	1.13	Izquierdo
05	0.855	0.344	213.75	3.78	32+713.75	-1.72	Derecho
01	0.954	0.376	238.50	4.13	32+738.50	-1.37	Derecho

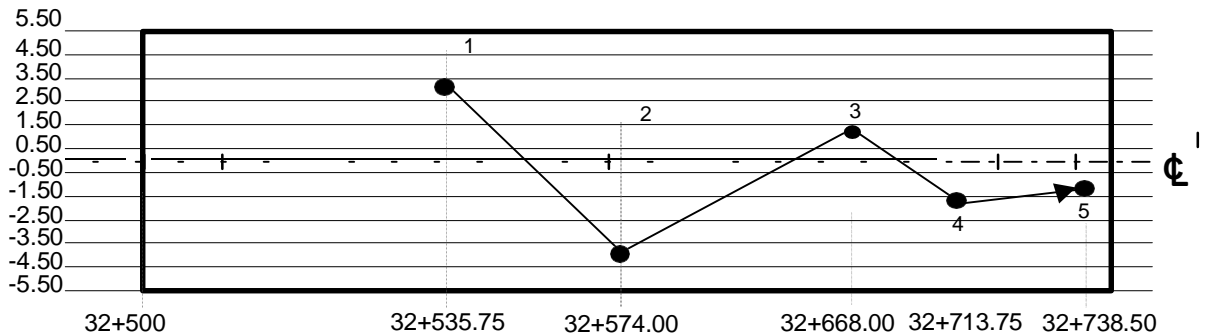


Figura 42.- Ubicación de los Sitios donde se Ejecutarán las Calas a que se Refiere el Subcapítulo 4.3.2.

Posteriormente se tomó el grado de compactación especificado en el proyecto, para la capa en estudio es de 100% de la masa volumétrica seca máxima determinada de acuerdo a la prueba AASHTO Modificada, con un error de $\pm 2\%$, y la compactación de dicha capa se controlará estadísticamente mediante una Carta de Medias, con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$) tomando muestras en tramos de 250 m de longitud y 11 m de ancho, de 5 calas cada una, ubicadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, Criterios Estadísticos de Muestreo, según se establece en la Fracción H.3 de la Norma N-CTR-CAR-1-04-002, Subbases y Bases.

Es importante señalar que en esta capa solo se nos proporcionó por parte de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes el valor medio tanto de la desviación estándar como de la compactación, por lo cual no fue posible elaborar la carta de control y se optó por trabajar con esos valores.

4.3.2.4 SUBRASANTE

Para determinar el grado de compactación de la capa de subrasante de una carreta en construcción, se obtuvieron las muestras de acuerdo a lo mencionado en el subcapítulo 4.3.1.1, en un tramo con longitud $L=4\text{km}$, que inicia en el km 32+500 y termina en el km 36+500, con un ancho de 11m. A manera representativa, se tomará el subtramo con longitud $L= 250\text{m}$ que inicia en el km 32+500 y termina en el km 32+750, con un ancho de 11m.

1.- El número de calas en las que se determinará la compactación, según lo señalado Norma N-CTR-CAR-1-04-002, bases y subbases, es en relación de un por cada 50m de longitud del tramo analizado, por lo tanto:

$$n = \frac{250}{50} = 5$$

2.-De una urna, se escoge al azar la ficha que nos determinará la columna de la Tabla 24 o Tabla 25. Se obtuvo la ficha 10, la cual nos indica que la columna que utilizaremos será la columna 10.



3.- En la subcolumna “N°” de la columna 10 de la Tabla 24, se buscaron los números menores o iguales a 5(n), los cuales se anotaron en la tabla en el orden en que se fueron encontrando y junto a ellos, los valores correspondientes de las subcolumnas “A” y “B”. Enseguida se calculó el cadenamamiento de cada punto seleccionado y su distancia transversal al eje del tramo.

Tabla 14.-Selección de los Elementos por Muestrear.

Columna seleccionada de la Tabla de números aleatorios compuesta: 10						Fecha: Mayo 2015	
Cadenamiento al inicio del tramo Km=32+500			Cadenamiento al termino del tramo Km=36+500		Longitud del tramo L=250m	Ancho del tramo A=11m	
N°	A	B	Distancia Longitudinal (m) d_L	Distancia Transversal (m) d_A	Cadenamiento al sitio seleccionado (km)	Distancia transversal al eje (m) d_A'	Lado
05	0.114	0.576	28.50	6.33	32+528.50	1.33	Izquierdo
01	0.380	0.270	95.00	2.97	32+595.00	-2.53	Derecho
04	0.485	0.321	121.25	3.53	32+621.25	-1.97	Derecho
02	0.912	0.582	228.00	6.40	32+728.00	1.40	Izquierdo
03	0.939	0.162	234.75	1.78	32+734.75	-3.72	Derecho

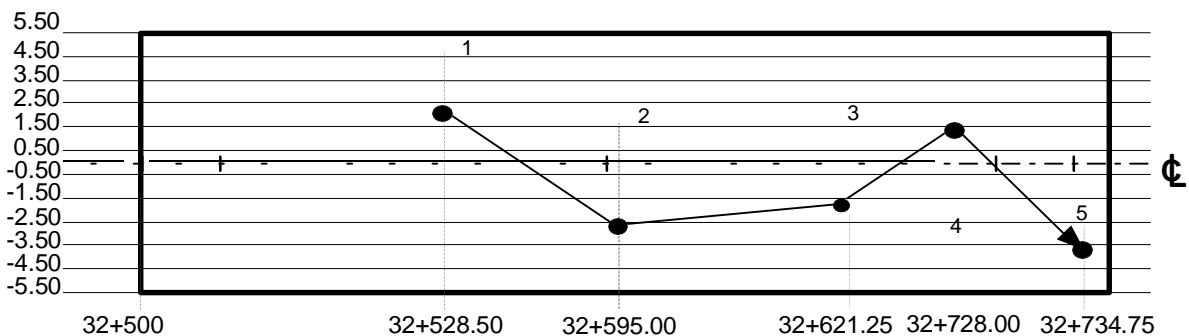


Figura 43.- Ubicación de los Sitios donde se Ejecutarán las Calas a que se Refiere el Subcapítulo 4.3.2.

Posteriormente se toma el grado de compactación especificado en el proyecto, para la capa en estudio es de 95% de la masa volumétrica seca máxima determinada de acuerdo a la prueba AASHTO Modificada, con un error de $\pm 2\%$, y la compactación de dicha capa se controlará estadísticamente mediante una Carta de Medias, con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$) tomando muestras en tramos de 250 m de longitud y 11 m de ancho, de 5 calas cada una, ubicadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, Criterios Estadísticos de Muestreo, según se establece en la Fracción H.3 de la Norma N-CTR-CAR-1-01-009, Terraplenes.



Se analizan los resultados obtenidos de las pruebas de compactación que integran las muestras, los datos obtenidos en cada muestra se anotan en la Tabla 15, calculando la media \bar{x} y la desviación estándar σ de cada una con las ecuaciones y se dibujan en las cartas de control para definir la gráfica de tendencias.

Tabla 15.-Parámetros Estadísticos de la Compactación de la Subrasante.

Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)
1	100
2	100
3	100
4	100
5	100
6	100
7	101
8	100
9	100
10	100
Media del grado de compactación (\bar{X})	100.1
Promedio de la desviación estándar ($\bar{\sigma}$)	0.31

Con los resultados anteriores, se puede asumir que el que proceso se ha establecido normalmente (muestras de 1 a 10 de la Tabla 15 y de la Figura 43) se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal, mediante las ecuaciones (54) y (55). De la Tabla 23 se toma el factor A_1 que corresponde al tamaño de las muestras que se utilizan (n), que para este caso con $n=5$, $A_1=1.596$ con este factor y dichos parámetros estadísticos, mediante las ecuaciones (54) y (55) se determinan los límites estadísticos correspondientes:

$$LS_{EST} = 100.1 + 1.596(0.31) = 100.6$$

$$LI_{EST} = 100.1 - 1.596(0.31) = 99.6$$

Entonces se prepara la gráfica que se utilizará como Carta de Medias, para posteriormente introducir los datos obtenidos. A partir de los valores del promedio de las medias ($\bar{x}= 99.44$) y de los límites estadísticos ($LS_{EST}= 100.6$ y $LI_{EST}= 99.6$), se trazan las líneas que determinan la calidad promedio, así como las zonas de aceptación y de rechazo, proyectándolas hacia delante, como se muestra en la Figura 44.

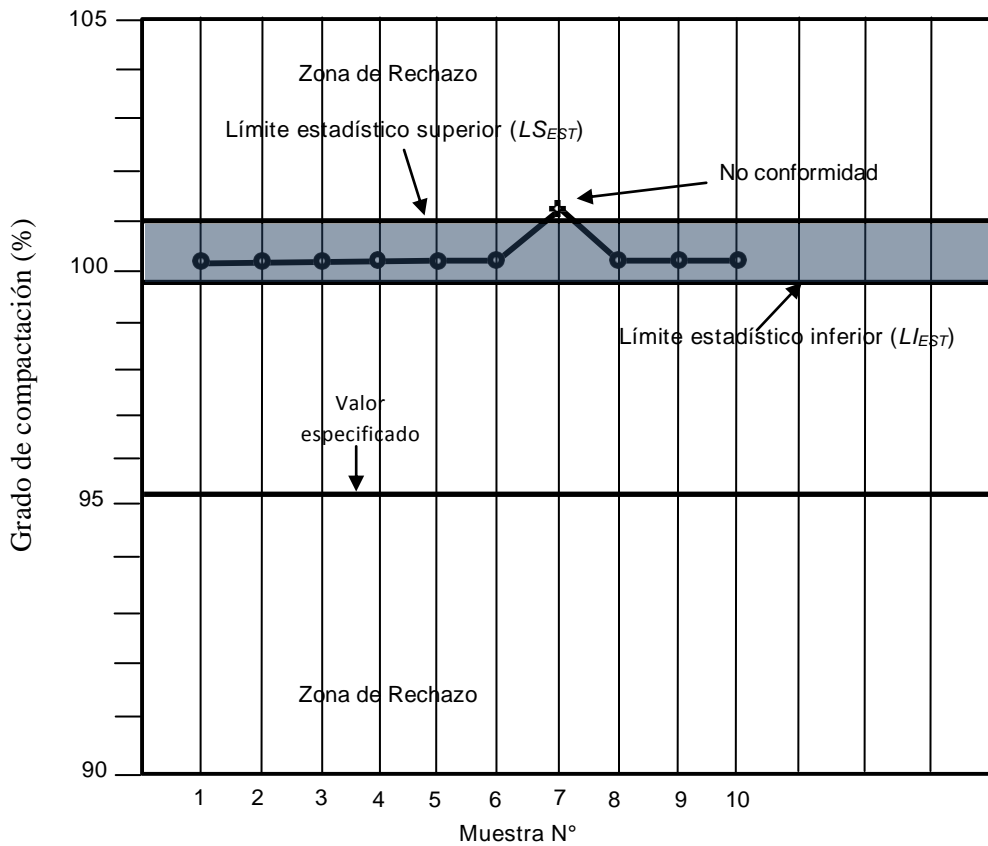


Figura 44.-Carta de Medias para los Grados de Compactación de la Subrasante.

4.3.2.5 TERRAPLÉN

Para determinar el grado de compactación de la capa de terraplén de una carreta en construcción, se obtuvieron las muestras de acuerdo a lo mencionado en el subcapítulo 4.3.1.1, en un tramo con longitud L=4km, que inicia en el km 32+500 y termina en el km 36+500, con un ancho de 11m. A manera representativa, se tomará el subtramo con longitud L= 250m que inicia en el km 32+500 y termina en el km 32+750, con un ancho de 11m.

1.- El número de calas en las que se determinará la compactación, según lo señalado Norma N-CTR-CAR-1-04-002, bases y subbases, es en relación de un por cada 50m de longitud del tramo analizado, por lo tanto:

$$n = \frac{250}{50} = 5$$

2.-De una urna, se escoge al azar la ficha que nos determinará la columna de la Tabla 24 o Tabla 25. Se obtuvo la ficha 14, la cual nos indica que la columna que utilizaremos será la columna 14.



3.- En la subcolumna “N°” de la columna 14 de la Tabla 24, se buscaron los números menores o iguales a 5(n), los cuales se anotaron en la tabla en el orden en que se fueron encontrando y junto a ellos, los valores correspondientes de las subcolumnas “A” y “B”. Enseguida se calculó el cadenamiento de cada punto seleccionado y su distancia transversal al eje del tramo.

Tabla 16.-Selección de los Elementos por Muestrear.

Columna seleccionada de la Tabla de números aleatorios compuesta: 14						Fecha: Mayo 2015	
Cadenamiento al inicio del tramo Km=32+500			Cadenamiento al termino del tramo Km=36+500		Longitud del tramo L=250m	Ancho del tramo A=11m	
N°	A	B	Distancia Longitudinal (m) d_L	Distancia Transversal (m) d_A	Cadenamiento al sitio seleccionado (km)	Distancia transversal al eje (m) d_A'	Lado
01	0.035	0.290	8.75	3.19	32+508.75	-2.31	Derecho
02	0.304	0.938	76.00	10.32	32+576.00	4.82	Izquierdo
03	0.561	0.999	140.25	10.98	32+640.25	5.48	Izquierdo
05	0.651	0.748	162.75	8.22	32+662.75	2.72	Izquierdo
04	0.810	0.307	202.50	3.77	32+702.50	-1.73	Derecho

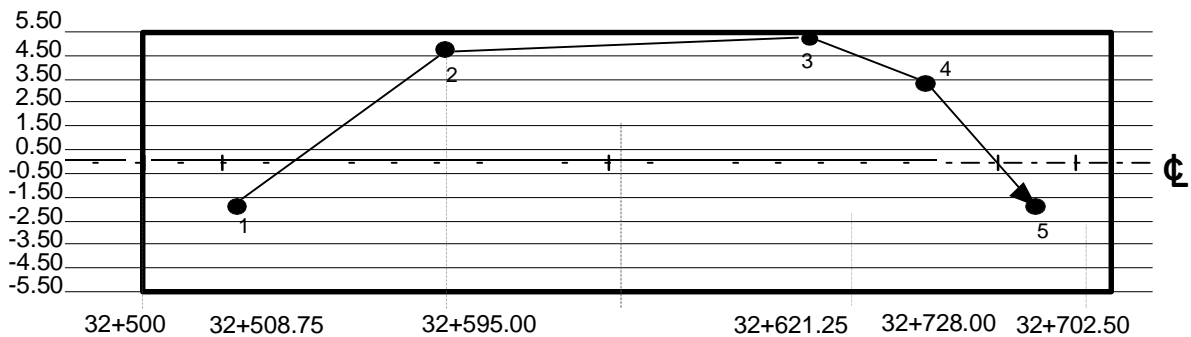


Figura 45.- Ubicación de los Sitios donde se Ejecutarán las Calas a que se Refiere el Subcapítulo 4.3.2.

Posteriormente se toma el grado de compactación especificado en el proyecto, para la capa en estudio es de 95% de la masa volumétrica seca máxima determinada de acuerdo a la prueba AASHTO Modificada, con un error de $\pm 2\%$, y la compactación de dicha capa se controlará estadísticamente mediante una Carta de Medias, con nivel de confianza de 99,7% ($t = 3$) tomando muestras en tramos de 250 m de longitud y 11 m de ancho, de 5 calas cada una, ubicadas al azar conforme a lo indicado en el Manual M-CAL-1-02, Criterios Estadísticos de Muestreo, según se establece en la Fracción H.3 de la Norma N-CTR-CAR-1-01-009, Terraplenes.



Se analizan los resultados obtenidos de las pruebas de compactación que integran las muestras, los datos obtenidos en cada muestra se anotan en la Tabla 17, calculando la media \bar{x} y la desviación estándar σ de cada una con las ecuaciones y se dibujan en las cartas de control para definir la gráfica de tendencias.

Tabla 17.-Parámetros Estadísticos de la Compactación del Terraplén.

Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)	Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)	Muestra N° (n)	Grado de compactación (%)
1	98	12	97	23	95
2	98	13	98	24	97
3	97	14	96	25	96
4	95	15	96	26	98
5	96	16	95	27	96
6	95	17	98	28	97
7	98	18	97	29	
8	96	19	95	30	
9	95	20	96	31	
10	95	21	96	32	
11	97	22	96	33	
Media del grado de compactación (\bar{x})					96.39
Promedio de las desviaciones estándar ($\bar{\sigma}$)					1.1

Con los resultados anteriores, se puede asumir que el que proceso se ha establecido normalmente (muestras de 4 a 12 de la Tabla 17 y de la Figura 45) se procede a determinar los límites estadísticos superior (LS_{EST}) e inferior (LI_{EST}) del proceso normal, mediante las ecuaciones (54) y (55). De la Tabla 23 se toma el factor A_1 que corresponde al tamaño de las muestras que se utilizan (n), que para este caso con $n=5$, $A_1=1.596$ con este factor y dichos parámetros estadísticos, mediante las ecuaciones (54) y (55) se determinan los límites estadísticos correspondientes:

$$LS_{EST} = 96.39 + 1.596(1.10) = 98.14$$

$$LI_{EST} = 96.39 - 1.596(1.10) = 94.63$$

Entonces se prepara la gráfica que se utilizará como Carta de Medias, para posteriormente introducir los datos obtenidos. A partir de los valores del promedio de las medias ($\bar{\bar{x}}= 99.44$) y de los límites estadísticos ($LS_{EST}= 98.14$ y $LI_{EST}= 94.63$), se trazan las líneas que determinan la calidad promedio, así como las zonas de aceptación y de rechazo, proyectándolas hacia delante, como se muestra en la Figura 46.

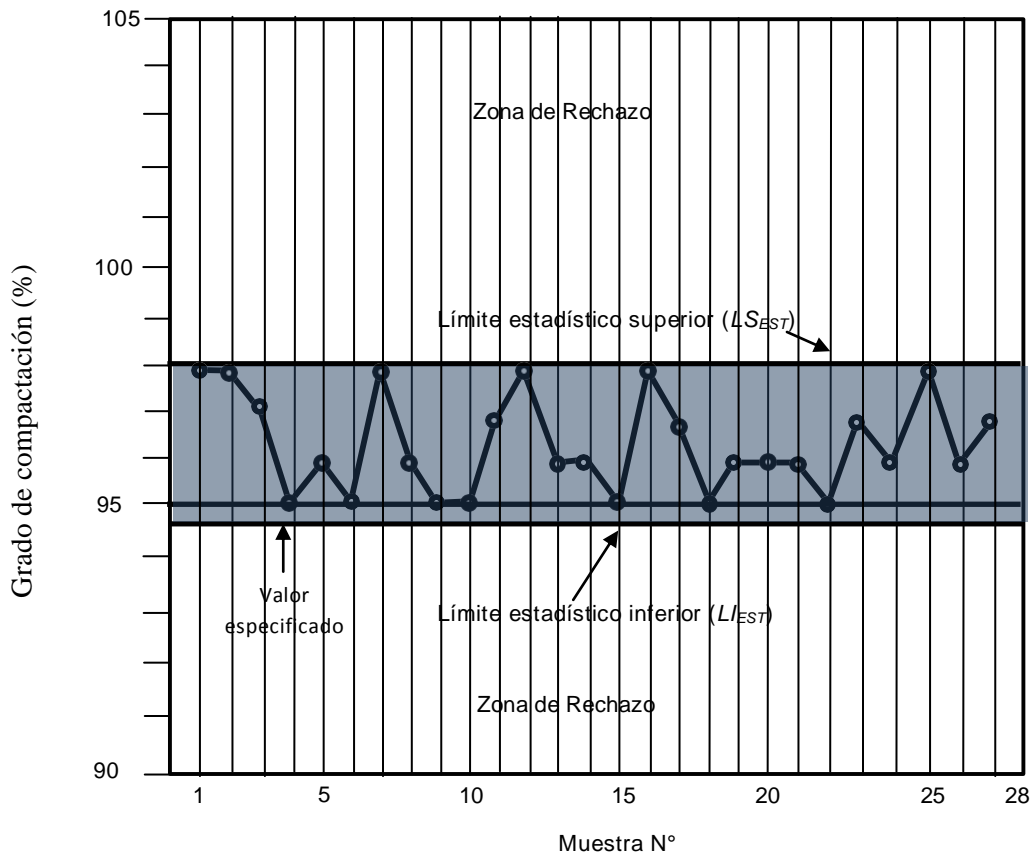


Figura 46.-Carta de Medias de los Grados de Compactación del Terraplén.

De las muestras ubicadas anteriormente, se determinaron las características mecánicas de cada capa que conforman la estructura del pavimento. A continuación, en la Tabla 18 se muestra una lista con los datos recabados de cada capa de la estructura del pavimento, necesarios para llevar a cabo este trabajo.

Es necesario destacar que en los datos de campo los valores del grado de compactación y contenido de humedad son los correspondientes a la media de todas las pruebas que se realizaron a lo largo de los 4 km del tramo asignado. La desviación estándar corresponde al grado de compactación y el valor de VRS fue obtenido de acuerdo a la correlación que se hizo entre el grado de compactación y las Normativas de la SCT. El valor del módulo de rigidez se obtuvo mediante el método Witzack.



Tabla 18.-Datos de Campo y Laboratorio del Tramo de Pavimento Flexible.

DATOS DE CAMPO								
CAPA		ESPESOR (cm)	GRADO DE COMPACTACIÓN (%)	DESVIACIÓN ESTANDAR	CONTENIDO DE HUMEDAD W (%)	VRS (%)	PRUEBA DE REFERENCIA	
TERRAPLÉN		VARIABLE	96	1.1	14.2	5	AASHTO ESTÁNDAR	
SUBRASANTE		30	100	0.31	8.69	20	AASHTO ESTÁNDAR	
SUBBASE		30	100	0.31	8.69	45	AASHTO ESTÁNDAR	
BASE HIDRAULICA		26	99	2.9	10.5	100	AASHTO MODIFICADA	
CAPA ESTABILIZADA CON AGENTE QUÍMICO		ESPESOR (cm)	GRADO DE COMPACTACIÓN (%)				PRUEBA DE REFERENCIA	
CARPETA ASFÁLTICA		6.4	93.25	2.63			MARSHALL	
DATOS DE LABORATORIO								
CARACTERÍSTICAS DE LA MEZCLA								
M.V.S.S. (kg/m ³)	GRANULOMETRÍA	CONTENIDO DE ASFALTO (%)	AFINIDAD	ESTABILIDAD (kg)	FLUJO(mm)	V.V.(%)	V.A.M. (%)	MÓDULO DE RIGIDEZ (kg/cm ²)
2203	COMPUESTA	5.83	*****	1199.5	2.74	4.77	17.2	35266



5 DETERMINACIÓN DE LA VIDA ÚTIL MEDIANTE UN ANÁLISIS PROBABILÍSTICO

De acuerdo a lo descrito en el capítulo 1 y para la determinación de la vida útil del pavimento analizado anteriormente, se llevará a cabo mediante un análisis probabilístico, el cual está calibrado con base al REVPVAV-5. Este análisis consiste en conocer las condiciones iniciales de dicho pavimento, como son: espesores, VRS, módulos de resistencia, relaciones de Poisson, entre otros.

5.1 DESARROLLO DEL PROGRAMA

El programa está basado en un análisis probabilístico, el cual depende de las propiedades mecánicas de las capas que componen la estructura del pavimento, principalmente del grado de compactación (en capas estabilizadas mecánicamente) y del módulo de rigidez (para las capas estabilizadas con algún agente químico ya sea cemento, cal o ASFALTO). Una vez que se determinaron estas propiedades mecánicas, de acuerdo a lo mencionado en el capítulo 4 se procedió a desarrollar un programa que nos ayudará a realizar un análisis probabilístico, para el cual fue necesario determinar una media y desviación estándar de la compactación, respectiva a cada capa, esto debido a que se generan una serie de números aleatorios que dependen de ellos como se muestra en la Figura 47.

5.1.1 DETERMINACIÓN DEL VRS Y MÓDULO DE RIGIDEZ.

Para la determinación tanto del VRS como del módulo de rigidez de cada capa, se requirió el uso de números aleatorios, utilizando en Mathematica 10.0 la función *RandomReal[NormalDistribution[μ , σ]]*, este comando nos ayuda a generar datos aleatorios reales pero no de manera aleatoria y uniforme, sino que los genera de acuerdo a una distribución normal por eso al comando se le especifica el tipo de distribución que necesitamos, dicha distribución tiene una media (μ) y desviación estándar (σ) para cada capa, determinadas en los subcapítulos 4.3.2.1. a 4.3.2.5. y mostradas en la Tabla 18. La manera en que se determinaron los VRS y los módulos de rigideces se pueden ver en la Figura 47.

Es necesario mencionar que el valor de la media (μ) utilizado en este subcapítulo, para las capas estabilizadas mecánicamente se refiere a la media del VRS, este valor se obtuvo mediante una correlación entre el grado de compactación y el valor medio del VRS señalado en la Normativa SCT para cada capa específica. El valor de la desviación estándar (σ) que se introdujo es el obtenido en los subcapítulos 4.3.2.1. a 4.3.2.5.

- En caso de no tener un valor fundamentado se puede estimar a partir de VRSz crítico, de acuerdo a la siguiente fórmula; $E=130VRSz^{0.7}$.

Para el caso de la carpeta asfáltica, primero fue necesario determinar el valor del Módulo de elasticidad debido a que no se contaba con él, se tenían los datos tanto de la mezcla asfáltica como del agregado pétreo que se utilizó. Por lo tanto se procedió a calcular el Módulo de elasticidad mediante el uso de MODULO-5, que es una herramienta que nos ayuda a determinar el



Módulo de la carpeta por medio de varios métodos entre ellos el método de WITZACK, a partir de los datos de la mezcla asfáltica y del agregado pétreo como se muestra en la Figura 48 y que viene integrada en el programa DISPAV-5. Los resultados se muestran en la Figura 49 para nuestro caso se utilizó el valor del método Witzack por considerarlo el más exacto, el valor obtenido mediante este método es el valor medio, ya que en el MODULO-5 se introdujo la media de cada dato.

```
(*CARPETA ASPÁLTICA*)
μ = 35266;
σ = 2.63;
MCa = RandomReal[NormalDistribution[μ, σ]];

(* BASE GRANULAR
La capa de BASE GRANULAR de un pavimento flexible en el tramo 032+500 al 036+500
tiene una media μ=99.4 y desviación estándar de 2.9.Determinar la Distribución de Probabilidad de la Media*)
μ = 100;
σ = 2.9;
VRSBg = RandomReal[NormalDistribution[μ, σ]]; MBg = 130 * VRSBg-7;
(*SUB BASE
La capa de Sub-Base de dicho pavimento y para el mismo tramo se supuso con la media similar a la de la capa inferior μ=100
y desviación estándar de 0.32.Determinar la Distribución de Probabilidad de la Media*)
μ = 45;
σ = 0.31;
VRSSb = RandomReal[NormalDistribution[μ, σ]]; MSb = 130 * VRSSb-7;

(*SUBRASANTE
La capa de Subrasante del mismo pavimento y en el mismo tramo cuenta con una media de μ=100
y una desviación estándar de 0.32.Determinar la Distribución de Probabilidad de la Media*)
μ = 20;
σ = 0.31;
VRSSr = RandomReal[NormalDistribution[μ, σ]]; MSr = 130 * VRSSr-7;
(*TERRAPLEN
La capa de Terraplen de un pavimento flexible en el tramo 023+250 al 024+000 tiene una media de μ=96.8
y una desviación estándar de 0.84.Determinar la Distribución de Probabilidad de la Media*)
μ = 5;
σ = 1.10;
VRSTr = RandomReal[NormalDistribution[μ, σ]]; MTr = 130 * VRSTr-7;
Resultados[[1]] = Diseño[MCa, MBg, MSb, MSr, MTr, VRSBg, VRSSb, VRSSr, VRSTr]
```

Figura 47.-Determinación del VRS y Módulo de Rigidez mediante Números Aleatorios.

Donde:

μ = Valor medio del módulo de elasticidad para la carpeta asfáltica y del VRS para las capas estabilizadas mecánicamente.

σ = Valor de la desviación estándar de tanto del módulo de elasticidad como del VRS.

MCa = Módulo de la carpeta asfáltica.

$VRSBg$ = Valor relativo de soporte de la base granular.

$VRSSb$ = Valor relativo de soporte de la subbase.

$VRSSr$ = Valor relativo de soporte de la subrasante.

$VRSTr$ = Valor relativo de soporte de la Terraplén.



Estimación del módulo de rigidez de la capa asfáltica
Modelo Witzack

Porcentaje retenido en la malla de 19.0 mm (3/4) :

Porcentaje retenido en la malla de 9.5 mm (3/8) :

Porcentaje retenido en la malla de 4.75 mm (#4) :

Elija el tipo de asfalto empleado:

Oprima el botón para realizar el cálculo.

Mod. de rigidez (Witzack): 35,266 kg/cm²

(Ventana M4)

Figura 48.- Determinación del Módulo de Elasticidad por el Método Witzack.

**ESTIMACIÓN DEL MÓDULO DE RIGIDEZ DE UNA CAPA ASFÁLTICA
CON VARIOS PROCEDIMIENTOS**

Método	Módulo de Rigidez
Shell-Ugè:	13,000 Kg/cm ²
Shell-Heukelom:	20,580 Kg/cm ²
Inst. Asfalto:	60,279 Kg/cm ²
Witzack:	35,266 Kg/cm ²
Inst. Transp. Texas:	40,105 Kg/cm ²

¿Desea Imprimir los resultados?

(Ventana M6)

Figura 49.- Valores del Módulo de Elasticidad de acuerdo al MODULO-5.



5.1.2 DATOS DE ENTRADA

Como ya se mencionó, este programa está calibrado en base a lo que realiza el programa DISPAV 3.0 en su apartado REVPVAV-5 debido a que se desea conocer el funcionamiento interno de dicho programa para la determinación de la vida útil de un pavimento flexible, por lo tanto se toma la misma metodología mecanicista.

Es importante hacer notar que el comportamiento del pavimento depende de manera significativa del control de calidad en la construcción y de un mantenimiento adecuado. En el caso de carpetas asfálticas el diseño de la mezcla asfáltica es un elemento importante en el comportamiento y se requiere un diseño cuidadoso para evitar la falla prematura.

5.1.3 TIPO DE CAMINO

Antes que nada es necesario elegir el tipo de camino, ya sea que se trate de un camino normal con deformaciones permitidas del orden de 2.5cm en la rodada y agrietamiento medio a fuerte al final de la vida de proyecto, o un camino de altas especificaciones en los que se desea conservar un nivel de servicio alto al final de la vida de proyecto.

En el caso de los caminos de altas especificaciones las consideraciones anteriores tienen mayor relevancia, y es necesario elegir materiales de construcción de muy buena calidad; emplear un diseño correcto en las mezclas asfálticas, considerando la posibilidad de realizar pruebas de comportamiento de las mismas, para tener una mayor confiabilidad en el proyecto; y por último aplicar un control de calidad riguroso durante la construcción.

Es necesario mencionar que este programa analiza diseños de pavimentos para caminos de altas especificaciones. Cabe destacar que se puede calibrar para caminos normales, solo basta con modificar las ecuaciones de diseño de altas especificaciones a caminos normales.

5.1.4 NÚMERO DE CAPAS

También debemos conocer el número de capas, las cuales constituirán la estructura de nuestro pavimento y las opciones son:

1. Carpeta Asfáltica
2. Base Asfáltica
3. Base Granular
4. Sub Base Granular
5. Subrasante
6. Terraplén

En nuestro análisis probabilístico solo se admiten cinco capas, en dado caso de que se cuente con más capas se sugiere simplificar la estructura de acuerdo a lo que señala la Teoría de Odemark en el método de la UNAM. Para este análisis es necesario que dentro de las capas se considere la Terracería y como capa superior debe contar con Carpeta Asfáltica, Base Asfáltica o Base Granular, como se muestra en la Figura 50.



Ya que se tienen definidas las condiciones anteriores se procede a introducir los siguientes datos:

- Espesores de las capas (Cabe señalar que la capa de terraplén se considera semi-infinita).

```
(*2.-Número de capas:
Las opciones de capas son:
Carpeta asfáltica,
Base asfáltica,
Base granular,
Sub Base granular,
Subrasante,y
Terracería.
El número máximo de capas está limitado a cinco,por restricciones del programa.
Si el número de capas es mayor a cinco,se sugiere simplificar la estructura agrupando
dos capas adyacentes con rigidez similar empenado al Teoría de Odemark para encontrar un espesor
equivalente.Dentro de las capas se debe considerar la Terracería y como capa superior se debe incluir
la carpeta,base asfáltica o base granular.*)

(*ESPESORES DE CAPA: La capa de Terracería se conseidera Semi-Infinita*)
Ca = 6;
Bg = 23;
Sb = 30;
Sr = 30;
```

Figura 50.- Espesores de las Capas que Integran la Estructura del Pavimento Flexible.

Donde:

Ca = Espesor de la carpeta asfáltica (cm).

Bg = Espesor de la base granular (cm).

Sb = Espesor de la subbase (cm).

Tr = Espesor de la terracería (cm).

- Valores Relativos de Soporte (estos datos fueron definidos en el subcapítulo 5.1.1).
- Módulos de Rigidez; tanto de las capas no estabilizadas como de las estabilizadas con cemento asfáltico (Carpeta Asfáltica, Base Asfáltica), definidas de igual manera en el subcapítulo 5.1.1.
- Relaciones de Poisson.

```
(*RELACIONES DE POISSON:
También se necesita la relación de Poisson de todas las capas.
En caso de no conocerlos se siponen valores promedio para cada capa.*)
RCa = 0.35;
RBg = 0.35;
RSb = 0.35;
RSr = 0.45;
RTr = 0.45;
```

Figura 51.-Relaciones de Poisson para cada Capa de la Estructura del Pavimento.



Donde:

RCa = Valor del módulo de Poisson para la carpeta asfáltica.

RBg = Valor del módulo de Poisson para la base granular.

RSb = Valor del módulo de Poisson para la subbase.

RSr = Valor del módulo de Poisson para la subrasante.

RTr = Valor del módulo de Poisson para la terracería.

- Nivel de confianza (este valor se define en el subcapítulo 5.1.5).

5.1.5 CÁLCULO DE LA VIDA PREVISIBLE POR DEFORMACIÓN PERMANENTE Y POR FATIGA.

De acuerdo a lo que marca la teoría del método de la UNAM, en el cual está basado el REPAV-5 dice que para el análisis de esfuerzos y deformaciones unitarias se determinan aplicando la Teoría de Odemark.

Debido a que los pavimentos flexibles están diseñados y construidos en base a un sistema de capas con distintas propiedades mecánicas. Donde, las capas superiores son las de mejor calidad y esta va disminuyendo de acuerdo a la profundidad hasta llegar al terreno natural. Esto hace que se diseñen de acuerdo a dos criterios:

1. Deformaciones permanentes
2. Fatiga de la carpeta asfáltica

Para lo que cual se hace uso de la teoría multicapa elástica, que nos da una solución alterna y sencilla al método de Odemark. Por tales motivos es necesario determinar un espesor equivalente el cual de acuerdo a la teoría antes mencionada se realiza como se indica en el Ejemplo 1.

Es necesario mencionar que el método de la UNAM describe en su teoría, que la determinación del espesor equivalente se realiza como se mencionó anteriormente y como se muestra en el Ejemplo 1. Sin embargo, el programa REPAV-5 no lo realiza de esa manera, sino que lo hace de acuerdo al Instructivo para el Diseño de Pavimentos Flexibles para Carreteras N°444, haciendo uso del nomograma correspondiente al nivel de confianza, ver Figura 13. Por tal motivo se realizó de la misma manera en este trabajo de investigación como se muestra en la Figura 52.



(*ESPESORES EQUIVALENTES*)

$$NBg = Ca (2) ;$$

$$NSb = NBg + Bg ;$$

$$NSr = NSb + Sb ;$$

$$NTr = NSr + Sr ;$$

Figura 52.- Espesores Equivalentes.

Donde:

NB_g = Espesor equivalente al nivel de Base granular.

NS_b = Espesor equivalente al nivel de Subbase.

NS_r = Espesor equivalente al nivel de Subrasante.

NT_r = Espesor equivalente al nivel de Terracería.

Ya que se tienen los espesores equivalentes se determinan los esfuerzos y deformaciones, y se procede a calcular el número de ejes estándar en millones, necesarios para que el pavimento falle por fatiga como se muestra en la Figura 53.

El método de la UNAM, se apoya de la solución de Boussinesq para un área circular con carga uniformemente repartida y con las ecuaciones (16), (19) y (20) se procede a determinar los esfuerzos y deformaciones. De esta manera el sistema equivalente que se forma en la parte inferior de la Figura 13, es un semiespacio infinito homogéneo y al cual se le aplicaron las ecuaciones antes referenciadas para cargas distribuidas, para un área circular uniforme y un semiespacio homogéneo.

A este programa sólo introducimos la fórmula que se muestra en la gráfica de diseño por fatiga de las capas asfálticas, para caminos de altas especificaciones, dado que es la que nos interesa para nuestro análisis, como se muestra en la Figura 53.



(*CÁLCULO DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES UNITARIAS*)

(*CÁLCULO DE VIDA ÚTIL PARA CARPETA ASFÁLTICA

Se determina la distribución de esfuerzo vertical utilizando la ecuación de Businessq, tomando las profundidades z proporcionales a la profundidad equivalente*)

$$\sigma_z = 5.8 \left(1 - \frac{1}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{15}{NB_g} \right)^2} \right)^3} \right);$$

$$\epsilon_c = \frac{(1 + 0.35) 5.8}{MB_g} \left(\frac{\frac{NB_g}{15}}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{NB_g}{15} \right)^2} \right)^3} - (1 - 2(0.35)) \left(\frac{\frac{NB_g}{15}}{\sqrt{1 + \left(\frac{NB_g}{15} \right)^2}} - 1 \right) \right);$$

$$\epsilon_t = \frac{\frac{1-0.35}{2 \times 0.35} (\sigma_z - (MB_g) (\epsilon_c)) - (0.35) (\sigma_z)}{MB_g};$$

$$NSolve \left[\text{Log} \left[10, \frac{\text{Abs}[\epsilon_t]}{1 \times 10^{-6}} \right] = 3.78 - 0.088 (0.524) - 0.21 \text{Log} [10, xCa], xCa \right];$$

Figura 53.- Cálculo de Esfuerzos y Deformaciones.

Donde:

σ_z = Distribución de esfuerzo vertical.

ϵ_c = Deformación de compresión.

ϵ_t = Deformación tangencial.

NB_g = Espesor equivalente al nivel de Base granular.

MB_g = Módulo de elasticidad de la base granular.

xCa = Vida útil de la carpeta asfáltica.

$NSolve$ = Función que ayuda a determinar las soluciones de una ecuación.

Para la determinación de las demás capas si hizo uso de la ecuación general de diseño, ver ecuación (38). La ecuación está en función de la variable U, que es el coeficiente que depende del nivel de confianza Q_u adoptado en el proceso anteriormente y una desviación estándar $S_{yx} = 0.088$.

Para determinar el número de ejes equivalentes, es necesario conocer el valor de U para un nivel de confianza $Q_u = 85\%$ para lo cual nos remitimos a la Tabla 20, que señala un valor de $U = -1.037$. Con esto la ecuación queda en función del número de ejes equivalentes (Nf), pero al solucionarla con el programa Mathematica 10.0 se detecta que el resultado que nos arroja difiere al resultado obtenido con REVPav-5. Debido a esta anomalía, nos dimos a la tarea de revisar con detenimiento el método de la UNAM y lo desarrollado por el DISPAV 3.0, después de estar analizando parte por parte y en varios intentos a prueba y error se determinó que la anomalía se debía a que el DISPAV



3.0 seguía trabajando con las primeras ecuaciones deducidas en la teoría del método de la UNAM, revisar Figura 10. Por esta razón se tuvo que hacer el cambio de la ecuación de diseño tanto para fatiga de la carpeta asfáltica (ver Figura 53) y para deformación permanente (ver Figura 54) y se revisaron en 10 ocasiones diferentes diseños de pavimentos obtenidos de diferentes bibliografías y para el valor de U señalado en la Tabla 20 y de igual manera se revisaron con REVPAV-5, con la finalidad de tener calibrado nuestro programa y los resultados de vida útil obtenidos fueron similares en ambas partes.

Una vez solucionado este problema se prosiguió a determinar la falla por fatiga para el tramo de pavimento asignado a este análisis, para lo cual se introdujeron en Mathematica 10.0 los valores correspondientes de U , $VRSz$ y Z , los cuales ya son conocidos previamente, cabe mencionar que el valor de $VRSz$ asignado fue la media y desviación estándar obtenidas en el capítulo anterior y no el VRZ reducido que se calcula con la ecuación (29), para hacer una comparativa A partir del $VRSz$ se generaron números reales aleatorios y con ellos se obtuvieron los valores correspondientes del módulo de rigidez, esto para el caso de las capas estabilizadas mecánicamente. Para el caso de la carpeta asfáltica, no se contaba con un valor de módulo de rigidez como tal, pero si se tenían las pruebas Marshall que se realizaron a lo largo del tramo en estudio, de ahí se tuvieron datos suficientes para determinarlo mediante el método de Witzack.

Ya que se introdujeron todos los datos necesarios se determinó la vida útil en ejes equivalentes tanto para deformación permanente como para fatiga como se muestran en las figuras antes mencionadas.



(*CÁLCULO DE VIDA ÚTIL PARA BASE GRANULAR*)

$$U = 1.037;$$

$$VRSz = VRSBg;$$

$$Which[80 \leq VRSBg \leq 120, VRSz = VRSBg];$$

$$z = NBg;$$

$$\text{LogEL1} = \frac{1}{0.1761} \left(\text{Log}[10, VRSz] - (0.8477 + 0.12 U) - \text{Log} \left[10, 1 - \frac{z^3}{(15^2 + z^2)^{3/2}} \right] \right);$$

$$EL1 = \frac{10^{\text{LogEL1}}}{10^6};$$

(*CÁLCULO DE LA VIDA ÚTIL PARA SUB-BASE*)

$$U = 1.037;$$

$$VRSz = VRSSb;$$

$$Which[25 \leq VRSSb \leq 30, VRSz = VRSSb];$$

$$z = NSb;$$

$$\text{LogEL2} = \frac{1}{0.1761} \left(\text{Log}[10, VRSz] - (0.8477 + 0.12 U) - \text{Log} \left[10, 1 - \frac{z^3}{(15^2 + z^2)^{3/2}} \right] \right);$$

$$EL2 = \frac{10^{\text{LogEL2}}}{10^6};$$

(*CÁLCULO DE LA VIDA ÚTIL PARA SUBRASANTE*)

$$U = 1.037;$$

$$VRSz = VRSSr;$$

$$Which[15 \leq VRSSr \leq 20, VRSz = VRSSr];$$

$$z = NSr;$$

$$\text{LogEL3} = \frac{1}{0.1761} \left(\text{Log}[10, VRSz] - (0.8477 + 0.12 U) - \text{Log} \left[10, 1 - \frac{z^3}{(15^2 + z^2)^{3/2}} \right] \right);$$

$$EL3 = \frac{10^{\text{LogEL3}}}{10^6};$$

Figura 54.- Determinación de las Deformaciones Permanentes para las Capas Estabilizadas Mecánicamente.

Donde:

U = Es la abscisa de la distribución normal estándar para un nivel de confianza Q_U .

$VRSz$ = Valor relativo de soporte medio esperado en campo.

$Which$ = Función que sirve como condicional para evaluar un valor determinado, en este caso el valor relativo de soporte esperado en campo.

z = Espesor equivalente de la capa.

$\log \sum L$ = Logaritmo del número acumulado de cargas estándar.

$\sum L$ = Número de ejes equivalentes.



5.1.5.1 VIDA ÚTIL POR DEFORMACIÓN PERMANENTE Y POR FATIGA UTILIZANDO \overline{VRSz} .

En el procedimiento de diseño de pavimentos del método de la UNAM se utiliza los VRS críticos ($\overline{VRS_c}$), pero en esta sección se decidió utilizar los VRS medios ($\overline{VRS_z}$) de los ensayos de laboratorio a los materiales utilizados en la construcción del camino mencionado. Debido a que para la determinación del $\overline{VRS_c}$ se toma una distribución de probabilidad normal, y se decidió eliminar esta opción para realizar el análisis probabilístico que se presenta aquí. Para esta investigación se determinó la vida útil del pavimento mediante REPAV-5 que fue de 4.03 millones de ejes equivalentes como se muestra en la Figura 55. El análisis probabilístico se hizo para un valor de diez mil iteraciones lo cual nos dio como resultado el Histograma 1 en el que podemos deducir que se tiene una tendencia de vida útil de entre 3.5 y 4 millones de ejes equivalentes.

RESULTADOS DEL COMPORTAMIENTO						
Camino de altas especificaciones.						
Nivel de confianza en el diseño: 85%						
Capa	H cm	VRSz %	E kg/cm ²	Poisson	Vida Previsible	
					Def	Fatiga
Carpeta	6.4		35266	0.35		1.89
Base granular	23	100	3256	0.35	4.64	
Sub-base	30	45	1867	0.35	4.69	
Subrasante	30	20	1058	0.45	> 150	
Terracería	Se...	5	401	0.45	4.03	
Vida Previsible						
Deformación			4.03			
Fatiga			1.89			
<input type="button" value="Imprimir Resultados"/>						
<input type="button" value="Anterior"/>		(Ventana R7)			<input type="button" value="Salir"/>	

Figura 55.- Vida Útil por Deformación Permanente y por Fatiga Mediante REPAV-5.

En el Histograma 1 se muestran los resultados obtenidos del análisis probabilístico, en el cual se puede observar que en el eje de las abscisas se encuentra la vida útil en millones de ejes equivalentes, mientras que en el eje de las ordenas tenemos la frecuencia con la que se repite cada resultado. Aunque la distribución normal se puede utilizar para resolver muchos problemas de ingeniería y ciencias, hay numerosas situaciones que requieren diferentes tipos de funciones de densidad. Al realizar el ajuste probabilístico, se probaron varios tipos de ajustes y la distribución que mejor se ajustó fue la de Gumbel por lo que se optó por trabajar con ella, este tipo de distribución se utiliza en casos particulares donde la distribución de valores extremos es generalizada. En el Histograma 1 se aprecia que la vida útil se carga un poco más hacia la derecha (asimétrica negativa), en él también podemos observar la distribución de Gumbel para el mínimo



con valor de parámetro localizado igual a 3.83 y con parámetro de escala igual a 1.27.

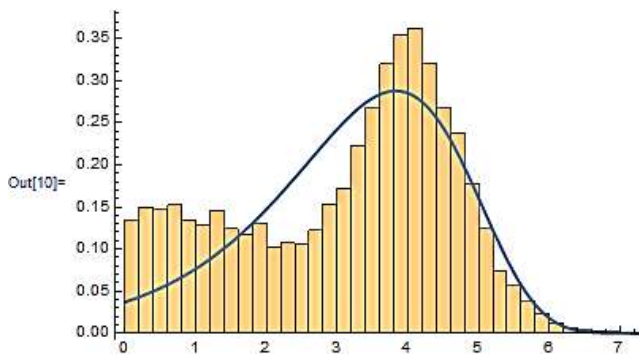
Se trata de una distribución Gumbel estándar y a diferencia de lo que son este tipo de gráficas de distribución para nuestro caso comienza a partir de 0, por la sencilla razón de que nos interesan los valores positivos, sin embargo la función de densidad se considera asimétrica negativa.

De este histograma obtenemos el valor medio de la vida útil en millones de ejes equivalentes, así como la probabilidad de que el pavimento falle, de acuerdo al tipo de distribución nos da como resultado una probabilidad de falla del pavimento del 65.8%.

Para concluir estos resultados, el porcentaje de probabilidad de falla es bastante alto a pesar de que el modelo se calibró en términos de valor relativo de soporte medio esperado en campo. En el Histograma 1 se tiene una concentración alta de vida útil en la parte central, sin embargo también existe una concentración muy marcada de valores de ejes equivalentes casi constante en el lado izquierdo, lo cual ocasiona que en nuestro análisis probabilístico obtengamos una probabilidad de falla tan alta y por esa razón el diseño del pavimento flexible analizado no es recomendable.

```
In[8]:= Resultados;  
edist = EstimatedDistribution[Resultados, GumbelDistribution[a, c]]  
Show[Histogram[Resultados, 25, "PDF"], Plot[PDF[edist, x], {x, 0, 15}, PlotStyle -> Thick]]  
N[Probability[x ≤ 4.0, x ≈ Resultados]]
```

```
Out[9]:= GumbelDistribution[3.82856, 1.27804]
```



```
Out[11]:= 0.658234
```

Histograma 1.-Análisis Probabilístico para la Determinación de la Vida Útil de un Pavimento Flexible con VRSz.



5.1.5.2 VIDA ÚTIL POR DEFORMACIÓN PERMANENTE Y POR FATIGA UTILIZANDO \widehat{VRSc} .

De igual manera se llevó a cabo un análisis que toma en cuenta el método normal de diseño de pavimentos de la UNAM en base al \widehat{VRSc} , con la idea de verificar el método tradicional desde el punto de vista probabilístico. También se realizó para un valor de diez mil iteraciones que nos dio como resultado el Histograma 2. También nos dimos a la tarea de determinar la vida útil del pavimento mediante REVPav-5 que fue de 0.39 millones de ejes equivalentes como se muestra en la Figura 56.

Como ya se mencionó anteriormente, no todos los problemas de ingeniería se pueden resolver con un solo tipo de distribución de probabilidad. En esta ocasión cuando se realizó el ajuste probabilístico, la distribución que mejor se ajustó fue la Exponencial por lo que se optó por trabajar con ella, este tipo de distribución es un caso especial de la distribución Gamma y ambas se pueden aplicar en diversas situaciones. Se utiliza en casos particulares donde interesa saber el tiempo hasta que ocurre determinado evento, sabiendo que, el tiempo que pueda ocurrir desde cualquier instante dado t , hasta que este ocurra en un instante t_f , pero no depende del tiempo transcurrido anteriormente en el que no ha pasado. Normalmente se utiliza para describir cosas como:

- El tiempo necesario para cargar un camión.
- La distancia entre los principales defectos de un pavimento.

En el Histograma 2 se aprecia una distribución exponencial casi perfecta, cambió respecto al análisis anterior, del que podemos deducir que se tiene una tendencia de vida útil de 0.61 millones de ejes equivalentes, en él también podemos observar la probabilidad de que el pavimento falle antes de 0.39 millones de ejes equivalentes y de acuerdo al tipo de distribución nos da como resultado una probabilidad de falla de 44.7%. El problema con esta distribución es que el área está concentrada a la izquierda donde las probabilidades de vida son menores.

Para concluir estos resultados, el porcentaje de probabilidad de falla para este caso aún sigue siendo considerablemente alto. Debido a que en este caso el modelo se calibró en términos de valor relativo de soporte crítico (\widehat{VRSc}) esperado en campo. Los resultados de ambos análisis de comportamiento probabilístico nos dice que al reducir el \overline{VRSc} a \widehat{VRSc} la vida útil del pavimento se reduce, y si observamos la distribución en el Histograma 1, podemos deducir fácilmente que se comportó de manera distinta y es la razón por la cual el valor de la vida útil tuvo una baja considerable. Lo cual ocasiona que en nuestro análisis probabilístico obtengamos una probabilidad de falla baja a comparación de la obtenida con \overline{VRSc} , pero aun así sigue siendo considerablemente alta además de que en este caso, nuestro pavimento es susceptible a que falle antes del valor medio de la vida útil y por esa razón el diseño del pavimento flexible analizado con VRSc tampoco es recomendable.

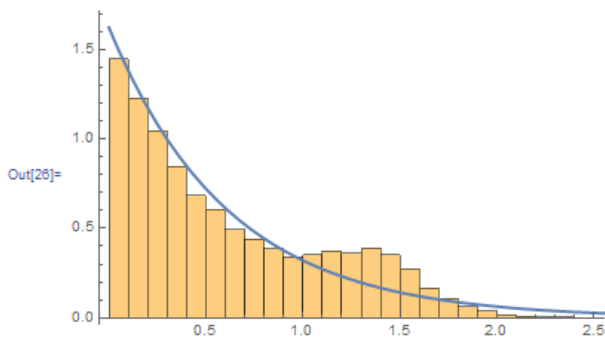


RESULTADOS DEL COMPORTAMIENTO						
Camino de altas especificaciones.						
Nivel de confianza en el diseño: 85%						
Capa	H cm	VRSz %	E kg/cm ²	Poisson	Vida Previsible	
					Def	Fatiga
Carpeta	6.4		35266	0.35		1.22
Base granular	23	83.2	2871	0.35	1.63	
Sub-base	30	33.7	1524	0.35	4.69	
Subrasante	30	15	865	0.45	37.13	
Terracería	Se...	3.3	301	0.45	0.39	
Vida Previsible						
			Deformación	0.39		
			Fatiga	1.22		
<input type="button" value="Imprimir Resultados"/>						
<input type="button" value="Anterior"/>		(Ventana R7)			<input type="button" value="Salir"/>	

Figura 56.-Vida Útil por Deformación Permanente y por Fatiga para $\widehat{VRS_c}$ Mediante REVPAV-5.

```
edist = EstimatedDistribution[Resultados, ExponentialDistribution[λ]]
Show[Histogram[Resultados, Automatic, "PDF"], Plot[PDF[edist, x], {x, 0, 3}, PlotStyle -> Thick]]
N[Probability[x ≤ 0.39, x ≈ Resultados]]
```

Out[25]= ExponentialDistribution[1.62137]



Out[27]= 0.446955

In[28]= Mean[edist]

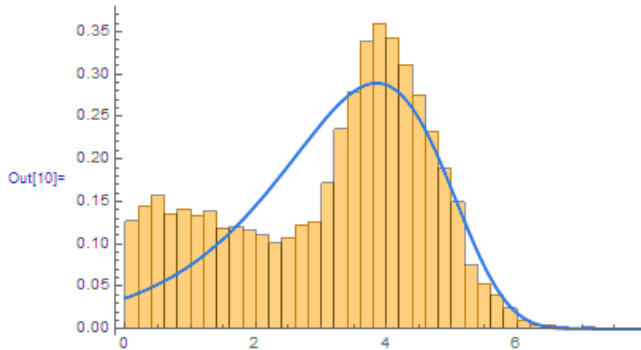
Out[28]= 0.616764

Histograma 2.- Análisis Probabilístico para la Determinación de la Vida Útil de un Pavimento Flexible con $\widehat{VRS_c}$.



```
In[8]:= Resultados ;
edist = EstimatedDistribution[Resultados, GumbelDistribution [a, c]]
Show[Histogram[Resultados, 25, "PDF"], Plot[PDF[edist, x], {x, 0, 15}, PlotStyle -> Thick]]
N[Probability[x <= 0.39, x ~ Resultados]]
```

```
Out[9]= GumbelDistribution[3.85015, 1.2709]
```



```
Out[11]= 0.0523948
```

Histograma 3.- Probabilidad de que el Pavimento Falle Utilizando la Vida Útil para VRSc.

En el Histograma 3 se puede observar la probabilidad de que el pavimento falle antes de alcanzar la vida útil determinada para \overline{VRSc} . Como se puede observar, la probabilidad de falla es mucho menor en comparación con las determinadas en los histogramas anteriores, esto se debe a que el análisis probabilístico se realizó utilizando el \overline{VRSc} pero la probabilidad de falla se determinó con la vida útil para \overline{VRSc} . Se realizó de esta manera ya que en la metodología que emplea la UNAM, utiliza un VRS reducido, es decir, el \overline{VRSc} . El valor obtenido fue de 5.2% de probabilidad de que el pavimento falle antes de llegar a 0.39 millones de ejes equivalentes (tomando como referencia la distribución de probabilidad de \overline{VRSc}), y de acuerdo a la metodología de la UNAM concluimos que el diseño de pavimento es aceptable. En la Tabla 19 se presenta un resumen de las probabilidades de falla con las distintas condiciones antes mencionadas, entre paréntesis se presenta un número que corresponde a la vida útil de referencia.

Tabla 19.- Resultados del Análisis Probabilístico.

RESULTADOS DEL ANÁLISIS PROBABILISTICO		
VRS UTILIZADO.	VIDA ÚTIL (millones de ejes equivalentes).	PROBABILIDAD DE FALLA (%) / ref
(1) \overline{VRSc}	3.82	65.8/(1)
(2) \overline{VRSc}	0.39	44.7/(2)
(3) \overline{VRSc}	0.39	5.2/(1)



CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos del estudio probabilístico se llegaron a las siguientes conclusiones:

- Si usamos como valor relativo de soporte de diseño el \overline{VRSz} , el porcentaje de probabilidad de que el pavimento falle es de 65.8%. Al ser un porcentaje bastante alto el diseño del pavimento no es recomendable.
- Si usamos como valor relativo de soporte de diseño el \widehat{VRS} , el porcentaje de probabilidad de falla se reduce a 44.7%. Sin embargo, sigue siendo un porcentaje de falla alto, por lo que el diseño del pavimento no es recomendable.
- Si tomamos como referencia la distribución de probabilidad obtenida para \overline{VRSz} , y determinamos la probabilidad de que el pavimento falle antes de la vida útil para un \widehat{VRS} , el porcentaje de falla se reduce considerablemente a 5.2%. Por lo tanto, el diseño del pavimento es aceptable.
- Para revisar una vida útil, de un pavimento flexible por medio del programa elaborado en este trabajo y obtener un resultado cercano a la realidad, es estrictamente necesario contar con los datos que componen las propiedades mecánicas de la estructura de dicho pavimento (módulos de elasticidad, VRS, módulos de Poisson, espesores).
- Para el uso del programa DISPAV 3.0, es de suma importancia verificar que contenga las ecuaciones de diseño correctas, debido a que durante la elaboración de este proyecto de tesis se detectó que el programa utiliza por default las primeras ecuaciones de diseño deducidas en la teoría para el método de la UNAM.
- Respecto al análisis probabilístico realizado en este trabajo, se concluye que fue exitoso por ser un análisis completo del comportamiento del pavimento ante la aplicación de cargas, debido a que se empleó una metodología mecanicista tanto en el diseño del pavimento como en la revisión del mismo.
- Los resultados obtenidos acerca de la vida útil del pavimento flexible que se estudió, son más cercanos a la realidad, dado que se realizó un análisis probabilístico y además se tomaron en cuenta las características mecánicas de las capas que componen la estructura del pavimento como la de los materiales empleados en dichas capas.
- Los resultados obtenidos de este trabajo de tesis fueron comparados con los que se obtuvieron en REVPAV-5, que aunque no fueron resultados idénticos si fueron bastante



cercanos, así que se tomaron como buenos.

- El programa elaborado en este proyecto de tesis verifica los resultados emitidos por REVPAV-5, debido a esto ambos programas emplean las mismas ecuaciones de diseño (las primeras ecuaciones deducidas en la teoría para el método de la UNAM). Entonces para obtener un resultado más correcto, se recomienda emplear las ecuaciones de diseño más recientes.



BIBLIOGRAFÍA

Chávez C., Pastor N., Alarcón J. y Arreygue J. E. (2013). "Comparativa de la Teoría Multicapa de Elasticidad con el Método Simplificado de Odemark". Congreso Internacional de Métodos Numéricos, Morelia, Mich. México.

Corro S., Prado G., Rangel A., (1998). "Comportamiento de Pavimentos de Altas Especificaciones en la Pista Circular del Instituto de Ingeniería de la UNAM". Series del Instituto de Ingeniería No. 598.

Corro S., Prado G., (1974). "Diseño Estructural de Carreteras con Pavimento Flexible". Series del Instituto de Ingeniería No. 325.

Corro C., Prado O., (1999). "Diseño Estructural de Pavimentos Asfálticos, Incluyendo Carreteras de Altas Especificaciones". Series del Instituto de Ingeniería CI-8.

Mercado V., Palmerín C., (2012). "El Estado de Michoacán y sus Regiones Turísticas". Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Mich. México.

Badii M., Guillen A. y Abreu J. L., (2012). "Estimación Estadística de Control de Calidad". International Journal of Good Conscience.

Maldonado Á. L. A., (2006). "Guía para el Control y Aseguramiento de Calidad de Construcción de Pavimentos Flexibles Elaborados con Mezclas Asfálticas en Caliente en El Salvador". Universidad de El Salvador, Facultad de Ingeniería y Arquitectura, Escuela de Ingeniería Civil. San Salvador, El Salvador.

García G., Marshall T., (2007). "HMA Dynamic Modulus Predictive Models-A Review". Illinois Center for Transportation, Illinois, U.S.

Corro S., Magallanes R., Prado G., (1981). "Instructivo para el Diseño Estructural de Pavimentos Flexibles para Carreteras". Series del Instituto de Ingeniería No.444.

Rondón H. A., Reyes F. A., (2007). "Metodologías de Diseño de Pavimentos Flexibles: Tendencias Alcances y Limitaciones". Ciencia e Ingeniería Neogranadina Vol. 17-2, Bogotá, Colombia.

Ullidtz P., (1998). "Modelling Flexible Pavement Response and Performance". Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.

Normativa para la Infraestructura del Transporte, M-CAL-1-02/01, Agosto de 2001.

Normativa para la Infraestructura del Transporte, M-CAL-1-03/03, Julio de 2003.

Normativa para la Infraestructura del Transporte, N-CAL-1-01/05, Diciembre de 2005.



Huang Y. H., (2004). "Pavement Analysis and Design". University of Kentucky, Lexington, Kentucky, U.S.

Rico A., Téllez R., Garnica P., (1998). "Pavimentos Flexibles, Problemática, Metodologías de Diseño y Tendencias". Publicación Técnica No. 104, San Fandila, Querétaro, México.

Walpole R. E., Myers R. H., Myers S. L., (2012). "Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias", México.

Depool R., Monasterio D., (2013). "Probabilidad y Estadística. Aplicaciones a la Ingeniería". Universidad Nacional Experimental Politécnica Antonio José de Sucre, Lara, Venezuela.

Fonseca C. H., (2011) "Proyecto Estructural de Pavimentos Asfálticos". Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey, Monterrey, México.

Wólfram Mathematica, (2008), "Random Number Generation, Tutorial Collection".



APENDICE A

Tabla 20.- AASHTO Guide for Design of Pavement Structures 1993.

Confiabilidad, R, en porcentaje	Desviación estándar Normal, ZR
50	0
60	-0.253
70	-0.524
75	-0.674
80	-0.841
85	-1.037
91	-1.282
92	-1.340
93	-1.405
94	-1.476
95	-1.555
96	-1.645
96	-1.751
97	-1.881
98	-2.054
99	-2.327
99.9	-3.090
99.99	-3.750



Tabla 21.- Áreas Bajo la Curva Normal.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641



Tabla 22.- Áreas Bajo la Curva Normal.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998



APENDICE B

Tabla 23.- Factores Utilizados para la Elaboración de Cartas de Control.

Número de Observaciones en la Muestra	Diagrama para Medias			Diagrama para Desviaciones Estándares				Diagrama para Amplitudes								
	Factores para Límites de Control			Factores para Línea Central		Factores para Límites de Control				Factores para Línea Central		Factores para Límites de Control				
	A	A ₁	A ₂	c ₂	I/c ₂	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	d ₁	I/d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
2	2.121	3.760	1.880	0.5642	1.7725	0	1.843	0	3.267	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.276
3	1.732	2.394	1.023	0.7236	1.3820	0	1.858	0	2.568	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.575
4	1.501	1.880	0.729	0.7979	1.2533	0	1.808	0	2.266	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	1.596	0.577	0.8407	1.1894	0	1.756	0	2.089	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.115
6	1.225	1.410	0.483	0.8686	1.1512	0.026	1.711	0.030	1.970	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	1.277	0.419	0.8882	1.1259	0.105	1.672	0.118	1.882	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.203	0.076	1.924
8	1.061	1.175	0.373	0.9027	1.1078	0.167	1.638	0.185	1.815	2.847	0.3512	0.820	0.387	5.307	0.136	1.864
9	1.000	1.094	0.337	0.9139	1.0942	0.219	1.609	0.239	1.761	2.970	0.3367	0.808	0.546	5.394	0.184	1.816
10	0.949	1.028	0.308	0.9227	1.0837	0.262	1.584	0.284	1.716	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.973	0.285	0.9300	1.0753	0.299	1.561	0.321	1.679	3.173	0.3152	0.787	0.812	5.534	0.256	1.744
12	0.866	0.925	0.266	0.9359	1.0684	0.331	1.541	0.354	1.646	3.258	0.3069	0.778	0.924	5.592	0.284	1.719
13	0.832	0.884	0.249	0.9410	1.0627	0.359	1.523	0.382	1.618	3.336	0.2998	0.770	1.026	5.646	0.308	1.692
14	0.802	0.848	0.235	0.9453	1.0579	0.384	1.507	0.406	1.594	3.407	0.2935	0.762	1.121	5.693	0.329	1.671
15	0.775	0.816	0.223	0.9490	1.0537	0.406	1.492	0.428	1.572	3.472	0.2880	0.755	1.207	5.737	0.348	1.652
16	0.750	0.788	0.212	0.9523	1.0501	0.427	1.478	0.448	1.552	3.532	0.2831	0.749	1.285	5.779	0.364	1.636
17	0.728	0.762	0.203	0.9551	1.0470	0.445	1.465	0.466	1.534	3.588	0.2787	0.743	1.359	5.817	0.379	1.621
18	0.707	0.738	0.194	0.9576	1.0442	0.461	1.454	0.482	1.518	3.640	0.2747	0.738	1.426	5.854	0.392	1.608
19	0.688	0.717	0.187	0.9599	1.0418	0.477	1.443	0.497	1.503	3.689	0.2711	0.733	1.490	5.888	0.404	1.596
20	0.671	0.697	0.180	0.9619	1.0396	0.491	1.433	0.510	1.490	3.735	0.2677	0.729	1.548	5.922	0.414	1.586
21	0.655	0.679	0.173	0.9638	1.0376	0.504	1.424	0.523	1.477	3.778	0.2647	0.724	1.606	5.950	0.425	1.575
22	0.640	0.662	0.167	0.9655	1.0358	0.516	1.415	0.534	1.466	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566
23	0.626	0.647	0.162	0.9670	1.0342	0.527	1.407	0.545	1.455	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.632	0.157	0.9684	1.0327	0.538	1.399	0.555	1.445	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.452	1.548
25	0.600	0.619	0.153	0.9696	1.0313	0.548	1.392	0.565	1.435	3.931	0.2544	0.709	1.804	6.058	0.459	1.541
Más de 25	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	$\frac{3}{\sqrt{n}}$	—	—	—	*	†	*	†	—	—	—	—	—	—	—



APENDICE C

Tabla 24.- Números Aleatorios Compuesta 1.

COLUMNA 01			COLUMNA 02			COLUMNA 03			COLUMNA 04			COLUMNA 05			COLUMNA 06			COLUMNA 07		
N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B
15	,045	,075	17	,014	,363	21	,051	,071	18	,029	,521	17	,030	,879	30	,027	,987	20	,032	,686
21	,080	,571	05	,042	,032	10	,064	,893	24	,052	,552	26	,059	,420	21	,086	,396	12	,061	,039
30	,121	,381	18	,043	,113	30	,089	,939	14	,074	,309	24	,075	,300	10	,131	,876	22	,128	,300
23	,134	,990	28	,107	,079	25	,153	,689	10	,096	,256	07	,128	,157	29	,139	,945	18	,141	,403
24	,138	,122	06	,145	,163	29	,187	,358	28	,127	,075	28	,147	,614	20	,168	,455	03	,143	,812
08	,139	,282	25	,169	,851	18	,200	,470	19	,187	,828	03	,165	,658	01	,175	,097	13	,209	,158
19	,214	,295	02	,211	,386	24	,224	,184	01	,204	,571	29	,221	,677	24	,178	,016	29	,215	,311
11	,219	,421	04	,214	,572	14	,275	,023	13	,261	,288	06	,240	,323	06	,245	,925	16	,244	,056
29	,233	,873	03	,264	,074	01	,316	,941	30	,266	,681	11	,259	,182	02	,260	,898	28	,248	,674
16	,325	,953	07	,277	,536	06	,361	,043	22	,289	,838	15	,261	,827	14	,334	,475	11	,287	,372
17	,348	,308	30	,310	,155	26	,381	,157	05	,278	,789	22	,271	,526	05	,362	,655	02	,296	,104
06	,378	,989	21	,318	,787	23	,390	,475	08	,283	,305	14	,379	,051	09	,379	,118	24	,316	,693
07	,385	,831	11	,409	,075	11	,417	,088	02	,337	,182	13	,421	,478	13	,409	,205	14	,376	,640
02	,397	,001	15	,410	,710	07	,436	,316	06	,346	,715	21	,460	,736	26	,422	,088	15	,438	,363
13	,411	,557	29	,461	,302	13	,461	,406	15	,401	,484	12	,467	,780	25	,444	,535	19	,487	,064
25	,425	,783	14	,483	,678	20	,471	,745	25	,440	,139	30	,499	,321	17	,471	,811	09	,507	,768
01	,473	,738	19	,560	,953	03	,494	,648	27	,585	,090	01	,510	,357	04	,475	,603	06	,507	,104
18	,531	,993	27	,603	,530	27	,499	,271	09	,603	,634	18	,518	,397	23	,564	,993	27	,575	,741
20	,560	,406	09	,620	,583	12	,562	,095	21	,607	,859	05	,540	,893	15	,678	,821	10	,619	,306
27	,674	,054	13	,623	,892	08	,652	,329	17	,697	,867	23	,587	,298	28	,697	,394	23	,623	,508
22	,737	,928	08	,640	,508	17	,661	,747	23	,698	,770	08	,610	,290	11	,793	,904	30	,637	,851
12	,744	,014	10	,641	,929	16	,691	,081	11	,710	,171	02	,797	,890	03	,816	,872	21	,644	,810
04	,745	,987	20	,641	,611	02	,731	,294	07	,745	,012	10	,809	,534	27	,819	,599	26	,665	,836
09	,802	,491	23	,836	,814	19	,813	,258	26	,747	,511	25	,826	,366	07	,835	,925	04	,672	,603
10	,815	,874	12	,845	,726	04	,841	,470	03	,834	,346	16	,863	,817	16	,846	,504	07	,854	,627
05	,845	,823	24	,855	,491	22	,842	,142	20	,848	,757	19	,863	,140	18	,859	,560	05	,855	,344
14	,851	,546	16	,930	,264	15	,848	,601	12	,902	,873	27	,871	,742	19	,861	,552	17	,861	,166
28	,870	,220	01	,960	,204	09	,911	,504	04	,914	,367	04	,880	,327	08	,872	,932	01	,954	,376
26	,900	,999	22	,961	,215	28	,929	,365	29	,915	,190	09	,919	,002	12	,914	,582	25	,969	,947
03	,983	,753	25	,984	,082	05	,973	,252	16	,992	,398	20	,958	,884	22	,264	,359	08	,978	,799

COLUMNA 08			COLUMNA 09			COLUMNA 10			COLUMNA 11			COLUMNA 12			COLUMNA 13			COLUMNA 14		
N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B
15	,033	,102	25	,036	,994	13	,042	,220	25	,013	,901	12	,048	,175	20	,051	,091	01	,035	,290
01	,080	,465	19	,089	,055	12	,073	,612	06	,074	,032	30	,101	,391	28	,066	,568	10	,047	,878
11	,105	,599	09	,102	,159	18	,085	,156	07	,126	,954	02	,114	,741	12	,068	,056	09	,096	,295
16	,123	,709	28	,138	,616	26	,088	,916	26	,129	,925	28	,115	,076	22	,149	,524	06	,133	,230
06	,123	,187	18	,158	,371	05	,114	,576	22	,136	,271	26	,126	,469	29	,225	,615	15	,180	,640
07	,141	,400	14	,166	,988	30	,153	,841	23	,161	,533	18	,138	,400	04	,227	,034	16	,193	,564
09	,179	,901	12	,197	,101	21	,166	,189	18	,164	,447	27	,154	,919	03	,254	,430	20	,268	,073
20	,190	,366	05	,205	,767	25	,202	,115	08	,194	,610	20	,187	,633	19	,259	,277	02	,304	,938
25	,247	,083	11	,230	,715	23	,285	,030	20	,205	,117	22	,192	,557	01	,297	,689	18	,348	,080
14	,340	,291	15	,234	,120	01	,380	,270	15	,237	,520	16	,253	,576	18	,328	,066	26	,352	,315
22	,411	,696	13	,283	,645	15	,389	,787	14	,320	,292	15	,353	,156	07	,374	,773	07	,369	,284
18	,423	,754	10	,328	,457	24	,395	,651	04	,359	,734	21	,432	,958	17	,403	,490	30	,369	,641
30	,425	,276	01	,387	,216	10	,416	,543	09	,476	,991	04	,447	,014	23	,411	,925	13	,372	,706
13	,432	,242	24	,481	,712	04	,485	,321	16	,478	,352	13	,487	,992	24	,439	,484	19	,399	,961
17	,511	,880	20	,508	,266	29	,515	,511	11	,503	,990	01	,489	,291	06	,450	,653	24	,410	,761
10	,532	,885	30	,518	,484	27	,542	,930	01	,552	,077	10	,517	,841	10	,486	,495	21	,445	,360
28	,550	,834	23	,561	,798	08	,546	,468	12	,556	,179	25	,557	,073	13	,511	,253	11	,492	,190
26	,563	,502	08	,564	,089	22	,566	,620	10	,559	,197	19	,593	,474	26	,519	,222	12	,531	,959
03	,576	,396	03	,629	,112	19	,597	,298	28	,621	,917	11	,604	,980	09	,543	,339	03	,561	,999
19	,675	,770	04	,650	,519	14	,635	,198	30	,692	,459	29	,665	,740	15	,601	,894	22	,629	,428
21	,679	,140	02	,705	,049	06	,650	,038	19	,714	,762	14	,680	,281	30	,668	,138	05	,651	,748
24	,681	,502	29	,719	,073	16	,661	,853	02	,739	,273	07	,712	,392	11	,692	,386	23	,727	,674
05	,711	,934	21	,749	,253	20	,753	,382	13	,780	,739	08	,739	,298	25	,708	,597	29	,790	,444
27	,765	,695	06	,806	,299	25	,758	,508	24	,792	,183	06	,778	,371	14	,807	,093	17	,803	,130
08	,806	,199	22	,829	,730	17	,781	,187	27	,804	,608	23	,780	,602	16	,843	,548	04	,810	,307
12	,830	,837	16	,837	,464	11	,838	,675	05	,818	,906	24	,843	,888	05	,862	,891	14	,823	,319
23	,858	,330	17	,861	,173	09	,843	,497	17	,894	,133	17	,878	,692	08	,870	,662	26	,874	,935
29	,904	,384	26	,926	,264	02	,912	,582	03	,912	,635	03	,903	,223	21	,892	,206	08	,924	,490
04	,920	,142	27	,935	,367	03	,939	,162	29	,939	,327	09	,945	,099	02	,937	,752	27	,959	,463
02	,978	,990	07	,977	,962	07	,976	,046	21	,974	,114	05	,969	,135	27	,946	,797	25	,970	,483



Tabla 25.- Números Aleatorios Compuesta 2.

COLUMNA 15			COLUMNA 16			COLUMNA 17			COLUMNA 18			COLUMNA 19			COLUMNA 20			COLUMNA 21					
N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B
09	,024	,863	02	,033	,198	26	,010	,881	27	,062	,946	16	,023	,779	03	,036	,004	26	,033	,187			
02	,052	,746	14	,050	,386	30	,034	,493	20	,105	,481	06	,087	,867	07	,065	,218	17	,078	,980			
17	,102	,330	03	,068	,639	09	,105	,661	24	,114	,341	17	,100	,228	12	,093	,656	28	,095	,360			
05	,105	,257	18	,110	,507	27	,120	,026	06	,118	,291	23	,112	,371	28	,143	,172	10	,098	,681			
03	,177	,397	25	,121	,844	05	,146	,864	10	,133	,176	10	,132	,012	26	,150	,062	13	,158	,834			
28	,210	,054	16	,124	,840	12	,158	,520	15	,194	,337	04	,167	,899	02	,156	,037	08	,227	,327			
08	,215	,363	10	,144	,799	13	,185	,311	01	,208	,356	12	,188	,317	25	,224	,402	29	,252	,799			
01	,216	,565	24	,264	,012	21	,235	,217	04	,211	,195	25	,208	,157	01	,249	,070	14	,277	,589			
14	,243	,001	09	,320	,477	16	,255	,087	17	,285	,365	02	,301	,488	06	,270	,159	24	,291	,767			
20	,248	,171	11	,337	,844	17	,275	,994	26	,333	,212	01	,305	,407	30	,272	,166	18	,304	,223			
23	,274	,107	20	,350	,357	02	,302	,180	22	,363	,883	28	,352	,893	24	,311	,710	02	,311	,289			
18	,286	,318	01	,364	,928	08	,302	,916	29	,372	,405	15	,382	,824	13	,324	,237	06	,323	,382			
04	,338	,412	20	,446	,280	23	,394	,282	11	,377	,643	13	,405	,577	23	,336	,111	20	,331	,607			
15	,392	,694	22	,479	,792	20	,451	,981	14	,387	,841	19	,423	,676	16	,430	,776	27	,388	,921			
16	,524	,998	13	,487	,440	10	,461	,903	28	,421	,374	29	,441	,141	10	,453	,583	30	,409	,779			
12	,562	,403	29	,491	,462	22	,494	,238	05	,469	,672	03	,461	,275	27	,497	,792	03	,466	,882			
22	,572	,306	19	,503	,085	01	,512	,943	09	,481	,225	18	,632	,622	21	,509	,486	25	,474	,271			
07	,574	,599	04	,548	,862	11	,539	,651	21	,527	,329	07	,650	,804	17	,575	,769	22	,525	,536			
11	,601	,417	27	,632	,524	07	,539	,595	18	,664	,620	08	,688	,809	08	,623	,401	16	,620	,675			
13	,634	,908	08	,634	,758	03	,587	,207	02	,707	,927	05	,695	,318	05	,625	,428	21	,631	,689			
21	,672	,320	06	,636	,078	24	,604	,487	25	,728	,972	11	,701	,076	18	,668	,679	05	,689	,387			
19	,709	,717	05	,728	,205	29	,617	,827	19	,733	,041	24	,715	,107	20	,674	,385	15	,711	,520			
26	,735	,040	17	,748	,647	14	,801	,584	16	,749	,832	21	,726	,232	19	,680	,948	12	,759	,089			
30	,756	,919	15	,753	,687	15	,835	,529	30	,770	,294	27	,780	,790	15	,714	,161	11	,777	,732			
29	,834	,647	07	,816	,866	25	,838	,568	03	,845	,145	26	,837	,920	11	,756	,366	19	,780	,435			
10	,841	,414	28	,828	,783	06	,878	,828	13	,849	,215	20	,850	,881	09	,867	,443	04	,782	,983			
24	,854	,818	23	,895	,420	18	,931	,809	07	,859	,555	14	,867	,832	14	,874	,109	07	,872	,009			
25	,865	,377	21	,931	,538	04	,952	,539	08	,863	,659	22	,925	,020	22	,884	,186	01	,921	,714			
27	,951	,601	26	,948	,020	19	,961	,147	23	,977	,980	09	,951	,722	29	,963	,612	09	,932	,817			
06	,970	,582	12	,993	,399	28	,971	,177	12	,981	,369	30	,958	,056	04	,982	,624	23	,947	,065			

COLUMNA 22			COLUMNA 23			COLUMNA 24			COLUMNA 25			COLUMNA 26			COLUMNA 27			COLUMNA 28					
N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B	N°	A	B
12	,039	,952	26	,030	,935	16	,066	,465	02	,073	,716	16	,052	,023	21	,026	,979	29	,015	,576			
11	,068	,886	03	,060	,411	08	,074	,588	26	,073	,191	01	,057	,087	17	,061	,284	07	,053	,293			
30	,087	,744	13	,061	,073	11	,094	,848	16	,084	,853	04	,126	,221	06	,100	,271	10	,076	,649			
01	,091	,565	29	,111	,346	18	,151	,776	11	,122	,434	22	,136	,180	05	,102	,512	25	,089	,624			
17	,100	,054	24	,179	,957	17	,154	,899	14	,158	,228	13	,145	,937	10	,118	,161	20	,233	,131			
10	,244	,316	18	,202	,827	21	,162	,388	05	,185	,013	07	,196	,880	16	,127	,482	23	,236	,208			
23	,245	,068	09	,222	,757	01	,171	,577	28	,220	,077	20	,209	,818	07	,262	,867	09	,238	,602			
21	,283	,212	06	,233	,348	03	,227	,223	10	,273	,248	05	,232	,440	25	,297	,273	13	,264	,529			
22	,290	,911	11	,234	,433	10	,252	,633	15	,280	,688	30	,248	,992	13	,317	,603	03	,284	,159			
02	,305	,651	22	,255	,198	12	,274	,798	07	,285	,144	06	,262	,144	08	,319	,418	26	,352	,556			
19	,371	,760	08	,267	,539	26	,299	,849	06	,290	,480	10	,282	,849	02	,363	,012	02	,358	,074			
16	,412	,546	20	,317	,497	25	,351	,025	18	,306	,040	02	,405	,846	27	,429	,830	30	,404	,864			
27	,415	,342	21	,331	,700	20	,351	,648	22	,370	,717	19	,420	,814	14	,437	,979	17	,417	,540			
03	,467	,080	07	,356	,936	05	,393	,807	21	,371	,993	12	,453	,635	20	,448	,336	27	,432	,112			
15	,472	,598	27	,408	,653	06	,438	,003	24	,437	,365	09	,465	,333	26	,478	,089	05	,455	,025			
28	,488	,366	28	,542	,693	27	,472	,786	17	,467	,216	18	,473	,585	28	,496	,811	14	,472	,038			
06	,498	,203	17	,566	,354	24	,503	,865	27	,488	,357	08	,511	,386	12	,508	,117	21	,515	,091			
09	,523	,191	16	,594	,375	09	,583	,838	30	,587	,837	15	,515	,748	29	,516	,111	12	,520	,313			
13	,567	,206	30	,613	,374	07	,591	,838	19	,594	,774	03	,557	,654	23	,573	,572	04	,591	,563			
29	,604	,413	04	,687	,895	13	,624	,101	09	,610	,154	26	,571	,777	18	,618	,927	28	,612	,659			
14	,673	,683	02	,696	,291	04	,651	,107	03	,670	,759	14	,725	,884	19	,654	,978	06	,625	,841			
26	,699	,425	05	,709	,106	22	,703	,498	12	,715	,441	25	,767	,364	04	,702	,179	16	,709	,114			
18	,714	,148	19	,741	,156	19	,717	,097	08	,739	,445	29	,802	,856	01	,720	,585	22	,736	,629			
04	,763	,614	14	,798	,892	02	,730	,916	20	,771	,106	24	,840	,712	22	,738	,605	08	,779	,508			
20	,787	,802	15	,820	,982	23	,752	,333	25	,774	,162	11	,863	,004	11	,804	,285	15	,833	,849			
25	,858	,631	12	,867	,827	29	,760	,128	23	,776	,324	28	,870	,625	03	,818	,633	19	,844	,384			
05	,896	,523	10	,882	,524	28	,881	,976	01	,847	,353	27	,874	,928	30	,916	,047	01	,891	,134			
08	,917	,263	23	,909	,462	14	,886	,964	29	,929	,952	23	,885	,718	09	,929	,856	18	,906	,116			
07	,945	,989	01	,918	,194	30	,929	,356	04	,935	,700	21	,906	,887	24	,956	,482	11	,943	,163			
24	,948	,610	25	,975	,811	15	,988	,172	13	,937	,494	17	,950	,183	15	,958	,584	24	,974	,633			