



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS  
DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERIA QUÍMICA

ESTUDIO DE LA FRACTALIDAD DE LAS SEGUNDAS FASES EN  
ALEACIONES DE ALUMINIO SOMETIDAS A TRATAMIENTOS  
TÉRMICOS DE SOLUBILIZACIÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO QUÍMICO

PRESENTA

JOSÉ EDUARDO LEDESMA AVILÉS

ASESOR

MAESTRA EN METALURGIA Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES  
MERCEDES GABRIELA TÉLLEZ ARIAS

COASESOR

DOCTOR EN METALURGIA Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES  
ISMELI ALFONSO LÓPEZ

MORELIA, MICHOACAN, MARZO 2015.



## Agradecimientos

Primeramente a la vida por permitirme llegar a este punto de mi existencia y brindarme la fuerza para seguir adelante desde el inicio de mis estudios hasta ahora.

A mi familia que son fuente de apoyo constante e incondicional en toda mi vida y más aún en mis duros años de carrera profesional y en especial mi más grande agradecimiento a mi madre que sin su ayuda hubiera sido imposible culminar mi profesión.

A mi padre por permitirme ser.

A mis amigos Paola Mora, Alejandro Ayala, Alejandro Barrera, Arturo Romo, Baltazar Castro, Eduardo Pérez con cariño les agradezco su apoyo y compañía en este tiempo que disfrutamos y sufrimos.

A Ivette Aranda por estar conmigo en buenos y malos momentos por sus regaños y cariño; gracias por este tiempo.

A mis asesores: M.C. Mercedes Gabriela Téllez Arias por brindarme su apoyo, tiempo, su consejo, orientación y alentarme en diferentes momentos desde que nos conocemos. Dr. Ismelí Alfonso López por su apoyo y tiempo dedicado durante el desarrollo de este proyecto, su comprensión.

A mis profesores y la institución por las enseñanzas que obtuve durante mi estancia en las aulas y laboratorios de la Facultad de Ingeniería Química.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

A mi mesa de jurados; Dr. Reginaldo, Dr. Rafael, Dr. Apolinar; por sus sabios comentarios y correcciones que hicieron que este trabajo fuera más completo.

También a las instituciones y dependencias que colaboraron para hacer posible la realización de este proyecto:

- ❖ Laboratorio de Materiales Avanzados del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM.
- ❖ Facultad de Ingeniería Mecánica (FIM, UMSNH).

### Dedicatoria

Con mucho cariño dedico esta tesis que es fruto de esfuerzo, estudio, perseverancia y tiempo, que con anhelo he ofrecido en esta etapa con la esperanza de compartir y disfrutar con mis seres queridos lo que sigue.

A mi mamá, Leticia Avilés Ávila, por el esfuerzo por brindarme educación, tanto académica como de la vida, por su incondicional apoyo, ejemplo de vida y lucha, por sus regaños, por su amor, por su paciencia.

A mi abuelita y tíos por su apoyo, sus consejos, sus valores, la motivación constante y más que nada su amor.

A mi hermano, Rodrigo, por crecer y estar juntos por las veces que peleamos y muchas otras cosas que hemos hecho, gracias por estar conmigo.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

Índice

Objetivos.	12
Justificación.	13
Hipótesis.	14
Resumen.	15
Abstract.	15
Introducción.	16
Capítulo I: Generalidades.	18
I.1. Aleaciones de aluminio.	19
I.1.1. Clasificación de las aleaciones de aluminio.	19
I.1.2. Elementos de las aleaciones de aluminio.	20
I.1.3. Fundición de las aleaciones de aluminio.	22
I.1.3.1. Fundición convencional.	22
I.1.3.2. Fundición de la aleación Al-Si-Cu-Mg.	23
I.2. Microestructura de las aleaciones de aluminio.	24
I.2.1. Microestructura de las aleaciones de aluminio cuaternarias.	25
I.3. Tratamientos térmicos para las aleaciones de aluminio.	26
I.3.1. Tratamiento de solución.	27
I.3.1.1. Tratamiento de solución para la aleación Al-Si-Cu-Mg.	27
I.3.2. Temple.	28
I.3.2.1. Temple de las aleaciones de Al.	29
I.4. Fractalidad.	30
I.4.1. Geometría fractal.	30
I.4.2. Clasificación de los fractales.	32

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

I.4.2.1. Clasificación de acuerdo a su origen.-----	33
I.4.2.2 Clasificación de acuerdo a sus propiedades.-----	33
I.4.3. Autosimilitud.-----	36
I.4.4. Dimensión fractal.-----	37
I.4.5. Método de conteo de cajas.-----	42
I.5. Fractalidad aplicada al estudio de los materiales-----	46
<b>Capítulo II: Desarrollo experimental.-----</b>	<b>51</b>
II.1. Fabricación de las aleaciones experimentales.-----	52
II.2. Caracterización de las aleaciones experimentales.-----	53
II.2.1. Difracción de Rayos-X.-----	53
II.2.2. Microscopía óptica.-----	53
II.2.3. Microscopía electrónica de barrido.-----	54
II.2.4. Microdureza.-----	54
II.3. Tratamiento térmico de solución.-----	55
II.3.1. Caracterización de las aleaciones solubilizadas.-----	56
II.3.1.1. Disolución de fases.-----	56
II.3.1.2. Tamaño, forma y distribución de las partículas.-----	57
II.4. Procesamiento estadístico.-----	58
II.5. Análisis fractal de imágenes.-----	59
II.5.1 Medición de la dimensión fractal.-----	60
II.5.2 Medición de la cantidad de segundas fases.-----	61
II.5.3 Comparación de la dimensión fractal con los datos de análisis de imágenes convencionales obtenidos.-----	61

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

<b>Capítulo III: Análisis y discusión de resultados.</b> -----	<b>63</b>
III.1. Aleaciones sin tratamientos térmicos.-----	<b>64</b>
III.2. Aleaciones con tratamiento térmico.-----	<b>70</b>
III.2.1 Aleación AM01 (0.59% Mg).-----	<b>70</b>
III.2.2. Aleación AM03 (3.80% Mg).-----	<b>75</b>
III.2.3. Aleación AM06 (6.78% Mg).-----	<b>80</b>
III.3. Correlaciones.-----	<b>85</b>
<b>Capítulo IV: Conclusiones y recomendaciones.</b> -----	<b>96</b>
IV.1. Conclusiones.-----	<b>97</b>
IV.2. Recomendaciones.-----	<b>98</b>
Bibliografía.-----	<b>99</b>

## Índice de figuras

<b>Figura 1.</b> Objetos encontrados en la naturaleza que son desordenados e irregulares. A) costas marítimas de países, B) bordes de ríos, C) rayos.---	<b>32</b>
<b>Figura 2.</b> Fractales lineales. A) Conjunto de Cantor, B) Curva de vonKoch, C) Triángulo de Sierpinski.-----	<b>34</b>
<b>Figura 3.</b> Fractales no lineales A) Conjunto de Mandelbrot, B) Conjunto de Julia.-----	<b>34</b>
<b>Figura 4.</b> Fractal plasmático.-----	<b>35</b>
<b>Figura 5.</b> Fractalidad en las costas de Inglaterra.-----	<b>37</b>
<b>Figura 6.</b> Proceso de origen de un fractal (curva de vonKoch).-----	<b>39</b>
<b>Figura 7.</b> Diagrama log-log para el cálculo de dimensión fractal.-----	<b>43</b>
<b>Figura 8.</b> Dibujo en cuadros o cajas sobre el fractal del Triángulo de Sierpinski.-----	<b>44</b>
<b>Figura 9.</b> Diagrama log-log del Triángulo de Sierpinski.-----	<b>45</b>
<b>Figura 10.</b> Tamaño de calibración o de pixel de rama de árbol.-----	<b>46</b>
<b>Figura 11.</b> Ilustración de las fases más representativas para las aleaciones con (a,b) 0.59% Mg, (c,d) 3.80% Mg y (e,f) 6.78% Mg.-----	<b>65</b>
<b>Figura 12.</b> Imagen de la aleación AM01 en colada convertida a 8 bit.-----	<b>66</b>
<b>Figura 13.</b> Imagen contrastada de la aleación AM01 en colada.-----	<b>66</b>
<b>Figura 14.</b> Imagen de capas de la aleación AM01 en colada. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.-----	<b>67</b>
<b>Figura 15.</b> Distribución fractal de la imagen de la aleación AM01 en su estado de colada.-----	<b>67</b>
<b>Imagen 16.</b> Imágenes obtenidas por microscopía óptica de las aleaciones en el estado de colada con sus dimensiones fractales.-----	<b>68</b>

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

<b>Figura 17.</b> Micrografías ópticas de la evolución de la microestructura al aumentar el tiempo de solubilización para la aleación AM01 a una temperatura de 480°C.	71
<b>Figura 18.</b> Imagen contrastada de la aleación AM01 con 12 horas de tratamiento térmico.	72
<b>Figura 19.</b> Imagen de capas de la aleación AM01 con 12 horas de tratamiento térmico. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.	72
<b>Figura 20.</b> Distribución fractal de la imagen de la aleación AM01 con 12 horas de tratamiento térmico.	73
<b>Figura 21.</b> Evolución de $D_f$ de acuerdo al tiempo de tratamiento térmico para la aleación con 0.59% Mg.	75
<b>Figura 22.</b> Evolución de la microestructura para la aleación AM03 (3.80% Mg) solubilizada a 500°C.	76
<b>Figura 23.</b> Imagen contrastada de la aleación AM03 con 12 horas de tratamiento térmico.	77
<b>Figura 24.</b> Imagen de capas de la aleación AM03 con 12 horas de tratamiento térmico. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.	77
<b>Figura 25.</b> Distribución fractal de la imagen de la aleación AM03 con 12 horas de tratamiento térmico.	78
<b>Figura 26.</b> Evolución de $D_f$ de acuerdo al tiempo de tratamiento térmico para la aleación con 3.80% Mg.	80
<b>Figura 27.</b> Evolución de la microestructura para la aleación AM06 al aumentar el tiempo de solubilización para una temperatura de 500°C en los distintos estados.	81

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

<b>Figura 28.</b> Imagen contrastada de la aleación AM06 con 12 horas de tratamiento térmico.-----	<b>82</b>
<b>Figura 29.</b> Imagen de capas de la aleación AM06 con 12 horas de tratamiento térmico. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.-----	<b>82</b>
<b>Figura 30.</b> Distribución fractal de la imagen de la aleación AM06 con 12 horas de tratamiento térmico.-----	<b>82</b>
<b>Figura 31.</b> Evolución de $D_f$ de acuerdo al tiempo de tratamiento térmico para la aleación con 6.78% Mg.-----	<b>85</b>
<b>Figura 32.</b> Comportamiento del factor forma (F).-----	<b>86</b>
<b>Figura 33.</b> Comportamiento del diámetro equivalente ( $D_e$ ).-----	<b>87</b>
<b>Figura 34.</b> Comportamiento de $D_f$ y F respecto a t de la aleación AM01.-----	<b>88</b>
<b>Figura 35.</b> Comportamiento de $D_f$ y F respecto a t de la aleación AM03.-----	<b>88</b>
<b>Figura 36.</b> Comportamiento de $D_f$ y F respecto a t de la aleación AM06.-----	<b>89</b>
<b>Figura 37.</b> Correlación $D_f$ - F de la aleación AM01.-----	<b>90</b>
<b>Figura 38.</b> Correlación $D_f$ - F de la aleación AM03.-----	<b>90</b>
<b>Figura 39.</b> Correlación $D_f$ - F de la aleación AM06.-----	<b>91</b>
<b>Figura 40.</b> Comportamiento de $D_f$ y $D_e$ respecto a t de la aleación AM01.-----	<b>92</b>
<b>Figura 41.</b> Comportamiento de $D_f$ y $D_e$ respecto a t de la aleación AM03.-----	<b>92</b>
<b>Figura 42.</b> Comportamiento de $D_f$ y $D_e$ respecto a t de la aleación AM06.-----	<b>93</b>
<b>Figura 43.</b> Correlación $D_f$ - $D_e$ de la aleación AM01.-----	<b>94</b>
<b>Figura 44.</b> Correlación $D_f$ - $D_e$ de la aleación AM03.-----	<b>94</b>
<b>Figura 45.</b> Correlación $D_f$ - $D_e$ de la aleación AM06.-----	<b>95</b>

### Índice de tablas

<b>Tabla 1.</b> Designación de las aleaciones de aluminio para fundición.-----	<b>20</b>
<b>Tabla 2.</b> Formas fractales y sus dimensiones.-----	<b>41</b>
<b>Tabla 3.</b> Composiciones químicas en % en peso de las aleaciones obtenidas.-----	<b>52</b>
<b>Tabla 4.</b> Resultados del análisis de la dimensión fractal de la aleación AM01.-----	<b>74</b>
<b>Tabla 5.</b> Resultados del análisis de la dimensión fractal de la aleación AM03.-----	<b>79</b>
<b>Tabla 6.</b> Resultados del análisis de la dimensión fractal de la aleación AM06.-----	<b>84</b>

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

## Objetivos

### Objetivo general:

Determinar el efecto del contenido de Mg y de los tratamientos térmicos sobre la microestructura de aleaciones Al-Si-Cu-Mg.

### Objetivos específicos:

- ❖ Analizar los diferentes tipos de aleaciones de aluminio y sus métodos de obtención.
- ❖ Analizar sus propiedades y diferentes aplicaciones.
- ❖ Determinar la microestructura de tres aleaciones ya obtenidas modificando el contenido de Mg.
- ❖ Analizar las imágenes obtenidas después de realizar tratamientos térmicos de solubilización a las aleaciones.
- ❖ Determinar la distribución fractal de las segundas fases.

### **Justificación**

La importancia del conocimiento de las aleaciones de aluminio radica en sus diversas aplicaciones en industrias como la automovilística, aeroespacial y estructural principalmente, por lo cual es importante conocer el comportamiento de las segundas fases de una aleación al modificar el contenido de elementos de aleación, en particular del tipo Al-Si-Cu-Mg, así como al modificar el tratamiento térmico.

### Hipótesis

- ❖ Es posible modificar de manera importante la composición química de las aleaciones de aluminio añadiendo Mg con cuidados especiales debido a su volatilidad.
- ❖ La modificación de aleaciones Al-Si-Cu aumentando el contenido de Mg origina microestructuras diferentes, cambiando el por ciento volumétrico de las segundas fases.
- ❖ Es posible determinar el efecto de los elementos de aleación y del tipo de tratamiento térmico mediante análisis de la distribución fractal de las segundas fases.

## Resumen

En esta investigación se realizó una búsqueda bibliográfica sobre el tema de las aleaciones de aluminio para fundición, principalmente las aleaciones Al-Si-Cu-Mg, sus aplicaciones, procesos de fabricación y tratamientos térmicos, así como sobre el concepto de fractalidad y su uso para caracterizar distribuciones de fases en materiales multifásicos. Dentro del trabajo de investigación se plantea un estudio microestructural de las segundas fases obtenidas y cómo se va modificando su estructura a medida que se realizan tratamientos térmicos de solubilización, lo cual se desarrolla mediante el análisis fractal de imágenes.

**Palabras clave:** Fractal; Aluminio; Tratamiento Térmico.

## Abstract

In this research a literature search on the subject of aluminum alloys for casting, mainly alloys Al-Si-Cu-Mg, applications, manufacturing processes and heat treatments, as well as the concept of fractality and its use was conducted to characterize phase distributions in multiphase materials. Within the research microstructural study of the playoffs obtained arises and how it is changing its structure as solubilization heat treatments are performed, which is developed by fractal image analysis.

**Keywords:** Fractal; Aluminum; Thermal Treatment.

## Introducción

Las aleaciones Al-Si-Cu-Mg son muy utilizadas en la industria automotriz por su alta relación resistencia-peso. Estas aleaciones tienen una resistencia media entre las Al-Si y Al-Cu, lo cual hace que sean útiles en aplicaciones donde la resistencia requerida no sea muy alta. El Si imparte elevada fluidez y el Cu aumenta la resistencia mecánica [2]. Para la aleación ternaria Al-Si-Cu el precipitado  $Al_2Cu$  es el encargado de aumentar la dureza, pero al adicionar Mg precipita el  $Mg_2Si$ , el cual, junto con el  $Al_2Cu$ , origina mayores aumentos en la dureza y la resistencia [2, 3, 4]. Entre las aleaciones cuaternarias está la 319, que presenta un contenido de Si entre 5.5 y 6.5 % en peso, Cu en el rango de 3.0 a 4.0 % y Mg para fines de reforzamiento, pero a expensas de la disminución de la ductilidad, no sobrepasando el 1 % [4, 5, 6]. No obstante se encontró reportada una patente acerca de una aleación de aluminio similar a la 319, pero con contenidos de magnesio entre 0.5 y 7.0 % en peso [7]. El Mg aumenta la dureza y resistencia por solubilización sólida. Si el contenido de Mg es menos de 0.5 % el efecto obtenido no es suficientemente elevado. Entre las fases formadas, según la secuencia de precipitación desde el estado líquido para una aleación cuaternaria, se encuentran:

- a) Dendritas  $\alpha$ -Al (611°C)
- b)  $Al_5FeSi$  preeutético (572-600°C)
- c) Partículas de Si eutéticas (559-561°C)
- d)  $Al_5FeSi$  posteutético (540-550°C)

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

- e)  $Mg_2Si$  (491-559°C)
- f)  $CuAl_2$  en forma de bloques(510°C)
- g) Al- $CuAl_2$  eutéctico (507°C)
- h) Fase cuaternaria Q ( $Al_5Mg_8Cu_2Si_6$ ) (502 °C)

Existen algunos trabajos acerca de la caracterización de aleaciones Al-Si-Cu-Mg con bajos contenidos de Mg [8] obtenidas por métodos convencionales, pero la información para aleaciones con alto contenido de Mg, mayor a 7 %, es escasa. Además, la mayoría de los trabajos relacionados con la caracterización de las segundas fases en aleaciones se realiza mediante análisis de imágenes convencional. Existen reportes sobre algunas determinaciones fractales para las segundas fases en materiales multifásicos, pero ninguno para este tipo de aleaciones. La geometría fractal permite estudiar fenómenos irregulares que no pueden ser caracterizados con las teorías geométricas clásicas, y fue establecido por Mandelbrot en 1982. Un fractal es un objeto que posee estructura a cualquier escala, contiene copias de sí mismo y es muy útil para determinar diferentes cambios en fases [9]. Por tal motivo el presente estudio tiene como objetivo principal el análisis fractal del efecto del Mg y el tiempo de tratamiento térmico sobre la microestructura de aleaciones cuaternarias Al-Si-Cu-Mg. Para lograr este objetivo es necesario caracterizar a las aleaciones en su estado de colada y después de diferentes tiempos de tratamientos térmicos. Para este propósito se utilizarán microscopías óptica y el software ImageJ para el estudio de la distribución fractal en las imágenes obtenidas.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

# Capítulo I: Generalidades.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

### I.1. Aleaciones de aluminio.

Las aleaciones de aluminio son obtenidas a partir de la combinación de este metal con otros elementos (cobre, magnesio, zinc, manganeso, silicio, etc.) que mejoran sus propiedades mecánicas, pues al ser éstas un material maleable y dúctil, necesita mejorar su resistencia mecánica y en algunas aplicaciones mejorar aspectos como la dureza [1].

En la industria también son conocidas como aleaciones ligeras, debido a que tiene una densidad mucho menor comparada con la del acero (aproximadamente es la tercera parte de la densidad del acero). Precisamente, esta ligereza de las aleaciones de aluminio, ha conllevado a la industria a emplearlas en la construcción de aeronaves y automóviles, proporcionándoles un menor peso, hecho que da ventajas adicionales, como lo es la reducción en el consumo de carburantes y disminución notable de los gases emitidos que causan graves daños a la atmósfera y a la salud.

Existen más de 300 aleaciones de aluminio registradas y otras que en la actualidad están siendo desarrolladas para nuevas aplicaciones [1].

#### I.1.1. Clasificación de las aleaciones de aluminio.

El aluminio y sus aleaciones se dividen en dos grupos bien diferenciados: forja y fundición, esto está determinado por la norma H35.1 de la ANSI (American National Standards Institute). Sus principales elementos aleantes son Cu, Si, Mg, Zn y Mn [2, 3, 4]. En la clasificación de las aleaciones

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

para fundición se utilizan tres números seguidos de un decimal, como se observa en la tabla 1. El primer número identifica los elementos de aleación mayoritarios.

*Tabla 1. Designación de las aleaciones de aluminio para fundición [3].*

Elementos aleantes	Designación
Aluminio $\geq$ 99.00 %	1xx.x
Cobre	2xx.x
Silicio, más Cu y/o Mg	3xx.x
Silicio	4xx.x
Magnesio	5xx.x
Zinc	7xx.x
Estaño	8xx.x
Otros elementos	9xx.x
Sin usar	6xx.x

I.1.2. Elementos de las aleaciones de aluminio.

En la mayoría de sus aplicaciones el aluminio está acompañado de elementos aleantes que mejoran las propiedades mecánicas del material.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

La influencia de cada elemento sobre las propiedades de cada aleación es como sigue [2]:

- ❖ **Silicio (Si).** Los contenidos de este elemento en las aleaciones de aluminio pueden ir desde porcentajes bajos ( $< 1\%$  en peso) hasta el 25%. El efecto más sobresaliente del Si es que mejora las propiedades de fluidez del material al ser fundido, por lo cual se pueden obtener piezas con secciones más complejas, existiendo menor cantidad de defectos de fundición. Variaciones en el contenido de este elemento tienen un efecto casi nulo sobre la temperatura eutéctica [5]. Kobayashi y col. [6] reportan que al aumentar el contenido de Si aumenta la resistencia a la tensión y a la fatiga, mientras que la elongación disminuye.
- ❖ **Cobre (Cu).** Generalmente los porcentajes de Cu en el aluminio van del 1 al 10%. Al aumentar el contenido de este elemento mejoran sustancialmente la resistencia y la dureza de las aleaciones tratables térmicamente debido a la formación de precipitados [2]. El aumento del contenido de Cu en la aleación reduce la resistencia a la corrosión del aluminio y disminuye la temperatura eutéctica.
- ❖ **Magnesio (Mg).** Origina que aumenten la resistencia y la dureza en las aleaciones de aluminio tratadas térmicamente que contienen Si y Cu, pues aumenta el endurecimiento por precipitación. El contenido de Mg en las aleaciones de la serie 3xxx.x es generalmente entre 0.5 y 1.0% debido a que mayores contenidos generan baja ductilidad [2]. Sin embargo en los últimos años se han estudiado aleaciones de

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

aluminio con porcentajes de Mg cercanos al 7 % [7] con mejores propiedades mecánicas.

En las aleaciones de aluminio están presentes elementos en contenidos bajos que pueden provocar importantes efectos sobre las propiedades de la aleación. El sodio (Na) y el estroncio (Sr) mejoran la distribución de las partículas de Si, además el Sr modifica los intermetálicos [2, 10, 11, 12], el fósforo (P) se utiliza como agente nucleante, mientras que el hierro (Fe) origina que haya mayor dureza, mayor resistencia a temperaturas elevadas y menor fragilidad en caliente, aunque disminuye la ductilidad. Igual cambio provocan el manganeso (Mn) y el níquel (Ni) [2]. El Mn en combinación con el Si hace a la aleación sensible al envejecido [4]. El calcio (Ca) y el Na afectan propiedades como la maquinabilidad. El Na también se utiliza para eliminar la cristalización del Si antes del vaciado [2].

### I.1.3. Fundición de las aleaciones de aluminio.

#### I.1.3.1. Fundición convencional.

Las aleaciones de aluminio para fundición cubren un amplio campo [13, 14], tanto en composiciones como en aplicaciones. Ha existido un desarrollo continuo en estas aleaciones como resultado de la importancia cada vez mayor de las piezas obtenidas por fundición. Después de la Segunda Guerra Mundial se empezaron a usar de manera más generalizada las aleaciones con Cu, y poco después las que contienen Si debido a las buenas características de fundición y bajo coeficiente de dilatación [13].

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

Las aleaciones Al-Si son las más importantes después de las Al-Cu. Tienen buenas propiedades de colada, poco agrietamiento en caliente y buena resistencia a la corrosión. Debido a la dificultad de colada de las aleaciones Al-Cu se empezaron a usar las Al-Si-Cu, las cuales presentan una resistencia a la corrosión intermedia entre las Al-Si y las Al-Cu. Se utilizan en aplicaciones donde las tensiones a las que las piezas deben estar sometidas no son de gran magnitud, como pueden ser monoblocks, pistones, cabezas de cilindros y partes del cigüeñal [2, 10, 15]. Para lograr una estructura de grano más fino y mayor resistencia se utilizan moldes permanentes. Sin embargo estos moldes tienen limitaciones de tamaño, y para piezas complejas resulta difícil o imposible su uso, utilizándose los moldes de arena [8, 16].

### I.1.3.2. Fundición de la aleación Al-Si-Cu-Mg.

Las aleaciones Al-Si-Cu-Mg son fundidas a una temperatura cercana a 750°C [2, 10, 11], con diferentes temperaturas de precalentamiento. Kobayashi y col. [6] utilizan temperaturas del molde entre 150 y 350°C, mientras que Ouellet y col. [15] utilizan 420°C. Sin embargo para obtener menor cantidad de segundas fases y mejorar las propiedades mecánicas también se utilizan moldes con sistema de enfriamiento [12, 17]. Las aleaciones obtenidas en molde de arena son utilizadas en partes de motores diesel, tanques de gasolina y aceite, así como en monoblocks. Las obtenidas en molde permanente se usan para cabezas de cilindros y partes del motor.

## I.2. Microestructura de las aleaciones de aluminio.

Los cambios microestructurales ocurren de manera simultánea a los tratamientos térmicos a que se someten las aleaciones de aluminio, como son los tratamientos de solución y de envejecido. La microestructura de las aleaciones de aluminio contiene información importante que puede relacionarse con las propiedades mecánicas. Algunos de los aspectos microestructurales que se debe analizar son [2, 18]:

- ❖ **Segundas fases:** De acuerdo al contenido de elementos de aleación las aleaciones de aluminio pueden tener en su microestructura a diferentes segundas fases, en diferentes porcentajes, pudiendo ser tales como fases ricas en Cu, Mg, Si, zinc (Zn), etc., de acuerdo al tipo de aleación. Estas segundas fases pueden tener diferentes formas y pueden ser fases binarias, ternarias o incluso cuaternarias. Su forma puede ser desde agujas hasta eutéctica.
- ❖ **Partículas precipitadas:** De tamaño nanométrico, obtenidas debido a la precipitación a partir de soluciones sólidas sobresaturadas. Solo pueden observarse mediante microscopía electrónica de transmisión de alta resolución. La naturaleza y cantidad de estas fases depende de las propiedades y porcentaje de los elementos de aleación, así como de las condiciones de tiempo y temperatura de precipitación. Ejemplos son el  $\text{CuAl}_2$  y el  $\text{Mg}_2\text{Si}$ .
- ❖ **Zonas libre de precipitados:** Se presentan en los límites de grano, ya que durante el tratamiento térmico de envejecido las áreas

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

adyacentes a los límites de grano presentan baja concentración de vacancias y átomos de soluto, por lo que en estas condiciones ocurren en menor grado la nucleación y el crecimiento. Tienen un efecto dañino en las propiedades de las aleaciones, ya que son más blandas que la matriz que las rodea, lo cual puede provocar fallas prematuras bajo cargas de tensión.

- ❖ **Partículas dispersoides:** Son compuestos intermetálicos formados por metales de transición presentes en las aleaciones de aluminio, tales como Mn, cromo (Cr) y circonio (Zr). Controlan la estructura de grano, la recristalización y el crecimiento de grano. Su distribución es no homogénea y no es influenciada por el tratamiento térmico. Tienen dimensiones entre 0.1 y 0.5  $\mu\text{m}$  y contribuyen de manera muy reducida al endurecimiento de la aleación. Ejemplos específicos son  $\text{ZrAl}_3$ ,  $\text{Al}_{13}(\text{FeMn})_3\text{Si}$  y  $\text{Al}_{12}\text{Mg}_2\text{Cr}$ .
- ❖ **Partículas constituyentes:** Este tipo de partícula es de mayor tamaño que los precipitados y dispersoides. Se forman por la descomposición eutéctica durante la solidificación. Un ejemplo son las partículas de Si.

### 1.2.1. Microestructura de las aleaciones de aluminio cuaternarias.

Las aleaciones de aluminio cuaternarias presentan una mayor cantidad de segundas fases que las binarias (Al-Cu ó Al-Si) y que las ternarias (Al-Si-Mg ó Al-Cu-Mg). Además el alto contenido de elementos aleantes en estas

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

aleaciones no hace posible una disolución completa de las segundas fases incluso para tiempos de tratamiento térmico de solución de 100 h [22, 23, 27]. Por tal motivo es esencial el estudio de las fases presentes. La estructura fundida incluye  $\alpha$ -Al, Si eutéctico, partículas de Si,  $Mg_2Si$ ,  $CuAl_2$ ,  $Al_5Cu_2Mg_8Si_6$ ,  $Al_5SiFe$  y otros intermetálicos complejos [11]. Samuel y col. [17, 23] reportan que la secuencia de aparición de las principales fases durante la solidificación es:

- a) Dendritas de  $\alpha$ -Al (611°C)
- b) Partículas eutécticas de Si (559-561°C)
- c)  $Mg_2Si$ (491-559°C)
- d) Partículas de  $CuAl_2$ (510°C)
- e) Fase Q ( $Al_5Mg_8Cu_2Si_6$ ) (502°C)

### I.3. Tratamientos térmicos para las aleaciones de aluminio.

El tratamiento térmico es utilizado para lograr reforzamiento de las aleaciones de Al. Habitualmente son sometidas a procesos de solubilización de segundas fases, temple y envejecido, pero en ocasiones solo se realiza parte de este proceso, dependiendo de las propiedades mecánicas que se desean obtener. Dependiendo de la composición química de la aleación que se desea tratar térmicamente se eligen las temperaturas y tiempos adecuados para cada etapa del tratamiento térmico.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

### I.3.1. Tratamiento de solución.

Durante la solución se mantiene a la aleación a una temperatura alta durante un tiempo suficiente para lograr la solubilización de la mayor cantidad posible de elementos de aleación endurecedores y alcanzar una solución sólida cercana a la homogeneidad [2]. Los medios de calentamiento usuales son hornos de aire circulante y baños de sales fundidas. En el tratamiento térmico de solución se debe evitar que la temperatura exceda la temperatura inicial de fusión eutéctica porque puede ocurrir fusión apreciable en las fronteras de grano, afectándose propiedades tales como la resistencia a la tensión, ductilidad y tenacidad. Otro problema que se puede presentar es que la temperatura esté apreciablemente por debajo de la línea de solvus (subenfriamiento), por lo que la solución es incompleta y el endurecimiento es menor que el esperado. Otro aspecto que debe cuidarse es la velocidad de calentamiento, pues cuando se usan velocidades altas puede ocurrir la fusión fuera de equilibrio.

#### I.3.1.1. Tratamiento de solución para la aleación Al-Si-Cu-Mg.

Para esta aleación se recomiendan diferentes ciclos de tratamiento térmico de solución. El más comúnmente usado consiste en someter a la aleación a una temperatura de 505°C durante 12 h para molde de arena y 4-12 h para molde permanente [2, 19, 20]. No obstante en la bibliografía se han empleado diferentes ciclos de tratamientos térmicos. Shivkumar y col. [21] recomiendan para molde permanente un tratamiento de 8 h a una

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

temperatura de 510°C. Ouellet y col. [10] utilizan un tratamiento de solubilización de 8 h a 500°C y hacen notar que al aumentar la temperatura de solubilización por encima de 505°C aumenta la velocidad de disolución, pero ocurre la fusión incipiente de fases. Lasa y col. [22] utilizan 500°C y reportan que la fase Q no sufre cambio incluso al someter la aleación a 500°C durante 24 h, mientras que Li y col. [23] reportan que solo después de 100 h la fase  $\text{CuAl}_2$  se disuelve por completo. La temperatura debe ser controlada cuidadosamente debido a que ocurre la fusión localizada de fases de bajo punto de fusión [22, 24, 25, 26]. Samuel y col. [24, 25] reportan la fusión localizada de la fase Q a 507°C. Al fundir esta fase y posteriormente realizar temple se obtienen porosidades debido a contracción. Se muestra que las fases Q y  $\text{CuAl}_2$  son las más críticas en cuanto a la elección de la temperatura de solubilización. Wang y col. [27] también encontraron fusión parcial de Q en las fronteras de grano a temperaturas de aproximadamente 507°C.

### I.3.2. Temple.

Después del tratamiento térmico de solución la aleación se somete a temple. El objetivo de este tratamiento es mantener la solución sólida con alta concentración de elementos de aleación. Esto se puede lograr disminuyendo la temperatura de manera rápida para minimizar la precipitación de átomos de soluto y posteriormente lograr una precipitación controlada. Los medios templantes más utilizados son el agua y el aceite, dependiendo del tamaño y forma de las piezas, y las propiedades requeridas. En la mayoría de los casos se usa agua entre 15

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

y 25°C, aunque para las aleaciones de aluminio para fundición se usan temperaturas mayores [28]. Durante el temple pueden desarrollarse dislocaciones y precipitados. La densidad de dislocaciones depende de la temperatura a la que se realizó el tratamiento térmico y los niveles de elementos en solución, ya que estos factores afectan la concentración de vacancias [28]. Idealmente para obtener una máxima resistencia por envejecimiento es necesario que todos los elementos disueltos se retengan en solución sólida durante el temple. Esto se logra con una velocidad de temple rápida. Cuando la velocidad de temple es menor que la necesaria para lograr esta máxima disolución, aparecen partículas de precipitado nucleando de manera heterogénea en fronteras de grano, dislocaciones o dispersoides, lo cual origina que en el envejecimiento subsiguiente estas zonas aparezcan libres de precipitados endurecedores.

### I.3.2.1. Temple de las aleaciones de Al.

Para las aleaciones Al-Si-Cu-Mg las piezas son templadas en agua caliente (60-80°C) [10, 21], pero partes de forma compleja, con espesores diferentes, son templadas en medios que provean una menor velocidad de temple, tal como puede ser el aire forzado [2]. Debe asegurarse que las piezas estén completamente inmersas en el temple antes que la temperatura llegue a aproximadamente 415°C, a la cual generalmente comienza la precipitación. Estos tiempos van de 5 segundos para piezas delgadas hasta 15 segundos para piezas más gruesas. En las aleaciones de aluminio el rango de temperatura entre 400 y 290°C es especialmente crítico [19]. La especificación está basada en la aleación 7075, que tiene

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

las curvas temperatura-tiempo más severas. Las investigaciones realizadas utilizando diferentes medios templantes (aire, aire a presión, aceite y agua) han mostrado que la resistencia a la cedencia del material aumenta para velocidades de temple altas, atribuido a que a una velocidad de temple baja puede existir precipitación [29]. No obstante se han encontrado resultados contradictorios para velocidades extremas [30, 31].

### I.4. Fractalidad.

Un fractal, el cual fue concebido inicialmente por Benoit B. Mandelbrot, consta de fragmentos geométricos de orientación y tamaño variable, pero de aspecto similar. Los detalles de un fractal a cierta escala son semejantes (aunque no necesariamente idénticos) a los de las estructuras visibles a escala mayor o menor. Se confirma que son estadísticamente iguales (esto significa que si se mide alguna propiedad como la irregularidad, entonces el valor promedio y desviación estándar son iguales) [32]. Todos los fractales poseen esta propiedad interna de parecerse a sí mismos a diferentes aumentos; esta propiedad recibe el nombre de autosimilitud.

#### I.4.1. Geometría fractal.

La geometría fractal llamada también "Geometría de la Naturaleza", es un conjunto de estructuras irregulares y complejas descritas a través de algoritmos matemáticos y computacionales; los cuales reemplazan a los

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

puntos, rectas, circunferencias y demás figuras provenientes de la matemática tradicional. Estos objetos tienen como características fundamentales las propiedades de autosimilitud y la de convivir en extraños paisajes formados por dimensiones fraccionarias. La geometría fractal permite estudiar fenómenos irregulares que no pueden ser caracterizados con las teorías geométricas clásicas. En la figura 1 se observan objetos irregulares que se encuentran en la naturaleza [32].

El estudio científico de los fractales es relativamente nuevo lo que origina que no exista aún una definición ampliamente aceptada de lo que es un fractal. Diferentes investigadores tienen ideas diferentes, por lo tanto existen varias definiciones. Una definición aceptada es la siguiente:

*"Una figura geométrica o un objeto natural, se dice que es fractal si reúne las siguientes características":*

- ❖ Sus partes tienen la misma forma o estructura que el conjunto, excepto que son a una escala diferente y puede ser un poco deformada.
- ❖ Su estructura es muy irregular, o extremadamente interrumpida o fragmentada, y lo sigue siendo, cualquiera que sea la escala.
- ❖ Contiene escalas de elementos distintos muy variados y abarcan una gama amplia.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



A)



B)



C)

*Figura 1. Objetos encontrados en la naturaleza que son desordenados e irregulares. A) costas marítimas de países, B) bordes de ríos, C) rayos [33].*

#### 1.4.2. Clasificación de los fractales.

Los fractales pueden clasificarse tomando en cuenta diferentes parámetros, como pueden ser el origen y las propiedades, entre otros detalles.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

### I.4.2.1. Clasificación de acuerdo a su origen.

Los fractales pueden ser divididos en tres categorías en dependencia de su “origen”:

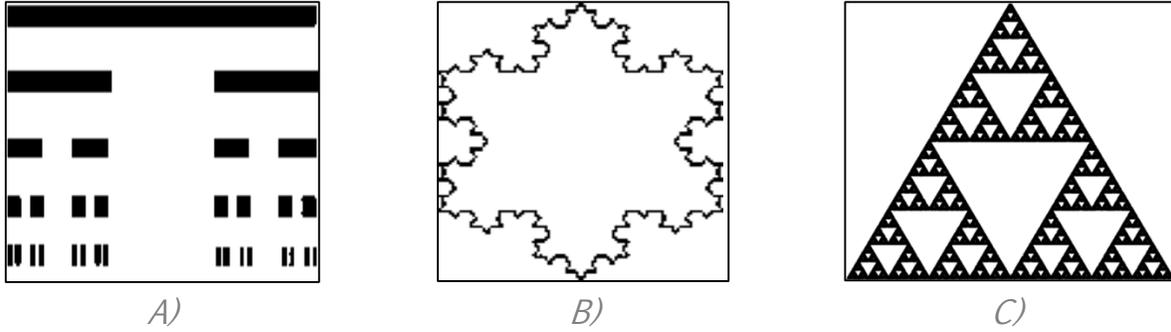
- ❖ **Los fractales matemáticos:** definidos por fórmulas o expresiones matemáticas, que permiten generar su imagen por computadoras y que sirven para simular objetos naturales.
- ❖ **Los fractales naturales:** encontrados de forma de rayos, las olas, copos de nieve, los cristales, montañas, las costas, cascadas, rocas, el terreno desecado y con grietas etc.
- ❖ **Los fractales humanos:** creaciones humanas que no pueden ser estudiadas por las herramientas 'clásicas', por ejemplo, secciones de las pinturas de Jackson Pollock poseen dimensión fractal [34].

### I.4.2.2 Clasificación de acuerdo a sus propiedades

Existen dos tipos: los lineales y los no lineales.

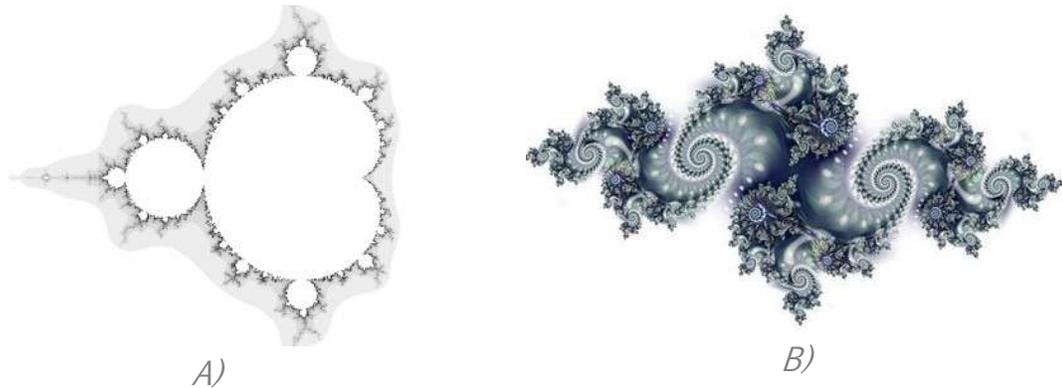
*Fractales lineales:* Son aquellos que se construyen con un simple cambio en la variación de sus escalas. Son exactamente idénticos en todas sus escalas hasta el infinito. En la figura 2 se muestran varios ejemplos de estos fractales.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 2. Fractales lineales. A) Conjunto de Cantor, B) Curva de von Koch, C) Triángulo de Sierpinski [35]*

*Fractales no lineales.* Son aquellos que se generan a partir de distorsiones complejas y usando un término proveniente de la matemática caótica, distorsiones no lineales. La mayoría de los objetos fractales puramente matemáticos y naturales son no lineales.

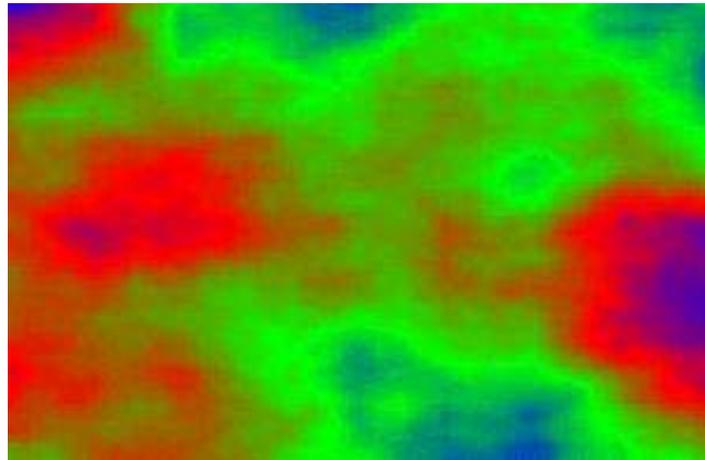


*Figura 3. Fractales no lineales A) Conjunto de Mandelbrot, B) Conjunto de Julia. [36]*

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

Los fractales no lineales tienen características que los definen, entre las cuales están:

- ❖ Pueden ser generados a partir de elementos de la matemática tradicional (fractales lineales), o a través de números complejos.
- ❖ La iteración influye mucho, por medio de fórmulas o ecuaciones se ocupan para generar ciertas figuras, como el conjunto de Mandelbrot. Esto se hace mediante algoritmos.
- ❖ No todos los fractales son autosimilares, un ejemplo de ellos son los fractales plasmáticos, y tienen una forma muy indefinida. En la figura 4 se aprecia un ejemplo de estos fractales.



*Figura 4. Fractal plasmático [35].*

Los fractales muestran dos propiedades fundamentales, las cuales son:

- ❖ Autosimilitud.
- ❖ Dimensión Fractal.

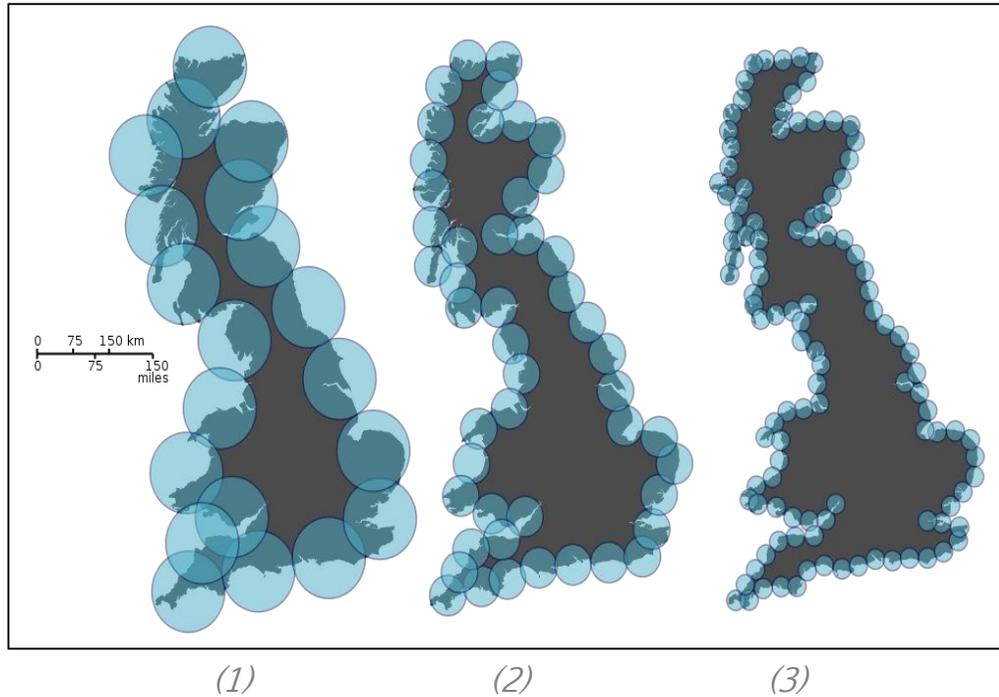
#### I.4.3. Autosimilitud.

Se refiere a aquellos objetos que presentan características parecidas cuando son observados a diferente magnificación, así dado un objeto con propiedades de autosimilitud, se le hace una sucesión de fracciones en diferentes tamaños, las fracciones del objeto resultante tendrán propiedades en general similares. Se puede decir que cada área de un fractal se conserva de manera estadísticamente similar. Dado que un fractal está compuesto de estructuras casi idénticas cada vez más finas, su longitud depende del aumento y resolución del instrumento de medición. Cuando se intenta medir la longitud de una línea fractal con una determinada regla, algunos detalles serán siempre más finos de lo que la regla tiene posibilidad de medir. Así pues, conforme aumente la resolución del instrumento de medida, va creciendo también la longitud de un fractal [37].

**Ejemplo:** En la medición de las costas de Inglaterra (ver figura 5) se observa 3 aumentos:

1. Enfocando desde un satélite, donde se puede observar que sus bordes suaves, con líneas casi rectas y ángulos prácticamente redondeados.
2. Vista de un avión, los bordes no son tan suaves, se notan muchas más rugosidades.
3. Sobre la misma costa de Inglaterra con una regla, midiendo roca por roca, rugosidad por rugosidad, detalle por detalle.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 5. Fractalidad en las costas de Inglaterra [37].*

Ante esta situación se ha propuesto un número que se conoce como dimensión fractal, para cuantificar qué tanto llena el espacio un fractal.

### 1.4.4. Dimensión fractal.

La dimensión está directamente ligada con los grados de libertad. Cuando la dimensión es 0, solo podría existir un punto inmóvil y sin límites. Si en cambio la dimensión es 1 ya se tiene una recta y existe un grado de libertad, que es el de moverse de izquierda a derecha. Ahora, si la dimensión es 2 se obtiene un plano, con 2 grados de libertad, desplazarse de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, y obviamente en diagonales. Por último, si la misma es 3 se está en una situación como la

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

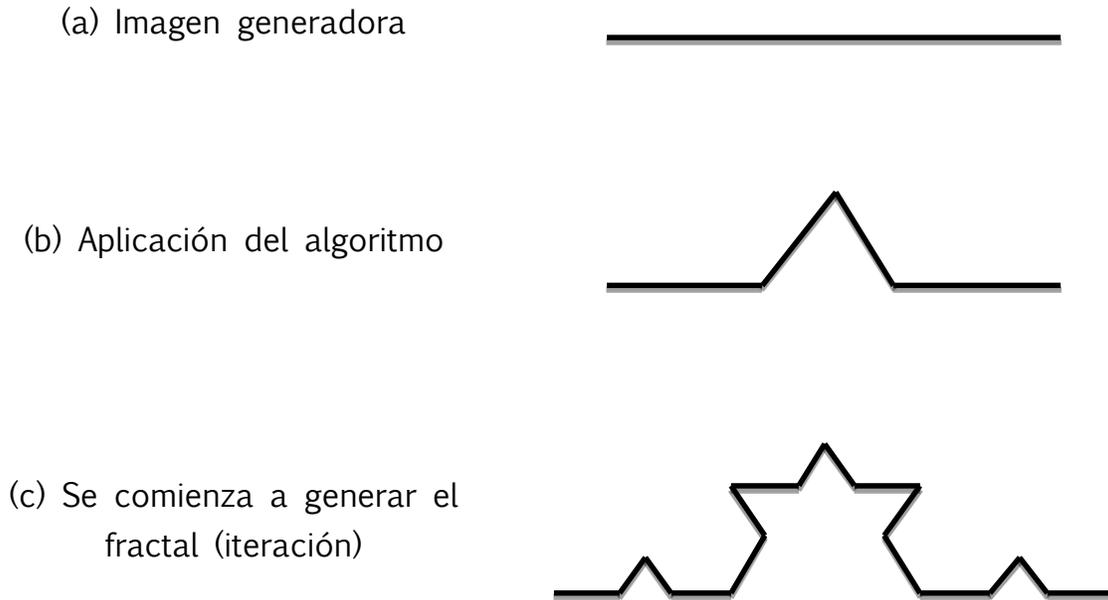
anterior sólo que se le agrega un tercer grado de libertad que es la profundidad [38].

Existen 5 dimensiones topológicas las cuales son:

- ❖ Dimensión (-1)  $\longrightarrow$  Un Conjunto Vacío
- ❖ Dimensión 0  $\longrightarrow$  Un punto
- ❖ Dimensión 1  $\longrightarrow$  Una línea recta
- ❖ Dimensión 2  $\longrightarrow$  Un plano
- ❖ Dimensión 3  $\longrightarrow$  El espacio

El concepto original de dimensión fractal radica en el estudio de la topología. En ésta se estudia la forma y tamaño de conjuntos de puntos desde un punto de vista cualitativo. Existen diferentes nociones del concepto de dimensión, todas ellas son de naturaleza topológica. La más importante es la dimensión de Hausdorff, la cual es una generalización métrica del concepto de dimensión de un espacio topológico, que permite definir una dimensión fraccionaria (no entera) para un objeto fractal. de aquí se basa el concepto de dimensión fractal. Para que se entienda más claro esta última definición, un fractal se genera en tres etapas; tomando como ejemplo la curva de von Koch, en la primera de ellas se elige una figura generadora. En este caso será una línea recta, como puede apreciarse en la figura 6 pero generalmente se puede elegir cualquier otra figura:

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 6. Proceso de origen de un fractal [39] (curva de von Koch).*

Se utiliza una ley de potencias entre dos escalares, al dividir segmentos de una recta y la escala de medición, por lo que será muy importante para el cálculo de dimensión en los fractales lineales, tal es en este caso.

$$S = L^D \quad \text{Ec. 1}$$

Donde:

S: es la cantidad de segmentos o longitud

L: es la escala de medición

D: es la dimensión.

Se despeja D de la ecuación 1 aplicando leyes de los logaritmos,

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

$$\log(S) = D * \log(L)$$

$$D = \frac{\log S}{\log L} \quad \text{Ec. 2}$$

En la línea recta se aplica un algoritmo tal que al apoderarse de esa misma la divide en tres segmentos iguales, elimine el segmento del centro y se reemplaza por otros dos formando así un triángulo, por lo que L es 3, la iteración hará exactamente lo mismo que le indique el algoritmo, por lo tanto S no será 3, sino 4. (Ver imagen 6a).

Sustituyendo valores en la Ec. 2.

$$D = \frac{\log 4}{\log 3} = 1.2618 = D_f$$

Se obtuvo una dimensión fraccionaria no entera y supera la dimensión topológica de la imagen generadora, a, por lo tanto la curva de von Koch es un fractal. En otras palabras, la dimensión de Hausdorff sí logra cuantificar el cambio de una línea recta de dimensión uno a la curva de von Koch. Por conclusión, la dimensión  $D$ , con valor fraccionario lo que la convierte en  $D_f$ , cuantifica la relación entre la escala fractal usada y los modelos observados en diferentes aumentos, es decir, de su complejidad. Muchos de los fractales se pueden calcular fácilmente mediante algoritmos, principalmente los lineales, pero hay otros, en especial, no lineales o muy

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

complejos, que existen en la naturaleza que son muy tediosos y se necesitan otras técnicas, la más famosa y exacta sea quizás el método de conteo de cajas [34]. A continuación en la tabla 2 se muestran algunos ejemplos de fractales encontrados en la naturaleza:

*Tabla 2. Formas fractales y sus dimensiones [40].*

Forma fractal	Dimensión fractal
Costas de Sudáfrica, Australia y Gran Bretaña	1.05-1.25
Noruega	1.52
Galaxias	1.23
Patrones de rocas geotermales	1.25-1.55
Plantas y árboles	1.28-1.90
Olas	1.3
Nubes	1.30-1.33
Anémonas de mar	1.60
Copo de nieve	1.70
Vasos sanguíneos retíales	1.70
Crecimiento de colonias de bacterias	1.70
Descargas eléctricas	1.75

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

Resumiendo las propiedades de los fractales:

- ❖ Dimensión no entera.
- ❖ Infinitud o nulidad.
- ❖ Autosimilitud.
- ❖ Compleja estructura a cualquier escala.
- ❖ Exhiben rugosidad, fracturas o líneas (o superficies) quebradas.

Ahora que ya se mencionaron las diferentes propiedades podemos definir más claramente un fractal:

*Un fractal es una figura geométrica que puede encontrarse en la naturaleza, ser creada por humanos y por medio de un algoritmo iterativo o regla repetitiva que tiene una forma, bien sea sumamente irregular, sumamente interrumpida o fragmentada, y sigue siendo así a cualquier escala que se produzca el examen [39].*

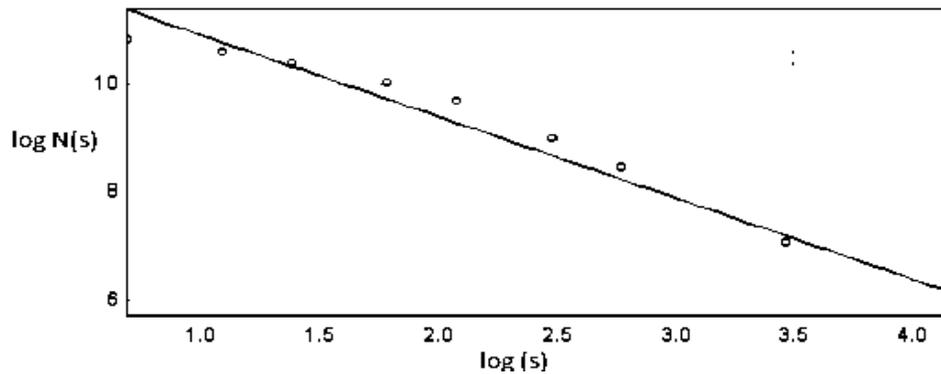
### I.4.5. Método de conteo de cajas.

Existen varias formas de determinar la dimensión fractal de un objeto. La más práctica para este fin es la que está basada en el método de conteo de cajas. El método de conteo de cajas está relacionado con el concepto de autosimilitud, este es un proceso de medición sistemática que se aplica a cualquier estructura. Se supondrán dos cantidades, longitud, superficie o volumen por un lado y la escala por otro, no varían arbitrariamente, sino que están relacionadas por una ley. Dicha ley es relevante para la

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

definición de dimensión fractal y es una ley de potencia de la forma;  $a = s^{D_f}$ .

Para calcular la dimensión fractal con este método, se pone la estructura dentro de una malla regular con tamaño de malla uniforme y simplemente se cuenta el número de cuadros que contienen algo de la estructura, esto da un número,  $N$ , el cual depende de cómo se haya escogido el tamaños [41]. Después se escribe  $N(s)$ . Así,  $s$  puede cambiar a tamaños progresivamente más pequeños y contamos el número correspondiente  $N(s)$ . Se grafican las mediciones en un diagrama (Figura 7).

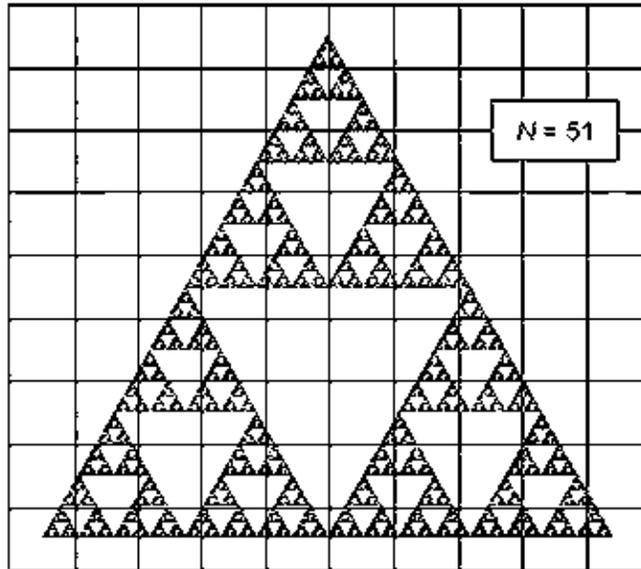


*Figura 7. Diagrama log-log para el cálculo de dimensión fractal [41].*

Denotando al eje horizontal por  $\log(s)$  y al eje vertical por  $\log N(s)$ , en dicha gráfica se obtiene un conjunto de puntos que si se dispersan aproximadamente sobre una línea recta entonces el objeto que se mide presenta características fractales, mediante su dimensión fractal  $D_f$ . Como ejemplo sobre el fractal de la figura 8 se ha dibujado una malla de 10

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

por 9 cuadros lo cual nos arroja un total 90 cuadrados o cajas de lado  $s$ , se puede comprobar que tan solo en  $N(s) = 51$  de ellas hay algún punto perteneciente al triángulo de Sierpinski. Las restantes 39 cajas están vacías.



*Figura 8. Dibujo en cuadros o cajas sobre el fractal del triángulo de Sierpinski [41].*

Se presentan los resultados en un gráfico, donde el eje de abscisas representa el logaritmo del inverso del tamaño de lado de las cajas (ver figura 9),  $\log(1/s)$  y el eje de ordenadas el logaritmo del número de cajas no vacías,  $\log(N(s))$ . De la figura anterior el resultado se muestra en un diagrama log-log:

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

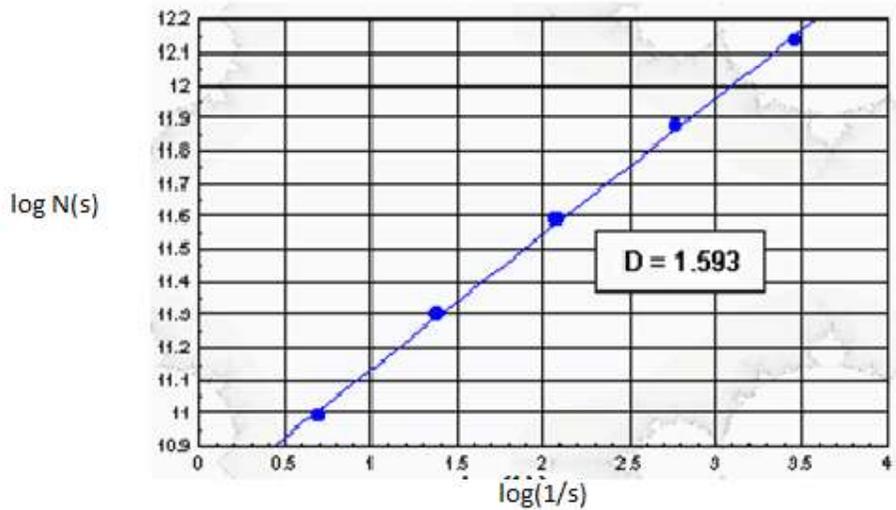


Figura 9. Diagrama log-log del Triángulo de Sierpinski [41].

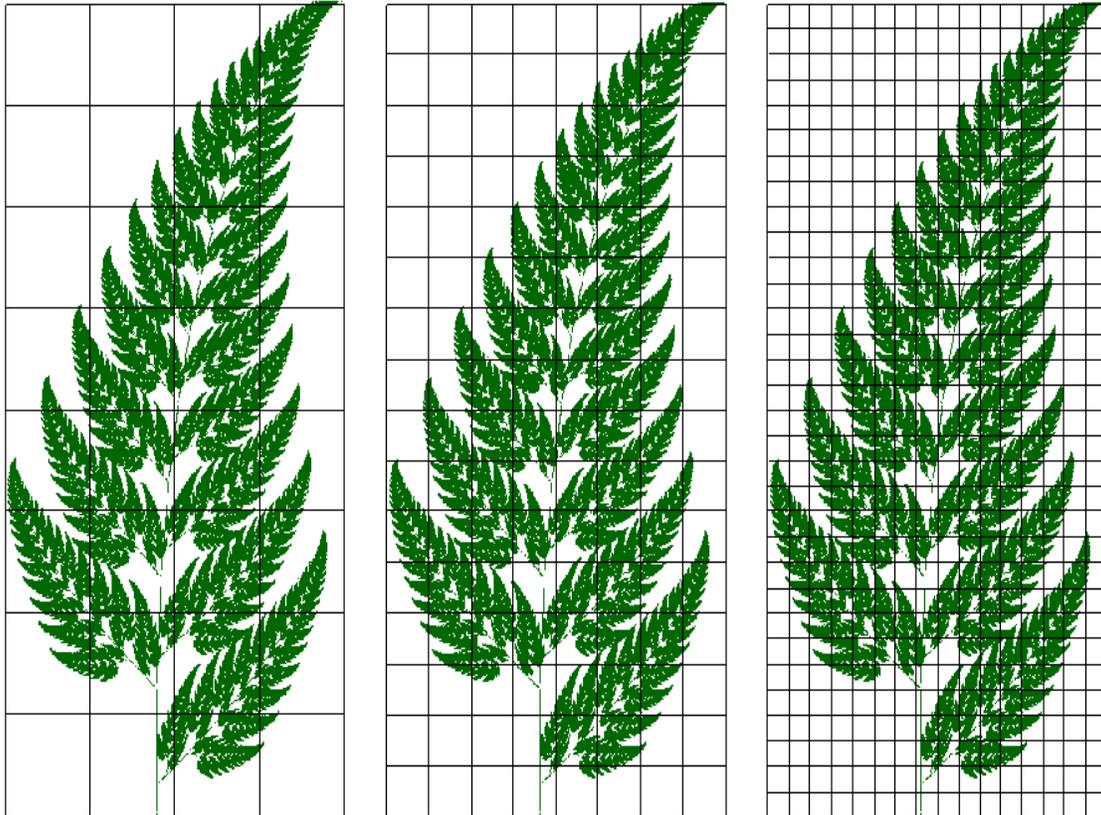
Donde  $D = 1.593$  (la pendiente de la recta en el gráfico linealizado), como ya se había comentado al ser una dimensión fraccionaria  $D = D_f$ . Ahora se calcula  $D$  en forma analítica por medio de la ley de potencias (ec. 2).

$$D = \frac{\log S}{\log L} = \frac{\log 3}{\log 2} = 1.5849$$

De esta manera, coinciden estas dos formas para el cálculo de la distribución fractal, tanto en una forma analítica como por el conteo de cajas. En la figura 10 se muestra un ejemplo de una forma irregular. La medida del perímetro o área de un objeto se obtiene contando el número de cuadros unitarios o el total de cuadros a través de una sección de la frontera de grano. Los resultados de las formas irregulares, se encuentra

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

que dependen del grado de calibración o del tamaño del pixel que es usado, dentro de un dominio dado. La geometría euclidiana convencional no es adecuada para describir objetos irregulares.



*Figura 10. Tamaño de calibración o de pixel de rama de árbol [33].*

### 1.5. Fractalidad aplicada al estudio de los materiales

La fractalidad ha venido utilizándose de manera importante para el estudio de sistemas porosos, debido a que es factible encontrar relaciones mucho

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

más cercanas a la realidad. Se han caracterizado sistemas porosos determinando la dimensión fractal, el tamaño de poro, la tortuosidad, entre otros aspectos. Estos sistemas, generalmente formados por materiales cerámicos, presentan características que permiten este estudio, como es el caso de la morfología y fractura.

En el caso de las aleaciones metálicas también existe un gran número de discontinuidades que podrían analizarse mediante mecánica fractal. Las aleaciones cuando solidifican presentan segundas fases claramente diferenciables, además de diferentes tipos de defectos tales como grietas, poros, huecos, etc. Estas fases, como se analizó anteriormente, presentan diferentes tamaños y morfologías, y pueden cambiar de manera importante después de que se les realizan tratamientos térmicos, como es el caso de la solubilización, donde las segundas fases tienden a unirse y crecer debido a fenómenos termodinámicos. Por tal motivo es necesario el estudio de la microestructura generada. Estos estudios se han venido realizando convencionalmente mediante el análisis de imágenes, determinando el tamaño de las fases, su distribución y forma.

El análisis fractal de sistemas con discontinuidades se ha venido utilizando para determinar distribuciones y cambios estructurales, como es el caso de la porosidad, fundamentalmente de origen natural, como rocas. En estos casos la dimensión fractal  $D_f$  se utiliza para determinar la distribución de porosidades, comparando los poros de gran tamaño, poco presentes, con los poros más pequeños, los cuales son mucho más abundantes [42]. Este tipo de distribuciones fractales se diferencia de las distribuciones normales debido a que el máximo está en un extremo, correspondiendo a los

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

tamaños de poros mínimos. El uso de la determinación de  $D_f$  también se ha usado para algunas segundas fases no porosas en sistemas cerámicos, determinando de acuerdo a su morfología las modificaciones originadas por diferentes fenómenos, como es el caso del trabajo de Perugini y Poli [9] para inclusiones de turmalina en minerales. Se han encontrado algunos trabajos que utilizan el análisis fractal para el estudio de las segundas fases que existen en sistemas de aleaciones de metálicas, incluido los tratamientos térmicos, la formación de poros y su relación con las propiedades mecánicas [43], fundamentalmente para aleaciones binarias de aluminio. En el caso de aleaciones cuaternarias las segundas fases son muchos más abundantes, como es el caso del sistema Al-Si-Cu-Mg, donde algunas de las segundas fases son Q ( $\text{Al}_5\text{Mg}_8\text{Cu}_2\text{Si}_6$ ),  $\text{Al}_2\text{Cu}$  y  $\text{Mg}_2\text{Si}$  [44]. Sobre aleaciones como éstas no se han realizado estudios que analicen el cambio microestructural a partir de mecánica fractal. Estas aleaciones son muy utilizadas en la industria automotriz por su elevada relación resistencia-peso. Entre las aleaciones cuaternarias antes mencionadas está la 319, que presenta un contenido de Si entre 5.5 y 6.5% en peso, Cu en el rango de 3.0 a 4.0% y Mg para fines de reforzamiento, pero a expensas de la disminución de la ductilidad, no sobrepasando el 1% [4, 7, 44]. No obstante ya se ha trabajado con estas aleaciones con contenidos de magnesio entre 0.5 y 7.0% en peso [5, 44]. La presencia y distribución de estas fases es muy importante para los subsiguientes tratamientos térmicos, como es el caso de la solubilización, cuya temperatura debe ser controlada dentro de un rango estrecho, pues puede aparecer la fusión localizada de fases ricas en cobre con bajo punto de fusión.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

Existen varios trabajos acerca de la caracterización y disolución de aleaciones Al-Si-Cu-Mg con contenidos de Mg variables, como los anteriormente mencionados, donde se analizan los cambios microestructurales debidos a la solubilización de las segundas fases mediante el análisis convencional de imágenes, tomando en cuenta los cambios de tamaño y forma. Los procesos que ocurren en las segundas fases pueden dividirse en desintegración o fragmentación, esferoidización y aglomeración y ocurren debido a la inestabilidad de la interfase, por lo que están dirigidos a reducir la energía interfacial total [45]. El crecimiento de las de las segundas fases luego de su fragmentación se explica mediante el proceso de maduración o crecimiento de los precipitados de Ostwald, el cual establece que el crecimiento de partículas grandes ocurre a expensas de partículas pequeñas [46]. No existe información de trabajos que utilicen la determinación de las características fractales de las segundas fases para determinar inflexiones en la microestructura de estas aleaciones. Los autores del presente trabajo tienen la hipótesis de que mediante esta vía sería posible determinar de manera sencilla el momento en el cual se debe detener el tratamiento térmico, ya que es importante que éste se realice hasta el punto exacto donde las propiedades de la aleación estén equilibradas. Es importante tener en cuenta que el tratamiento de solución persigue dos objetivos fundamentales: 1) maximizar el contenido y distribución de los elementos de aleación en solución sólida, y 2) obtener partículas grandes, lo más separadas posible y de forma esférica. El primer objetivo es importante porque es la condición óptima para lograr un buen proceso de envejecido y obtener una alta

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

resistencia a la cedencia, mientras que el segundo objetivo es importante para aumentar la ductilidad [13].

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

## Capítulo II:

# Desarrollo experimental.

# Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

## II.1. Fabricación de las aleaciones experimentales.

Las aleaciones utilizadas en esta tesis se recibieron ya fabricadas, así que sólo se explica el proceso por el cual se obtuvieron. Este proceso se llevó a cabo en el Laboratorio de Materiales Avanzados del Instituto de Investigaciones en Materiales de la UNAM.

Para la fundición de las aleaciones se utilizó un lingote de aluminio A356 (Al-8.5Si-0.3Mg) como aleación base. Una vez fundida a la aleación base se le añadió Cu (polvo, 99.9% de pureza) y Mg (lingote, 99.9%) para obtener tres aleaciones con diferentes contenidos de Mg. La fundición se hizo en un horno de inducción Leybold-Heraeus con atmósfera controlada de Ar utilizando un crisol de grafito. La temperatura de fundición se mantuvo a  $750^{\circ}\text{C} \pm 10^{\circ}\text{C}$  y se vació en moldes convencionales sin precalentamiento, dentro del horno para evitar la oxidación y la formación de poros. Las composiciones químicas de las aleaciones experimentales se muestran en la tabla 3. Los contenidos de Mg añadidos fueron seleccionados tomando como base la necesidad de obtener relaciones Cu:Mg y Mg:Si representativas.

*Tabla 3. Composiciones químicas en % en peso de las aleaciones obtenidas.*

Código de la aleación	Si	Cu	Mg	Fe	Mn	Zn	Ti	Al
AM01	6.40	3.02	0.59	0.34	0.09	0.04	0.14	Resto
AM03	6.31	3.03	3.80	0.32	0.08	0.03	0.13	Resto
AM06	5.84	2.95	6.78	0.31	0.07	0.03	0.12	Resto

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

### II.2. Caracterización de las aleaciones experimentales.

Los lingotes obtenidos fueron caracterizados usando técnicas de microscopía óptica (MO), microdureza, microscopía electrónica de barrido (MEB) y difracción de rayos-X (DRX). La caracterización es parte fundamental de la experimentación debido a que va a permitir relacionar los tratamientos térmicos con la microestructura de los materiales y con las propiedades mecánicas.

#### II.2.1. Difracción de rayos-X.

Para identificar las fases presentes en los materiales experimentales se utilizó difracción de rayos-X mediante un difractómetro Siemens 400 usando radiación  $\text{CuK}\alpha$  a 30 kV y 25-mA operado en el rango de  $2\theta$  entre  $5^\circ$  y  $80^\circ$ .

#### II.2.2. Microscopía óptica.

Las aleaciones experimentales fueron observadas por microscopía óptica. En el caso de las cintas se analizó la superficie en contacto con la rueda y la sección transversal, mientras que para el análisis de los lingotes se analizaron muestras alejadas al menos 1 cm de la superficie. Las observaciones de microscopía óptica se realizaron en un microscopio óptico Nikon EPIPHOT 300. Las diferencias de contraste entre las fases presentes en los materiales experimentales hizo posible la utilización de esta técnica como complemento de la microscopía electrónica de barrido.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

Las muestras fueron encapsuladas en resina epóxica para su mejor manipulación. Para lograr la observación óptima de las probetas primeramente se procedió a pulirlas siguiendo técnicas metalográficas convencionales seguido de un ataque con una solución de 10 mL de  $H_3PO_4$  y 90 ml de  $H_2O$  a  $40^\circ C$  durante 1 minuto [18]. Para el análisis de la estructura de los granos las muestras se atacaron con una solución de HF al 0.5% durante 15 segundos [18].

### II.2.3. Microscopía electrónica de barrido.

Para su observación mediante MEB las muestras fueron pulidas y atacadas siguiendo los mismos procedimientos descritos para las muestras de microscopia óptica. Se utilizó un microscopio electrónico de barrido JEOL JSM 6400 operado a 20 kV acoplado a un espectrómetro de energía dispersiva (EDS), disminuyendo la energía a 10 kV para minimizar el error en el análisis de composición de las fases. Con el uso del microscopio electrónico de barrido se logra una mayor resolución, además de mejor diferenciación de algunas fases que en microscopio óptico son casi indistinguibles. El análisis mediante espectrometría de energía dispersada (EDS) permite el análisis elemental de las fases.

### II.2.4. Microdureza.

La determinación de la microdureza es empleada para obtener la respuesta a los tratamientos térmicos de diferentes materiales, ya que esta

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

técnica es sensible a los cambios que ocurren en la matriz de las aleaciones de aluminio tratables térmicamente. Las mediciones de microdureza se realizaron utilizando un microdurómetro Vickers Leitz Wetzlar 7556 empleando una carga de 25 gramos. Esta prueba está estandarizada en la norma ASTM E384-84. Se realizaron 10 mediciones por muestra para así obtener la microdureza promedio en cada condición experimental.

### II.3. Tratamiento térmico de solución.

El tratamiento térmico de solución es necesario para obtener la mayor cantidad posible de elementos de aleación en solución sólida. Para cada aleación se cortaron muestras cúbicas de 1.0 cm de lado. Una parte fueron montadas en resina epóxica y pulidas, mientras que las restantes fueron sometidas a solubilización a  $500 \pm 3^{\circ}\text{C}$  en un horno Nabetherm de aire forzado con control automático de la temperatura durante tiempos de 4, 8, 12, 20, 30, 48 y 72 horas (cinco muestras por tiempo para cada aleación). Para todos los tratamientos térmicos realizados se llevó a cabo un calentamiento lento a razón de  $5^{\circ}\text{C}$  por minuto, esto para que la transformación de fases, y por consiguiente la formación de la solución sólida, fuese lo más cercana al equilibrio posible [2]. La temperatura de las probetas fue monitoreada usando termopares Cromel-Alumel. El temple fue realizado en agua a  $60^{\circ}\text{C}$ , temperatura recomendable debido a que disminuye la deformación del material por su menor velocidad de transferencia de calor. Se siguieron las indicaciones de la norma B597

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

M1ASTM, que indica que el tiempo transcurrido desde que se sacan las probetas del horno hasta comenzar el temple debe ser mínimo.

### II.3.1. Caracterización de las aleaciones solubilizadas.

Las aleaciones sometidas a tratamientos térmicos de solución fueron caracterizadas con el objetivo de encontrar las condiciones de tiempo y temperatura necesarias para lograr la solubilización óptima de las fases, así como para analizar el comportamiento de las diferentes fases después de estos tratamientos. Con el fin de alcanzar estos objetivos las aleaciones fueron caracterizadas siguiendo las técnicas descritas con anterioridad para las aleaciones coladas.

#### II.3.1.1. Disolución de fases.

El comportamiento de una aleación después de un tratamiento térmico de solución se puede describir mediante la cantidad de una fase que se disuelve para las condiciones experimentales usadas, por lo cual se determinó el por ciento de estas fases sin disolver para las diferentes condiciones experimentales. Se realizó análisis de imagen mediante el software ImageJ. Para esto se utilizaron micrografías representativas de la microestructura para cada condición experimental.

### II.3.1.2. Tamaño, forma y distribución de las partículas.

Las propiedades mecánicas de las aleaciones de aluminio solubilizadas dependen de la morfología, el tamaño y la distribución de las segundas fases presentes después del tratamiento térmico. Por tal motivo es conveniente tener algunos parámetros para describir los cambios ocurridos. Los parámetros seleccionados fueron diámetro equivalente, espaciado entre partículas y factor de forma. El diámetro equivalente ( $D_e$ ) es un parámetro relacionado con el tamaño de las partículas y es definido como el diámetro de un círculo con área equivalente a la partícula medida [13] y se calcula utilizando la ec. 3, donde  $A_p$  es el área de la partícula y  $n$  el número de partículas medidas.

$$D_e = \frac{1}{n} \sum \left( \frac{4A_p}{\pi} \right)^{1/2} \quad \text{Ec. 3}$$

Para la determinación de la forma de las partículas se utilizó el factor de forma (F) [13]. Este parámetro adimensional es definido según la Ec. 4, donde  $A_p$  es el área,  $P_p$  es el perímetro y  $n$  el número de partículas medidas. Un círculo perfecto tendrá un factor de forma igual a 1, mientras que el factor de forma de una línea será cercano a cero. También se calcularon las distancias entre las partículas y las composiciones de las soluciones sólidas sobresaturadas.

$$F = \frac{1}{n} \sum \left( \frac{4\pi A_p}{P_p^2} \right) \quad \text{Ec. 4}$$

#### II.4. Procesamiento estadístico.

Los datos experimentales obtenidos en el presente trabajo son reportados junto a sus respectivas desviaciones estándares ( $\sigma$ ), para lo cual se empleó la Ec. 5 [47].

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad \text{Ec. 5}$$

donde  $\sigma$  es la desviación estándar de las muestras,  $x_i$  es el valor para cada medición,  $\bar{x}$  es la media aritmética para un conjunto de mediciones y  $n$  es el número de mediciones. Los datos fuera del intervalo de confianza calculado utilizando la distribución de t-student no fueron tomados en cuenta para la determinación del valor real de la media. Los resultados de las determinaciones de microdureza, tamaño de partícula, porcentaje de fases, etc., mostrados en el presente trabajo, se presentan utilizando los valores así obtenidos.

## II.5. Análisis fractal de imágenes

Al contar con las imágenes tomadas para cada muestra es necesario procesar y hacer el análisis. Primeramente debe ser convertida en imagen de 8 bits: para lo cual es necesario cualquier procesador de imagen. El software ImageJ es útil para diferenciar las tonalidades, en este caso oscura en las segundas fases y clara en la aleación.

A continuación se muestra la técnica de procesamiento y análisis propuesta para la determinación de la dimensión fractal. En el software ImageJ:

1. Abrir la imagen: File > Open. Seguido de esto se selecciona la imagen deseada buscando en el directorio correcto.
2. Convertir la imagen a 8-bits: Image > Type > 8-bit
3. En el software ImageJ (Image > Adjust > Brightness/Contrast) Se hace un contraste, para que se observe de una manera óptima la diferencia entre los diferentes tonos entre las segundas fases y la aleación.
4. En ImageJ (Image > Adjust > Threshold): Una vez ajustada la imagen se procede a convertir en capas los diferentes tonos. El color diferente de la capa diferenciaría la segunda fase y de la aleación. Al tener las capas es posible obtener una imagen final, y a ésta se le puede realizar el análisis correspondiente ya sea de área, tamaño de grano, de poro, dimensión fractal, entre otros.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

II.5.1 Medición de la dimensión fractal

La dimensión fractal de las segundas fases se determina mediante el método de conteo de cajas. Para esto el procesamiento comúnmente utilizado es el siguiente:

1. Colocar una rejilla de cuadrados de tamaño característico ( $r$ ) sobre el fractal.
2. Se contabiliza el número de cuadrados ocupados por el fractal.
3. El proceso es repetido para un gran número de tamaños de celdas de cuadrícula.
4. El número de cajas cubiertas para cada cuadrícula se grafica como función de la longitud del lado del cuadro de cada cuadrícula o rejilla en coordenadas log-log.
5. Si la gráfica resulta ser una línea recta, la pendiente de esta en valor absoluto, es la dimensión fractal.

Esta dimensión fractal se determina mediante la Ec. 6.

$$N = b \left( \frac{1}{r} \right)^{D_f} \quad \text{Ec. 6}$$

Donde:

N: Es el número de cajas de tamaño característico.

r: Es el número necesario de cajas para cubrir el objeto fractal.

b: Es una constante.

$D_f$ : Es la dimensión fractal del objeto.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

- ❖ En ImageJ para calcular la distribución fractal se sigue la siguiente ruta (Analyze > Tools > Fractal box count > OK)

Este proceso despliega dos ventanas. Una de ellas es una tabla con la cantidad de datos que caen en cada una de las cajas, mientras que la otra ventana es un gráfico log-log. En ambos casos se puede observar que se despliega el valor de dimensión fractal (D).

### II.5.2 Medición de la cantidad de segundas fases

- ❖ En el caso de ImageJ los pasos a seguir son los siguientes: Analyze > Set measurements... y se activa la opción "Area fraction"

Al activar esta opción es posible poder medir directamente la cantidad de segundas fases, en porcentaje, para lo cual se realiza la acción siguiente:

- ❖ En ImageJ: Analyze > Measure

II.5.3 Comparación de la dimensión fractal con los datos de análisis de imágenes convencionales obtenidos.

Una vez obtenidos todos los datos de análisis de imágenes y de la dimensión fractal, se recogerán en diferentes gráficos los datos característicos para cada caso, y se compararán entre ellos, analizando cada uno de los puntos de inflexión, en los cuales se pueda apreciar cambios ya sea en el tamaño de las fases (diámetro equivalente), su forma, o en la complejidad de la microestructura. Esto llevaría a poder

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

relacionar directamente las modificaciones microestructurales con la dimensión fractal, y evitar realizar otras determinaciones que implicarán un análisis de imágenes mayor.

# Capítulo III:

## Análisis y discusión de resultados.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

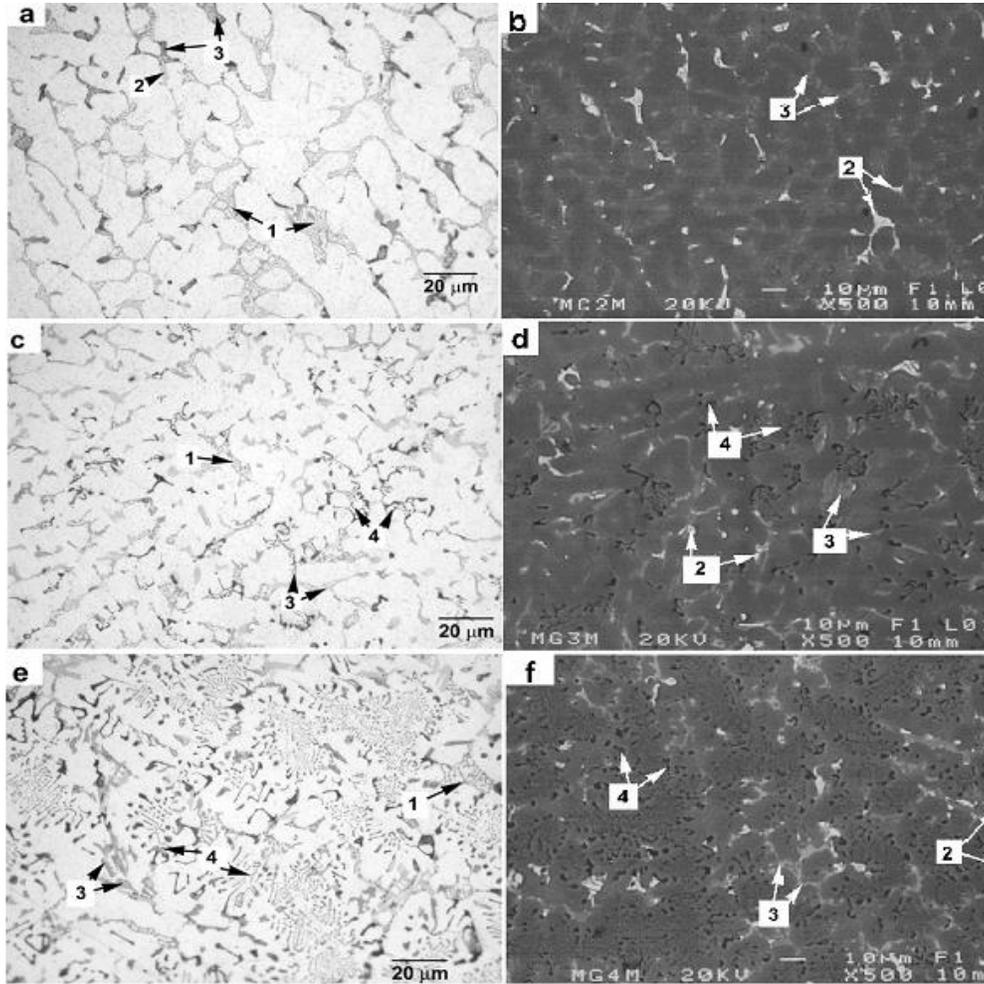
A continuación se muestran los resultados obtenidos, interpretando y discutiendo su validez. Se podrá, además, observar el proceso seguido para el análisis de las muestras, desde la imagen original obtenida hasta la coloreada destacando las segundas fases.

### III.1. Aleaciones sin tratamientos térmicos.

En la figura 11 se observan imágenes de las aleaciones AM01 (a, b), AM03 (c, d) y AM06 (e, f) en su estado de colada, ilustrando sus fases más representativas.

La microestructura corresponde a la observada por otros autores para aleaciones 319 con contenidos de Mg cercanos a 0.5 % en peso [10]. Para las aleaciones con medio y alto contenido de Mg las micrografías muestran un cambio importante en cuanto a las fases existentes (ver figuras 1c y 1e), pues se observa predominantemente la fase Q en lugar de  $\text{CuAl}_2$ , además de que aparece la fase  $\text{Mg}_2\text{Si}$  irregular de color negro en lugar del eutéctico Al-Si. Es de destacar que el análisis por difracción de rayos X corroboró la existencia de estas fases.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

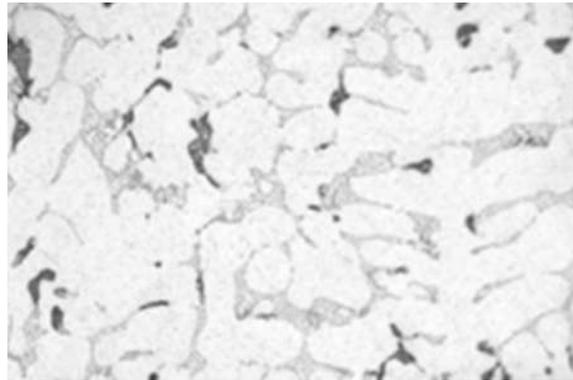


*Figura 11. Ilustración de las fases más representativas para las aleaciones con (a,b) 0.59% Mg, (c,d) 3.80% Mg y (e,f) 6.78% Mg. [Señaladas con flechas las fases: 1)  $CuAl_2$ , 2) Al-Si eutéctico, 3)  $Al_5Cu_2Mg_8Si_6$  y 4)  $Mg_2Si$ ].*

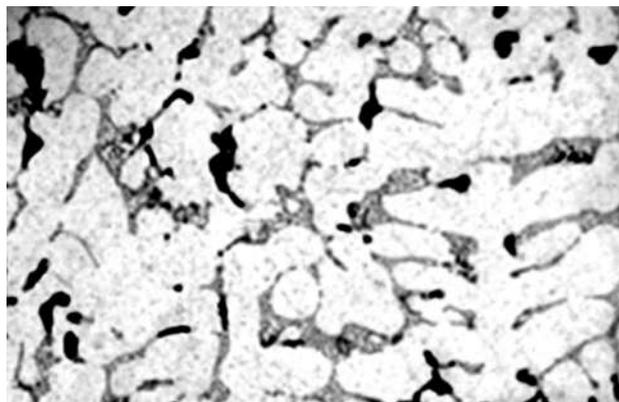
En las figuras 12 a la 14 se observa el proceso que se siguió para el análisis de la dimensión fractal de las segundas fases en las aleaciones AM01 en su estado de colada. Primeramente se muestra la imagen sin ningún procesamiento (figura 12), posteriormente se muestra la imagen contrastada, donde se corrige el brillo, contraste y tono para poder

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

resaltar las segundas fases (figura 13), y por último la imagen a la cual se le aplican capas para el estudio solamente de las segundas fases (figura 14).

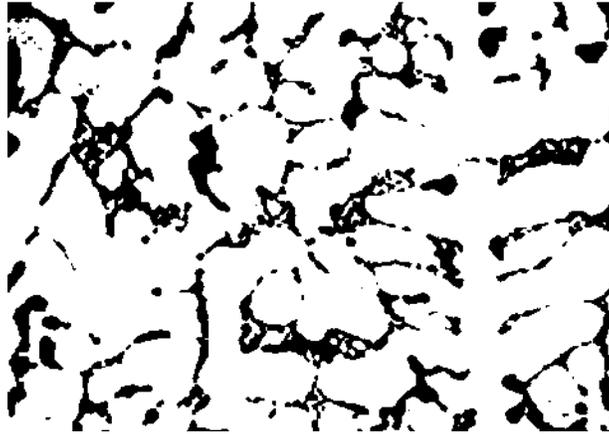


*Figura 12. Imagen de la aleación AM01 en colada convertida a 8 bit.*



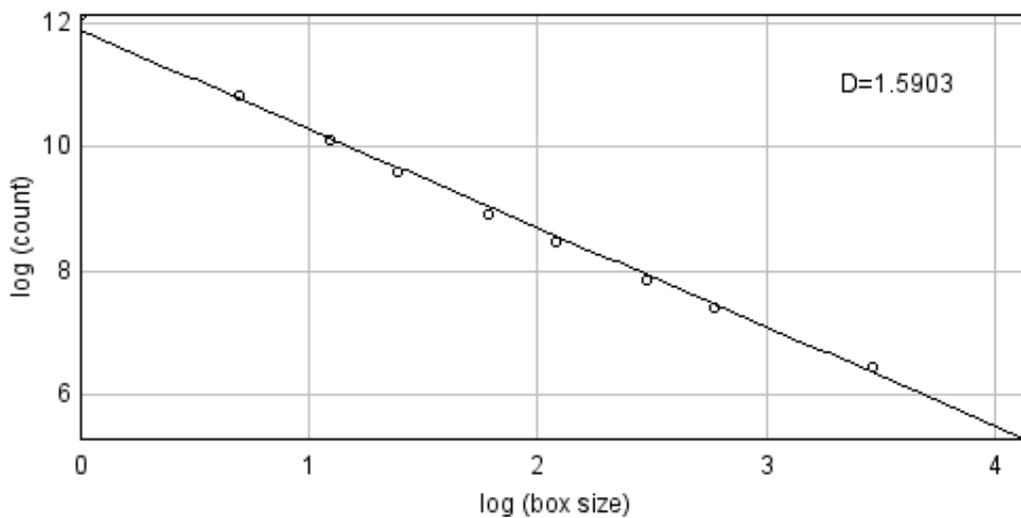
*Figura 13. Imagen contrastada de la aleación AM01 en colada.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 14. Imagen de capas de la aleación AM01 en colada. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.*

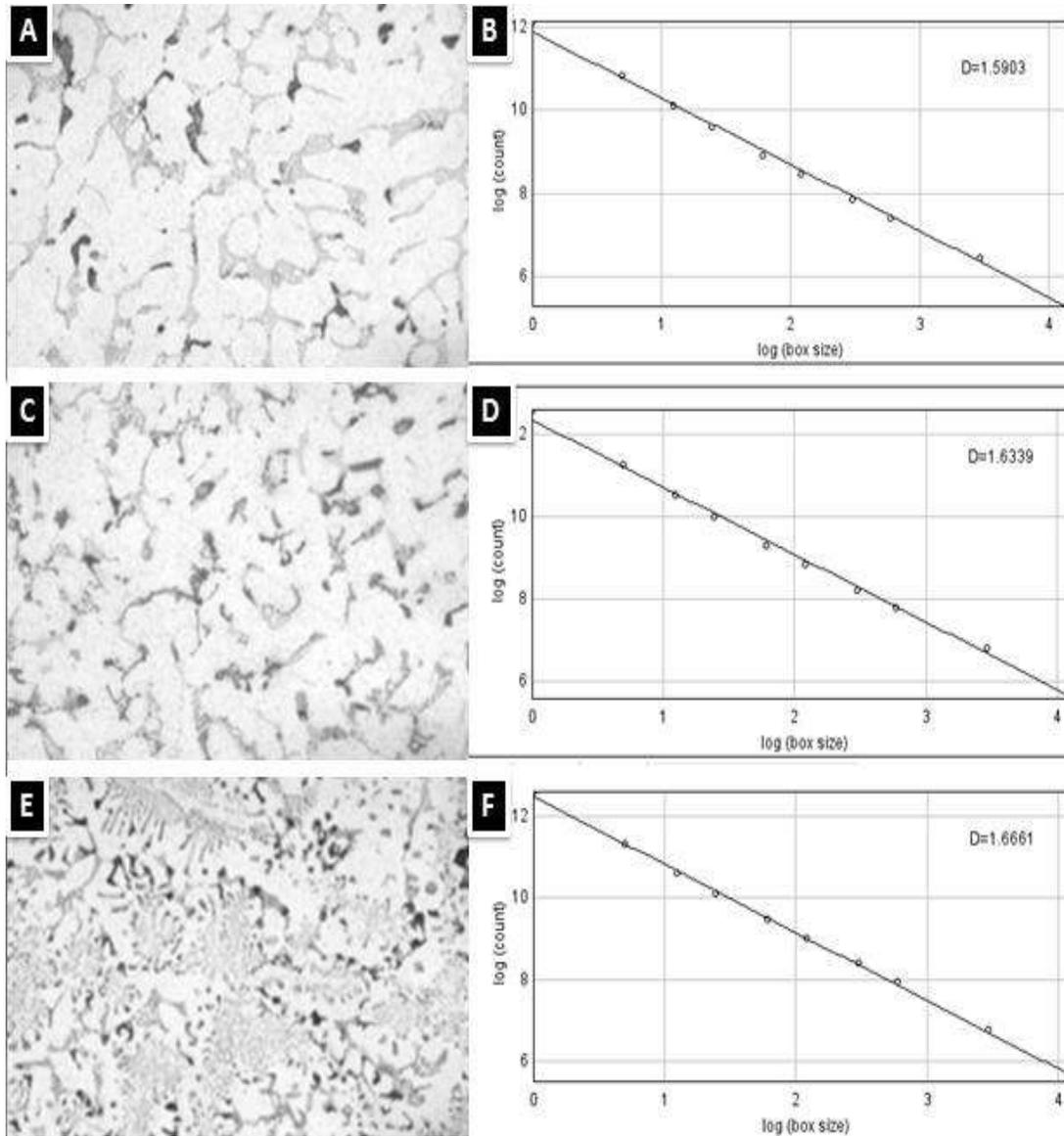
En la figura 15 se aprecia el gráfico obtenido después de someter al método de conteo de cajas a la imagen de la figura 14. El gráfico obtenido es log-log y muestra que la dimensión fractal de la imagen es 1.59.



*Figura 15. Distribución fractal de la imagen de la aleación AM01 en su estado de colada.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

En la figura 16 A-F se puede apreciar un resumen del análisis de las imágenes para las tres aleaciones, realizando el mismo procedimiento para las otras dos aleaciones (figuras C-D y E-F).



*Figura 16. Imágenes obtenidas por microscopía óptica de las aleaciones en el estado de colada con sus dimensiones fractales: (A, B) 0.59% Mg, (C, D) 3.80% Mg y (E, F) 6.78% Mg. Señaladas con flechas las fases: 1)  $\text{CuAl}_2$ , 2) Al-Si eutéctico, 3)  $\text{Al}_5\text{Cu}_2\text{Mg}_8\text{Si}_6$  y 4)  $\text{Mg}_2\text{Si}$ .*

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

La determinación de  $D_f$  para las segundas fases en estas aleaciones arrojó valores de 1.59, 1.63 y 1.67, para las aleaciones con 0.59, 3.80 y 6.78% en peso de Mg, respectivamente. También se pueden apreciar los gráficos log-log mediante los cuales se determinaron las dimensiones fractales. Como se puede ver,  $D_f$  (la dimensión fractal) aumenta con el aumento del contenido de Mg, lo cual indica que la complejidad de la microestructura aumenta, ya que la dimensión fractal no es más que una medida de la repetición de estructuras de diferentes tamaños, así como también puede ser una medida de la complejidad de una estructura. Por tal motivo dimensiones fractales elevadas indican que las segundas fases están más ramificadas y la composición de sus tamaños relativos es mayor. Este aumento de la dimensión fractal ocurre debido a que el aumento del contenido de Mg origina segundas fases con formas más disímiles, como puede apreciarse sobre todo en la Figura 16E. Este resultado es importante porque demuestra que el Mg origina modificaciones significativas en la microestructura, fácilmente medibles (cuantitativamente, no solo cualitativamente) solamente determinando  $D_f$ . Los estudios que se realizarán en las fases de las aleaciones tratadas térmicamente mostrarán si esta técnica es igualmente útil para procesos de transformación de fases debido a tratamientos térmicos.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

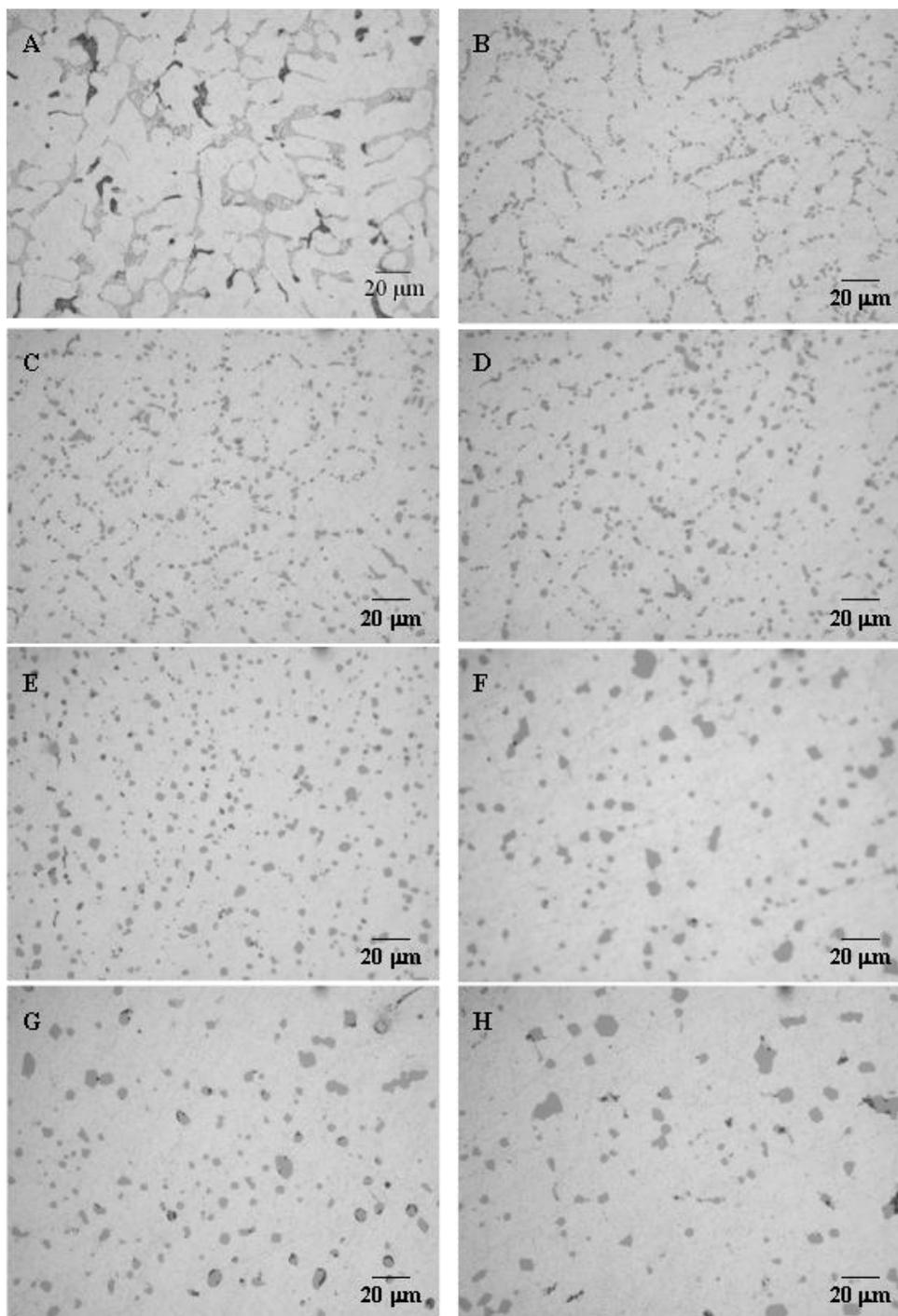
### III.2. Aleaciones con tratamiento térmico.

Para analizar la factibilidad del uso de esta técnica para las aleaciones solubilizadas se realizará el estudio de la dimensión fractal para diferentes tiempos de solubilización.

#### III.2.1 Aleación AM01. (0.59% Mg)

En la Figura 17 a-h se muestra la evolución de la aleación AM01 con tiempos de tratamiento térmico entre 4 y 72 horas. Se puede observar la fragmentación y el aumento de tamaño de las partículas de Si eutéctico, comportamiento al cual se dio seguimiento del cambio de la microestructura mediante la determinación de la dimensión fractal utilizando microscopías ópticas.

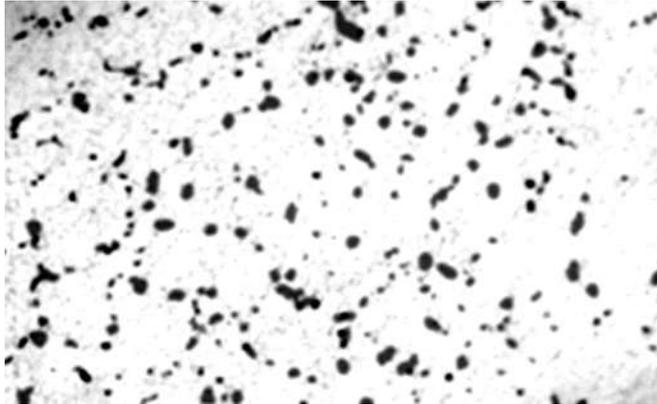
Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 17. Micrografías ópticas de la evolución de la microestructura al aumentar el tiempo de solubilización para la aleación AM01 a una temperatura de 480°C para los estados: A-Colada, B-4 h, C-8 h, D-12 h, E-20 h, F-30 h, G-48 h y H-72 h.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

A continuación, en las figuras 18 a 20, se observa el proceso que se siguió para el análisis de la dimensión fractal de las segundas fases en la aleación AM01 con un tiempo de solubilización a 480°C de 12 horas.



*Figura 18. Imagen contrastada de la aleación AM01 con 12 horas de tratamiento térmico.*



*Figura 19. Imagen de capas de la aleación AM01 con 12 horas de tratamiento térmico. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

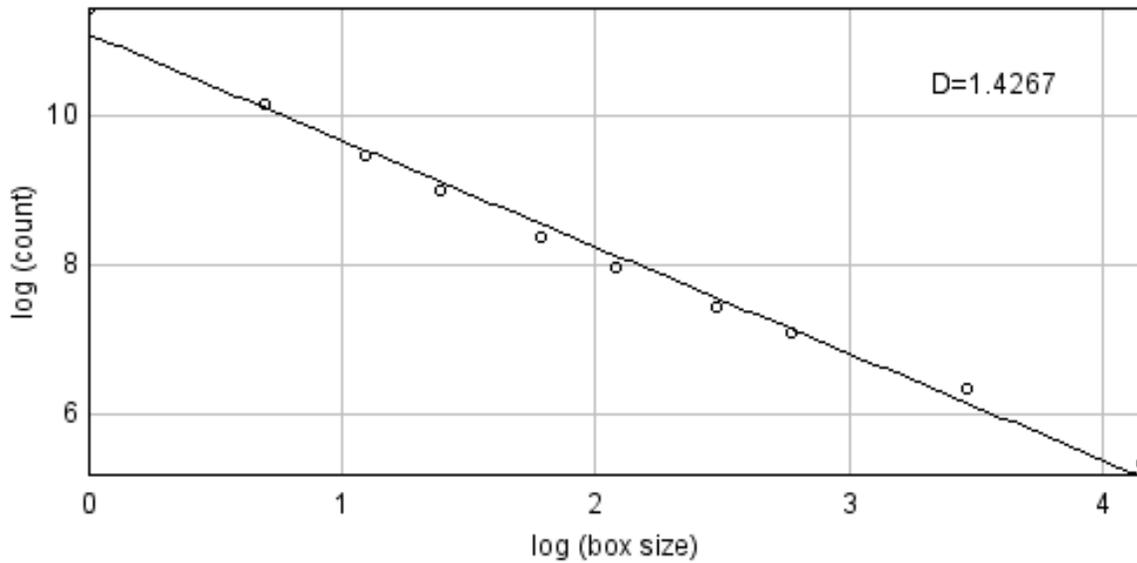


Figura 20. Distribución fractal de la imagen de la aleación AM01 con 12 horas de tratamiento térmico.

En la tabla 4 se muestran los resultados obtenidos de las muestras de la aleación AM01 a los diferentes tiempos de solubilización haciendo el procedimiento por triplicado y sacando una media aritmética. Como puede observarse el área que ocupan las segundas fases disminuye, lo cual se debe a que el tratamiento térmico origina que estas fases solubilicen en la matriz, y a mayor tiempo mayor disolución, aumentando el contenido de los elementos de aleación en la solución sólida sobresaturada.

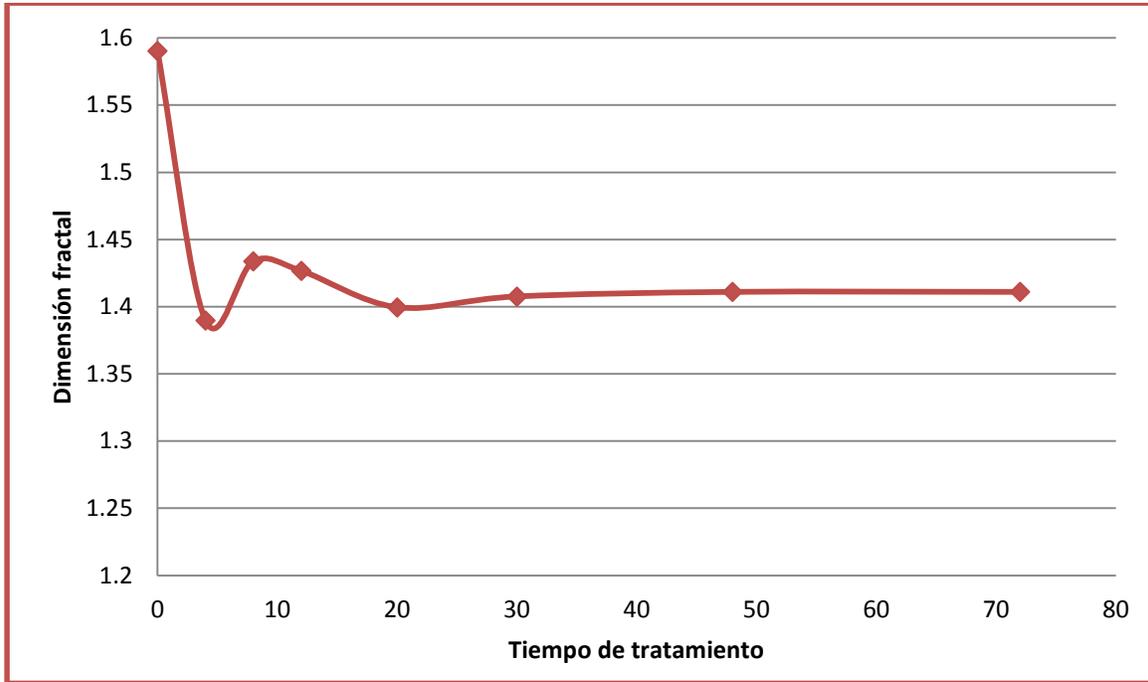
Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

*Tabla 4. Resultados del análisis de la dimensión fractal y de la cantidad de segundas fases (% de área) de la aleación AM01.*

Tiempo (h)	$D_f$	Área (%)
0	1.59	12.82
4	1.39	11.81
8	1.44	8.69
12	1.43	10.46
20	1.40	7.42
30	1.41	5.69
48	1.41	7.75
72	1.41	7.43

Ahora bien si graficamos el tiempo de tratamiento térmico contra la dimensión fractal tenemos el grafico que se observa en la figura 21, se puede observar que  $D_f$  para las aleaciones sometidas a tratamiento térmico cambia respecto del valor resultante para la aleación en estado de colada, 1.5903, pues  $D_f$  disminuye hasta cerca de 1.39, posteriormente aumentando ligeramente para 8 h hasta 1.44, nuevamente disminuyendo para estabilizarse a las 30 horas en cerca de 1.41.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 21. Evolución de  $D_f$  de acuerdo al tiempo de tratamiento térmico para la aleación con 0.59% Mg.*

III.2.2. Aleación AM03. (3.80% Mg)

A continuación, en la figura 22 A-H, se muestra la evolución de la aleación AM03 con diferentes tiempos de tratamiento térmico. Se observa la fragmentación y el aumento de tamaño de las partículas de Q; por este comportamiento se dio el seguimiento del cambio de la microestructura mediante la determinación de la dimensión fractal utilizando, igualmente, microscopías ópticas.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

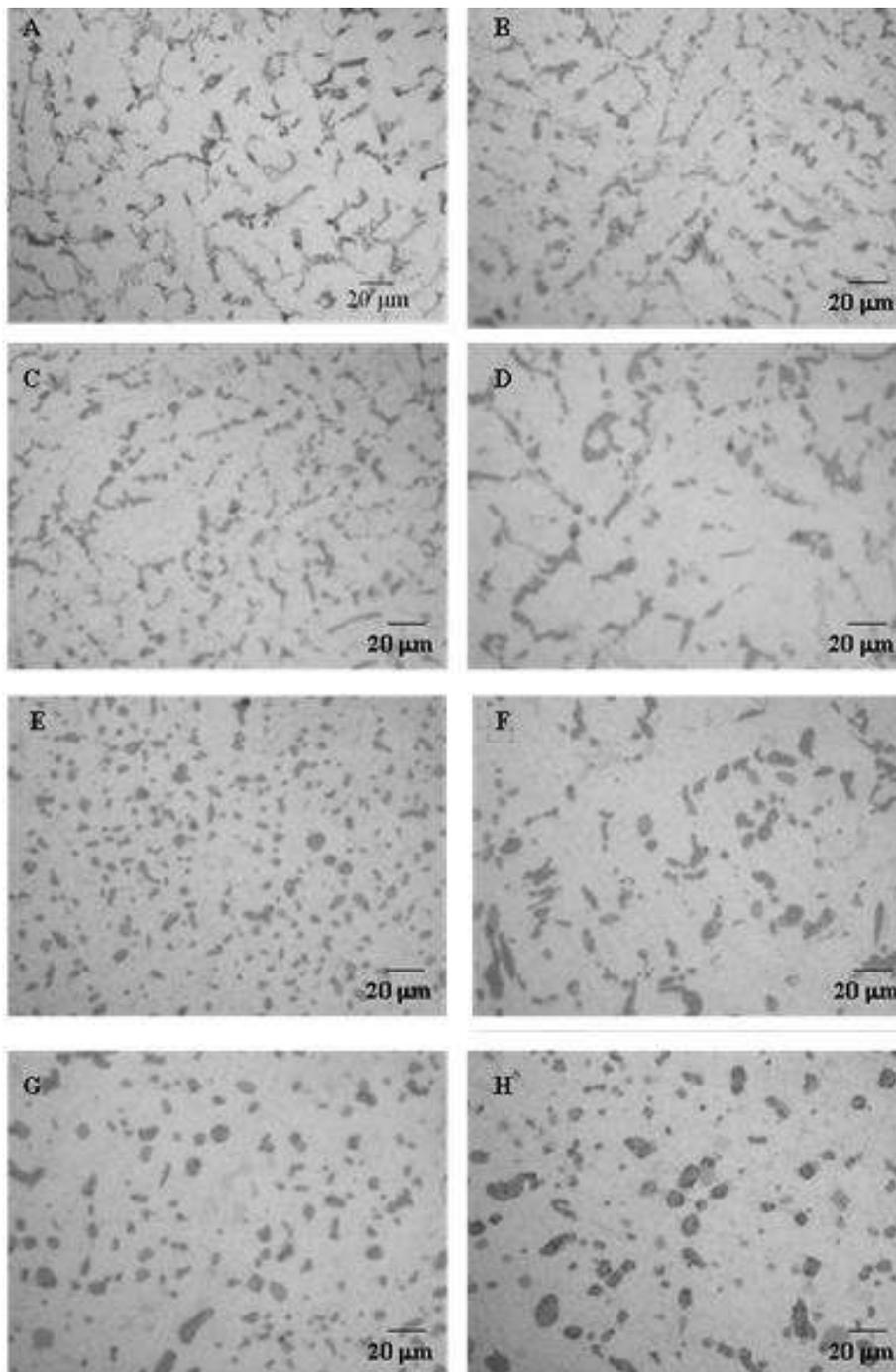
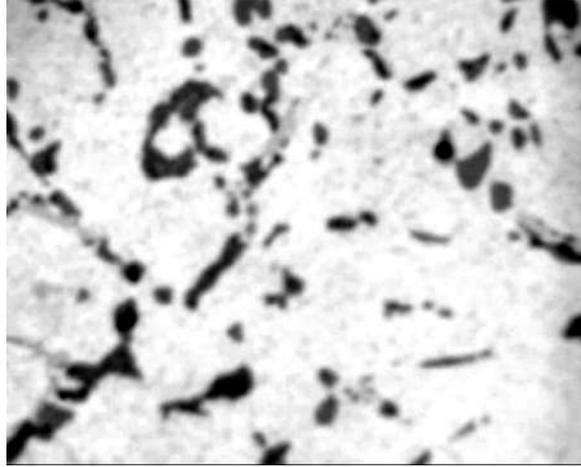


Figura 22. Evolución de la microestructura para la aleación AM03 (3.80% Mg) solubilizada a 480°C en los estados: A-Colada, B-4 h, C-8 h, D-12 h, E-20 h, F-30 h, G-48 h y H-72 h.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

En las figuras 23 a la 25 se observa el proceso que se siguió para el análisis de la dimensión fractal de las segundas fases en la aleación AM03 con un tiempo de solubilización a 480°C de 12 horas.

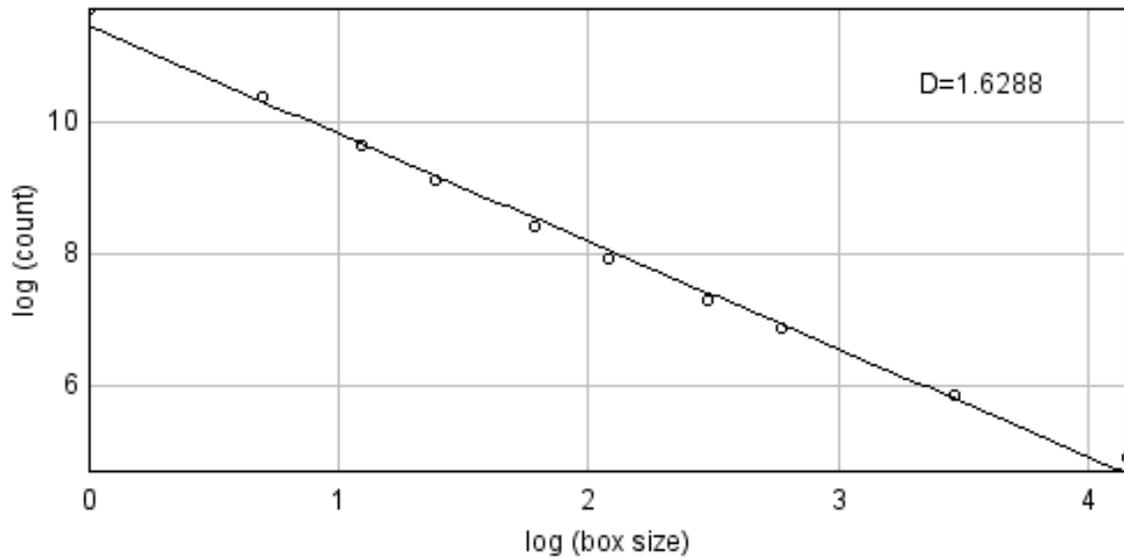


*Figura 23. Imagen contrastada de la aleación AM03 con 12 horas de tratamiento térmico.*



*Figura 24. Imagen de capas de la aleación AM03 con 12 horas de tratamiento térmico. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 25. Distribución fractal de la imagen de la aleación AM03 con 12 horas de tratamiento térmico.*

En la tabla 5 se muestran los datos obtenidos de las muestras de la aleación AM03 a los diferentes tiempos de tratamiento térmico. De igual manera se observa una disminución de la dimensión fractal al principio del tratamiento térmico, posteriormente aumentando para al final mantenerse constante. El área de las segundas igualmente presenta una disminución generalizada.

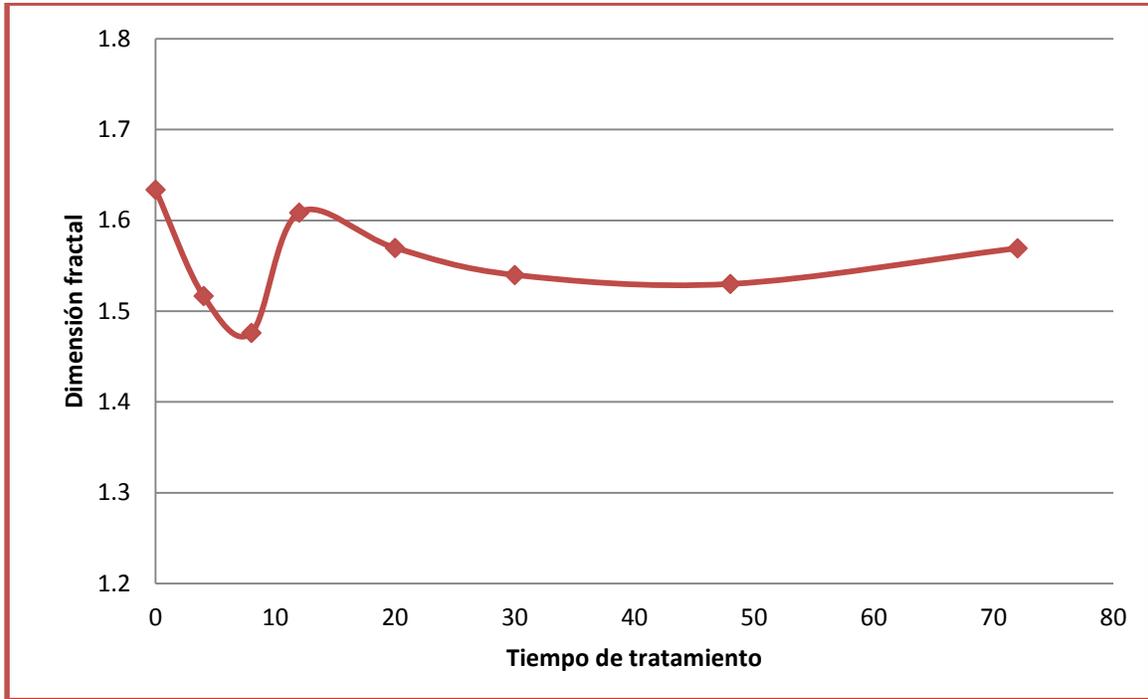
Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

*Tabla 5. Resultados del análisis de la dimensión fractal de la aleación AM03.*

Tiempo (h)	$D_f$	Área (%)
0	1.63	15.99
4	1.52	14.77
8	1.48	12.47
12	1.61	13.36
20	1.57	12.86
30	1.54	10.54
48	1.53	12.88
72	1.57	15.60

Ahora bien, si se grafica el tiempo de tratamiento térmico contra la dimensión fractal tenemos el gráfico que se observa en la figura 26, donde se puede observar que  $D_f$  para las aleaciones sometidas a tratamiento térmico cambia respecto del valor resultante para la aleación en estado de colada, pues para 4 y 8 h  $D_f$  disminuye de su valor inicial (1.6339) hasta cerca de 1.47, aumentando para 12 h y disminuyendo hasta cerca de 20 horas, estabilizándose parcialmente.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

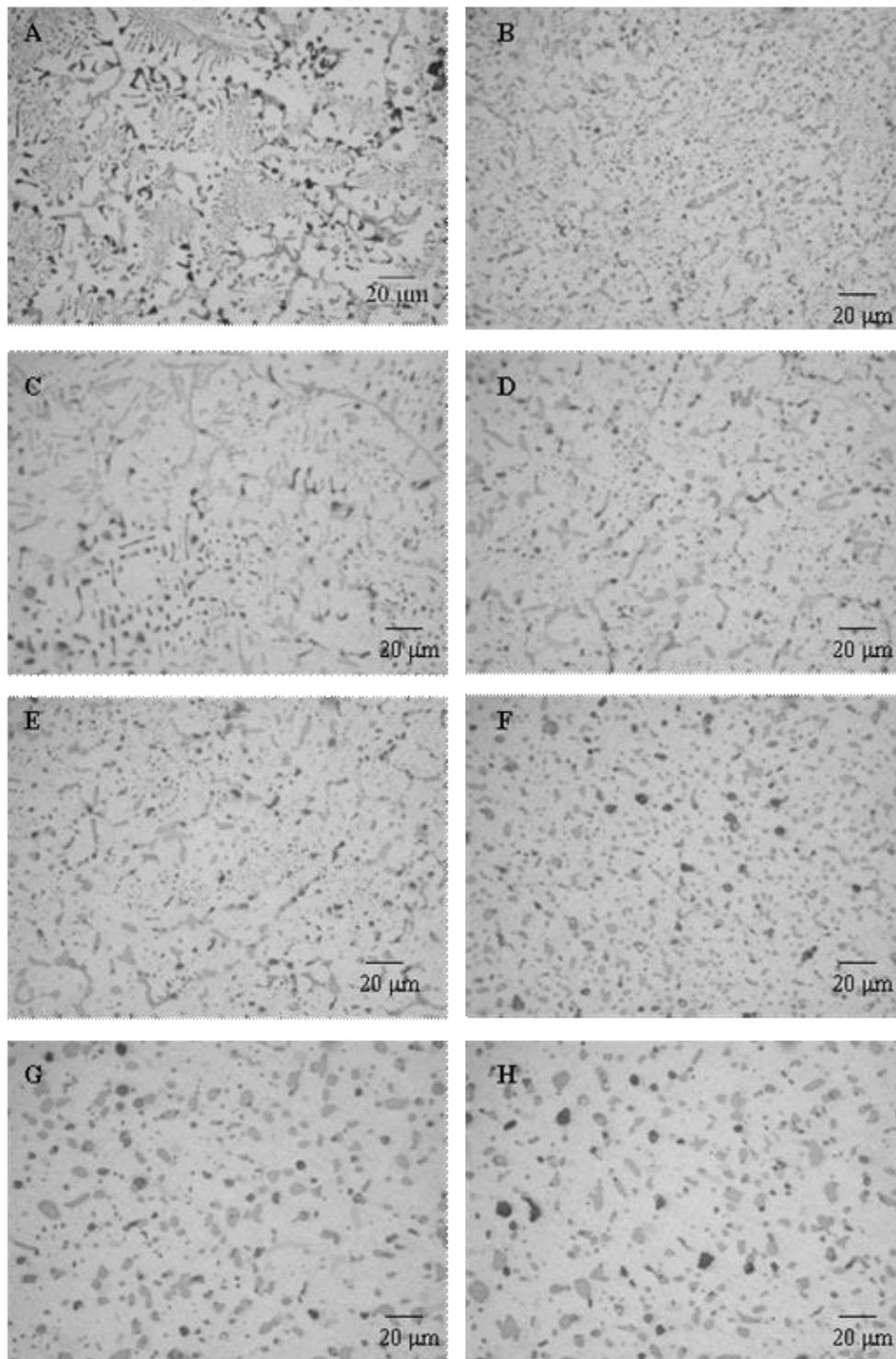


*Figura 26. Evolución de  $D_f$  de acuerdo al tiempo de tratamiento térmico para la aleación con 3.80% Mg.*

### III.2.3. Aleación AM06. (6.78% Mg)

En la figura 27 A-H se presenta la evolución de la microestructura de la aleación AM06 sometida a solución a 480°C y diferentes tiempos. Se puede observar la fragmentación y el aumento de tamaño de las partículas de Q (claras) y  $Mg_2Si$  (negras); por este comportamiento se dio el seguimiento del cambio de la microestructura mediante la determinación de la dimensión fractal utilizando, como anteriormente, microscopias ópticas.

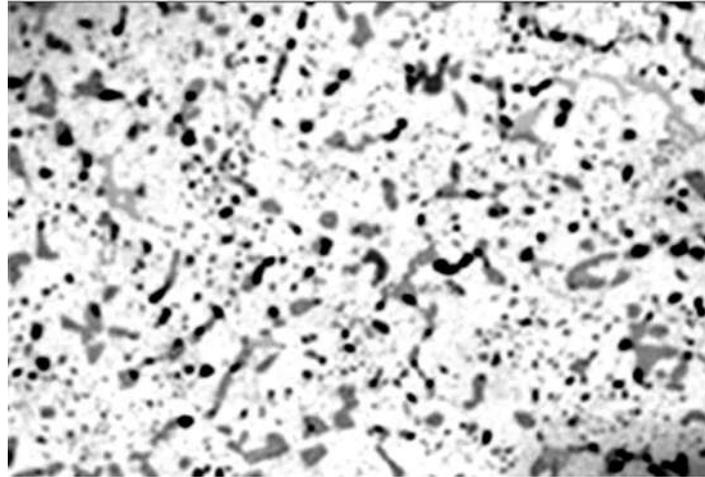
Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



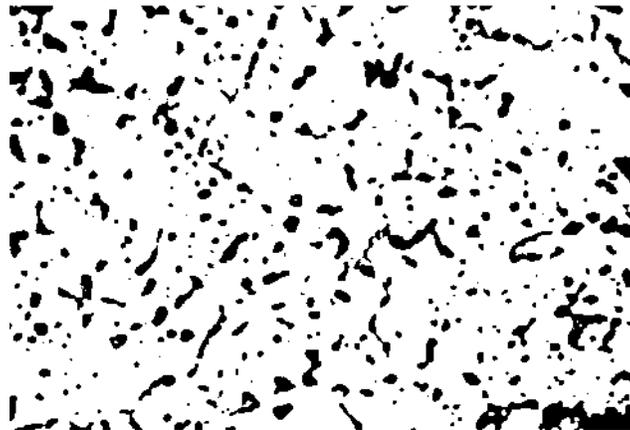
*Figura 27. Evolución de la microestructura para la aleación AM06 al aumentar el tiempo de solubilización para una temperatura de 480°C en los distintos estados: A-Colada, B-4 h, C-8 h, D-12 h, E-20 h, F-30 h, G-48 h y H-72 h.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

En las figuras 28, 29 y 30 se observa el proceso que se siguió para el análisis de la dimensión fractal de las segundas fases en la aleación AM06 con un tiempo de solubilización a 480°C de 12 horas.

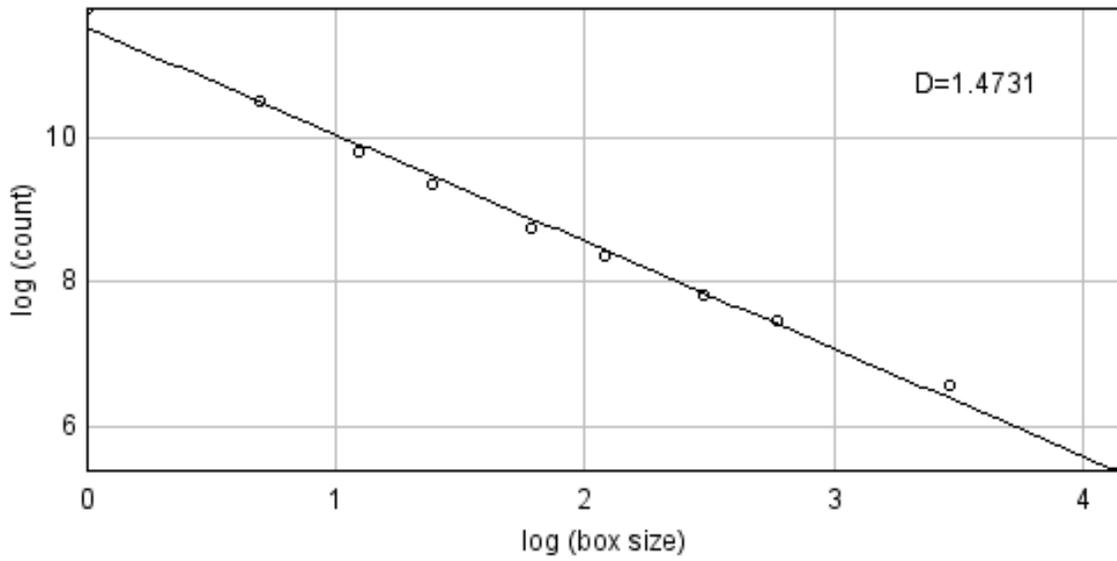


*Figura 28. Imagen contrastada de la aleación AM06 con 12 horas de tratamiento térmico.*



*Figura 29. Imagen de capas de la aleación AM06 con 12 horas de tratamiento térmico. En tonalidad oscura las segundas fases y en claro la aleación.*

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 30. Distribución fractal de la imagen de la aleación AM06 con 12 horas de tratamiento térmico.*

En la tabla 6 se muestran los datos obtenidos de las muestras de la aleación AM06 a los diferentes tiempos de tratamiento térmico. Para esta aleación el comportamiento tanto de la dimensión fractal como del área de segundas fases es similar al observado para las aleaciones anteriores.

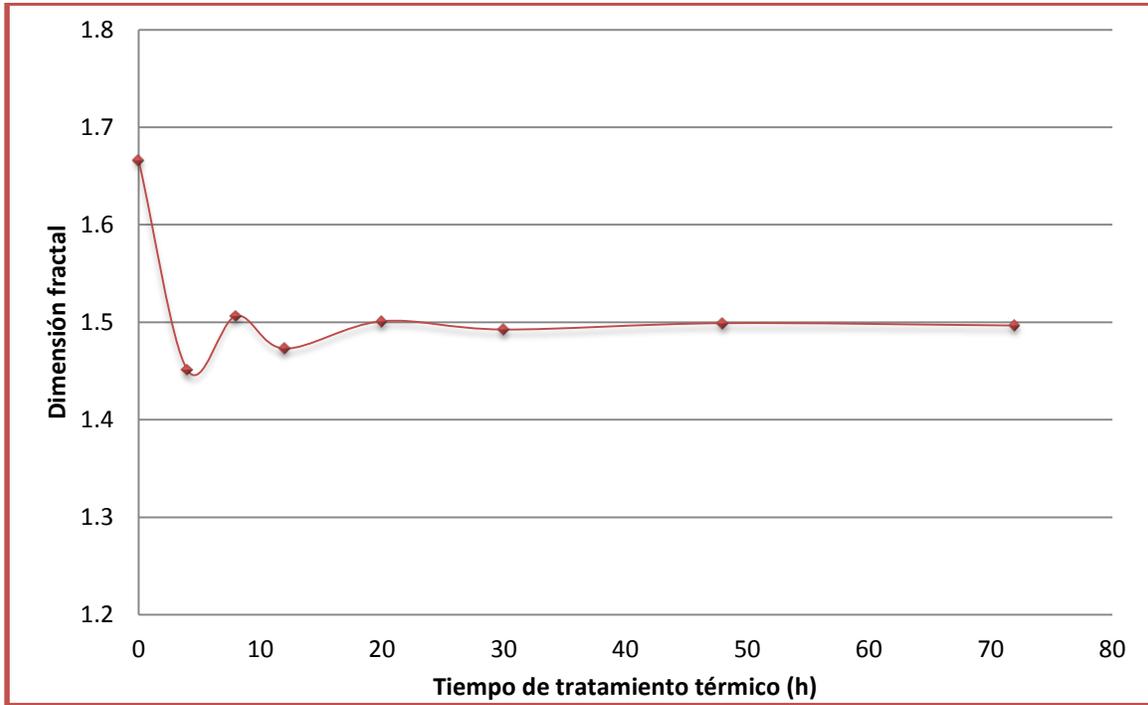
Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

*Tabla 6. Resultados del análisis de la dimensión fractal de la aleación AM06.*

Tiempo (h)	$D_f$	Área (%)
0	1.67	27.37
4	1.45	14.25
8	1.51	17.40
12	1.47	15.10
20	1.50	16.91
30	1.49	15.69
48	1.50	19.60
72	1.50	19.64

Ahora bien si se grafica el tiempo de tratamiento térmico contra la dimensión fractal tenemos el grafico que se observa en la figura 31, se observa una disminución de  $D_f$ , de 1.67 para la aleación sin tratamiento térmico hasta aproximadamente 1.45 pasadas las 4 h, volviendo a aumentar para 8 horas hasta cerca de 1.51, disminuyendo y estabilizándose para cerca de 20 h en cerca de 1.5.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización



*Figura 31. Evolución de  $D_f$  de acuerdo al tiempo de tratamiento térmico para la aleación con 6.78% Mg.*

### III.3. Correlaciones.

Los resultados observados en las figuras 21, 26 y 31 muestran consistencia entre ellos, pues en todos los casos los valores de  $D_f$  disminuyen una vez que se comienzan los tratamientos térmicos, volviendo a aumentar, para luego disminuir y mantenerse constantes. Con la finalidad de comparar estos valores de  $D_f$  con otros valores característicos de la microestructura, se muestra el comportamiento del factor de forma (F), en la figura 32, y el comportamiento del diámetro equivalente ( $D_e$ ), en la figura 33. En el primero (F) se observa que aumenta significativamente hasta un valor en el que permanece constante, generalmente 12 horas,

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

comparándolo con el comportamiento de la dimensión fractal se observan similitudes, ya que en este caso también aparecen inflexiones, las cuales coinciden con el tiempo en el que  $D_f$  vuelve a disminuir después de aumentar.

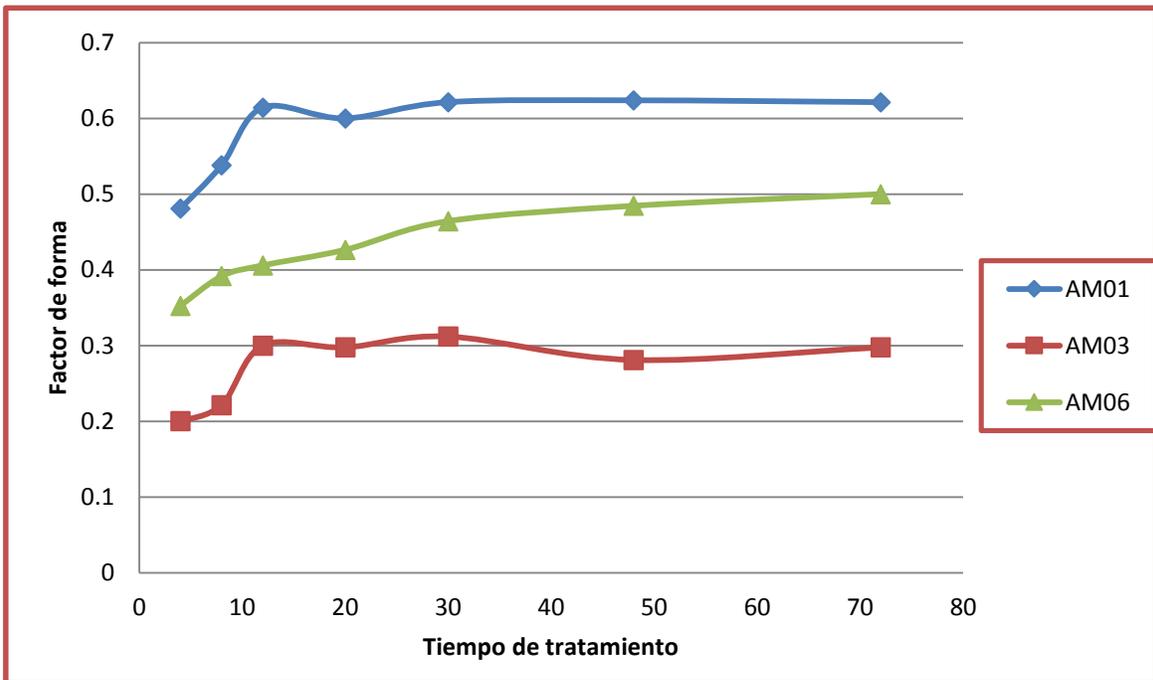


Figura 32. Comportamiento del factor de forma (F).

En el caso del diámetro equivalente (figura 33) se observa un comportamiento más variable. En todas las aleaciones se observan incrementos generalmente estables.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

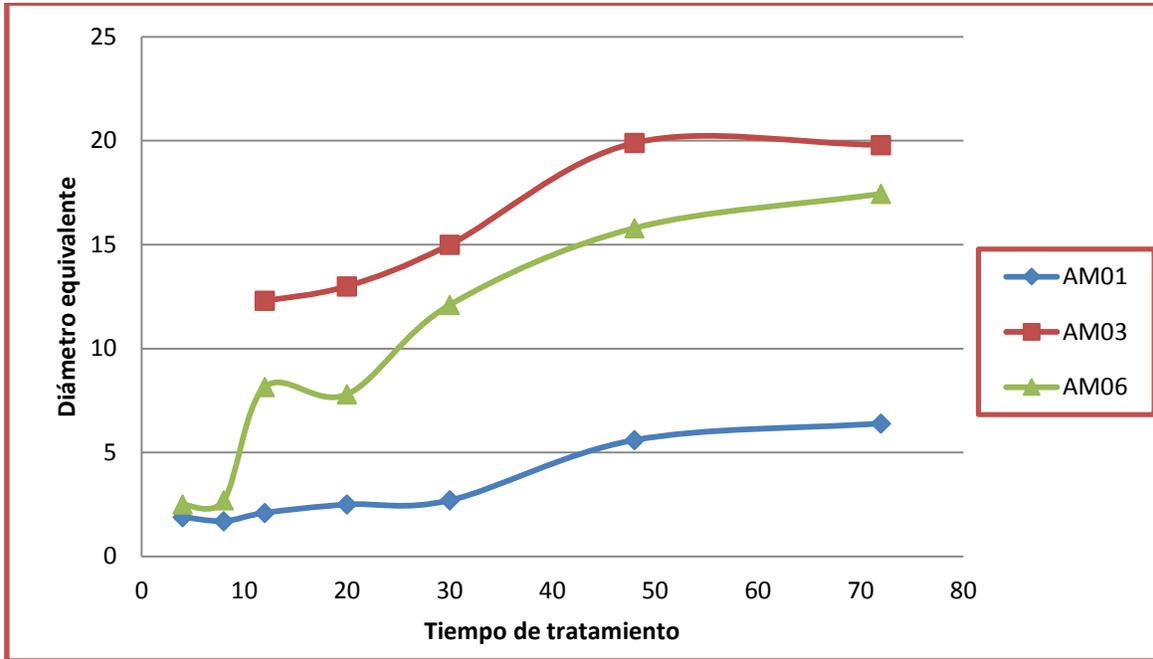


Figura 33. Comportamiento del diámetro equivalente ( $D_e$ ).

Con lo observado anteriormente se busca, a continuación, ver si existe una correlación entre las propiedades estudiadas, la dimensión fractal, el factor forma y el diámetro equivalente. Primeramente se colocarán en un mismo gráfico  $D_f$  y  $F$ , como puede apreciarse en las figuras 34 a 36. Para el caso de la aleación AM01, se aprecia que el comportamiento es similar, aumentando hasta llegar a un máximo para posteriormente disminuir y estabilizarse (ver figura 34). Para el caso de la aleación AM03 el comportamiento es similar, pues existen en ambos casos máximos para 12 horas de tratamiento térmico, para después estabilizarse (ver figura 35). En el caso de la aleación AM06 el comportamiento no es tan predecible, pues el factor de forma aumenta sin un máximo, mientras que la  $D_f$  tiene el comportamiento similar a las aleaciones anteriores (ver Figura 36).

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

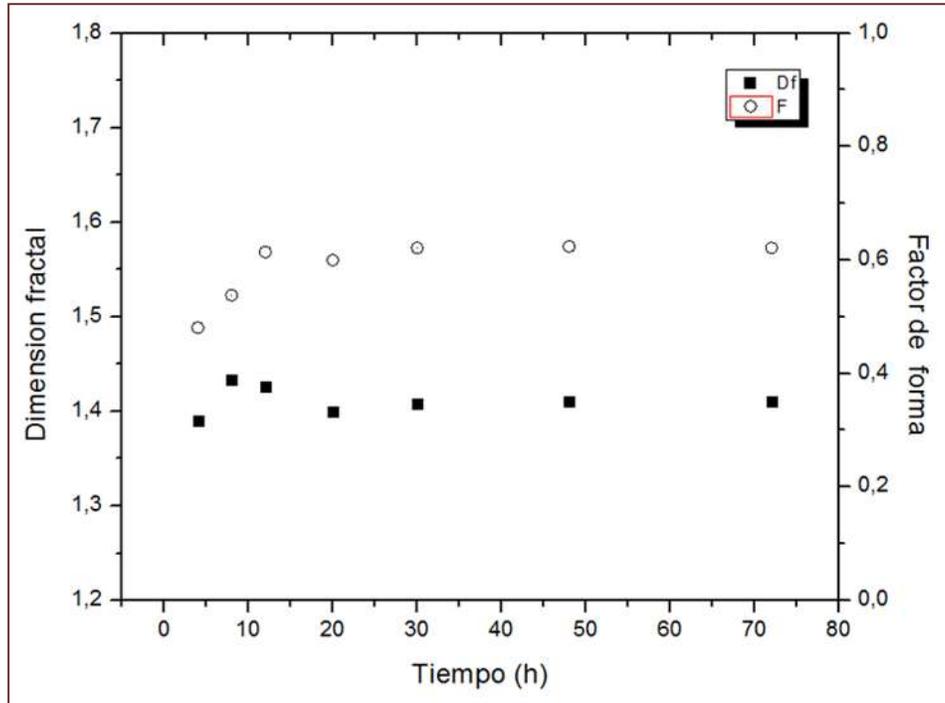


Figura 34. Comportamiento de  $D_f$  y F respecto a t de la aleación AM01.

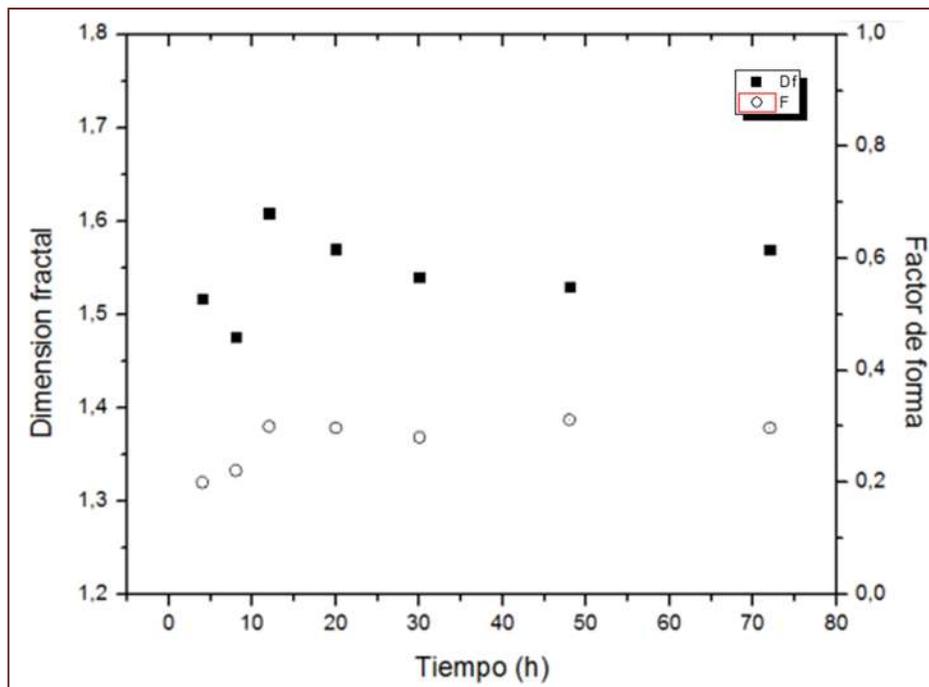


Figura 35. Comportamiento de  $D_f$  y F respecto a t de la aleación AM03.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

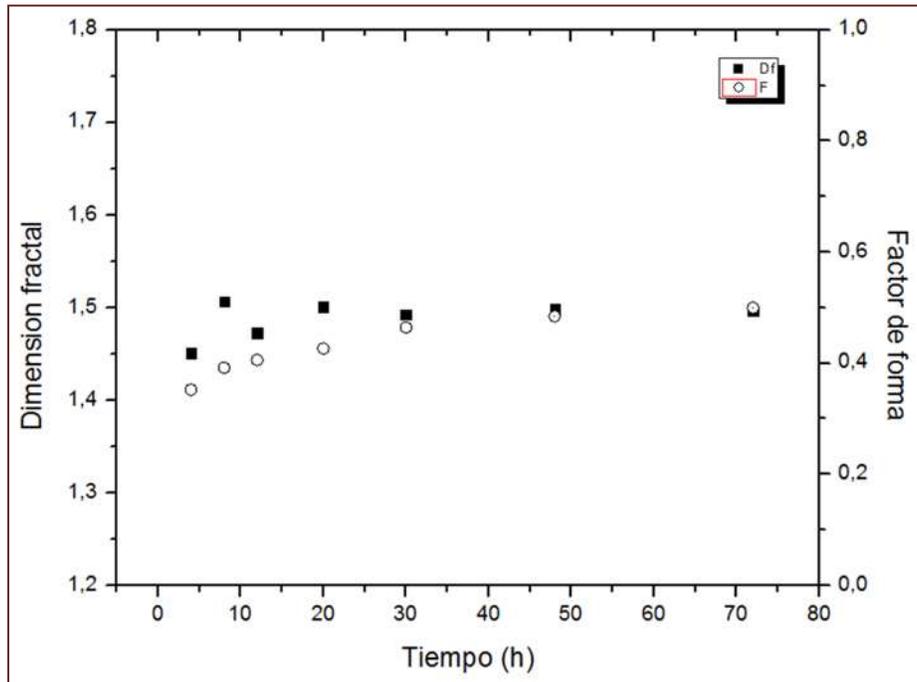


Figura 36. Comportamiento de  $D_f$  y  $F$  respecto a  $t$  de la aleación AM06.

En las figuras 37 a 39 se aprecian las correlaciones entre la dimensión fractal y el factor forma. Se observa que se tienen buenas correlaciones para las tres aleaciones. Estas correlaciones se pueden establecer mediante ecuaciones polinomiales de orden dos o tres. En el caso de la aleación AM03 se obtuvo el valor de  $R^2$  más bajo, lo cual muestra que es el caso con una correlación más débil, aunque se aprecia la tendencia. Como se observa en los tres gráficos se mantuvieron las mismas escalas para poder compararlos entre ellos.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

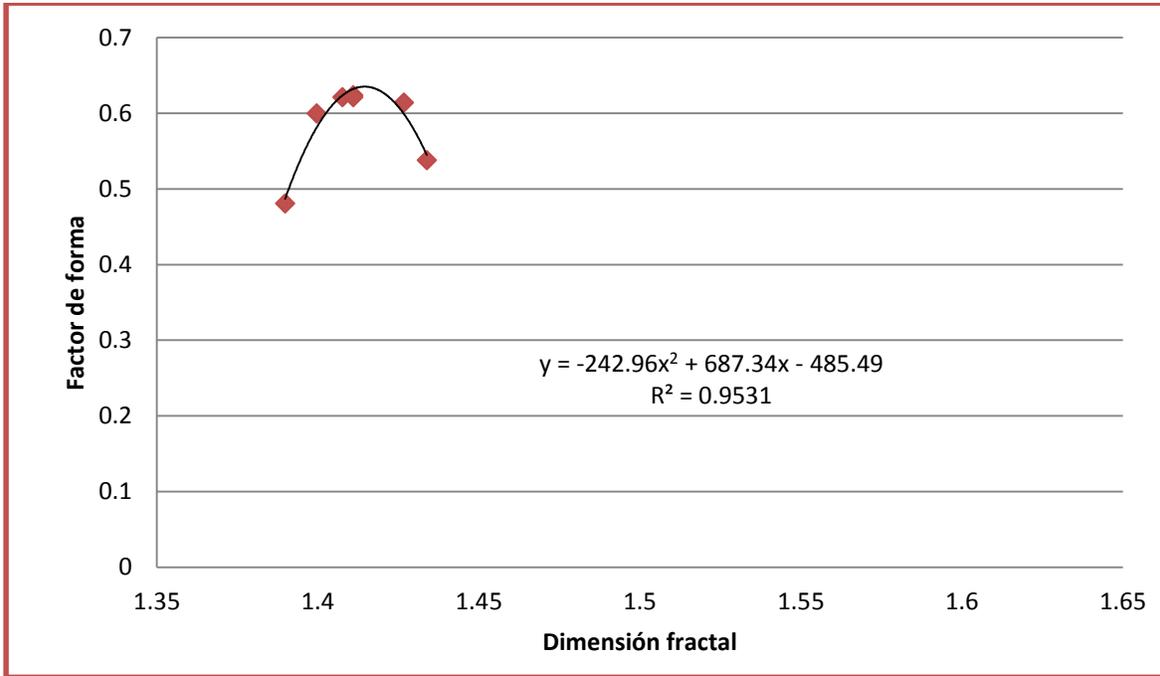


Figura 37. Correlación  $D_f$  -  $F$  de la aleación AM01.

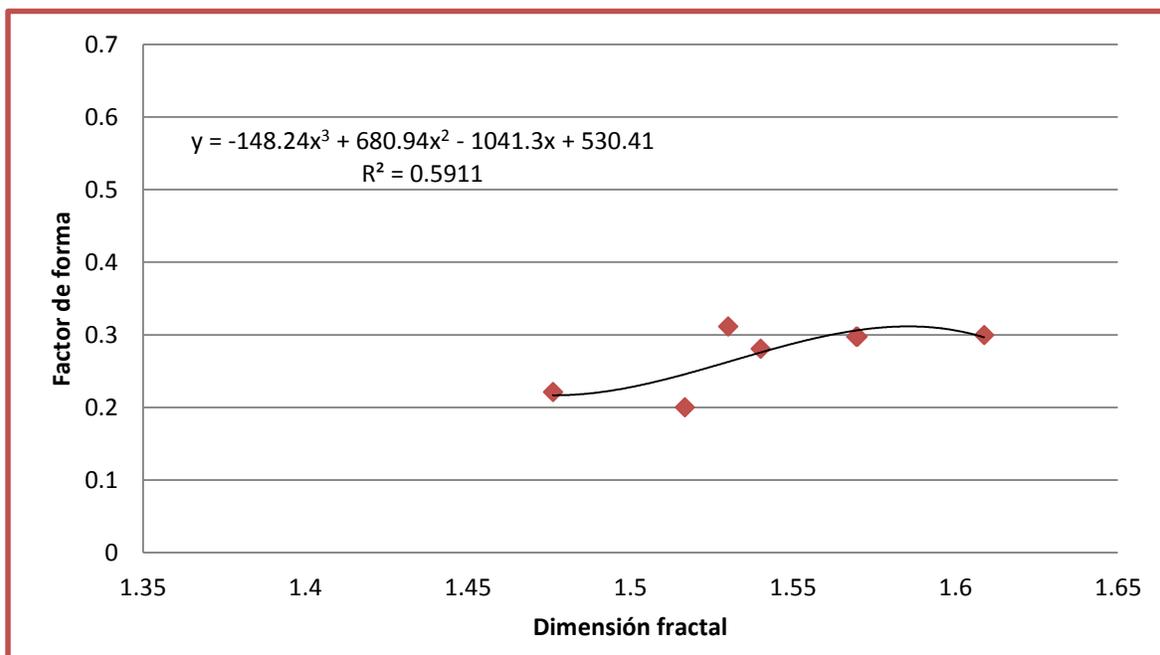


Figura 38. Correlación  $D_f$  -  $F$  de la aleación AM03.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

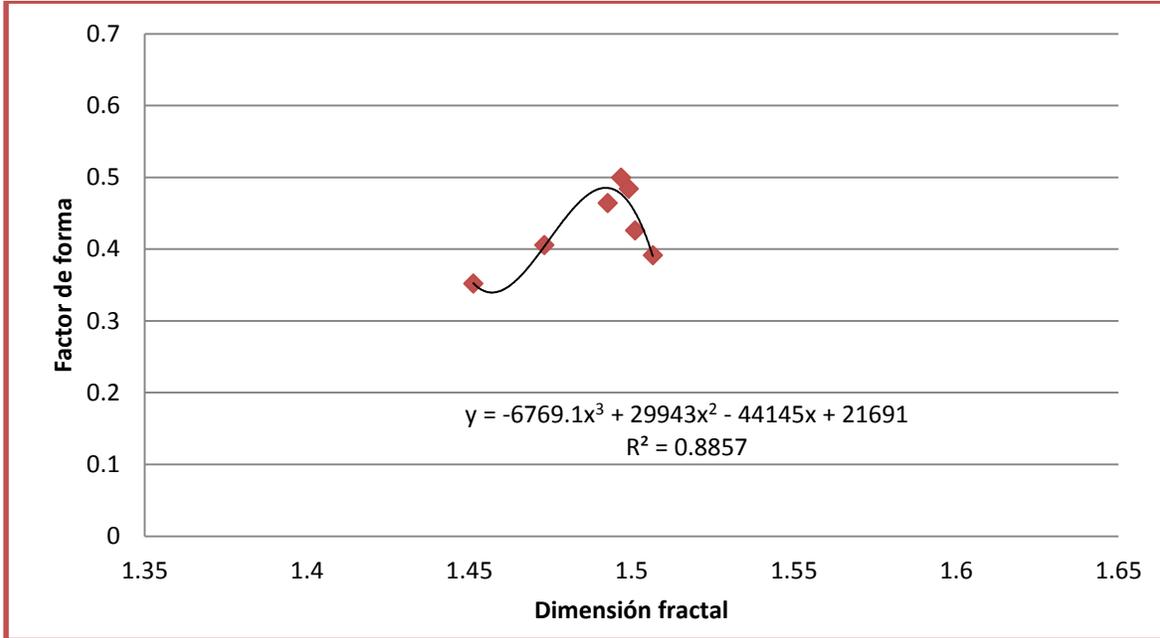


Figura 39. Correlación  $D_f$  -  $F$  de la aleación AM06.

Ahora se compara en el mismo gráfico  $D_f$  y  $D_e$ , con respecto al tiempo, ver figuras 40 a 42, se puede apreciar que existe una correlación inversa entre ellos, pues para el máximo de  $D_f$  corresponde un mínimo de  $D_e$ , lo cual ocurre para tiempos de tratamientos térmicos cortos, pues posteriormente sigue aumentando el valor de  $D_e$ .

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

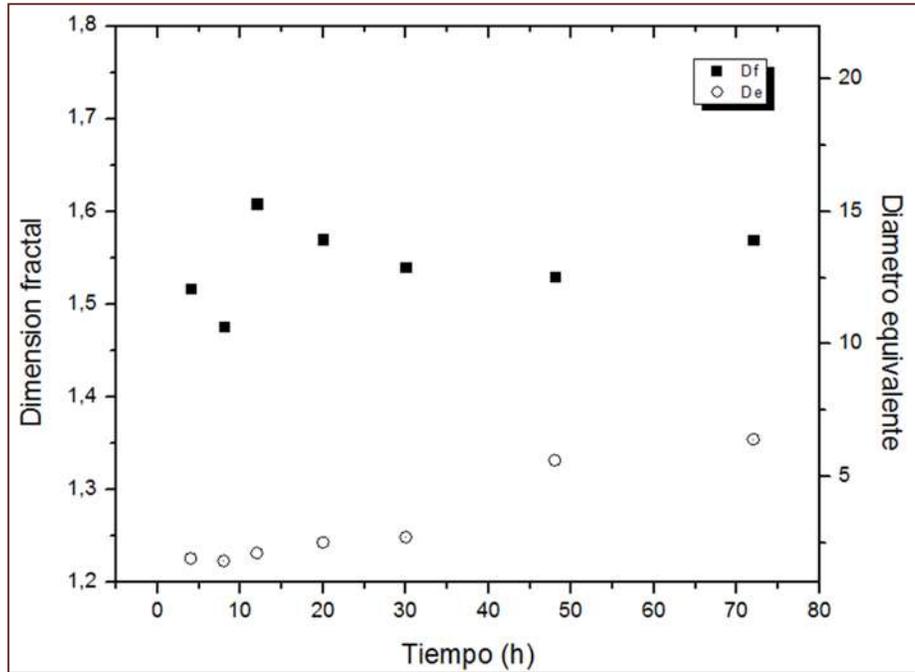


Figura 40. Comportamiento de  $D_f$  y  $D_e$  respecto a  $t$  de la aleación AM01.

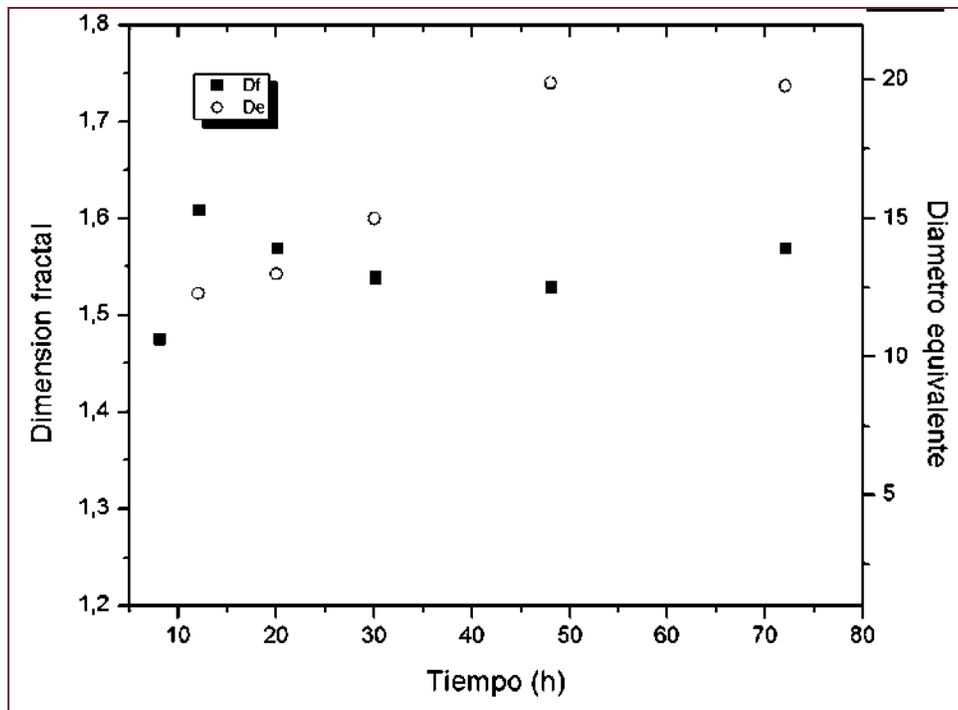


Figura 41. Comportamiento de  $D_f$  y  $D_e$  respecto a  $t$  de la aleación AM03.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

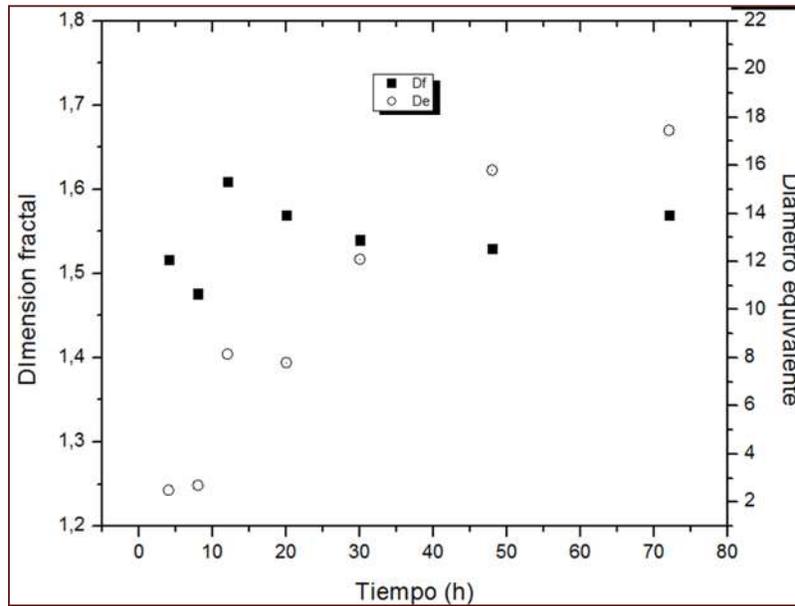


Figura 42. Comportamiento de  $D_f$  y  $D_e$  respecto a  $t$  de la aleación AM06.

En las figuras 43 a 45 se muestra la correlación entre la dimensión fractal y el diámetro equivalente. En ellas se observa que las correlaciones individuales no son tan buenas como ya se había visto anteriormente de manera sensitiva, puesto que no arrojan respuestas similares cuando se correlacionaron con el tiempo de tratamiento. Esto muestra que aunque sí existe una relación entre la dimensión fractal y el factor de forma, no ocurre lo mismo para el caso del diámetro equivalente, como lo muestran los valores tan bajos del factor de correlación ( $R^2$ ). Además en este caso las correlaciones son más complejas.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

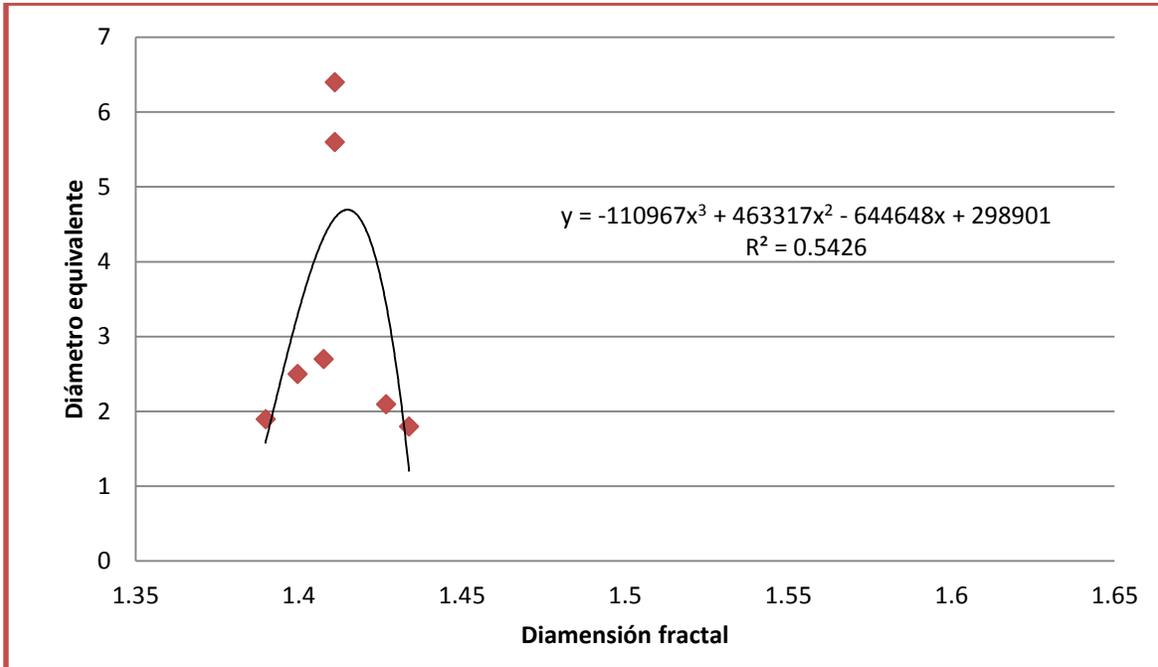


Figura 43. Correlación  $D_f - D_e$  de la aleación AM01.

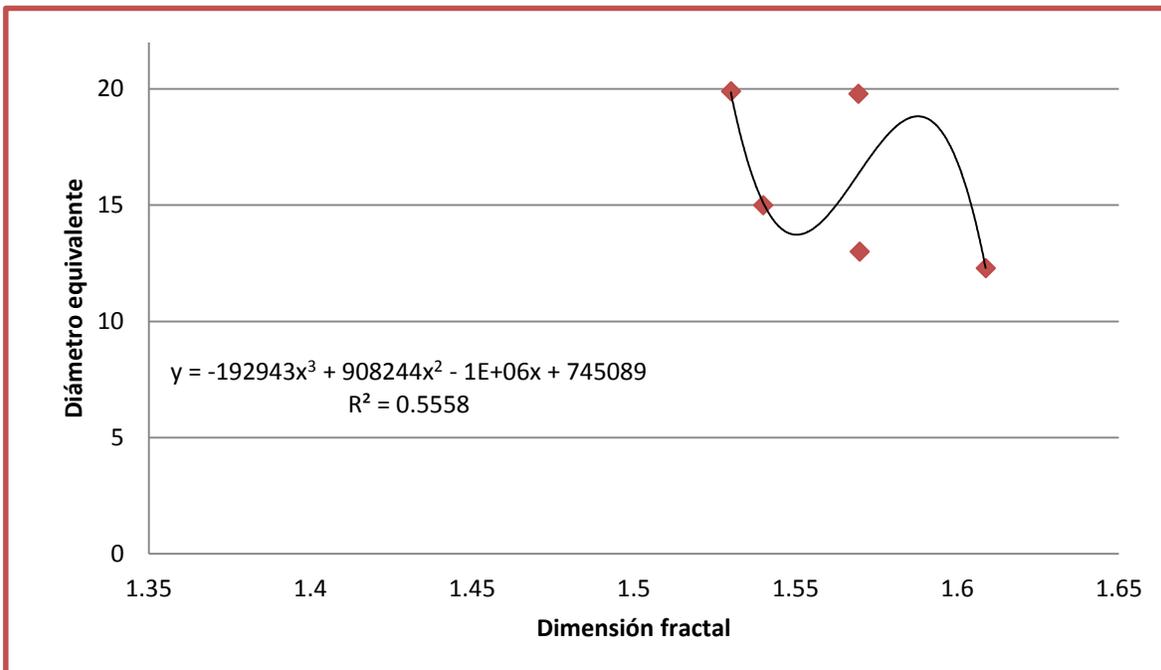


Figura 44. Correlación  $D_f - D_e$  de la aleación AM03.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

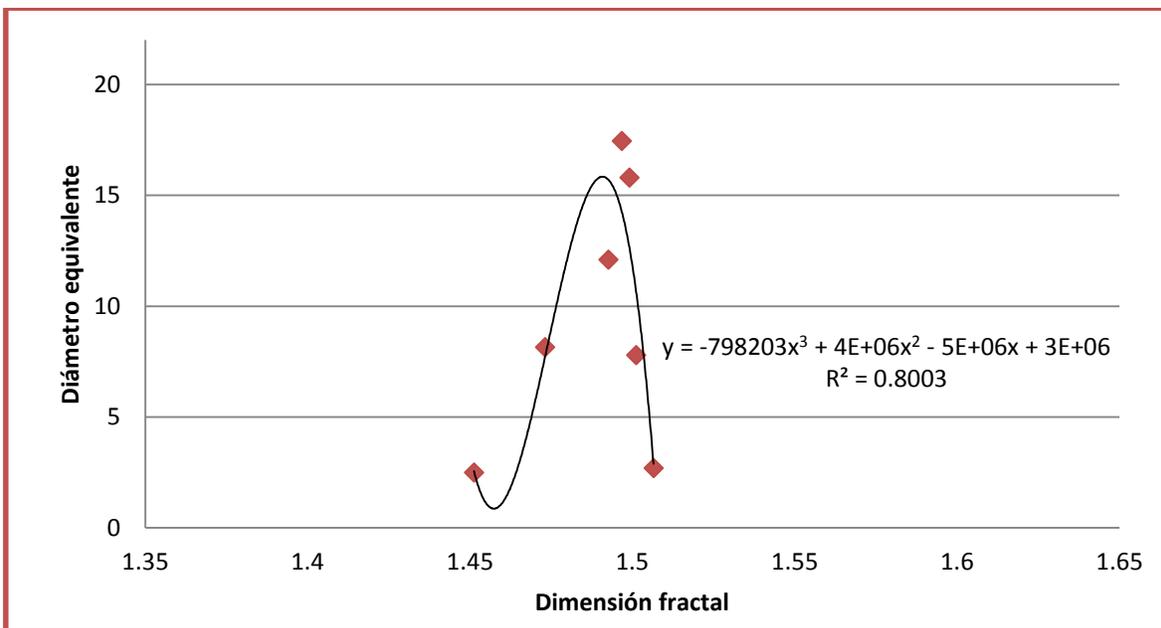


Figura 45. Correlación  $D_f - D_e$  de la aleación AM06.

# Capítulo IV:

## Conclusiones y recomendaciones.

## Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

### IV.1. Conclusiones.

El aumento en el contenido de magnesio origina que la microestructura de las aleaciones se modifique de manera significativa. El incremento del Mg origina que las segundas fases dominantes, en lugar de ser el  $\text{Al}_2\text{Cu}$ , sean el complejo intermetálico y la  $\text{Mg}_2\text{Si}$ .

Los resultados obtenidos muestran que el uso de la dimensión fractal puede ser una herramienta importante para determinar el tiempo de tratamiento térmico óptimo, para el cual ocurren la mayoría de los cambios microestructurales en las aleaciones, por lo que hacer tratamiento térmico con tiempos mayores no serían necesarios.

Con el uso de la dimensión fractal como herramienta se evitaría tener que determinar otras propiedades de las aleaciones, por lo que no es necesario el uso de otras técnicas de caracterización para seleccionar el tiempo de tratamiento térmico adecuado. Sobre todo se puede concluir que la dimensión fractal presenta una relación muy estrecha con el factor de forma, obteniéndose correlaciones con valores de coincidencia altos. Para el caso del diámetro equivalente estas relaciones no son tan precisas. Esto lleva a puntualizar que la dimensión fractal sí puede relacionarse con la forma de las segundas fases, pero no con su tamaño.

#### IV.2. Recomendaciones.

Con base en los resultados obtenidos, se recomienda:

Continuar con el estudio de la dimensión fractal para el análisis de parámetros microestructurales.

El uso adecuado de las propiedades geométricas de los sistemas o arreglos en los que las segundas fases se encuentran organizadas constituye un factor muy importante a la hora de determinar los parámetros analizados en este trabajo, por tal motivo se recomienda ser cuidadoso con los datos que se utilizan para obtener un buen resultado del análisis.

## Bibliografía

- [1] L. F. Castro Patiño. *Aleaciones de aluminio y su importancia en la industria aerospacial*.  
[http://www.metalactual.com/revista/31/materiales\\_aleaciones.pdf](http://www.metalactual.com/revista/31/materiales_aleaciones.pdf)
- [2] J. E. Hatch. *Aluminum, Properties and Physical Metallurgy*. American Society for Metals. Ohio, USA (2005).
- [3] *Metals Handbook, 10th Edition. Volume 2. Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials*. ASM International. Ohio, USA (1990).
- [4] J.L. Walter, M.R. Jackson, C.T. Sims. *Alloying*. ASM International. Ohio, USA (1988).
- [5] L. Heusler, W. Schneider. *Influence of alloying elements on the thermal analysis results of Al-Si cast alloys*. Journal of Light Metals 2 (2002) 17-26.
- [6] T. Kobayashi, T. Ito, Q. Yao, N. Fatahalia. *Fatigue properties and microstructure of Al-Si-Cu system casting alloys*. Materials science and Technology. 15 (1999) 1037- 1043.
- [7] H. Masakazu, Y. Shinji. Patent US6059902. *Aluminum alloy of excellent machinability and manufacturing method thereof*. Kobe Steel Ltd. (JP) (2000).

- [8] M. Lufti, N. Unlu, N. Eruslu, A. Genc. *Characterization investigations of a melt-spun ternary Al-8Si-5.1Cu (in wt.%) alloy*. Materials Letters 57 (2003) 3296-3301.
- [9] Perugini D., Poli G. *Tourmaline nodules from Capo Bianco aplite (Elba Island, Italy): an example of diffusion limited aggregation growth in a magmatic system*. Contributions to Mineralogy and Petrology 153, (2007) 493-508
- [10] F.H. Samuel, P. Ouellet, A.M. Samuel, H.W. Doty. *Effect of Mg and Sr additions on the formation of intermetallics in Al-6 wt pct Si-3.5 wt pct Cu-(0.45) to (0.8) wt pct Fe 319-type alloys*. Metallurgical and Materials Transactions A 29A (1998) 2871-2884.
- [11] F.H. Samuel, G. Pucella, C. Villeneuve, A.M. Samuel, H.W. Doty, S. Valtierra. *Microstructural observations on Fe-intermetallics in unmodified and Sr-modified Al-Si-Cu (A380.1) die casting alloy*. International Journal of Cast Metals Research, 12 (1999) 197-210.
- [12] A.M. Samuel, A. Pennors, C. Villeneuve, F.H. Samuel, H.W. Doty, S. Valtierra. *Effect of cooling rate and Sr-modification on porosity and Fe-intermetallics formation in Al-6.5% Si-3.5% Cu-Fe alloys*. International Journal of Cast Metals Research 13 (2000) 231-253.
- [13] A.J. Murphy. *Non-Ferrous Foundry Metallurgy*. Pergamon Press Ltd. London (1996).
- [14] K. Strauss. *Applied Science in the casting of Metals*. Pergamon Press Ltd. London (1990).

- [15] P. Ouellet, F.H. Samuel. *Effect of Mg on the ageing behaviour of Al-Si-Cu 319 type aluminium casting alloys*. Journal of Materials Science 34 (1999) 4671-4697.
- [16] A. Inque. *Amorphous, nanoquasicrystalline and nanocrystalline alloys in Al-based systems*. Materials Letters 31 (1997) 87-92.
- [17] F.H. Samuel, A.M. Samuel, H. Liu. *Effect of magnesium content on the ageing behaviour of water chilled Al-Si-Cu-Mg-Fe-Mn (380) alloy casting*. Journal of Materials Science 30 (1995) 2531-2540.
- [18] *Metals Handbook, 8th Edition. Volume 8. Metallography and Microstructures*. ASM International. Ohio, USA (1985).
- [19] H. Chandler. *Heat Treater's Guide. Practices and Procedures for non-ferrous Alloys*. ASM International. Ohio, USA (1999).
- [20] *Metals Handbook, 10th Edition. Volume 4. Heat Treating*. ASM International. Ohio, USA (1991).
- [21] S. Shivkumar, J. Ricci, C. Keller, D. Apelian. *Effect of solution treatment parameters on tensile properties of cast aluminum alloys*. Journal of Heat Treating 8 (1990) 63-72.
- [22] L. Lasa, J.M. Rodriguez-Ibabe. *Characterization of the dissolution of the Al<sub>2</sub>Cu phase in two Al-Si-Cu-Mg casting alloys using calorimetry*. Materials Characterization 48 (2002) 371- 378.

- [23] Z. Li, A.M. Samuel, F.H. Samuel, C. Ravindran, S. Valtiera. *Effect of alloying elements on the segregation and dissolution of  $Al_2Cu$  phase in Al-Si-Cu 319 alloys*. Journal of Materials Science 38 (2003) 1203-1218.
- [24] F.H. Samuel. *Incipient melting of  $Al_5Mg_8Si_6Cu_2$  and  $Al_2Cu$  intermetallics in unmodified and strontium-modified Al-Si-Cu-Mg (319) alloys during solution heat treatment*. Journal of Materials Science 33 (1998) 2283-2297.
- [25] A.M. Samuel, J. Gauthier, F.H. Samuel. *Microstructural aspects of the dissolution and melting of  $Al_2Cu$  phase in Al-Si alloys during solution heat treatment*. Metallurgical Transactions 27 (1996) 1785- 1798.
- [26] Z. Li, A.M. Samuel, F.H. Samuel. *Role of P and Fe on the precipitation of copper intermetallics in 319 alloys*. Journal of Materials Science Letters 22 (2003) 585-587.
- [27] G.Q. Wang, X.F. Bian, W.M. Wang, J.Y. Zhang. *Influence of Cu and minor elements on solution treatment of Al-Si-Cu-Mg cast alloys*. Materials Letters 57 (2003) 4083-4087.
- [28] B. Liscic, H.M. Tensi, L.C.F. Canale, G.E. Totten. *Quenching Theory and Technology*. 2th Edition. Ed. Taylor & Francis Group. Florida, USA (2010).
- [29] P. Ratchev, B. Verlinden, P. De Smet, P. Van Houtte. *Effect of cooling rate and predeformation on the precipitation hardening of an Al-4.2wt.%Mg-0.6wt.%Cu alloy*. Scripta Materialia 38 (1998) 1195-1201.
- [30] J.L. Cavazos, R. Colas. *Precipitation in a heat-treatable aluminum alloy cooled at different rates*. Materials Characterization 47 (2001) 175-179.

Estudio de la fractalidad de las segundas fases en aleaciones de aluminio sometidas a tratamientos térmicos de solubilización

- [31] G.E. Byczynski, W. Kierkus, D.O. Northwood, D. Penrod, J.H. Sokolowski. *The effect of quench rate on mechanical properties of 319 aluminum alloy castings*. Materials Science Forum Vols. 217-222 (1996) 783-788.
- [32] Mandelbrot, B.B.; *The Fractal Geometry of Nature*; W. H Freeman and Company. New York, USA (1982).
- [33] Barnsley, M.; *Fractals Everywhere*; Academic Press, Inc. Boston, USA (2012).
- [34] Taylor R.P., A.P. Micolich and D. Jonas D.; *Fractal analysis of Pollock's drip paintings, Nature*. 399:422, (1999).
- [35] Peitgen, H - O.; Richter, P.H. *The Beauty of Fractals*. Springer-Verlag, (1986)
- [36][https://www.google.com.mx/search?q=conjunto+de+mandelbrot+y+julia&es\\_sm=93&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=GMS-VI3GNsebgwS92YLIDw&ved=0CAgQ\\_AUoAQ&biw=1064&bih=639](https://www.google.com.mx/search?q=conjunto+de+mandelbrot+y+julia&es_sm=93&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ei=GMS-VI3GNsebgwS92YLIDw&ved=0CAgQ_AUoAQ&biw=1064&bih=639)
- [37] B. Mandelbrot; *The Fractal Geometry of Nature*; W. H. Freeman and Co., New York, USA (1982).
- [38] Mandelbrot, B.B.; *How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension*. LLC Books. 636-638; (1967).
- [39] K. Falconer. *Fractal Geometry Mathematical Foundations*. John Wiley & Sons. West Sussex, England (2014).
- [40] J.E. Nápoles Valdés, Leonel L., Paloma Parra. *Fractales a nuestro alrededor*. VIDYA. Santa María, 2012. ISSN 0104-270 X, Pag: 112

- [41] <http://www.dmae.upm.es/cursosfractales/capitulo8/1.html>
- [42] Perrier, E., Mullon, K., and M. Rieu. *Computer construction of fractal soil structures: Simulation of their hydraulic and shrinkage properties*. Water Resources Research 31 (1995) 2927-2943.
- [43] Durowoju M. O and Akintan A. L. *Variation between Fractal Geometry and Mechanical Properties of Al Alloys under Different Heat Treatments*. International Journal of Science and Advanced Technology 3, (2013) 38.
- [44] Alfonso I., Maldonado C., Gonzalez G., Bedolla A. *Effect of Mg content on the microstructure and dissolution of second phases in Al-Si-Cu-Mg alloys*. Journal of Materials Science 41, (2006) 1945-1952.
- [45] Werner E. *Thermal Instabilities of Lamellar Structures*. Metallkunde 81, (1990) 785-793.
- [46] Ogris E., Luchinger H., Uggowitzer P.J. *Silicon spheroidization treatment of thixoformed Al-Si-Mg alloys*. Materials Science Forum Vols. 396-402, (2002) 149-154.
- [47] H. Gutiérrez, R. De la Vara. *Análisis y Diseño de Experimentos*. McGraw-Hill, (2003).